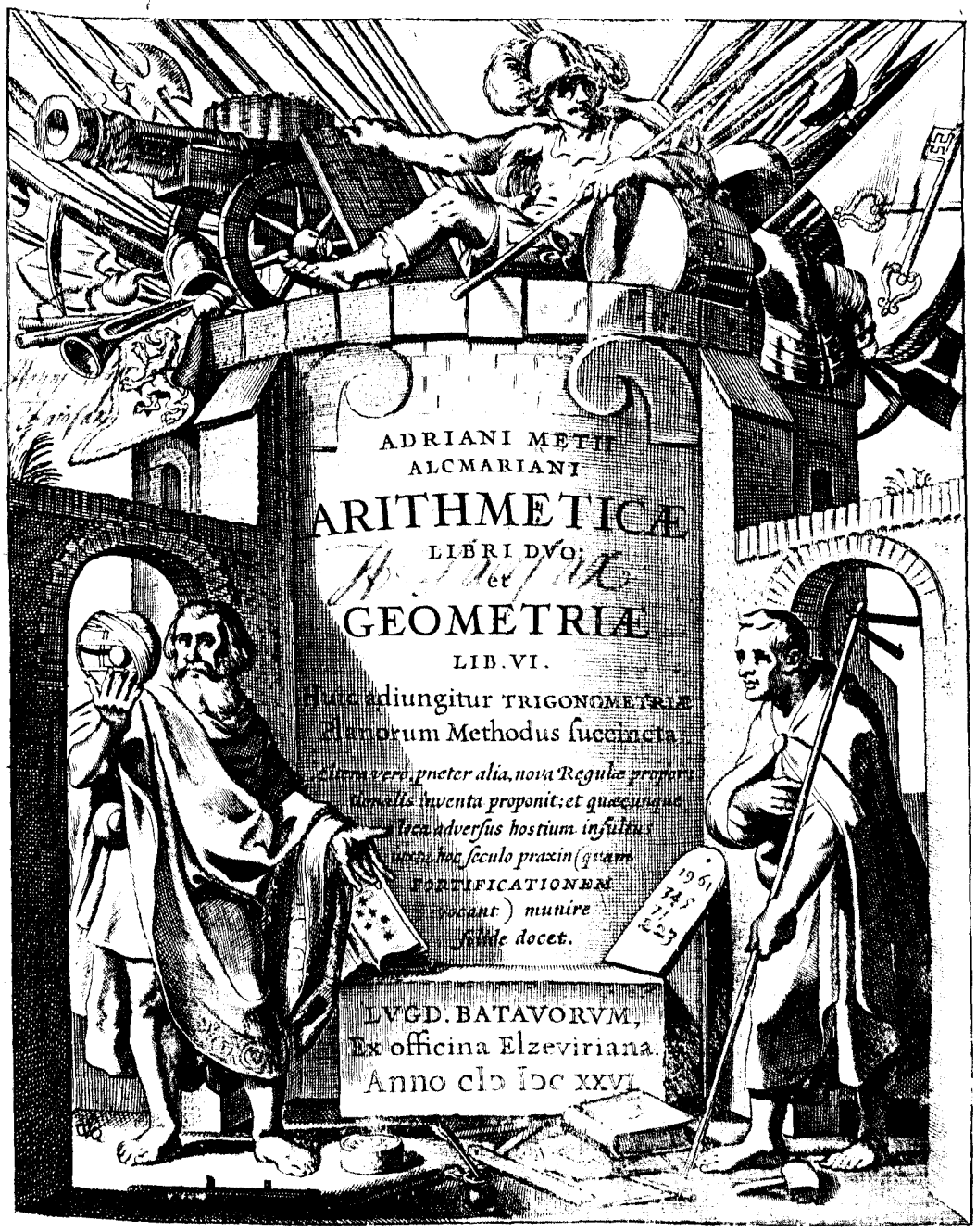

ADRIANI METII
ALCMARIANI
ARITHMETICÆ
LIBRI DVO;
et
GEOMETRIÆ
LIB. VI.
Huc adiungitur TRIGONOMETRIÆ
Planorum Methodus succincta.
Idem vero, præter alia, nova Regulæ proportionalis inventa proponit; et quæcunque hoc adversus hostium insultus
hoc, hoc seculo praxin (quam
FORTIFICATIONEM
vocant) munire
docet.
LVGD. BATAVORVM,
Ex officina Elzeviriana.
Anno clɔ Iɔc XXVI.

National Oceanic and Atmospheric Administration

Rare Books from 1600-1800

ERRATA NOTICE

One or more conditions of the original document may affect the quality of the image, such as:

Discolored pages
Faded or light ink
Binding intrudes into the text

This has been a co-operative project between the NOAA Central Library, the Climate Database Modernization Program, National Climate Data Center (NCDC) and the NOAA 200th Celebration. To view the original document, please contact the NOAA Central Library in Silver Spring, MD at (301) 713-2607 x124 or at Library.Reference@noaa.gov

HOV Services
Imaging Contractor
12200 Kiln Court
Beltsville, MD 20704-1387
April 14, 2008

U. S. C. & G. SURVEY
LIBRARY
AND
ARCHIVES
No. 8317
Shelf 603
C 513
M59

117

COAST & GEODETIC
SURVEY
WASHINGTON
LIBRARY

U.S.C. AND G. SURVEY,
LIBRARY AND ARCHIVES

Acc. No. 8317

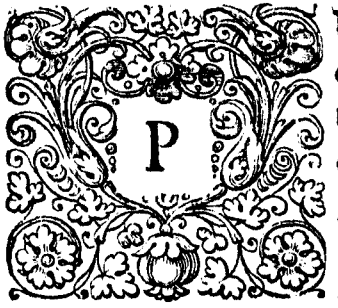
This Book is the Property of the
U. S. COAST AND GEODETIC SURVEY,
and must be carried on Book Inventory
if not returned before the Expiration
of the Calendar Year.

Nobilissimis Amplissimisque

SVPREMÆ FRISIORVM CVRIÆ SENATORIBVS,

ADRIANVS METIVS S. D.

Nobilissimi Domini:



PUBLICAVI ante annos aliquot Arithmeticæ & Geometriæ practicæ libros duos, & quidem contractius pro occasione temporis & angustiâ, quam revera debebant: Neque tum otium supererat omnia simul præstandi, & posterior dies magistra rerum nobilissimæ arti post aliquid adinvenit. Vt certè nostra etiam rerum omnium exemplo morâ quadam aut successione temporis egeant, antequam perfectionem consequantur. Cæterum prima editione passim per Germaniæ Galliæque Academias (ut de Italis taceam) sparsa & deficientibus sensim exemplaribus Typographus Elzevirius de vulganda deinceps Arithmetica & Geometria me compellavit: & jam rude additamentum primis laboribus adjeceram, crescebantque indies felices curæ, ea quidem voluptate animi, ut

citra moleſtiam & laborum faſtidia hoc ipſum opus augeretur. Sed noſtra fere talia ſunt, dum in jucundiſſima rerum omnium ſpeculatione verſamur, ut delectatione quadam nos afficiant naturæ ſimul ac cæleſtium corporum ſyderumque contemplatione intentos, ita certè ut animus memor quaſi ſuæ originis & natalium eo ſtudio ad ſuum cælum cognataque ſydera revolet, diviniſque illis & æternis locis interſit: qua felicitate ſapientiæ ſtudia veteres illos Philoſophos etiam in his terris donarunt, ut ſcilicet ſecreti ſeparatique à contage rerum mortalium, & Mimo illo civilis turbæ, inter æterna illa puriſſimaque corpora ſua mente & feliciſsimis cogitationibus ambularent. Adeo ut Mathematicæ ſpeculationes ea ditione ac regno quo naturæ terminus circumſcribãtur, nihilque ſit in hac machinę rotunditate, ac capacitate rerum, quod noſtræ juriſdictioni non ſubjaceat. Itaque quemadmodum Aſtronomia circa συζυγίας motuſque ſyderum; ita circa magnitudinum dimenſiones Geometria; Arithmetica autem circa numeros verſatur: quibus olim quiddam divini occultæque virtutis Pythagoræorum Philoſophia tribuebat, adeo etiam ut ad principia, ac origines rerum referrent. Cæterum ea Geometriæ noſtræ vis ac conditio eſt, ut omnes magnitudines naturalium ac arte factorum corporum menſuret, eoque etiam aſſurgat, quo omnium tempo-

temporum faſtus, ac ſuperbia Regum in exſtruendis portentoſæ magnitudinis monumentis proceſſerat: adeo certe, ut illa quæ humana opinione prodigijs inſeruntur, terminum tamen ſuum ab hac arte noſtra accipiant. Itaque Turres, Obeliſcos, Pyramides cęlo æquet curioſitas, aut aſtris inferat, odioſaque naturæ imitatione, ac divinitatis injuria id extollat, quod artem noſtram non tranſcendit, cujus imperium univerſo clauditur. Cæterum rudiore modo priſcorum temporum ingenia eam tractavere, ita ut multum pręſtantiſsimæ arti etiam ante & poſt Euclidea tempora defuiſſe videatur. Optima enim menſurandi ratio proportionalis Regulæ invento non parum ſtabilita eſt, quam per umbram quaſi, ſed in media caligne ſagacia nonnullorum Italorum ingenia obſervavere. Poſtquam ego autem ante annum novo quodam invento publici juris feci, ea tum invidia temporum exſtitit, ut eſſent, qui per imperitiam non eo pretio æſtimarent, ac magni ſecreti arcanum magnitudine libelli metirentur. Deinde cum de arte navigandi ac uſu utriuſque globi cęteris laboribus tractatus acceſsiſſet, ea iniquitate fati exceptus ab invidis & ignorantię magiſtris, ut me ferme à propoſito cętera mea Mathematica pertexendi deterreret. Sed perſtiti nihilominus ut conſtantem virum decet in propoſito, & muniendum duxi adverſus illas ſęculi

injurias, quas ſtudebam cum patientia, cum Stoica quadam altitudine evincere, aut habere contemptui. In quo genere victorię olim Spartanæ gentis nobilitas eluxit. Cæterum tranquillitatem meæ mentis non parum major, & mox ſubſequuta tempeſtas conturbavit; cum nonnulli ſpreta priorum beneficiorum memoria ſæviſſima vulnera famæ & nomini meo inferrent, ac quaſi indignum clamitarent, qui in hoc theatrum publicum, in ſacrarium ac templum ſapientiæ pedem inferrem. Quaſi profecto in hanc ædem honoris ingreſſus eſſem non emenſa virtutis aut bonę famæ æde, in qua tot annis cum clariſſimorum virorum inſigni teſtimonio & juventutis fructu conſiſto. Neque per illa bonæ mentis impedimenta, per illas famæ hirudines ſtabit, quin cum exiſtimatione & applauſu ea facturus fuero, quæ conſcientiæ meæ & muneri ſatisfacient: quorum neque livor tam validus, neque tam efficax apud me injuria fuit, ut labores meos ſuppreſſerim, ſed bonis auſpicijs juſſerim exire, & à Veſtra D. patrocinium quærere. Eant ergo bono publico in lucem etiam ringente invidia ſuos fructus habitura à ſæculo, quod ſaltem vel induſtriam in præſtita recenſione in cultu literarum laudaturum eſt. Neque enim ſtatuæ hodie (ut olim Sapientibus in Græcia) ſperari poſſunt, cum religioſa clariſſimorum ingeniorum veneratio exſtaret, neque longè

ſapi-

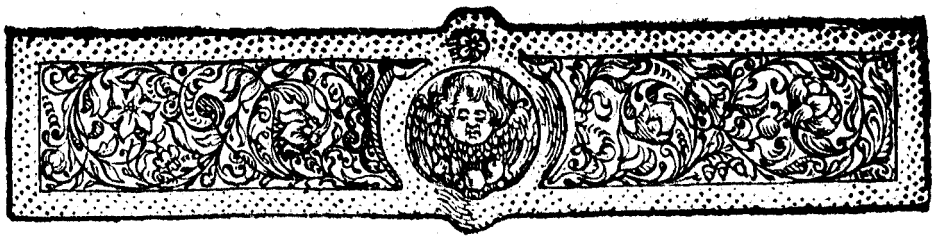
ſapientię nomen a cultu quaſi numinis abeſſet: Quæ ingenia quoque adeo in arte etiam hac noſtra excelluerunt, ut præcipuos Philoſophorum, Zenonem, Eudoxum, Pythagoram, & Democritum ejus cultores numeremus. Cujus poſtremi erga Geometrica ſtudia is ardor fuit, ut in Aegyptum ad Sacerdotes, & in Perſidem, Rubrumque ad mare conceſſerit: addunt alij in India Gymnoſophiſtarum diſciplinæ & ſapientiæ ſe dediſſe in hac præcipuè Geometrica doctrina, ut de Contactu Circuli & Sphęræ, de Geometria & Geometricorum numeris, de mutis & ſolidis lineis conſcripſerit. Addidi autem de modo muniendi nova quædã, & veteri ævo incognita, ut hac formidabili renaſcentium bellorum tempeſtate, Martioque ſydere per univerſam Europam flagrante, meis inventis patriæ prodeſſem, donaremque ea ſubſidia, quibus urbium ac locorum res in tuto eſſe queant: ut ijs ſeptis, ijſque muris clauſa libertas tanquam firmioribus propugnaculis, ac prætenturis ſe tutata furores potentiſſimorum hoſtium eludat, noſque ipſi munita omni arce, omni oppido nova refugia rejectis per hunc modum hoſtibus habeamus. Verbo dicam: publicum commodum ſpectavit hic meus labor, qui ſi inglorius habeatur apud eos (qui forſitan nuncupata veteribus myſteria non capiunt) dabo aliquid cæcitati hominum, & ſpecioſæ ignorantiæ, ea tamen

fidu-

fiducia nihilominus fretus, ut alicubi patrocinium & quidem in vobis inventurus sit. Valete Viri Nobilissimi & Amplissimi & hunc laborem æquo animo accipite. Ex Academia nostra. x. Iduum Iulij cIↃ IↃ cxxv.

Vestris Nobiliss. Amplitudinibus addictissimus

A. METIVS.

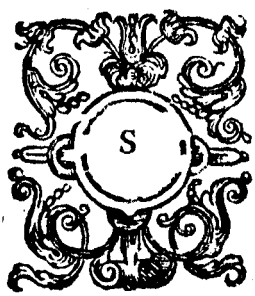


In clarissimi Viri

ADRIANI METII,

Arithm. & Geometriam novam,

CARMEN.



Ydereas mentes, æternaque corpora cœli
Interitus non gnara sui, non subdita fati
Legibus intortos illic ducentia motus
Tradideras, stellasque vago temone meantes,
Et circũfusam terrestribus Amphitritẽ,
Cæruleique artem pelagi, quâ maxuma vasti
Neptuni spatia, & secretum grande profundi
Nauta sagax rerum cœlo mensurat aperto.
Et formidatos nostris majoribus Indos
Tum portus Asiæ florentis, & Oceani vim
Tartarici, pontique trucem glacialis ad Arcton
Stagnantes trabe turbat aquas, gelidique trionis
Frigore perpetuo concretum Nerea spectat.

(?)

Tum medium versus Solem, Cancrique sub axe
(Quâ nudi Garamantes arant, & Sole perustæ
Gentibus ignotis Afræ calcantur arenæ)
Omne sibi notum pelagus, dimensaque reddit
Littora per totum populis coëuntibus orbem.
Hinc tibi fulgentem stellis Ariadnæ coronam
Decrèrat, blandoque tibi jam lumine sydus
Omne relucebat, radiantibus utile flammis.
Vt neque tu doctæ munitus robore mentis
Mœnaliæ fera damna feræ, non Thesea durum,
Aut metuas tortum sinuosis ductibus Anguem.
Nec desperato pungentem Scorpion ictu.
Iam tibi succumbunt Hyades, jam Carcinos ardens
Immitisque Leo, atque immani corpore Taurus.
Et neque ferratis misèrè devincta catenis
Cernitur Andromede, sed ab omni libera monstro
Caucaseas rupes, incultaque saxa reliquit
Iam cœlo donata suo, tibi blanda videtur,
Cassiope, & notus jam vero lumine Perseus.
Hinc te Aquila immensum mundi vectura per ævum
Excipiet, terrisque ereptum æquabit Olympo,
Et mediis choreis, ac stellatâ in Iovis aulâ
Iliacus sistet puer, & tibi more Deorum
Cœlestem ambrosiam, & fœcundi nectara roris

Miscebit,

Miſcebit, reducique dabit florere Iuventâ.
Ipſa etiam vero jam pervia ſydere Tethis
Ante ſuis nimium cumulis, ſiccoque profundi
Formidata vado placidum tibi ſuſtinet æquor.
Najades & magni natæ maris, ad cava rupis
Aut ſtantis ſcopuli depexo crine ſedentes
Duratura dabunt ex herbis ſerta marinis,
Et tereti conchâ, & multùm reſonante lapillo
Et viridi gemmâ, qualem aut in littore rubro
Quærit Arabs, ripæque tegit per ſicca Caledon.
Nunc quia deductæ menſuras pondera molis
Et quicquid veſtis terrarum amplexibus ambit
Ille fluor rerum ſedeſque vaporibus aër
Omnia tractaſti magno comprênſa meatu,
Divinis elementa modis, hinc auſpice mundo
Immortale feres per ſecla fluentia nomen.
Si vel ad extremos Ortus, Eoaque longè
Regna meas, ſeu quâ Solaribus ignibus æther
Vritur, & reflui deſtillat vena Canopi.
Aut quâ pigra gelu geminæ vicinior Vrſæ,
Gens habitat, tingitque cadens ſua lumina veſper,
Occiduo mergens roſeum caput Atlantæo.
Omnem oram tua Fama petit, nunc illa Coloſſos
Et juga pyramidum regum decreta ſepulchris

Transgreditur, summasque parat pertingere moles.
Quas olim ventura tuos mirata labores
Posteritas statuet, monumentaque proxuma cœlo
Donabit Vir magne tibi, ut te morte soluto
(Post sacros cinares, & magni nominis umbram
Inscriptam cœlo) perpes tibi Fama perennet.

PIERII WINSEMII
ICti & Historiographi.

Clarissimo & Præstantissimo viro,

D. ADRIANO METIO,

Mathematico summo, Collegæ honorando.

ICarus audaci vectus super æthera pennâ
Dum patri surdam monitori porrigit aurem
Non servans Medium, radiis solaribus ustus
Corruit, Icariis ac nomen præbuit undis.
METIUS at geminis alis confisus, Olympum
(Non metuens Phœbi radios rutilantiave astra,)
Securus petit, ac numerorum lege coërcens,
Quicquid in æthereâ spectabile cernitur aulâ
Explicat, & firmis astringit legibus astra.
Subjectamque sibi terramque marisque profundum
Perspiciens, certâ mensurat singula amussi.

M. WINSEMIUS
Med. D. & Prof.

AD

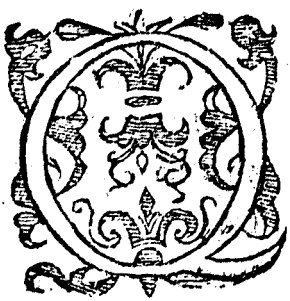
Clariſſimum virum, Excellentiſſ. Mathematicum

D. D. ADRIANVM METIVM,

Arithmeticam & Geometriam

novam edentem,

CARMEN GRATVLATORIVM.



Vi modo ſtelliferos agitatus mente per orbes
Magnum ſublimi feriebas vertice cœlum,
Deſcribens varios Solis Lunæq; labores,
Et quæcunque vagos exercent aſtra recurſus:
Quin in utroque Polo fixa, atque infixa movebas
Sydera ſyderibus contraria; & inſuper altum
Quidquid cæleſtis ſapit Aſtronomia; ſalutes
Hinc nunc in terris omnes tibi mille precamur;
Dum terras aperis nobis, atque abdita terræ
Fundamenta queant quâ inveſtigarier arte,
Et numeros, & verba doces: tu namque perennem
Ut poſsit ſibi quiſque ſuam ſtabilemque tueri

Sortem

Sortem demonstras. Sic est, quia pura facultas
Illud Arithmetices nobis largitur, in usum
Magnum, quam magna jam dexteritate dedisti.
Nec tamen hic operi finis, sed ut inspiciatur
Quanta sub illustri lateant arcana Mathesi
Addis, quos nobis tradat Geometria fructus.
Ergo pro tantis, Meti *clarissime, donis*
Omnis ita exclamat mecum pia turba Dearum
Meti *syderibus salve carum Caput, obe*
Princeps terrarum salve, jam clarus ubivis.
Semper honos, nomenque tuum, laudesq; vigebunt,
Utque Polo, tua scripta Solo sic prompta manebunt.

IACOBUS RODRIGIUS Harlemensis.

Errata Arithmeticæ.

Pag.7.lin.18.lege 799861. pag.12.lin.18.leg.372548. pag.15.lin.13.leg. $\frac{208047}{592767}$ *&c. pag.17.l.18.leg.2864, lin.19.leg.20048. pag.19.l.29.leg.2016. pag.20. lin.18. leg.& 33. ut in mutuum sint 3. lin.20. additis 3, subtrahe 45. lin.21. reliquum 1. pag.29.l.33.leg.242. pag.33.l.16. leg.3341. pag.35.l.13.leg.126. l.14 leg.6.& 246. min. pag.43.l.17.leg.44.relict. lin.20.leg.16:31. pag.44.l.26.leg.duplica 6. pag.51.l.11.leg* $\frac{2}{5}$. *pag.54.l.9.leg.* $\frac{11}{7}$. *lin.13.leg.* $\frac{43}{13}$, $2\frac{1}{3}$. *l.28.leg.* $2\frac{33}{72}$ *pag.55.l.1.leg.* $3\frac{5}{108}$. *l.3.leg.* $644\frac{2}{3}$. *l.7.leg.* $800\frac{17}{24}$. *l.14.leg.* $\frac{8}{3}$. *tolle* $\frac{1}{3}$. *pag.56.leg.reliquus erit* $2\frac{1}{12}$. *pag.57.l.11.leg.* $\frac{23}{100}$. *pag.59.l.11.leg* $\frac{3}{32}$. *pag.62.l.penult.leg.* $\frac{1013}{4013}$ *pag.63.l.22.leg ut 6. lin.25.relictis 450.qua 7. pag.64.l.2. leg.BD & DC. pag.64.l.18.leg faciunt* $7\frac{21}{46}$. *lin.ult. leg.42.uln. pag.66. lin.1.leg.emuntur 36.fl. pag 67 l.5.leg.576. l.6.leg.*$9\frac{1}{7}$ *unc.* Nota, *In Triang.Canone graduum à 55 usq; ad 66 minuta ult. minimum columna. pag.116. & 117 malè sunt disposita, sic ut loco 0 reponenda 10, & loco 10 ponen.20. & sic consequenter.*

ARITHMETICAE LIBER PRIMVS.

CAP. I.

DE NOTATIONE.

ARITHMETICA est bene numerandi scientia. Bene autem numerare, est vim proprietatem, & usum numerorum rectè considerare.

Numerus est compositarum unitatum aggregatio, *ut: duo, tria, quatuor, decem, viginti, &c.*

Vnitas verò est qua unumquodque dicitur unum, *sive id corporeum, sive incorporeum fuerit, ut unus angulus, unum animal, unus lapis, &c.*

Arithmetica duplex est: Simplex & Comparata.

Simplex, quæ simplices seu comparationis expertes numeros exercet: eaque perficitur vel notatione, vel numeratione.

Notatio est numeri cujusvis per notas & characteres explicatio.

Notæ autem quibus numeri notantur, & in abaco scribuntur, sunt decem: quarum unica litera *cyphra* appellatur, & sola per se nihil significat, ad dextram tamen posita valet ad alias notas ampliandas, scribiturque ut circulus, vel litera O: reliquæ novem *significantes* dicuntur, per se enim significant, & scribuntur ut hic apparet.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
unum,	duo,	tria,	quat.	quinq.	sex,	sept.	octo.	novē.

Hæ notæ solæ quidem tales obtinent singulæ valores, quando sine locorum respectu considerantur, verùm quando ad loca referuntur, eorum respectu in decupla proportione augentur, & istorum locorum series procedit à dextra

 versus

versus sinistram: more Hebræorum & Arabum, à quibus hæc ars profecta.

Quælibet igitur notarum primo loco posita; se ipsam tantùm simpliciter significat, secundo loco, qui deinde lævam versus sequitur, nota quævis seipsam decies repræsentat, tertio centies, quarto millies, quinto decies millies, sexto centies millies, septimo millies millies, atque hoc pacto ad infinitum, ita ut loca ordine in decupla portione sese superent.

In primis Tiro in tribus aut quatuor locis exercendus, *quapropter hunc numerum, 642, sic exprimes: sexcenta, quadraginta & duo, istum verò 8463 sic, octo millia, quadringenta, sexaginta & tria, tandem & hunc 3047, tria millia, quadraginta & septem.* Hisce probè cognitis, facilè quis quemcunque numerum expresserit, eundem in membra distribuendo, hoc ut sequitur modo: initio facto à dextris post ternas singulas notas commate interposito numerum distingue, ita nimirum, ut inter duo quælibet commata tres interjaceant characteres, *ut hic factum vides, 62. 296. 785, 432,* distribuiturque propositus iste numerus in quatuor membra, ita ut singula membra ternis notis & characteribus constent, ultimo membro versus sinistram excepto, quod aliquando unam, modo duas (ut in proposito exemplo) modo tres notas admittit: ab hoc ergo incipiendo quodlibet membrum seorsum & singulatim exprimendum, ita ut primam notam à commate simpliciter: secundam decies, tertiam centies enunties, ac si nullæ aliæ præterea essent notæ: Sed post cujusvis membri pronuntiationem vox (mille) toties apponenda, quot commata & membra sequuntur illud quod enuntiatur, ita tamen ut prima vox (millia) audiatur, & deinde semper dicatur (millies) *Exempli gratia, subjiciamus hujus numeri valorem explicandum 74, 564, 089, 506. 859 in quo ritè distincto, reperiuntur quinque membra, & ab ultimo membro (74) incipiendo, idem sic pronuntiabis: septuaginta & quatuor millia, millies, millies, millies, ita ut vox* mille *quater audiatur, propter quatuor commata & membra, quæ hoc, quod enunciatur, sequuntur.*

Membrum penultimum (564) hoc modo: quingenta, sexaginta & quatuor millia, millies, millies.

Membrum antepenult. (089) octuaginta & novem millia, millies.

Membrum secundum (506) quingenta & sex millia.

Primum denique membrum (859) octingenta, quinquaginta & novem.

Ex his deinceps haud difficile fuerit quemlibet propositum numerum, habita ratione notarum & locorum, characteribus suis assignare & exprimere.

CAP. II.

De numeratione, ejusque prima specie additione.

NVmeratio est quæ datis duobus numeris, legitimè tertium invenit. Species numerationis sunt quatuor.

ADDITIO, SUBTRACTIO, *quæ* numeratio prima *appellantur, quia numerum cum numero semel tantum numerant.* MULTIPLICATIO & DIVISIO, *quæ numerum cum numero numerant multoties. Vnde* numeratio secunda *dicuntur.*

De prima specie numerationis Additione.

Additio est numeratio prima, quæ duos vel plures oblatos numeros in unam summam colligit.

Patet ex definitione numerationis, si quando plures numeri quàm duo addendi sint, binos numerandos esse, ut si 4, 5 & 8 simul addendi sunt, primo 4 & 5 colligantur, deinde eorum summa ad 3 addatur: numeratio enim ex duobus tertium invenit.

In primis in singularum notarum additione exercendus Tyro, *ut duo & 3 sunt 5, 4 & 7 sunt 11: item 9 & 8 constituunt 17.*

Facilis deinceps reddetur plurimorum numerorum additio, dummodo rectè ordinentur, disponanturque eorum notæ, ut patet in exemplo:

Fingere accepisse ab uno debitore 683 aureos, ab altero 592: item à tertio 851, denique à quarto 97. Quæritur acceptorum aureorum summa. In his & similibus coacervandis ita disponendi erunt numeri, ut nota prima numeri inferioris directè sub prima superioris collocetur: secunda, sub secundâ: tertia sub tertiâ constituatur, ut hic factum vides:

683
592
851
97

Quod commune est additioni substractioni & multiplicationi præceptum. Cæterum quod ab auctoribus præcipitur, majorem numerum superiorem ponendum, id quidem in substractione & divisione necessarium est præceptum, sed in additione & multiplicatione operationem commendat.

Notis hoc modo ritè dispositis, subtus ducenda linea, factoque initio à dextris, omnes notas primi ordinis sive loci in unam summam collige, eam si unica nota scribi potest, sub primo loco scribe: si verò duabus scribi oportet, tantùm dextra scribatur, reliquam secundi loci notis adjunge, earumque summam coacervatam eodem modo, si unica constet figura, directè scribè; sin duæ, dextram scribe, & sinistram proxime sequenti ordini adjice, sicque pergere ne desinas, donec omnes ordines collegeris: sed in fine integrum numerum scribendum, sive is unam, sive duas habuerit notas, cogita.

683
592
851
97
———
summa 2223.

ut in priori exemplo, facto initio à dextris, junge 7 cum 1, fiunt 8. quibus 2 cum 3 additis, colliguntur 13, qui numerus non nisi duabus potest scribi notis, proinde prima ejus, seu dextra, hoc est 3 sub primi loci characteribus scribatur, altera sinistra, nempe 1, cum notis ordinis succedentis, hoc est, 9, 5, 9 & 8 conjungenda, fiuntq; 32, cujus prima nota, 2, figuris secundi loci subjicienda, sinistrâ, nempe 3. cum notis loci tertii, hoc est, 8, 5 & 6 copulanda, & emergunt 22. quæ integrè subscribenda, quoniam in opere ad finem perventum: & summa acceptorum desiderata existit 2223 aureorum.

Ars sic exposita exemplis illustrior fiet.

Quæritur quam pridem vixerit Homerus, & respondetur à Gellio ante conditam Romam 160 annis, quæ ante Christum natum 752 annis extructa; Christum verò natum anno ab hinc 1625. Addantur hi tres numeri, summa inductionis, indicans Homerum annos ab hinc 2537 vixisse, erit hoc modo

addendi	160
	752
	1625
summa	2537

sic anni additi ab orbe condito usque ad diluvium	1656
Inde ad fœdus cum Abrahamo	428
Inde ad legem Mosaicam	430
Inde ad templum Salomonis	480
Inde ad captivitatem Babyl.	437
Inde ad liberationem per Cyrum	70
Inde ad natum Christum	456
Inde ad hunc usque annum	1610
summa	5582

Si ex

Si ex unius loci additione numerus tribus notis scribendus producatur, (quod tamen rarò accidit) tunc prima nota primis subscribenda, reliquæ ordine vel addendæ, vel scribendæ. Verùm in talibus exemplis consultiùs fuerit operationem in duas aut plures distribuere additiones: atque sic collectas summas in unam deinceps colligere.

Solent post peractam operationem examinare utrum debitè facta sit additio, id quod omnium certissime fiet per sequentem speciem subductionis. Quando enim additorum numerorum unus ab integra summa auferatur, residuumque istius subductionis reliquis addendis fuerit æquale, rectè facta erit additio, *ut in primo exemplo ablatis 683 ex summa 2223, relinquuntur 1540, quot etiam reliqui numeri 952, 851, 97 simul additi producent. Hoc examen certissimum est, licet altero operosius.*

Hæc de additione.

CAP. III.

DE SVBDVCTIONE

Specie secunda.

SVbductio est numeratio prima; quæ numerum à numero auferens, reliquum datorum invenit.

Hæc itaque species superiori est contraria, namque eam adhibemus cùm ex multis unam facimus summam: contra hac utimur cùm minorem numerum à majori subducimus, ut excessum majoris cognoscamus. Vter autem major sit ex ultimis eorum notis cognoscitur. Cujus enim ultima nota major, ille numerus etiam est major. Quod si ultimæ notæ duorum numerorum æquales fuerint, illum numerum majorem æstimabis, in quò prior nota major occurrit, ut his exemplis superiores

546	6522	7858	*numeri majores sunt*
391	6489	7838	*inferioribus.*

2. Subductionis exercitatio in primis novem notis præmittenda: *ut 3 subducta ab 8, relinquunt 5: & tolle 4 à 7, remanent 3: & 4 de 8 sublata, relinquunt 4, & sic consequenter per omnes notas.*

3. In plurium notarum subductione, major semper numerus, à quo fieri debet subductio superiori loco collocandus; minor sive subducendus loco inferiori, ita tamen ut prima nota primæ, secunda secundæ, tertia tertiæ &c, respondeat, *ut hic factum video:*

874563
598542

276021

Subjecta deinceps linea, subducatur prima nota numeri inferioris ex prima superioris: *ut 2 ex 3, restat 1, quæ primo loco subter lineam collocetur*, non aliter secunda inferioris à secunda superioris auferenda, *ut tolle 4 ex 6, restant 2, hæc scribatur: atque ita deinceps ad finem usque pergito.* Quod si duæ notæ occurrant æquales eis o subscribatur: *ut in nostro exemplo loco tertio, 5 ex 5, restat nihil: hic subjicimus cyphram.*

Si verò nota numeri inferioris major fuerit superiori, & ab ea propterea auferri nequeat: *ut quarto loco nostri exempli accidit, 8 enim ex 4 non possunt auferri*, id quoties evenit, ipsi notæ superiori denam semper adjungas, & ab aggregato numero inferiorem auferas notam, & residuum tandem scribe. Verùm cautè observandum, ut unitas à proxime succedente superiori nota tollatur: *ut (quemadmodum inceperamus) quoniam quarto loco nostri exempli 8 non possint auferri à 4, ipsis 4 adjungo 10, fiunt 14: dico igitur si 8 auferantur à 14, resultabunt 6, quæ infra lineam sub 8 scribo. Jam verò à subsequenti superiori nota 7 aufero mentaliter unitatem, restant 6, à quibus 9 auferenda, quod neque hic fieri potest, unde & ipsis 6 additis 10, exurgunt 16, ac inde 9 aufero, restant 7, ea subscribo; atque iterum eandem ob causam à subsequenti superiori nota, nempe 8, aufero unitatem, restant 7, à quibus 5 sublatis, residuum ejus 2 subscribo, eritque operatio absoluta.*

Sequuntur exempla omnem in subductione varietatem recipientia.

Ex contractu debes mihi aureos 27432, solvisti 8263. Quæritur quantum restet solvendum?

debitum 27432
solutum 8263
---
residuum 19169.

Trium sociorum pecunia collata sit 89426, exinde duo pro sua parte acceperunt 50909. Quæritur quanta fuerit pecunia tertii? Inductio sic erit.

89426
50909
---
pecunia tertii 38517.

Carolus

Carolus Magnus Imperator coronatus anno Christi 801, nunc autem est annus 1625. Quæruntur anni ab imperio Carolis: subductio sic erit.

1625
801

anni ab imperio 824 Caroli.

5. Si significantes notæ à cyphris subtrahuntur, eadem mutui acceptio locum habet: *ut si de 800035 auferantur 174, aufer primùm 4 de 5, remanet 1: mox 7 cùm de 3 auferre non possis, aufer à 13, restant 6. etsi enim sequentes tres notæ cyphræ sint, quæ nihil per se significant, quia tamen notam significantem, & præpositam habent, in eam usque hæc mutui detractio redundabit, & pro numero intacto 8000 intellige 7999, qui numero isto unitate minor existit: aufer igitur 1 de 9, remanent 8. Porro cum sequentibus duabus cyphris nulla nota subtrahenda respondeat, ipsis singulatim subscribe 9, & postremæ notæ 8 subscribe 7; intelligens huic notæ illam unitatem decedere, quam à primæ cyphrarum petieras*

800035
174
799961

60080054
365065
59714989

Sequitur alia & facilior subducendi formula.

Hæc genuina & propria existit subducendi ars, quam tamen artifices alia operationis formula faciliorem reddere studuerunt, ut sequitur. Quando inferior nota major est superiore, à qua subtractio fieri non poterat, auferunt inferiorem à 10, residuoque ipsam superiorem addunt, aggregatumque sub linea annotant, postea ne à superiori auferre unitatem cogantur, quam mutuo accepere, proximæ notæ inferiori sinistram versus unitatem adjiciunt, productumque ex superiori nota (nulla prius ex ea unitate dempta) auferunt. *Eadem enim semper inter superiorem & inferiorem notam differentia erit, sive ex superiore unitatem auferas, & inferiori nihil addas, sive ex superiore nihil auferas, & unitatem inferiori adjicias. Sed hæc ut magis illustrentur, posterius exemplum repetamus: primũ, non quia 5 possunt à 4 auferri, subduco ea ex 10, & residuum nempe 5 superiori notæ 4 adjicio, fiuntque 9;*

60080054
365065
59714989

quæ annoto, & infra lineam scribo: Deinde inferiori sequenti 6 addo unitatem, fiunt 7, quæ rursus ex superiore 5 auferenda. At quoniam id non possum, subduco 7 ex 10, restant 3, quæ superiori 5 adjicio, fiunt 8, ea subscribo: Atque iterum ob causam eandem sequenti 0 adjicio unum, quod ex 0 auferri nequit, unde ex 10 auferendum; & residuum 9 subscribendum: rursus inferiori notæ 5 addo 1, productumq; 6 ex 10 tollo, restant 4 scribenda. Demum ad 6 adde 1, & 7 ab 8 sublatis, remanet unitas infra lineam ponenda. Porro 3 non possunt subduci ex 0, unde ex 10 ea aufero, & residuum 7 subscribo. Jam verò sequenti notæ inferiori addenda foret unitas, sed nulla sequitur, unde ea loco tantùm sequenti adjicienda, & à superiori auferenda, quod dum non possit, aufero eam ex 10, restant 9, eaque scribo. Rursus hic inferiori loco ultimo addenda unitas, quæ à superiore nota 6 auferenda, residuumque 5 scribendum, estque absoluta operatio. Si plures termini fuerint subtrahendi, vel ejus à quo subductio facienda est: prius additione in unam summam reducendi: *ut si velis subducere 4689 de 8656 & 7984, adde posteriores duos numeros, summa erit 16640, quibus aufer 4689, reliquum erit 11951.*

Quæstor accepit prius 765, deinde 547, iterum 1854. Exposuerit prima vice 496, secunda vice 1543. Quæratur residui summa? Summa acceptorum est 3166, expensorum summa 2039, quibus invicem sublatis erit residuum 1127, ut patet ex inductione.

	765		
accepta	547	*expensa* 496	3166
	1854	1543	2039
	3166	2039	1127 *residuum.*

Examen fit per additionem.

7. Si numerum residuum cum numero subtrahendo conjungas, necessariò producetur numerus superior, à quo nimirum subtractio facta est: *ut in posteriori exemplo, subtrahendus numerus 2039, residuo 1127 junctis, efficiunt 3166, atque ès est numerus à quo subtractio fuit facta.*

CAP. IV.

DE MVLTIPLICATIONE.

HActenus de prima numeratione, sequitur secunda, quæ numerum cum numero toties numerat, quot alter datorum unitates continet,

continet, idque vel vel multiplicando, vel dividendo. Vnde & *Multiplicatio* aut *Divisio* dicitur.

1. Multiplicatio est numeratio secunda, quæ multiplicandum toties addit, quoties unitas in multiplicante continetur, ut habeatur factus: *ut si 4 multiplicanda sint per 3, toties quaternarium sibi ipsi addas, quot in ternario unitates reperiantur hoc est, quaternarium sibi ipsi ter addes*

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

ut fiant

Quare multiplicatio nihil est aliud, quàm compendiosa additio ejusdem numeri secum, non autem diversorum.

2. Per multiplicandum, intelligimus numerum, qui pro numero unitatum alterius augmentandus erit, & in operationis forma locum superiorem occupat. Multiplicantem verò appellamus qui alium metitur, & in operatione multiplicando subscribitur. *Nihil autem refert cuinam datorum multiplicantis vel multiplicandi munus tribuas, numeri enim inter se multiplicati, eundem producunt: ut quater 5 sunt 20, & quinquies 4 sunt itidem 20, nempe multiplicans fit multiplicandus, & multiplicandus, vicissim multiplicans.* Commodior tamen erit operandi formula quando majorem numerum multiplicandum facis, & eum qui minor est multiplicantem, *facilius enim est invenire ter novem, quem producant numerum, quàm novies ter, & sic de cæteris.*

3. Priusquam verò ad ipsam operandi formam accedas, opere prætium est digitorum mutuam inter se multiplicationem, ex sequenti tabella, memoriæ tradere.

2	2--4	3	3--9	4	4--16	5	5--25	6	6--36	7	7--49
	3--6		4--12		5--20		6--30		--42		8--56
	4--8		5--15		6--24		7--35		8--48		9--63
	5--10		6--18		7--28		8--40		9--54	8	8--64
	6--12		7--21		8--32		9--45				9--72
	7--14		8--24		9--36					9	9--81
	8--16		9 27								
	9--18										

His ita præmissis praxis indicanda.

4. Multiplicaturus numerum quemcunque per alterum, scribe utrumque illorum, ordine servato, ut in additione monuimus, ita tamen ut multiplicandus superiori, & multiplicans inferiori loco statuantur, subjectaque linea, quamlibet notam multiplicantis & inferioris numeri, per omnes & singulas multiplicandi figuras, incipiendo à dextra, & sinistram versus progrediendo, duces: singulos numeros productos sub linea scribendo, ita tamen, ut producti numeri duabus notis scribendi, tantum prima ponatur, altera verò sequenti loco addenda servetur.

Verbi gratia.

Si numerus 5864 multiplicandus proponatur per 4065, stabit exemplum sic. Duco primam multiplicantis notam, hoc est 5, in primam multiplicandi,

```
5864 multiplicandus,
4065 multiplicans
----
```

utpote 4, fiunt 20: scribo priorem 0, altera nempe 2 servata, duco rursus eandem primam multiplicantis 5 in secundam multiplicandi 6, fiunt 30, quibus additis duobus prius servatis, exurgunt 32, cujus primam, 2, scribo, altera 3 servata. similiter 5 per 8 proferunt 40, quibus cum accedunt 3 servata, conficiuntur 43, scribo 3, & mihi reservo 4. Denique duco 5 in 5, fiunt 25, quibus cum accedunt 4 servata, prodeunt 29, quæ integre annoto, propterea quod ad finem perventum sit. Iamque confecta esset operatio multiplicationis, si multiplicans numerus unicâ notâ constaret. Sed quoniam adhuc duæ restant notæ significantes, bis adhuc eadem operandi formula repetenda. Priori ergo cancellata vel deleta, cum sequenti multiplicationis nota 6 eodem modo procedo, eandem in singulas superioris notas ducendo, & producuntur ex ista multiplicatione (ut in descriptione hac videre est) 35184. Verum hic observandum, ut prima producti numeri nota non sub prima multiplicantis, sed exactè sub secunda (ex cujus nimirum multiplicatione productus est numerus) collocetur: reliquæ verò decenti ordine sinistrorsum pergant.

```
    5864
    4065
   -----
   29320
```

```
    5864
    4065
   -----
   29320
  35184
```

5. Si intermedio multiplicantis loco cyphra fuerit, ut in tertio nostri exempli loco fit, illa in multiplicatione omittenda, & per sequentem significantem no-

tem notam utpote 4 totum multiplicandum ulterius ducendum erit, & sic producuntur 23456. Quorum primam notam exactè sub sua multiplicante colloco, quas reliquæ suo ordine sequuntur, ut hic videre est.

	5864	*multiplicandus,*
	4065	*multiplicans.*
3 X 5 (6)	29320	*numeri geniti ex ductu singularum multiplicantis, in omnes multiplicandi notas*
3	35184	
	23456	
	23837160	*factus.*

6. Similiter si plures multiplicantis notæ fuerint, eas singulatim oportet in totum multiplicandum ducere, productorumque numerorum notam primam sub suis multiplicantibus constituere, & reliquas ordine consequi. Tandem linea subtendenda, omnesque numerorum ordines, prout ex singularum notarum multiplicatione geniti, & inter lineas descripti in unam summam per additionē coacervandi: summa hinc proveniens, utpote 23837160, erit factus.

Sequuntur exempla.

Placet reducere annos Christi AEgyptiacos 1609 elapsos in dies. Quoniam quilibet annus AEgyptiacus constat 365 diebus, multiplico 1609 per 365, prodeunt dies 587285.

	1609	*anni*
	365	*dies anni unius.*
8 X 5 (7)	8045	
8	9654	
	4827	
	587285	*Dies omnes.*

In longitudine aciei quadrangularis, dispositi sunt milites 546: in latitudine 263 Quæritur numerus integræ aciei Invenies per numerorum multiplicationem 143598 milites.

Exemplum plurimorum numerorum.

In hoc exemplo totum multiplicandum utpote 465685 primo duximus in 3, producuntur 1397055. Deinde eundem multiplicandum per 6 duximus, fuitque fa-

ctus 2794110, quem factum etiam colliges quando productum ex 3, utpote 1397055 duplicaveris, propterea quod ternarius contineatur in senario bis: namque bis tria sunt 6. Consimiliter tertio loco multiplicavimus per 4. suntque facti 1862740, & quarto loco per 8 multiplicando, effecimus 3725480, quem productum etiam efficies,

```
                465685
                 98463
              -------
                1397055
               2794110
              1862740
             3725480
            4191165
          ----------
          45852742155  factus.
```

```
  3
7 X 3
  3
```

factum ex 4 utpote 1862740 duplicando, si enim 4 bis accipis, octo produces. Tandem multiplicavimus per 9, fuitque factus 4191165, quem etiam produces priorem productum ex 3, utpote 1397055, triplicando: propterea quod 3 in 9 ter contineantur. Eundem quoque factum accipies, si producto per 8. utpote 4725380 numerum multiplicandum 465685 semel addas; namque si octonario unitatem addis, efficies 9. Hac & similia compendia crebra exercitatio plurima invenit.

Exemplum non injucundum.

Quæritur quot modis quæcunque res inter se possint commutari, manente semper eodem numero rerum: accipe tot numeros in serie numerali, quot sunt res, initio facto ab unitate, & illi omnes inter se multiplicati ostendent propositum. *Verbigratia.* duæ res, ut A, B duobus modis variari possunt, quevis enim primum occupat locum, & 1 per 2 faciunt 2: Atque quatuor res 24 permutationes inter se admittent, quod docebunt 4 numeri hoc ordine 1, 2, 3, 4 dispositi, & inter se multiplicati, gignunt enim 24: sic 9 numerorum nota, significantes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 inter se multiplicati, producunt 362880, quæ propterea toties inter se commutari possunt.

Eadem Inductione colliges 24 literas Alphabeti cujusque conjunctionis inter se constituere permutationes 25852056738849766400000 & tamen nulla litera bis sumitur, quod incredibile, & sic datur omnium dictionum utilium & inutilium numerus, quando in una dictione nulla litera bis vel ter &c. assumitur: alias enim multò plures forent.

NOTA.

NOTA.

7. Si multiplicandus & multiplicans, vel horum alteruter tantùm, aliquot cyphras à principio habuerint, omissis cyphris, notas significantes inter se saltim multiplica, factoque cyphras semotas præponе, & magno compendio multiplicationem absolves. Hinc manifestum est (cùm unio sua multiplicatione numeros non augeat) si nota extrema sit unitas, reliquæ cyphræ: tum ille multiplicando solum præponantur, & habebitur factus.

	543 | 00
	35 | 00
8650	2715
100	1629
865000 factus	19005000 factus.

Examen.

8. Examinatur multiplicatio per divisionem, si enim factus per alterutrum multiplicatorum numerorum dividatur, necessario alter numerus in quotiente prodibit. Quæ quidem divisio facillima reddetur, quia opus non erit quotientes notas inquirere, cum eæ ordine omnes in altero multiplicato numero contineantur.

Aliud Examen.

Examen etiam institui potest per abjectionem novenarii numeri hoc pacto. Rejiciatur 9 ex omnibus numeri multiplicandi notis ordine collectis quoties fieri potest, & quod reliquũ est pone juxta X ad sinistras: eodem modo fiat cum notis multiplicantis, & residuum scribe ad dextras. Multiplicatis his residuis inter se, & ex producto rejectis 9, statuatur residuum in superiore parte crucis: postremo, ex producto numero rejectis quoque 9, necessum erit residuum hoc æquale esse residuo superioris crucis partis, si erratum non &c.

Est mirabilis hæc proprietas novenarii, ut si notas cujuscunque numeri inter se addas, & ex summa rejicias 9. vel certe si summa hæc duabus notis scribitur, duasque has notas in unam summam colligas, tantundem relinquatur vel componatur, quantum relinqueretur, si rejiceas 9 toties ex toto numero, quoties potes. Vt si ex numero 56 rejiciantur 9, quoties fieri potest, (nempe sexies) remanebunt 2. Sexies enim 9 faciunt 54: eundem residuum acquires,

sumendo notas numeri ejusdem 56 seorsim, & dixeris 5 & 6 faciunt 11, ex quibus denuo 9 ablatis, relinquuntur 2. ut supra: Eodem modo ex numero 78, si abjiciantur 9 octies, relinquunrur 6, & si dicas 7 & 8 faciunt 15, rejiciasque 9, similiter, dicas 5 & 1 faciunt 6, tantum habebis, quantum prius reliquum fuit.

Exemplum hujus examinis.

Primum multiplicationis exemplum habet multiplicandum 5864, Cujus notæ numerales sic colliges 8 & 5 faciunt 13, reliquum 4, nam 1 & 3 faciunt 4, quantum nimirum relinqueretur, si 9 ex 13 rejicerentur, ut dictum est: additis 4 ad 6 fiunt 10 id est 1. Cui si addantur 4, fiunt pro reliquo 5, in sinistra crucis parte constituenda. Multiplicantis nota sunt 4065, & 4 ad 6 addantur, fient 10, id est, 1, cui si 5 accedant relinquunt 6 in dextra crucis parte scribenda: 6 per 5 multiplicata proferunt 30 quorum reliquus 3, pone in superiori crucis parte: facti 23837160 notæ numerales collectæ, similiter dabunt in reliquo 3. Quare operatio satisfacit examini, sin minus, errorem irrepsisse indicium erit, non tamen reciprocatur, aliquando enim examen indicat rite esse operationem institutam, cum tam vitiosa existit: Non immeritò tamen ea à peritis Arithmeticis usurpatur.

CAP. V.

DE DIVISIONE.

DIvisio est numeratio secunda, quæ numerum à numero quoties fieri potest, subducit, ut habeatur quotus.

Verbi gratia. *12 per 4 dividere, est 4 ex 12 subducere quoties id fieri potest.*

Quod cum ter fieri queat, habetur quotus 3; significans 4 in 12 ter contineri. Quare divisio nihil aliud quàm compendiosa subductio, & numerus iste, à quo ista subductio fit, vocatur *dividendus*; numerus verò, qui artificiose subducitur: *divisor*. Denique numerus qui ex divisione procreatur, *Quotus*, sive *Quotiens* nuncupatur, qui se habet ad unitatem, quemadmodum dividendns ad divisorem.

Formula dividendi his præceptis continetur.

1. Numerus dividendus superiori loco scribitur, divisor loco inferiori, idque

que contrario ordine ac in superioribus speciebus. Namque incipiendo à sinistris, ultima divisoris nota sub ultima dividendi collocanda, penultima sub penultima, reliquæ suo ordine: A dextris vero ante primam dividendi notam, linea lunaris pingitur.

Verbi gratia.

Sint dividendi 7744368, per 2864. stabit exemplum sic.

7744368(
2864

2. Sin autem divisor, sive numerus inferior excedat, sive major fuerit, quàm numerus verticalis, & supra se locatus, postrema divisoris nota non sub ultima, sed penultima dividendi nota collocanda, ut hæc descriptio ostendit:

2080471109856 3(
592767

3. His peractis video quoties divisor in numero superiore (quem verticalem appellavimus) contineatur: sed id commodius fiet si de sinistra tantùm divisoris nota quæstio instituatur, & quotum istum inventum post lunarem scribo, perque eundem totum divisorem multiplico, productumque ex verticalis dividendi numero aufero, residuumque annoto, quod semper minus debet esse divisore, alioqui error commissus.

4. Si interim ex multiplicatione quoti (à lunari linea notati) in divisorem, plus exurgat, quàm numerus ille verticalis, à quo subtrahendum erit. Delendus erit ille quotus, & unitate minor scribendus, idque tantisper faciendum, donec ex multiplicatione numerus producatur, qui verticali est minor, aut saltem æqualis.

5. Hæc sunt præcepta per universam divisionem observanda, quæ toties in divisione (ne verbo quidem mutato) sunt repetenda, quot fuerint notæ in dividendo numero reliquæ.

Exempli gratia.

Repetatur primum exemplum, in quo juxta primum præceptum divisor infra dividendum sic scribitur: Deinde quæro quoties divisor in dividendi supra se locato numero contineatur, quod ut facilius inquiram, quæstionem instituo de ultima nota, quoties nimirum 2 in 7 contineantur, & quamvis videtur quod ter, tamen, quia ex multiplicatione hujus per divisorem producitur numerus major verticali, à quo idem ille productus subtrahendus erit: Quare per secundam exceptionem accipio saltem 2, quæ à lunari linea pro prima quotientis nota annoto, totumque divisorem per

eundem

eandem multiplico, producuntur 5728, infra verticalem dividendi numerum scribenda, primam notam sub prima, reliquas ex ordine ponendo, hisce lineam subtendo:

Formula operandi prima.

```
7744 3692 ( 2
2864 divisor
5728
----
2016
```

Deinde eundem productum ex verticali numero 7744 aufero, & residuum utpote 2016, quod minus est divisore, infra lineam annoto: ut videre est in exemplo.

Porro quoniam adhuc in dividendo numero quatuor notæ, nempe 3692 restant intactæ, unde ut absolvatur divisio ista operandi formula quater repetatur.

Sequitur operatio secunda.

Nota dividendi antecedens intacta (utpote 3) cancelletur, & ad dextras numeri residui, utpote 2016, ascribatur; quibus divisor sublocetur, ita ut prima divisoris nota, primæ, secunda secundæ, &c. respondeat: ut hic vides.

Formula operandi secunda.

```
7744 3692 ( 27
2864
5728
----
2016 3
2864 divisor
20048
-----
115
```

Rursus quærendum quoties divisor in supra locato numero contineatur, & quamvis ultima ejus nota, nempe 2 in verticali sibi numero, 20 decies contineatur, pro quoto tamen accipio, & à lunari linea annoto tantùm 7, idque propter causas in secunda exceptione explicatas. Per hunc quotum divisorem multiplico, & exurgunt 20048, quibus linea subtensa, eundem productum ex superiori numero 20163 aufero, residuumque (utpote 115) infra lineam scribo, & absoluta erit operatio secunda.

Operatio tertia.

In operatione tertia rursus antecedens dividendi nota intacta, utpote 6 cancellanda, & dextræ residui parti ascribenda; verum iste numerus, nempe 1156, quia divisorem ne semel in sese continet, utpote cum eo minor sit, ideo pro tertio quo to, post lunarem lineam cyphram, 0, annoto, & operatio tertia erit absoluta.

Opera-

Operationis formula tertia.

```
77443692(270
2864
5728
----
2016:3
 2864
 20048
-----
  115:6
```

LIBRARY.

Operatio quarta.

In quartâ operatione intactam dividendi notam 9 cancello, & numero 1156 à dextris adjungo, eisque divisorem (ut antea) subscribo, & quaro deinceps, quoties divisor in suprapposito sibi numero continetur, & quamvis ultima divisoris nota, 2, in supra se locato numero 11, contineatur quinquies, non tamen plus quàm 4 in quoto post lunarem annotandum erit, quæ per divisorem multiplicata, producunt 11456, atque his à superiori numero 11569 sublatis, relinquunt 113.

```
77443692(27040
2864}
5728} 1. operat.
----
2016:3}
 2164} 2. operat.
20058}
-----
 115:6:9} 3. operat.
  18 6 4} 4. operat.
 114 5 6}
-------
   113:2   5. operat.
```

Operatio quinta.

Restat adhuc prima dividendi nota, 2, intacta, quæ apponenda residuo 113, ut fiant 1132. Verum quia hic numerus minor existit divisore, unde post lunarem lineam pro quoto quinto ascribe 0, atque ita divisio est absoluta, remanetque numerus hic 1132, qui post quotientem supra divisorem, linea inter ipsos interjecta, scribendus erit, ut fiat fractus numerus: Quare quotus ex divisione genitus

sic erit $27040\frac{1132}{2864}$ — *Quid verò sit hujusmodi fractus numerus, & quomodo ejus valor in monetis & mensuris explorandus sit, in doctrina fractorum numerorum docebimus.*

5. In hoc exemplo jam explanato, omnis dividendi varietas occurrit, quo bene percepto, etiam in plurimorum numerorum divisione nulla difficultas orietur. Totus labor in eo esse videtur, ut sciamus quoties ultima divisoris nota ex verticali numero sumi debeat, ut nimirum iste quotus per omnes divisoris notas multiplicatus, producat numerum à verticali subtrahendum, cujus tamen residuum sit divisore minus. Levior reddetur iste labor, si quando divisor ex pluribus constat notis, ut acceptam quotientis notam meditatione per duas saltim posterioros divisoris notas multiplices, productumque cum verticalibus conferas, sic enim dicto citiùs meditaberis, num accepta quotientis nota sit major aut minor: aliquando meditatio de tribus posterioribus divisoris notis facienda.

6. Sequitur exemplum plurimorum numerorum, in quo natatu dignissima indicantur.

In hac divisione octo conspiciuntur operationes, subscripta enim divisore sub dividendo, & prima operatione ad leges præscriptas peracta, septem dividendi notæ intactæ à dextris sequuntur, quæ priorem operandi formulam septies iterandam admonent. Verum in eis administrandis, his uti licet compendiis.

In prima operatione pro quotiente invenimus 3, quæ per divisorem multiplicata, producunt 1799301.

In secunda operatione secundus quotus repertus fuit 4 per divisorem itidem multiplicanda, ut fiant 2399068, quem factum etiam produces, si priori producto per 3 (hoc est 1799301 divisorem semel addas.

In tertia operatione quotus 6 repertus, & in divisorem mul-

```
  20804711098563(34687989
    599767 }
3 1799301 } 1. operat.
  ------
   2811707:1 }
     599767 } 2. operat.
4  2399068 }
  ------
    4126330:1 }
      599767 } 3. operat.
6   3598602 }
  ------
     527728:9 }
       599767 } 4. operat.
8    4798136 }
  ------
      479153:8 }
        599767 } 5 operat.
7     4198369 }
  ------
       593169:5 }
         599767 } 6. operat.
9      5397903 }
  ------
```

tiplicatili

tiplicatus, producit 3598602: quem productum etiam colliges, si productum per 3, hoc est 1799301 duplicaveris. Quotus quartæ operationis 8 producit sua multiplicatione in divisorem 4798136, eundemque productum colliges, pro-

533792.6
59976 7 } 7. operat.
8 479813 6

539790:3
59976 7 } 8. operat,
9 539790 3

ductum per 4, utpote 2399068 duplicando. Quotus quintæ operationis 7 in divisorem ductus, profert 4198369, eumque similiter acquires, si à producto per 8, utpote 4928136, divisorem semel auferas, vel si producto per 6, utpote 3198602 divisorem semel addas, eodem modo, quod producitur ex ducto sextæ operationis quotiente 9 in visorem, utpote 5397903, etiam acquires, si producto per 8, utpote 4798136, divisorem adjeceris, vel si productum per 3, utpote 1799301, triplicaveris. Porrò in septima operatione 8, & in ultima 9, pro quotis reperta, eorum singulorum in divisorem multiplicatio superius fuit peracta. Unde hic numeri producti saltim transcribendi.

Hæc compendia partim in superiore specie multiplicationis etiam annotata, ad expeditam & certam operationem perficiendam plurimum faciunt.

7. Formula Divisionis contracta.

Quæ à nobis hic proposita fuit propria & genuina est dividendi formula ex subductione & multiplicatione derivata quæ tamen contrahi & paucarum notarum scripturâ absolvi potest. Non enim opus, quando quotum inventum per divisorem multiplicamus, ut productus integre scribatur, sed in singularum notarum multiplicatione fiat à verticali & supra locatâ nota subductio, memoriæ mandando illud, quod mutuo accipitur Quam dividendi formam hic oculis subjicimus in qua tamen observanda erunt 5 illa præcepta à nobis in principio declarata.

Repetatur primum exemplum, in quo juxta 1 & 2 præceptum divisor infra dividendum scribitur.

1016
Quære deinde per 3 7744369 2(2
præc. quotum 2, eum- 2864

que post lunarem scribe, multiplica 2 per primam divisoris notam 4, productum 8 â supra se locato numero, 4, aufer, quod quia fieri nequit, unitas à subsequenti numero mutuo accipienda, quæ valet 10, ut fiant 14, à quibus sublatis 8, reliquum 6 super verticalem notam 4 scribe, 4 cancellatis. Rursus quotum 2 per 6 multiplica, & producto 12 unitatem mutuo acceptam adde, fiunt 13, quæ quia ex supralocato numero 4 auferri non possunt, denuo unitas

accipenda, ut habeas 14: auferanturque exinde 13, & reliquum, 1, supra verticalem 4 itidem cancellatum annota.

Consequenter, quotum 2 per 8 multiplica, productum 16 unitate auctum, subtrahe à verticali 7, quod cum fieri nequeat, aufer ex 17 relinquitur nihil, ergo 0 scribe supra 7 cancellatos: Eundem quotum duc in ultimam divisoris notam 2, productum 4, unitate auctum, aufer ex verticali 7, reliqua 2 scribe.

Hæc est prima operatio, quæ quater propter 4 reliquas dividendi notas repetenda. Divisorem igitur scriptum cancella, & transfer eundem sub notas dividendi proxime sequentes uno loco dextram versus, erit verticalis & suprascriptus numerus 20163, ut hic videre est, & debentur ei (per præc. 4) pro quoto, 7. perque eundem, post lunarum annotatum, multiplica divisorem concludendo septies 4 sunt 28, quæ cum ex verticali numero 3, neque ex 13 (quando nempe solum unitas mutuo datur) auferri nequeant, subducantur ex 23 ut in mutuum sint 2; atque cancellatis 3 supra eadem scribe reliquum 5: Rursus quotum 7 per 6 multiplica, fiunt 42, & additis 2, mutuo acceptis, subtrahe 44 ex 46, sic ut in mutuum reserventur 4; reliqua 2; supra 6 cancellata scribe: Similiter quotus 7 in 8 ductus, profert 56, eis reservatos 4 adde, fiunt 60, quos aufer ex 61, reliquum 1 scribe, suntque in mutuum 6. Tandem 7 per 2 multiplicata, proferunt 14 quibus 6 mutuò acceptis additis, fiunt 20, iisque ex verticali 20 sublatis, relinquunt nihil, estque secunda operatio absoluta.

```
11
20163
77443692(27
28644
286
```

In tertia operatione divisor erit uno loco promovendus, deleto priore, quia is minor est suo verticali 11156, scribe post lunarem 0, estque isto modo absoluta operatio tertia.

Promotum divisorem cancella, eumque promove denuo uno loco ut accingaris ad operationem quartam, quæ habet verticalem numerum hunc 11569, & quotus quartus erit 4 post lunarem annotandus, per quotum hunc multiplica divisorem, productum subduc ex verticali numero, reliquum 113 supra verticales numeros cancellatos scribe, & relin-

Formula operationis 3.

```
11
20163
77443692(270
286444
2866
28
```

& relinquetur hęc dispositio.

Promoto porro divisiore, (is enim tantisper promovendus est, dum posita fuit prima ejus nota sub dividendi notâ primâ) video verticalem numerum divisorem ne semelquidem in se continere, utpote cum eo minor sit, ideo pro quinto quoto annoto 0. Atque ita tota divisio est absoluta, numerumque verticalem reliquum 1132 supra divisorem, linea inter ipsos interjecta, post divisoris quotum scribe. Quare quotus ex divisione genitus erit $27040\frac{1132}{2864}$.

Formula operationis. 4.

```
   111
 2046813
 77443692(2704
 2864444
  28666
   288
     2
```

Formula operationis. 5.

```
   111
 2016813
 77443692(2(27040 — 1132/2864
 2864444
  286666
   2888
     22
```

7. Alia dividendi formula, quæ per tabellam ex divisore constitutam sollis substractionibus perficitur.

Primo conficienda tabella, cujus beneficio tantummodo substractionibus expedite propositam divisionem absolves, istiusque tabellæ hæc erit constructio. Scribantur ordine 9 notæ numerales, quibus primo divisor ad dextras apponatur unitati, qui duplicatus, vel sibi ipsi additus, productus apponatur binario; ad quem rursus addatur divisor, & factus ascribatur ternario: rursus isti facto addatur divisor, totusque apponatur quaternario, & sic deinceps donec ad novenarium perventum sit. Hanc tabellam ita constructam, sic examinabis: numerum ternario appositum multiplica per tria, & producetur numerus novenario appositus, siu minus, error erit in tabella.

1	39784	divisor
2	79568	
3	119352	
4	159136	
5	198920	
6	238704	
7	278488	
8	318272	
9	358056	

Porrò hâc tabulâ sic extructa, si velis numerum quemcunque, utpote 97843254 6, per propositum divisorem dividere, tunc divisorem infra dividendum constitue, ut fuit in præceptis, & numerum dividendi verticalem, sive supra divisorem locatum, in tabella perquirito, si non reperiatur, desumes proxime minorem, utpote 79568, ejusque notam ad dextram positam, utpote 2, pro primo quoto post lunarem annota, & repertum numerum sub dividendi verticali scribendo, ab eodem deinceps austres, residuumque 182752, infra lineam protensam annotabis. Hanc primam operandi formulam propter 4 dividendi notas intactas, quater repetes. Deleta igitur antecedente dividendi nota 2, ipsam residui dextræ adscribe, atque istum numerum, vel ei proximè minorem 159136, juxta notam 4 in tabella positam decerpe, & pro quotiente secunda 4 annota, numerumque excerptum ex verticali auferto, ejus residuum, utpote 23616 infra lineam scribe, & sic ulterius progrediendo magna facilitate divisionem totam absolves, ut in exemplo apparet.

```
97843254 6(2459
39784 } 1. operatio.
79568 }
---------
18275:2 } 2. operat.
15913 6 }
---------
23616:5 } 3. operat.
19892 0 }
---------
37245:4 } 4. operat.
35805 6 }
---------
14398:6 } 5. operat.
11935 2 }
---------
2463 4.
```

Formula illa dividendi magnum præstabit usum in quibusdam astronomicis tabulis conficiendis, ubi per unum & eundem plurimarum notarum divisorem plures, & diversi numeri dividuntur.

8. Si divisor in principio aliquot habuerit cyphras, operatio solis significantibus peragitur, rejectis prius ad dextram dividendi tot notis, quot divisor à principio cyphras habet: *ut 5463465 dividantur per 236000, stabit exemplum sic & in operatione solummodo divides 5463 per 236, eritque factus 14*

```
5463 | 465,(
236  | 000
---------
159465
236000
```

Hinc patet, si ultima divisoris nota fuerit unitas, reliquæ cyphræ, tunc rejectis à dextra dividendi parte tot notis, quot divisor habet cyphras, divisio peracta esse intelligitur, reliquo dividendi numero sinistro pro quoto assumpto *ut si numerus 2890653 dividendus sit per 10000 erit quotiens* $289\frac{653}{10000}$

Hæc

Hæc divisio in subtensarium & sinuum doctrina Geometrica & Astronomica frequentissima est.

Examen.

9. Examinatur divisio per multiplicationem. Si namque divisor & quotus inter se multiplicentur, & producto residuum divisionis addatur, prodibit, si res bene se habet, numerus dividendus.

10. Aliud examen per extractionem numeri novenarii. Examen per abjectionem 9, hoc modo perficitur. Rejectis 9 ex divisore quoties fieri potest, ut in multiplicatione docuimus, ponatur residuum in sinistra crucis parte. Rejectis item 9 ex quoto, quoties fieri potest, ponatur residuum in parte dextra. Multiplicatis deinde istis residuis inter se, & ex producto abjectis 9, quoties fieri potest, residuum illud conjunge cum notis numeri divisionis reliqui, semper abjiciendo 9, & ponatur residuum in parte crucis superiore. Postremo rejectis 9 ex numero dividendo, quoties fieri potest, ponatur residuum in inferiore parte, quod æquale debet esse illi residuo, in superiore parte crucis collocato, alioquin error commissus.

Expediet ut examinatio hæc instituatur interdum præsertim in grandioribus divisionibus, quando divisio ad finem ferè perducta. Examinabis autem partem illam divisionis peractam non aliter ac alias divisiones, si omittas figuras numeri dividendi sub quibus divisor nondum positus est. Vt videre est in exemplo divisionis contractæ, ubi in secundâ operatione pars divisionis peracta his notis 77443 comprehenditur, divisor 2864, Quotus 27, & numerus ex divisione residuus 115: atque abjectis novenariis ex parte divisionis peracta, relinquuntur 7, ex quoto (27) relinquuntur 0, quod per 7 multiplicatum producit 0, cui si addantur notæ residui divisionis (115) abjectis 9 quoties fieri potest, fient pro reliquo 7 qualiter in numero divisionis peracto, unde constat examen.

Mediatio.

11. Mediatio est per 2 divisio, quæ cùm frequenter occurrat, ejus compendiolum exemplari institutione dabimus: sit dimidiandus hic numerus, subtus ducatur linea atque incipiendo ab ultima figura, dic dimidium de 2 est 1, quod scribe infra lineam, dein de dimidium de 5 sunt 2, unitate relicta, quæ respectu antecedentis loci 10 valet, unde dimidium de 13, sunt 6, unitate relicta: dimidium de 14 sunt 7, dimidium de 0 sunt 0, dimidium de 7 sunt $3\frac{1}{2}$.

253407

126503$\frac{1}{2}$

Compendiosa divisio per 5.

12. Si quis propositum quemvis numerum velit compendiosè per 5 dividere,

dere, à dividendo primam notam tolle, & reliquus numerus duplicatus producet quotum, si prima nota sublata minor fuerit quàm 5, verùm si ea fuerit major, vel æqualis, tunc invento quoto unitas addenda, & à prima nota 5 auferenda: *sit hic numerus 46568 per 5 dividendus, tolle dividendi primam notam 8, & reliquum numerum, utpote 4656, duplicato, fiunt 9312, quibus 1 addenda, propterea quod 8 superant 5 numero ternario Vnde quotus erit 9313⅗. Aliud exemplũ,*

6543 | 4 *numerus 6543 per 5 divisus*
13086 | *erit quotus 13086⅘.*

Ex his, quæ de quatuor numerorum integrorum speciebus dicta sunt omnia quæ in universa Arithmetica tractantur, tanquam ex elementis dependent, adeo ut quæcunque deinceps dicenda sunt, per easdem absolvantur. Quare nisi benè fueris in eis versatus, frustra ad alia, quæ traditurì sumus, te conferes.

CAP. VI.

De notatione Geometricarum mensurarum.

QVoniam magnitudinum Geometricarum, motuumque Astrorum & temporum dimentiones rarissimè in integras mensuras ad unguem incidunt: coacti fuerunt Artifices, ut exquisita constaret numeratio, talia ad minimas secare partes: quapropter & Geometræ, agrorumque mensores, perticam suam, quâ, tanquam mensura famosa in lineis & superficiebus mensurandis utuntur, in pedes; pedem in digitos, digitumque scrupulosius in grana subdividunt. Verum apud alias gentes, alia & diversa existit istiusmodi perticæ in pedes & digitos distributio. Nonnullæ enim perticam in 12, aliæ in 14, aliæ in 16 pedes. pedemque in totidem digitos, & digitum in totidem grana distribuunt. Veteres, ob facilem numerationem, in decupla proportione suas mensuras distinguebant, suamque perticam propterea decempedam, quod 10 constabat pedibus, aut mensuris, appellabant. Vnde & ipsi mensores apud Romanos Decempedatores dicebantur.

Astronomi in cælestium motuum supputatione sexagenaria placuit divisio: de quarum numeratione dicendum posteà, ubi Geometricarum mensurarum numerationem absolverimus: in qua observandum, quod numerum perticarum integra appellamus, & numerum pedum sive digitorum, integrorum minutias aut fractiones.

CAP.

CAP. VII.

De Quatuor speciebus Geometricarum minutiarum, & primùm de additione.

ADditio hic nihil discrepat à vulgari integrorum additione, neque etiam subductio aliquam diversitatem admittit, namque ex ante traditis numerorum integrorum præceptis, vel etiam communi sensu judicari possunt, dummodo rectè ordinentur & disponantur numerorum species; ut nempe similes species sub similibus hoc est, perticæ sub perticis, pedes sub pedibus, & digiti sub digitis collocentur. Deinde facto initio à minimis speciebus, eædem in unam summam per additionem colligantur: veluti si in unam summam colligendi sint numeri perticarum, pedum & digitorum, per duodenariam partitionem distributi; tum à sinistris collocandæ sunt omnes perticæ: & pedes in dextram vergentes, medium occupent locum: digiti verò dextrum. Deinde hæc additurus, à classi digitorum incipe, numerosque omnes colligens, observabis per memoriam, sive per divisionem quot duodenarii reperiantur, namque eos ad proximam pedum classem transferes; si quis numerus supersit, qui duodenarium non efficit, illum ibi sub digitis signabis. Eodem modo addendi erunt pedes, atque duodenarios excrescentes ad sequentem perticarum classem transferes, postmodum collectis in unam summam perticis, absoluta erit operatio. Sed hæc cùm facilia sunt, uno aut altero exemplo declarasse sufficiat.

In primo hoc exemplo perticam in 10 pedes, pedem in 10 digitos distinctum intelligimus. Unde hæc numeratio à vulgari nihil prorsus differt, et decempedarum numeratio à nobis deinceps vocabitur.

	perticæ	ped.	dig.
	4896	5	7
	123	7	8
	54	0	9
	8	4	5
summa	5082	8	9

In hoc exemplo perticam intelligimus in 12 pedes distributam, pedem in totidem digitos, unde duodecempedarum numeratio dicēda. In exemplo proposito, summa digitorum collecta existit 35, quæ divisa per 12. faciunt 2 pedes, relictis 11 digitis, quos subscribo digitis, atque in additione pedum duos istos pedes

	pert.	pedes,	dig.
	5496	10	9
	854	9	8
	243	9	7
	3806	0	11
	23	11	0
Summa	12425	5	11

adjicio: erit eorum summa 41 pedum, qui 3 perticas, & 5 pedes efficiunt, ut colligitur ex eorum divisione per 12, subscribo itaque 5 sub pedibus, & 3 addo ad perticas, fietque summa additorum 1245 pert. 5. ped. 11. digit.

CAP. VIII.

DE SVBDVCTIONE.

DEcempedarum substractio nihil à vulgari integrorum substractione differt, dummodo perticæ perticis, & pedes pedibus, &c. directè subjiciantur. Quando verò minutiæ ab integris, hoc est, pedes vel digiti à solis perticis proponuntur auferendæ, tunc ipsis perticis, à quibus auferendum erit, accedant cyphræ, quæ loca pedum vel digitorum supplent: *ut ex 456 pert. 5 ped. auferantur 75 pert. 0 ped. 8 dig. reliquus erit 381 pert. 4. ped. 2. d. Similiter à 479 pert. auferantur 9 pedes, 8. dig. reliquus erit 578 pert. 0 ped. 2. dig. tandem ex 55 pert. 4. dig. auferantur 7 pedes, reliquus erit 54 pert. 3. ped. 4. dig. de quibus inspice operationes sequentes.*

pert.	ped.	dig.	pert.	ped.	dig.	pert.	ped.	dig.
456:	5:	0	579:	0:	0	55:	0:	4
75:	0	8		9:	8		7	0
381:	4:	2	578:	0:	2	54:	3:	4

2. Duodecempedarum substractio in hoc solummodo differt à vulgari Quando minutię à suis minutiis auferri non possunt, tum à 12 subtrahantur. utpote ab unitate minutiæ proximæ majoris, & residuum addatur minutiis, ex quibus subtrahendum erat: reliqua non differunt. Similiter quàndo à solis integris minutiæ sunt auferendę: integra, hoc est pertitæ unitate minores scribendæ, & loco unitatis istius 12 pedes scribendi erunt, ut patet in exemplo secundo, ubi ex 5644 perticis auferendum 823 pert. 8. ped. 9 dig.

pert.	ped.	dig.	pert.	ped.	dig.
9456	4	11	5643	12	0
175	7	0	823	8	9
9330	4	11	4820	3:	3

CAP. IX.

MVLTIPLICATIO.

IN multiplicatione decempedarum non est necessaria lex: ut perticæ perticis, pedes pedibus subscribantur: sed, ut in vulgari multiplicatione fit, prima nota primæ, secunda secundæ, &c. nulla habita minutiarum ratione, subjungendæ. Deinde diligenter attendendum quot minutiarum diversas species tam multiplicandus quàm multiplicans in se contineant. Namque peracta, juxta vulgarem operationis formulam, multiplicatione: ab ipso facto tot notæ à dextris distinctione quadam separandæ sunt, quot minutiarum diversæ species in multiplicando & multiplicante simul extiterunt. Sic enim postrema numerorum series, ante distinctionem à sinistris sita, perticas referet: & antecedens prima nota pedes, secunda digitos, tertia grana, &c. *verbi gratia: sint 456 perticæ, 7. ped. multiplicandæ per 5 pert. 8 ped. & 5 dig. Nulla habita valoris ratione, scribe primam notam multiplicantis, utpote 5, sub prima multiplicandi 7, & secundam 8, sub secunda 6; & tertiam sub tertia. Deinde juxta vulgarem operandi formulam absoluta multiplicatione, producentur 2671695, à quibus tribus prioribus notis per distinctionem separatis (namque in multiplicando una, & multiplicante duæ minutiarum species fuerunt) erit factus 2671 pert. 6 ped. 9 dig. 5 gran.*

```
  456:7
    5:8:5
 -------
   22835
  36 36
 21835
 -------
2671:695
```

2. Porrò si in multiplicando vel multiplicante species aliqua minutiarum intermedio loco prætermittatur, tunc deficiens illa species, interposita cyphra, supplenda erit: *ut sint multiplicandæ 56 pert. & 4 dig. per 14 perticas; quoniam in multiplicãdo post perticas, omissis pedibus, sequuntur digiti: unde locus pedum, cyphra interposita, supplendus; eruntque 5604 multipliconda per 14, fietque exinde 78456, à quibus duabus prioribus notis separatis, propterea quod in multiplicando duæ*

```
56:0:4
  14
 ----
22416
5604
 ----
784:5:6
```

diversa minutarum species reperiantur, erit factus 784, pert. 5 ped. 6. dig.

3. Si integra per minutias, vel minutiæ per minutias multiplicandæ sint, tunc eadem speciei minutiarum prætermissæ per cyphram suppletio locum habebit: *ut, sint multiplicandæ 25 pert. per 6 digitos. multiplicabis 25 pert. per 0 ped. 6 dig. producuntur 150, à quibus propter duas multiplicantis diversas minutiarum species duæ notæ priores separantur, erit factus 1 pert. 5 ped. Rursus multiplicabis 4 ped. 8 digiti, in 9 digitos. duces 4 ped. 8 dig. in 9 ped. 9 dig. producuntur 432. Et propter quatuor multiplicandi & multiplicantis diversas species quatuor notæ separandæ, erit factus 0 pert. 0 ped. 4. dig. 3 gr. 2 scrup.*

4. Intelligendum hanc locorum per cyphram suppletionem in nullum alium finem institui, quàm ut emergentes ex multiplicatione species innotescant: semper enim locus ultimam notam semotam subsequens, perticas significat, ultimaque remota nota pedes; penultima digitos, &c.

NOTA.

Perticæ itaque per quancunque speciem fractionis multiplicatæ, ipsam speciem restituunt: pedes in pedes, digitos efficiunt: digiti in pedes, grana, & digiti in digitos scrupula, & sic consequenter: digiti tamen, scrupula, & grana peracto opere omittuntur.

CAP. X.

Multiplicatio duodecempedarum perticarum.

IN Duodecempedarum multiplicatione similes species sub similibus, hoc est, perticæ sub perticis, pedes sub pedibus, &c. collocandæ erunt, & si intermittens sit species, locus ejus cyphra supplebitur, ut suprà. Commodius autem erit, si numerum, qui in plures species distributus est, multiplicandum feceris. Deinde à prima multiplicantis specie incipiendo (primam autem appellamus dextram, ut assolet) ejus numerum ordine in multiplicandi singularum specierum numeros ducito, productum cujuslibet speciei separatim & integre (sive una, sive duabus aut tribus constet notis) scribito. Ad eundem prorsus modum secundæ multiplicantis speciei numeros per omnes & singulas multiplicandi species multiplicato, initium scriptionis productorum numerorum, sub secunda multiplicantis specie faciendo, reliqui verò decenti ordine singulatim sub sequentibus speciebus sinistrorsum pergant. Fortasse autem prodesset duxisse lineas perpendiculares, ut singulæ species citra erroris suspicionem recte discernantur. Similiter si plures multiplicantis species fuerint, eas in totum

tum multiplicandum ducito. Ad extremum igitur singulorum locorum numeros in unam summam accumulato, rejectis subinde 12, & pro eis unitate subsequentibus addita, ut in additione docuimus. Postremus itaque producti numerus perticas referet, penultimus pedes, &c. vel de emergente specie certior fies, seperando à producto tot priores species, quot in multiplicante & multiplicando fractiones reperiantur. Sed hæc uno aut altero exemplo illustranda erunt: *sint 10 pert. 5 ped. 3 dig. ducendæ ~~in 6 pert. 8 ped. 4 dig.~~ stabit exemplum sic: Deinde incipiendo à primo multiplicantis specie, per ejus numerum 4 totum multiplicandum juxta suas species ducito: ergo 4 per 3 multiplicata, producunt 12, quæ integrè scribe. Deinde 4 per 5 fiunt 20, quos scribe uno loco deinceps, posta 4 per 10 faciunt 40, eosque rebiplicato scribe; estque prima operationis pars absoluta. Similiter fiat cum secundis multiplicantis specie, ejusdem numerum, 8, in universas & singulas multiplicandi species ducendo, scribendoque primum productorum sub 8, reliquos deinceps. Ut 8 per 3 multiplicata producunt 24, quæ colloca sub 8. similiter 8 per 5, fiunt 40, scribe deinceps uno loco, sic 8 per 10 faciunt 80. Tandem idem fiat per senarium numerum, ut 6 per 3 efficiunt 18, scribe infra 6, rursus 6 per 5 faciunt 30: & 6 per 10 conficiunt 60. His ita multiplicatis subtrahendatur linea, & singulorum locorum sive specierum numeros per regulam additionis traditam, in unam summam collige, producuntur 60 pert. 10 ped. 98. dig. 44 gr. 12 sc. quæ divisione per 12 ad minores terminos reducta, faciunt 69 pert. 10 ped. 5 dig. 9 scr.*

		10	5	3	*multiplicandus*
		6	8	4	*multiplicans*
		40	20	12	*producti ex ductis singularum multiplicantis in omnes multiplicandi species.*
	80	40	24		
60	30	18			
60	110	98	44	12	*factus.*
69	10	5	9	0	*factus ad minimos terminos reductus.*

Aliud exemplum.

Sint 35 pert. 11 dig. multiplicandæ per 22 pert. 9 dig. Hic ubique intermittuntur pedes, Quare eorum loca cypharis suppleto; stabit exemplum sic, & producuntur ex multiplicatione 770 pert. 0 ped. 557 dig. &c. Quæ ad minores terminos reducta, efficiunt 773 pert. 10. ped. 3 dig. 3 gr. 8 sc.

	35	11		
	22	0	9	
	315	0	99	
770	0	44		
770	0	557	0	99
773	10	5	3	8

Quando integra per minutias, vel minutiæ in minutias ducuntur, idem observandum venit, quod in decempedarum multiplicatione monuimus. *ut sint 10 ped. 6 dig. ducenda in 8 digitos: fient 80 gra. 48 scr. quæ per reductionem faciunt 7 dig. Namque propter 4 multiplicandi & multiplicantis minutiarum species, à producto quatuor priores species seperantur, ac tunc demum locus perticarum sequitur. Namque secundum prædictas regulas pedes in pedes ducti efficiunt digitas, & digiti in pedes, grana faciunt.*

	ped.	dig.
	10	6
	0	8
	0:80	48
	7 0	0

CAP. XI.

De divisione decempedarum.

IN decempedarum divisione danda inprimis opera, ut post intermissarum specierum (si quæ sint) suppletionem, etiam in dividendo, & divisore æque multæ minutiarum species constituantur. Quare si solæ perticæ proponantur per perticas pedes & digitos dividendæ, ipsi dividendo loco pedum & digitorum duas adjungito à principio cyphras, sic enim utrobique æquemultæ minutiarum species fient. Pari ratione si in dividendo plures proponantur minutiarum species, deficientes species supplebis: *Verbi gratia, si 92 pert. 8. dig. pertiendæ sint per 6. pert. 4 ped. Primo in divisore intermissa pedum species supplenda: Deinde ad initium divisoris cyphram collocando, facies utrobique æquemultas minutiarum species, stabitque* 9208(

exemplum divisionis sic: 640

postmodum juxta vulgarem operandi formulam divide, invenies pro quotiente 14 pert. relictis pro residuo 248, quorum valor ut cognoscatur, adjice eis cyphram, ac ulterius per eundem divisorem 640 divide, fient pro quoto 3 ped. relicto residuo 560, his rursus adjice cyphram, & per eundem divisorem ulterius dividendo, invenies 8 dig. relictis 480, per quæ ulterius ad dictum modum progrediendo ad minutissima pervenire datur. Verum illa exigua omittuntur.

Aliud exemplum.

Sint 98. pert. 9 ped. dividendi per 8 dig. Primo ipsi dividendo cyphram adjice, ut utrobique species sint pares. Deinde 9890 per 8 divisa, fient pro quotiente 1236 pert. (semper enim quota species ad integra, hoc est perticas pertinet) suntque

inre-

in residuo 2, quibus cyphram adjice, & alterius 20, divide per eundem divisorem 8, fiunt 2. pedes, relictis 4, quæ 5 dig. efficiunt. Quare 98 pert. 9 ped. divisa per 8 dig. quotus erit 1236 pert. 2 ped. 5. dig.

CAP. XII.

Alius multiplicandi & dividendi decempedarum modus.

DEcempedarum Multiplicationem & Divisionem una eademque operationis formula absolves, si prius utrumque numerum propositum ad vulgares fractiones resolvas, quod hoc modo commodè fiet. Quando alteruter numerorum ex solis constat perticis, ei subscribes unitatem, & fractus erit iste numerus. Si reliquus, vel uterque propositus numerus annexos habet pedes vel digitos: unitati ipsis subjunctæ tot addes cyphras, quot diversæ species cuilibet annexæ fuerint. Postmodum has fractiones numerabis, vel multiplicando, vel dividendo, ut in doctrina simplicium fractionum docebitur. *Verbi gratia, sint multiplicandæ vel dividendæ 469 perticæ, per 89 pert. 5 ped. 7 dig. Reductio ad fractiones sic fiet, ipsis 469 subjungatur unitas, Atque quia reliquus numerus 89. 5. 7 duas diversas species annexas habet, quapropter præter unitatem ipsis subscribes duas cyphras, hoc est 100, stabit exemplum ad fractiones redactum. Quare si propositos numeros multiplicare velis, tum multiplicatis in se tam numeratoribus, quàm denominatoribus, fiet factus* $\frac{469}{1}$ $\frac{8957}{100}$ $\frac{4200833}{100}$, *vel* $42008\frac{33}{100}$ *pertic. hoc est, 42008 pert. 3 ped. 3 dig.*

Verũ si propositos numeros dividere placet, tunc numeratorẽ dividendi, hoc est, 469, multiplica per denominatorem divisoris 100, fietque numerator 46900. Similiter denominatorem dividendi, hoc est, 1, in divisoris numeratorem 8957, multiplicato: fietque pro denominatore 8957. Vnde quotiens erit $\frac{46900}{8957}$ *vel transponantur termini divisoris, stabit exemplum divisionis sic* $\frac{469}{1}$ $\frac{1000}{8957}$

Deinde

Deinde multiplicatis simul numeratoribus & denominatoribus, fiet idem quotiens $\frac{2990}{8957}$. *Quia numerator excedit denominatorem. Divide illum per hunc, erit quotus 5 perticarum, relictis 2115: quibus adjice cypheram, rursusque divide per 8957, fiunt 2 ped. relictis 8917, quæ 3 dig. efficiunt.*

Aliud exemplum.

Sint multiplicandæ vel dividendæ 24 pert. 6 dig. per 14 pert. 8 dig. hic in utroque numero pedes omittuntur, quare eorum loca cyphris supplenda, eruntque vel multiplicandæ vel dividendæ 24 pert. 0 ped. 6 dig. per 14 pert. 0 ped. 8 dig. Stabitque exemplum ad fractiones reductum sic, & factus multiplicationis $\frac{24}{100}\,{}^{0}\,{}^{6}$ *per.* $\frac{14}{100}\,{}^{0}\,{}^{8}$ *erit* $\frac{33764}{10000}$ *sive 338* $\frac{764}{100}$ *hoc est 338 pert. 7 ped. 6 dig. 4 gr.*

Consequenter quotiens ex divisione erit $\frac{2400}{1400}$ *hoc est,* $\frac{1998}{1400}$ *sive 1 pert. 7 ped. 3 d. &c.*

Postremo loco sint multiplicandi vel dividendi 2 ped. 4 dig. per 5 dig. Stabit exemplum ad fractiones reductum sic: $\frac{2}{100}\,\frac{4}{100}$ *factus erit* $\frac{12}{10000}$ *sive* $\frac{1}{850}$ *pertica. vel 1 dig. 2 gran. Quotus ex divisione erit* $4\frac{4}{5}$ *pert. hoc est 4 pert. 8 ped.*

CAP. XIII.

De divisione duodecempedarum.

IN duodecempedarum divisione commodissimum erit, ut propositi numeri ad minimas species, continua per 12 multiplicatione, redigantur: & reducti deinceps numeri ex vulgari operationis formula dividantur.

Verbi gratia sint 8 pert. 4 ped. 3 dig. partienda, per 5 pert. 5 ped. 8 dig. Primo redigendæ erunt species dividendi, & divisoris ad digitos, hoc modo: Multiplica 8 pert. in 12, producto adde 4 ped. fiunt 100 pedes; quos rursus duc in 12, & facto adde 3 dig. consurgent 1203 dig. Ad eundem modum 5 perticæ divisoris in 12 ductæ, factoque 5 ped. additis, fient 65 ped. quos deinceps in 12 ducito, & facto adde 8 dig. fient 788 digiti. Postremo loco numeri reducti invicem dividantur, hoc est partire 1203 per 788, quotiens erit 1 pert. relictis in residuo 415, quos multiplica per 12, & factum 4980, deinceps divide per priorem divisorem 788, fient pro quotientie 6 ped. relictis 252, quibus denuo per 12 multiplicatis, & producto per eundem divisorem 788 diviso, quotiens erit 3 dig. relictis 660. quæ, si opus fuerit, eodem modo ad minores species reduci possunt.

Aliud exemplum: sint 24 pert. 11 ped. dividendæ per 4 pert. 6 ped. 5 dig. stabit exemplum ad digitos utrimque reductum sic: fiunt ex divisione 3588 ($5\frac{783}{659}$.

Fractio valet 5 pedes, 4 dig. & c. unde factus erit 5 pert. 5 ped. 4 dig. &c.

CAP.

CAP. XIV.

De Quindecempedarum Octodecemped. aliarumque mensurarum numeratione.

HActenus itaque de quatuor speciebus Geometricarum mensurarum, & quamvis exempla de duodecempedis constituta sunt: eadem tamen operationis formula numerationem quindecempedarum vel octodecempedarum, aliarumve mensurarum absolves; dummodo reductio specierum per earundem partium numerum multiplicando vel dividendo instituatur. Quod cùm notissimum, non est necessum hisce immorari. Vnicum enim divisionis exemplum omnem varietatem indicabit.

Sint quindecempedarum 24 perticæ, 13 pedes dividendæ per 14 pert. 12 ped. 11 dig. primum dividendi perticarum numerum 24 multiplica per 15, & producto adde 13 ped. fiunt 373 ped. quos rursus per 15 multiplica, fiunt 5595 dig. Simili ratione numeri divisoris bis repetita per 15 multiplicatione redigentur ad 3341 digitos. Numeri hoc modo reducti, invicem dividantur, fiet pro quotiente 1 pertica, relictis pro residuo 224, quæ per 15 multiplica, factumque per eundem divisorem 5595 partire, fient in quoto 6 ped. relictis 240, quæ 1 granum efficiunt.

CAP. XV.

De notatione physica sive Astronomica.

ASTronomi circulos suos, quibus cælum terram, maria mensurant in 360 partes æquales distribuunt, quas Gradus appellant, Hos præterea gradus ulterius tanquam integra distinguunt, tum minuendo, tum coaugmentando perpetuâ sexagenaria distributione.

Graduum diminutiones vulgo appellantur scrupula: *Verbigratia, Gradum quemlibet dividunt in 60 partes, quas vocant scrupula prima: Scrupulum primum deinceps distinguunt similiter in 60 perticulas, & appellant scrupula secunda; Secundum in totidem tertia; tertium in 60 quarta scrupula, & sic continuè per sexagenarium decrementum pergunt, quoad placuerit, quamvis vix ad decima usque hanc progressionem usus admittat. Horum scrupulorum signatura hoc modo perficitur: graduum denomina-*

°	′	″	‴	⁗
35	20	43	56	12 &c.

tio per 3 significatur: Scrupulorum primorum per 1: secundorum per 11, &c. unde superior scriptura sic enuntiatur, 35 grad. 20 scrup. prima, 43 scrup. secunda, &c.

Porrò graduum coaugmentationes appellantur Sexagenæ, graduſque 60 efficiunt unum ſexagenum primum: & 60 ſexagena prima, unum ſexagenum ſecundum: & 60 ſexagena ſecunda, unum ſexagenum tertium, & ſic deinceps per continuum ſexagenarii numeri augmentum, ſurſum eundo. Atque hęc ſignaturis ſiniſtrorſum ſcribuntur, ut hic apparet: legendum 58 gradus, 53 ſexagenæ primæ, 43 ſexag. ſecundę 23 ſex. tertiæ. Præterea non tantùm in gradibus hoc ſcrupulorum & ſexagenarum ſyſtema artifices inſtituunt, verùm etiam in aliis omnibus rebus, circa quarum conſiderationem Aſtronomia verſatur. Sic enim Alphonſini, atque magna ex parte Copernicus in colligendis æqualibus motibus annos, dies & horas diſtribuunt, & propterea ingenioſis iſtis viris allibuit ſexagenarius iſte numerus, quia inter minores nullus alius adeo multiplices partes habet, utpote ſemiſſem, trientem, quadrantem, ſextantem, præterea partem quintam, tum decimam, duodecimam, decimam quintam, viceſimam, & triceſimam.

///æ	//æ	/æ	o
23	43	53	58

Atque hęc de notatione, de qua ſit hæc brevis tabella conſpectui vel animo incluſa, in qua loco medio conſiſtit integrum, habetque notam cyphram ſubſcriptam: à ſiniſtris ordine aſcendunt ſexagenæ, ex integris ſive gradibus coaugmentatę: dextrorſum ſcrupula ſexageſima unius integri pergunt.

Sexagenæ — Scrupula.

//// ///æ //æ /æ o / // ///

Quartæ, tertiæ, ſecundę, primæ INTEGRA Prima, ſecunda, tertia, quarta, &c.

CAP. XVI.

De additione & ſubductione fractionum Aſtronomicarum.

IN Additione & Subductione nulla hic difficultas, neque quicquam alienum ab eis, quæ in Geometricis fractionibus tradita ſunt: Vſus tamen permagnus in tabulis ſecundorum mobilium conſpicitur, ex quibus ad certum & præfinitum tempus certum planetæ ad Zodiacum locum colligimus. Vbi tamen ſciendum quod in nonnullis tabulis Zodiacus in 12 ſigna diſtinctus ſit, quæ quidem ſigna ſingulatim 30 comprehendunt gradus, quæ ulterius ſexagenaria diviſione in ſcrupula ſubdividuntur, ut ſuprà dictum. Quarè ſcrupulorum ad gradus reductio numero ſexagenario, & graduum ad ſigna numero trigenario per-

perficitur, ut patet in exemplis. *Quæritur medius Solis motus ad horam vesp. 9 undecimi Diei Decemb. anni currentis 1609. Primum tempus proximè completum accipiendum, atque illud concinne in partes distribuendum, ut docuimus 6 præc. cap. 7. Astronomicarum institutionum, Deinde signa & gradus cum suis scrupulis ex area tabulæ accipienda, & quodlibet sub suo genere scribendum. ut hic ob oculos ponitur.*

	Sig.	G.	′	″
pro annis collectis 1600	9	20	56	28
pro annis simplicibus completis 8,			3	42
pro Novembri completo	10	29	12	22
Dies in Decemb. completi 10		9	51	23
Horæ completæ 9			22	11
summa collecta	21.	0	26	6

Summa secundorum est 121, quæ divisa per 60, efficiunt 2 scrupula prima, relictis 6 secundis, subscribuntur 9. & summæ primorum scrup. adjice 2, fient 146 secunda, quæ valent 2 gr. relictis 26 secundis, qui cum gradibus collectis, efficiunt 60, quæ divisa per 30, (tot enim gradibus completur signum) fient pro quotiente 2 signa, nullo relicto residuo; unde 0 subscribitur gradibus, & 2 adduntur signis, quæ una cum aliis efficiunt 21, ab his abjicio 12 quoties possum, restant 9 signa. Namque hoc usitatum est in tabulis istis, quando numerus excedit integrum circulum, sive 12 signa, tunc illæ reijciuntur.

Exemplum Subductionis.

A medio Solis loco reperto auferatur medius Apogæi motus, qui eodem tempore existit 3 Sig. 5° 46′ 30″, constabit argumentum Solis sive distantia solis ab Apogæo. Exemplum sic erit.

	Sig.	°	′	″
ex	9	0	26	6
aufer	3	5	46	30
reliquus erit	5.---	24---	39---	36

Primum 30 sec. ex 6 auferri non possunt, unde ex 60 substraho, hoc est, ex 1 scrup. primo, restant 30, quæ addita ad 6, faciunt 36, hæc subscribo secundis: deinde ipsis 46 addo 1 modo acceptum, & quia 47 non possunt subduci ex 26, tollo eadem ex 60, & residuum 13 addo ad 26, fiunt 39, quæ subscribo primis scrup. rursus unitas addenda 5 gr. & quia 6 ex 0 non possum auferre, aufero ex 30, hoc est ex uno sig-

no, restant 24, quæ subscribo gradibus. Postmodum unitatem addo ad 3 signa, & 4 aufero ex 9 signis, relinquuntur 5 signa, unde argumentum quæsitum erit.

Sig.	0	1	11
5	24	39	36

CAP. XVII.

DE MVLTIPLICATIONE.

IN multiplicatione & divisione potissima difficultas est in invenienda denominatione productorum, pro qua cognoscenda hæ regulæ in multiplicatione observandæ veniunt. Species fractionum Astronomicarum multiplicantur invicem, aut in eodem genere, *ut scrupula in scrupula, & Sexagenæ in Sexagenas* Aut in diverso: *ut scrupula in sexagenas.* In multiplicatione ejusdem generis notæ vel numeri specierum junctæ, ostendunt denominationem numeri producti: *ut si multiplices primas sexagenas in secunda, fiunt tertiæ sexagenæ, quia 1 & 2 faciunt tria. Sic scrupula tertia in quarta producunt scrupula septima, quia 3 & 4 faciunt 7.* In multiplicatione diversi generis minor notarum numerus à majori substrahitur, & reliquus indicat tum Genus, tum speciem producti: *ut multiplicando tertia scrupula in primas sexagenas, fiunt secundæ, & quidem scrupula, non sexagenæ, eo quod scrupulorum nota major erat quàm sexagenarum.* Integra igitur per quamcunque fractionis speciem multiplicata, eam ipsam restituunt, *ut cùm Gradus in secunda ducuntur, fiunt secundæ: cum in tertia, tertia &c.*

Porrò in usum multiplicationis & divisionis radicumque extractionis, artifices adhibent tabulam manualem, quæ Canon sexagenorum, appellatur.

Composita est tabula ista ex duabus areis, loco inferiori forma Trapezii, superiori trianguli. Vsus Canonis talis est: Quando alter numerorum, invicem multiplicandorum, existit minor Trigenario, utendum Trapezio, sed si uterque major, utendum Triangulo, *Verbi gratia, si 34 essent multiplicanda per 21, intramus Trapezium, & majorem semper numerum, utpote 34 in latere dextro aut sinistro, & minorem, utpote 21, in basi vel fronte, hoc est, in superiore vel inferiore margine perquirimus: tandem intus in angulari concursu ipsius areæ offert sese numerus ex amborum multiplicatione factus, utpote 11: 54, & quia bini numeri in quavis areæ cellula semper sese offerunt, sequens sive dexter propriè est illius speciei, de qua regulas tradidimus; antecedens vel sinister ad speciem uno loco superiorem pertinet: ut quia scrupula tertia ducta in secunda, producunt quinta: unde ex multiplicatione*

///	//	////	v
34 in 21,	fiunt:	11:	54

His ita præmissis, ad ipsa multiplicationis præcepta nos accingamus. In multipli-

tiplicandis diversarum specierum numeris commodius eum tanquam multiplicandum supernè scribes, qui ex pluribus speciebus compositus est, reliquum, qui pauciores habet species, multiplicantem facies, & dextram multiplicantis speciem locabis sub dextra multiplicandi, reliquæ ordine sinistrorsum pergant: deinde cujuslibet, in multiplicante, speciei numeros singulatim & ordine in singularum multiplicandi specierum numeros duces, numerosque productos integrè scribes, sive singuli, sive bini fuerint.

Ad extremum, singularum specierum numeros in summam coagmentabis, rejectis subinde 60, quæ sequentibus adduntur: ut in additione docuimus. *Sed hæc uno aut altero exẽplo manifesta fient. Sint* 42 23 35 46 *multiplicanda per* 22 46. *Scribantur numeri sic:*

	12	0	1	11	
	42	23	35	46	
				1	
			22	46	
32	17	26	35	16	
	12	38	50		

Deinde dextra multiplicantis speciei numerum (utpote 46) in totum multiplicandum hoc modo duximus. factus à 46, per 46 è Triangulo est 35. 16: Scribe 16 sub 46, & 35 uno loco deinceps sub 35. Tum factus 46 per 35 ex eodem Triang. est 26 50, scribe 50 sub segmento multiplicato 35, sed 26 juxta 35 in locum proximè majorem. Tertiò 46 ducta in 23, in Trapezio faciunt 17: 38, scribe 38, sub 26, & 17 juxta 26. Tandem factus è 46 per 42 in Triang. est 32. 12, Scribe 12 sub 17, & 32 juxta 17, & sic prima operationis pars absoluta: quia adhuc restat multiplicantis una species intacta. Unde priori cancellata, cum altera incedo eodem modo, multiplicando ejus numerum, 22, per totum multiplicandum: sed cautè observandum ut initium scriptionis fiat sub sua multiplicante, hoc est sub 22, reliquæ emergẽtes species per ordinem deinceps, ut in priori exemplo, componantur. Demum numeri sic collocati, eos secundum suam quamlibet speciem per additionem in unam summam colligo, & fiet factus 16: 5: 9: 12: 17: 16

		12	0	1	11
		42	23	35	46
				0	1
				22	46
	32	17	26	35	16
		12	38	50	
15	8	12	16	52	
	24	26	50		
16	5	9	12	17	16
11	12	0			

Factorum numerorum denominationem vel ex initio, vel fine operationis colliges, in principio enim 46 scr. prima multiplicavimus in 46 scr. secunda & producuntur 36 scrup. secunda cum ///*16. Quare extremus numerus factorum ad dextram, nempe 16, est tertiorum scrupulorum. unde etiam innotescunt species reliquorum numerorum, quæ sinistram versus ordine sequuntur, extremusque numerus, nempe 16, sexagenas secundas spectat. Idem etiam facilè colligitur ex fine multiplicationis. Postremo enim loco duximus 22 gr. in 42 sexag. primas, fiuntque* //x /x *15 24. Unde postremus factorum numerus, nempe 15, ad secundas sexagenas refertur, ex quo reliqui facilè æstimantur, qui successivè una specie inferiores sequuntur.*

Aliud exemplum omnem multiplicandi varietatem complectens.

			/x	/	//	///	////
			46	0	30	1	54
				0	1	//	///
				28	0	46	22
		16	0	11	0	19	48
			52	0	0	22	
	35: 0		23	0	41	24	
		16	0	0	46		
21: 0	14 0		25	12			
28	0 0		28				
21: 28	49: 34		8	24	28	5	48

Primum per 22 multiplicavimus totum multiplicandum hac inductione, factus ex 22 in 54 est 19: 48. scribo 48 sub 22, & 19 ad sinistras. rursus 22 ducta in 1, faciunt 0: 22 (semper enim duo numeri scribendi) quare pono 22 sub 19, & 0 juxta 19: rursus factus è 22 in 30, est 11: 0 scribo 0 sub 0, atque 11 juxta 0. similiter factus è 22 in 0 erit 0, 0 Semper enim, ut dictum, ob vitandam confusionem duo numeri scribendi, quare bis pone 0, semel infra & 11, semel juxta 11, tandem factus è 22 in 46, est 16, 52, scribe 52, infra 0, & 16 juxta. Simili modo per restantes multiplicantis numeros totum multiplicandum ducendum, initium scriptionis sub sua multiplicantis specie faciendo: de qua inspice sedulo exemplum, quo benè perceptio, nihil in aliis te remorabitur. Factus ex tota /x 0 / // /// //// v vi vii
multiplicatione erit: 21 28 49 17 6 24 28 5 48

Maximus multiplicationis usus existit in laterali ingressu tabularum astronomicarum, cujus exemplum extat præcep. 7 cap. 3. Tomi Tertii institit.

Astron.

Astron. V. g. datur solis locus in 10. gr. 26 Tauri Quæritur ejus declinatio? Declinatio 8 est 14° 10′ 51″, sed 11 gr. 8. declinatio existit 15 gr. 10′ 50″, differentia declinationum existit 19′ 50″, conveniens uni gradui declinat. utpote inter 11 & 10. Quare ut partem proportionalem 26 adjacentibus convenientem eliciamus, sic stabit regula, 1 gr. dat 19′ 50″, quot dant 20 multiplica 19′ 50″, per 20: factus erit 6′ 36″ 40‴ estque pars proportionalis addenda ad declinationem 10 gr. 8. Quare exacta declinatio conveniens 10 gr. 20 8 existit 14 gr. 1′ 11″ 111‴ 6′ 36″ 40‴

	19′	50″
		20
6′	16″	40‴
	20	
6′	36″	40‴

CAP. XVIII.

PRÆCEPTA DIVISIONIS.

DIviduntur species aut in eodem genere, ut scrupula in scrupula, Sexagenæ in sexagenas: aut in diverso, ut sexagenæ in scrup. & scrupula in sexagenas, quamvis posterior casus vix usu admittatur, facitque magis ad artem ostentandam.

Quando species sub eodem genere dividuntur, minore notarum numero à majore sublato, reliquus ostendit speciem, quæ ex divisione nascitur, & quidem generis ejusdem cum utraque specie, quando dividendæ speciei nota major fuerit: alterius autem generis, si minor: *Verbi gratia, scrupula quarta per secunda divisa, producunt secunda, namque è 4 tolle 2, restant 2. sic sexagenæ tertiæ per secundas divisæ, proferunt sexagenas primas, ita ut quoti species in aliud genus non transeat. Verum si scrupula secunda per quarta dividantur, exeunt secundæ sexagenæ, vel secundæ sexagenæ per quartas divisæ, proferunt scrup. secunda, mutato utrobique genere.*

Quando dividendus & divisor sunt diversi generis, numerorum notæ simul junctæ, proferunt speciem emergentem in illo nimirum genere, in quo dividenda species existit: *ut si secundas sexagenas in scrupula prima dividas, fient sexagenæ tertiæ, sic tertia scrupula in secundas sexagenas, vel secunda scrupula in tertias sexag. divisa, producunt utrobique quinta scrupula.* Exceptio. Quando numerus dividendus est minor divisore, producitur species uno loco inferior

quàm

quàm regulæ docent: *ut 8 scrup. secunda per 20 scrup. prima divisa, proferunt 24 non scrup. prima, ut est in regula, sed scrup. secunda, quæ sunt uno loco inferiora.*

Divisor & dividendus sunt aut generis.

Ejusdem, & hic notarum substractio ostendit speciem emerg. in genere

diversi: hic notarum additio profert speciem ejusdem cum dividenda specie generis.

Eodem *Diverso* quando nota dividendæ speciei fuerit.

Major, *Minor*.

Formula dividendi per usum Canonis Sexagesimorum.

Dividendus numerus scribendus suprà, divisor infrà, ultimum numerum sub ultimo ponendo, nisi ultimus divisoris numerus major fuerit, tunc enim (ut in vulgari divisione) divisor uno loco dextrum versus promovendus. Quorum deinde numerum hoc modo ex Canone desumes, ultimum divisoris numerum quære in aliquo vel Trianguli vel Trapezii latere, & verticalem sive suprapositum dividendi numerum, vel saltim sibi proxime minorem, inter areolas ibidē discurrendo perquirito, namque è regione cellulę hunc numerum continentis, reliquum latus priori perpendiculare, quotum desideratum ostendet, cum quo eodem modo procedendum, ut in vulgari divisione. *Exempli gratia, sint*

1/x 1/x 0 1 11 11
16 5 9 12 17 16 pertienda per 42 23 35 46. Stabit exemplum divisionis sic: Quero nunc quoties 42 in verticali 16: 5 contineantur, ingredior ergo canonem, & in latere descendente, sive sinistro,

1/x 0 1 11
42 23 35 46

16 5 9 12 17 16 (22
42 23 35 46

sumo divisorem 42, unde si evasero per omnes continenter areolas, nullum reperio numerum, qui supralocato vel verticali dividuo sit æqualis, unde proximè minorem. 15: 24 desumo, atque hinc descendo usque ad basin sive latus inferius, invenio ibidem quotum 22, quem post lunarem lineam scribo, & species ejus pertinet ad gradus, namque juxta primum præcept. sexagenæ primæ quando secundas dividunt, faciunt primas

mas sexag. Verùm quia numerus divisionis 42 excedit dividendi, 16, quota species uno loco sit minor quam regulæ docent. Porrò per quotum eundem totum divisorem multiplico, factus erit 15 8 12 16 52, 24: 26: 50 vel conjunctim 15: 32: 39: 6: 52 Hæc à verticali dividendi sublata relinquunt 32: 30: 5: 52.

//x	/x	o	/	//	///	o
16	5	9	12	17	47	(22
	42	23	35	46		
15	8	12	16	52		
	24	26	50			
15	32	39	6	52		
	32	30	5	25		

Hæc operationis formula propter unum adhuc in dividendo intactum numerum semel iteranda. Quare ad dextram ipsius residui intactum dividendi numerum 16 adjungo, & divisorem eis subscribo, ponendo primum divisoris numerum 46 sub 16, reliqui ordine pergant.

32	30	5	25	16	(22	46

Deinde ex canone quæro quoties 42 in verticali numero 32: 30 contineantur? cùm ex trapezio id habere non possum, consulo Triangulum, & ex latere supremo accipio 42, & descendendo inter areolas, protinus reperio non ipsum quidem, sed proxime minorem 32 12, à quo ad dextram Trianguli oram egressus, habeo quotum 46 post lunarem lineam priori quotò adscribendum, per quem totum divisorẽ multiplico, fiunt 32 17 26 35 15, vel collectim sic, 32 30 5 25 16, quæ à verticali numero sublata, nihil relinquunt in reliquo.

32	17	26	35	16		
	12	38	50			
32	30	5	25	16		

Unde quotus ex divisione erit 22 gr. 46 scr.

Hic etiam omnia observanda sunt, quæ in vulgari divisione. Quare quando ex multiplicatione quoti in divisorem numerus producitur major verticali, à quo subtrahendum, delendus erit ille quotus, & unitate minor scribendus. Necessum enim est, ut factus sit verticali vel minor, vel æqualis, atque deinde ejus residuum ex substractione fiat divisore minus Denique quando ipsi residuo numerus dividendi proximè antecedens adjicitur, si tunc nihilominus maneat divisore minus, tunc pro sequente quoto cyphram annotamus post lunarem lineam. Sed hæc in vulgari divisione exposita fuerunt, Et in sequenti exemplo exercentur.

	//x	/x	o	/	//	///	////	v	v/			/x	o	/	//	///
Sint	21	28	49	34	8	20	18	25	57	dividenda per		46	0	30	1	54

Inspice cum attentione operationis formulam subsequentem, in qua omnis dividendi varietas occurrit: exempla enim hic magis illustrant, quam verborum institutio.

In divisione proposita quatuor fiunt operationes, & in prima operatione, invenimus

quotum 28, ex cujus in divisorem multiplicatione fiũt 21 28 14 0 53 12, quæ à verticali sublata, relinquunt 35:33: 15: 8. est q̃ primaoperatio absoluta: pro secũda operatione isti residuo numerum tertium dividẽdi 18 ad dextras adjunge, & quia nihilominus iste numerus minor est divisore; unde pro secundo quoto asscribe post lunarem cyphram.

Pro tertia operatione adjunges numerum dividendi secundum 25, & propositum numerum in divisorem partire, fient pro quoto tertio 46, relictis 16 52: 6 51 1 57, quibus adjice primum dividendi numerum 57, & quamvis prima instantia invenies ex Canone quotum 22: verum quia ejus in divisorem multiplicatio producit numerum majorem verticali, ideo quotum constitues unitate minorem 21, quæ si in divisorem ducantur, efficiunt 16 6 10 30 39 54. Atque hæc à verticali sublata, relinquunt 45 56 20 22 3. Quare quotiens divisionis propositæ erit

```
21 28 49 34 8 20 18 25 57 (28: 0: 46: 21
   46 0 30 1 54
21  0 14 0 25 12
   28 0 0 28
21 28 14 0 53 12
```

1. oper.

```
35 33 15 8: 18: 25
   46 0 30 1 54
35 0 23 0 41 24
   16 0 0 46
35 16 23 1 27 24
```

2. operat. 3. operat.

```
16 52 6 51 1: 57
   46 0 30 1 54
16 0 10 0 18 54
   6 0 30 21
16 6 10 30 39 54
```

4. operat.

```
45 56 20 22 3
```

o 1 11 111
28 0 46 21, relictis 45 56 20 22 3.

Si placet minutiora inquirere, tunc residuo relicto adjunge à dextris cyphram, atque numerum istum ulterius per divisorem partire, fient pro quoto quinto 59 scr. IV. relictis adhuc 41 50 50 10 54, quibus rursus adjice 0, & divide per divisorem, fiunt pro quoto 54v, relictis 26 23 9 21 24. atque sic ad minima quaque pervenire datur.

Præcipuus divisionis usus conspicitur in areali tabularum Astronomicarum ingressu, cujus exemplum prostat 8 p. cap. 2. Tom. 3. Astron. nostræ: *Verbi gratia, detur declinatio solis 3 gr. 19 scr. I: 16 scr. II: Quæritur gradus & signum Zodiaci huic declinat. respondens. Inquisitio hujus fit per arealem tabulæ ingressum, numerus enim declinationis datus quæritur in area tabulæ, & quæsitum extra in margine sumendum: sed quia tabula, in area sua, penitus numerum declinationis*

propositi-

propositum non exhibet, sed proximè minorem quidem 3° 11′ 4″, & majorem 3° 34′ 47″, ut horum circumjacentium arcuum differentia sit 23′ 43″ & data declinatio excedit minorem horum arcalium numerorum 8′ 12″. Quare ut partem proportionalem vestiges sic argumentaberis 23′ 43″ — dant 1° —, quid dabunt 8′ 12″? Iuxta tenorem regulæ proportionis multiplicà numerum secundum per tertium, & productum, utpote 8′ 12″, divide per primum 23′ 43″, sed quia divisor major est dividendo, adijcio à dextris dividendi cyphram, stabitque exemplum sic: Quæro itaque ex trapezio quoties 23 in 8′ 12″ habeatur? & quamvis prima instantia invenio 21, tamen quia ex multiplicatione quoti hujus in divisorem fit numerus major dividuo supra se locato, unde accipio 20, & per hunc quotum multiplico divisorem, producuntur 7 54 20, quibus à dividuo sublatis, relinquunt 17 40: hisce rursus addo cyphram, & ulterius per eundem divisorem divido, fiunt pro quoto 46, relictis 17′ 28″. Vnde declinationi propositæ respondent 8 gr. 20 scr. 144 scr. 11″ Arietis & Libræ: sive 21 gr. 40 scr. 16 scr. 11″ Pisc. & Virg. signorum, ut videre est in loco citato Astron. nostræ: nos enim hic saltim operationem & usum divisionis exhibemus.

		0	1′	11″
		3°	11′	4″
			1′	11″
			23′	43″
		1′	11″	0
		8′	12″	
		1′	11″	111″
dividendm		8	12	0
divisor		—	23	43 (20 44
		23	43	
	7	14	20	
		40		
		17	40	0
			23	43
		19	31	32
			52	
			17	28

CAP. XIX.

De numerorum simplicium sive vulgarium distinctione, & inter se comparatione, quatenus primi & compositi sint.

NVmeri considerantur aut absolutè per se: aut inter se relativè. Numerus absolute per se consideratus, est aut per se primus, aut Compositus. Numerus per se primus est, quem præter unitatem nullus alius numerus me-

titur, *quales sunt 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, &c. namque eos sola unitas dividit, ut nihil supersit.*

Compositus numerus est, quem præter unitatem aliquis alius numerus metitur: *Cujusmodi est 12, namque eum uterque horum numerorum 3, 4, ita dividit, ut nihil supersit. Quod ipsum metiri dicimus.*

De numeris compositis hæ regulæ per universam Arithmeticam observandæ veniunt.

I. Numerus 2 omnem numerum parem metitur.

II. Numerus 3 omnem numerum metitur, cujus notæ numerales simul collectæ per tria numerantur, ut nihil supersit: ut numerus 5, 4, 3, 9.

III. Eadem proprietas est numeri 9: *ut numerum 4869 metitur 9, quia si notas ejus omnes colligas abjiciendo semper novem dum potes, nihil supererit.*

IV. Numerus 4 omnem metitur numerum, cujus pars prima, sub duabus primis notis comprehensa, ab ipso numero 4 metitur, *qualis est 69816. numerus enim sub duabus primis notis comprehensus est 16, quem 4 metiri palam est.*

V. Numerus 5 omnem metitur numerum, cujus prima nota fuerit 5, vel 0.

VI. Numerus 6 omnem metitur numerum parem, quem numerus 3 metitur: *ut numerum 4362 metitur, tam 6 quam 3.*

VII. An propositus numerus habeat partem octavam, ita colliges facilè, partem numeri propositi sub prioribus tribus notis comprehensam dimidiato, factus si 4 metitur, tunc totus numerus per 8 mensurabitur: *uti numerus 4368 dimidium numeri 368 facit 184, & hic numerus per 4 dividi potest, ut ex 4 præcepto facilè colligitur.* Aliter idem explorabis. Duplica numeri propositi notam secundam, & quadruplica tertiam: productos inde numeros cum prima nota simul adde. Quoniam si productum illud 8 metiatur, ipse datus numerus ab octo mensurabitur: *ut in superiori numero 4368, duplica 9, fiunt 12, quadruplica 3, fient rursus 12, quæ simul 24 efficiunt, quibus si primam notam 8 adjeceris, consurgent 32, quem numerum 8 metitur, quare & ipse octonarius totum numerum 4368 metietur.*

Docuimus ergo artificioso discursu, qui numeri per notarum aliquam metiri possunt: excepta tamen septenarii numeri nota, quæ cujus numeri mensura sit, nullâ alia viâ certius explorari potest, quàm divisione ipsâ, si nimirum propositum numerum exactè dividat. Superest generale illud.

VIII. Omnis numerus compositus, quem præter unionem nulla alia nota mensurat, etiam à nullo alio, præter quam à primo numero mensurabitur.

CAP.

CAP. XX.

Hæc de numeris absolutè per se considerantis: Sequitur numerorum relatio; quatenus nimirum inter se sunt, vel primi, vel compositi.

PRimi inter se sunt numeri, quos sola unitas communis mensura metitur: *ut 5 & 8, quamvis enim 8 per se sit compositus, mensuratur enim per 2 & 4: nullus tamen, præter unionem, reperitur numerus, qui & 5 & 8 pariter metitur. Eodemmodo tres hi numeri 9, 10, 25 primi inter se dicuntur, quamvis postremi, nempe 10 & 25, pro communi mensura 5 habant, tamen præter unitatem propositos illos tres numeros pariter nullus numerus mensurat.*

Compositi autem inter se sunt numeri, quos præter unitatem, aliquis alius numerus tanquam mensura communis metitur: *ut 15 & 24 inter se sunt compositi, quia eos numerus aliquis, tanquam communis mensura metitur. Sic et iam inter se compositi sunt hi numeri, 7, 21, quia primus eorum 7, & se ipsum & reliquos duos mensurat.*

In Compositis inter se numeris duo inquirunt Arithmetici:

Mensuram Communem Maximam,
Dividuum Communem Minimum.

CAP. XXI.

De inveniendo datorum numerorum maxima communi mensura.

INventio maximæ communis mensuræ extat apud Eucl. p. 2. lib. 7. idque per continuam subductionem: ut nempe oblatorum numerorum minor semper de majori auferatur, deleto illo, à quo fit subtractio, idque continuata serie, *donec duo fiant numeri pares, qui oblatorum numerorum maximam mensuram indicant. hoc est, eum repræsentant numerum, per quem oblati singulatim dividuntur, ut nihil supersit.* Exempli gratia, proponantur 90 & 24: aufero 24 ex 90, relinquuntur 66. hinc rursus desumo 24, restant 42, & inde tollo 24 reliquus est 18. Similiter huic reliquum aufero ex 24, restant 6; quæ denuo sublata ex 18, relinquunt 12, à quibus 6 sublatis, relinquuntur 6: suntque 6 & 6

numeri

numeri reperti pares. Vnde 6 est numerus maximus propositos numeros 90 & 24 communiter mensurans: namque 90 per 6 divisa, fiunt 15, & 24 per 6, factus erit 4, nullo utrobique relicto residuo.

2. Hoc ipsum tamen multo breviùs per divisionem efficiemus, cùm divisio sit compendiosa quædam subtractio.

Divide majorem oblatorum numerorum per minorem; & si nihil ex hujusmodi divisione remanserit, ipse numerus minor erit communis maxima mensura. At si quispiam numerus ex prima illa divisione relinquatur, per ipsum relictum numerum divides eum numerum, quem prius divisorem fecisti & deinceps ita continuando, quousque perveneris ad divisionem ex quo nihil relinquetur: hujusmodi namque divisor ultimus erit quęsitus numerus pro mensura communi sumendus. *In exemplum prioris casus sumantur 81 & 27: quoniam 81 divisa per 27, nihil ex divisione relinquunt, idcirco 27 est communis mensura datorum 81 & 27 numerorum. Pro exemplo secundi casus proponantur 114 & 24. Divide 114 per 24, erit quotus 4, relictis 18; per quæ ipsa 24 rursus partire, erit quotiens 1, relictis 6. Tandem per 6 divisa 18, fient pro quotiente 3, nullo relicto residuo. Quare hic ultimus divisor 6 est datorum numerorum mensura maxima. Rursus sumantur 189 & 36. divide 189 per 36, fient 5, relictis 9, per quæ ipsa 36 rursus partire, quotus erit 4, nullo relicto residuo. Quare ultimus divisor, 9, erit maxima mensura datorum 189 & 36.*

NOTA.

Quod si ex istiusmodi repetita subtractione, vel compendiosius; divisione tandem relinquatur unitas; demonstrat. lib. 7. Eucl. ejusmodi numeros inter se primos esse, nullamque mensuram communem, prater unionem, admittere: quales sunt 13 & 27: item 6 & 20: sic 47 & 59. & similes.

CAP. XXII.

De inveniendo datorum numerorum minimo communi dividuo.

INventio maximi communis divisoris hactenus fuit, sequitur inquisitio numeri, & quidem minimi, quem propositi numeri dimetiuntur. Cujus inventio est apud Eucl. prop. 36. lib. 7. Neque laborat aliqua difficultate, si duas consi-

consideraris vias: aut enim duo oblati numeri sunt inter se primi, aut compositi. Si dati numeri fuerint inter se primi, multiplicetur alter in alterum, factus erit is, quem uterque datorum metitur, & quidem minimus: *ut ex 13 & 27 inter se multiplicatis (qui sunt inter se primi) exurgunt 351, quem dico esse minimum eorum, qui sub mensuram propositorum numerorum 13 & 27 cadunt.*

1. Cæterum si duo oblati numeri inter se compositi fuerint, per præcedens præceptum ipsorum maxima communis mensura acquiratur, per quam si alteruter oblatorum dividatur, & quotiens in reliquum multiplicetur, factus erit minimus ab utroque dividuus: *ut 27 & 45 sunt inter se compositi, eorum communis maxima mensura est 9, per quæ alterutro, utpote 27, diviso; fiet quotus 3 qui ductus in reliquum 45, producet 135 minimum à datis communiter dividuum. Vel maximam datorum mensuram 9 per 45 divide, quotumque 5 per 27 multiplica, producetur communis dividuus, ut prius, 135.*

27 -- 45
9
5 3
135

2. Consequenter si trium aut plurium numerorum minimus communis dividuus investigandus sit, tunc primo duorum ex eis numerorum communis minimus dividuus inquirendus, numerus verò inventus ad tertium accommodetur, & cum istis duobus eodem modo procedatur. Namque numerus hic secundo repertus, erit minimus à tribus datis communiter dividuus, & sic de pluribus, *ut sit quærendus minimus dividuus à datis 6, 8 & 15. datorum 6 & 8 minimus dividuus, ex præmisso præcepto, est 24. Hujus vero 24, & datorum tertii 15, communis dividuus minimus est 120. dico igitur 120 esse dividuum à datis 6, 8 & 15, eumque communiter minimum.*

6 - 8 - 15
2
4 3
24
3
3 8
120

Hinc patet & inquisitio de pluribus numeris, *ut proponantur hi numeri 3, 4, 12, 7, 9, 8, primo inter eos 12 est communis dividuus ex datis 3 & 4. Vnde 12 cum 8 collatis, reperies 24 communem dividuum à datis 3, 4, 12, 8. Rursus collatis 24 cum 9, eorum communis dividuus erit 72: quibus cum 7 collatis, dabitur omnium propositorum numerorum minimus communiter dividuus 504.*

Haud

Haud absimili inductione colligas minimum ab 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 dividuum esse 60. Quam ob causam ille numerus Astronomis in scrupulorum numeratione tanto perè adhibuit.

CAP. XXIII.

De notatione fractorum vulgarium numerorum.

FRactio sive numerus fractus est partis aut partium integri assignatio: *ut si integrum aliquod sectum sit in 5 partes æquales, & quispiam sumpserit ex illis unam, dicetur quinta illa pars numerus fractus: sic 2 quintas, 3 quintas, quatuor quintas dicimus.*

Oriuntur plerumque fracti numeri ex residuo divisionis integrorum numerorum: *ut cùm 12 dividuntur per 5, quotiens est 2, & superest 1, ex quibus fit fractio* $\frac{1}{5}$ *ita ut quotiens sit* $2\frac{1}{5}$.

CAP. XXIV.

De accidentali fractionum numeratione.

DOctrina fractionis, quatenus hic docetur, est duplex. Accidentalis alia, alia verò Essentialis. Accidentalis, quæ fractorum numerorum variâ accidentiâ, & quasi prolegomena tradit. Docet enim ut scribi, æstimari, varicque reduci debeant.

Fractiones ut scribendæ.

1. Scribuntur igitur fractiones duobus numeris, linea media interjecta, distinctis. Numerus superior appellatur *numerator*. Inferior *denominator*: hic enim denotat in quot partes integrum sit sectum: ille verò quot ejusmodi partes, & fractiones sumendæ sint, numerat: *ut* $\frac{2}{3}$. *Inferior numerus denotat integrum sectum, & divisum in 3 partes: sed sumendas ex eis tantummodo duas innuit superior.*

Æstimatio sive valor fractionis.

2. Ex dictis patet, quando numerator alicujus fractionis est æqualis denominatori, æquivalet fractio illa integro: *ut* $\frac{2}{2}$; $\frac{3}{3}$; $\frac{8}{8}$ *& similibus. Si enim res quæpiam integra secetur in 3 partes æquales, capiantur que omnes 3, perspicuum est rem integram & totam accipi.*

Quando

Quando numerator est major denominatore, valet illa fractio plus integro. *ut in hisce*, $\frac{20}{3}$ | $\frac{43}{7}$ | $\frac{60}{7}$ *& similibus.*

Quando denique numerator est minor denominatore, minor quoque erit fractio illa quam integrum, tanto & tot partibus, quot unionibus numerator denominatore minor fuerit: *ut* $\frac{1}{3}$ *minus potest integro duabus tertiis: sic* $\frac{1}{4}$ *una quarta parte minus possunt integro.*

Sunt quoque fractionum, ut vocant fractiones, quæ rarius occurrunt, & scribuntur pluribus, tum numeratoribus, tum denominatoribus, per commata distinctis: *ut* $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, *significant tres quadrantes dimidii unius, vel semissis. Item* $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, *hoc est duæ tertiæ, trium quartarum ex 5 septimis integri alicujus*: Sed horum valor & prætium cognoscitur, si reducantur ad integram fractionem, quod hoc modo fiet; Multiplica primum numeratorem in secundum, & si plures adsint, productum in tertium; summa omnium communem numeratorem exhibebit, quare superiori loco scribe. Simili ratione multiplicabis in unam summam omnes denomidatores, ut habeas communem denominatorem: *ut in explis prioribus* $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ *faciunt* $\frac{3}{8}$ *integri. Item* $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$. *Multiplica 2 per 3, exeunt 6, quæ duc in 5, fiunt 30. quæ pone loco numeratoris, hoc modo: 30. Pro denominatore, multiplicabis 3 per 4, fiunt 12, quæ ducta in 7 exurgunt 84, pro denominatore. Facit ergo prædicta fractio* $\frac{30}{84}$.

Utra duarum fractionum sit major ut cognoscatur.

3. Constitues illas juxta alteras ordine: deinde multiplica numeros earum in crucem, id est, numeratorem prioris in denominatorem posterioris, & posterioris numeratorem in denominatorem prioris, ponendo numeros productos supra numeratores. Nam cujus numerator majorem produxerit numerum, major erit ea fractio: *ut harum fractionum* $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{7}$ *prior major est, quàm posterior quia 3 per 7 multiplicata, producunt 21, cum 5 per 4 multiplicata, saltim 20 producunt: Item* $\frac{2}{3}$ *&* $\frac{4}{6}$ *sunt fractiones æquales, quia facta in formam crucis multiplicatione producuntur numeri æquales.* Idem etiam cognosces reducendo fractiones ad eandem denominationem: de qua reductione dicendum posteà.

De reductione fractionis ad alias fractiones.

4. Cùm fractionem aliquam in aliam volueris reducere fractionem, hanc generalem servabis regulam. Multiplica numeratorem ipsius reducendę fractionis per eum denominatorem, ad quam oblata fractio proponitur reducenda, & productum inde numerum divide per denominatorem ejusdem redu-

cendæ fractionis; Namque hujus quotiens dabit numeratorem quæsitæ & reductæ fractionis. At si aliquod residuum fuerit ex ipsa divisione, id erit fractio fractionis reductæ: *Verbi gratia, si $\frac{15}{64}$ velis redigere ad millesimas: Multiplica 15 per 1000 fiunt 15000, quæ divisa per 64, habebis 234, scribenda supra 100, & supersunt $\frac{24}{64}$ partis nimirum 1000. Stabitque reductio sic $\frac{234}{1000}$, $\frac{24}{46}$.*

6. Ex hac generali regula dependent illa, quæ Arithmetici tradunt de monetis, ponderibus & mensuris, quando ad aliam & minorem monetam, pondus, & mensuram revocantur.

Verbi gratia, $\frac{4}{5}$ floreni ut cognoscam, quot faciunt stupheros: reduco $\frac{4}{5}$ in vigesimas, nam stupheri nihil sunt aliud quàm vigesimæ partes floreni. Multiplica igitur juxta antecedentem doctrinam 4 per 20, producuntur 80, quæ per 5 divisa, proferunt 16. Faciuntque $\frac{4}{5}$ floren. 16 stuph, hoc est, $\frac{4}{5}$ sunt $\frac{16}{20}$. Simili via reperies $\frac{7}{8}$ floren. efficere 15 stuph. 8 obulos cum $\frac{8}{5}$ obuli. Redut $2\frac{7}{9}$ flor. ad stuph. producuntur 15 stuph. cum $\frac{5}{9}$ vigesimarum sivo stuph. quæ reducendæ ad decimas sextas, sive obulos. est enim obulus 16 à pars stuph. faciuntque 8 obulos cum $\frac{8}{9}$ obulorum, quæ omittit possunt.

In ponderibus & mensuris eadem est ratio: *ut quæritur, $\frac{3}{7}$ libræ quot faciant uncias reduco $\frac{4}{7}$ ad 32, est enim uncia 32 pars lib. faciunt 13 uncias cum $\frac{5}{7}$. Simili operatione cognosces $\frac{3}{8}$ stadii continere 46 passus Geometricos, 4 pedes, 1 palmum, & 2 digitos, statuendo stadium constare 125 dig. geometricis: passum 5 pedibus: pedem 4 palmis: palmum 4 digitis. Sic in Astronomicis reperies $\frac{2}{7}$ gradus continere 17/ 8'/ 34//// &c.*

Fractionem magnam ad minorem ferè æquipollentem reducere.

In Geometricis magnitudinum proportionibus interdum magnæ sese offerunt fractiones, quarum laboriosa foret operatio, quas ad minores ferè equivalentes hoc modo reduces, elige pro numeratore quemvis numerum; eritque ut numerator reducendę fractionis ad suum denominatorem ita numerator electus ad aliud: reperiesque denominatorem subscribendum numeratori electo, & fractio illa fiet minor quam vera: Verum si denominatori reperto unitas addatur, & numeratori electo subscribatur, fractio illa erit major quam vera, intermedia erit illa cujus numerator ex numeratoribus, & denominator ex denominatoribus conflatus est. *Verbi gratia.*

Quando circuli radius assumitur 1 2 partium, erit latus Decagoni $8\frac{164068}{1000000}$ ut huic fractioni in minoribus terminis fere æquivalentem facias, elige numeratorem quemcunque 10, eumque multiplica in denominatorem 1000000, factum per numeratorem 164068 divide: quotus erit 609, super quem scribe

nume-

numeratorè electum 10, fiet fractio $\frac{10}{609}$ major verâ, & fractio $\frac{10}{610}$ erit minor, ex additione numeratorum 10 & 10 inter se, & denominatorum 609 & 610 efficies fractionem intermediam $\frac{20}{1219}$ quæ parum differt à proposita fractione $\frac{16408}{99999999}$ est tamen paulo major.

Aliud exemplum.

Quando latus pentagoni datur 12 part. erit diameter circuli circumscripti $10\frac{2442950}{11765705}$ *ut huic fractioni aliam ferè æquipollentem in minoribus terminis acquiras, elige*

Pro numeratore 1, eumque multiplica per denominatorem 11765705, per factum divide numeratorem 2442950, invenies denominatorem 48 ita ut $\frac{1}{4}$ sit major quam vera; at $\frac{1}{5}$ minor: ex additione numeratorum 1 & 1, & denominatorum 4 & 5 inter se, efficies fractionem mediam $\frac{2}{9}$, quæ adhuc major est quam $\frac{2442950}{11755705}$: media autem inter $\frac{1}{5}$ & $\frac{2}{9}$ est $\frac{3}{14}$, quæ parum ab illa differt.

Reductio fractorum ad integra, & contra integrorum ad fractiones.

6. Fractiones quæ plus integro valent (quales esse diximus illas, quarum numeratores excedunt suos denominatores) ad integra reduces numeratorem per denominatorem dividendo Tunc enim quotus ostendet integra, quibus data fractio æquivalet, *ut in hac fractione* $\frac{20}{5}$ *divide 20 per 5, quotus erit 4, æquivalens* $\frac{20}{5}$. *Sic in* $\frac{45}{7}$. *divide 45 per 7, quotus erit* $6\frac{3}{7}$. *unde fractio* $\frac{45}{7}$ *continet 6 integra, & insuper tres septimas unius integri.*

Contra integra convertuntur ad fractiones, si multiplicentur integri numeri per denominationem fractionis reducendæ: factus enim erit numerator, cui denominator fractionis datæ subscribendus: *ut 85 reducas ad quintas, si 85 per 5 multiplicentur, & fient* $\frac{425}{5}$,

Quod si integris fractio quævis adhæreat, addendus erit numerator illius fractionis ad numerum productum ex integris, per denominatorem fractionis multiplicatis, ut fiat numerator: *ut hunc numerum* $85\frac{4}{5}$ *sic ad quintas reducas. duc 85 per 5, fiant 425, his adde 4, fient pro numeratore 429, cui denominator subscribendus, eritque reducta fractio talis* $\frac{429}{5}$.

Reductio fractorum numerorum ad minimos numeros.

7. Occurrunt ut plurimum fractiones, quæ majoribus numeris scribuntur

quam par est, ita ut commodè minoribus exprimi possint: *ut hæc fractio* $\frac{16}{24}$ *æquivalet huic* $\frac{2}{3}$: *sic* $\frac{1}{8}$ *æquipollet* $\frac{1}{2}$. Quotiescunque igitur ejusmodi occurrunt; priusquam quid cum illis agas ad minimos terminos eas per hanc generalem regulam revocabis. Dividatur tam numerator, quàm denominator per maximam utriusque communem mensuram cap. 21. repertam, quoti numeri statuantur datorum loco, qui dabunt fractionem æquivalentem, & minimis numeris expressam.

Ut $\frac{16}{24}$ *tam numerator 16, quàm denominatur 24 communem habent mensuram 8. Dividatur igitur 16 per 8, erit quotus 2: è 24 per 8 erit 3. Dico igitur* $\frac{2}{3}$ *æquivalere* $\frac{16}{24}$.

ALITER.

8. Idem fortè compendio efficies, si quando uterq. præpositæ fractionis numerus, hoc est; tam uumerator, quàm denominator fuerit par, eosque perpetuâ dimidiatione singulatim minuas, donec uterque vel eorum alter in imparem numerum resolvatur, & posteà per 2 & 3 præc. cap. 19. inquirendum, num per 3 vel 9 relictos numeros minuere possis, sin minus, & tamen inter se compositi fuerint relicti isti numeri, eos per communem maximam mensuram, ut suprà, minues: *veluti sint inveniendi minimi numeri hujus fractionis* $\frac{108}{252}$ *primo, bis repetita dimidiatione relinquuntur hi numeri* $\frac{27}{63}$ *impares, qui propterea dimidiatione ulterius minui nequeunt. Quoniam verò cummunis eorum mensura per 3 præc. cap. 19. deprehenditur esse 9, uterque per 9 dividatur, & facti erunt* $\frac{3}{7}$, *qui tantum valent, quantum* $\frac{108}{252}$. $\frac{108}{252}$. $\frac{54}{126}$. $\frac{27}{63}$.

Compendia.

Si & numerator & denominator initio cyphras habuerint, abjice illas: *ut* $\frac{300}{700}$ *idem valet quod* $\frac{3}{7}$. *Item* $\frac{200}{750}$ *idem erit quod* $\frac{20}{75}$, *vel per 5 præc. 19 cap.* $\frac{4}{15}$. *Oportet enim utrinque æque multas adimere cyphras, & deinceps relictos numeros, si inter se compositi fuerint, ad minimos (juxta præscriptam doctrinam) redigere.*

Reductio fractorum ad eandem denominationem.

9. Quemadmodum diversæ res, sive monetæ, sive pondera vel mensuræ, non temerè confusæ, sed in unam speciem commutatę adduntur, ita & fractiones diversarum denominationum nunquam rectè componuntnr, vel à se invicem subducuntur. Sed necesse est ut prius ad unam & eandem denominationem reducantur, hoc est, ut ex heterogeniis homogenia constituantur. Quod hoc modo compendiosè fiet, per cap. 21. quęrendum minimum dividuum

duum ex datis denominatoribus reducendarum fractionum, sive eæ duæ, sive plures fuerint. Namque numerus ille inventus erit communis denominator, quem si per cujuslibet fractionis denominatorem dividas, quotumque per numeratorem multiplices, produces numeratorem supra communem divisorem scribendum: *Verbi gratia, sint* $\frac{3}{4}$ *&* $\frac{5}{6}$ *ad eandem denominationem reducendæ: communis divisor & ab utroque denominatore 4 & 6 minimus dividuus est 12, quæ per primum denominatorem 4 divisa, & factum 3 in ejusdem numeratorem 3 ducta, producunt 9 pro numeratore primæ fractionis. Similiter eundem numerum 12 dividamus per 6, denominatorem secundæ fractionis, & quotientem 2 multiplicemus per 5 numeratorem ejusdem fractionis, reperiemus 10 pro numeratore: itaq. propositæ fractiones reductæ sunt ad has* $\frac{9}{12}$ *&* $\frac{10}{12}$.

Ad eundem prorsus modum etiam quam plurimæ minutię propositæ ad eandem denominationem reducentur: $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{5}{8}$ *ut sint hæ fractiones simul reducendæ:*

Communis denominator & minimus ab omnibus denominatoribus dividuus capi 22, fuit repertus 504, quæ divide per primum donominatorem 3, fiunt 168, per numeratorem ejusdem fractionis 2 multiplicanda, ut habeatur numerator primæ fractionis, reductæ 336: eodem modo repertum numerum 504 per secundum denominat. 4 divide, ejusque quotum 126 per numeratorem 3 multiplica, fient 378 pro numeratore secundæ fractionis, & sic pergendum in cæteris, & stabunt reductæ fractiones sic: $\frac{336}{504}$ $\frac{378}{504}$ $\frac{210}{504}$ $\frac{432}{504}$ $\frac{392}{504}$ $\frac{315}{504}$.

336	378	210	432	392	315	*novi numerat.*
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{5}{8}$	*datæ fractiones.*
168:	126.	42.	72.	56.	63	*Quoti*
		504				*communis denominat.*

CONSECTARIVM.

Ex hoc reductionis Canone cognitio est, quæ fractiones majores sint, quæ minores. Quando enim ad eandem denominationem reducuntur, tunc quæ æquales acquirunt numeratores, eæ inter se æquales erunt; quæ diversos, inæquales: majores quidem erunt, quarum numerator major: minores, quarum numerator minor.

CAP. XXV.

De essentiali partium numeratione.

ACcidentalis partium numeratio fuit, sequitur Essentialis, quę fractiones sive puras, sive integris permistas augendo vel minuendo numerat,

Species ejus sunt quatuor: ADDITIO, SVBTRACTIO, MVLTIPLICATIO, & DIVISIO.

De additione purarum & mistarum fractionum.

ADDITIO purarum est numeratio, quæ fractionum ad eandem denominationem reductarum numeratores simul addit, summæque collectæ communem denominatorem subjicit. Praxis igitur talis est.

1. Quando purę fractiones addendæ eundem habent denominatorem, addendi sunt numeratores, & aggregato idem denominator supponendus: *ut ad* $\frac{5}{7}$ *adde* $\frac{6}{7}$: *earum summa erit* $\frac{11}{7}$; *habent enim propositæ fractiones eundem denominatorem 7, summaque ex numeratoribus 5 & 6 collecta est 11, quibus supponatur divisor 7. Eodem modo in addendis his fractionibus* $\frac{11}{19}$ $\frac{14}{19}$ $\frac{6}{19}$ $\frac{8}{19}$ *colliges omnes numeratores in unam summam, fiunt 43, quibus supponatur denominator communis 19, eritque summa fractionum* $\frac{43}{19}$, *quæ ad integra reducta, per 6 præc. cap 24 faciunt* $2\frac{5}{19}$.

2. Si verò addendæ fractiones diversos habeant denominatores, reducendæ erunt prius ad eandem denominationem, & tunc eodem modo addendum: *ut ad* $\frac{14}{20}$ *adde* $\frac{19}{33}$, *summa erit* $\frac{842}{660}$, *eodem modo* $\frac{14}{27}$ *&* $\frac{19}{36}$ *conjunctim efficiunt* $\frac{113}{108}$, *vel* $1\frac{5}{108}$. *Similiter his simul additis* $\frac{25}{72}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{17}{18}$, $\frac{14}{36}$, *earum summa erit* $\frac{177}{72}$ *hoc est*, $2\frac{33}{72}$, *de quarum operationibus inspice exempla.*

	842			113		
462		380		56		57 numerat.
$\frac{14}{20}$		$\frac{19}{33}$	9)	$\frac{14}{27}$		$\frac{19}{36}$ } fract. reducendæ.
33		20		4		3 } Quoti
	660				108	comm unis denominat.

	25	56	68	28	novi numer.
9)	$\frac{25}{72}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{17}{18}$	$\frac{14}{36}$	} fract. reducendæ.
	1	8	4	2	} Quoti
					72 communis denominator.

25
56
68
28
177 fractio $\frac{177}{72}$, vel $2\frac{33}{72}$

3. ADDITIO mistorum, integra inter se more integrorum, & fractiones, more fractionum addendo, unam tandem summam colligit: *ut:*

ad 12 adde $6\frac{4}{5}$, *summa erit* $18\frac{4}{5}$.

ad $\frac{5}{7}$ *adde* $13\frac{20}{21}$ *addita simul fractiones sunt* $\frac{35}{21}$,

sive per reductionem $1\frac{14}{21}$, *quibus ad 13 additis, erit summa* $14\frac{14}{21}$, *vel* $14\frac{2}{3}$.

Ad

Ad $35\frac{14}{27}$ *adde* $198\frac{15}{36}$ *fractiones additæ efficiunt* $\frac{113}{108}$, *sive per reductionem* $1\frac{5}{108}$. *Porro ad 1 ad 35, sunt 36, quæ addita ad 198, erit summa additorum* $234\frac{5}{108}$.

Diligenter inspice exemplum hoc plurimorum numerorum permixtorum.

	$644\frac{2}{3}$		16	10	18	21
	$45\frac{5}{12}$		$\frac{2}{4}$	$1\frac{5}{12}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$ 16
	$79\frac{3}{4}$		8	2	6	3 10
	$30\frac{7}{8}$					18
summa	$810\frac{17}{24}$			24		21

17 *fract.* $\frac{65}{24}$, *sive* $2\frac{17}{24}$.

CAP. XXVI.

De subtractione purarum & mistarum fractionum,

SVbductio purarum est numeratio, quæ reductarum ad eandem denominationem fractionum numeratoribus à se invicem subductis, residuo communem denominatorem subnectit. *Quare ut in additione, efficiendum ut sint similes denominatores: tumque numeratorem minorem à majori subtraho, residuo eundem denominatorem subscribo: ut patet in exemplis: è* $\frac{5}{9}$ *tolle* $\frac{8}{9}$, *reliquus est* $\frac{3}{9}$, *vel* $\frac{1}{3}$ *è* $\frac{3}{4}$ *tolle* $\frac{2}{3}$, *reliquus est* $\frac{1}{12}$, *è* $\frac{20}{21}$ *tolle* $\frac{17}{49}$ *reliquus erit* $\frac{673}{1029}$.

Exempla sic erunt:

	1		623	
	8	9	980	257
	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{20}{21}$	$\frac{17}{49}$
	4	3	49	21
	12		1029	

ex $\frac{3}{4}$, *&* $\frac{5}{12}$ *tolle* $\frac{1}{3}$, *fractiones reductæ erunt sic,* $\frac{9}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{2}{12}$. *Porro è* $\frac{9}{12}$ *&* $\frac{5}{12}$ *conjunctim, hoc est,* $\frac{14}{12}$ *tolle* $\frac{2}{12}$, *reliquus erit* $\frac{12}{12}$, *vel 1.*

2. In mistorum subductione, aut integra subducuntur à misto, & tum integrorum ab integris duntaxat fit subductio, & reliquo fractio data additur, *ut è* $14\frac{2}{3}$ *sublatis 13, reliquus erit* $1\frac{2}{3}$.

Aut fractus sive etiam numerus mistus subducitur ab integris, in quo casu unitas ab integro sumenda, & ad ejusdem denominationis fractionem redigenda, ita ut fiat fractio, cujus numerator æqualis sit denominatori, à qua deducenda est fractio data: *ut si ab 11 auferendæ sint* $\frac{5}{7}$, *sumes ab integro hanc fractionem*

nem $\frac{7}{7}$, unde si auferas $\frac{5}{7}$, remanebunt $\frac{2}{7}$, & reliquus subductionis erit $10\frac{2}{7}$. Integra enim carebunt illa unitate, quæ ad fractionem reducebatur. Eodem modo, è 5 tolle $2\frac{11}{12}$, reliquus erit $2\frac{11}{12}$.

3. Aut denique solus fractus, sive etiam mistus subducitmr à misto: In quo casu si fractio detrahenda minor vel æqualis fuerit, quàm illa à qua fiet subductio, tunc fractio à fractione, & integra si fuerint ab integris subducantur: *ut è $7\frac{2}{3}$ tolle $\frac{1}{4}$, reliquus erit $7\frac{5}{12}$: sic è $14\frac{1}{2}$ tolle $11\frac{1}{4}$, reliquus erit, $3\frac{1}{4}$.* Verùm si fractio subtrahenda excedat illam à qua fiet subtractio, tunc mutuo sumatur unitas ex integris, à quibus subductio debet fieri, eamque reduces, atque fractioni, quæ illis adhæret, adjunges, & tunc demum subtrahes: *ut è $36\frac{1}{4}$ tolle $\frac{1}{2}$, quoniam $\frac{1}{2}$ major est quam $\frac{1}{4}$, facies ex unitate integrorum 36 hanc fractionem $\frac{4}{4}$, quæ cum $\frac{1}{4}$ facies $\frac{5}{4}$, à quibus si $\frac{1}{2}$ auferatur, reliquus erit $\frac{3}{4}$. Quare si è $36\frac{1}{4}$ auferas $\frac{1}{2}$, relinquuntur $35\frac{3}{4}$.*

Eodem modo è $97\frac{1}{2}$ tolle $16\frac{15}{16}$. primum ab integris 97 accepta unitas, (quæ valet $\frac{2}{2}$) addatur ad $\frac{1}{2}$, erit summa $\frac{3}{2}$, à quibus $\frac{15}{16}$ si auferantur, reliquus erit $\frac{9}{16}$, consequenter ablatis 16 de 96, relinquuntur. 80, totum itaque residuum erit $80\frac{9}{16}$.

è -- $302\frac{5}{6}$	*è -- $40\frac{17}{49}$*
tolle - $98\frac{8}{9}$	*tolle $29\frac{20}{21}$*
reliquus $203\frac{17}{18}$	*reliquus $10\frac{436}{1029}$*

Quod si una fractio à pluribus fuerit subtrahenda, vel plures ab una, vel plures à pluribus: danda erit opera, ut prius plures illæ tam subtrahendę, quàm illæ, à quibus subtrahendum, in unam colligantur summam.

CAP. XXVII.

Multiplicatio fractorum numerorum, purorum & mistorum.

MVltiplicatio purarum fractionum est quæ homogeneos fractionum terminos inter se multiplicando, quæsitam fractionem producit.

Per terminos fractionum homogeneos intellige earum numeratorem in numeratorem, & denominatorem in denominatorem multiplicandos esse: ut $\frac{3}{4}$ per $\frac{5}{7}$ multiplicando, erit factus ex eis $\frac{15}{28}$. Quod enim ex multiplicatione numeratorum provenit pro numeratore, & factus ex ductu denominatorum pro denominatore assignatur. Similiter $\frac{9}{11}$ multiplicatæ per $\frac{7}{13}$, faciunt $\frac{63}{143}$.

Com-

Compendium.

2. Si datarum fractionum termini alterni, hoc est, numerator unius fractionis, & denominator alterius fuerint inter se compositi, tunc eidem ante multiplicationem per communem divisorem ad minores numeros redigantur: *ut sint multiplicandæ $\frac{8}{17}$ per $\frac{15}{16}$, hic termini coalterni 8 & 16 per communem divisorem 8 contrahantur, & quoti 1 & 2 ipsorum loco reponantur, unde reductæ fractiones erunt $\frac{1}{17}$ & $\frac{15}{2}$, quæ invicem multiplicatæ, producunt $\frac{15}{34}$.*

$$\frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{17} \times \frac{15}{\underset{2}{\cancel{16}}} \text{ factus } \frac{15}{34}$$

Rursus sint multiplicandæ $\frac{25}{36}$ per $\frac{99}{100}$ hic terminis alternis bis contractis, multiplicabis $\frac{1}{4}$ per $\frac{11}{4}$, erit factus $\frac{11}{16}$, namque terminorum alternorum 25 & 100. communis mensura est 25, per quam contrahuntur ad 1 & 4. Similiter termini alterni 36 & 99 contrahuntur per communem mensuram 9, ad 4 & 11.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{36}}} \times \frac{\overset{11}{\cancel{99}}}{\underset{4}{\cancel{100}}} \text{ factus } \frac{11}{16}$$

3. Ex hoc deducitur aliud compendium. Si enim duarum vel etiam plurium fractionum termini coalterni fuerint æquales, tunc omissis æqualibus, numerator reliquus cum reliquo denominatore factum producet.

Vt sint multiplicandæ $\frac{4}{7}$ per $\frac{7}{5}$, factus erit $\frac{4}{5}$. Similiter sint hæ simul multiplicandæ fractiones $\frac{3}{4}\,\frac{4}{5}\,\frac{5}{7}\,\frac{7}{8}\,\frac{8}{13}$, hic rejectis omnibus intermediis æqualibus terminis, fiet factus $\frac{3}{13}$. Ratio est, quoniam alterni termini inter se compositi, ad unitatem per communem suorum mensuram rediguntur, ut hic patet.

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 7 & 8 \\ \hline 4 & 5 & 7 & 8 & 13 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

Porro in multiplicatione harum fractionum $\frac{12}{17}, \frac{7}{8}, \frac{6}{7}$, stabunt termini reducti sic: $\frac{3}{17} : \frac{1}{1} : \frac{3}{7}$, igitur factus $\frac{9}{17}$.

De mistorum multiplicatione.

4. In mistorum multiplicatione integra ad fractiones reducta, more fractionum multiplicantur: Quando enim sive fractus, sive mistus, cum integro, sive cum misto multiplicandus erit, supponenda erit numero integro unitas, ut

fiat ex ipso quasi fractio quædam ab unitate denominata, & numerus mistus per 6 pr, cap. 24, ad illam fractionem, quæ ipsi adhæret, reducendus. Deinde juxta regulam multiplicationis operandum, ut patet in exemplis:

Sint 10 multiplicanda per $\frac{7}{9}$, stabit exemplum sic; $\frac{10}{1}$, $\frac{7}{9}$, multiplicatis itaque tam numeratoribus, quàm denominatoribus inter se, fiet factus $\frac{70}{9}$, æquivalens $7\frac{7}{9}$. Rursus sint 10 ducenda in $5\frac{4}{7}$, reductio terminorum sic stabit, $\frac{10}{1}$ per $\frac{39}{7}$, factus erit $\frac{390}{7}$ sive $55\frac{5}{7}$. Similiter sint 3 ducenda per $5\frac{1}{3}$, reductio sic erit, $\frac{3}{1}$ per $\frac{16}{3}$, contractis terminis per communem mensuram, stabit exemplum sic, $\frac{1}{1}$, $\frac{16}{1}$, factus 16.

$$\text{duc } \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{1} \text{ per } \frac{16}{\underset{1}{\cancel{3}}} \text{ fact. } 16.$$

Duc $6\frac{2}{3}$ in $8\frac{3}{4}$, termini reducti sic erunt, $\frac{20}{3}$, $\frac{35}{4}$, contractim sic $\frac{5}{3}$, $\frac{35}{4}$, factus $\frac{175}{3}$, sive $58\frac{1}{3}$. Duc $32\frac{1}{2}$ per $28\frac{1}{4}$, reductio $\frac{65}{2}$ $\frac{113}{4}$, factus $\frac{7345}{8}$, hoc est, $918\frac{1}{8}$.

Alio modo compendiosè permistorum multiplicationem interdum perficere.

Sint ducenda 654 per $34\frac{1}{2}$. primum duc integra in se, hoc est, 654 multiplica per 34, fiunt 22236. deinde duc 654 per $\frac{1}{2}$, quod fiet dimidiatione. dimidium ergo de 654 sunt 327, quæ adde priori facto 2236, erit factus ex multiplicatione 22563, inspice diligenter sequentes operationes.

Multiplica 3248 per $36\frac{3}{4}$ erit factus 119364, primum ex integrorum multiplicatione producuntur 116928. Deinde multiplicandum 3248 duces in $\frac{3}{4}$. hoc modo dimidium de 3248 sunt 1624, cujus rursus dimidium, utpote 812 ipsi conjungatur, fiunt pro facto 2436, quem adde priori facto ab integris, constabit multiplicatio.

```
        654
       34½
      ----
      2616
     1962
      327
     -----
     22563
```

```
        3248
       36¾
     ------
      19488
     9744
½ --  1624
¼ --   812
     ------
     119364
```

Multiplica

Multiplica $458\frac{3}{4}$ *per* $488\frac{1}{8}$, *erit factus* $223927\frac{11}{32}$. *Namque in integrorum multiplicatione duximus multiplicandum* 458 *per* 8, *ejusque productum per* 6, *quoniam sequens numerus multiplicantis* 48 *continet in se* 8 *sexies, deinde pars octava de* 458, *est* $57\frac{1}{4}$. *Porrò multiplicantem* 488 *duximus per* $\frac{3}{4}$ *ut in superiori exemplo bis repetita ejus dimidiatione: tandem* $\frac{3}{4}$ *ducta in* $\frac{1}{8}$, *faciunt* $\frac{3}{32}$, *quæ simul juncta, efficiunt* $223927\frac{11}{32}$

$$
\begin{array}{r}
458\frac{3}{4} \\
488\frac{1}{8} \\
\hline
3664 \\
21984 \\
57\frac{3}{4} \\
244 \\
122\frac{3}{32} \\
\hline
223927\frac{11}{32}
\end{array}
$$

CAP. XXVIII.

De divisione fractorum & mistorum.

DIvisio purorum fractorum est, quæ terminos heterogeneos, & coalternos invicem multiplicando, fractionem quæsitam efficit. Praxis ejus est, ut numerator dividendi, per divisoris denominatorem multiplicemus, & provenit numerator: & contra denominatorem dividendi per divisionis numeratorem ducamus, exurgit denominator, *veluti dividendi sint* $\frac{3}{4}$ *per* $\frac{6}{7}$, *duc* 3 *per* 7, *fiunt* 21. *Similiter* 4 *in* 6 *efficiunt* 24, *erit itaque quotus divisionis* $\frac{21}{24}$, *vel* $\frac{7}{8}$.

2. Facilitatis gratia, Divisionis regula, ad regulam multiplicationis reducetur. Si divisoris termini invertantur, hoc est, ex denominatore divisoris fiat numerator, & contra, Deinde operatio instituatur, ut in multiplicatione: *ut si dividenda sint* $\frac{3}{4}$ *per* $\frac{6}{7}$, *inversis terminis divisoris exemplum sic stabit*, $\frac{3}{4}\ \frac{7}{6}$, *vel contractè sic*, $\frac{3}{4}\ \frac{7}{2}$, *multiplicatis itaque inter se tum numeratoribus, tum denominatoribus, producetur fractio quæsita* $\frac{7}{8}$.

3. In mistorum numeratione integra convertenda erunt ad fractiones, ut in multiplicatione diximus. Deinde inversis terminis divisoris operandum ut supra, de qua inspice exempla.

Exempla	*Operatio.*	*Quoti.*
7 per $\frac{3}{5}$	$\frac{7}{1}\ \frac{5}{3}$	$\frac{35}{3}$, *vel* $11\frac{2}{3}$
7 per $5\frac{3}{5}$	$\overset{1}{\cancel{7}}\ 5$ / $1\ \cancel{28}$	$\frac{5}{4}$, *vel* $1\frac{1}{4}$
$\frac{3}{5}$ per 7	$\frac{3}{5}\ \frac{4}{1}$	$\frac{3}{35}$
$\frac{3}{5}$ per $5\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}\ \frac{28}{7}$	$\frac{25}{196}$
$8\frac{1}{7}$ per $5\frac{3}{5}$	$\frac{57}{7}\ \frac{5}{2}$	$\frac{285}{196}$, *vel* $1\frac{89}{196}$
$23\frac{7}{38}$ per $35\frac{1}{8}$	$\frac{61}{7}\ \frac{5}{8}$ / $\frac{191}{8}\ \frac{8}{281}$	$\frac{191}{2848}$

ARITHMETICAE
LIBER SECVNDVS,

ARithmeticæ pars Prima, eaque simplex hactenus exposita, sequitur altera, eaque comparata, quæ in comparatorum terminorum naturâ & affectione explicanda consumitur. Comparantur autem termini in quantitate & qualitate. Qualis autem utraque comparatio hæc sit, prolixè & præcisè docere hic non est nostri instituti, Lectorem igitur exactiora desiderantem, ad alios remittimus. Nosque de *Regula proportionis aurea*, lateris quadrati & Cubici, aliorumque figuratorum enodatione, & de numeris medio loco proportionalibus inquirendis, & de planorum Triangulorum resolutione, utpote quæ in Geometria nostra practica summoperè necessaria existunt, agemus.

CAP. I.

De aurea proportionis regula, sive trium numerorum directa.

REgula proportionis aurea est, quæ tribus datis numeris proportionalibus, multiplicatione & divisione quartum proportionalem invenit.

Hujus regulæ usus & fœcunditas tanta existit, ut caput Logistices, hoc est, fundamentum & origo omnium regularum rectissimè dici possit. Scopus ejus est, ut è tribus terminis sive numeris cognitis, quartum proportionalem ignotum investigemus. Vnde à forma Regula Proportionis, *à subjecto verò* Regula Trium, *& ob usus præstantiam,* Aurea Regula *appellatur: relucet enim tanquam aurum in immenso usu, quem Mathematicis, œconomis, & cuilibet privato homini, in primis mercatoribus præstat. Vnde* Mercatorum etiam Regula κατ' ἐξοχὴν, *appellatur.*

Proportio illa in quatuor terminis per regulam acquisita, est aut *Directa*, aut *Reciproca*. Directam dicimus, in qua est ut terminus primus ad secundum: ita tertius, ad quartum: idque & alterne & inversè. Vt dentur hi numeri proportionales: ut 2 ad 3, ita 4 ad 6. Quæ & inversè & alternè proportionales erunt, in hunc modum:

2 -- 3 -- 4 -- 6 directè,
3 -- 2 -- 6 -- 4 inversè,
2 -- 4 -- 3 -- 6 alternè,

An

An directa sit proportio ex eo quoque agnitio est, quod quanto major minorvè tertius est, tanto major minorvè quartus semper erit, sive ordinatè, sive inversè, sive alternè termini constituantur. In Reciproca proportione contrarium evenit, de qua cap. sequenti.

Fundamentum proportionis directè dependet ex 19. pr. lib. 7. Eucl. Si quatuor numeri proportionales fuerint qui ex primo & quarto fit numerus, æqualis erit ei, qui ex secundo & tertio, & econtra: hoc est, in numeris quatuor directè proportionalibus factus ab extremis, æquatur facto à mediis: ut in prioribus numeris 2 -- 3 -- 4 -- 6, termini 2 & 6 multiplicati, faciunt 12, quæ etiam producuntur ex mediis 3 & 4. hinc regula deducitur.

3. Regula proportionis directæ est, quæ tribus numeris proportionalibus datis, factum à tertio per secundum, reliquo dividens, quartum proportionalem invenit.

4. Hujus regulæ praxis & operatio existit facilis, dummodo ritè disponantur numeri cogniti. Cùm enim tres dentur noti, semper unus illorvm, ut in exemplis apparebit, quæstionem secum adfert, qui semper tertius esto. Primus verò erit numerus alter, qui de eadem est re, hoc est, qui tertio similis est: Mediam denique sedem, & locum secundum teneat is, qui relinquitur, cui etiam quartus, qui quæritur, similis esse debet. Dispositis in istum modum numeris, multiplica tertium per medium, & productum diuide per primum, quotus ex divisione surgens, ostendet quartum ignotum, satisfacietque quæstioni propositæ.

Exempli gratia, 125 milites pro menstruo stipendio accipiunt 1875 florenos, quot flor. in simili stipendio accipient 10 milites? Hic vides 10 milites habere annexam quæstionem, de illis enim quæritur, quot florenos sint accepturi: huic numero similis est numerus 125 militum, & numerus medius est pretium. Unde sic stabit exemplum.

milites,		*flor.*		*milites.*
125	——	*1875*	——	*20*

Multiplico 1875 per 10, factumque 18750 divido per 125. Quotus erit 150, numerus quæsitus. Namque si 125 accipiunt 1875, ergo 10 accipient 150.

Pro quatuor mensibus solvendi sunt 48 flor. quantum pro annuo spacio? Quia primus numerus cum tertio ejusdem debet esse rei & nominis, pro anno assumo 12 menses, & stabit regula sic:

menses,		*flor.*		*menses.*
4	——	*48*	——	*12*

Deinde multiplica secundum per tertium, hoc est, per 12, producuntur 576; quæ divide per primum, utpote 4, quotus erit 144, & totidem flor. 12 mensibus, hoc est, annuo spacio solvendi erunt.

5. Quoniam verò frequenter quæstiones per hanc auream regulam solvendæ confusè & ordine præpostero proponuntur. Deinde quoque diversæ monetæ, mensurę & pondera in uno numero reperiuntur: Denique non raro primus numerus tertio dissimilis proponitur, ut facilè quis possit hærere & impediri, presertim qui parum in Arithmeticis versatus est, difficultates istas variis quæstionibus explicabimus.

Viatori 138 miliaria conficienda sunt, qualium 16 triduo perficiuntur: Quæritur quanto tempore iter illud absolvat?

Hic quæstione paulo confusius proposita, terminos digere. Et quoniam quæritur de 138 miliaribus, quanto tempore confici possint, ei isti numero tertiũ tribues locũ Primo loco statues 16 miliaria, utpote quæ sunt nominis ejusdem. Triduum, medio loco sistes, quibus ita ritè dispositis, multiplica 138 per 3, & productum 414 divide per 16, quotus erit $25\frac{14}{16}$.

	mill.	*dieb.*	*mill.*	
Exemplum sic est	*16* ——	*3* ——	*138 fiunt*	*$25\frac{14}{16}$, vel $25\frac{7}{8}$.*

Fractionem annexam $\frac{7}{8}$ resolve in horas, invenies pro ea 21 horas per 5 præc. 24. cap.

Quanti constat una libra aromatis, quando 100 libræ constant 85 floren.

Stabit exemplum sic:	*lib.*	*flor.*	*lib.*	
	100 --	*85* --	*1 faciunt*	*$\frac{85}{100}$, vel per reductionem 17 stupheris, ut docuimus cap. 24, præc. 5. Namque 20 stuph. florenum faciunt, & 16 oboli stuph. quod hic monuisse sufficiat.*

Quando diversæ monetæ, & pondera occurrunt: redigenda erunt omnia ad minima ibi expressa:

Quanti constat una libra piperis, si 125 lib. 13 unciæ, emptæ sint 95 flor. stupheris 13?

Hac quæstione in primo & secundo numero misti reperiuntur termini, quare reductione ad minimam speciem redigendi. Quoniam 32 unciæ libram constituunt, duc 125 libras in 32, & producto adde 13 uncias, fient 4013 unciæ: — similiter 95 flor. multiplica per 20, producto adde 14 stuph. fiunt 1914 stuph.

Dices igitur 4013 unciæ emuntur 1914 stupheris: ergo 1 lib. hoc est 32 unciæ emuntur 15 stuph. 4 obolis. Producuntur enim ex operatione 15, relicti $\frac{1052}{4013}$, quæ fractio 4 aboles, & ultra facit per 5 pr. cap. 24. Inspice exemplum.

lib.	unc	flor.	ſt.	lib.
125:	13	95:	14	1
32		20		32
250		1900		
375		14		
13				
4013		1914		32 ſiunt 15 ſtuph. 4 obli.
unicæ		ſtuph.		unicæ,

Libras 25, uncias 20 emit mercator 32 ſt. 16 ſtuph. 10 obolis. Quanti emuntur lib. 1000?

Primum 25 lib. 20 unciæ reductæ efficiunt 820 unc. pro primo termino. Ergo 1000 lib. ſimiliter reduces multiplicatione per 32 ad 32000 uncias, pro tertio termino. Iam 32 flor. 16 ſtuph. 10 ob. dant ſimul 10506 obol. pro ſecundo termino.

Dices igitur 820 unc. emuntur 10506 obolis, ergo 32000 uncia emuntur obolis 409990 $\frac{20}{82}$. hoc eſt, 1281 ſt. 4. ſt. 6. ob.

Exempla Geometricarum menſurarum.

6. Pertica decempedalis ad perpendiculum humi defixa, eminet pedibus 9, mittitque de ſe umbra 6 pert. 3 ped. Quæritur altitudo turris umbram 53 pert. 4 ped. 6. dig. eodem momento projicientis?

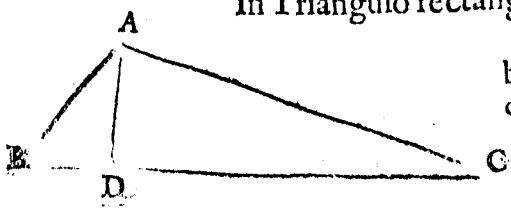
Hic proportionales dantur numeri, ut enim umbra perticæ eminentis, ad ſuam Altitudinem: ita turris umbra ad ejuſdem altitudinem. Et ſtabit exemplum ſic:

	pert.	ped.		pert.	ped.		pert.	ped.	dig.
ut	9	3	ad	9:	0	ita	53:	4:	6

Ad turris altitudinem, quæ erit 36 -- 3 - 7

Multiplica enim 53 pert. 4 ped. 6 dig. per 9 pert. 0 ped. fiunt 481 - 1 - 4 gr. per 9 cap. lib 1. Hæc rurſus per 6 - 3 partire, quotus erit 36 pert. 3 ped. relictis 490 quæ dig. efficiunt, ut docuimus cap. 11.

In Triangulo rectangulo A B C.



Ex angulo recto A cadat in baſin B C perpendicularis A D, quæ ſit 150 pere. 5 ped. B D ſit 26 pert. 4. dig. hoc eſt, 26 pert. 0 ped. 4 dig. Quæritur longitudo lineæ D C?

Demon-

Demonstrat Eucl. per 8 lib. 6. quod perpendicularis A D sit media proportionalis inter B D, & D D basis segmenta, Quare primo loco statues B D, loco secundo A D: & tertio loco similiter A D stabit exempl. sic.

B D — A D — A D.

ut 26 : 0 : 4 -- ad -- 150 : 5 -- ita -- 150 : 5
ad D C, quæ erit 869 pert. 8 ped.

Multiplica enim 150 : 5 per 150 : 5. Producuntur 22650 pert. 2 ped. 5 dig. per 9 cap. lib. 1. Hæc divide per 26 : 0 : 4, fiunt 869 pert. relictis $\frac{2149}{2604}$, quæ 8 ped. efficiunt. Atque illa erit longitudo lineæ D C quæsita.

7. Exempla fractorum vulgarium numerorum.

Quanti constat $\frac{7}{8}$ unius libræ piperis, si $\frac{3}{4}$ flor. quispiam emerit $\frac{1}{2}$ lib. Exemplum sic stabit: $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{8}$

Per 27 cap. lib. 1. multiplica $\frac{3}{4}$ in $\frac{7}{8}$. proveniunt $\frac{21}{32}$, quæ divisa per $\frac{1}{2}$, quotus erit $\frac{42}{32}$, vel per 6 præc. 24 cap. 1 $\frac{5}{16}$ flor.

3 2 ulnæ panni emuntur 2 2 $\frac{1}{2}$ fl. quanti constant 8 $\frac{1}{2}$? *Multiplica per 5 præc. 27 cap. 22 $\frac{1}{2}$ per 8 $\frac{1}{2}$, fiunt 191 $\frac{1}{4}$. Quæ per 32 divisa, quotus erit $\frac{765}{128}$, hoc est, 5 $\frac{125}{128}$ fl. sive 5. fl. 19 st. 8 ob.*

46 lucrantur 12 $\frac{1}{4}$, quanti 28 faciunt 9 $\frac{19}{36}$.

Compendia.

In integris numeris sequens compendium animadvertere utile erit. Si ex datis & ritè dispositis tribus numeris proportionalibus, primus & secundus, vel primus & tertius inter se compositi fuerint, tunc iis maximo communi divisore divisis, proportio per datorum primos brevius concludetur. Præstat tamen eosdem terminos, si numeri ad se invicem pares fuerint, æquali dimidiatione efficere minores, donec uterque, vel alteruter eorum in imparem numerum solvatur. Postmodum si adhuc compositi fuerint, per communem divisorem ad minimam nomenclaturam redigantur: sic enim operatio facillima reddetur.

Vt 4 lib. emuntur 3 2 fl. quanti 8 5?

Quoniam 4 & 32 inter se compositi sunt, divisis illis communi divisore 4, vel repetita bis dimidiatione, eorum quotos 1 & 8 datorum loco assume sic:

1 -- 8 -- 8 5 multiplica, igitur 8 5 per 8 factus, erit 680.

3 2 ulnæ panni emuntur 2 7 fl. Quanti 56?

42 & 56 mediatione redigantur ad 21 & 28, quibus rursus per communem divisorem 7 divisis, fiunt pro iis 3 & 4, nec non primus terminus, 3, & secundus 27, communi divisore 3 divisis, erunt eorum loco 1 & 9. Unde stabit exemplum ad minimos terminos redactum sic: 1 -- 9 -- 4 multiplica 9 per 4 fient pro quoto 36. Inspice exemplum.

42	27	56
21		28
3		4
1	9	4 *facit 36.*

9. Idem compendium in denominatoribus fractorum locum habet: si enim denominator prioris termini, cum secundi vel tertii denominatore compositus fuerit, eosdem per communem maximum divisorem, (vel præmissa mediatione) ad minimos rediges: *ut in priori exemplo,* $\frac{1}{2}$ *dat* $\frac{3}{4}$. *Quid* $\frac{7}{8}$? *denominator primi termini 2, & secundi 4, redigantur ad 1 & 2. Stabit exemplum sic:*

$\frac{1}{1}$ -- $\frac{1}{2}$ -- $\frac{7}{8}$, *facit* $\frac{21}{16}$, *vel* $1\frac{5}{16}$.

10. Quando mixti, hoc est, integri cum annexis fractis proponuntur numeri, tunc reductio ad fractos per 6 præc. cap. 24 præcedere debet: ut $4\frac{1}{8}$ dant $25\frac{1}{2}$, quid dabunt $24\frac{3}{4}$?

Exemplum ad fractos redactum stabit sic: $\frac{33}{8}$ $\frac{51}{2}$ $\frac{99}{4}$. *Postmodum denominatores primi & tertii termini redigantur ad 2 & 1, erit exemplum sic:* $\frac{33}{2}$ $\frac{51}{2}$ $\frac{99}{1}$, *rursus denominatores primi & secundi termini redigantur ad 1 & 1, stabit exemplum ad minimos terminos redactum sic,* $\frac{33}{1}$ *dant* $\frac{51}{1}$. *Quid* $\frac{99}{1}$? *facta operatione producuntur pro quarto proportionali* $144\frac{9}{33}$.

Examen.

11. Examen & fundamentum hujus regulæ, ut anteà dictum, dependet ex 19 p. 7 lib. Eucl. In quatuor numeris proportionalibus factus ab extremis æquatur factis à mediis, & contra, *ut in postremo exemplo ki quatuor numeri erunt proportionales 35 -- 51 -- 99 -- 144*$\frac{9}{33}$. *Quod examinabis multiplicando terminos extremos, utpote 35 in* $144\frac{9}{33}$, *fiunt 5049, quem numerum produci etiam necessum erit, si medios terminos, hoc est, 51 & 99 invicem duxeris. alioquin error commissus.*

12. Est & alius examinandi modus, qui à pluribus hoc modo observatur Numerus tertius statuatur loco primo, & primus tertio, quartusque repertus medio: Deinde facta operatione juxta regulam, producetur numerus, qui antea fuit secundus, *ut in exemplo: 42 ulnæ panni emuntur 27 fl. quanti 56? fiunt*

36. Dic rursus 56 ulnæ emuntur. 56. fl. Quanti 42? fiunt 27 fl. utpote numerus qui prius fuit secundus.

CAP. 2.

De proportione Reciproca.

TAntum de proportione Directa, sequitur Reciproca.

1. Proportio reciproca est, in qua terminis alternè positis, ut se tertius habet ad secundum, ita reciprocè primus ad quartum.

Hæc proportio cum superiori collata, planius apparebit: in directa enim proportione fuit, ut primus terminus ad secundum, ita tertius ad quartum, idque inversè & alternè, atque adeo quanto minor majorvè tertius, tanto quoque major minorvè quartus quæsitus fuit.

In reciproca verò termini primo ordinatè sumpti, Improportionales planè sunt, alternorum verò rationes toto genere differunt, cùm una sit majoris, altera minoris perpetuo inæqualitatis ratio. Quin potius, ut tertius ad secundum, ita manifesta conversione primus ad quartum: proin quanto tertius datur major, tantò quartus minor evadet. Vnde & generaliter in omnibus ejus quæstionibus rei conditio eo plus augetur, quò ejus pretium, vel pondus, vel mensura, vel tale quidpiam minuitur, ut in tali exemplo.

Si operarii 10 opus quoddam 4 diebus perficiunt, tum 40 tale opus uno die perficient. Quo enim plures sunt operarii, eo minore tempore opus. Vnde in istis & similibus tertius numerus quanto datur major, tanto quartus evadit minor.

2. Proprietas & fundamentum hujus regulæ in eo est, quod factus à duobus prioribus æquatur facto à posterioribus. Vnde regula deducitur, quæ talis est.

Regula proportionis reciproca est, quæ datis numeris reciprocè proportionalibus, factum à primo per secundum reliquo dividens, quartum proportionalem invenit.

Hujus regulæ praxis contraria via, & operatione perficitur, dispositis ex ordine præscripto numeris, ita ut is qui quæstionem continet, tertium habeat locum, primum verò, qui de eadem existit re: dispositis inquam sic numeris, multiplicabis primum per secundum, & productum per tertium divides, ut habeas quartum reciprocè proportionalem.

Quando autem regula illa adhibenda sit, naturalis ratio dictare videtur. Quæ tamen exemplis illustranda.

Cùm tritici modius venditur 48 stuph. (hoc est, 2 fl. 8 stuph) panes singuli pendent

pendent libras 12: quantum ergo pendebunt, cùm idem modius vendetur 56 ſtuph.?

Exemplum ſic ſtabit:

ſtuph.	*lib.*	*ſtuph.*	*lib.*
48 --	*12* --	*56,*	*fiunt* $10\frac{16}{56}$.

Multiplica primum per ſecundum, hoc eſt, 48 in 12. & productum 576 divide per tertium 56, quotus erit $10\frac{16}{56}$ *lib. hoc eſt, 10 lib.* $9\frac{1}{2}$ *unc. per 5 præc. cap. 24.*

Ratio dictat, ut eodem panis pretio manente, quo annona magis creſcit, eò panis pondus decreſcat, & contra. Quare reciproca proportionis regula hic adhibenda fuit. Similiter in ſequentibus quæſtionibus.

Caſtellum obſidetur, in quo milites 2000, habentque victum in hebdomadas 26: Quot dimittendi milites, ut idem victus reliquis militibus in annum, hoc eſt, 52 hebdomadibus ſufficiat. Numeri ita diſponendi:

hebd.		milit.		hebd.	
26	——	2000	——	52	fiunt 1000

Quidam 246 flor. ab amico mutuo ſumens, eoſdemque 26 ſeptimanis elapſis reſtituens, mutuum officium creditori pollicetur.

Alter 340 flor. commodato dari poſtulat. Quam diu ergo pecuniam iſtam in ſuum uſum retinere debet, ut mutui æqualitas ſervetur?

Quoniam ſumma major à poſteriore in mutuum petita eſt, ideo eam citius reſtituere tenebitur. Quamobrem reciprocatione concludetur ſic:

flor.	*ſept.*		*flor.*	*ſept. dies.*
246 dant	*26,*	*ergo*	*340 dabunt*	*18: 5 &c.*

Pannus 8 ulnarum, cujus latitudo eſt $1\frac{5}{16}$ ulnarum pro tunica conficienda requiritur. Quot ulnæ alterius panni, cujus latitudo eſt 2 ulnar. ad ſimilem tunicam conficiendam requiruntur?

Quoniam quæſtio eſt de panno latitudinem 2 uln. habente. Stabit exemplum ſic:

lat.	*ulnæ,*	*lat.*
$1\frac{5}{16}$	*8*	*2 fiunt* $\frac{21}{4}$, *vel* $5\frac{1}{4}$ *ulnæ.*

Atque hæc exempla ſufficere hoc loco exiſtimo, his enim diligenter conſideratis, quævis alia hujus generis ſine negotio aliquo tractare licebit. Et regula hæc proportionis aurea, quæ hactenus expoſita, fons eſt & fundamentum, quo plurimæ aliæ nituntur, ut eſt regula conſortii, regula compoſita, regula duplex, item herciſcondę rei, alligationis, & plurimæ alię, quę omnes cùm prorſus ex hac proportionis regula dependere videantur, ab eis ſuperſedemus. Namque

nos in eo potissimum hic laboramus, ut Geometriæ & Astronomiæ nostræ practicæ satisfiat.

CAP. 3.

De numeris figuratis, & primum nominis & specierum explicatio.

NVmerus figuratus est numerus ex multiplicatione factus, & factores dicuntur laterâ. Estque
Vnius multiplicationis, vel plurium deinceps: Vterque

Tum æquilaterus: tum inæquilaterus.

2. Vnius multiplicationis figuratus est numerus à duobus lateribus, sive numeris invicem multiplicatis, factusque dicitur *Planus*.

Omnis enim numerus à mutua duorum numerorum multiplicatione factus, Planus appellatur, quia secundum suas unitates in longum & latum dispositas, parallelogrammum rectangulum refert, cujus latera sunt duo numeri multiplicantes. Vt numerus 20, factus ex mutua multiplicatione 4 & 5 planus dicitur, lateraque ejus sunt 4 & 5. Quia ejus unitates in longum & latum dispositæ, pro ut latera exigunt, referunt parallelogrammum rectangulum inæquilaterum, quia inæquales sunt numeri sive latera.

* * * * *
* * * * *
* * * * *
* * * * *

Pari ratione 64 factus à multiplicatione 8 per 8, dicitur planus æquilaterus, namque latera ejus 8 & 8 sunt æqualia.

Porrò unus & idem numerus planus plura potest habere latera, ut numerus planus 24 latera habet 4 & 6: 3 & 8: 2 & 12. Ex istorum enim numerorum mutua multiplicatione producitur; unde pro laterum inventione, puta in planis inæquilateris, necessum est alterutrum laterum dari, per quod ipso plano diviso, reliquum latus innotescit. Vt diviso plano 48 per latus 8, quotus est latus reliquum 6. Alia tamen existit analysis, lateriſque inquisitio plani æquilateri.

3. Planus æquilaterus est numerus à duobus æqualibus lateribus, vel ab aliquo numero per se multiplicato, factus. Vulgo dicitur *Quadratus*, Arabice Zensus, exprimitur à vulgaribus hac notâ ʒ, nobis q.

Quadratum in Geometria vocatur figura plana rectilinea, ex quatuor lineis rectis æqualibus, totidemque angulis rectis constructa, & qualibet linearum latus quadratì dici-

dicitur, ut hæc figura A B C D, cujus latus est A B, vel B D, ut & C D, & A C. Ad ejus similitudinem numerus quadratus dicitur is, qui ex multiplicatione duorum æqualium numerorum, vel unius in se, factus est, cujusmodi est 36 factus à 6 in se multiplicato, vel ex mutua 6 & 6 multiplicatione.

Namque si 36 unitates in planam formam redigantur, perfectum quadratum Geometricum in quolibet latere 6 unitates habens, referet.

o o o o o o
o o o o o o
o o o o o o
o o o o o o
o o o o o o
o o o o o o

Numerus ex cujus in se multiplicatione quadratus producitur; Latus sive Radix quadrati dicitur.

Invenire igitur quadratam radicem, sive latus quadrati alicujus numeri, est numerum indagare, qui in se ductus, propositum numerum efficit, de cujus inventione cap. sequenti.

4. Plurium multiplicationum figuratus est; qui duabus, tribus, quatuor &c hoc est, pluribus continuis multiplicationibus factus est.

Vt ex continua multiplicatione numerorum 4, 5, 6, fit figuratus 120, si enim 4 in 5 ducas, fit planus 20, quo per 6 multiplicato, fiet figuratus duarum multiplicationum 120. Cujus factores sunt tres, uno nempe plures, quàm sunt multiplicationes, ipsum figuratum constituentes, estque inæquilaterus, quia factores, hoc est, latera ejus dantur inæqualia. Apud Eucl. def. 17. lib. 7. istiusmodi figuratus appellatur solidus: numeri verò ex quorum nimirum multiplicatione construitur, solidi latera dicuntur: Quia ejus unitates in longum latum & profundum dispositæ, referunt figuram quandam solidam, quæ apud Geometras Parallelepipedum appellatur, cujus omnes tres dimentiones, tres numeri sese mutuo multiplicantes exprimunt. Vnus numerus longitudinem, alius latitudinem, & altitudinem reliquus. Namque quando 4 per 5 ducuntur, fit planus 20, estque basis solidi, longa 5 unitates, lata 4. quæ basis ulterius per 6 ducta, efficit numerum solidum in altitudine 6 unitates habentem: inæquilaterus dicitur, quia factores ejus sive latera sunt inæqualia. Porro numerus figuratus, qui ex pluribus quàm duabus multiplicationibus continuis producitur, nullæ figuræ Geometricæ assimulari potest, ut numerus factus ab hisce quatuor: 3, 4, 5, 9, utpote 360. Hic figuratus est trium multiplicationum, quatuor habens factores, uno nempe plures quàm sunt multiplicationes ipsum constituentes. Atque isto modo

quatuor, quinque, sex, omninoque quotlibet continuarum multiplicationum figurati possunt dari, ut eorum genera sint infinita, excellit in quovis genere æquilaterus, de quibus nostra hæc erit institutio atque prius nomina usitata cum suis notis sive characteribus assignabimus.

5. Trium laterum æquilaterus dicitur cubus, scribitur vulgariter hac notâ çl, nobis litera c.

Ut trium laterum inæqualium supra solidus inæquilaterus à nobis appellatus fuit, utpote à similitudide solidi, quod à Geometris Parallelepipedum dicitur, ita etiam numerus, qui à mutua trium æqualium numerorum multiplicatione producitur, appellatur cubus, estque solidus æquilaterus, qualis est numerus 64, factus à numeris æqualibus, 4, 4, 4 in se multiplicatis, cùm ex 4 in 4 fiat numerus 16, & ex 16 in 4 gignatur numerus cubus 64. Omnes enim illius unitates in formam solidam redactæ, referunt perfectum cubum Geometricum, hoc est, figuram solidam sex æqualibus quadratis contentam, qualia sunt corpora, quæ Theseræ sive aleæ nomen habent, quorum latera in longum, latum & profundum sunt æqualia. Fit etiam numerus cubus à quadrato in suum latus multiplicato, hoc est, ex ductu numeri alicujus in se, deinde ex ejusdem numeri ductu in productum, ac talis primus numerus latus cubi, plerisque radix dicitur.

6. Quatuor laterum æquilaterus dicitur biquadratus, pingitur hisce notis 33, nobis bq.

Ut numerus 81, factus à 3, 3, 3, 3: fit etiam biquadratus à quadrato in seipsum multiplicato, ut 9 est quadratus, ejusque latus 3: si itaque 9 per se multiplices, fiet biquadratus 81, cujus tamen latus 3. Propterea à Diophante dicitur δυναμοδύναμις, id est, potentia potentiæ, ab Arabibus Zensi Zensus.

7. Quinque laterum æquilaterus dicitur solidus, Arabibus surde solidus, notaturque sic ß, nobis per literam s.

Ut est 243, factus à 3, 3, 3, 3, 3, sitque solidus non tantum à latere quinquies posito, verum etiam à biquadrato in suum latus, tum quoque & à quadrato in cubum suum latus, tum quoquè & à quadrato in cubum suum ducto, ut solidus 243 fit etiam à biquadrato 81 in latus ejus 3. vel ab ejus quadrato 9 in suum cubum 27. Unde à Diophante appellatur δυναμοκυβος, potentiæ cubus, sive quadrati cubus.

8. Sex laterum æquilaterus dicitur quadrati cubus, Arabicè Zensicubus, scribitur sic 3cl, nobis qc.

Ut 729, factus à 3, 3, 3, 3, 3, 3, est quadrati cubus, Arabicè Zensicubus; fit enim à quadrato sive Zenso, cubice: vel à cubo quadrate sive Zensicè multiplicato: ut 729 est Zensicubus, ejus latus 3, cujus quadratum 9 cubicè multiplicatum restituet Zensicubum 729, vel cubus ejusdem lateris, 3, utpote 27 quadrate, hoc est in se ductus, efficiet eundem Zensicubum.

9. Septem

9. Septem laterum æquilaterus dicitur bisolidus, vulgo Bſurde ſolidus: ſcribitur vulgariter Bſſ, nobis bſ.

10. Octo laterum æquilaterus dicitur triquadratus. Arabicè Zenſizenzenſus, quaſi dicas quadratus quadrati quadrati. Nota ejus vulgaris eſt 333, nobis tq.

11. Novem laterum æquilaterus dicitur cubi cubus, ſeu cubus cubi, nota eſt c clr nobis c c.

Fit enim cubicubus non ſolum à latere novies poſito, verum etiam à lateris cubo cubato.

12. Decem laterum æquilaterus dicitur ſolidi quadratus, ejuſque nota ſq. Et hæ figuratorum ſpecies ſufficiant. Qui figurati, etſi progreſſione infiniti eſſe poſſunt, raro tamen, in vero ipſorum uſu, ſupra ſextum ipſorum numerum uſurpantur.

13. Vt cognoſcamus quidnam prædictę denominationes ſibi velint, & quâ ratione à cujuſvis Geometricæ progreſſionis terminis, ab unitate initium ſumentis, originem ducant: ſequens progreſſio, cum figuratorum notis ſive characteribus in medio poſitis, diligenter inſpicienda.

indices,	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
notæ,	l	q	c	bq	ſ	qc	bſ	tq	bc	ſq
figurati	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
	latus.	quadratus.	cubus.	biquadrat.	ſolidus,	quadrati cubus.	biſolidus.	triquadrat	bicubus.	olidi quadrat.

Numeri inferiori loco hic poſiti, indicant numeros figuratos, quorum initium eſt 2, repræſentans latus, per quod reliqui multiplicati, repræſentatur naturalis & Geometrica numerorum progreſſio. Quę quidem progreſſio cujuſcunque multiplicæ rationis, alio numero vel latere poſito, hic accipi potuit, ſed ſubduplæ rationis aſſumpſimus, quia breviſſima & facillima.

Primus igitur figuratus, ſive figurati cujuſvis principium latus dicitur, ſecundus quadratus, tertius cubus, quartus biquadratus, quintus ſolidus, & ſic deinceps, pro ut in progreſſionis tabella videre eſt.

Porro numeri verticales, & ſuperiori loco ſcripti, indices appellantur, quia unicujuſque figurati definitionem promptè indicant. Verbi gratia, ſi queratur quid ſit triquadratus, numerus verticalis, 8, ſuper notam tq poſitus indicat triquadratum eum eſſe numerum qui ex latere, hoc eſt, ex aliquo numero octies poſito & multiplicato

produci-

producitur: ut 256 fit ex multiplicatione lateris 2 octies positi sic, 2,2,2,2,2,2,2,2. Similiter solidus erit numerus, quem numerus aliquis quinquies positus, suâ multiplicatione producit: idem de aliis judicandum.

14. Cæterùm non solùm ex multiplicatione lateris aliquoties positi, numeri figurati producuntur; verum etiam ex figuratorum invicem multiplicatione pluribus modis construi possunt, ut ex indicum additione manifestum reddetur. *Vt numerus triquadratus 256 non solum ex latere 2 octies posito producetur, verùm idem etiam fiet ex multiplicatione ejusdem lateris solidum 32 in cubum 8, propterea quod indices, cubi & solidi, ut sunt 3 & 5 simul additi, efficiunt indicem tq 8. Pari ratione, quia indices quadraticubi, & quadrati, utpote 6 & 2, conjunctim efficiunt 8, utpote ejusdem tq indicem; unde idem triquadratus numerus producetur ex mutua quadrati cubi 64 in quadratum 4 multiplicatione. Nec non & eundem produces triquadratum, si ejusdem lateris 2 biquadratum, utpote 16 in sese duxeris: namque index biquadrati 4 sibi ipsi additus, producit indicem tq. Idem judicium esto de quovis figurato cujusvis lateris propositi. ut esto solidus numerus 7776. ex multiplicatione lateris 6 quinquies positi factus: eundem etiam produces ex ejusdem lateris cubo 216, in quadratum 36 multiplicato, ut indicum additio præ se fert.*

Atque hactènus de nominatione & notatione numerorum figuratorum, sequitur Analysis, laterumque eorundem inquisitio.

CAP. 4.

De inveniendis figuratorum lateribus; vel ut vulgo dicunt, de extrahenda cujusvis generis radice; idque via quadam generali, beneficio tabulæ mirificæ, quæ medios terminos (id est, numeros eos, qui operationi, tanquam peculiares, debentur) in sese continet.

q	2
c	3 - 3
bq	4 - 6 - 4
f	5 - 10 - 10 - 5
qc	6 - 15 - 20 - 15 - 6
bf	7 - 21 - 35 - 35 - 21 - 7
tq	8 - 28 - 56 - 70 - 56 - 28 - 8
bc	9 - 36 - 84 - 126 - 126 - 84 - 36 - 9

Hujus tabellæ pars dextra figurati notas, pars sinistra cujuslibet figurati medios terminos habet, quibus mediantibus extractio radicis perficitur.

1. Quo-

1. Quomodo tabella constructa sit.

Ad construendam istiusmodi tabellam, disponendæ erunt notę numerales in formam trianguli, ut vides hic factum, deinde adde 3 & 3, fiunt 6, quæ medio loco inter 4 & 4 scribe: similiter 6 & 4 conjunctim efficiunt 10, hæc bis inter 5 & 5 constitue. Consequenter conjunge 10 & 10, habes 20, pone loco medio inter 6 & 6, insuper 10 & 5 efficiunt 15. Ipsi 20 tum ad dextras,

2
3 - 3
4 -- 4
5 -- 5
6 -- 6
7 -- 7
8 -- 8

2
3 - 3
4 - 6 - 4
5 - 10 10 - 5
6 - 15 - 20 - 15 - 6
7 - 21 - 35 - 35 - 21 - 7
8 - 28 56 - 70 - 56 - 28 - 8
9 - 36 - 84 - 126 - 126 - 84 - 36 9

tumque ad sinistras adjungenda. Postmodum 20 & 15 conjunctim 35 efficiunt, quæ bis medio loco inter 7 & 7 scribe, & conjunge 15 & 6, fiunt 21, ipsis 35 & sinistro & dextro latere adjungenda, & sic pergendo ad infinitum tabellam extendere licebit.

2. *Quo pacto ex tabella numeri pro singulis figuratorum speciebus erui debeant.*

Ex superiori tabella numeros, hoc est medios terminos in commodiorem usum desumes, si ipsis aliquot cyphra præponantur. *Voli gratia*, medius terminus quadrati est, 2, præponе ipsi, 0, ut fiant 20, is terminus erit usui aptior. Similiter cubus habet medios terminos 3 3, pro iis accipe 30, 300. Solidus quatuor habet terminos hos, 5 - 10 - 10 - 5, pro iis desumes 50 - 100 - 1000 - 50000, hoc est, primo termino, 4, unam adjunge cyphram; secundo 10, duas; tertio tres; quarto quatuor, & sic in cæteris. Vt medii termini bisolidi in tabella extant hi 7 21 - 35 - 35 - 21 - 7, qui supplebuntur cyphris sic 70 - 2100 - 35000 350000 2100000 - 7000000.

Sequitur extractio radicis cujusvis numeri figurati.

3. Primum quod in extractione radicis cujusvis numeri figurati observandum

dum venit, est ipsa notarum signatio. Prima nota in quovis figurato numero proposito primum accepit punctum, reliquæ sinistram versus deinceps signantur, intermissis tamen tot notis, sive characteribus, quot figuratus propositus medios habet terminos. *Verbigratia, Quadratus unum habet medium terminum, nempe 2, ergo hic signantur numeri unico charactere inter duo quælibet puncta intermisso, sic:* 1299890916

Cubus duos habet terminos medios, utpote 3-3, ergo duæ omittendæ notæ, ut hic, 440363699712, *& sic deinceps. ut solidus quatuor habet medios terminos, ergo signandum 4 intermissis notis, ut vides* 4034876563794 24.

4. Sequitur operatio, quę duas habet partes, prima pars semel tantùm operatur, & commodissimè perficitur ex tabella, quæ figuratos ex novem notis numerabilibus factos, cum suis lateribus continet

Tabella hæc continet quadratos, cubos, solidos & bisolidos numeros. Cur non apposuerim biquadratos, & quadrati cubos in causa est. Quod extracturus radicem biquadrati, extrahe prius radicem quadratam, deinde ex hac radice erue iterum radicem, quæ erit radix biquadrati, quæ quæritur sic. Extracturus radicem quadrati cubi, extrahe primum radicem quadratam, & ex hac deinde radicem cubicam, ultima hæc accepta radix erit ea, quam quæris.

latera	quad.	cubi.	sol	bisol.
1	1	1	1	1
2	4	8	32	128
3	9	27	243	2187
4	16	64	1024	16384
5	25	125	3125	78125
6	36	216	7776	279936
7	49	343	16807	823543
8	64	512	32768	2097152
9	81	729	59049	4782969

5. *Exemplum extractionis radicis quadratæ.*

Sit extrahenda radix quadrata, ex hoc numero 1299890916. *signabis propositum numerum ut monuimus 3 pr. hujus. Deinde à sinistris, ut in divisione, incipiendo, quære ex tabella radicem sive latus quadratum ultimi puncti, hoc est, istius numeri,*

qui

qui est ab ultimo puncto deinceps, sive is una, sive duabus constet notis, at si tabella inter quadratos istum numerum non continet, ut in nostro exemplo; numerus ab ultimo puncto versus sinistram deinceps, est 12, qui inter quadratos in tabella non reperitur, sed proxime minor, 9, cujus latus sive radix est 3. Hanc pro primo quoto post lunarem scribe, ejusque quadratum 9 auser ab ultimi puncti numero 12, & residuum 3 scribe infra 12.

Operatio prima.

12999890916 (3
9 · · · ·
3

Estque prima hac operationis pars absoluta, quæ generaliter in omni radicum extractione similiter observatur. Sed sequens operatio toties, ne verbo quidem mutato, iteranda, quot sunt puncta reliqua.

Operatio secunda.

Duæ notæ penultimi puncti, utpote 9 9, cancellentur, & ad dextram residui 3, adscribantur, eritque numerus sub penultimo puncto comprehensus hic 399. Numerum ex eo subducendum beneficio medii termini vestigabis, operationemque secundam perficies, hoc ut sequetur modo.

Medius terminus numeri quadrati per 2 pr. hujus acquisitus est, 20, hunc multiplica in quotum repertum 3, fiunt 60, qui erit divisor, per quem divide numerum penultimi puncti 399, quærendo quoties 60 in 399, vel potius & facilius, quoties 6 in 39 contineantur, invenies pro quoto secundo 6, quem post lunarem priori quoto adscribe, perque eundem multiplica divisorem 60, exurgunt 360, quibus quadratum quoti secundi, utpote 36 addatur, & collecta summa 396 ab ultimi puncti numero 399 auferatur, residuumque ejus 3, infra eundem scribatur, estque absoluta hac operatio secunda, quæ propter tria puncta relicta in eandem formam ter repetenda. Inspice operationis formam.

12999890916 (36
9 · · · ·

399 num. penult. puncti
60 divisor.
396 numerus subducendus.
3 residuum.

3 quotus primus
20 terminus med.
60 divisor.
6 quotus secund.
360 factus ex quoto sec. in divisorem.
36 quadr. quoti sec.
396 num. subducendus.

Operatio tertia.

In operatione tertia rursus antecedentes propositi numeri notæ 89 cancellandæ, & dextræ ipsius residui adscribendæ, eritque numerus antepenultimi puncti, sive tertii puncti talis, 389. eumque ut absolvas, totum quotum 36 multiplica in medium terminum 20, & habes divisorem 780 per 389 dividendum. Verum quia numerus iste divisorem ne semel in se comprehendit, utpote cùm eo sit minor, ideo pro tertio quoto post lunulam cyphram 0 annoto, & absoluta erit operatio tertia.

Operatio quarta.

In quarta operatione duas ex numero proposito antecedentes notas, utpote 0 9 cancello, & numero tertii puncti 389 adjungo, ut fiat numerus secundi puncti talis 38909 hunc numerum sic absolves: totum quotum repertum, & post lunarem scriptum, utpote 360, multiplica in medium terminum 20, fiet divisor 7200, per quem divide numerum secundi puncti 38909. reperies pro quoto quarto 5, per hunc quotum multiplica divisorem 7200, & producto 36000 adde ejusdem quoti quadratum 25. summam collectam 36025 aufer à secundi puncti numero 38909, & infra lineam residuum 2884 annota.

```
12999899916 (3605
 . . . . .
 9
 ---------
 399 num. antep.
  60
 396
 ---------
      389:09 num. sec. puncti.
       7200 divisor.
      36025 subducendus num.
      -----------------------
       2884 residuum.
```

```
360  quotus.
 20  med. term.
 ----------------
7200  divisor.
   5  quotus quartus.
 ----------------
36000  factus ex quoto quarto in
       divisorem.
   25  quadr. quoti quarti.
 ----------------
36025  num. subducendus.
```

Restant adhuc duæ notæ sub primo puncto comprehensæ, quibus cancellatis, adjungo eas ad dextram partem ipsius residui 2884, ut fiat numerus primi puncti talis, 288416, ad quem absolvendum, duco quotum post lunulam scriptum 3605 in medium terminum 20, ut habeam divisorem 72100, & quæro deinceps quoties hic in

primi

primi puncti numero habeatur, & invenio pro quarto & ultimo quoto 4. Multiplico per eundem divisorem 72100, & producto 288400 addo quoti quadratum 16, unde fiet numerus subducendus 288416, quo à primi puncti numero substracto, nihil erit in reliquo. Quare propositus numerus 1299890916 quadratus est, ejusque latus sive radicem invenimus 36054.

Formula operatio quintæ.

```
x129989091x6 (36054
9 . . . .
399
 60
396
 38909
  7200
  36025
  2884:16  subducendus.
  2884 16
     0 reliquus
```

```
3605 quotue.
  20 med. term.
72100 divisor
   4 quotus 5
288400
   16 quoti quadr.
288416 numerus subducendus.
```

Quare numeri propositi radix precisè fuit inventa 36054. Unde is verè fuit quadratus.

6. *In numeris non quadratis radicem propinquam invenire.*

Quando peracta oparatione adhuc quid in residuo relinquitur, tunc numerus propositus non est quadratus, neque ejus radix unquam inveniri poterit, quin semper vel minimum desit vel supersit In fractis sive minutiis tamen usque adeo exactè inquiri potest, ut parum omnino, & sensum fugiens desideretur. Quod hoc ut sequitur modo fiet.

Sit extrahenda radix quadrata ex hoc numero 2088. Perficio operationem, ut supra docuimus, & invenio pro quoto 45, relictis in residuo 63. Unde numerus datus non est quadratus, & radix acquisita est minor quàm vera: ut propius ad veritatem accedam, ad quam tamen unquam pervenire datur, ipsi residuo 63 duas adjungo cyphras, & continuo operationis formulam, & invenio pro quoto 6, quadecimas significat, & remanent pro residuo 864. unde radix propositi numeri propinquior erit 45 $\frac{6}{10}$, minor tamen quam vera. Si adhuc magis propinquam velim; ipsi residuo

857 adjungo rursus duas cyphras, & continuata operatione, invenio pro quoto 9, centesimas, in residuo 1539 relictis. Unde radix veritati propinqua erit 45 $\frac{69}{100}$: atque in hunc modum pergendo licebit & millesimas, & millesimarum millesimas inquirere, & magis magisque ad veritatem accedere.

Formula extractionis radidis Quadratæ contracta.

Alius & simplicior extrahendi radicem modus ex formula tradita derivatur, quem hic explicabimus: Sit extrahenda radix quadrata ex hoc numero.

Numerum propositum punctis distingue, & latus quadratum ultimi puncti (utpote 4) post lunarem lineam pro quoto primo annota, ejusque quadratum 16 ex numero utimi puncti 21 subtrahe, & residuum 5; supra 21 cancellata, scribe: estquè hæc prima operationis pars, quam ante uberius explicuimus.

```
 5
21201 42875 (4
1·6· · · ·
```

Deinde duplicabis quotum, 4, repertum, ut fiant, 8, quæ scribenda loco, intra duo puncta, intermedio, nimirum infra 2, si unicà saltim sit nota, ut hic: verum si duæ, reliqua foret collocanda ordine deinceps versus sinistras, sitque tanquam divisor & quære quoties is in suprapositio. 52, numero contineatur, reperies sexies, quæ bis scribenda, semel ascribe post lunarem lineam, ut fiat quotus secundus, deinde eundem divisori asscribe sub puncto numeri 0 ut totus divisor sit 86: Hunc multiplica per quotum repertum 6, dicendo sexies 6 sunt 36, quæ cum ex suprapósita nota 0 auferri non possint, accipies ab antecedente numeo in mutuum 4, ut fiant 40, à quibus sublatis 36 residua 4 scribe supra 0 cancellato: eundem quotum 6 multiplica in sequentem divisoris notam 8 fiunt 48, quibus adde 4 in mutuum accepta, exurgunt 52, auferenda ex verticali numero 52, & residuum 0 scribendum supra eundem cancellatum, sed quia hic, 0, nihil significat, omittendum potius, atque sic operatio secunda, peracta est, quę propter tria puncta reliqua ter repetenda,

```
 5 4
21201 42875 (46 ·
· · · · ·
1686
```

Integrum repertum quotum 46 dupla, duplum 92 scribe intra punctum proximum ponendo nimirum primam 2 sub 1: alteram 9 deinceps sub 2, habeaturque loco divisoris: quia is in verticali numero

Formula operat. 3.

```
 5 4
21201 42875 (460
· · · · ·
10862
 9
```

mero

mero 21 ne semel continetur, notabis post lunarem pro quoto 0, estque hæc operatio tertia absoluta.

Rursus totum quotum 460 dupla, duplumque 920 tanquam divisorem infra numerum extrahendum colloca, ut prima nota 0 cadat inter duo proxima puncta sub 2: altera 1 sub 4, & reliqua 9 sub 1. Iam inquire quoties 920 in 4142: vel 9 in 4, suprapposito nimirum numero habeatur, reperies 4, quæ post lunarem adscribe quoto: ac eundem ascribe etiam sub puncto numeri 8, Deinde per quotum 4 jam jam inventum multiplica divisorem 9204 productum aufer à verticali numero 41428, residuum 4612 supra illum collocando Restat adhuc punctum ultimum, unde operatio semel repetenda.

Formula operat. 4.

```
   2
5 X 5      5 64612
   2       212014 2875 (4604
           . . . . .
           1686200 4
             992
```

Verum ut certitudo operationis eo magis conformetur, examen de peracta hactenus operatione per novenarii numeri extractionem hic faciendum, sed de modo examinis postea.

Operatio 5.

```
   3                 6
1 X 1      5 4461250
   3       212014 2875 (46045
           . . . . .
           1686200485
             9922
               9
```

Dupla rursus integrum quotum 4604, ut fiant 9208, cujus primam notam 8 colloca intra ultima duo puncta sub 7, reliquę sequuntur ordine deinceps: deinde quære quoties 9 in verticali 46, & quoniam 5 reperies, scribe ea duobus locis dictis, deinde multiplica & subtrahe ut decet relinquuntur 650.

Hic notandum si ex multiplicatione quoti in divisorem plus excreverit, quam ut à verticali numero auferri possit, tum quotus unitate minor assumendus idque eousque faciendum, quo numerus ex multiplicatione productus possit ex superiori auferri, uti etiam in divisione observatum fuit.

Ex residuo, quod fuit 650, quodammodo minutias colliges hoc modo, Dupla radicem inventam 46045 duplo unitatem adjice, fiunt 92081: huic numero tanquam divisori suprascribito residuum, erit radix numeri propositi

$46045 \frac{560}{92081}$ quam proximè

Mathe-

Mathematici ad 100000 partes minutias quærunt, quemadmodum supra docuimus.

Examen extractionis radicis quadratæ.

Multiplica radicem jam inventam in se ipsam, producto adjice residuum, si quod fuerit, si tum prior numerus de quo radicem inquisivisti redierit, bene operatus es.

Aliud examen.

Licebit etiam examen instituere per extractionem novenarii numeri eodem modo ut in divisione, sed radix inventa accipienda pro divisore, ut in exemplo postremo, rejectis 9 quoties feri potest ex radice acquisita 46045, reliquum 1 in utroque latere crucis collocandum, & multiplica 1 per 1 producitur 1, cui adde notas residui 650 fiunt 12, abjectis inde 9 erunt in residuo 3, supra crucem ponenda: tantundem etiam erunt in residuo, ubi ex priori numero de quo radicem inquisivisti 9 extraxeris quoties fieri potest.

3
1 X 1
3

Simile examen instituimus peracta hujus exempli operatione quarta.

Radix acquisita erat 4604, abjectis inde 9 quoties fieri potest, sunt in reliquo 5 in utroque latere crucis scribenda, atque 5 per 5 multiplicata producunt 25, ex quibus & ex residuo 4612 quoties fieri potest 9 extractis, reliquunt 2 in superiori crucis parte scribenda, simile quoque reliquum obtinebis ubi ex numero 21201418 operationis nimirum peractæ novenarios extraxeris.

2
5 X 5
2

7. *Exemplum extractionis radicis cubicæ.*

Sit radix cubica ex hoc numero auferenda 440353699712: signabis istum numerum duabus notis intermissis: ut 3 præc. monuimus. Deinde ex tabella quære radicem cubicam numeri 440 sub ultimo puncto comprehensi, & quia tabella istum numerum inter cubos non habet, accipies proximè minorem 343, cujus latus est 7, quod post lunarem pro quoto primo annota, ejusque cubum 343 ex ultimi puncti numero aufer, residuum utpote 97 infra lineam subscribe, estque prima operationis pars absoluta, quàm hic vides.

440 36 369971 2 (7 quotus primus.

cubus 343
residuum 97

Operatio secunda.

Ipsi residuo adde tres notas ad penultimum punctum pertinentes, ut sunt 363. Vnde numerus sub penultimo puncto comprehensus erit 97363: ejus operationem hoc modo absolves: Medios terminos ipsius cubi, ut sunt 30 -- 300 per 2 præc. hujus acquisitos scribe seorsum, & super primum terminum 30 statue quotum primum 7, & super alterum terminum ejusdem quoti quadratum 49 sic:

quotus		quoti quadratus	
7	--	49	
30	--	300	medii term.

subtensâ deinde lineâ, multiplica quadratum quoti 49 in medium terminum 300, factus 14700 erit divisor, scribe tamen prius infra lineam; similiter quotum 7 ducito in medium terminum 30, factum 210 scribe infra lineam Consequenter, vide quoties divisor 14700 in penultimi puncti numero 97363 contineatur, & invenies 6. Estque quotus secundus post lunarem priori assoribendus, eundem quoque quotum scribe infra divisorem, & quadratum ejus 36 à sinistris infra factum 210, ejusque cubum 216 deinceps Postmodum duc quotum 6 in divisorem, 14700, fiunt 88200, similiter multiplica quadratum 36 in 210, fiunt 7560, adde in unam summam 88200 -- 7560, & cubum 216, fiet numerus subducendus 95976, eumque subduc à numero penultimi puncti 97363, residuumque 1387 annota, & peracta erit secunda operatio.

Formula operationis secundæ.

Cubus primi quoti.	440 36 369971 2 (76		quotus		quoti quadr.
	343		7	--	49
nũ. penult. puncti	97:363		30	--	300 medii term.
divisor	14700		210		14700 divisor
num subducendus	95976		216 c. 36 q.		6 quotus secund.
residuum	1387		216:7560		88200 numeri fa-

88200 facti ex multiplicationibus.
7570
216

95976 numerus subducendus.

Hæc operationis formula, propter duo puncta intacta, bis repetenda. Quare ipsi residuo 1387 tres antepenultimi numeri notas, utpote 699 à dextris adjunge, erit numerus sub eodem antepenultimo puncto comprehensus hic 1387699, cujus operationem ut absolvas, dispones medios terminos 30 - 300, ita ut super 30 sistatur quotus 76, & super 300 quoti quadratus 5776 scribatur, quem quadratum multiplica in medium terminum 300, fiet divisor 1732800, per quem inquirendus tertius quotus: verùm quia divisor major est numero antepenultimi puncti, ita ut ne semel in eo contineatur: unde scribes pro tertio quoto cyphram 0. eritque absoluta tertia operatio, cujus formulam inspice.

Formula operat. tertiæ.

440363699712 (760
343
97363
14700
95976

1387:699 numerus antepenult. puncti.
1732800 divisor.

quotus, quoti quadratus.
76 -- 5776
30 -- 300 med. term.
1732800

Restat adhuc primum punctum, cujus notas 712 adjunge à dextris ipsius antepenultimi puncti numeri 1387699, fiatque numerus sub primo puncto comprehensus 1387699.712. ad quem absolvendum, scribo totum quotum 760, quotique quadratum 577600 super med. terminos 30-300, fiuntque ex multiplicatione eorundem 22800--173280000, horum factorum postremus utpote 173280000 divisor est, & continetur in numero primi puncti proposito octies. Vnde quotus quartus erunt 8 post lunarem scribenda, eundem quoque quotum 8 infra divisorem, & quadratum ejusdem infra alterum factum utpote 22800 constitue, & quoti cubum 512 sinistrorsum deinceps pone, fientque ex eis 512 -- 1459200 - 1386240000, qui in unam summam

summam collecti efficient numerum subducendum 1380699712, ex quo nihil erit in reliquo.

Formula operationis quartæ.

	quotus.	*quadratus.*
	760	577600
	30	300 *medii termi.*
	22800	173280000 *divisor*
512 cubus.	64 *quadr.*	*quotus quartus.*
912	138624000	*facti ex multiplicationibus, qui simul additi, faciunt numerũ subducendũ.*
1398		1386240000
512 -- 1459200		1459200
		512
4403639997 12	(7608.	1387699712 *subducendus.*
343		
97:363		
14700		
95976		
1380:699:712 *num. primi puncti.*		
1380699712 *subducendus.*		
0		

Quia nihil est in reliquo, propositus numerus Cubus est, ejusq; radicẽ invenimus 7608.

8. In numeris non Cubis radicem propinquam investigare.

Si peracta omni operatione, ut fuit in præceptis, tandem aliquid in residuo relinquatur, iste numerus erit non cubus, latusque ejus exactè non potest dari, sed tamen valde propinquum hoc modo invenies: ut detur hic numerus 276453, cujus ex præscripta operandi formula acquisivimus latus cub 65, relictis in residuo 1828, Vnde verum latus non fuit acquisitum, ut tamen prope verum id inquiratur, tunc ipsi residuo appone tres cyphras sic 1828000 & cum hoc numero ex præscriptis præceptis in operatione perge, invenies

pro quoto unitatem, quæ decimam significat. Vnde propinquius latus cubi erit $65\frac{1}{10}$. Sed quia adhuc remanent in residuo 559550, appone similiter huic tres cyphras, & peracta istius numeri operatione, pro quoto erues 4 centesimas, relicto tamen residuo 5067625 5. Vnde latus cubi prope verum erit $65\frac{14}{100}$, vel si adhuc propius, & millesimas desideres, ipsi residuo rursus tres cyphras appone, & istâ continuatione licebit millesimarum millesimas inquirere.

10. *Exemplum extractionis solidi.*

Sit extrahenda radix solidi ex hoc numero, 40348765637 9424.

Distinguitur propositus solidus numerus quatuor notis intermissis. Potrò solidus puncti ultimi in tabella non reperitur, sed proximè minor 32768, cujus latus est 8, pro primo quoto annotandum. Insuper aufer solidum 32768 ex ultimi puncti numero 40348, reliquus erit 7580 Estque prima operatio absoluta, ut hic apparet.

Operationis formula prima.

solidus 40348765637 9424 (4.
32768.
reliquus. 7580

Pro operatione secunda ipsi residuo quinque penultimi puncti notas à dextris adscribe, eritq; numerus sub illo puncto comprehensus hic 758076563, cujus operationem ut absolvas, scribe primo loco quotum 8, secundo dextrorsum ejusdem quadratum 64: loco tertio deinceps ejusdem cubum 512: loco quarto, biquadratum 4096, quibus medios terminos 50 - 1000 - 10000 - 50000, eodem ordine subjunge, fientque ex multiplicationibus dispositorum numerorum hi numeri 400 - 64000 - 5120000 - 204800000, quorum qui est ad dextras, divisor erit, contineturque in numero penultimi puncti ter, hunc secundum quotum infra divisorem scribe, & quadratum ejus ordine sequenti infra 5120000, ejusque cubum 27, infra 64000: & biquadratum 81 pone infra 400; ultimo loco deinceps ad lævam solidum 243 scribe. Hi numeri in suo ordine quilibet multiplicati producunt 243 - 32400 - 1728000 - 46080000 - 614400000, qui simul additi proferunt numerum subducendum 662240643, & reliquus ex subductione erit 95835920, de quo inspice formulam operandi.

Formula operat. secunda.

quotus

quotus q. o bq
8 -- 64 -- 512 -- 4096
50 1000 10000 50000 medii term.
400 64000 5120000 204800000 divisor.
243 81 bq 27c 9q 3 quotus secund.
243 - 32400 - 1728000 - 46080000 - 614400000 facti ex multiplicationibus.

614400000
46080000
1728000
32400
243
662240643 subducendus.

9034876563 79424 (83
32298 solidus.
7580:76563 num. penult. puncti
2048 00000 divisor.
6622 40643 subducendus.
95835920 residuum.

Operatio tertia.

Restat adhuc primum punctum, cujus notas 79424 ad dextras residui adscribe, fietq; numerus sub puncto primo cõprehensus hic 958359207942 4. Cujus operationem eodem prorsus modo, ut secundam operationem absolves, de qua inspice ejus formulam.

Formula operationis tertiæ.

quotus q c bq
83 6889 571787 47458321
50 1000 10000 50000
4150 - 6889000 - 5717870000 - 2372916050000
1024 - 256bq 64c 16q 4 quotus 3
1024 - 1062400 - 440896000 - 91485920000 -- 9491564200000
91485920000
44019600 0
1062400
1024
403487656379424 (834.
32768
7580:76563 num secundi puncti
958359207942 4.

204800008 divisor.
662246643 subducendus

958359207942 4 num primi puncti.
958359207942 4 subducendus.

0

Propositus ergo numerus solidus fuit, cujus radix inventa est à nobis 834.

11. *Exempla extractionis radicis quadratæ, ex decempedarum numeris.*

Sit radix quadrata invenienda ex 2088 perticis, 6 pedibus. Primum erues radicem ex perticarum numero 2088, cujus quadratã radicem investigavimus jã antea 45, relictis in residuo 63. huic residuo appone minutiarũ species duas, utpote pedes & digitos, & quia dantur in exemplo solummodo pedes, locum digitorum supplebis cyphra, & appone residuo numero 6 ped. 0 dig. ut fiant 6360. Perge deinceps in operatione hoc est, radicem inventam sive quotum 45 per medium terminum 20 multiplica, &c. ut docuimus in præc. & invenies pro quoto 7 pedes, relictis adhuc pro residuo 11. Vnde radix propositi numeri quadrata erit 45 pert. 7 ped. quam proximè. Verùm si magis accuratam desideras: ipsi residuo 11 adiice duas cyphras, ut fiant 1100, & perge in operatione, invenies 0 dig. quare ipsi numero 1100, deinceps duas cyphras appone, ut fiant 110000, & prosequendo operationem, invenies 1 gr. Vnde radix propositi numeri erit 45 pert. 7. ped. 0 dig. 1. gr. quam proxime.

12. *Exemplum extractionis radicis cubicæ in decempedarum numeratione,*

Sit extrahenda radix cubica ex 1993 pert. 6 ped. 3 dig primum erue latus cubicum ex perticarum numero, eritque illud 12 pert relictis 265, quibus tres subsequentes minutiarum species addendæ: utpote ped. dig. & gra. at quia in exemplo solummodo proponuntur duæ minutiarum species, utpote 6 ped. 3 dig. locum gra supplebis cyphra Vnde numerus datur talis 265. 6. 3. 0, & in operatione invenies pro quoto, 5 ped. relictis 40505. Vt scrupulosiùs latus sive radix vestigetur: appone ipsi residuo tres cyphras, & per operationem

rationem acquires 8 dig Vnde latus satis propinquum veritati, erit 12 pert. 5 ped. 8 dig.

CAP. V.

Inter duos numeros datos, tum unum, tum duos medios numeros sub eadem ratione continuè proportionales; aut alios quosvis similes, veritati admodum propinquos, reperire.

CAput hoc dignissimum est, & in praxi Geometrica insignes præstabit utilitates. Continetque duo membra, quorum primum inter duos numeros datos, unum medium proportionalem, aut veritati propinquum desiderat. Quod ipsum vestigabitur, si oblati numeri inter se multiplicentur, & producti numeri radix quadrata eruatur. *ut proponantur hi numeri 45 & 82, qui in se multiplicati, producunt 3690, quorum radix quadrata 61 $\frac{237}{1005}$ quàm proximè per 6. prac. cap. 4 acquisita, erit medio loco proportionalis inter datos 45 & 82 numeros ferè.*

Exemplum in decempedarum numeris.

Sit quærendus medius proportionalis inter 58 pert. 6 ped. 4 dig. & inter 40 pert. 6 ped. 5 dig. Numeri invicem multiplicati, producunt 2383:7:1:6: hoc est, 2383 pert. 7 ped. 1 dig. 6 gr. per 9. cap. lib. 1. quorum radix quadrata veritati admodum propinqua, utpote 48 pert. 8 ped. 2 dig. existit medio loco proportionalis inter datos numeros ferè, hoc est, ut 58 pert. 6 ped. 4 dig. se habent ad 48 pert. 8 ped. 2 dig. ita vicissim 48 pert. 8 ped. 2 dig. ferè sese habebunt ad 40 pert. 6 ped. 5 dig.

2. Alterum hujus capitis membrum duos medios proportionales, inter duos oblatos numeros expostulat, quod expedies hoc modo: *Duo proponantur hi numeri 32 & 4, inter quos inveniendi sint duo medii proportionales. Quadratum prioris numeri 1024 duc in posteriorem, utpote 4, fiunt 4096. Quorum radix cubica 16, est numerus primus optatus loco secundo collocandus. Rursus quadratum posterioris 4, utpote 16, multiplica in priorem numerum 32, fiunt 512, quorum radix cubica, utpote 8, est alter medius proportionalis loco tertio statuendus, ut hic 32-16-8-4 ipsi namque numeri sub ratione dupla continuo proportionantur.*

3. Invento altero mediorum numerorum, reperietur alter etiam, si inventus per extremum remotiorem multiplicetur, & producti radix quadrata capiatur: *ut in priori exemplo, 32-16-8-4, si medius inventus 16. ducatur in 4, erit producti numeri 64 radix quadrata 8, alter medius. Similiter inventus*

medius

medius 8, si per 32 multiplicatur, erit numeri producti 259, radix quadrata 16, alter medius.

4. Verum ubi supradicto modo procreati numeri non fuerint aut quadrati aut cubi, accipiendæ erunt radices quam maximè fieri potest veritati propinquę, quemadmodum præc. 8 cap 4 tradidimus.

Vt sint oblati numeri 42 pert. 5 ped. & 53 pert. 4 ped. 2 dig. Multiplica priorem numerum, utpote 42, 5 in se invicem, fiet quadratus ejusdem 1806 pert. 2 ped. 3 dig. eumque ulterius ducito in posteriorem numerum 53 pert. 4 ped. 2 dig. producuntur 96479 pert. 8 ped. 7 dig. 5 gr, quorum radix cubica veritati satis propinqua existit 45 pert. 8 ped. 6 dig. refertque primum numerum desideratum, secundo loco in aurea proportionis regula statuendum. Consequenter quadratum posterioris numeri 53: 4: 2, ut est 2853 pert. 6 ped. 9 dig. 6 gr. 4 scr. multiplica in priorem numerum 42: 5 fiunt exinde 121282: 0: 9: 7, quorum radix cubica veritati satis propinqua eruetur 49 pert. 4 ped. 9 dig. estque alter medius proportionalis tertio loco in regula proportionis statuendus. Eundem præterea numerum tertium impetrabis, si multiplicaveris primum numerum proportionalem acquisitum 45: 8: 6 per posteriorem datorum numerorum 53: 42: poducentur enim 2449 pert. 8 ped. 4 dig. 1 gr. 2 scr. Quorum radix quadrata veritati admodum propinqua est 49 pert. 4 ped. 9 dig. idem qui prius collectus fuit numerus.

Eosdem medios proportionales numeros etiam & hoc modo obtinebis; multiplicentur ipsi dati numeri ad invicem, & productus inde numerus per ipsum datorum primum rursus multiplicetur, consurgentis numeri radix cubica erit optatus numerus proportionalis ordine secundus. Haud dissimiliter si idem numerus ex datorum multiplicatione resultans, ducatur per ipsum datorum numerorum postremum: Producti numeri radix cubica erit tertius proportionalis desideratus: *ut in posteriori exemplo. Planus datorum 42: 5, atque 53: 4: 2, hoc est, numeri isti invicem multiplicati producunt numerum planum 2281: 3: 5, qui in datorum primum 42. 5 ductus, efficit 96479. 8: 7: 5, quorum radix cubica 45: 8: 6 refert primum numerum desideratum, ordine secundum. Similiter idem planus 2281: 3: 5 in datorum posteriorem 53: 4: 2 multiplicatus, producit 121282: 0: 9: 7, quorum radix cubica 49: 4: 9 est alter medius proportionalis ordine tertius: Quare ut se habent 42: 5: ad 45: 8: 6. ita vicissim se habebunt 49: 4: 9. ad 53: 42: 2.*

Arithmeticæ Practicæ Finis libri secundi.

SVCCINCTA TRIGONOMETRIAE PLANORVM METHODVS,

Quæ est, de resolutione Triangulorum Planorum, per Canonem Triangulorum,

Ex classicis, tam veteribus quam recentioribus autoribus desumpta, & in expeditissimum calculum reducta.

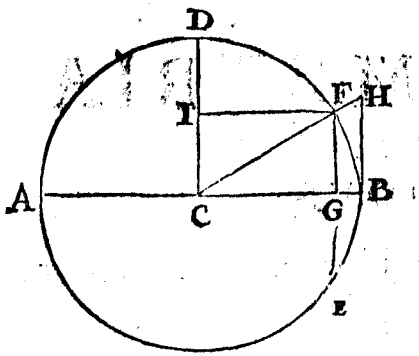
CAnon Triangulorum, omnium, & singularum trianguli cujusvis partium, certam & numeris explicatam determinatamve inter sese proportionem exhibet.

2. Ergo Canonis hujus adminiculo, per auream Arithm. proportionum regulã (*quæ datis tribus quibuscumque, ex quatuor numeris inter se proportionalibus, quartum invenire nos facit*) omnis Triangulorum solutio perficietur, diciturq; Trigonometria Planor.

3. Canon triangulorum est, quæ in assumpta peripheriæ & semidiametri mensura, omnium semiperipheriæ arcuum, in gradus & minuta distributorum, Sinus, Tangentes & Secantes continet.

Veteres solis subtensis utebantur, ac proinde Canonem Triangulorum appellabant eum, qui semicirculi partium solas subtensas continebat. Subtensæ autem sunt lineæ peripheriæ inscriptæ, quarum semisses sunt ipsi sinus: Iam vero cum plenior planiorque sit Geometria, etiam eas consideramus lineas, quæ sunt extra, & per circuli peripheriam, utpote Tangentes & Secantes, & de eis tabulæ constituuntur, ex quibus magnitudines linearum Sinuum, Tangentium & Secantium cujusvis semipheriæ arcus in gradus & minuta distributi cognoscimus, idque in partibus, qualium semidiameter, Radius dicta, 100000. *De quibus inspicito subjectum schema.*

M



In schemate recta A B est diameter peripheriæ descriptæ. Hujus semissis & semidiameter C B dicitur Radius. Recta F E peripheriæ inscripta subtendit arcum F B E. Hujus semissis F G, quæ est à termino ejusdem arcus in radium perpendicularis, est Sinus semissis prædicti F B E arcus, utpote arcus F B, vel etiam complementi ejus ad semicirculum, utpote arcus A F.

Recta G B, quæ est portio diametri inter arcum & subtensam interjecta, est sinus versus ejusdem F B arcus.

Recta G A quæ est reliqua diametri pars, est Sinus versus arcus A F. Complementi scilicet F B arcus ad semicirculum.

Recta B H quæ est extra peripheriam, eâmque in extremum radii perpendiculariter tangit, est tangens arcus B F, vel complementi ejus ad semicirculum, utpote A F.

Recta C H à centro C per arcus terminum F in tangentem continuata, dicitur Secans arcus B F, vel A F complementi ejusdem.]

4. Dispositio hujus canonis aliis alia placuit, nobis commodissima ea visa, quam ex Barth. Pitisco huc transtulimus: in qua (ut videre est) in primo & postremo pagine cujuscunque loco sunt arcus quadrantis per gradus & minutorum decimas in margine sinistro descendentes, in margine dextro ascendentes: locis intermediis sunt columnæ tres, quæ comprehendunt Sinus, Tangentes & Secantes arcubus illis respondentes: atque hi similiter in sinistra quaque columna descendunt, in dextra ascendunt. Canon sinuum Tangentium & secantium vulgo construitur ad singula minuta sive scrupula prima. Rheticus construxit ad secundorum scrupulorum decades: nos contraximus in decades scrup. primorum, utpote qui Geometriæ nostræ practicæ satisfaciet.

5. Vsus hujus canonis est, ut dati cujuscunque arcus semicirculo minoris, vel etiam complementi ejusdem Sinum, Tangentem & Secantem investigemus: & vice versa dato Sinu, Tangente & Secante, arcum respondentem colligamus. Quorum investigandorum illud fit per lateralem tabulæ ingressum, hoc vero per arealem.

6. Late-

6. Lateralis tabulæ ingressus est qua cujuscunque propositi, vel etiam complementi arcus Sinum, Tangentem & Secantem excerpimus, idque in hunc modum.

Intrabis congruam ipsius tabulæ paginam, quærendo gradus, & minuta gr. in sinistro margine descendendo, si arcus propositus fuerit minor quam 45 grad. Contra in dextro latere ascendendo, si propositus arcus 45 excesserit: quibus repertis offendes ibidem in propria quavis columna Sinum, Tangentem & Secantem, tum arcus tui propositi, tum complementi ejusdem ad quadrantem.

Exempli gratia.

Proponitur arcus 20. gr. 20. m. cujus sinum tangentem & Secantem vis cognoscere, intrabis ipsius tabulæ paginam congruentem lateraliter, ubi in latere sinistro ad verticem sese offerunt gradus 20; in descensu ejusdem lateris quærito 20 minuta. Et ibidem communes columnas perspicito, offendes ad sinistras earum partes Sinum 34748. Tangentē 37057 Secantem 106645 respondentes arcui proposito 20 gr. 20 m. Consequenter ad dextras columnarum partes, reperies ibidem Sinum 9379. Tang. 269853 Secant. 287785 qui respondent arcus propositi complemento ad quadrantem, nempe arcui 69 gr. 40 in ejusdem paginæ margine dextro inter minuta ascendentia expresso.

Quod si detur arcus quadrante major, velisque ejus Sinum Tang. & Secantem, auferes propositum arcum à semicirculo, & cum residuo tabulam ad eundem modum lateraliter intrabis.

7. Arcalis tabulæ ingressus est, quo oblato Sinu, Tangente, vel Secante, ejus respondentem arcum vel complementi arcum ad quadrantem excerpimus.

Intramus enim tabulam arcatim, propositum sinum, tangentemt vel secantem inter arcales columnarum numeros investigando. Namque graduum & minutorum numeri, qui ad latera convenientia sese offerunt, desideratum arcum exprimunt.

Verbi gratia, esto Sinus 27843 cujus arcum libeat cognoscere. Investigabis hunc sinum inter arcales numeros in Columna Sinuum, donec eam invenias, qui sese in sinistram columnæ partem offert, & ibidem in sinistro quo-

que margine respondet ipsi arcus 16 gr. 10, in dextro margine habetur arcus 73 gr. 50. m. estque complementum ejusdem arcus.

Quod si datus & propositus Sinus præcisè non reperiatur, accipiendus erit is tabulæ sinus, quem propius ad ipsum tabulæ sinum accedere videbis, & illius examinandus arcus. Idem quoque de Tangentibus & Secantibus intelligendum.

8. Cognitio sinus versi interdum in resolutione triangulorum usum habet, ejusque inquisitio per tabulam sinuum est facilis,

Si enim propositus arcus fuerit quadrante minor, tunc dempto sinu complementi arcus è radio, relinquitur sinus versus datus.

Verbi gratia sit quærendus sinus versus arcus dati 20 gr. 20 m. accipiatur hujus complem. sinus, utpote 93769, qui de radio 100000 subtractus, relinquitur pro sinu verso quæsito 6231.

9. Si vero datus arcus fuerit quadrante major, tunc sinu excessus arcus dati super circuli quadrantem ad radium adjecto, componitur sinus versus arcus dati quadrante majoris.

Exempli gratia, si quæratur sinus versus arcus 110 gr. 20 hujus excessus super circuli quadrantem est 20 grad. 20. Cujus sinus, nempe 34748 ad radium adjectus componit sinum vers. desideratum 134748.

10. Vice versa, si datus sit sinus versus, velisque ejus respondentem arcum: tunc si propositus numerus fuerit minor radio, indicio est, quod arcus respondens minor quoque sit quadrante: auferes itaque sinum versum propositum è radio, relinquetur Sinus arcus complementi quæsiti.

Verbi gratia, si datus sit sinus versus 6231, detrahetur is ex radio 100000, & cum reliquo 93769 tanquam sinu recto expiscabimur arcum respondentem, utpote 69 gr. 40, cujus complementum 20 gr. 20 m. est ipsum quæsitum.

11. Si vero propositus numerus excesserit radium, indicio est, quod arcus quæsitus sit major quadrante, auferesque ab ipso numero radium, relinquitur sinus arcus, qui quadranti adjectus constituit arcum quæsitum.

Exempli gratia, proponatur sinus versus 134748, detrahemus ab eo radium 100000, & cum reliquo sinu 34748 indagabimus arcum respondentem

tem 20 *gr.* 20 *m. qui adjectus ad quadrantem conficiet arcum quæsitum* 110 *gr.* 20 *m.*

12. Subtensa alicujus arcus interdum quoque inquirenda, eamque cognosces quando sinum dimidii arcus propositi duplicaveris.

Verbi gratia. Quæratur subtensa arcus 40 *gr.* 20 *m. hujus arcus dimidium est* 20 *gr.* 19 *ejusdemque sinus existit* 3475, *qui duplicatus dabit arcus propositi subtensam* 68950.

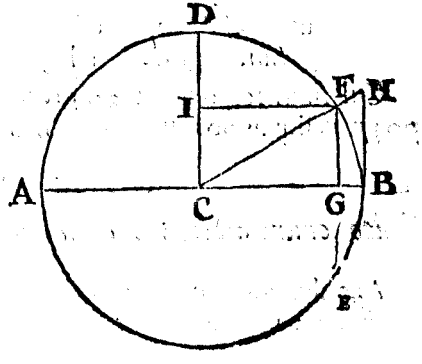
Hactenus de Canone triangulorum per cujus usum omnium & singularum cujusvis trianguli partium proportionem, in Sinuum, Tangentium, & Secantium numeris determinatam, exhiberi diximus. Nunc ea ipsa resolutio planorum triangulorum sequitur. Quæ per solam Arithmetices auream proportionum regulam absolvitur, dummodo sciatur, quę proportiones quibus triangulis & triangulorum partibus insunt. Quod ipsum in triangulis rectangulis per duo Axiomata, & in obliquangulis per tria manifestabitur.

DVO AXIOMATA TRIANGVLA plana rectangula solventia.

AXIOMA. I.

Si basis assumatur ut circuli Radius, crura anguli recti sunt sinus acutorum ipsis oppositorum.

Verbi gratia, In Triang. Rect. C G F, Basis C F quando est Radius, erit crus F G sinus ang. oppositi acuti C, utpote arcus periph. F B anguli C amplitudinem comprehendentis, & reliquum C G crus est sin. anguli reliqui acuti F, utpote arcus D F comprehendentis mensuram ang. D C F, æqualis F C B ang, per 27 pr. lib. 1, Eucl. veritas ex definitione sinus manifesta: ex hoc axiomate 4 consectaria derivantur.



CONSECTARIVM I.

Data ang. recti Basi cum angulo acuto: inveniuntur crura:

Angulus datus auferatur ex quadrante, reliquus dabit angulum acutum reliquum. eritque ut Radius ad sinum anguli: ita Basis ad crus angulo ipsi oppositum, Exempl. Basis C F sit 10 pertica ang. F C G 30 gr. hinc crus F G sic concludes.

Radius Sin. ang. C
ut C F 100000 ad F G 50000: ita
C F 10 ad F G 5 itemque crus C G sic concludetur.

Radius Sin ang. F
ut C F 100000 ad C G 86602. ita
C F 10 ad C G 8 $\frac{66}{100}$ hoc est 8 pert. 6 ped. 6. dig.

CONSECTARIVM 2.

Data Basi cum crure alterutro: manifestantur & anguli.

Basis enim erit ad crus datum, ut Radius, ad sinum anguli cruri dato oppositi.

Verbi gratia.

In eodem Triang. esto Basis 5 part. & crus F G 5 pert. angulum F G C sic concludes.

Basis Crus Radius
ut C F 10 ad F G 5: ita C F 100000
Sin. ang. C. ad 50000.

Cui sinui respondent 30 gr. tantusque est angulus F C G. qui sublatus ex 90 gr. reliquus 60 erit amplitudo ang. C F G.

CONSECTARIVM 3.

Dato crure alterutro cum angulo acuto dabitur & crus reliquum.

Angulus enim acutus reliquus est ipsius dati ad quadrantem complementũ, erit itaque, ut Sinus anguli Cruri dato oppositi, ad sinum compl. sui: ita crus datum ad Crus reliquum: exempla ipsus quære.

CON-

CONSECTARIUM 4.

Dato angulo & crure alterutro cognoscitur Basis.

Sinus enim anguli dato cruri oppositi, est ad radium: ut crus datum ad Basin optatam.

AXIOMA 2.

Si Trianguli Crus alterutrum ex ang. acuto fiat circuli radius, reliquus est ejusdem anguli Tangens, & Basis erit ejusdem Secans.

Axioma hoc duplicem ostendit in Triang. planis rect. proportionem per Tangentes scilicet & Secantes: Ex Tangentibus duo, ex secantib. tria consectaria derivantur.

Ratio ex priori schemate manifesta, in Triangulo enim C B H rectangulo ad B, ubi crus C B est radius erit B H Tangens periph. F B complectentis amplitudinem ang. H C B, & Basis C H ejusdem secans; eodem modo: Assumpto ejusdem Triang. crure H B pro radio, erit B C Tangens anguli H, & H C ejusdem Secans. Ratio manifesta ex definitione Tangentis & Secantis.

Hinc 5 Consectaria derivantur.

CONSECTARIUM 1.

Dato crure alterutro cum acuto angulo, addiscitur reliquum crus.

Angulus enim acutus reliquus est complementum ad quadrantem.

Eritque, ut Radius, ad Tangentem anguli cruri quæsito oppositi; ita crus datum ad crus optatum.

Verbi gratia.

In Triang. C H B, Crus C B sit 12 pert, Angulus H C B 30 gr. Hinc crus B H concludetur 6:9:3 idque hac inductione.

	Radius		Tang. ang.	
ut C B	100000	ad	57735	ita C B 12.

Ad crus optatum B H 6 pert. 9 ped. 2 dig. fere: Similiter erit.

Radius

Radius Tang. ang. H
ut HB 100000 ad 173206: ita
HB 8:7:2 ad crus optatum CB 12 pert.

CONSECTARIVM 2.

Dato crure utroque datur uterque acutorum duplici proportione. pro ut vel hoc, vel illud datorum duorum crurum pro radio posueris.

Vt in Triangulo plano rect. CHB, si dentur duo anguli recti crura CB & BH: illud 12 pert. Hoc 6: 9: 3. Angulos acutos C & A sic concludes.

Vt CB 12 ad BH 6. 9: 3: Ita CB Radius 100000 ad Tang. anguli B 57750. Cui Tangenti respondet arcus 30 fere gr. & in altero tabulæ margine dextro 60 gr. estque compl. arcus utpote ang. H.

Eosdem quoque angulos concludes si dixeris.

Vt BH 9: 6: 3 ad CB 12: ita BH Rad. 100000 ad Tang. anguli H 173260 Cui Tang respondet arcus 60 gr. & in dextro tabulæ margine 30 gr pro amplitudine ang B.

Hæc consectaria fuere ex Tangentibus sequuntur, secantium.

CONSECTAR. 3.

Dato crure alterutro cum angulo, quæritur Basis.

Erit enim, ut Radius ad secantem anguli dati: ita crus eidem angulo adiacens, ad Basin.

Verbi gratia

CB sit 12 p. Ang. C 30 gr. Hinc basin ita concludes.

Vt CB Rad. 100000 ad secantem anguli C 115470: ita CB 12 ped ad Basin optatam CH 13 pert 8 ped. 5½. Pari ratione si detur crus BH; Basin sic concludes.

Vt BH. Rad. 1000000, ad secant. anguli H 200000: ita crus BH 6: 9: 3 ad Basin CH. 13:8:6.

CONSECTARIVM 4.

Dato crure alterutro & Basi, inveniuntur anguli.

Nam

Nam ut crus alterutrum ad Basin: ita Radius ad Secantem ang. lateri dato adjacentis.

In eodem exemplo detur crus CB 22 pert. & Basis BH 13: 8: 6. Hinc ita dicito.

Ut CB 12 ad BH 13: 8: 6: Ita CB radius 100000 ad secantem ang. C 115500: Cui secanti quam proxime in Canone respondet arcus amplitudinis ang. C 30 gr.

CONSECTARIVM 5.

Dato angulo alterutro acuto & Basi: inveniuntur Crura.

Reliquus enim ang acutus est complementum ejus ad quadrantem. Deinceps erit.

Vt Secans Anguli cogniti ad Radium: ita basis data ad crus cognito angulo adjacens, exempl. ipsus quærito

Et sic calculum rectangulorum planorum exposuimus, in quo Tiro primum se sedulò exerceat. Axiomata enim sunt pro inventione cujusvis quarti, & datis in Triangulo plano tribus, hoc est præter angulum rectum duobus, idque per auream proportionis regulam. Quamvis satis clarè proposita hæc sint, quo tamen expeditior sit ejus usus, subjungimus sequentem diatyposim in qua doctrinæ superioris summam exhibemus, Atque proportiones partium Trianguli illas præponimus, quæ Radium 100000 in proportionis regula locum primum admittunt, ad molestum divisionis calculum evitandum, sola enim multiplicatione propositiones istiusmodi absolvuntur.

Inveniri autem debent in Triangulo rectang aut Recti anguli *crura*: aut *Basis* ejusdem: aut *angulus acutus* quivis. Dato enim acuto alterutro, reliquus ejusdem est complementum ad quadrantem.

Sequitur Diatyposis tria postulata & septem problemata comprehendens.

POSTVLATVM 1.

De inquirendis ang. recti cruribus.

PROBL. 1.

Ex data Basi & angulo acuto alterutro per 1. Axioma.

Vt Radius *ad* sin. anguli quæsito cruri oppositi: *ita* Basis; ad crus quæsitum in partibus basis.

Vel per consect. 5 Axiom. 2.

Vt secans anguli dati, *ad* Radium *ita* Basis, ad crus ang. dato adjacens.

PROBL. 2.

Ex crure alterutro dato, & angulo p. 1. consect. Axiom. 2.

Vt Radius *ad* Tangentem anguli Cruri quæsito oppositi: *Ita* Crus datum, ad crus quæsitum.

Vel per 3 Consect. Ax. 1.

Vt Sinus ang. dato Cruri oppositi *ad* Radium: *ita* Crus datum ad Crus reliquum.

PROBL. 3.

Ex Basi & Crure alterutro.

Quadratum cruris dati aufer ex quadrato basis, reliqui latus quadratum dabit optatum Crus

Alter & per Canonem Trigonometriæ.

Primum per consect. 2 Ax. 1. quæratur ang. sic.

Vt Basis *ad* crus datum: *ita* Radius ad Sinum anguli cruri dato oppositi:

Deinde sumpto Complemento anguli inventi pro reliquo angulo, erit per 1 consect. ax 1.

Vt Radius *ad* Sinum ang. cruri quæsito oppositi: ita Basis, ad crus quæsitũ.

POSTVLATVM 2.

De invenienda ang. recti Basi.

PROBL.

PROBL. 4.

Ex angulo acuto ex crure alterutro dato: per consect. 3. Ax. 2.

Vt Radius *ad* Secant. anguli dati: *ita* crus eidem ang. adjacens ad Basin.

Vel per consect. 4. Ax. 1.

Vt sinus ang. dato cruri oppositi *ad* Radium: *ita* Crus datum ad Basim optatam.

PROBL. 5.

Ex crure utroque dato.

Adde in unam summam quadrata crurum datorum, efficietur quadratum Basis, cujus ergo latus quadrati producet Basin.

Aliter, per Trigonometriæ Canonem.

Primo per consect. 2: Ax. 2 quaruntur anguli, sic dicendo.

Vt Crus alterutrum datum, *ad* crus alterum: *Ita* Radius, ad Tangentem ang. huic altero cruri oppositum.

Deinde sumpto complemento anguli inventi pro reliquo ang. erit per 3 consect. Ax. 1.

Vt Radius *ad* secantem anguli dati: *ita* crus eidem angulo adjacens ad Basin.

POSTVLATVM 3.

De Angulorum inventione.

PROBL. 6.

Ex Basi & Crure alterutro p. consect. 2 Ax. 1.

Vt Basis *ad* crus datum: *ita* radius ad sinum ang. cruri dato oppositi.

Vel per consect. 4, Ax. 2.

Vt Crus datum, *ad* Basin: *ita* radius ad Secantem ang. cruri dato adjacentis.

PROBL. 7.

Ex utroque Crure per consect. 2 Ax. 2.

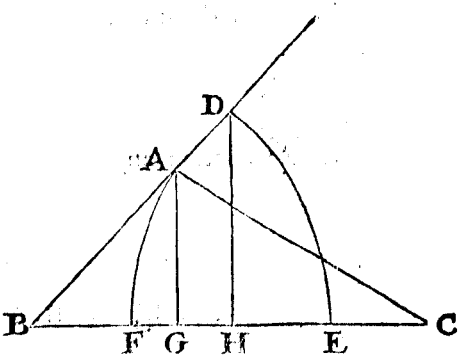
Vt Crus *ad* crus reliquum; *ita* radius ad Tangentem Cruris reliquo opposit.

Hæc de solutione Triang. Planorum Rectangulorum: sequitur obliquangulorum resolutio methodica.

Axiomata Tria Triangula plana obliquangula solventia.

AXIOMA 1.

In Triangulis planis universis latera se habent ad invicem, ut Sinus angulorum ipsis oppositorum.



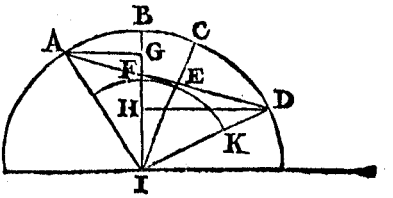
Sit Triangulum A B C qualecunque planum, Dico B A latus esse ad A C latus: ut sinus ang. A C B ad sin. ang. A B C, quod sic demonstratur; latus B A Continuetur usque in D, ut æquale sit lateri A C. Descriptisque peripheriis E D & F A æqualibus radiis B D & C A: demittatur ex A & D arcuum terminis in Basin B C perpendiculares D H & A G, eritque D H sinus ang B, atque A G Anguli C Sinus, & per 4 sext. element. erit ut latus Triangul. B A ad B D sive A C: ita A G Sinus anguli oppositi ad D H Sinum ang. oppositi. Quod erat demonstrandum.

AXIOMA 2.

Si angulorum duorum summa detur, quorum ratio Sinuum inter se

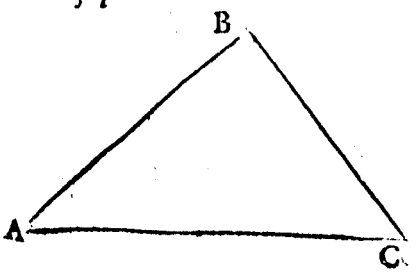
ter se constet, ipsi etiam anguli secernuntur. Nam ut semissis summæ sinuum rationis, ad differentiam semissis, & termini rationis Sinuum alterutrius est: ita tangens summæ angulorum, ad Tangentem anguli, quo minor quæsitus ab angulorum semisse deficit, major eam superat.

Detur in adjecto diagrammate summa angulorum A I B & B I D 40 gr. cum ratione Sin. ut A G ad D H (vel per 4 sext Element. A F ad D F) ut 4 ad 7. Dico utrumque ang. A C B & B I D sigillatim datum iri. Egrediatur enim ex 1 recta, bissecans A D, rationis sinuum datam summam in E, erit A E $5\frac{1}{2}$, & angulus A I E 20 gr. æqualis ang. D I E: F E verò (differentia termini minoris A F 4, & A E $5\frac{1}{2}$ vel E D $5\frac{1}{2}$ & F D termini majoris 7) $1\frac{1}{2}$: fiat quoque I E radius, ut D E tangens sit ang. D I E, vel arcus K E gr. 20: huic etiam dabitur Tangens E F angulum E I F vel B I C subtendens, namque per 19 septimi Euclidis, ut D E $5\frac{1}{2}$ ad D E Tang. anguli D I E 3639702: ita F E $1\frac{1}{2}$ ad F E Tang. anguli E I F 992646, Cui Tangenti respondet arcus 5:46 ferè, atqui hoc angulo major est ang. B I D major: minor vero ang. A I B minor; Ergo B I D ang. est part. 25:40 fere: A I B 14:20 fere. Quod erat demonstrandum.



Hæc Lansbergius. Pitiscus idem brevius sic proponit.

Vt Summa duorum laterum ad differentiam eorundem: ita Tangens dimidii summæ duorum angulorum oppositorum, ad Tangentem differentiæ infra vel supra dimidium.



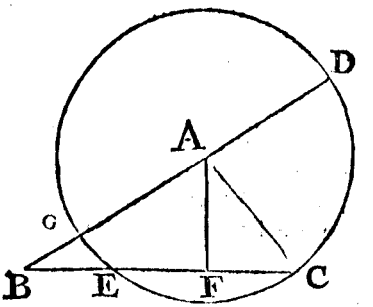
Verbigratia.

In Triangulo obliquang. A B C, dico Tangentem dimidii summæ duorum angulorum ad A & B: esse ad Tangentem differentiæ anguli B supra, & anguli A, infra dimidium: ut est

ſumma duorum laterum B C, & A C, angulis ipſis oppoſitorum, ad differentiam eorundem.

AXIOMA 3.

Si trianguli obliquanguli latus minus ſiat Circuli radius, & ex ejus angulari puncto deſcribatur peripheria, ſecans baſin & latus majus: erit Baſis ad ſummam laterum; ut ſegmentum lateris ad ſegmentum baſis.



Baſi Trianguli obliquanguli vocatur latus majus: vel ſi ęquicrurum ſit, alterutrum crurum pro baſi aſſumptum: Sit ergo A B C Triangulum obliquangulum, cujus latus minus A C, Baſis B C: facto A C radio, ex puncto angulari A, deſcribatur circuli peripheria, ſecans baſin in E, reliquum latus in G: Dico baſin B C, eſſe ad laterum ſummam B A & A C, vel A D: (A C & A D ejuſdem periph. radii ſunt, proinde æquales) ut B G lateris ſegmentum, ad B E ſegmentum Baſis. Rectæ enim B D & B C à B puncto extra peripheriam productæ, ſecant peripheriam in G & E. Itaque per 35 tertii Eucl. ut B C ad D B ita B G ad B E quod erat demonſtrandum.

Vſus præcedentium Axiomatum, & Solutio Triang. Planorum obliquangulorum per eadem. In quovis Triangulo ſunt ſex partes, Tres trianguli, & Tria latera: ex hiſce, tribus ſive puris ſive mixtis datis, reliqua inveſtigari poſſunt: & quidem interdum variis modis: unico caſu excepto, ſi nempe tres anguli ſolùm dentur, inde enim nullam inveſtigari poteſt latus, ſed eorundem proportio ſinus angulorum indicabit.

PROBLEMA 1.

Datis Tribus cujuſvis Trianguli plani Angulis, laterum proportiones patefacere.

Singulis

Singulis lateribus adſcribantur ſinus angulorum oppoſitorum: latera enim eaſdem proportiones habent, quæ inter ſinus oppoſitorum lateribus angulorum reperiuntur, ut axiomate 1 demonſtratum fuit.

PROBLEMA 2.

In triangulo rectilineo obliquangulo datis duobus angulis cum latere quocunque. Angulum tertium, & reliqua latera inveſtigare: primi Axiomat. conſectarium.

Subductis duobus angulis datis ex ſemicirculo, relinquitur tertius. Porro, Vt ſe habet ſinus anguli lateri dato oppoſiti, ad latus datum: ita etiam reliquorum angulorum ſinus, ad latera oppoſita.

Inſtitutio exemplaris.

In triang. A B C obliquang. dentur { *ang. A* 27:3 *m.*, *ang. B* 111:32:26, *latus A B* 32 *part.*

Reliqua inquiruntur hoc modo.

Dempris duobus angulis datis ex ſemicirculo, relinquitur angulus tertius C 41 *gr.* 24 *m.* 34. *Porro*

Vt ſinus ang. C dato lateri A B oppoſiti 66143.

Ad latus datum A B 32.

Ita ſinus anguli A 48477.

Ad latus B C quod angulo A oppoſitum eſt 22 *fere.*

Conſequenter quoque erit.

Vt ſinus anguli C 66143

Ad latus eidem oppoſitum A B 32.

Ita sinus anguli B 93016
Ad latus A C angulo B oppositum 45

PROBLEMA 3.

Datis duobus triang. obliquanguli lateribus, & angulo non ab eis comprehenso obtuso (vel si acuto data anguli specie alteri lateri oppositi) latus tertium cum reliquis angulis invenire. Primi Axiomatis consectarium.

Vt latus datum, dato angulo oppositum, est ad sinum anguli dati: ita latus alterum, ad sinum ang. oppositi minoris quadrante si species ang. acuta sit, majoris si obtusa.

Dantur jam duo anguli, tertius est reliquus duorum datorum ad semicirculum.

Porro ut sinus anguli alterutrius noti, ad latus eidem oppositum: ita sinus anguli lateri incogniito oppositi, ad latus tertium,

Exemplum.

In triangulo A B C dentur { *Latus A B* 32; *Latus B C* 22; *Angulus A* 27 3 *m.*

Tertium latus, & reliquos angulos investigabis hoc modo.

Vt latus angulo dato oppositum B C 22
Ad sinum anguli dati A 45477
Ita latus alterum datum A B 32
Ad sinum anguli oppositi C 66143

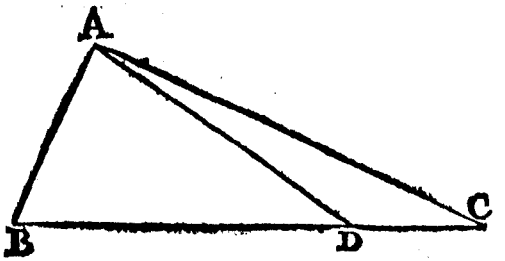
Atque sinui 66143 *invento respondet arcus* 41 24½ *m. pro amplitudine ang. C acuti.*

Dempto deinde utroque A & C angulo ex semicirculo, relinquitur ang. tertius obtusus B 111: 32′ 26″. *Porro*

Vt sinus anguli A 45477
Ad latus eidem oppositum B C 22

Ita

Ita erit sinus ang. B 90316
Ad latus tertium AC 45



PROBLEMA 4.

Trianguli obliquang. datis duobus lateribus, & angulo ab eis comprehenso; latus tertium & angulos reliquos inquirere

Consectarium 2. Axiomatis.

Latera data componantur, summæ dimidium est *Inventum primum*. Latus minus auferatur ab invento primo, reliquus fit *Inventum secundum*. Consequentur angulus datus auferatur à semicirculo, residui dimidium fiet *Inventum tertium*. Quæraturque arcus ejus dimidiati numerus tangens, qui erit *Inventum quartum*. Porro

Vt inventum primum, ad inventum secundum: ita inventum quartum, ad *Inventum quintum*.

Cum invento quinto ingredere tabulam tangent. arealiter arcum ei respondentem excerpendo, hunc inventum arcum si auferas ab invento tertio, reliquus erit angulus trianguli minori lateri dato oppositus: sin vero eidem addas, productus erit angulus tertius majori lateri dato oppositus.

Latus denique tertium per 2 probl. non ignorabitur. Erit enim

Vt sinus alterut. anguli,
Ad latus oppositum,
Ita sinus ang. quæsiti lateri oppositi,
Ad latus quæsitum.

Exemplum.

In triangulo A B C dentur { *Latus A B* 32
Latus B C 22
Ang. B 111 *gr.* 32 *m.* 26

Reliqua inquiruntur ut sequitur.

Summa laterum A B & BC datorum est 54
Eorum semissis est Invent primum 27
Auferatur exinde latus minus B C 22 *reliquus est*

Invent. secundum.

Compl. anguli dati B ad semicirc. est 68 *gr.* 27 34
Cujus semissis est Invent. tertium 34 *gr.* 13: 47
Hujus numeri tangens est Invent. quart. 68031

VT invent. 1.	*AD invent.* 2.	*ITA inv.* 4.	*AD invent.* 5.
27	5	68031	12598.

Atque numero 12598 *inventi quinti respondet in tabula tangentium arcus* 7 *gr.* 10 *m.* 47′.

Qui ablatus ab invento tertio 34 *gr.* 13′ 47″.

Relinquitur angulus quæsitus A, & lateri minori B C dato oppositus 27: 3.

Quin etiam addatur eidem, produces angulum C 41: 24 *m.* 34. *oppositum lateri majori dato.*

Latus tertium A C ex 2 probl. concludes.

VT Sinus ang. A	*AD latus oppos. B C*	*ITA Sinus ang. B*	*AD latus oppos. A C*
45477.	22.	90316.	45.

PROBLEMA 4.

Datis tribus trianguli obliquanguli lateribus: tres ejusdem angulos concludere. In his erit *per* 3. *ax.*

VT

VT Basis trianguli AD summam crurum: ITA crurum differentia AD inventum primum.

Per Basin intelligimus latus trianguli maximum, ac proinde reliqua duo latera crura appellantur.

Inventum primum auferatur à Basi sive latere dato maximo; residui semissis dabit *Inventum secundum*.

Inventum primum & secundum componantur, dabitur *Inventum tertium*. Ex hisce inventis angulos trianguli hoc modo concludes. *Erit enim*

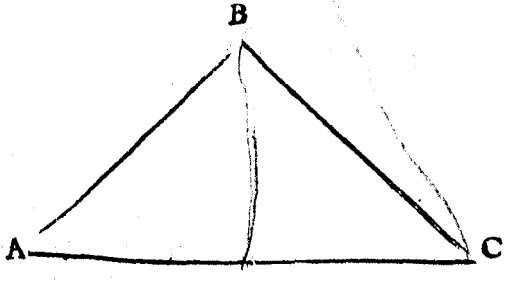
VT crus minus. AD Invent. 2. ITA Radius, AD sinum comp. anguli minori crur. adjacent.

Rursus.

VT crus majus. AD invent. 3. ITA Radius, AD sinum compl. ang. cruri majori adjacent.

Dantur ergo duo anguli, quibus à semicirculo sublatis, relinquitur tertius qui nempe basi opponitur.

Institutio exemplaris.



In triang. A B C dentur { *Crus A B* 32, *Crus B C* 22, *Basis AC* 45 }

Angulos ejus trianguli sic cognosces, primum erit.

VT basis AC 45 AD summam crurum B C & A B 54 ITA crurum differentia 10. AD inventum prim. 12

Inventum hoc primum auferatur à basi, relinquuntur 33, quorum semissis est Inventum secundum, utpote $16\frac{1}{2}$.

Inventum primum & secundum componantur, producetur inventum tertium $28\frac{1}{2}$.

VT crus minus BC 22.	*AD invent. 2.* $16\frac{1}{2}$	*ITA*	*Radius AD* 100000	*sin. comp. ang. C cruri minori adjac.* 75000

Atque sinui invento 75000 *respondet complementi arcus* 41 *gr.* 24 *m. tantusque est ang. C.*

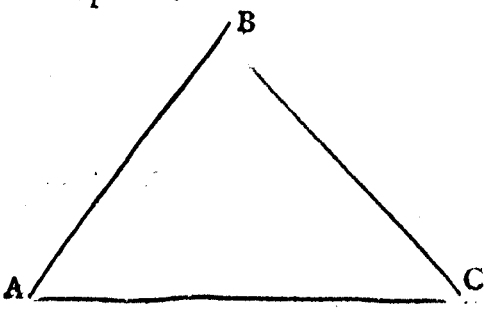
VT crus majus AB 32	*AD invent. 3,* $28\frac{1}{2}$.	*ITA*	*Radius* 100000	*AD sin. compl. ang. A adjac. cruri majori* 89062.

Atque sinui 89062 respondet arcus compl. 27. 3. & tantus est angulus A optatus.

Solutio Geodetica Triangulorum planorum per Canonem Sinuum.

Datis duobus trianguli plani cruribus, cum angulo ab eis comprehenso, Aream investigare. Erit enim

Vt Radius, ad plani à cruribus facti dimidium: ita sinus anguli dati ad aream optatam.



Per planum crurum, intelligimus numerum à multiplicatione crurum factum, Quare detur Triangulum A B C obliquangul. crus A B esto 20 pert. 4 ped. crus A C 31 pert. 5 ped. quorum planus erit 642 pert. 6 ped. ejus dimidiam 321-3. preterea detur ang. A 30 gr. cujus sin. 50000.

Hinc aream sic concludes.

Vt Radius 100000 ad 321-3 ita 50000 ad aream optatam 160 pert. 6 ped. 5. dig.

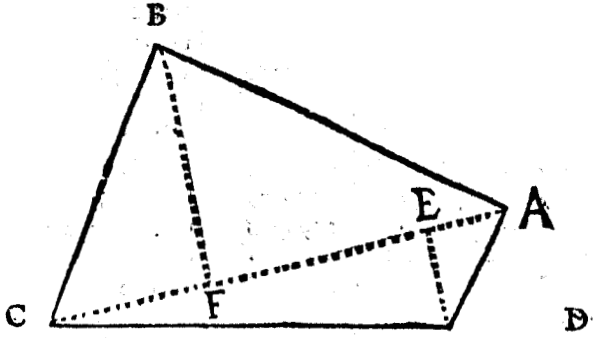
CON-

CONSECTARIVM

In Trapezio, si dentur ejus 4 latera cum duobus anguli sibi mutuo oppositis, Aream concludes eadem inductione:

Verbi gratia

In Trapezio A B C D ex datis B & D ang. oppositis, cum quatuor A B, B C, C D, & D A Laterib. Area & priori probl. manifestabitur, recta enim sive diagonalis C A dislocat Trapezium in duo Triangula, quorum singulo-



rum duo crura atque anguli à cruribus comprehensi innotescunt ex thesi. In Triangulo enim C B A angulo B, cum cruribus ejus B A & B C datis, innotescet ex præced. probl area ejus: eodem modo dabitur & area Triang. C D A: amborum Triangulorum areæ simul additæ, component aream Trapezii desideratam.

Adi Trigonom. Brittanicum Briggii pro plenior inscitia.

CANON TRIANGVLORVM

in Gradibus & scrup. primor. decimis, ad partes Radii 100000.

G.	M	SINUS.		TANG.		SECANS.		M	G.
0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	10	291	99999	291	34377871	100000	34377516	50	
	20	582	99998	582	17188540	100002	17188831	40	
	30	873	99996	873	11458865	100004	11459301	30	
	40	1164	99993	1164	8593980	100007	8594561	20	
	50	1454	99989	1455	6875009	100011	6875763	10	
1	0	1745	99985	1745	5728996	100015	5729869	0	89
	10	2036	99979	2036	4910388	100021	4911406	50	
	20	2327	99973	2328	4296408	100027	4297571	40	
	30	2618	99966	2619	3818846	100034	3820155	30	
	40	2908	99958	2910	3436779	100042	3438234	20	
	50	3199	99949	3201	3124162	100051	3125762	10	
2	0	3490	99939	3492	2863625	100061	2865370	0	88
	10	3781	99929	3784	2643164	100072	2645051	50	
	20	4071	99918	4075	2454175	100083	2456212	40	
	30	4362	99905	4366	2290376	100095	2292558	30	
	40	4653	99892	4658	2147041	100108	2149368	20	
	50	4943	99878	4949	2020557	100122	2023030	10	
3	0	5234	99863	5241	1908112	100137	1910731	0	87
	10	5524	99847	5533	1807495	100153	1810260	50	
	20	5814	99831	5824	1716935	100169	1719844	40	
	30	6105	99813	6116	1634987	100187	1638041	30	
	40	6395	99795	6408	1560479	100205	1563680	20	
	50	6685	99776	6700	1492441	100224	1495788	10	
4	0	6976	99756	6993	1430066	100244	1433558	0	86
	10	7266	99736	7285	1372675	100265	1376312	50	
	20	7556	99714	7578	1319689	100287	1323473	40	
	30	7846	99692	7870	1270620	100309	1274549	30	
	40	8136	99668	8163	1225050	100333	1229125	20	
	50	8426	99644	8456	1182618	100357	1186838	10	
5	0	8716	99619	8749	1143006	100382	1147372	M	85

G.	M	SINUS.		TANG.		SECANS.		M	G.
5	0	8716	99619	8745	1143005	100382	1147371	0	85
	10	9005	99594	9042	1105943	100408	1110455	50	
	20	9295	99567	9335	1071191	100435	1075849	40	
	30	9585	99540	9629	1038539	100462	1043343	30	
	40	9874	99511	9923	1007803	100491	1012752	20	
	50	10164	99482	10216	978817	100521	983912	10	
6	0	10453	99452	10510	951436	100551	956677	0	84
	10	10742	99421	10805	925530	100582	930917	50	
	20	11031	99390	11099	900983	100614	906515	40	
	30	11320	99357	11394	877689	100647	883367	30	
	40	11609	99324	11688	855555	100681	861380	20	
	50	11898	99290	11983	834496	100715	840466	10	
7	0	12187	99255	12278	814435	100751	820551	0	83
	10	12476	99219	12574	795302	100787	801565	50	
	20	12764	99182	12869	777035	100825	783443	40	
	30	13053	99144	13165	759576	100863	766130	30	
	40	13341	99106	13461	742871	100902	749571	20	
	50	13629	99067	13758	726872	100942	733719	10	
8	0	13917	99027	14054	711537	100983	718530	0	82
	10	14205	98986	14351	696823	101024	703962	50	
	20	14493	98944	14648	682694	101067	689979	40	
	30	14781	98902	14945	669116	101111	676547	30	
	40	15069	98858	15243	656055	101155	663633	20	
	50	15356	98814	15540	643484	101200	651208	10	
9	0	15643	98769	15838	631375	101246	639245	0	81
	10	15931	98723	16137	619703	101294	627719	50	
	20	16218	98676	16435	608444	101342	616607	40	
	30	16505	98629	16734	597577	101390	605886	30	
	40	16792	98580	17033	587080	101440	595536	20	
	50	17078	98531	17333	576937	101491	585539	10	
10	0	17365	98481	17633	567128	101543	575877	0	80

G.	M.	SINUS.		TANG.		SECANS.		MG.
10	0	17365	98481	17633	567129	101543	575877	0 80
	10	17651	98430	17933	557638	101595	566533	50
	20	17937	98378	18233	548450	101649	557492	40
	30	18224	98325	18534	539552	101703	548741	30
	40	18509	98272	18835	530928	101758	540263	20
	50	18795	98218	19136	522567	101815	532049	10
11	0	19081	98163	19438	514455	101872	524084	0 79
	10	19366	98107	19740	506584	101930	516359	50
	20	19652	98050	20042	498940	101989	508863	40
	30	19937	97992	20345	491516	102049	501585	30
	40	20222	97934	20648	484300	102110	494517	20
	50	20507	97875	20952	477285	102171	487649	10
12	0	20791	97815	21256	470463	102234	480973	0 78
	10	21076	97754	21560	463924	102298	474482	50
	20	21360	97692	21864	457363	102362	468168	40
	30	21644	97630	22169	451071	102428	462023	30
	40	21928	97566	22475	444942	102494	456041	20
	50	22212	97502	22781	438969	102562	450216	10
13	0	22495	97437	23087	433147	102630	444541	0 77
	10	22778	97371	23393	427471	102700	439012	50
	20	23062	97304	23700	421933	102770	433622	40
	30	23345	97237	24008	416530	102842	428366	30
	40	23627	97169	24316	411256	102914	423239	20
	50	23910	97100	24624	406107	102987	418238	10
14	0	24192	97030	24933	401078	103061	413357	0 76
	10	24474	96959	25242	396165	103137	408591	50
	20	24756	96887	25552	391364	103213	403938	40
	30	25038	96815	25862	386671	103290	399393	30
	40	25320	96742	26173	382083	103368	394952	20
	50	25601	96667	26483	377595	103447	390612	10
15	0	25882	96593	26795	373205	103528	386370	0 57

G.	M	SINUS.		TANG.		SECANS.		M	G.
15	0	25882	96593	26795	373205	103528	386370	0	75
	10	26163	96517	27107	368909	103609	382223	50	
	20	26443	96440	27419	364705	103691	378166	40	
	30	26724	96363	27732	360588	103774	374198	30	
	40	27004	96285	28046	356557	103858	370315	20	
	50	27284	96206	28360	352609	103944	366515	10	
16	0	27564	96126	28675	348742	104030	362796	0	74
	10	27843	96046	28990	344951	104117	359154	50	
	20	28123	95964	29305	341236	104206	355587	40	
	30	28401	95882	29621	337594	104295	352094	30	
	40	28680	95799	29938	334023	104385	348671	20	
	50	28959	95715	30255	330521	104477	345317	10	
17	0	29237	95630	30573	327085	104569	342030	0	73
	10	29515	95545	30891	323714	104663	338808	50	
	20	29793	95459	31210	320406	104757	335649	40	
	30	30071	95372	31530	317159	104853	332551	30	
	40	30348	95284	31850	313972	104950	329512	20	
	50	30625	95195	32171	310842	105047	326531	10	
18	0	30902	95106	32492	307768	105146	323607	0	72
	10	31178	95015	32814	304749	105246	320737	50	
	20	31454	94924	33136	301783	105347	317920	40	
	30	31730	94832	33460	298868	105449	315154	30	
	40	32006	94740	33783	296004	105552	312439	20	
	50	32282	94646	34108	293189	105657	309773	10	
19	0	32557	94552	34433	290421	105762	307155	0	71
	10	32832	94457	34758	287700	105869	304584	50	
	20	33106	94361	35085	285023	105976	302057	40	
	30	33381	94264	35412	282391	106085	299574	30	
	40	33655	94167	35740	279802	106195	297135	20	
	50	33929	94068	36068	277281	106306	294737	10	
20	0	34202	93969	36397	274748	106418	292380	M	70

G.	M	SINUS.		TANG.		SECANS.		M	G.
20	0	34202	93969	36397	274748	106418	292380	0	70
	10	34475	93869	36727	272281	106531	290063	50	
	20	34748	93769	37057	269853	106645	287785	40	
	30	34021	93667	37388	267462	106761	285545	30	
	40	35293	93565	37720	265109	106878	283342	20	
	50	35565	93462	38053	262791	106995	281175	10	
21	0	35837	93358	38386	260509	107114	279043	0	69
	10	36108	93253	38721	258261	107235	276945	50	
	20	36379	93148	39055	256047	107356	274881	40	
	30	36650	93042	39391	253865	107479	272850	30	
	40	36921	92935	39727	251715	107602	270851	20	
	50	37191	92827	40065	249597	107727	268884	10	
22	0	37461	92718	40403	247509	107853	266947	0	68
	10	37730	92609	40741	245451	107981	265040	50	
	20	37999	91499	41081	243422	108109	263162	40	
	30	38268	92388	41421	241421	108239	261313	30	
	40	38537	92276	41763	239449	108370	259491	20	
	50	38805	92164	42105	237504	108503	257698	10	
23	0	39073	92050	42447	235585	108636	255931	0	67
	10	39341	91936	42791	233693	108771	254190	50	
	20	39608	91822	43136	231826	108907	252474	40	
	30	39875	91706	43481	229984	109044	250784	30	
	40	40141	91590	43828	228167	109183	249119	20	
	50	40408	91472	44175	226374	109322	247477	10	
24	0	40674	91355	44523	224604	109464	245859	0	66
	10	40939	91236	44872	222857	109606	244264	50	
	20	41204	91116	45222	221132	109750	242692	40	
	30	41469	90996	45573	219430	109895	241142	30	
	40	41734	90875	45924	217749	110041	239614	20	
	50	41998	90753	46277	216090	110189	238106	10	
25	0	42262	90631	46631	214450	110338	236621	M	65

G.	M	SINUS.		TANG.		SECANS.		MG.	
25	0	42262	90631	46631	214450	110338	236621	0	65
	10	42525	90507	46985	212832	110488	235154	50	
	20	42788	90383	47341	211233	110640	233708	40	
	30	43051	90259	47698	209654	110793	232282	30	
	40	43313	90133	48055	208094	110947	230875	20	
	50	43575	90007	48414	206553	111103	229487	10	
26	0	43837	89879	48773	205030	111260	228117	0	64
	10	44098	89752	49134	203526	111419	226766	50	
	20	44359	89623	49495	202039	111579	225432	40	
	30	44620	89493	49858	200569	111740	224116	30	
	40	44880	89363	50222	199116	111903	222817	20	
	50	45140	89232	50587	197680	112067	221535	10	
27	0	45399	89101	50953	196261	112233	220269	0	63
	10	45658	88968	51319	194858	112400	219019	50	
	20	45917	88835	51688	193470	112568	217786	40	
	30	46175	88701	52057	192098	112738	216568	30	
	40	46433	88566	52427	190741	112910	215366	20	
	50	46690	88431	52798	189400	113083	214178	10	
28	0	46947	88295	53171	188073	113257	213005	0	62
	10	47204	88158	53545	186760	113433	211847	50	
	20	47460	88020	53920	185462	113610	210704	40	
	30	47716	87882	54296	184177	113789	209574	30	
	40	47971	87743	54673	182906	113970	208458	20	
	50	48226	87603	55051	181649	114152	207356	10	
29	0	48481	87462	55431	180405	114335	206267	0	61
	10	48735	87321	55812	179174	114521	205191	50	
	20	48989	87178	56194	177955	114707	204128	40	
	30	49242	87036	56577	176749	114896	203077	30	
	40	49495	86892	56962	175556	115085	202039	20	
	50	49748	86748	57348	174375	115277	201014	10	
30	0	50000	86603	57735	173205	115470	200000	0	60

G.	M	SINUS.		TANG.		SECANS.		M	G.
30	0	50000	86603	57735	173205	115470	200000	50	60
	10	50252	86457	58124	172047	115665	198998	40	
	20	50503	86310	58513	170901	115861	198008	30	
	30	50754	86163	58905	169766	116059	197029	20	
	40	51004	86015	59297	168643	116259	196062	10	
	50	51254	85866	59691	167530	116460	195106	0	
31	0	51504	85717	60086	166428	116663	194160	50	59
	10	51753	85567	60483	165337	116868	193226	40	
	20	52002	85416	60881	164256	117075	192302	30	
	30	52250	85264	61280	163185	117283	191388	20	
	40	52498	85112	61681	162125	117493	190485	10	
	50	52745	84959	62083	161074	117704	189591	0	
32	0	52992	84805	62487	160033	117918	188708	50	58
	10	53238	84650	62892	159002	118133	187834	40	
	20	53484	84495	63299	157981	118350	186970	30	
	30	53730	84339	63707	156969	118569	186116	20	
	40	53975	84182	64117	155966	118790	185271	10	
	50	54220	84025	64528	154972	119012	184435	0	
33	0	54464	83867	649[illegible]1	153987	119236	183608	50	57
	10	54708	83708	65355	153010	119463	182790	40	
	20	54951	83549	65771	152043	119691	181981	30	
	30	55194	83389	66189	151084	119920	181180	20	
	40	55436	83228	66608	150133	120152	180388	10	
	50	55678	83066	67028	149190	120386	179604	0	
34	0	55919	82904	67451	148256	120622	178829	50	56
	10	56160	82741	67875	147330	120859	178062	40	
	20	56401	82577	68301	146411	121099	177303	30	
	30	56641	82413	68728	145501	121341	176552	20	
	40	56880	82248	69157	144598	121584	175808	10	
	50	57119	82082	69588	143703	121830	175073	0	
35	0	57358	81915	70021	142815	122077	174345	0	55

G.	M	SINUS.		TANG.		SECANS.		M	G.
35	0	57358	81915	70021	142815	122077	174345	50	55
	10	57596	81748	70455	141934	122327	173624	40	
	20	57833	81580	70891	141061	122579	172911	30	
	30	58070	81412	71329	140195	122833	172205	20	
	40	58307	81242	71769	139336	123089	171506	10	
	50	58543	81072	72211	138484	123347	170815	0	
36	0	58779	80902	72654	137638	123607	170130	50	54
	10	59014	80730	73100	136800	123869	169453	40	
	20	59248	80558	73547	135968	124134	168782	30	
	30	59482	80386	73996	135142	124400	168117	20	
	40	59716	80212	74447	134323	124669	167460	10	
	50	59949	80038	74900	133511	124940	166809	0	
37	0	60181	79864	75355	132704	125214	164104	50	53
	10	60414	79688	75812	131904	125489	165526	40	
	20	60645	79512	76272	131110	125767	164894	30	
	30	60876	79335	76733	130323	126047	164268	20	
	40	61107	79158	77196	129541	126330	163648	10	
	50	61337	78980	77661	128765	126615	163035	0	
38	0	61566	78801	78129	127994	126902	162427	50	52
	10	61795	78622	78598	127230	127191	161825	40	
	20	62024	78442	79070	126471	127483	161229	30	
	30	62251	78261	79544	125717	127778	160639	20	
	40	62479	78079	80020	124969	128075	160054	10	
	50	62706	77897	80498	124227	128374	159475	0	
39	0	62932	77715	80978	123490	128676	158902	50	51
	10	63158	77531	81461	122758	128980	158333	40	
	20	63383	77347	81946	122031	129287	157771	30	
	30	63608	77162	82434	121310	129597	157213	20	
	40	63832	76977	82923	120593	129909	156661	10	
	50	64056	76791	83415	119882	130223	156114	0	
40	M	64279	76604	83910	119175	130541	155572	M	50

67745
67745
123490
78451

G.	M	SINUS.		TANG.		SECANS.		M	G.
40	0	64279	76604	83910	119175	130541	155572	0	50
	10	64501	76417	84407	118474	130861	155036	50	
	20	64723	76229	84906	117777	131183	154504	40	
	30	64945	76041	85408	117085	131509	153977	30	
	40	65166	75851	85912	116398	131837	153455	20	
	50	65386	75661	86419	115715	132168	152938	10	
41	0	65606	75471	86929	115037	132501	152425	0	49
	10	65825	75280	87441	114363	132838	151918	50	
	20	66044	75088	87955	113694	133177	151415	40	
	30	66262	74896	88473	113029	133519	150916	30	
	40	66480	74703	88992	112369	133864	150422	20	
	50	66697	74509	89515	111713	134212	149933	10	
42	0	66913	74314	90040	111061	134563	149448	0	48
	10	67129	74120	90568	110414	134917	148967	50	
	20	67345	73924	91099	109770	135274	148491	40	
	30	67559	73728	91633	109131	135634	148019	30	
	40	67773	73531	92170	108496	135997	147551	20	
	50	67987	73333	92709	107864	136363	147087	10	
43	0	68200	73135	93252	107237	136733	146628	0	47
	10	68412	72937	93797	106613	137105	146173	50	
	20	68624	72737	94345	105993	137481	145721	40	
	30	68835	72537	94896	105378	137860	145274	30	
	40	69046	72337	95451	104766	138242	144831	20	
	50	69256	72136	99008	104158	138628	144391	10	
44	0	69466	71934	96569	103553	139016	143956	0	46
	10	69675	71732	97133	102952	139409	143524	50	
	20	69883	71529	97700	102355	139804	143096	40	
	30	70091	71325	98270	101761	140203	142672	30	
	40	70298	71121	98843	101170	140606	142251	20	
	50	70505	70916	99420	100583	141012	141835	10	
45	M	70711	70711	100000	100000	141421	141421	0	45

FINIS.

GEOMETRIAE PRACTICÆ,

PARS I. & II.

Quæ rei cujusvis mensurabilis vim, proprietates & habitudines interpretatur & exercet.

Authore
ADRIANO METIO ALCMARIANO
Matheseos Professore ordinario.

FRANEKERÆ,
Excudebat Uldericus Balck, Ordinum Frisiæ & eorundem Academiæ Typographus. Anno 1625.

Errata Geometriæ.

Pag.15.lin.11.lege ACG. *pag.26.lin.16. lege ad distantiam* FB, *statuatur* AE *æqualis* AD. *& pag.34 in schemate desideratur lit.* D,N,F. *pag.107.lin.1.leg.ut E G.pag.109.l.3 leg.*C L.*pag.154.l.penult.leg.Harlingæ* 325.30.*m. pag.156.l.10. pro* 136.*l.*331. *lin.11 pro* 146.*leg.*325.30.*m. pag.*201.*l.*28 *pro* 8062.*l.*8366.*pag.* 209 *in tab.scr.*1.*pro* 505 *leg.*585. *pag.*220.*l.*6,*leg.*237.30.*m. l.*7.*leg. quibus à, l.* 10 *leg.*212.*pag.*228.*l.*17.*leg.ad intervallum* 12.*partis:pag.*237 *l.*8,*leg.*180.*gr.pag.* 247.*l.*15.*leg.& 50. pag.*263.*l.*23.*pro* 505.*leg.*370.*pag.*265,*lin.*6 *pro N.leg.G.pag.* 270.*l.*13.*leg.*E *&* F. *pag.*276 *l.*12.*leg.D* 670. *lin.*19.*pro* 1:78 *leg* 1587. *pag.*279. *l.*6.*leg.idoneum,l.*23.*leg.*108.*pag.*281.*l.*14.*pro A lege N,& pro F leg.X.lin.*15 *pro* 2.*leg.*12.*& pro* 23.*leg.*144 *pag.*287.*l.*4.*leg* 45:0, *l.*5.*leg.*138:50.*l.*6 *leg.*90:0. *lin.* 12.*leg.*135:0. *pag.*278. *l.*5.*leg muniendorum.* In part.Sexta, *pag.*68.*l.*8. *pro DC leg.DK, l.*14.*pro DE lege BE.*

GEOMETRIÆ PRACTICÆ,

PARS PRIOR.

CAP. I.

De definitione & divisione Geometriæ.

Eometria est ars bene metiendi.

Primo loco hic sciendum; quod synechdoche sit in vocabulo Geometriæ, deducto à γεωμέτρειν, quasi terræ tantum dimetiendæ ars existat; quamvis ei propria sit scientia omnium mensurarum, sive sint lineæ, anguli, superficies vel corpora. Non enim in terra tantùm dimetienda usum habet, sed in aqua, etiam in aëre; longè etiam majorem in corporibus cœlestibus, in distantiis, & intervallis mensurandis, adeóque in toto mundo, & omnibus ejus corporibus, superficiebus, lineis, & aliis cunctis mensuralibus, ita ut ex ipsa, tanquam radice, principia *Astronomiæ*, *Cosmographiæ*, *Opticæ*, & aliarum quam plurimarum disciplinarum dependeant.

Quapropter Plato in Philebo significatiore vocabulo, Geometriam μετρικὴν, quasi *Mensurativam* appellavit, *quæ est bene mensurandi scientia.*

2. *Bene metiri* (μετρεῖν) *est rei cujusvis mensurabilis naturam, vim, proprietates, habitudines, ususque interpretari & exercere.*

Vocabulum *metiri* hic dupliciter intelligendum, aut enim abstractè, & logica mentis cogitatione rei mensurabilis, genera, affectiones, & proprietates contemplamur, & interpretamur, ejusdemque mensuram ratione ingeniosa certis schematibus fulcimus & demonstramus: vel denique concretè in materia concreta, adhibito instrumento quodam physico, per notam aliquam mensuram, rei materiatæ longitudinem, latitudinem, sive crassitiem explicamus.

Prius illud mensurandi genus *Geometriam* appellamus, estque magis Mathematicum, suisque demonstrationibus perpetuo simplex, & uniusmodi existit,

ipsamque Theoriam comprehendit: & in eo elementa Euclidis illustrissimis Christ. Clavii commentariis illustrata, nobis satisfaciunt. Alterum verò magis existit Mechanicum, & *Geodœsiam* appellamus: semper enim alicui materiæ subjicitur, sensibusque nostris exponitur: ac certitudinem suam è priore mutuatur, ejusque praxin & usum demonstrat.

Itaque Tractatum hunc nostrum in duas distinguimus partes, in priori magnitudinum definitiones, fabricas & habitudines quasdam, quæ ad Praxin illustrandam pertinere videntur, enodabimus. In altera parte Geodœsiam exercebimus, & rei cujuslibet materiatæ magnitudinem, adhibitis instrumentis, per notam & famosam mensuram inquiremus.

3. *Subjectum Geometriæ est magnitudo.*

Magnitudo est quantitas continua, cujus partes communi termino cohærent: Terminus autem, est magnitudinis extremum.

Magnitudo igitur est hujusmodi quantitas, quæ omnes suas partes habet à se invicem dependentes, & inter se communi termino junctas & connexas: sic partes lineæ, superficiei, & corporis inter sese absque ulla divisione continentur. Verbi gratia, in linea, quantumvis longissimè continuata, partes conjunguntur & copulantur puncto, ita ut linea nihil aliud sit quam continue productus punctus: sicut superficies continuata linea; & corpus continuata superficies. Nam si in linea producta imagineris punctum, illud priorem lineæ partem terminabit ac finiet, posteriorem incipiet. Similiter si in superficie imaginatione concipias lineam, linea illa priorem superficiei partem terminabit, posteriorem inchoabit. Denique, si per corpus medium superficiem imagineris, illa finem imponet priori parti, & erit principium posterioris.

4. *Magnitudo est aut linea, aut lineatum.*

Linea est magnitudo tantùm longa.

Lineatum est magnitudo, quæ ex lineis compositis oritur: vel, ut definit Ramus.

Lineatum est magnitudo plus quàm longa: estque vel Superficies, vel Corpus.

Superficies est Lineatum duntaxat latum.

Corpus est Lineatum, latum & altum.

Ex hac

Ex hac divisione colligitur triplex esse magnitudinis genus sub mensuram determinatam cadens. Primum est lineæ, quæ sub longam tantùm cadit mensuram, ideoque unius dimensionis, & talis magnitudinis consideratio *Longimetria* potest non indecenter appellari

Secundum genus est superficiei, sub longam nimirum & latam mensuram, cadentis, ideoque duplicem habentis dimensionem, talisque mensurandi ratio *Planimetria* appellatur. Tertium & postremum genus est solidorum, utpote quæ corporum, longitudine, latitudine, & profunditate constantium, crassitudines contemplatur: Hæc mensionis inquisitio *Solidometria* seu *Steriometria* non incommodè appellabitur.

Prima ergo mensionis consideratione dignoscuntur lineæ: Secunda, Superficies: Tertia verò vestigantur corpora. At duæ ultimæ mensurandi rationes, hoc est, planimetria & profundimetria, à lineali mensura pendere videntur. Quocirca priùs de lineis tractandum.

CAP. II.

De Longimetriæ datis, ac primùm de Lineis.

DEfinitio lineæ fuit quod sit magnitudo tantùm longa, carens nimirum latitudine & profunditate; ea autem creatur, continetur, & terminatur puncto, cujus talis definitio,

1. Punctum est signum in magnitudine individuum.

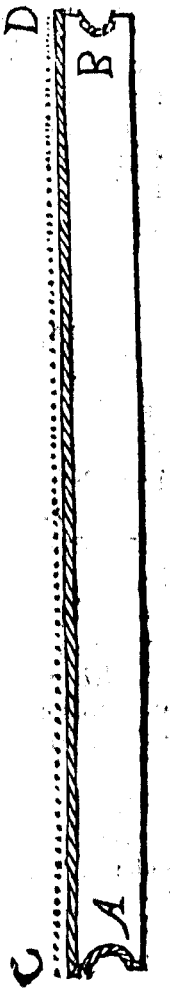
Punctum ergo, ut hic mathematicè definitur, nulla est magnitudo, neque id ipsum physicum, quod creta pingitur, pictumque oculis cernitur, sed quod in magnitudine individuum concipitur & cogitatur; quamvis id omnis magnitudinis expers sit, omnis tamen magnitudinis principium est, potentiâ & facultate, adeò ut sine illa magnitudinis creatio aut genesis ulla esse queat: fluxu enim & motu puncti linea exoritur, ex qua superficies; & inde corpus. Mathematici enim, ut rectè explicent suam lineam, præcipiunt, ut imaginemur punctum aliquod è loco in locum moveri: hoc enim describit vestigium quoddam longum tantùm, quod lineam refert. Ut autem Mathematicam superficiem intelligamus, monent, ut concipiamus lineam aliquam in transversum moveri: hæc enim describet vestigium longum & latum duntaxat; longum quidem propter longitudinem lineæ, latum verò propter motum illum, qui in transversum est factus, caret autem ideo profunditate, quod & linea illius sit expers. Ita quoque ut nobis ob oculos ponant corpus seu solidum, hoc est, quantitatem triplici dimen-

sione prædictam; consulunt, ut intelligamus superficiem aliquam æqualiter elevari, sive in transversum moveri: Hac enim ratione describetur vestigium quoddam longum, latum, atque profundum; Longum quidem & latum, ob superficiem, quæ longa & lata existit; profundum quidem seu crassum, propter elevationem illam, seu motum superficiei. Hæc quidem quantitas, solidum, sive corpus Mathematicum vocatur.

2. Consideratur linea aut simpliciter per se, aut comparatè inter se.

Simpliciter considerata, est vel recta, vel obliqua; eaque vel mixta, vel circularis sive simplex.

Quemadmodum per imaginarium puncti fluxum concipitur describi linea, ita per qualitatem fluxus puncti qualitas lineæ descriptæ intelligenda; si namque punctum fluere intelligatur recta per brevissimum nempe spacium, ita ut nec in hanc, nec in illam deflectat partem, sed æquabilem semper motum ac incessum teneat, dicetur linea illa descripta *Recta*. Si verò punctum fluens cogitetur in motu vacillare, atque hinc inde titubare, appellabitur linea descripta *mixta*. Si denique punctum fluens in motu suo non vacillet, sed in orbem feratur uniformi motu, atque æquidistet à certo aliquo puncto circa quod fertur, vocabitur descriptio illa *circularis*, & simpliciter obliqua linea. Hinc triplex illa apud Mathematicos divisio existit, in *Rectam*, *Circularem*, quam & peripheriam vocant, & *Mixtam*. Sed mixtarum nullus in Geometria usus.



3. Linea recta est illa, quæ æqualiter inter suos terminos jacet: vel ut Campanus, *est à puncto ad punctum brevissima extensio.*

Solemus autem lineas rectas *regula* beneficio ducere, quam & *amussim* vocant; quæ tamen Physica est, & non Mathematica. Quia verò Physica corpora mensurare docebimus, hic exponemus, qua ratione regulam propositam examinare possimus, num linea per illam descripta, recta sit, nec ne.

Sit ergo regula A B, secundum cujus latus C D tenuissimâ cuspide recta C D, ex puncto C in punctum D, ducatur: Deinde regula, manente eadem superiore parte, ita convertatur, ut pun-

ut punctum D in C, punctumque C in D sistatur. Ac denuo, ut prius, recta C D trahatur, quam priori lineæ undequaque congruere necessum erit: sin minus, corrigendus error in regula.

DE PERIPHERIA.

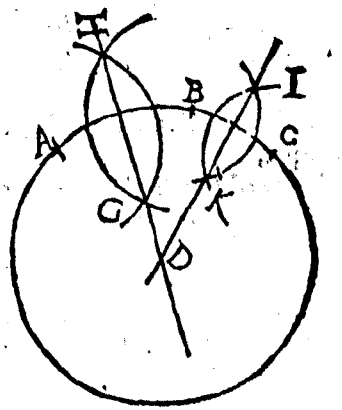
4. Peripheria, *vel linea* circularis *est illa, quæ distat æqualiter à medio comprehensi spacii, quod spacium medium* Centrum *dicitur, & intervallum, quod est à centro usque ad peripheriam,* Radius *appellatur.*

Peripheria vero fit, conversione radii sive lineæ rectæ, altero termino quiescente, altero lineante.

Uel peripheria physica fit conversione lineæ per circinum, cujus alter pes loco sit immobilis, alter autem oberret, qui lineet, id est, delineando, seu lineam circumducendo peripheriam nobis describat, altero quiescente.

5. *Vt ergo lineæ rectæ ducendæ instrumentum est* Regula, *ita peripheriæ* Circinus.

6. *Dato peripheriæ arcu integrè peripheriam complere, cujus est arcus.*



Datus sit peripheriæ arcus A, B, C, cujus peripheriam hoc modo breviter absolves. Assumantur in arcu dato tria, ubi libet, puncta, quæ sint A, B, C, uno circini pede posito in puncto A, altero, secundum quodvis intervallum (majus tamen quàm est dimidium ipsius AB) extenso, delinea arcum peripheriæ occultè. Deinde ex secundo puncto B iterum, eadem tamen circini extensione, arcum peripheriæ delineabis, ita ut priorem intersecet ad duo H & G puncta, perque eadem trahe lineam rectam, HG, versus eam partem, ubi existimas fore centrum peripheriæ ducendæ. Simili modo sub eadem, vel etiam sub alia majore, vel minore circini apertura, duo alii arcus peripheriæ occulti ex B & C punctis ducantur, secantes se invicem in I

& K, & connectatur recta I K: ubi hæc linea intersecat priorem, quod hic fit ad punctum D, ubi erit centrum peripheriæ absolvendæ. *Clavius* demonstravit ad 25. pr. lib. 3. Eucl. in scoliis.

CONSECTARIVM.

Hinc itaque licebit per tria A, B, C, puncta data, in rectam eandem non incidentia, peripheriam circumducere.

Hæc de lineis simpliciter per se consideratis, sequitur

7. *De lineis quando inter se considerantur.*

Lineæ inter se considerata, sunt vel Homogeneæ, vel Heterogeneæ.

Per homogeneas intelligimus, quando ejusdem generis lineæ, hoc est rectæ, cum rectis, peripheriæ cum peripheriis conferuntur. Verùm quando rectæ cum peripheriis, vel diversi generis lineis considerantur, *Heterogeneas* dicimus.

8. *De lineis Heterogeneis inter sese consideratis.*

Recta linea, quatenus ad peripheriam confertur, est eidem vel inscripta, vel adscripta.

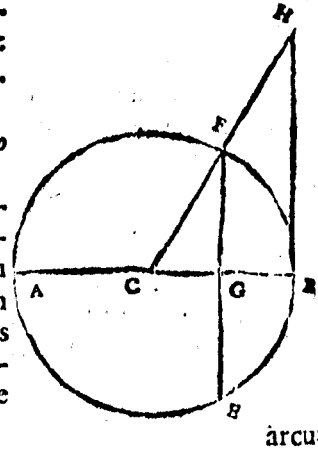
Recta peripheriæ inscripta, vel transit, vel attingit centrum: ut diameter, & radius: *aut non attingit, estque extra centrum*, ut subtensa & sinus.

Diameter est recta per peripheriæ centrum inscripta, dividens peripheriam in duas partes æquales.

Ut in schemate recta A B, per centrum C deducta, & utrimque in peripheriam terminata: cujus semissis C A, vel C B, est periph. radius. Namque,

Radius est semissis diametri, vel, est recta à centro ad peripheriam usque deducta.

Subtensa est recta extra peripheriæ centrum descripta, hoc est, quæ utrinque in peripheriam terminata, per ejusdem centrum non transit, ut in schemate recta F E, subtendit peripheriæ arcum F B E: Hujus semissis F G, quæ ab ejusdem arcus termino existit in radium perpendicularis, est sinus rectus dimidii prædicti F B E arcus, utpote



arcus

arcus F B, vel etiam complementi ejusdem ad semicirculum, utpote A F arcus. Namque,

Sinus rectus est semissis subtensæ arcus dupli: Vel est recta quæ à peripheriæ termino in diametrum sive radium perpendiculariter ducitur.

Pars diametri inter subtensam sive sinum rectum, & peripheriam interjecta, dicitur Sinus secundus, vel sinus versus: ut pars diametri G B est sinus versus arcus E B, & reliqua diametri pars G A, est sinus versus arcus A F.

Hæc de lineis rectis peripheriæ inscriptis.

Recta peripheriæ asscripta est vel secans, vel Tangens.

Tangens est recta extra peripheriam, ab extremitate radii perpendiculariter educta, & ad secantem usque terminata.

Secans est recta à centro per peripheriæ terminum usque ad tangentem continuata.

Ut in schemate recta B H, quæ est extra peripheriam ad radium perpendicularis, dicitur tangens arcus F B, vel complementi ad semiperiph. A F. Recta C H à centro C, per periph. terminum F, in tangentem usque continuata, est secans eorundem B F, vel A F arcuum.

Per has itaque lineas peripheriæ isto modo vel inscriptas, vel asscriptas, beneficio canonis, quæ in assumpta semiperipheriæ & radii mensura, omnium semiperipheriarum arcuum, in gradus graduumque minuta distributorum Sinus, Tangentes, & Secantes continet; omnis & universa triangulorum, tum planorum, tum Sphęricorum in lateribus & angulis resolutio optimè perficitur, totiusque Astronomiæ penetralia recluduntur, de quibus in Astron. nostræ Tom. 2. fusius egimus.

De Lineis homogeneis inter se collatis, & primùm de parallelis.

9. *Lineæ homogeneæ inter se considerata, sunt sibi invicem vel parallelæ, vel angulares.*

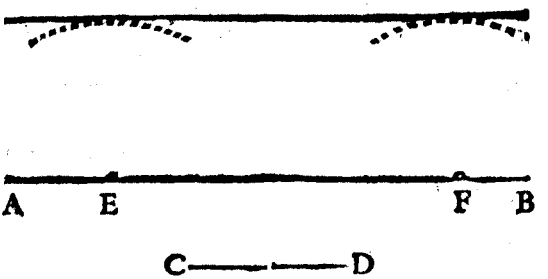
10. *Lineæ parallelæ sunt, quæ ubique distant æqualiter.*

Lineæ rectæ parallelæ sunt, quæ cum in eodem sint plano, licet in utramque partem in infinitum producantur, neutribi conveniunt. Peripheriæ autem dicuntur parallelæ, quæ ex eodem centro ductæ sunt.

Fabrica parallelarum rectarum.

11. Data

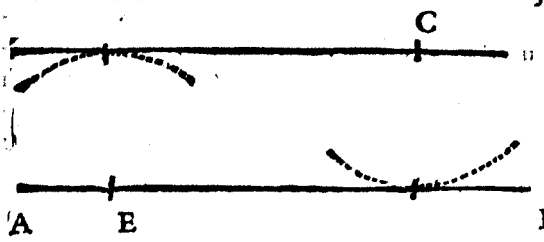
11. Datæ rectæ lineæ, aliam ei parallelam ducere, juxta datam distantiam.



Sit data recta A B, cui secundum distantiam C D datam, fabricanda sit parallela. Sumantur in A B linea duo puncta ab invicem aliquantulum remota E F, ex quibus, ad intervallum C D datum, duo peripheriæ arcus describantur: & linea ad contactũ peripheriarum ducta, erit parallela ipsi A B lineæ. Æquidistat enim per æqualium peripheriarum radios. *Ad contactum peripheriæ ducta est linea recta, quando continuata eam tangit, non autem secat: tactus enim fit unico tantum puncto.*

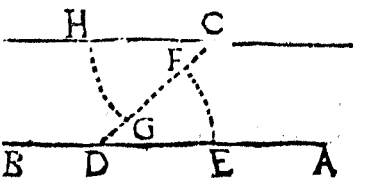
12. A dato puncto, datæ rectæ lineæ, parallelam rectam lineam ducere.

Punctum hic datum non debet in directum jacere cum ipsa linea data. Itaque per punctum C obliquè, & ad latus positum ipsius lineæ rectæ A B, sit eidem lineæ parallela linea recta ducenda: describatur ex C, tanquam centro, pars peripherię, quæ lineam A B tangit: eadem quoque circini divaricatione describatur pars peripheriæ ex centro E, pro libito in A B assumpto. Recta à puncto dato C, ad hujus peripheriæ contactum traducta, erit ipsi A B recta parallela, *Ratio eadem quæ suprà*



Alio modo.

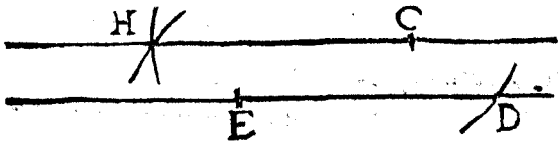
Sit ducenda parallela ipsi A B, idque per punctum ad eam obliquè positum C. Ducatur recta C D, efficiens cum A B angulum qualemcunque acutum, idque ad punctum D. Deinde ex C & D tanquam centris, ad intervallum



vallum quodlibet, duo peripheriæ arcus ad diversas partes, unus nempe ad partem A, alter ad partem B describantur, qui circini beneficio assumendi æquales, nempe ut arcus, sive pars E F æquetur arcui G H. Si igitur ex C per H recta ducatur, erit hæc parallela ipsi A B. Anguli enim H C D & E D C alterni existunt æquales per 11. præc cap. 3. sequentis: unde per 3 axioma ejusdem cap. vel per. 27. p. 1. *Eucl.* lineæ H C & B A sunt parallelæ,

Alio & tertio modo.

Quod si punctum C datum, vicinum fuerit lineæ datæ A B, commodius hac ratione parallela optata ducetur. Ex centro C, ad quodvis intervallum, describatur



pars sive arcus peripheriæ secans A B in punctum D, assumaturque in eadem A B linea aliud quodvis punctum E, distans tamen à D per longius aliquod intervallum, & ex eodem E puncto, juxta intercapedinem C D, versus partem H arcus peripheriæ describatur. Deinde ex C, intervallo E D alter arcus describendus, secans priorem in H, & recta ducta C H erit parallela quæsita. *Clavius* demonstravit ad 31. p. 1. *Eucl.*

Hæc de lineis parallelis, sequitur de Angularibus sive angulis.

CAP. III.

DE ANGVLIS.

1. *Angulus est lineatum in communi sectione terminorum indirectorum. Vel*

ANgulus est terminorum inter se inclinantium concursus. Angulorum autem termini dicuntur crura. Crura sunt vel lineæ, vel superficies. Sed hic de lineis angularibus. *Prout verò lineæ sunt vel rectæ, vel curvæ, ita quoque anguli, ab eisdem constituti, sunt vel rectilinei, vel Curvilinei, vel utriusque generis mixti:* Sed mixtorum nullus in Geometria usus, & peripheriarum sphæricarum anguli propriè ad Astronomiam pertinent, egimusque de eis in Astronomiæ nostræ Tom. 2. Vnde tantùm de rectilineis angulis hic tractandum.

De angulis rectilineis.

2. *Angulus rectilineus est duarum rectarum linearum sese tangentium, & non in directum jacentium, alterius ad alteram inclinatio.*

Verbi gratia, duæ lineæ rectæ A B & A C, non in directum positæ. concurrunt in punctum A, unde constituunt angulum rectilineum B A C appellatum, & lineæ istæ A B & A C anguli ejusdem crura dicuntur. Nam

3. *Crura Anguli sunt Latera angulum comprehendentia. Et*

Anguli cruribus congrui sunt æquales: & contra.

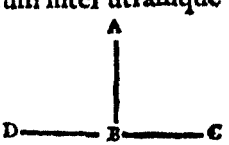
Angulorum rectilineorum æqualitas secundum crurum congruentiam æstimatur, ut patet ex *Proclo*, qui ad 4. pro. El. *Eucl.* sic commentatur. *Angulus rectilineus rectilineo æquatur, quando crure altero alteri superposito, reliquum reliquo congruit: cùm reliquum crus cadit extra, angulus est major extra cadentis, cùm verò cadit intra, minor: illic enim comprehendit, hic comprehenditur.*

4. *Angulus rectilineus est aut Rectus, aut Obliquus.*

Angulus rectus est cujus crura inter se sunt recta vel perpendicularia. Obliquus contra.

Amplitudo anguli rectilinei est quadrans peripheriæ sive 90. gr.

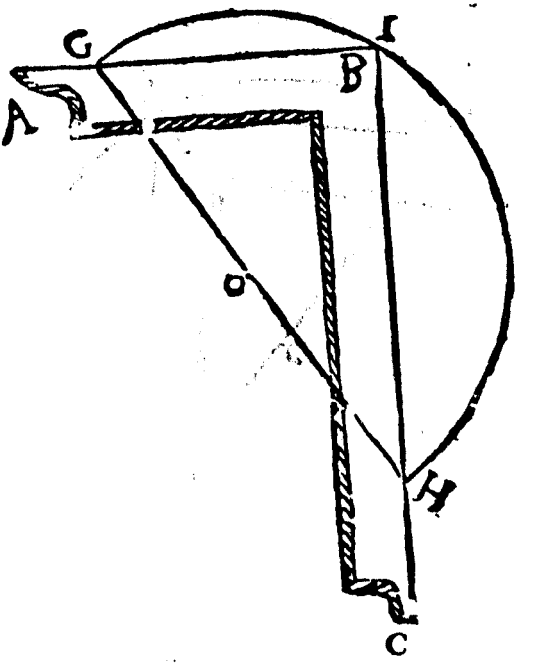
Angulus rectus est quando crus cruri insistit ad perpendiculum, ita nimirum ut in neutram partem magis quàm in alteram acclinet, verum inter utramque æquale spacium interpositum sit. Quare *Euclides* eundem def. 10: l. 1. sic describit. *Cum verò recta linea super rectam consistens lineam, eos (qui sunt deinceps) angulos æquales inter se fecerit, rectus est uterque æqualium angulorum: & quæ insistit recta linea, perpendicularis vocatur*



ejus, cui insistit: ut linea A B dicitur perpendicularis ipsi D C linea, & anguli A B C & A B D sunt & recti, & invicem æquales, eorumque amplitudo existit 90 gr. singulatim.

5. *Constructio angulorum rectorum mechanica.*

Porrò

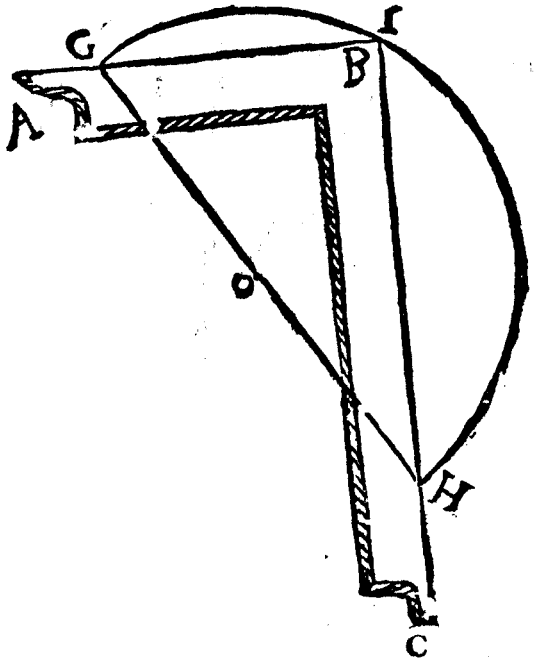


Porrò lineæ perpendicularis ſive anguli recti in Geometria rebuſque mechanicis uſus frequentiſſimus reperitur: & in eo inveniendo & examinando opifices adhibent normam, qualis eſt inſtrumentum A B C conſtans duabus regulis A B & B C ad angulum rectum in B conjunctis. Quocirca prius docebimus normam examinare, num accuratè ſit fabricata: deinde varias Geometricè conſtruendi angulos rectos rationes declarabimus.

Ita autem normam examinabimus, num accuratè ſit fabricata, nec ne Juxta latera normæ A B, & B C lineæ tenuiſſimæ G I & I H concurrentes in angulum rectum ducantur. Deinde invertatur norma, ita ut quæ modo fuerat inferior pars, fiat ſuperior, ejuſque latera contrario modo lineis ductis applicentur ad ang I rectum: hoc eſt, latus normæ A B linea I H, atque latus B C, linea I G aptentur: ſi enim latera ſuis lineis applicatis undiquaquæ congruant, aptiſſimè fabricata erit norma: ſin minus, ejus error corrigendus.

Alio modo.

In ſchemate ad ductam lineam rectam ſive diametr. G H, ex centro O, cu-



jusvis magnitudinis semiperipheria constituatur, & angulus normæ B in aliquo peripheriæ puncto, quod hic est I, constituatur, unumque ejus latus B C, per H extremum diametri punctum transeat: Si vero alterum latus A B per alterum diametri extremũ punctũ G transierit, ritè fabricata erit norma: angulus enim G I H in semicirculo consistit, unde rectus est per 31. p. 3 *Eucl.*

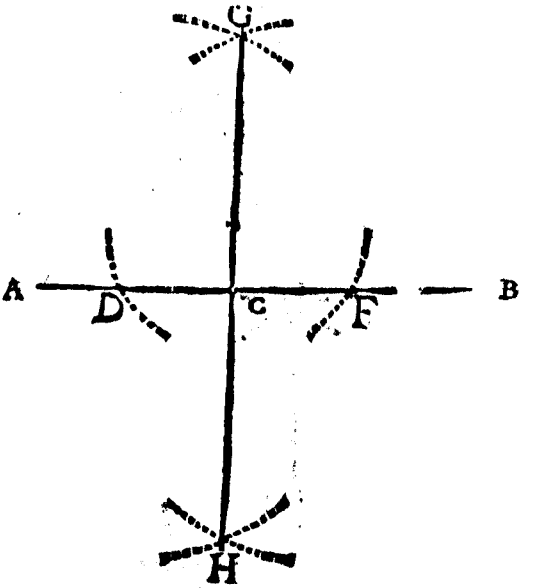
Constructio angulorum rectorum Geometrica.

6. *Ad datam rectam lineam ex dato in ea puncto angulum producere rectum.*

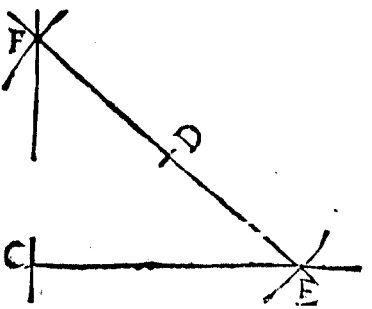
Recta linea data sit A B, & in ea punctum C, à quo jubemur lineam ad angulos rectos erigere Ex puncto C, circini beneficio, duo æquidistantia D & F puncta in linea data assumantur, ex quibus ad majus quodcunque intervallum

quam

quam C D vel C F bini arcus tam suprà, quàm infra lineam scribantur, sese mutuo in H & G puncta intersecantes: recta ducta G H erit perpendicularis, hoc est, angulos rectos cum data A B linea constituet, & necessario per C punctum transibit: Sufficiet etiam si ex D & F describantur duo tantùm arcus sese in G punctum intersecantes; recta namque ducta G C eodem modo erit perpendicularis: Ratio declaratur 11. p. 1. lib. *Eucl.*



7. *Alio modo, cujus usus esse potest, si punctum fuerit in extremitate lineæ datum.*



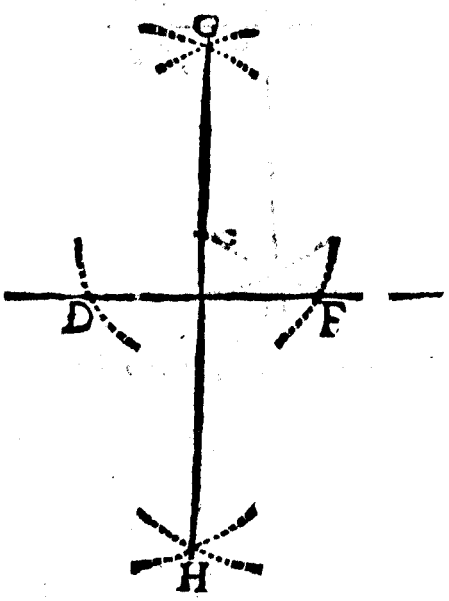
Sit data linea A B, & punctum juxta ejus extremitatem datum C: ex puncto D extra lineam, ubi libuerit, assumpto, intervallo vero D C, intersecabis lineam datam in E, & in oppositam partem, manente circini pede in D, arcum describes: deinde ex E per D linea trahatur, secans arcum in F. Recta ducta F C erit perpendicularis lineę A B datę. Angulus enim F C E rectus

 est, cùm

est cùm sit in semicirculo per 31. p. 3. *Eucl. Nota, punctum D non debet in directum cum A B linea assumi, sed in latus per longius intervallum à C puncto obliquare.*

8. *Ad datam lineam rectam, ex puncto extra eam signato perpendicularem dimittere.*

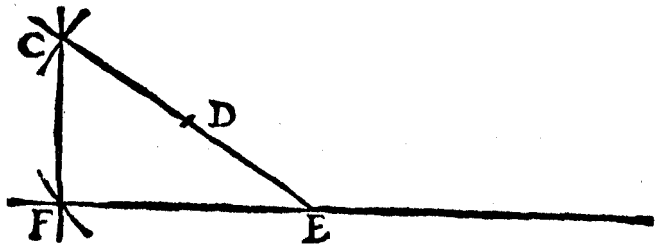
Quando punctum datur vicinum lineæ, ut hic: sit enim linea A B, punctumque eidem vicinum C, per quod perpendicularis ad A B lineam ducenda. Centro C, intervallo verò quolibet assumtò, intersecet r A B linea in F & D puncta: ex quibus ad majus quodcunque intervallum duai arcus, tàm suprà, quàm infrà lineam describantur, quæ se invicem in H & G puncta intersecant, per quæ ducta recta erit perpendicularis ipsi A B, & necessariò per punctum datum C transibit. Ratio supra exposita est.



9. Quando

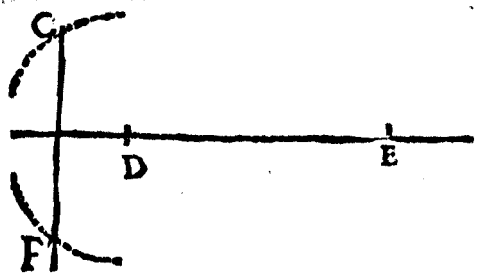
9. *Quando punctum C, datum sit juxta extremum plani, remotius à linea data AB, ita agendum.*

Per punctum C ducatur recta E C, quæ cum A B angulum quemcunque acutum efficit: linea E C bissecetur in punctum D: ex quo secundum intervallum D C, vel E D, secetur A B in F. Recta C F erit ipsi AB datæ perpendicularis.



Alio modo.

Ex puncto quovis D, quod è regione dati puncti C videatur quasi esse positum, hoc est fere in extremitate lineæ A B datæ, duo arcus supra & infra A B lin. intervallo D C describantur. Deinde ex puncto E, aliquantulum remotè à puncto D accepto, alii duo arcus ad intervallum E C constituantur, secantes priores in C & F: Recta C F ducta erit perpendicularis quæsita.



10. *de angulis obliquis.*

Angulus obliquus est, cùm crus cruri ita insistit, ut magis in alteram partem inclinet.

Eiusque

Estque.

Vel obtusus, vel acutus.

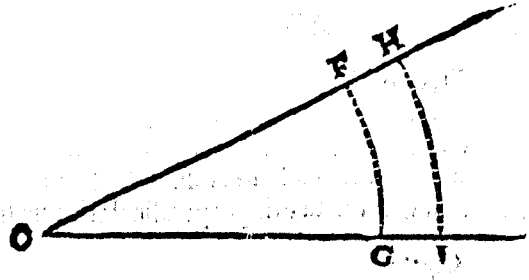
Obtusus qui recto major, ac cujus amplitudo est arcus quadrante major.

Acutus qui recto minor existit, cujusque amplitudo est arcus quadrante minor.

Obtusus itaque angulus est is, à quo crura ita declinant, ut majus comprehendant spacium, quam fit in angulo recto. Sed crura acutum angulum comprehendentia, ad se invicem inclinant. Itaque acutus recto minor est, & quo magis ipsa crura ad se invicem acclinant, eo angulus fit minor & acutior: & quo longius à se invicem reclinant crura, eo etiam major & obtusior fit angulus.

11. *De mensura anguli rectilinei.*

Anguli rectilinei amplitudinem mensurat arcus peripheriæ a cruribus comprehensus, qui super vertice anguli ipsius velut centro describitur.



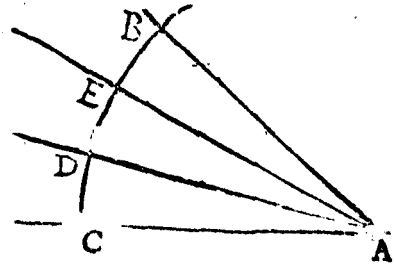
Vt in schemate arcus F G, ut & H I, qui ex angulo & centro O descripti, amplitudinem anguli H O I mensurant. Quare per 13. præc. cap. sequentis inquiratur quot gradus, graduumque minuta, arcus ille in se comprehendant. Totidem enim graduum propositi H O I anguli mensura dicetur.

12. *Angulum datum in quotvis partes æquales dividere.*

Facilè fuerit deinceps quemcunque angulum rectilineum in quotvis partes æquales dividere, hac ratione: sit angulus rectilineus B A C, dividendus in tres angulos æquales. Ex centro A arcus peripheriæ B C ad quodcunque intervallum describatur, secans anguli crura in B & C punctis. Deinde arcus B C inter

anguli

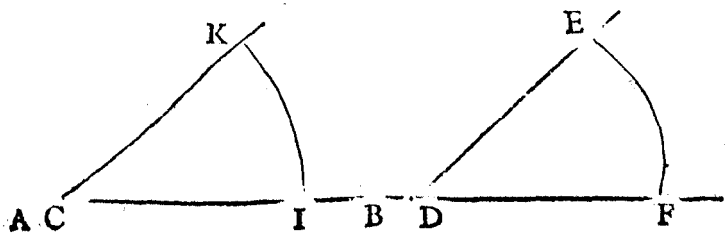
anguli crura comprehensus, in tot partes æquales dividatur, in quot angulus propositus dividendus erit, ut in exemplo nostro in partes 3, ad puncta nempe D & E: si ad hæc puncta ex A lineæ rectæ ducantur, divisus erit angulus in 3 partes æquales desideratas Quia æqualibus peripheriæ ejusdem arcubus subtenduntur. Pari ratione licebit,



13. *Ad datam rectam lineam, punctumque in ea, vel extra eam datum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.*

Primò detur punctum in ipsa linea,

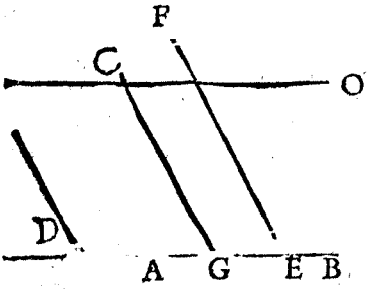
Sit data linea recta A B, punctum in ea C, & angulus datus E D F, cui erit æqualis ex puncto C construendus. Ex angulo D, tanquam centrō, ad quodvis intervallum, & inter anguli crura peripheriæ arcus describatur E F,



eademque circini extensione arcus I K ex puncto C construatur, sumaturque beneficio circini arcus I K, arcui E F æqualis. Recta ducta C K faciet angulum ad C æqualem angulo D. Quia æqualibus æqualium peripheriarum arcubus subtenduntur.

Secundò Punctum detur extra lineam,

Sit datum punctum C extra rectam A B, ita tamen ut hæc producta cum illo non conveniat, angulus autem detur D, cui oporteat ex puncto C, ad rectam A B æqualem angulum constituere: Assumpto in linea A B puncto quo-



libet E, construatur ex eodem angulus ipsi angulo D dato æqualis, ducta linea E F; deinde per punctum C ducatur ipsi E F parallela C G, secans A B in G: erit angulus ad G æqualis angulo D dato.

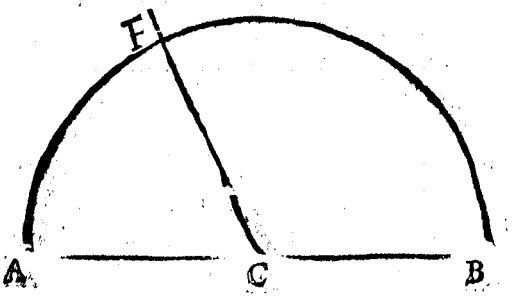
Aliter; primum per 12. præc hujus, ex puncto C dato, ducatur parallela ipsi A B datæ, quæ sit C O, ad quam ex eodem C puncto angulus construatur O C G ipsi angulo dato D æqualis, ducta linea C G, secans A B in G, erit angulus C ad G æqualis angulo ad D. Ratio est, quod Recta C G incidens in parallelas O & A B efficit angulos, G & C alternos, æquales per 29 p 1. *Eucl.* & angulus C æqualis fuit constructus angulo dato.

Et hæc de lineis rectis, quatenus sunt parallelæ, vel angulares: Sequitur ulterius quomodo eædem in quasvis partes æquales, & secundum quamvis proportionem datam secandæ sint, sed præmittenda axiomata utilissima, ex quibus plurima eorum, quæ exposita sunt, & quæ sequuntur, dependent. Primum axioma tale est.

AXIOMA I.

1. Recta linea rectæ insistens angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales.

Verbi gratia, super Rectam A B insistens recta C F, facit angulos F C B, & F C A conjunctim duobus rectis æquales. Nam semiperipheria eosdem mensura sua comprehendit, eundemque locum cum duobus rectis occupant.



Corolla-

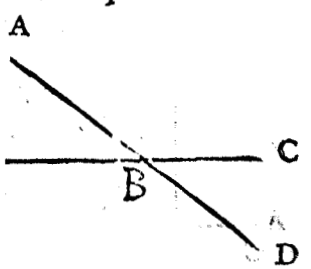
Corollarium.

Cognito angulo alterutro reliquus non ignorabitur. Quippe,

1. Angulorum ex concursu rectarum factorum alter ad alterum est complementum ad semiperipheriam, quæ duos rectos sive 180 gr. continet. Proinde angulus cognitus si ex duobus rectis, hoc est, 180 gr auferatur, dabitur angulus reliquus. Angulus enim F C A, si fuerit 64. gr. erit reliquus F C B 116. gr.

AXIOMA II.

2. *Linea recta lineam itidem rectam intersecans, efficiet, aut quatuor angulos rectos, aut quatuor rectis æquales, quorum qui sunt verticales, & per crucem oppositi sibi mutuo æquantur.*

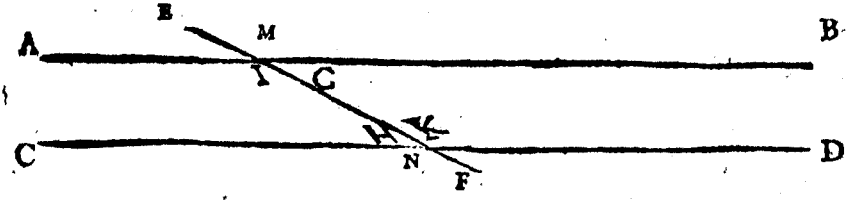


Causa est, quod lineæ illæ aut sunt perpendiculares, & tunc quatuor anguli sunt recti: aut obliqui inter sese, & quantum uni angulo decedit, tantum alteri accedit, & contra, atque ita anguli A B C & E B D, qui sunt verticales, itemque D B C, & E B A relinquuntur pares, simulque æquales quatuor rectis. Æquales sunt, A B C, & E B D, quia per antecedens axioma cum communi angulo E B A æquivalent duobus rectis: Detracto enim communi E B A (qui cum A B C duos facit rectos; itemque duos parit rectos cum E B D) reliqui duo verticales A B C & E B D æquales manebunt, & sic de E B A & D B C verticalibus argumentari licebit. Vide demonstrationem Eucl. 15. p. 1. lib. 1.

AXIOMA III.

3. *In parallelas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos inter se æquales efficit, nec non qui sunt similes, similiterque siti anguli, invicem æquales existunt. & contra.*

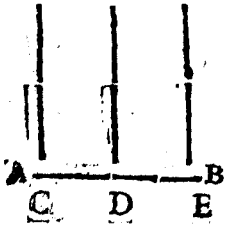
In paralellas A B & C D recta incidat E F, primum anguli alterni (ut sunt G, H. Item I & K anguli, qui nimirum ad morem majoris literæ X decussatim



opponuntur) inter sese æquales exsistunt. Deinde anguli similes & similiter siti, quales sunt A I E & D K F acuti, itemque E M B, & C N F obtusi, similiter nimirum extra parallelas siti, invicem æquantur: & contra, si recta E F in rectas A B: & C D incidens, prædictos angulos similes similiterque, aut alternatim sitos, hoc est, acutos acutis, obtusos obtusis facit æquales: rectæ A B & C D erunt invicem parallelæ. Demonstratur hoc Axioma ab Eucl 29. 28. & 27. pr. 1. lib. Eucl.

Corollarium.

Quæ eidem rectæ sunt perpendiculares, eædem inter se existunt parallela.

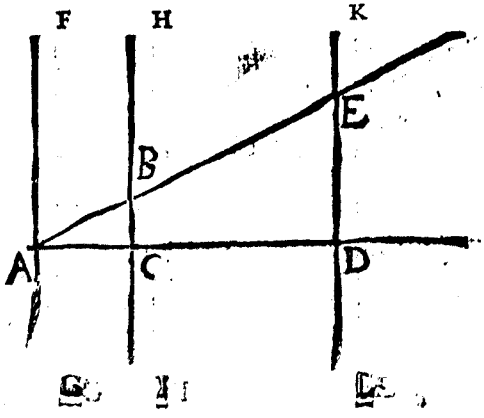


Verbi gratia, super A B sint lineæ C, D & E perpendiculariter erectæ: eædem inter se mutuo parallelæ erunt.

AXIOMA IV.

4. *Si lineæ rectæ parallelis pluribus intersecentur, intersegmenta erunt proportionalia.*

Vt sint duæ rectæ A D, & A E intersectæ parallelis



F I, H G,

FG, HI, KL dico intersegmenta AB & AC, similiterque BE & CD esse proportionalia, hoc est, si AB fuerit dimidium ipsius AE: etiam AC fore dimidium ipsius AD. Et si AB fuerit pars tertia rectæ AE: etiam AC partem fore tertiam ipsius AD, & ita de quavis etiam proportione inæquali. Ratio apparet ex schemate in quo recta HI de toto spacio GFKL partem tertiam abscindit, ergo etiam de singulis lineis per totum spacium ductis, consequenter erit:

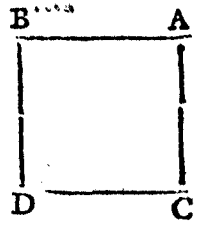
Vt AB ad AE, sic AC ad AD, &
inversè, ut AE ad AB, sic AD ad AC, &
alternè, ut AB ad AC, sic AE ad AD,

Quod ipsum erat nobis demonstrandum. *Euclides* simile videtur demonstrare 2. p lib 6. & 17. p. 11.

AXIOMA V.

5. Si Parallelæ conterminent parallelas, oppositæ æquabuntur.

Vt in hoc schemate rectæ A B & C D parallelæ, terminantur A C & B D invicem parallelis: unde oppositæ lineæ A B. & C D, ut & B D & A C invicem æquales & æquelongæ sunt. Consectarium est ex antecedente axiomate, & idem demonstrat Eucl. 34 p 1.



AXIOMA VI.

6. Si crura rectilinei anguli parallelis intersecentur, parallelæ segmentis conterminis erunt proportionales.

Verbi gr.

Crura anguli D A E parallelis D E & B C intersecentur; erit ut parallela D E ad parall. B C: ita cruris segmentum D A ad ejusdem cruris B A segmentum; vel ita, cruris segmentum E A ad ejusdem C A segmentum. Quod ut demonstretur, per B punctum ducatur recta B F parallela rectæ A E, quæ secabit D E, & D A proportionaliter in F & B puncta, per antec. 4. Axioma: eritque ut D A ad B A, sic D E ad F E, vel ita, D E ad B C: namque F E & B C æquantur per proximè antec. 5. axioma.

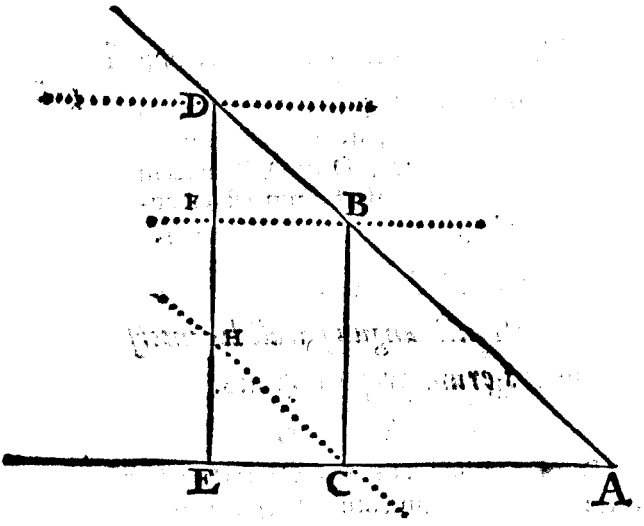
Ad eundem modum, ductâ per punctum C, rectâ C H ipsi A D parallelâ; rectæ E A & E D proportionaliter secabuntur ad H & C, eritque ut E A ad C A, sic E D ad H D, vel ita, E D ad C B: namque H D, & C B per proximo

antec. æquantur, Deinde si est ut D A ad B A, ita D E ad B C; item ut E A ad C A, ita E D ad B C; erit etiam (namque unum & idem est) ut D E ad B C, ita D A ad B A: vel ita, E A ad C A, Quod erat demonstrandum. Quare si crura A D & A E, anguli D A E, secentur parallelis B C & D E erit.

Vt $\left\{ \begin{matrix} A\ E \\ A\ D \end{matrix} \right.$ ad $\begin{matrix} A\ C \\ B\ A \end{matrix}$ ita D E ad B C.

Inversè, ut $\left\{ \begin{matrix} A\ C \\ B\ A \end{matrix} \right.$ ad $\begin{matrix} A\ E \\ A\ D \end{matrix}$ ita B C ad D E.

Alternè, ut $\left\{ \begin{matrix} A\ E \\ A\ D \end{matrix} \right.$ ad D E ita, $\begin{matrix} A\ C \\ A\ B \end{matrix}$ ad B C



Axiomata hæc magnum præstant usum: Ex 3 axiomate dependet constructio parallelarum, quam 11. præc. cap. 2. docuimus: Ex 4. ax. lineæ proportionaliter secantur, exponitque fundamentum per quod licebit quamlibet partem imperatam centesimam sive millesimam, aliamve partem auferre, docetque idem quartæ, quintæ, &c. proportionalis inventionem. Sextum axioma inter alios usus geodœsiam rectarum linearum suppeditat, ut in sequentibus apparebit.

CAP. IV.

CAP. IV.

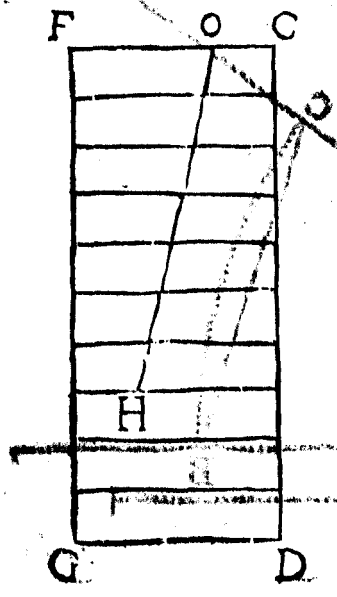
De Linearum ſecundum quaſlibet partes ſectione.

1. Datam lineam rectam finitam, in quotlibet partes æquales ſecare, & per conſequens, ab eadem partem imperatam auferre.

Verbi gratia.

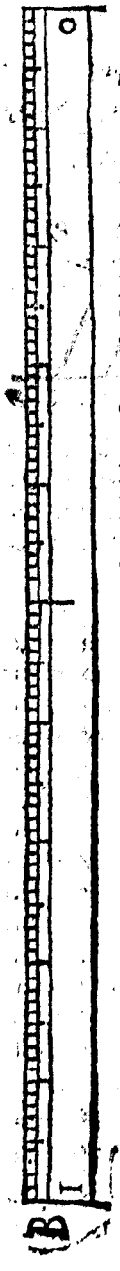
Linea data A B ſecanda ſit in 7. partes æquales. Ab extremis punctis A & B duæ rectæ inter ſe parallelæ A D & B C ducantur per 2. præc. cap. 2: ſumtisque ab A puncto, quavis circini apertura, in A D linea tot partibus, una minus, in quot linea erit dividenda (ut in hoc exemplo, partes 6 æquales aſſumantur; ſintque α, β, γ, δ, ε, ζ,) ſimiles quoque partes in B C, à puncto B accipiantur, quæ ſint, a, b, c, d, e, f: ductis deinde rectis Aζ, bε, cδ, dγ, eβ fα inter ſe parallelis, (contingunt enim terminos partium æqualium) ſecabunt eædem rectam A B datam in ſeptem partes æquales. Demonſtratio dependet ex 10 p. 6. Eucl. vide *Clavium* ſuper illam prop.

Aliter.



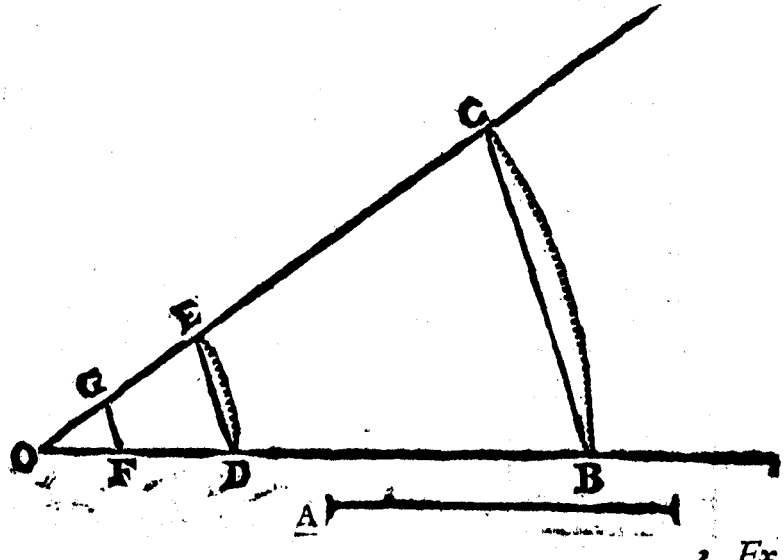
Ductis duabus F G, C D parallelis, ad aliquod intervallum inter ſe diſtantibus, utraque in quotcunque partes æquales dividatur, utpote 10. 20. aut 30: Puncta reſpondentia lineis rectis parallelis jungantur, & paratum erit inſtrumentum quibuſvis lineis rectis in partes æquales dividendis accommodum. Vſus talis: linea A B in 7. partes dividenda: Accipe per circinum longitudinem oblatæ lineæ A B altero ejus pede in in quovis puncto O, ipſius C F, poſito, alterum extenſum dirige in ſeptimam lineam ad punctum H. & ductâ lineâ G H æquali datæ A B, ſecabitur eadem ab ipſis parallelis in ſeptem partes æquales, quæ facilè in lineam A B transferri poſſunt *Unde ſimili operandi modo à linea datâ pars ſeptima, vel alia quavis auferri poteſt.* Probatur ex 10. p. 6. *Eucl.* de qua conſule *Clavium*.

In Qua-



2. *In Quavis linea recta partes quascunque centesimas vel millesimas, beneficio lineæ rectæ in 100 partes divisæ, accipere.*

Præparanda linea 1. aut 2. ped. longa, eaque in 100 aut 1000 partes æquales dividenda, ut in hac linea videre est, quam ob brevitatem, in 100 partes dispartiti sumus, æstimantes quamlibet notam pro 10, Continet eadem partes 1000. Vt petitioni nostræ satisfiat propono loco exempli, quod ex linea A desumendæ sint 35 partes centesimæ. Accipe per Circinum integræ lineæ in 100 partes divisæ intercapedinem, & ad illam, super O B linea, ex centro O describatur periph. arcus B C, inque eo à B in C adaptetur linea data A, ductaque O C recta constituetur angulus B O C, cujus Crura O C & O B singulas centesimas, sive millesimas ipsius lineæ A datæ intercipiunt, Ex partibus itaque lineæ centesimis intervallum 35 part, accipio, secundum illud inter ejusdem anguli crura arcum describo D E, Cujus subtensa D E dabit partes 35 datæ lineæ A desideratas. Ejusdem lineæ in 100 part. divisæ beneficio licebit,



3. Ex

5. Ex quavis linea data partem imperatam quancumq; auferre.

Verbi gratia.

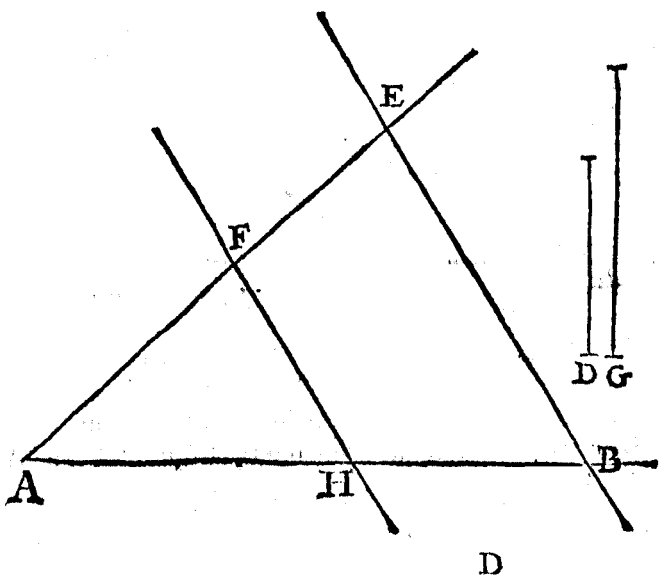
Sit ex linea A auferenda pars septima. Multiplica 7 per 10, (vel per alium licebit multiplicare numerum) fient 70: ad intervallum 70 part, ex linea divisa desumptum, super O B linea arcus describatur B C, & in ea à B in C aptetur A data, ducaturque linea O C: Deinde accipe per Circinum ex eadem linea divisa partes 10, per quâs nimirum partem auferendam multiplicasti, & secundum earum intercapedinem, ex centro O, inter O B & O C ang. crura describatur arcus, cujus subtensa F G erit septima pars lineæ A datæ, dividetque eam in 7 partes æquales.

Aliud Exemplum.

Si desideras partes 16 qualium A data 113 habet: ad intervallum 113 part, ex linea divisa desumptarum, arcus describendus, atque subtensa arcus ad intervallum 16 part. inter anguli O B & & O C crura descripti, dabit desideratas 16 partes.

De linearum proportione.

Datam rectam in duas partes secare, quæ habent proportionem quancunque oblatam.

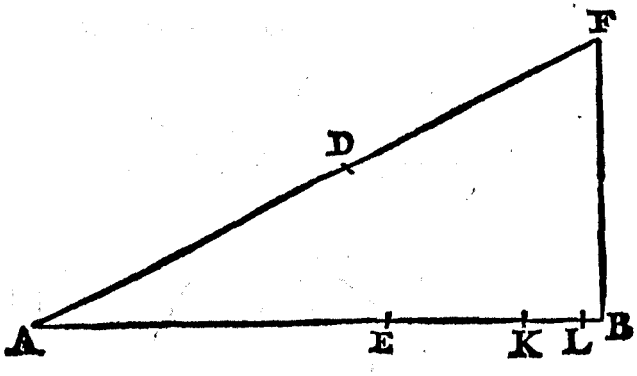


Detur

Detur recta A B, quæ secanda sit in duas partes, quæ ejusdem inter se sunt rationis ut D ad G: ex A lineæ termino, excitetur angulus qualiscunque acutus ducta linea A E; in qua assumatur A F æqualis ipsi G, & F E ipsi D æqualis; connectatur E B. Cui etiam per F parallela ducatur F H: erit A B secta in H, secundum data D ad G proportione quod ipsum manifestum ex 4. Axiomate cop antec. Rectæ enim A E & A B intersecantur parallelis: ergo segmenta sunt proportionalia; ut A F ad A E, ita A H ad A B.

7. *Datam lineam rectam, proportionaliter, extrema & media ratione secare.*

Idem proponitur in element. 11. pr. 2, & 30 pr. 6. Nos praxin hic facilem instituemus. Sit data linea A B proportionaliter dividenda; ita ut tota linea A B se habeat ad segmentum majus A E, ut idem A E segmentum, ad reliquum minus E B. Ad extremitatem rectæ A B ducatur perpendicularis B F; in quâ



assume circino distantiam dimidiæ ipsius A B lineæ, punctaque F & A rectâ connectantur: quæ recta A F secetur in D. (altero circini pede quiescente in F) ad distantiam F B. Et hoc modo secabitur A B proportionaliter ad punctum E, cujus A E majus, & E B minus segmentum; eritque ut A B ad A E, ita A E ad E B. *Vide 30. p. 6. Eucl.*

Eadem

Eandem lineam in quotcunque segmenta invicem proportionalia dirimere.

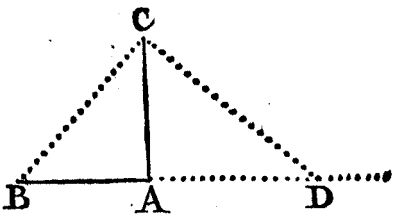
Et constat ex 5. p. 13. element. Si recta linea media & extrema ratione secetur, annectaturq; ei linea ęqualis majori segmento, tota recta linea proportionaliter secatur; & linea data est majus segmentum, & per conversionem cujuslibet rectæ proportionaliter divisæ, segmentum minus est majus proportionale segmentum majoris segmenti ipsius rectæ datæ; & quod per subtractionem minoris segmenti à majori segmento relinquitur, est majus segmentum ejusdem minoris.

Verbi gratia.

Recta A B, sit proportionaliter divisa in E; si à majori segmento A E, segmentum minus E B auferatur, illud quod relinquitur, erit majus segmentum ipsius minoris; aufer itaque residuum illud à minori segmento, eritque E B minus segmentum proportionaliter divisum in K, cujus E K erit majus, K B minus segment. Rursus si K B auferatur ab E K, hoc est minori segmento à majori, sublato: residuum accipiatur in K B, à K usque ad L, erit K B proportionaliter divisa in L, cujus K L majus, L B minus segmentum:

8. *Datis duabus rectis, tertiam proportionalem invenire.*

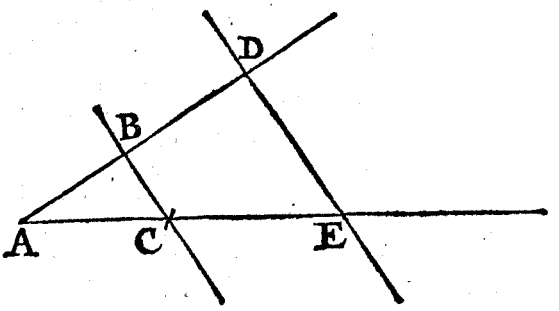
Sint duę lineę datę A B & A C; quibus tertia proportionalis sit adinveniẽda. Conjũgo A B & A C datas ad angulum B A C rectum, & A B sit antecedens, quæ à parte A continuetur. Deinde connectatur recta B C, cui ex C dimittatur perpendicularis C D, occurrens A B continuatæ in D, eritque A D tertia proportionalis, quam desideramus: ut patet ex Corollario 8 p 6. lib. Eucl.



Alio modo.

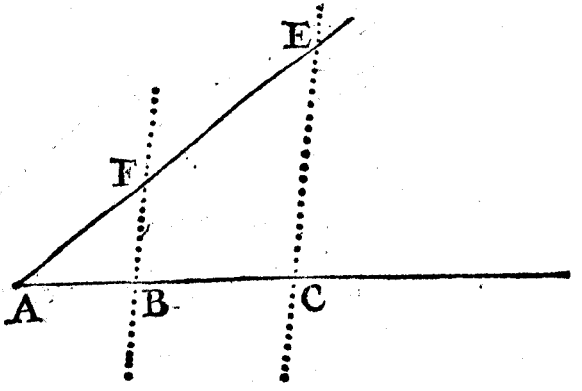
Conjunge A B, A C datas ad angulum quemcunque B A C acutum, & continuatâ A C (quam volo antecedentem) assumo B D ipsi A C æqualem: & connexâ B C, duco D E parallelam ipsi B C, quæ secabit A C continuatam

in E: eritque E C tertia proportionalis ad duas A B & A C lineas, hoc est, ut A B ad B D vel A C sunt enim æquales: ita A C ad C E, per 11. pr. 6. Eucl.



9. *Datis tribus rectis quartam proportionalem invenire.*

Sint tres datæ lineæ A B, B C & A F, quibus quarta proportionalis sit investiganda: Lineas A B & B C connecto, ut continua fiat linea A C, ductâq; linea

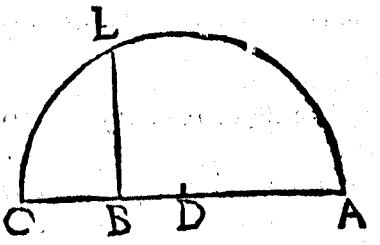


A E, constituatur angulus qualiscunque acutus. In linea A E, assumatur tertia linea A F, ducaturque B F; cui excito ex puncto C parallelam E C, secantem A E ad punctum E. erit inventa quarta proportionalis F E per 4 hujus.

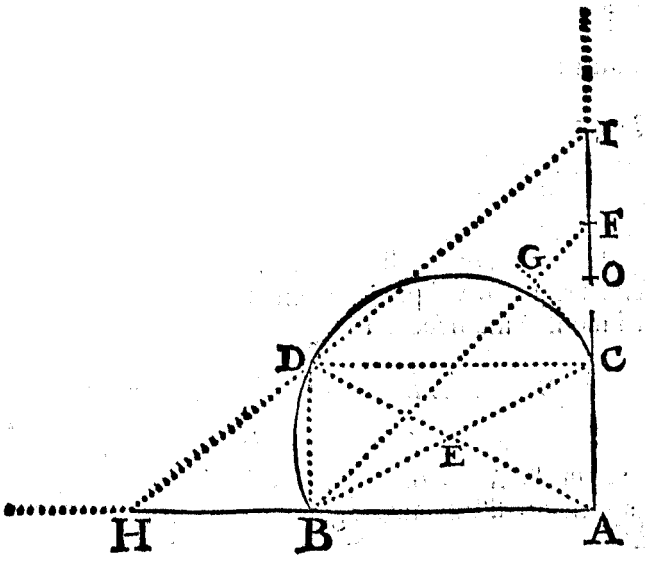
10. *Duabus*

10. *Duabus datis rectis, mediam proportionalem invenire.*

Sint duæ rectæ A B, B C, inter quas media proportionalis inquirenda: disponantur datæ lineæ in lineam rectam A C: ex medio puncto D, tanquam centro, describatur semiperiph: cujus A C sit diameter. Deinde ex B excitetur ipsi A C perpendicularis B L, secans peripheriam in L, eritque B L media proportionalis inter A B & B C lineas, hoc est, ut A B ad B L, ita B L ad B C, per 13 p. 6.



11. *Datis duabus rectis, duas medias proportionales invenire.*



Sint A B & A C lineæ rectæ, inter quas inquirendæ duæ mediæ proportionales. Constituantur ad rectum angulum A, & in infinitum continuentur ad B & C partes. Deinde ex A B & C A datis fiat oblongum Quadrangulum, quod

sic commode fiet: ex C puncto, ad intervallum datæ rectæ A B, arcus peripheriæ obscurior pingatur, similis ex B, ad intervallum A C datæ, arcus construatur, qui secat priorem in D: rectæ D C & D B connexæ constituent quadrangulum oblongum A C D B, cujus diagonales A D & C B se mutuo in E centro bifariam secabunt: moveatur circa punctum D hinc inde regula donec A B & A C prolongatæ, in H & I puncta ita secentur, ut rectæ E H & E I sint æquales, hoc est, ut H & I intersectionum puncta Quadranguli centro E, æquidistent.

Aliter, & ratione Geometrica, absque regula motu, eadem H & I puncta hoc modo investigabimus.

Quia A B major est datarum, transferatur eadem in A C continuatam, ab A usque in F, ducaturque recta B F: ex qua diagonalis B C auferatur, à B usque in G: & residuum F G sumatur in C F, à C usque in O, & ab O usque in I assume datam rectam minorem A C: recta protracta I D, secabit A B prolongatam in H, æquidistant I & H puncta à centro rectanguli Quadranguli E. Vnde per demonstrationem Eutochii in comment. 2. lib. Archimed de sphæra & Cylindro: recta B H erit secunda, & C I tertia proportionalis, inter A C & A B datas: eritque ut AC minor, ad B H, sic C I ad majorem A B datam.

Aliter.

Philonius Byzantius ex centro parallelogrammi Rectang. E semipheriam ad intervallum E C vel E B describit, quæ necessario per D angulum rectum transit, & regulam circa D punctum movet hinc inde trantisper, donec segmentum regulæ inter peripheriam & A C prolongatam, æquale fiat segmento inter eandem peripheriam, & A B lineam productam, hoc est; donec segmenta D H, & O I fiant æqualia. Vel per punctum D plurimas ducit lineas, ex quibus unam eligit ad modum istum sectam

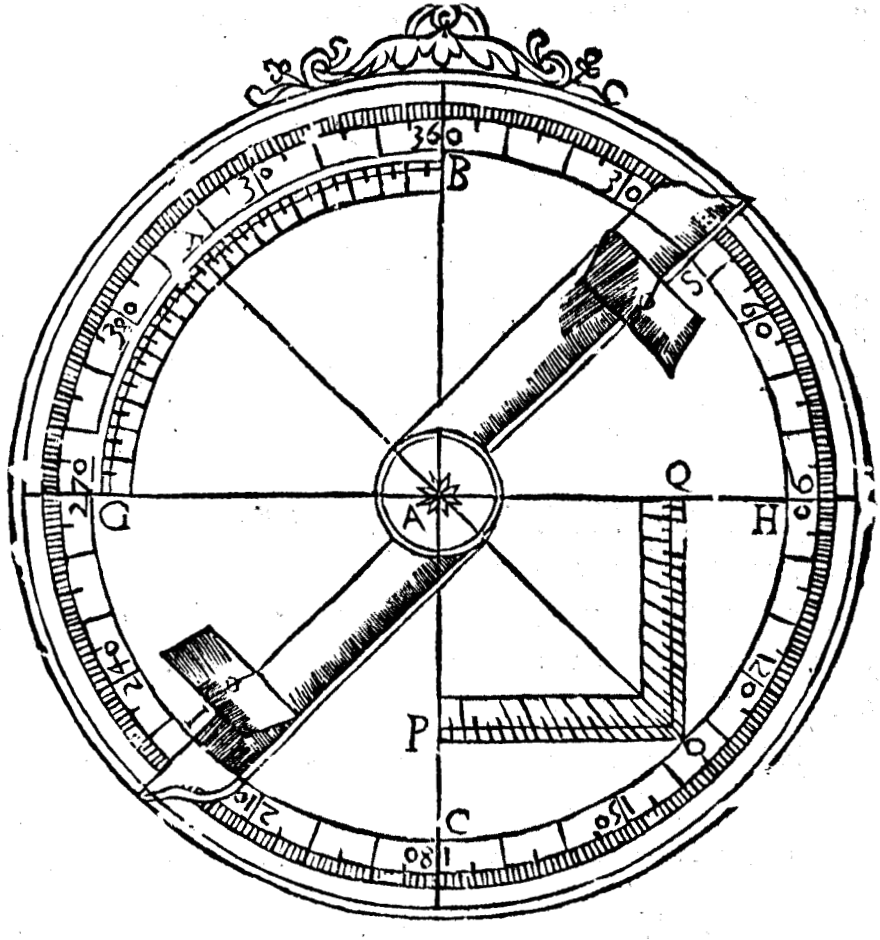
12. *De peripheriæ in partes distributione, ejusdemque mensura.*

Geometræ, ut & Astronomi, peripherias suas in 360 partes æquales, quas gradus appellant, distribuunt, & gradum quemlibet ulterius in 60 minuta subdividunt.

Modus autem dividendi peripheriam in suas partes hic est:

Primum per peripheriæ centrum A recta linea B C ducenda, quæ utrimque in B & C peripheriæ puncta terminata, diameter dicitur, secatque peripheriam in duas partes, sive semiperipherias æquales.

Deinde



Deinde uno circini pede in puncto & diametri termino B posito, altero ultra centrum, hoc est, ad majus quodvis intervallum, quam est B A, extenso, ab utroque ejus diametri latere arcus duos peripheriæ occultos delineabis, postea circini pede in oppositum diametri terminum C. transposito, arcus prædictos eadem divaricatione circini in G & H puncta intersecabis, per qua linea recta G H ducta, secabit diametrum B C in centro A, ad angulos rectos, eritque peripheria duabus istis B C & G H diametris in 4 æquales quadrantes

drantes distributa. Porrò quemlibet quadrantem in tres æquales partes dispesce, & harum vicissim quamlibet in totidem, & deinde etiam quamlibet in duas divide partes, & remanentium quamlibet in quinque, habebis in quolibet quadrante 90 partes sive gradus, totaque peripheria 360 gradibus constabit, quorum decimi quique ex centro A longioribus lineolis notentur; una enim regulę parte centro A applicata ad singulos denos gradus, (oblongiores lineolas ad eosdem pingendo) transferatur, quibus deinde ordine successivo numeri ascribantur: ut videre est in schemate. In quo ob peripheriæ angustiam trigesimo cuique gradui ordine suo numeros adsignavimus, & intervallum inter quamlibet oblongiorem lineolam comprehensum, in duas discriminavimus partes, brevioribus lineolis distinctas, & quæ libet earum in quinque. Conspiciuntur tres peripheriæ inæquali interstitio delineatæ, namque spacium angustius, quod a peripheriis prima & secunda clauditur, singulos gradus recipit. Reliquo spacio, inter secundã & tertiã peripherias interjecto, numeri graduum per denariam successionem à 10 usque ad 360 inscribendi:

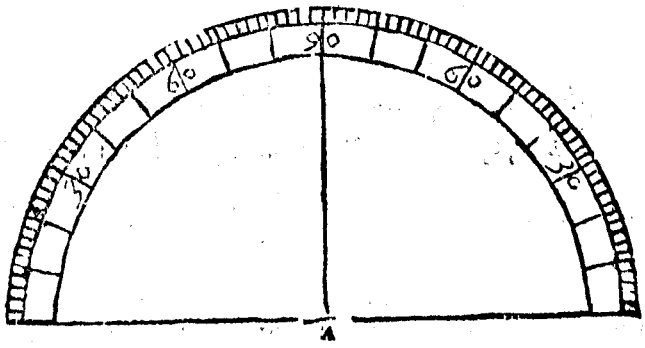
13. In data sive descripta circuli peripheria, arcum quotlibet graduum, graduumque partes complectentem numerare, sive constituere: & contra, quot gradus, graduumque partes in quovis arcu semipheriæ datæ contineantur, cognoscere, etiamsi data semiperiph. in gradus divisa non sit.

Discutitur hoc preceptum à *Chr. Clavio* Mathematicorum solertissimo in Astrolabio, de quo volumen doctiss. conscripsit, idemque per plurimos quadrantes in eodem plano descriptos absolvit. Verum multo expeditiùs idem per semicirculum ad id præparatum perficietur. ut in Astronomiæ nostrę Tom. 2. proposuimus.

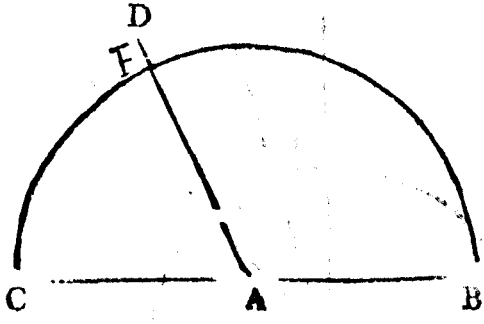
Ex argento, orichalco cornu lucernarum vel alia materia durabili complanata, semicirculus conficiatur, in cujus margine ex A centro tres semiperipheriæ, pro gradibus graduumque numeris recipiendis, concinnè describantur: quas Limbum appellamus, qui in duos quadrantes, & quilibet quadrans in 90. grad distribuendus, ut in antecedente præcepto.

Beneficio hujus semicirculi propositum axioma omnium facillimè exequeris, ut sequitur:

Esto semiperiph. ex centro A descripta, in qua à diametro C B incipiendo: assumen-



assumendus sit arcus 94. gr: Semicirculus præparatus ita periph descriptæ accommodandus, ut diameter ejus peripheriæ diametro, & centrum centro respondeant: Deinde ad partes semicirculi divisas, à C B diametro incipiendo, arcum propositum 64. gr. numerato, terminus numerationis litera D signetur: semicirculo semoto ex centro semiperiph A, & per signaturam D recta A D ducta secabit semiper. datam in F, & arcus CF continebit 64. gr.



Vice versa, si desideras, quot gradus arcus C F in peripheria data comprehendat, duces ex A centro per terminum F lineam rectam A D. Deinde semicirculo juxta modum præscriptum diametro C B accommodato, considerabis quotum limbi gradum, graduumvè partem à diametro numeratum, linea

 A D in

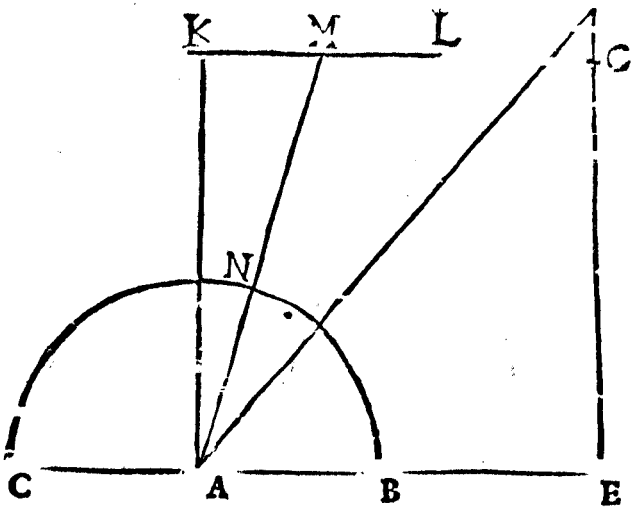
AD in ſemicirculo attingat. Numerus ille graduum, arcum ſemiperipheriæ propoſitum menſurabit. Simili operandi modo licebit,

14. *Ad datam rectam, ex puncto in ea dato, angulum obliquum, ſecundum amplitudinem quamcunq; datam, conſtituere: & contra, dato ang. rectilineo, ejus amplitudinem in gradibus cognoſcere.*

Verbi gratia.

Data ſit linea A B, & punctum in ea C, ex quo volo angulum excitare 34 gr. Centrum ſemicirculi applicetur C puncto, ita tamen, ut diameter ejus lineæ A B datæ exactè reſpondeat: Deinde in partibus ſemicirculi, à diametro incipiendo, numera gradus amplitudinis ang. dati. Per terminum numerationis D ex puncto C ducatur linea recta C D, quæ cum linea A B data conſtituet angulum deſideratum. *Contra*, ſi datus ſit ang D C B, per ſimilem ſemicirculi applicandi modum, ejus amplitudiuem cognoſces.

15. *Eandem propoſitionem beneficio Tab. Tang. per lineam in 100 partes æquales diviſam abſolvere.*



Sit Regula 2 aut 3 pedes longa, eaque in 100 partes diſtribuatur, quarum ſingulam æſtimabis valere 100, ſic enim licebit ex eis quamque 100000 partem

partem, ex tenore tabularum tangentium assumere. Hujus Regulæ beneficio, hoc modo propositum exequemur.

Arcus in semiperipheria propositus, est aut quadrante (id est 90 gr.) major, aut eodem minor, & si 50 aut 60. gr. non excesserit, prolongabis C B diametrum, usque ad E, ita ut A E respondeat longitudini regulæ divisæ; & ex E erigatur ipsi A E perpendicularis E H.

His ita constitutis, sit exempli loco, à peripheriæ diametro C B assumendus arcus 48. gr. & 36. minutorum: ex canone tangentium excerpe numerum, qui proposito arcui respondet, scilicet 113428 partium, qualium radius 100000 habet, easque partes, transfer in lineam E H. Primum sume 100000, id est, integram regulæ longitudinem, quam in linea E H, ab E in C coapta: Deinde partes reliquas 13428 per circinum accipe, & emensorato earum intervallo à C usque ad H, continebit isto modo E H prædictas tangentium 113428 partes Postmodum ex A peripheriæ centro, per hunc terminum H, ducatur recta A H, quæ secabit peripheriam in F: eritque ejus arcus B F gr 48 & 36 minut. desideratus.

Quod si arcus quadrante minor propositus excesserit 60 gradus, commodiùs erit, si super peripheriæ centro A, perpendicularis A K (æqualis tamen ipsi lineæ divisę longitudini) excitetur, atque ex K puncto ducatur ipsi C B peripheriæ diametro parallela K L, in qua numerabis, à K incipiendo, numerum tangentem complementi arcus. Verbi gratia, sit in semiperipheria, ab ipsius diametro C B, assumendus arcus 80 gr. 5. m. hujus complementi arcus tangens est 17483, has partes ex regula divisa per circinum acceptas, transferto in K L lineam, à K usque ad M, perque terminum hunc M ex periph. centro A, trahatur linea A M, secans peripheriam in N, eritque arcus B N 80 gr. 5 m. quem desideravimus.

15. *Quomodo autem operandum erit, quando arcus proponitur quadrante major, per se facile quilibet judicare potest.*

Vt exempli loco, quæratur arcus 99. gr. 55 m Quia arcus semipheriæ C D est quadrans sive 90 gr. aufer ex proposito arcu 90 gr reliquus erit 9 gr. 55 m. hunc residuum arcum numera ab A D linea, ut suprà docuimus, finietque in N puncto, unde arcus peripheriæ C D N erit 99 gr. 55 m ut desideravimus: Pari ratione si quæras arcum 131 gr. 24 m. aufer 90 gr. relinquuntur 41 gr. 24 m Hunc deinde arcum, modo præscripto numerabis in peripheria, ab A D incipiendo, finietque ille in F puncto, ita ut D F arcus sit

41 gr. 24 m. consequenter arcus C D F erit 131 gr. 24 m. desideratus.

Vicissim si desideras scire quot gradus arcus quilibet, utpote arcus B F, in peripheria propositus comprehendat. Continuata, ut prius diametro A B, usque ad punctum E, ita ut A E æqualis sit lineæ divisæ, & ex E excitata perpendiculari E H, educes ex A centro per terminum F, rectam quæ secat E H in punctum H. Deinde quot partes ex linea divisa intervallum E H in se comprehendat, vestiga. Cum his partibus ingredere tabulam tangentium arealiter, quærendo gradus, graduumque minuta istis partibus respondentia, namque eadem datum & propositum arcum mensurant. Verum enimvero si arcus proponitur quadrante major, ut arcus C D N, educta ex A centro perpendiculari A K, æquali lineæ divisæ, & ex K facta ipsi A B parallela K L. per arcus terminum N educes lineam A M, quæ secat K L in punctum M: quantitas K M ex partibus lineę divisæ mensuretur: Gradus & minuta hisce partibus in tabulis tangentium respondentia, mensurant arcum peripheriæ D N. Cui si addantur gradus 90, sive quadrans C D innotescet arcus C D N desideratus. Eodem prorsus operandi modo licebit

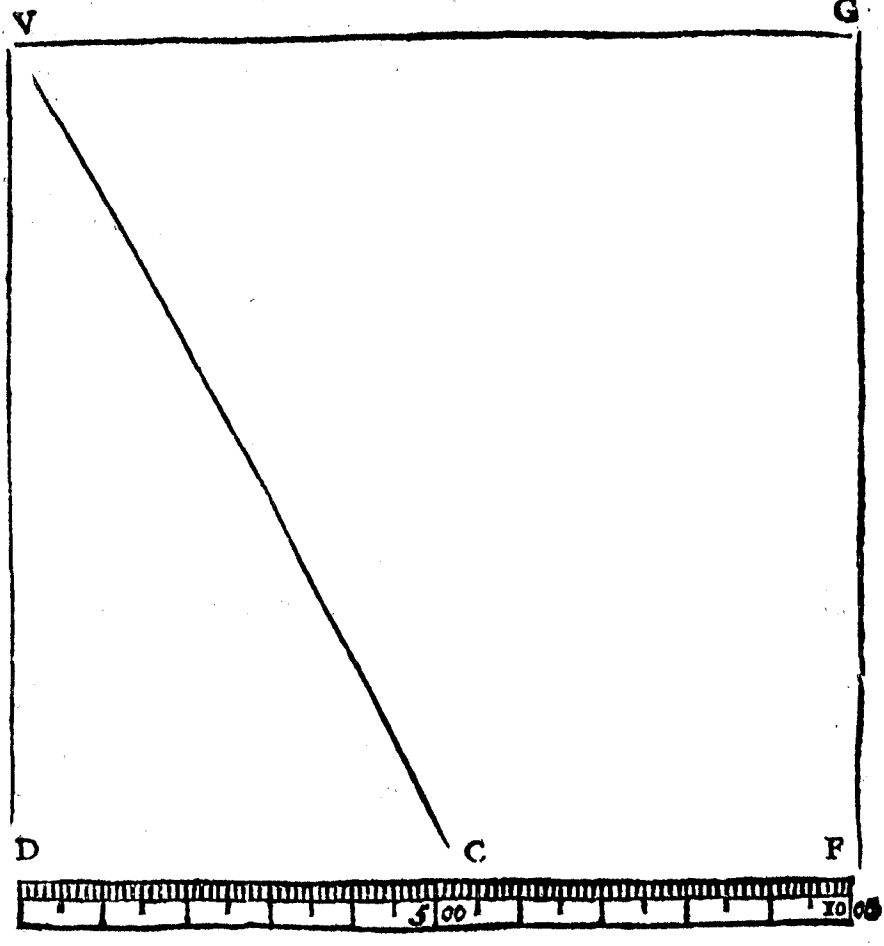
16. Angulos rectilineos & Horarios Sciatericorum Horologiorum, parietiebus, aliisque superficiebus planis inscribere.

Loco exempli,

Ex puncto V desidero notari angulum 54 gr. 26 min. primum mensuro longitudinem divisæ regulæ ab V in D, & produco ex D perpendicularem D F, cui applico divisam regulam, ut hæc figura demonstrat: Dein in tabulam Tangentium, & quæro numerum tang. qui gr. 54 & m. 36 respondet, utpote 54500 Hunc numerum numero in regula à D ad punctum C, (æstimando unamquamque breviorem notam pro 1000, & longiorem pro 10000) linea V C dabit perfectè angulum 54 gr. 36 min.

Angulus 45 gr. accuratè incidit in extremitatem Regulæ, quare ubi angulus excedit 45 gr. ab F numeratio procedet. Angulus 63 grad. 26 min. incidit in 200000, ergo pro iis longitudo regulæ bis assumenda. Quod si angulus major fuerit datus, potes complementum ejus accipere, & constituere idem numerando à linea Horizontali V G: Si à linea V D, angulum constituere velis comprehendentem 80 gr. sume complementum quod est 10 grad. id pone numerando à linea Horizontali V G, utpote à puncto G. deorsum.

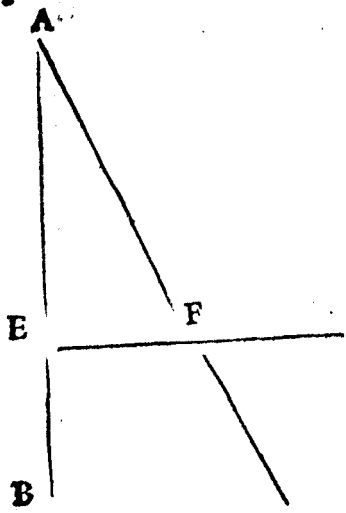
Stilum



Stilum muro sive superficiei infigere, ut rectè supra lineam aliquam erigatur juxta angulum datum.

Exempli gratia.

Si velis in superficie stilum erigere super lineam A B facientem angulum obliquum



obliquum 37 gr. 20 m. Metire in A B, à centro A usque in E, longitudinem regulæ in 1000 partes divisæ, & ex puncto E eleva regulam eandem ad angulum rectum cum linea A B, & in ea numera N. Tangentē 37 gr. 20 m. ut pote ab E usque in F. Tandem dimitte stilum ex centro A per F, qui erit secundum ang. desideratum erectus: etiam hoc notandum, quod stili intercapedo, quæ est ab A in F, sit numerus secans 37 gr. 20 m.

CAP. V.

De lineis figuram constituentibus, sive de figuris.

1. Figura est lineatum undique terminatum, vel ut Euclid. Figura est quæ sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

NOn autem omnis quantitas terminos possidens, figura dici potest, ne lineā finitam, atque angulum cruribus suis divaricatum, figuram appellare cogamur, sed ea magnitudo, quæ undiquaque est clausa & terminata, sive ea sit latere uno clausa, ut circulus, sphæra, sphæroides & aliæ hujusmodi: sive pluribus lateribus & terminis comprehendatur, ut sunt Triangulum, quadrangulum, piramis, cubus, &c.

Figuræ aliæ aliis terminatiores nominantur ut quæ plurimos habent terminos, Quadrilatera enim trilaterâ. & quinquelatera, quadrilaterâ terminatior dicitur.

2. Termini cujuscunque figuræ sunt aut Lineæ, *aut* Superficies.

Figura

Figura, quæ lineis terminatur, est superficies. Et
Figura, superficie terminata, corpus dicitur.

Sed priusquam de lineis figuram constituentibus dicamus, generalia quædam præmittenda, quæ omnibus figuris, hoc est, tam superficiebus, quam corporibus communia sunt.

Primò partes considerandæ.

3. *In quavis autem figura considerantur partes quinque.*

Centrum, perimeter, radius, diameter, & altitudo.
Centrum est punctum in figura medium.

Euclides def 16 lib. 1. & 11. videtur rotundæ figuræ propriè centrum attribuere, quamvis nulla figura Geometrica dari possit, in qua centrum non reperiatur, cujus beneficio, non figuræ rotundæ tantùm, sed omnes etiam aliæ expeditius & exactius mensurantur. De Centro vero in quavis figura inveniendo, suis locis.

4. *Perimeter est comprehensio figuræ.*

Perimeter, latinè ambitus, nihil aliud est, quàm terminus figuram terminans & claudens, definiturque ex etymo græco, comprehensio figuræ. Atque, ut centrum in ipsa figura est quasi medium, hoc est, intimum figuræ: ita Perimeter est figuræ extimum.

5. *Radius est recta à centro ad Perimetrum.*

Per radium intelligenda quævis à Centro ad Perimetrum distantia, sive ea sit semper æqualis, ut in figura rotunda, sive inæqualis, ut in reliquis figuris. In rotunda enim figura omnes radii æquantur, in aliis non item.

6. *Diameter est recta, inscripta per figuræ centrum.*

Diamet. est recta linea per centrum deducta, & in perimetrum terminata, atque hæc in angularib figuris. maximè tamen planis & rectilineis, (quando nimirum oppositis angulis terminatur,) *Diagonius* dicitur: in sphæricis aliisque solidis gibbis dicitur *axis*.

7. *Diametri in eadem figura possunt esse infiniti.*

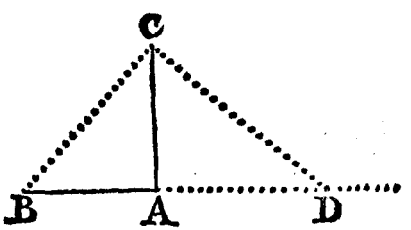
Centrum

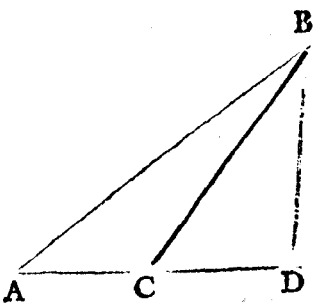
Centrum figuræ semper est in diametro, & in diametrorum concursu.
Altitudo est linea perpendicularis à vertice figuræ ad basin usq; deducta.

Postrema figurarum pars est altitudo, intercapedo nimirum illa, quæ est à vertice, hoc est à summo cacumine figuræ, usque ad basin; quam intercapedinem, linea rectâ à vertice ad basin perpendiculariter demissâ, (sive basis illa sit vera, sive longius sub verticem continuata) metimur.

Verbi gr.

In triangulo B A C à vertice C ad basin B D perpendicularis C A ducatur, quæ dicetur altitudo: In alio Triangulo, A B C, basis continuata, excipit altitudinem B D in puncto D perpendiculariter.





4. Hæc de quinque figuræ partibus, hoc est, de eis affectionibus, quæ sunt in figuræ membro aliquo: sequuntur affectiones aliæ, quæ in tota figura absolutè considerantur, ut sunt, *Primatus, Ordinatio & Ratio.*

Primatus.

8. *Figura prima est in alias simpliciores figuras individua.*

Hoc est; figura prima est omnium simplicissima, quæ ex aliis prioribus & simplicioribus non est composita, proinde nec in alias priores reduci possit, sed ex ea aliæ figuræ oriuntur, quæ in eandem denuo resolvi possunt: in planis figuris, hoc est, in superficiebus; existit Triangulum, quod licet in plurima

plurima triangula dissecari possit; in nullam tamen aliam simpliciorem figuram dividetur, sed ex triangulo quadrangulæ, quinquangulæ, & reliquæ planæ figuræ construuntur, quæ omnes in Triangula denuo resolvi possunt, unde easdem generali nomine *Triangulata* appellamus. Pari ratione in corporeis figuris *Piramis* est prima figura, cum ipsa ex aliis non oriatur ex ea tamen alia omnia corpora componi intelliguntur, quæ propterea *Piramidata* dicentur.

Ordinata.

9. *Figura ordinata est figura æquitermina & æquiangula.*

Hoc est: illa figura dicitur ordinata, cujus omnes & singuli termini (ut lineæ in planis, Superficies in figuris corporeis ipsum corpus terminantes & comprehendentes) æquales; ad hæc singulatim omnes anguli existunt inter se æquales. Hujusmodi in singulis speciebus non sunt plures una. In Triangulis enim solum æquilaterum Triangulum est ordinatum, in quadrangulis quadratum est ordinatum, reliqua inordinata: in multangulis solummodo illa sunt ordinata, quæ ad æqualia latera circulo vel inscribuntur, vel circumscribuntur. In obliquilineis Circulus est ordinatus, & in mistilineis nihil reperitur ordinatum.

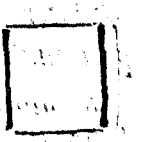
In corporibus quinque sunt ordinata, quæ à nonnullis Corpora Platonica appellantur, sed de horum fabrica & expositione suo loco.

Ratio.

10. *Figura rationalis est, quæ comprehenditur à basi & altitudine inter se rationali.*

Comprehendi hic idem est, quod in Arithmeticis multiplicari. Cùm enim basis multiplicata per altitudinem, vel altitudo per basin, facit numerum aliquem exactè dividuum, figura dicitur rationalis.

Verbi gr.



Sit quadrangulum, cujus altitudo sit 5, basis verò 7 perticarum, quibus inter se multiplicatis, fiunt 35, estque area ejusdem rectanguli: & quia numerus 35 exactè dividuus est à 5 & 7, figura eadem dicetur rationalis. Contra verò si altitudo quadranguli excedat 5 part. non tamen exactè 6; basis autem 7, irrationale erit quadrangulum, altitudo enim per basin & contra multiplicata producit numerum qui non potest exactè dividi.

5. Tantum de affectionibus figuræ unius & absolutè consideratæ; sed invicem

vicem considerantur quatenus sunt Isoperimetræ, æquealtæ, vel similes.

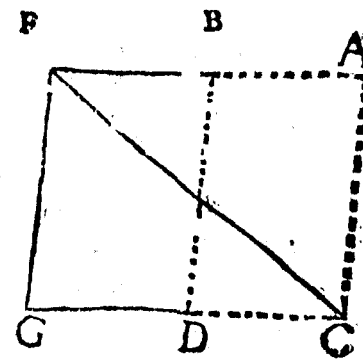
Figuræ Isoperimetræ.

11. Figuræ Isoperimetræ sunt figuræ æqualis ambitus, sive homogeneæ eædem fuerint, sive heterogeneæ.

Vt triangulum, quadrangulum, multangulum, circulus, &c. quorum cujuslibet ambitus sive perimeter sit 24 perticarum, dicentur eædem ad invicem Isoperimetræ figuræ: earum proinde magnitudines non ilicò æquales, sed rationales duntaxat inter se dici possunt, ut suo loco dicetur.

Figuræ æquealtæ.

12. Figuræ æquealtæ sunt illæ, quæ in eisdem parallelis consistunt, vel construi possunt.



Vt triangula C G F & C A F: & quadrangulæ F G C A, F B D G & B D C A æquealtę sunt, quia intra easdem A F & G C parallelas consistunt, proinde perpendiculares ab ipsorum vertice in basin productæ sunt æquales, quæ figurarum altitudines referunt.

Figuræ similes.

13. Figuræ similes sunt quæ angulos singulos singulis æquales habent, & latera circum æquales angulos proportionalia. Vel sunt figuræ æquiangulæ & homologoterminæ.

Similiter sitæ dicuntur, quando termini proportionales simili situ respondent.

Similitudo figurarum in duobus posita est, nempe in angulorum ipsarum inter se collatarum figuratum æqualitate, & laterum circum æquales angulos proportione, quorum alterutrum si defuerit, figuræ dissimiles sunt.

In planis circuli omnes inter se similes sunt, quemadmodum & sphæræ in solidis. Triangula æquiangula inter se quoque similia existunt, latera enim cir-

cum

cum æquales angulos habent proportionalia; ut demonstratur in element. 4 p. 6. sed quadrangula vel multangula, quamvis singulos angulos singulis æqualia habent, non ilico dicentur similia inter se, sed requiritur etiam ut latera habeant circum æquales angulos proportionalia. Et quando ita constitutæ sunt figuræ istæ similes, ut nimirum utrobique termini isti proportionales situ suo congruant, superi superis, inferi inferis, dextri dextris, sinistri sinistris, anteriores anterioribus, posteriores posterioribus, similiter sitæ dicentur istæ figuræ, de quarum expositione & fabrica suo loco.

Porrò Eucl. def. 9. lib. 11. solidarum planarum figurarum similitudinem brevius ex suis similibus planis multitudine æqualibus describit, pronuntians illas esse solidas figuras planas similes, quę planis similibus multitudine æqualibus continentur. Ex planorum enim similitudine angulorum solidorum æqualitas, laterumque circum æquales eosdem angulos proportionalitas necessariò consequuntur: unde consectarium est è definitione illa generali.

6. Hactenus de Definitionibus figurarum, tam planarum quàm solidarum: Sequuntur Axiomata quatuor nobilissima, & verè aurea, & aureis propterea literis parietibus Musæi inscribenda: quæ figurarum invicem comparatarum rationes, & proportiones explicant, & per universam Geometriam immensam fœcunditatem pariunt.

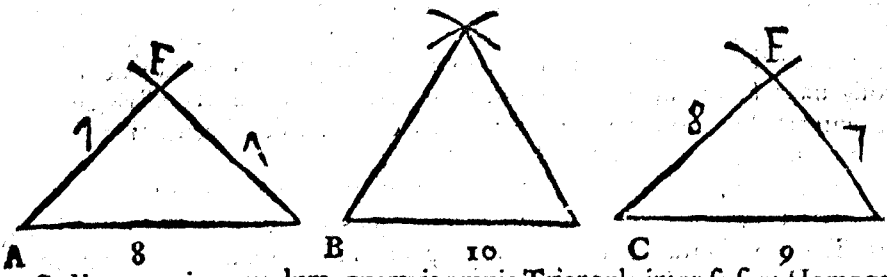
Primum axioma in ratione comparat figuras isoperimetras, estque tale.

AXIOMA I.

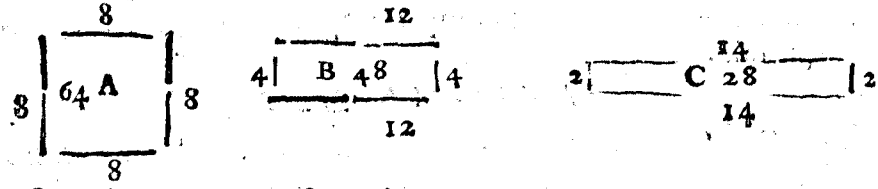
14. Ex Isoperimetris homogeneis ordinatius, est majus minus ordinato: ex heterogeneis ordinatis, terminatius.

Præsens axioma duo præcepta de figuris Isoperimetris pronuntiat. Primò enim comparat ejusdem generis figuras, sive eæ sint superficies, sive corpora: utpote triangulum, triangulo: quadrangulum, quadrangulo, & sic deinceps item pyramis Pyramede, Prisma primate &c. Atque in comparatione talium figurarum, illa erit major & capacior, quæ magis est ordinata, vel saltim minus inordinata, hoc est, quæ omnes angulos, & crura omnia æqualia, vel minus inaqualia habet: In triang. tamen, & pyramidibus triangulæ basis, hoc non procedit: ut in hisse tribus Triang. A, B, C Triangulum enim C, quod maxime est inordinatum, propter tria latera inæqualia, minus quidem multo est Triang.

ordinato A, At paulo majus ipso B, quod tamen propter duo æqualia latera est ordinatius quam C Triang.



Sed hoc non ignorandum, quamvis omnia Triangula inter se sunt Homogenea: non tamen omnia Quadrangulorum genera inter se dici debent Homogenea: sed parallelogramma rectangula, ut et obliquangula, Trapeziorumque omnia genera inter se sunt & dicuntur Homogenia; & de eis pronunciat Axioma. quando sunt Isoperimetra, ordinatius erit majus, minus ordinato: Exemplo sunt Quadratum A; & duo Oblonga B & C; quorum singulorum perimiter proponitur 32 perticarum, cum tamen area quadrati efficiat 64 pert oblongi B 48 & oblongi C area, continet 28 pert. Vnde enormis est illa circumforaneorum exorbitatio, qui quos agros eisdem passibus obambulaverint, eos æquales censent.



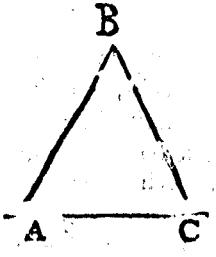
Secundum præceptum figuras heterogeneas sive diversi generis, ut triangulum cum quadrangulo: quadrangulum cum quinquangulo, & quamvis figuram in eadem specie ordinatam, (ne scilicet superficies cum corporibus confundantur) cum quavis comparat; & de eis hoc modo pronuntiatur. Inter figuras heterogeneas isoperimetras ordinatas, illa existit capacior, quæ est terminatior, hoc est quæ plures habet terminos sive latera figuram claudentia. Sic inter sexangulam, quinquangulam, quadrangulam, & triangulam figuras, quando sunt ordinatæ omnium capacissima est sexangula, quia sex habet terminos sive latera, huic proxima est quinquangula, cui quadrangula minor est, & triangula ex eis erit minima. Circulus tamen omnium isoperimetrarum maximus, quia perfectissimus & maxime ordinatus.

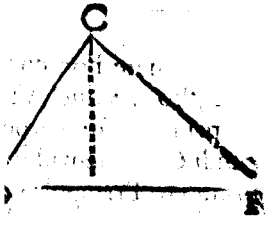
AXIOMA

AXIOMA II.

15. Figuræ primæ, vel æquemultiplices à primis, æquealtæ sunt ut ipsarum bases, & contrà.

Ex hoc Axiomate Eucl. novendecim fecit prop. ut sunt, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41. lib. 1. Item 1. pr. lib. 6. item 25, 29, 30, 31, 32. lib. 11. itemque 2, 4, 5, 6, 11, 13, 14, 18, lib. 12. In circulis & sphæris idem hoc verum est, quando diameter pro basi assumitur, ex quibus Sinuum doctrina prodit. quapropter Axioma diluciè explicandum.



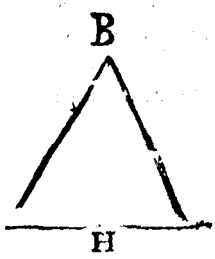


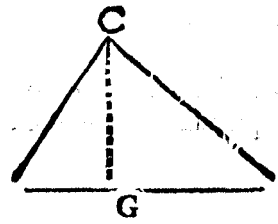
Sint duo triangula A B C & D C F æquealta, hoc est, lineæ à vertice in basin eorundem triangulorum sint æquales. Dico ut se habet basis A C ad basin D F, ita se habebit A B C ad D C F triangulum. Quare si basis A C fuerit æqualis basi D F: Triangula quoque æqualia erunt. Et si A C duplo fuerit major quam D F, triangulum quoque A B C duplo excedet DC F triangulum. Deinceps A C sit 8 ped. D F 7. Dico ut 8 ad 7, ita erit A B C triangulum, ad D C F triang

In corporibus, *Piramis* est prima figura; Quare & Pyramides æquealtæ sunt ut ipsarum bases. Idem quoque intelligendum de æquemultiplicibus à primis, siquidem ipsæ simplicioribus suis, juxta 17 pr. lib. 7. Eucl sunt proportionales. In planis superficiebus Parallelogramma sunt triangulu duplicata, in corporibus, prisma est pyramis triplicata. Itaque parallelogramma, nec non & prismata æquealta, sunt ut ipsorum bases: & *contra*, si figuræ inter se sunt ut ipsarum bases, erunt eædem æqualis altitudinis.

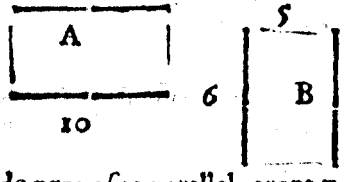
AXIOMA III.

16. *Figuræ primæ, sive primarum æquemultiplices, si fuerint reciprocæ basis & altitudinis erunt æquales & contra.*





Axiomate hoc comprehenduntur 14, & 15 pr. lib. 6. itemque 34 lib. 11, & 15 lib. 12 Eucl. Vt Triangula hæc ita sint erga se invicem affecta, ut altitudo primi triang. (utpote perpendicularis B H) ita se habeat ad altitudinem secundi C G, quemadmodum ejusdem secundi triang. basis G, se habet ad basin primi H. Triangula illa adinvicem erunt æqualia. Reciprocatio hæc in primis figuris non potest certo numero explicari, sed in earum æquemultiplicibus. Sint ergo parallelogramma A & B, altitudo primi parallel. A sit 3 perticarum, altitudo secundi B 6, Rursus basis hujus secundi sit 5: Basis primi 10: erit hic reciprocatio altitudinum & basium, namque ut 3 ad 6. ita 5 ad 10: unde proposita parallel. erunt æqualia.



Conversim si dentur duo triangula, sive parallelog. æqualia, erit in eis reciprocatio basium & altitudinum.

AXIOMA IV.

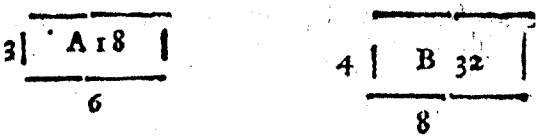
1. *Figuræ similes habent rationem homologorum laterum æquimultiplicatam dimensionibus, & medium proportionale unum dimensione minus.*

Divinum

Divinum illud verèque aureum in figuris primis cum æqualtis tum altitudine & basi reciprocis dogma, enucleavimus: Consequens est. ut de figuris similibus dicamus, in quibus equidem, haud impar ratio, nec minor dignitas: quod præsens hoc axioma duobus præceptis comprehendit.

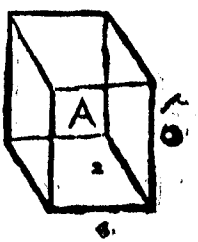
Primum, figuræ inter se collatæ, quot habent dimensiones, tot rationibus comparandæ cum homologis lateribus:

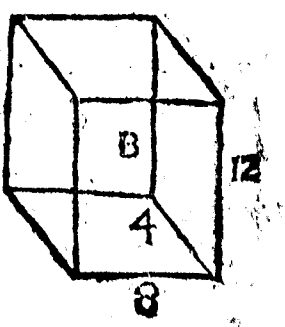
Figuræ planæ sive superficies duarum sunt dimensionum, ideoque duplicatam habent rationem cum homologis lateribus: ut sint figuræ planæ similes A & B; comprehendat A 18 partes, videlicet in latitudine 3 partes, in longitudine 6: figura B comprehendat 32 p. ut longitudo ejus sit 8, & latitudo 4 partium. Quæ ratio est longitudinis unius 6, ad longitudinem alterius 8,



duplicata: eadem quoque erit figuræ 18, ad figuram 32. Duplica igitur rationem 6 ad 8 sic 66,30 habebis rationem 36 ad 64, quæ quoque est ratio figurarum: ad 88,64 eundem modum duplica rationem latitudinum figurarum, hoc est, lateris 3 ad latus 4, ita 339 habes rationem 9 ad 16, quæ quoque est ratio figurarum. Itaque in 44,16 planis figuris ratio homologorum laterum duplicatur.

At in solidis propter triplicem ipsorum mensuram ratio homologorum laterum erit triplicanda, ut habeatur ratio unius solidi ad aliud sibi simile. Quare





sint figuræ solidæ similes A & B: contineat A 48, & B 384: longitudo figuræ A sit 6; latitud. 2; altitudo. 4. part. Item longitudo figuræ B sit 12; latitudo 4 & altitudo 8 partium, quæ igitur est ratio triplicata longitudinis 6 ad longitudinem 12, eadem erit A ad B. Quare triplica rationem 6 ad 12 $\frac{6}{12}\ \frac{6}{12}\ \frac{6}{12}\ \frac{216}{1728}$ habebis rationem 216 ad 1728, eadem est ratio solidi A 48 ad solidum B 384. Quin & ratio earum figurarum invenietur, si latitudinum, vel altitudinum rationes triplicaveris: ut triplica rationes latitudinum $\frac{2}{4}\ \frac{2}{4}\ \frac{2}{4}\ \frac{8}{64}$ prodibit ratio 8 ad 64. Quare ut 8 ad 64, ita A 48 ad B 384.

17. *Quo præcepto exposito facilius sequens intelligetur. Figuræ similes habent medium proportionale unum dimensione minus,*

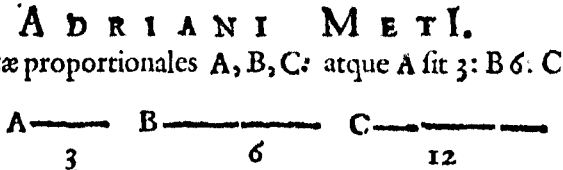
Figuræ planæ sive superficies duplicem habent dimensionem, longitudinis nimirum, & latitudinis, quare unum tantùm habent medium proportionale: quod ipsum cognoscetur si longitudinem unius figuræ per latitudinem alterius multiplicaveris, ut in præmissis figuris planis 18 & 32: multiplica long. 3 per latitud. 8. vel duc longitudinem 6 in latitudinem 4; fiunt utrobique 24 medium proportionale: quare erit ut 18 ad 24, ita 24 ad 32. In solidis, quia triplex est dimensio, longitudinis, latitudinis & altitudinis, duo reperies media proportionalia. Primùm duc longitudinem in latitudinem figuræ primæ, productum multiplica per altitudinem figuræ secundæ, & habebis primum medium proportionale. Dein multiplica longitudinem in latitudinem figuræ secundæ, & factum duc in altitudinem primæ, produces alterum medium proportionale: ut in prismatibus prioribus A 48, & B 384. longitudo figuræ A 6 in latitud. ejusdem 2 ducta, efficit 12; quæ per altitudinem figuræ B 8 multiplicata, producunt primum medium proportionale 96: Sic longitudo figuræ secundæ B 12 per latitudinem 4 ducta, producit 48, quæ in altitudinem prioris figuræ A 4 ducta, dabunt alterum medium proporti 192. erit enim ut figura A 48, ad 96: ita 192, ad figuram B 384.

COROLLARIVM.

1. *Hinc manifestum; si tres lineæ dentur proportionales ut prima ad tertiam, sic rectilineum planum super primam descriptum, ad rectilineum super secundam: vel rectilineum super secundam, ad rectilineum super tertiam simile similiterque descriptum. Consectarium est ad 19 & 20 pr. lib. 6. Euclid.*

Sint

Sint tres rectæ proportionales A, B, C: atque A sit 3: B 6. C 12 partium, hoc pacto:

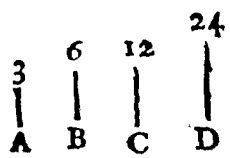


Hinc exstruantur super A & B figuræ planæ rectilineæ similes similiterque sitæ; quæ ratio est 3 ad 12, illa quoque erit figuræ super A descriptæ, ad illam quæ super B similiter descripta est; eademque existit ratio figurarum super B & C similium, & similiter exstructarum.

COROLLARIVM.

2. *Si quatuor rectæ fuerint in proportione continua, ut est prima ad quartam, ita figura solida super primam descripta, ad figuram super secundam similem & similiterque constitutam: & contra, Consectarium est ad 33 pr. lib. 11. Eucl.*

Sint quatuor lineæ A, B, C, D, in continua proportione; super A & B construantur parallelepipeda similia; dico ut A ad D, ita parallelepipedum A, ad parallel B, & contra, si fuerit ut parallel. A ad parallel. B ita linea A ad lineam D, tunc lin. A, B, C, D erunt continue proportionales.

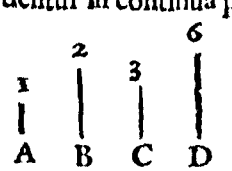


Ex duobus hisce Corollariis via patet cujuscunque datæ figuræ duplicandæ, triplicandæ, & data ratione augendæ, minuendæve, ut suo loco.

COROLLARIVM.

3. *Si quatuor rectæ sint proportionales, figuræ similes & similiter ad eas sitæ sunt proportionales, & contra. Eucl. demonstrat 22. pr. lib. 6. de rectilineis; & 37 pr. lib. 11. de parallepipedis.*

In hoc Corollario non est necessum, ut liniæ dentur in continua proportione. Quare sint A, B, C, D, lineæ proportionales, utpote in directa proportione, numeris 1, 2, 3, 6 notatæ, constituantur que super A & B duæ figuræ, sive planæ, sive solidæ qualescunque similes & similiter descriptæ, item super C & D similes quoque & similiter describantur; dicimus hasces figuras inter se esse directè proportionales



Atque hæc de communibus figurarum tam planarum, quàm solidarum affectionibus, sequitur de eis quæ generaliter ipsis planis rectilineis tantùm competunt.

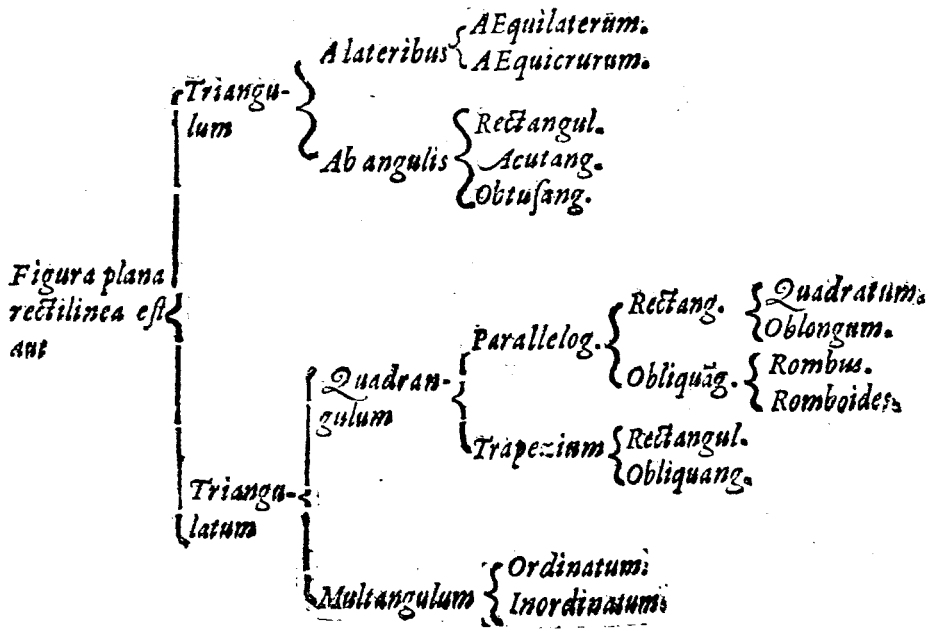


Figura plana rectilinea est aut
Triangulum
A lateribus
AEquilaterum.
AEquicrurum.
Ab angulis
Rectangul.
Acutang.
Obtusang.
Triangulatum
Quadrangulum
Parallelog.
Rectang.
Quadratum.
Oblongum.
Obliquāg.
Rombus.
Romboides.
Trapezium
Rectangul.
Obliquang.
Multangulum
Ordinatum.
Inordinatum.

CAP. VI.

De Superficiebus, sive planis figuris rectilineis.

SVperficies plana, sive planum, est vel rectilineum, vel curvilineum, vel utriusque generis mixtum.

Planum rectilineum est, quod rectis terminatur lineis. Estque vel Triangulum, vel Triangulatum.

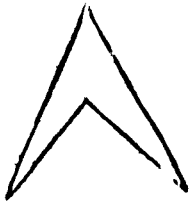
Triangulum est planum tribus lateribus, sive lineis rectis comprehensum.

Triangulatum est planum è triangulis compositum. Estque Quadrangulum, vel Multangulum.

Quadrangulum est, quod quatuor lineis rectis comprehenditur.

Multangulum, quod pluribus quàm quatuor lineis rectis clauditur.

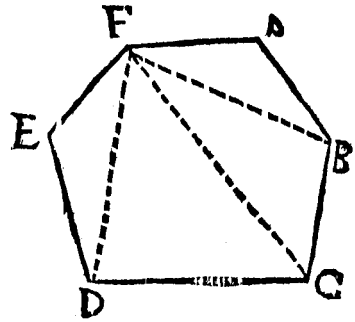
Generalis hic fuit distributio plani rectilinei; in qua ab angulorum numero appellavimus Triangulum, Quadrangulum. Rectius fortè tanquam è causis Trilaterum & quadrilaterum dicendum foret: Latera enim tria connexa, sunt causæ trium angulorum, & quatuor latera figuram terminantia, perpetuo in eadem quatuor angulos constituunt. Sed non semper tres anguli cum tribus. ut neque quatuor ang. cum lateribus quatuor reciprocantur. Triangulum enim potest esse quatuor, quinque, sex laterum, & quadrangulum potest constitui ex pluribus quàm quatuor lateribus, ut in hisce patet figuris.



Sed quia usus obtinuit, ut triangulum pro Trilatero: quadrangulum pro quadrilatero dicantur, communem dicendi formulam sequi, operæ preciũ videtur.

2. Triangulum est figura prima rectilineorum, Triangulati latera sunt binario plura triangulis.

Quia figura non potest duabus rectis undique claudi, duæ rectæ figuram nullam efficient, sed requiruntur ad minimum tres, quæ Triangulum tanquam figuram primam rectilineorum constituunt. Deinde quia Triangulatum est figura ex triangulis constructa, in easdem quoque resolvi potest, quæ quidem in triangula resolutio commodissimè perficietur, quando ex alterutro angulorum in reliquos omnes & singulos ipsius triangulati angulos rectæ lineæ protrahuntur, ita tamen ut in oppositos cadant angulos, ad duos enim propinquos non possunt rectæ duci, namque in ipsa latera coincidunt.



Quare in tot Triangula distribuetur ipsum Triangulatum, quot habet angulos, demptis istis duobus vicinis, ad quos rectæ non protrahuntur. Hinc quadrangulum quatuor constans lateribus & angulis, duo tantùm in se continet triangula, utpote binario pauciora, quam sunt latera: sic quinquangulum, quinque lateribus comprehensum, tria habet triangula: sexangulum quatuor, & sic deinceps, ut semper ipsa latera binario numero superent triangula figuram triangulatam conficientia.

13. In figura qualibet rectilinea plana, anguli omnes interni simul sumpti, æquivalent bis tot angulis rectis, quot sunt Triangula figuram ipsam componentia.

Verbi gr.

Triangulum rectilineorum figura prima, per se existit uniformis & simplex. Quare tres ejus anguli simul sumpti, æquales sunt duobus rectis, hoc est,

180 gr.

180 gr. angulus enim rectus 90 continet gr. Sic in quadrangulo ex duobus composito triangulis, anguli quatuor interni simul accepti, æquivalent bis binis sive 4 rectis, hoc est quater 90 gr. efficiunt. In octi-laterâ figura anguli omnes interni æquivalent simul bis sex, sive 12 angulis rectis, & ita deinceps, ut semper bis tot anguli recti accipiantur, quot in triangulato reperiantur triangula figuram ipsam componentia, quæ secundum antecedens Axioma perpetuò sunt binario pauciora quàm sunt latera. Veritas hujus Axiomatis dependet ex 32 pro lib. 1. Eucl. Cùm enim anguli triangulorum figuram componentium universè rectilineæ figuræ propositæ angulos constituant, & tres anguli in quolibet Triangulo, ex dicta 32 pr. sint duobus rectis æquales, perspicuum est, omnes angulos in qualibet figura rectilinea æquales esse bis tot rectis, in quot triangula figura resolvitur, sive quot sunt triangula figuram ipsam componentia

Hæc in genere de superficiebus planis, earumque affectionibus; sequitur, quæ speciatim cuilibet plano, quantum ad institutum nostrum, conveniant

CAP. VII.

DE TRIANGVLIS.

TRiangulum est quod tribus lineis rectis comprehenditur. Distinguitur vel à Lateribus: vel ab Angulis.

Laterum Respectu

Triangulum est vel Isopleuron, Isosceles, vel Schalenum.
Isopleuron, quod tribus constat lateribus æqualibus.
Isosceles, quod duo habet æqualia latera.
Schalenum, cujus tria latera sunt inæqualia.

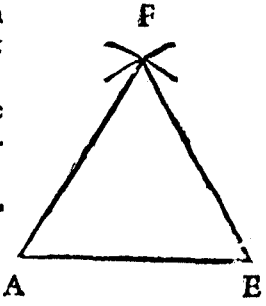
Ratione Angulorum.

Triangulum est vel Rectangulum, Obtusangulum, vel Acutangulum.
Triangulum rectangulum unicum continet angulum rectũ, & duos acutos.
Triangulum Acutangulum tribus constat angulis acutis.

Sequitur fabrica.

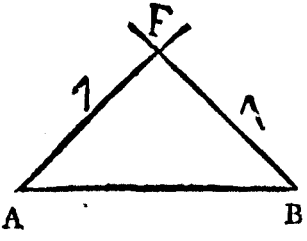
2. *Super data recta linea terminata Triangulum ordinatum, hoc est, æquangulum & æquilaterum constituere.*

Sit data recta terminata punctis A & B, super qua construendum sit ordinatum, hoc est, æquangulum & æquilaterum Triangulum; ex punctis A & B tanquam centris, ad intervallum A B duo peripheriæ arcus, sive suprà, sive infrà lineam describantur, secantes se invicem in punctum F, ex quo ducantur in B & A, rectæ F A & B F, constructum erit Triangulum A F B æquilaterum: Latera enim sunt radii æqualium peripheriarum. Vnde si æquilaterum, erit quoque æquangulum per corol. 5 p. 1. lib. Eucl.



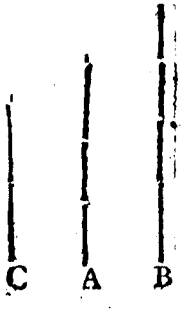
3. *Super lineam rectam terminatam Triangulum Isosceles construere.*

Recta data sit AB; ex A & B centris, intervallo verò minore quàm A B (si lineam datam velis esse majus latus) vel majore, si eandem in minus latus eligas, duo arcus peripheriæ describantur, qui se mutuo intersecent in punctum F, ducanturque rectæ F A & F B, constructum erit isosceles: F A enim & F B æquales sunt propter æquale intervallum assumptum, majus tamen aut minus quàm recta A B data,



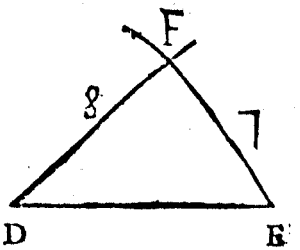
4. *Triangulum constituere habens tria latera æqualia tribus lineis datis quibuscunque rectis, dummodo duæ quælibet datarum sint majores tertiâ.*

Sint tres lineæ A, B, C, quarum duæ sint majores reliquâ tertiâ (alioquin ex ipsis non potest constitui Triangulum, duo enim latera cujuslibet trianguli reliquum latus tertium quantitate excedunt) è quibus ut construatur triangulum, cujus latera sunt tribus A, B, C, lineis æqualia, hoc modo procedendum;



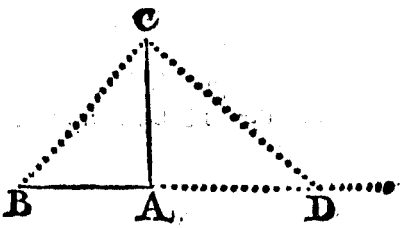
Sumatur

Sumatur recta D E, æqualis cuicunque rectarum quam hic basin voluimus. Deinde ex D, ad intervallum lineæ A, arcus periph. describatur. Similiter ex E, ad intervallum lineæ C, alter arcus, secans priorem in F. Rectæ F E & F D, D E comprehendent triangulum, habens tria latera æqualia tribus rectis A, B, C, datis: ratio est, quia ad earum intervalla assumpta triangulum est constructum. eodem modo licebit,

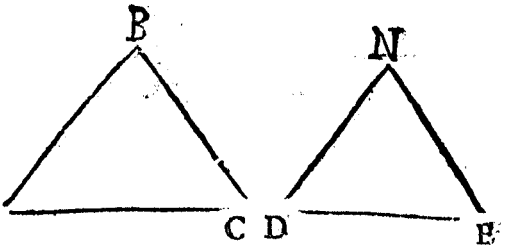


5. Cuilibet Triangulo dato, aliud & simile & æquale constituere.

Sit triangulum quodcunque A, B, C, cui omni ex parte æquale conficiendum. Ex tribus ipsius Trianguli (quod mutandum datur) lateribus, lineis videlicet A B, B C & A C, Triangulum erigatur, cujus latera lineis datis sint æqualia, eodem prorsus modo, ut in proximo exemplo docuimus: habebis Triangulum, omnibus modis simile & æquale dato.



6. Dato Triangulo super datam rectam simile similiterq; situm Triangulum constituere.

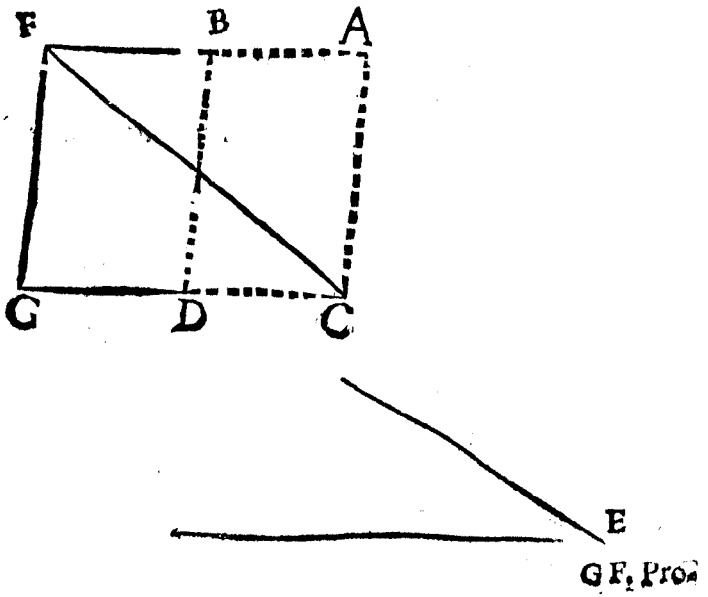


Sit Triangulum quodcunque A B C, cui construendum simile similiterque situm super rectam datam D E. Ad extremitatem lineæ datæ D, construatur angulus

angulus æqualis angulo trianguli B A C, ducta linea D N per 13 præc. 3. cap. Similiter ad alteram lineæ datæ extremitatem E excitetur angulus æqualis trianguli angulo A C B, ducta linea E N, quæ priorem secabit in N: triangulum D E N simile erit, similiterque situm triangulo A B C dato. Triangula enim omnia æquantur ternis angulis: ad hæc Trianguli tres anguli æquantur duobus rectis per 32 pr. 1: Quare quia anguli duorum triangulorum A B C & D N E ex fabricatione æquantur, etiam reliqui sunt æquales: & si triangula sunt æquangula, erunt similia per 4 p. 6. Eucl.

7. *Triangulum in dato Angulo rectilineo, æquale parallelogrammo dato constituere.*

Sit parallelogrammum A B C D, sive rectangulum, sive obliq. deturque angulus E, in quo angulo, construendum sit triangulum æquale parallel. dato. Continuatis A B & C D parallel. lateribus, super C D construatur angulus F C D, æqualis angulo E dato, per 13 pr. cap. 3. & C F secet A B continuatam in F: assumatur in C D, continuata recta D G, æqualis ipsi D C, & jungatur



G F, Pro-

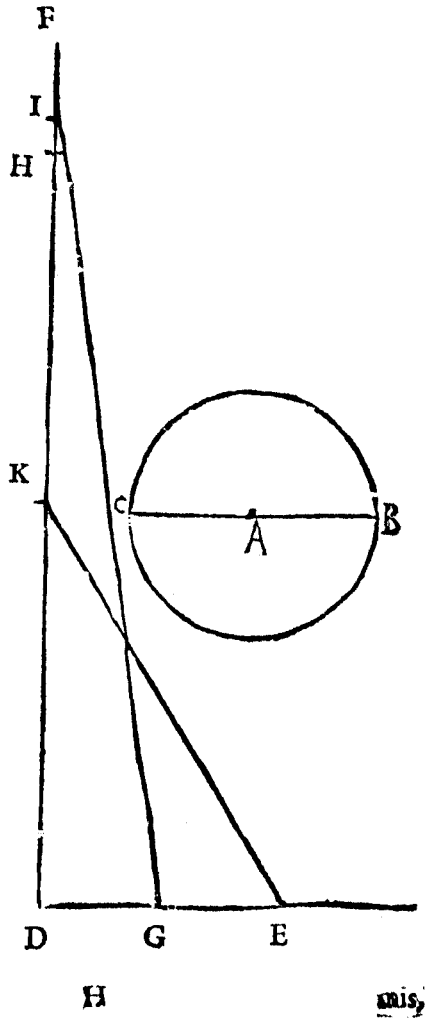
GF. Prodibit triangulum GFC, (habens angulum FCG ex constructione æqualem angulo dato E) æquale parallelogr. ABCD dato, ut demonstratur 42. pr. 1. Eucl.

8. *Triangulum rectangulum dato Circulo æquale exstruere.*

Descriptus sit ex centro A, super CB diametrum, Circulus, cui æquale Triangulum rectangulum construendum. Primum, super rectam DF assumptam extruatur per 7 præc cap. 3 perpendicularis DF. assumaturque DG interstitium, circuli radio AC æquale: Diameter circuli CB ter secetur in DF, à D usque in H: assumaturque ab H usque in I septima ejusdem diametri pars, vel decem septuagesimæ primæ per 4 præc. cap. 4 ab H in I statuantur. Postea rectâ connectantur G & I, fiet Triangulum GID in D Rectangulum, circulo dato quàm proximè æquale

Vel in DE, à D usque in E diameter circuli CB assumatur, & in DF ejusdem radium ter, & septimam ejus partem, sive $\frac{10}{71}$ statues à D usque in K, ductaque recta EK prodibit triangulũ EDK æquale priori GID triangulo, & circulo dato quam proximè,

Archimedes enim in dimensione circuli demonstravit, circulum quemcumque æqualem esse Triangulo rectangulo, cujus unum circa angulum rectum latus circuli radio, alterum peripheriæ ejusdem circuli æquatur. Vlterius demonstrat, quod cujuslibet circuli peripheria tripla est diametri & tali superat parte, quæ decem septuagesi-



mis,

mis, hoc est, septima diametri parte minor existit: major verò decem septuagesimis primis. Vnde si diameter ter accipiatur, & decem septuagesimæ, hoc est, una septima diametri pars super-addatur, linea illa juxta Arch: paulo erit minor circuli peripheriâ: verùm ad triplicatam diametri longitudinem si addantur decem septuagesimæ primæ ejusdem diametri partes, linea illa collecta major erit peripheriâ. Proinde Triangulum ad dictum modum constitutum veram circuli magnitudinem, sive aream, vel excedit vel ab ea superatur, quæ tamen differentia in parvis circulis perexigua est, nec animadverti potest. In majoribus licebit ad triplicem diametri longitudinem, 14159 partes, qualium Diameter continet 100000, per 3 præc. cap. 4 acquisitas, superaddere, vel 16 qualium diameter 113 habet.

Qui accuratiorem Circuli dimensionem desiderat, proportionem diametri ad peripheriam assumat, quam posuit Ludol à Coln. ut sequitur.

Diameter.		Periph. major quam vera.
10000000000000000000	——	31415926535897932384 6

Diameter,		Periph. minor quam vera.
10000000000000000000	——	31415926535897932384 5

8. *Triangulum æquilaterum dato Circulo æquale constituere, quam proximè.*

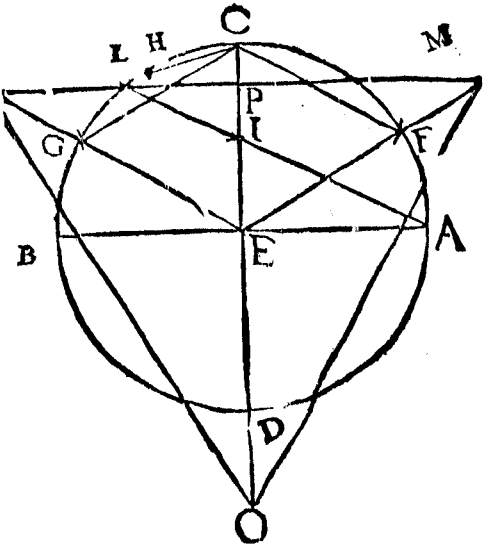
Non injucundum erit hic annectere, quâ ratione circulus datus in triangulum æquilaterum & æquangulum transmutetur, ipsius namque beneficio, circulus deinceps in æquale quadratum revocabitur quàm proximè.

Detur circulus A C B D, qui duabus A B & C D diametris, in ipso centro E orthogonalibus, per 12 præc. cap 4. in quatuor quadrantes dispescatur. Rectæ C F, C G, ipsi E C radio æquales, per pr. 14 el. peripheriæ coaptentur, ita enim uterque arcus C F & C G sextam peripheriæ partem comprehendet: Arcus C G bisecetur in H, ducaturque subtensa C H, ad cujus amplitudinem secetur C I, ex A per punctum I ducatur recta A I, secans peripheriam in L, perque ipsum L ducatur ipsi A B diametro parallela M N, secans E G & E F radios continuatos in M & N punctis: Tandem super rectam M N triangulum æquilaterum M N O construatur per 2. præc. cap. 7, quod erit circulo quam proximè æquale.

Porrò inter rectam O P, (quæ est ab angulo O, in latus M N perpendicu-

laris)

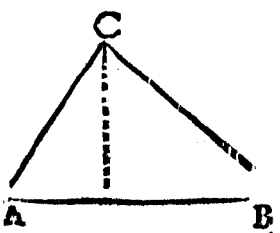
laris) & inter P M, dimidium ſcilicet ejuſdem lateris, media proportionalis per 10 præc. 4 cap. veſtigetur: quadratum ſuper eandem deſcriptum erit circulo dato quam proximè æquale.



SEQVVNTVR AXIOMATA.

Primum Axioma.

Trianguli tres anguli ſimul ſumpti æquivalent duobus rectis ſive bis 90 gr.



Verbi gratia,

In triangulo A B C propoſito, angulus C ſit 70 gr 25 m. Angulus B 50 gr. 17 m. Angulus denique A comprehendat 59 gr. 18 m. qui anguli in unam ſummam collecti, efficiunt bis 90, hoc eſt 180 gr. quod in omnibus triangulis ita ſe habere demonſtratur ab Eucl. 32 p. 1 lib.

Corollarium.

Quare cognitis duobus angulis; si eosdem à duobus rectis sive 180 gr. subduxeris, reliquus innotescet.

Verbi gratia.

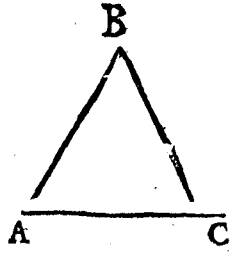
In priori triangulo Angulus C datur 70 gr. 25, m. angulus B 50 gr 17, m. qui collecti efficiunt 120 gr. 42, m. quibus à 180 gr. sublatis, relinquunt amplitudinem anguli A 59 gr. 18 m.

AXIOMA II.

2. *Isoscelium triangulorum Anguli supra basin sunt æquales: & contra si anguli supra basin existunt æquales, erit vel Isoscelium triangulum, vel æquilaterum.*

Verbi gratia.

In Triangulo A BC latera A B & B C sint invicem æqualia. Dico angulos A C B & B A C supra basin A C constitutos, æquales inter se esse: quod ipsum etiam in triangulis æquilateris verum erit, licet Euclides solummodo Isoscelibus accommodare videatur: & è converso si anguli A & C supra basin constituti æquales fuerint; latera, A B & B C æqualia inter se erunt, ut demonstratur 5 & 6 p. 1 lib. Eucl.



Corollarium,

Ex hac proportione liquet omne triangulum æquilaterum esse æquangulum & contra.

Omne triangulum æquangulum, hoc est, cujus omnes anguli sunt æquales, esse æquilaterum.

AXIOMA III.

3. *Angulus trianguli æquilateri valet duas tertias recti, hoc est, 60 gr.*

Cùm enim tres æquales anguli tribus rectis æquentur, unus æquabit duas tertias recti, sive unam tertiam duarum rectarum, utpote 60 gr.

AXIO-

AXIOMA. IV.

4 Trianguli duo quælibet latera, sunt majora reliquo tertio.

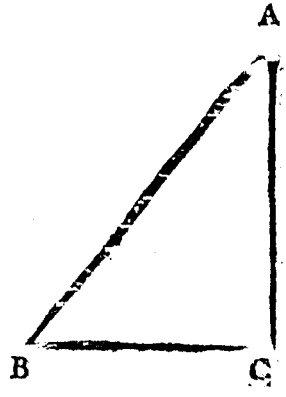
Sit triangulum A B C, quælibet ejus duo latera A B, A C esse majora reliquo B C, demonstrat Eucl. 20 p. 1.

AXIOMA V.

5. Trianguli majus latus subtendit majorem Angulum, & major angulus à majore latere subtenditur.

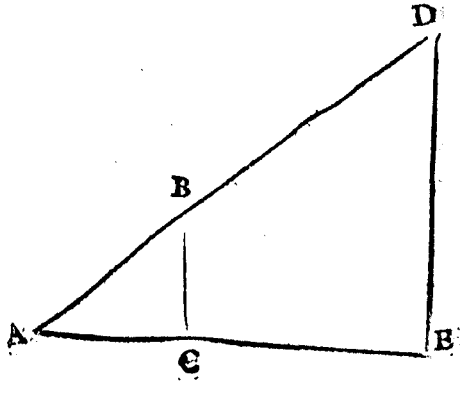
Verbi gratia.

In Triangulo A B C sit latus A B, majus latere A C: angulum itaque A C B quem latus A B subtendit, majorem esse constat angulo A B C, qui à minore A C latere subtenditur: & contra, quia angulus C major est angulo B, latus A B, subtendens majorem angulum C, majus erit C A, qui minorem B Angulũ subtendit, quod demonstratur 18 & 19 p. 1.



AXIOMA VI.

6. Si ad trianguli latus recta parallela ducatur, secabit eadem trianguli latera proportionaliter, & contra.



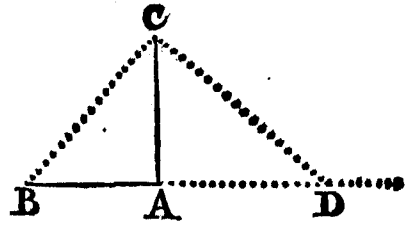
In triangulo A D E, recta ducatur B C, parallela lateri D E: Hæc secabit latera A D & A E proportionaliter in B & C punctis; ut enim A B ad B D, ita A C ad C E; & contra, si recta B C, latera A D & A E proportionaliter secet, constat B C parallelam esse reliquo lateri D E. Quod sequitur ex 4 Axio, cap. 3 hujus; & idem demonstrat Eucl. 2 p. 6.

AXIOMA VII.

Perpendicularis quæ ab Angulo recto in basin demittitur, est medium proportionale inter duo basis segmenta. & vicissim,

Crus alterutrum anguli recti, est medium proportionale, inter basin & basis segmentum contermivum.

Verbi gratia,



Esto triangulum B C D, rectangulum in C; ex angulo recto C, demittatur in Basin B D, perpendicularis C A, sequitur C A esse mediũ proportionale, inter B A & A D ipsius basis segmenta: hoc est, ut B A ad A C, ita A C ad A D.

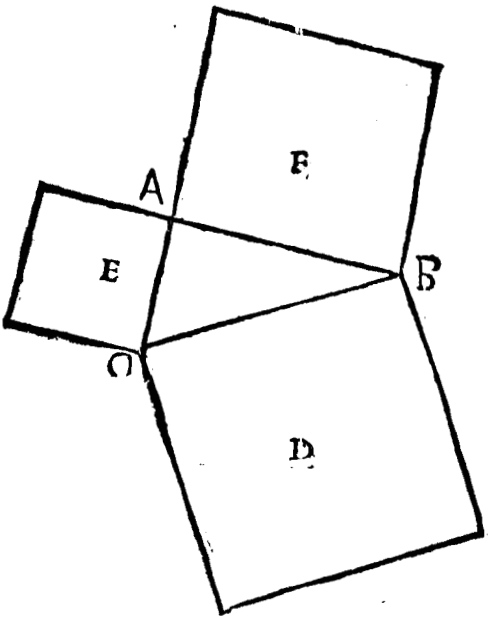
Vicissim, crus anguli recti D C, est medium proportionale inter basin B D, & conterminum segmentum D A, hoc est, ut D B ad D C, ita D C ad D A: similiter, crus B C, medium erit proportionale inter B D basin, & B A conterminum segment; hoc est, ut B D ad BC, ita B C, ad B A. Quod docetur 8 p. 6. Eucl.

AXIOMA VIII.

In triangulis rectangulis, quadratum lateris, angulo recto oppositi, æquale est duobus quadratis reliquorum duorum laterum: hoc est, quadratum Basis æquatur quadratis crurum,

Insigne hoc est Axioma, habetque utilitates quamplurimas, quarè dilucidè explicandum duxi: sit triangulum A B C, rectangulum ad A: & super basin anguli recti B C, describatur quadratum D; ad crus A C fiat quadratum E, super

ſuper B A fiat quadratum F: Comperies, quadratum D, ad baſin B C deſcriptum, æquale eſſe quadratis E & F ad crura A C & B A conſtitutis. Patet hoc ex ſequenti Axiomate, quamvis Eucl. ſpeciatim 47 p. 1. idem demonſtrat.



Conſectarium primum.

Datis duobus cruribus anguli recti, baſis non ignorabitur.

Si quadrata datorum crurum ſimul addantur, collectæ ſummæ latus quadratum, erit optata baſis. Verbi gratia: Crus A C ſit 12 pert. 4 ped. crus A B 20 pert. 5 ped. Multiplica 12 pert. 4 ped. in ſe, fiet quadratum cruris A C, 153 pert. 7. ped. 6 dig: ſimiliter ducendo in ſe 20 pert 5 ped. fiet quadratum lateris A B 420 per. 2 ped. 5 dig. Quadratorum inventorum ſumma per additionem collecta, exiſtit 574 pert. 0 ped. 1 dig Cujus radix quadrata per 5 & 11. præc 4 cap. 2 lib. Arith. noſtræ acquiſita, erit 23 pert. 1 ped. quam proximè: & tanta erit baſis quæſita B C quam proximè.

COROLLARIVM.

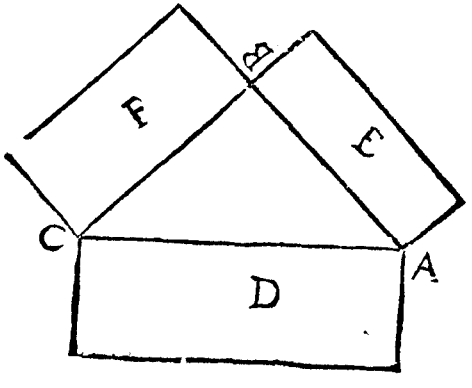
Data baſi cum crure reliquum crus non ignorabitur.

Quadra-

Quadratum cruris dati ex quadrato basis auferatur, & reliquus erit quadratum cruris quæsiti, cujus radix quadrata reliquum crus desideratum efficiet.

AXIOMA IX.

9. In triangulo rectangulo rectilineum super basin anguli recti descriptum, æquale est rectilineis priori illi similibus similiterque ad ejusdem trianguli utraque crura sitis.



Verbi gr.

Sit triangulum A BC rectangulum ad B, & super anguli recti basin A C rectilineum quodvis describatur D. Cui similia similiterque sita rectilinea E & F super B C & B A crura construantur, Dico rectilineum D æquale esse rectilineis E & F: demonstrat. Eucl. 31.p.6.lib.

Hæc de Geometria unius Trianguli; sequitur duorum triangulorum inter se comparatio.

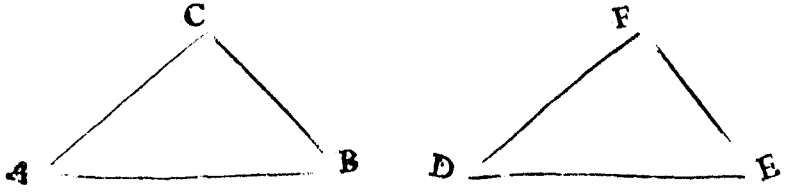
AXIOMA X.

10. Triangula æquilatera sunt æquangula.

Comparatio hic fit binorum triangulorum, ex quorum laterum æqualitate necessariò angulorum sequitur æqualitas: ut sint duo latera A B & A C trian-

guli

guli A B C, duobus lateribus D E & D F trianguli D E F æqualia, utrumque utrique: nempe A B ipsi D E: & A C ipsi D F: sit autem & tertium latus B C, tertio E F æquale. Dico triangula A B C & D E F æquiangula esse, hoc est, angulus A æquabitur angulo D, & B angulus æqualis erit angulo E, & C æquabitur F, per 8 p. 1 Eucl.



AXIOMA XI.

Si bini anguli duorum triangulorum æquantur, reliqui æquantur:

Per; axioma in quolibet triangulo tres anguli duobus rectis æquantur. Ergo omnes trianguli ternis angulis æquantur Hinc si duo sint triangula, quorum unum habet duos angulos duobus angulis alterius æquales, reliquus etiam tertius utriusque æqualis erit. Terni enim æquantur inter se: ideoque si à ternis illis æqualibus tollas æquales, utrimque nempe duos, reliqui tertii erunt æquales.

AXIOMA XII.

Triangula æquealta sunt ut ipsorum bases.

Axioma hoc satis lucidè exposuimus 2 Axio. cap 5.

AXIOMA XIII.

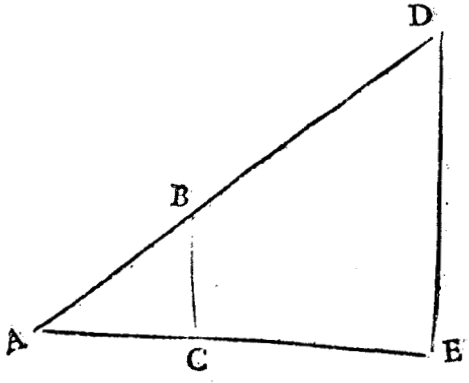
Triangula æquangula habent latera circa æquales angulos proportionalia.

Hoc Axioma præcipuum est totius Geodæsiæ fundamentum, igitur præ cæteris cunctis diligenter & explicetur & attendatur. Sint duo triangula A C B & A E D æquangula, ita ut anguli B & D, item A & A; itemque C & E

mutuo sint æquales. Dico latera eorum circa æquales angulos proportionalia esse, hoc est

1 ut AC ad CB, ita AE ad ED:
2 ut AB ad BC, ita AD ad DE:
3 ut AB ad AC, ita AD ad AE:

Hujus demonstrationem hic adjungere volui. Quia anguli C A B & E A D ex thesi dantur æquales. Quare si A C applicetur ad A E: necessario A B & A D invicem congruent, hoc est, A B cadet in A D per 3 pr. cap. 3 & ista ap-



plicatione tale fiet schema, in quo schemate lineæ B C & D E invicem parallelæ existunt per 28 p. 1 Eucl. namque recta A E inter duas rectas incidens, facit ex thesi angulum B C A externum, æqualem angulo D E A interno, & ad easdem partes opposito. Porro quia anguli A crura A E, A D parallelis D E & B C intersecantur, parallelæ segmentis conterminis erunt proportionales per 6 axio. cap. 3. eritque ut D E ad B C, ita A E ad A C, vel ita D A ad A B: contrariè & quod idem.

ut A C ad A E / A B ad A D ita C B ad E D

Alternè, ut A C ad C B, ita A E ad E D,
ut A B ad C B, ita A D ad E D,

Atque ita priora duo axiomatis membra explicavimus: tertium membrum ex 4 axio 3 cap. vel magis dilucidè ex 6 axio. hujus constat. Quia in triangulo A E D recta B C ad latus D E est parallela: reliqua A E & A D ejusdem latera sunt proportionaliter ad C & B secta, eritque.

ut A

ut A B ad A C, ita A D ad A E.

Atque ita triangula æquangula circa æquales angulos latera habent proportionalia, cujus præcipuus in Geodœsia usus. Quod ipsum numeris sic illustrabitur:

Illustratio per numeros.

Latus A C detur 15 pert. 6 ped.

Latus C B, 8 pert. 4 ped; atque A E latus 32 pert. 5 ped. Quæritur latus E D quot pert? Stabunt numeri in aurea proportionalis regula sic, & per 6 præc. cap. 1 lib. 2 Arith. nostræ invenietur D E 17 pert. 5 ped.

A C		C B		A E
15 : 6	——	8 : 4	——	32 : 5

Fiet pro E D. 17 : 5

CAP. VIII.
DE QVADRANGVLIS.

Quadrangulum est planum quatuor lineis rectis comprehensum. Estq; Vel Parallelogrammum, vel Trapezium.

Parallelogrammum est quadrangulum quatuor lineis oppositis parallelum. Estque Rectangulum vel Obliquangulum.

Rectangulum parallelogrammum, cujus omnes anguli sunt recti. Estque, Quadratum vel Oblongum.

Quadratum est parallel. rectangulum æquilaterum.

Oblongum est parallel. rectang. inæquilateum.

Obliquangulum parallelogrammum, est cujus omnes anguli sunt obliqui Estque

Rhombus, vel Rhomboides.

Rhombus est obliquangulum parallelogramm. æquilaterum, quale refert quadratum in se contortum.

Rhomboides est parallelogr. Obliquangulum inæquilaterum, quale est oblongum in se contortum.

Trapezium est quadrangulum non parallelogrammum. Estque Rectangulum vel Obliquangulum.

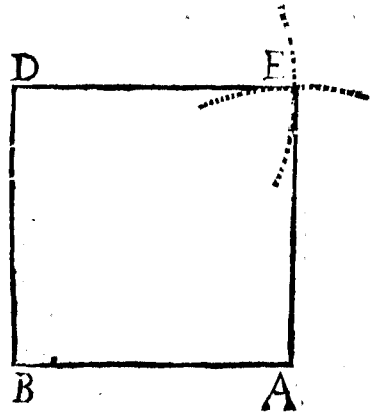
Rectangulum Trapezium duo habet latera opposita parallela, sed inæqualia, & tertium inter eadem perpendiculare.

Trapezium obliquangulum est quadrangulum non parallelogrammum, habens angulos omnes, vel ad minimum duos obliquos, cujus nullum inter duas parallelas perpendiculare latus existit.

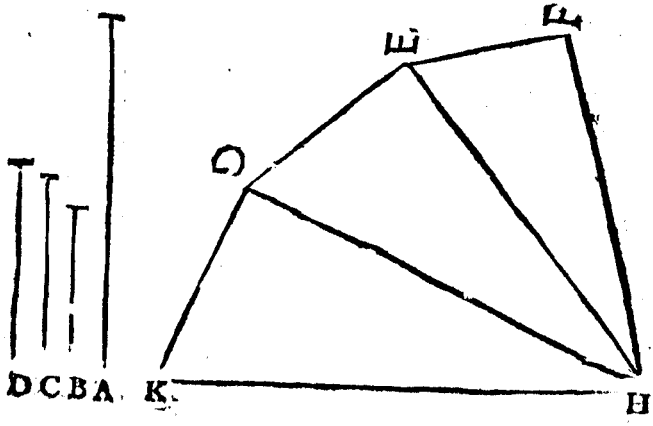
Fabrica Quadrati.

1. *Super datam rectam lineam quadratum describere.*

Sit super recta A B data, quadratum construendum: Ab extremitate ipsius A B datæ excitetur perpendicularis B D ipsi A B æqualis per 7 præc. cap. 3. Deinde ex D puncto, ad intervallum ipsius D B, sive A B, describatur arcus peripheriæ. Similis arcus describendus ex A puncto, secans priorem in E: Iunganturque rectæ A E & D E, & constructum erit quadratum. vide 46 p. 1 lib. Eucl.



2. *Propositis quotcunque quadratis, sive æqualibus, sive inæqualibus, constituere quadratum omnibus illis æquale.*



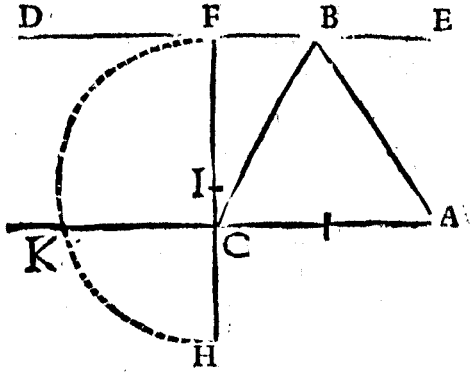
Sint

Sint quatuor quadratorum latera A, B, C, D, quibus omnibus unum æquale quadratum describendum.

Ad lineam H F, æqualem rectæ A, statuatur perpendicularis F E, æqualis ipsi B, & connectatur H F, cui ex E excitetur perpendicularis E G æqualis ipsi C, & jungatur H G, ad quam rursus perpendicularis excitetur G K, æqualis ipsi D, fiatque H K. Quadratum super H K constructum æquale erit quatuor quadratis super A, B, C, D constructis. Demonstratur ab Eucl. 47. p. 1.

3. *Dato Triangulo æquale Quadratum construere.*

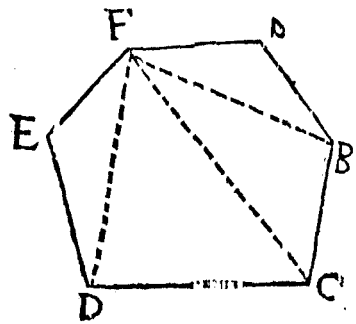
Ad hoc problema conficiendum, media proportionalis quærenda inter altitudinem Trianguli & mediam basin ejusdem, per 10 præc. cap. 4. Postea super inventam proportionalem Quadratum exstruendum per 1. præc. hujus: idem & hac praxi absolvetur. Sit Triangxlum A B C datum, cui æquale Quadratum sit construendum. Basis A C continuetur ad partem C: & per oppositum angulum B basi continuatæ parallela ducatur D E, ex angulo C excitetur ipsi basi perpendicularis C F, secans D E in F, dimidium basis C A secetur à C



in H; F H bissecetur in I: Tandem ex I tanquàm centro ad intervallum I H vel I F peripheria describatur, quæ secabit A C continuatam in K. Quadratum super C K constitutum æquale erit triangulo A B C dato. Demonstrat Clavius in scholio ad 14 p 3 lib. Eucl.

4. *Dato quocunque rectilineo, sive quadrangulo, sive multangulo. æquale quadratum constituere.*

Primum rectilineum datum resolvatur in triangula, ducendo nimirum ex quolibet angulorum F in reliquos omnes & singulos ipsius rectilinei angulos, lineas rectas FB, FC, FD, quæ resolvent rectilineum hic expositum in quatuor A F B, B F C, C F D, & C F E triangula: Deinde per antecedens præc. Latera inquirenda, quorum quadrata sunt ipsis triangulis ordine æqualia,



Postea per 2 præc. hujus, quadratum construendum omnibus laterum quadratis æquale, atque adeo omnibus triangulis, & consequenter ipsi figuræ. Quod enim omnibus partibus simul acceptis æquale est, id toti convenit.

5. *De quadrando Circulo, hoc est, quadratum circulo dato quam proximè æquale constituere.*

Similiter, ut fiat quadratum quod circulo dato quam proximè sit æquale. Primò per 8 præc. cap. 7 triangulum construendum circulo dato quam proximè æquale: deinde fiat quadratum isti triangulo æquale.

Aliter.

Quia rectangulum sub dimidia peripheria & semidiametro comprehensum circulo æquatur, inter rectam quæ dimidiæ peripheriæ æquatur, & ipsius circuli radium media proportionalis vestigetur, ea erit latus quadrati,

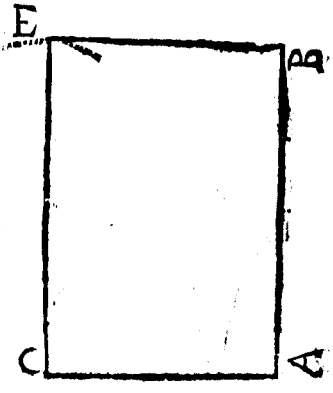
Alio modo.

Ex circuli dati diametro auferantur partes 22 $\frac{1}{10}$ qualium radius ejusdem circuli 100 habet: (partes illas commode acquires per 2 præc. cap. 4.) & super dia-

per diametri residuum extruatur quadratum, quod circulo dato quàm proximè æquale erit.

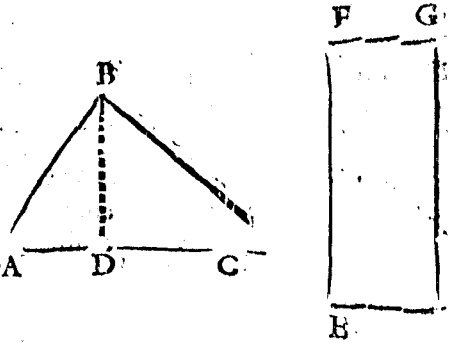
7. *Ad datas duas rectas oblongum rectangulum constituere.*

Datæ duæ rectæ, ut A B & A C jungantur ad angulum rectum B A C: centro B, ad intervallum A C, arcus peripheriæ describatur: & ex C centro, intervallo verò A B, dictus arcus in E secetur: rectæ E B & E C connexæ, constituent cum B A & C A datis oblongum desideratum.



8. *Oblongum rectangulum triangulo dato, & in optata altitudine, vel ad rectam æquale ut fiat.*

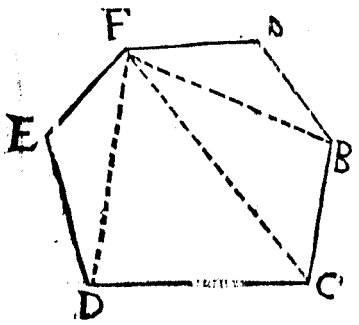
Sit triangulum A B C datum, cui æquale rectangulum oblongum construendum erit in longitudine E F data. Primum à vertice triang. B descendat in subjectam basin perpendicularis B D, quæ altitudinem trianguli refert, deinde per præc. 9 cap. 4 inter altitudinem datam E F, & trianguli altitudinem B D, atque dimidium A C basis trianguli, quarta proportionalis acquiratur, quæ sit F G: Oblongum rectangulum ex E F & F G per antecedens præc constitutum, erit æquale triangulo dato.

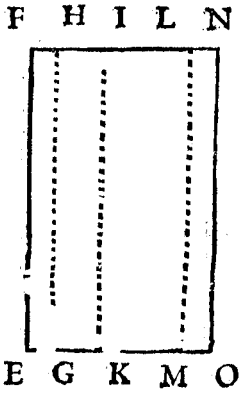


9. *Oblongum rectangulum cuilibet rectilineo dato æquale ad altitudinem, vel ad datam rectam constituere.*

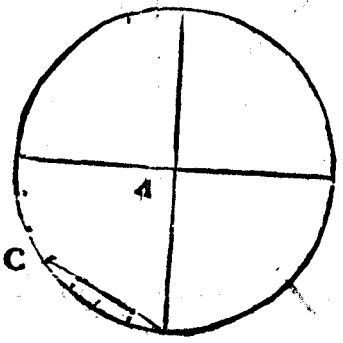
Resolva-

Resolvatur rectilineum propositum in triangula, ut 4 præc hujus docuimus, & in rectilineo hic posito videre est. Deinde super E F altitudinem datam fiat per antecedens præceptum oblongum rectang. E F H G æquale triangulo F E D, similiter ad G H conficiendum oblongum G H I K, æquale triangulo D F C. Consequenter ad I K fiat oblongum I K L M æquale Triangulo B F C. Tandem ad L M fiat oblongum L M N O æquale A F B triangulo, factum erit quod jubetur, hoc est oblongum E F N O æquabitur rectilineo dato.

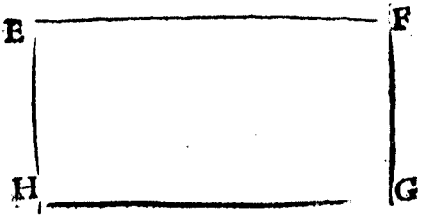




10. Rectangulum oblongum quam proximè circulo dato æquale constituere, idque in longitudine data.



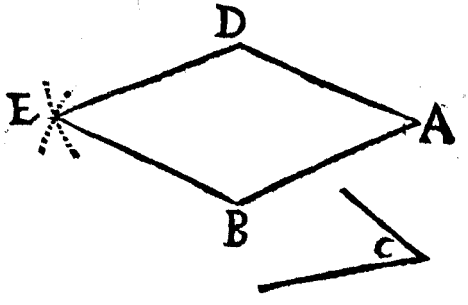
Detur circulus ex radio A C descriptus, cui æquale oblongum rectangulum in longitudine E F data construendum. Inter longi-



tudinem

tudinem E F datam, & radium circuli A C, atque rectam quæ semiperipheriæ coæqualis erit (quam præc. 8 cap. 7 invenire docuimus) vestigetur quarta proportionalis F G. Oblongum rectangulum ex rectis F E & F G constructum a quale erit circulo dato quam proximè, quale est F E G H.

11. In dato angulo rectilineo, & ad datam rectam, Rhombum constituere.

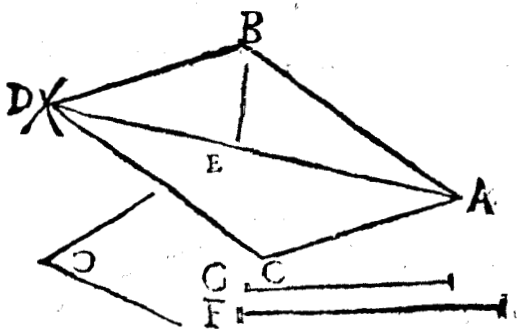


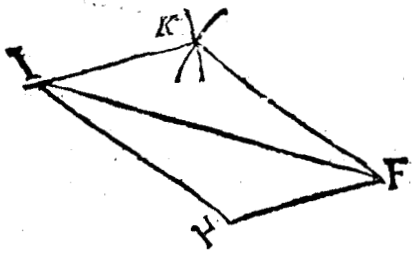
In angulo C, & ad rectam A B sit construendus Rhombus. Super A B construatur per 13 præc cap 3 angulus ęqualis angulo C dato, ducta linea A D, quę quoque ęqualis assumatur rectæ A B datę. Deinde ex centro D, ad intervallum vero D A, vel A B peripheriæ arcus describatur: ad simile intervallum ex B secetur arcus ille in E, rectæ D E & B E connexę cum A B & A D, constituent Rhombum, cujus anguli A & E ęquales erunt angulo C dato.

12. Rhomboidem construere, cujus unus angulorum æqualis sit dato angulo rectilineo, lateraque circum illum angulum datis duabus rectis æqualia.

Angulus datus sit C, & rectę datę F & G, construendus erit Rhomboides, habens angulum angulo C dato æqualem, lateraque circa eundem angulum rectis F & G ęqualia. Per 13 præc. cap 3 describatur angulus B A C, æqualis angulo C dato, sumanturque A B æqualis ipsi F, & A C ipsi G æqualis. Deinde ex centro B, ad intervallum A C, vel G datæ, arcus periph. describatur, & ex centro C ad intervallum F datæ, secetur arcus ille in D. Rectæ B D

& C D cum prioribus A B & A C connexæ, constituent Rhomboidem desideratum. Cujus angulus A ęquatur angulo C dato, & crura ejusdem anguli A B & A C ęqualia sunt F & G datis.





13. Dato Rhombo, sive Rhomboide super datam rectam, simile similiterque situm Rhombum sive Rhomboidem constituere.

Detur Rhomboides superior A B D C, cui super F H rectam datam similis similiterque situs describendus.

Ex quolibet angulo, ut ex A, ad angulum oppositum recta ducatur A D, quæ diameter erit ipsius figurę, secabitque Rhomboidem, in duo D B A & A C D triangula ęqualia Super F H ex puncto F construatur angulus H F I, ęqualis angulo C A D, ducta F I recta: similiter ex ejusdem lineę puncto H excitetur angulus F H I, æqualis angulo D C A, ducta recta H I, coibunt F I & H I productę in punctum I, eritque triangulum F H I simile similiterque situm ipsi

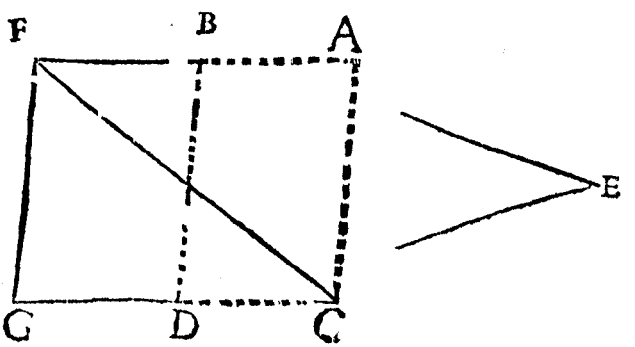
A D C

A D C Triang. Consequenter super rectam, F I excitetur angulus F I K æqualis angulo A D B, & angulus K F I super eandem rectam F I construatur æqualis B A D ang. coëunt rectæ F K & I K ad punctum K, & triangulum F K I erit simile similiterque situm cum A B D triangulo. Vel brevius sic, extructo triangulo F H I, super I tanquam centro, ad expansionem circini F H, describatur arcus peripheriæ, qui ex F ad amplitudinem H I secetur in K, connectantur rectæ F K & I K, ut fiat triangulum, F K I, simile similiterque situm cum A B C triangulo, erit quoque Rhomboides F H I K super F H datam rectam constructus, æqualis Rhomboide A B C D dato, ut demonstratur 18 p 6 Eucl.

Docet eadem propositio Eucl. super datam rectam dato quolibet rectilineo sive quadrangulo, sive multangulo, simile similiterque situm rectilineum ad eundem modum constituere, quorum descriptionem prosequimur cap. sequenti.

14. *Parallelogrammum in dato angulo rectilineo æquale Triangulo dato constituere.*

Propositio hæc convertit pr. cap 7. Quare repetatur ejus schema, quod proponit triangulum F C G: angulus hic quoque datur E: Construendum nobis parallelogrammum æquale triang. F C G, habens angulum æqualem angulo

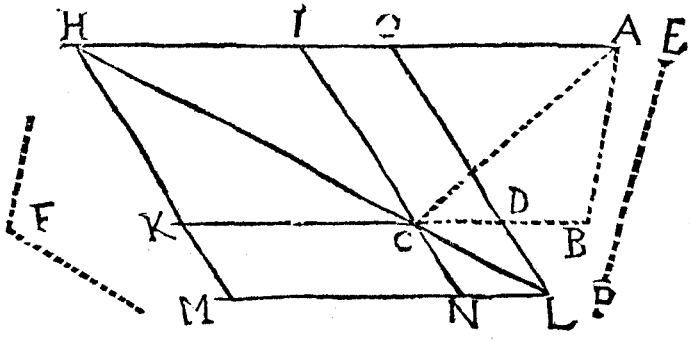


E. Latus trianguli C G dati bissecetur in puncto D, ex quo excitetur angulus C D B æqualis angulo E dato, pro ut libet, hoc est, sive vergat angulus ad partes C,

tes C, vel ad partes F: deinde ex trianguli vertice F ducatur ipsi C G parallela F A per 12. pr. cap. 2, quæ secabit D B ad punctum D. similiter per C ducatur parallela C A occurrens F A in A: Eritque parallelogrammum A B C D constructum quale desideravimus: Ratio ex 2 Ax. cap. 5 manifesta; demonstratq; Eucl. 42. p. 1.

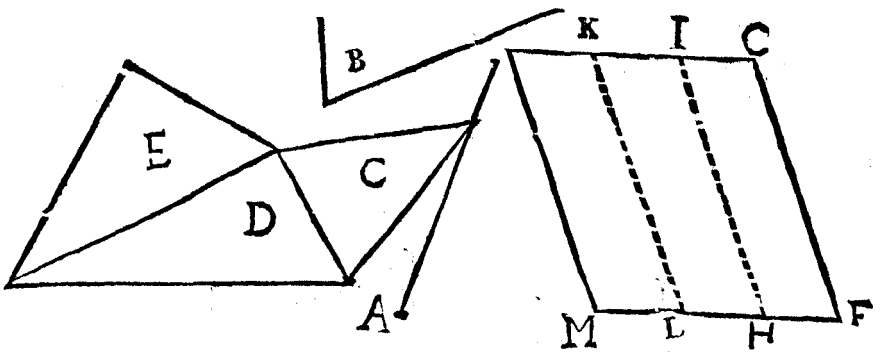
15. Parallelogrammum in angulo rectilineo dato, ad datam rectam, triangulo dato, æquale constituere.

Recta data sit P E. Triangulum datum A B C, & angulus rectilineus datus F: parallelogrammum construendum, æquale Triangulo A B C, habens angulum angulo F æqualem, & unum latus æquale rectę E P datę.



Latus trianguli dati B C secetur dimidio in D, & ex D fiat angulus B D O æqualis angulo dato F, ducta nimirum linea D O, cui per C parallela ducatur C I, per verticem itidem trianguli A agatur ipsi B C parallela A H, occurrens D O & C I in O & I puncta. Vnde per antecedens præceptum parallelogrammum D C O I æquale erit triangulo B A C dato. Latus trianguli B C continuetur usque in K, ducaturque C K æqualis lineæ P E datæ, cui æqualis itidem prodeat I H, & connectantur H K in lineam rectam: Extendatur deinceps L N M ipsi B K parallela, secans H K prolongatam in M, elongetur I C in N. Dico parallelogrammum N C K M esse id quod quæritur: habet enim latus C K æquale rectæ P E datæ, & angnlum N C K angulo dato F æqualem, demonstratur. pr. 44. lib. 1 Eucl.

16. Ad datam rectam in dato angulo parallelogrammum constituere æquale cuilibet rectilineo dato.



Detur linea recta A, angulus sit datus B, & figura rectilinea data C, D, E: Ad datam rectam A, vel ei æqualem FC, construendum parallelogrammum ęquale rectilineę figuræ datę, habens angulum æqualem angulo B dato. Resolvatur rectilineum in Triangula C, D, E: & ad F C rectam, ęqualem ipsi A; Per antecedens pręceptum construatur F C I H parallelogr. æquale triangulo C, quod habet angulum F angulo B dato æqualem; pari ratione ad H I, in eodem angulo, conficiendum erit parallelogrammum H I K L, ipsi triangulo D æquale. Tandem ad L K fiat in eodem angulo parallelogrammum L M K, triangulo E æquale: sic deinceps procedatur, si in rectilinea figura data, plura fuerint triangula, dictoque citius quæstionem absolves. Namque tria parallelogramma constructa, ęqualia rectilineo C D E, unicum & uniforme parallelogrammum efficiunt, ut demonstratur 54 p. lib. 1. Eucl.

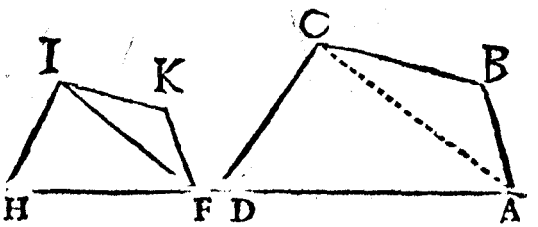
COROLLARIVM.

Pari ratione, propositis quotcunque rectilineis, illis æquale parallelogr. conficietur, si omnia in triangula resolvantur, quibus parallelogramma singula singulis æqualia, ut hic factum, conficeantur.

DE TRAPEZIORVM FABRICA.

17. Dato Trapezio sive Obliquangulo; simile similiterque situm ad datam rectam constituere.

Detur Trapezium A B C D, cui super rectam F H datam simile similiterque situm trapezium constructur. Ducta diametro A C, super rectam F H excitetur angulus H F I, æqualis angulo D A C; itemque super eadem F H constituatur angulus F H I æqualis angulo Trapezii dati A D C. Rectæ F I & H I coëunt in I, & Triangulum F H I est simile similiterque positum Triangulo



A D C Consequenter super F I, ex puncto I excitetur angulus F I K, æqualis A C B angulo, nec non ex F, ad eandem F I rectam conficiatur angulus K F I æqualis B A C angulo: rectæ F K & I K coalescunt in puncto K, & triangulum F K I est simile, positum Triangulo B C. Trapezium F K I H ad F H constitutum, est simile similiterque positum Trapezio A B C D dato, quod erat faciendum.

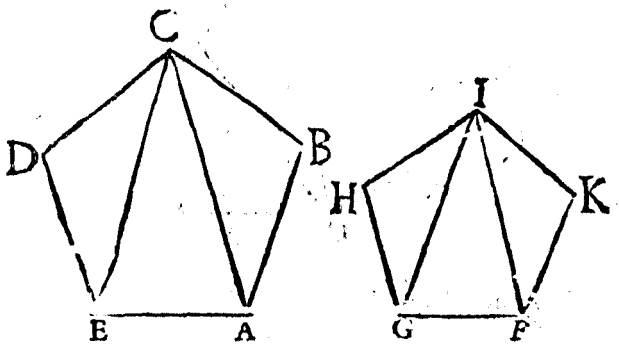
CAP. IX.
DE MVLTANGVLIS.

PLanum rectilineum Multangulum est, quod pluribus quàm quatuor lineis rectis comprehenditur.

Hoc generali nomine reliqua omnia figurarum rectilinearum genera Euclides complexus est, ut sunt, quinquangulum, sexangulum, & septangulum, & quæ ex iis nata sunt pro numero angulorum innumerabilia, eodem modo à numero

numero laterum figuram circumscribentium quinquilatera, sexilatera, septilatera non in decenter appellari possunt. In quolibet autem genere multangulorum duntaxat ordinatum esse prædiximus, ut quinquangulum ordinatum, *Pentagonum* sexangulum ordinatum *exagonum* dictum, & sic de aliis.

2. *Dato multangulo rectilineo, sive ordinato, sive inordinato, simile similiterque situm multangulum construere super datam rectam.*

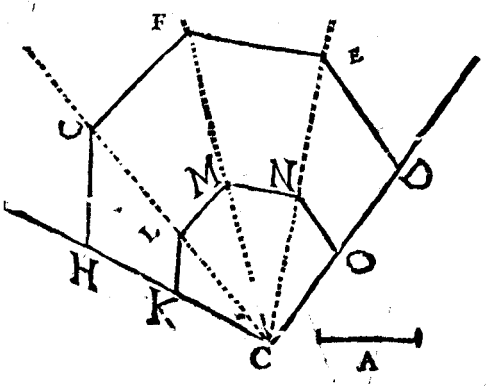


Datum sit rectangulum A B C D E, data linea recta F G, ad quam simile similiterque situm rectangulum sit construendum. Resolvatur rectilineum datum in Triangula, ductis ex quolibet angulorum C, ad oppositos angulos rectis C A, C E, ut sæpè monuimus, & ad extremitates ipsius F G datæ construantur anguli I G F, & I F G, ita ut I F G æqualis sit angulo C A E, & I G F, æqualis angulo C E A. Lineis G I & F I hoc modo concurrentibus in I, erit Triangulũ F I G Triangulo A C E simile & similiter sitũ: super rectam I G angulo I G H, æquale exstructo quoque angulo D E C, atque G I H æquale E C D, ductis G H & I H rectis in H concurrentibus. Tandem super F I angulum F I K, æqualem angulo A C B, & I F K æqualem B A C excito, lineis in K concurrentibus, & sic completa est figura, quæ dato plano multangulo est similis similiterq; sita: est enim in Triangula, æqualia numero, & similia divisa, ut ipsum planum datum, quare eidem similis per 18 p. 6.

Alio modo, & expeditius idem absolvere.

Sit sexangulum rectilineum C D E F G H, cui simile similiterque situm super rectam

rectam A, vel aliam ei æqualem construendum Productis duobus lateribus C D & C H, protrahantur ex C angulo per omnes alios angulos rectæ C E, & F, Deinde ex C H auferatur G K æqualis datæ rectæ, A. Post hæc ducatur recta K L parallela ipsi H G, & per L ducatur parallela ipsi G F, quæ sit L M, & sic deinceps donec omnia latera suas habeant parallelas, exceptis duobus C H &



C D productis: factumque erit quod fuit propositum, hoc est, sexangulum, C K L M N O, erit simile similiterque situm dato sexangulo C D E F G H, idque super rectam G K, quæ datæ A lineæ æqualis est, Idem quoque præcept. expeditius docebimus cap. 2. præc. 10. lib. 2. & beneficio lineæ proportionalis facilius multò.

3. *Dato rectilineo simile similiter situm rectilineum sub quavis proportione data, majus vel minus, constituere.*

Propositio hæc generaliter loquitur de quavis figura rectilinea, sive ea Triangulum sit, sive quadrangulum Quare in Triangulo primum esto exemplum. Sitque Triangulum A B C, cui simile similiterque situm sit describendum majus: vel sit datum L N M, cui minus sit statuendum in eadem proportione quam respectivè inter se habent Linea F ad lineam D. Accipe quodlibet trianguli latus, ut A C, & datarum trium linearum, utpote F D, & A C, vestigetur quarta proportionalis H per 9 præc. cap. 4. & inter ipsas A C & H media proportionalis inventetur per 10 præc. cap. 4. quę sit L M. Demum super L M constituatur Triangulum simile similiterque situm L M N. Dico Triangulum A B C datum majus esse aut minùs quam L M N constructum juxta proportionem

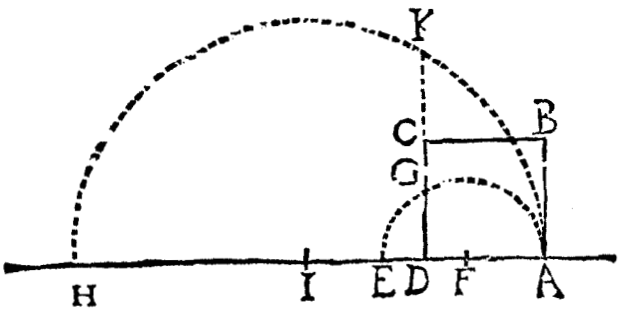
portionem datam F ad D, Hinc si F linea triplo fuerit major quàm linea D, ut in dato exemplo, etiam A B C Triangulum triplo excedet L N M. Si verò recta F detur minor D, tantundem etiam Triang. A B C ipsi L M N triangulo proportionaliter minus erit.

COROLLARIVM.

Patet hic via quâ quodcunque Rectilineum duplicabimus, triplicabimus, quadruplicabimus, &c. vel aliud constituemus, quod fit illi dimidio minus, vel tertiâ, quarta, vel quinta parte &c.

Praxis est facilis, verbi gratia: Esto quadratum A B C D, cui triplo minus sit construendum: prolongato latere A D, ad partem D, tertia pars lateris A D per 1 vel 4 præc. cap. 4 acquisita, secetur à D usque in E, & A E bissecetur in F, ex quo, assumpto radio F E vel F A, peripheria describatur, quæ secabit D C in G, & recta D G erit media proportionalis inter D E & D A lineas per 10 præc cap 4. Quare per Corollarium 2 p. 6 Eucl. Quadratum ad D G descriptum, erit triplo minùs, quadrato A B C D dato.

Ad eundem modum idem A B C D quadratum triplo augebitur.



Latus quadrati A D assumatur ter à D usque in H, ut recta D H assumpta sit triplo major latere quadrati D A, & ex medio ipsius A H puncto I, ad intervallum I A, vel I H peripheria describatur, quæ secabit latus D C prolongatum in K, Quadratum super K D descriptum, erit triplum ipsi A B C D

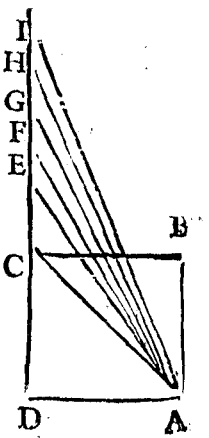
 quadrato:

quadrato: ſimili modo duplicabis, quadruplicabis, vel quintuplicabis, &c.

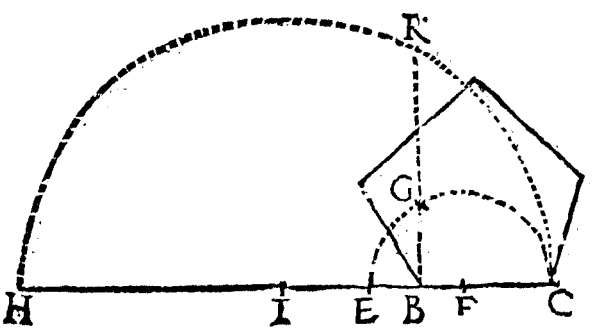
4. Fortè expeditiùs augebitur quavis multiplici proportione datum quadratum hoc modo.

In latere quadrati D C à parte C continuato, ſumatur, diagonalis quadrati A C, à C uſque in E, ut fiat D E æqualis A C: quadratum ſuper D E conſtructum erit dato quadrato duplum.

Similiter connectatur A E, ejuſque intervallum ſecetur à D uſque in F. Quadratum ſuper D F deſcriptum erit priori triplum, Similiter connectatur A F, ejuſque intervallum ſtatuatur à D in G. Quadratum ſuper D G deſcriptum, erit priori quadruplum: Et hoc modo pergendo, licebit quavis multiplici proportione quadratum quodcunque datum augere.



Hęc pragmacia procedit in quadratis & circulis, ſed in aliis non item. Quare juxta priorem operandi formulam, rectilinea reliqua augenda & minuenda erunt. ut,



Sit datum quinquangulum, cui triplo minus vel majus ſit ſimile ſimiliterque ſitum aliud conſtituendum. Producto latere C B, à parte B excitabis ſuper idem, ex termino & puncto B, perpendicularem B K, & pars tertia lateris C B ſtatua-

B statuatur à B in E. Recta C E bifariam divisa in F, ex eodem F puncto ad intervallum F C vel F E peripheria scribatur, quæ secàbit perpendicularem B K in G.

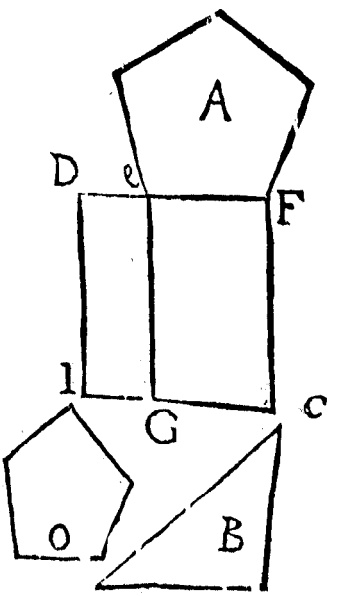
Quinquangulum super B G simile similiterque situm erit triplo minus quinquangulo dato.

Verùm si augendum sit datum quinquangulum, verbi gratia: sit idem triplicandum: Latus C B ter statuatur à B usque in H, ita ut B H triplo excedat latus quinquanguli C B, ex medio ipsius C H puncto, utpote I, peripheria describatur, quæ secabit perpendicularem in K: Quinquangulum super B K simile similiterque descriptum, erit dato quinquangulo triplum.

Idem hoc præceptum alio & expeditiore modo agendi à nobis explicabitur lib. sequenti cap. 3. præ. 10. præsertim quando figura proposita valde existit irregularis & plurium laterum.

5 *Dato rectilineo, simile similiterque situm, ut & idem sit alteri dato æquale, constituere.*

Sint data rectilinea A & B. Aliud erit nobis construendum, quod simile quidem sit ipsi A, æquale vero ipsi B. Super E F rectilinei latus, cui rectilineo, simile debet confici, construatur per 9 præ. cap. 8 rectangulum oblongum F E G C, æquale tamen ipsi A rectilineo; super rectam E G, inque angulo D E G recto, fiat oblongum rectangulum G E D I, æquale ipsi B rectilineo, erit tam F E D, quàm C G I una linea recta, per 45 pr. lib. 1. Eucl. Postea inter F E & E D rectas media proportionalis quæratur per 10 præc. cap. 4, quæ sit O, ad quam construatur rectilineum O, simile similiterque positum ipsi A, per 2 præc. hujus, idem rectilineum æquale erit rectilineo alteri dato B, ut demonstratur 25 pr. lib. 6 Eucl, qui pro oblongo rectang parallelogr. cujusvis anguli assumit: sed expeditius per oblongum rectang. efficitur, ut hic.

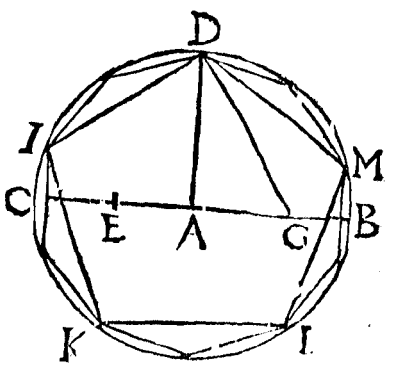


DE ORDINATIS MVLTANGVLIS.

In ſingulis multangulorum rectilineorum ſpeciebus unicum tantum reperitur ordinatum, ut dictum antèa, qualia ſunt illa rectilinea, quæ ad æqualia latera circulo inſcribuntur, vel quæ ad æqualia latera, & angulos æquales circulo circumſcribuntur, quorum fabrica ſequitur.

6. *In dato circulo Pentagonum & decagonum ordinatum inſcribere.*

Sit peripheria ex centro A deſcripta, cujus diameter B C; Ex centro A excitetur ad diametrum radius perpendicularis A D; ſemidiameter A C ſecetur medio in E, intervallum E D aſſumatur in Diametro ab E uſque in G, ducaturque G D; quę latus erit pentagoni, & A G latus Decagoni circulo dato inſcri-



bendum; ut demonſtrat Ptolomæus lib. 3 magnæ conſtru. Quare recta D G quinquies in circulo peripheriæ coaptetur ſc. in D, I, K, L, & M puncta: recta DI, IK, KL, LM, MD conſtituent pentagonum ordinatum, quale deſideravimus Si intervallum G A decies in peripheria aſſumatur. Lineæ connexæ comprehendent decagonum ordinatum.

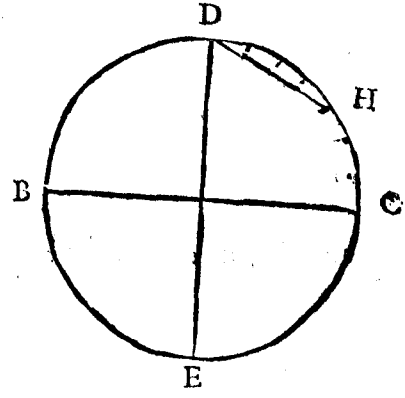
Hoc loco notandum, multangulo circulo inſcripto, coaptari poſſe multangulum, quod duplo plura latera & angulos habet; Diviſis enim ad dimidium arcubus, rectisque ſubtenſis lineis, conſtat propoſitum. Vnde inſcripto Decagono, inſcribetur & Iſocagonum, viginti ſcilicet laterum: & Hexagono inſcripto

ſcripto facilè Dodecagonum exſtructur.

7. *In dato Circulo Hexagonum ordinatum deſcribere*

Per coroll. 15 p. 4. Eucl. Hexagoni latus æquatur peripheriæ radio. Quare radius in circuli dati peripheria ſexies accommodetur: lineæ connexæ conſtituent hexagonum ordinatum.

8: *In dato Circulo quodlibet multangulum ordinatum deſcribere.*



Dividatur peripheria circuli dati in quatuor quadrantes, duabus B C, & D E diametris in centro A orthogonalibus, per 12 præc. cap. 4. Deinde circini beneficio quadrantem D C ſecabis, in tot partes æquales, quot latera anguloſve multangulum deſcribendum continet. Verbi gratia, ſit deſcribendum heptagonum; Quadrans D C dividendus in 7 partes æquales, contrahendo vel dilatando circini crura, donec reperias eorum interſtitium quadrantem in 7 partes æquales partiri. Recta D H, quæ quatuor inventas partes ſubtendit, erit latus Heptagoni inſcribendi. Quare ſepties coaptetur eadem peripheriæ, & conſtructum erit Heptagonum in circulo dato ordinatum. Namque ita ſe habet una pars ad quadrantem, ut quadruplum unius partis, hoc eſt arcus D H, ad quadruplum quadrantis, id eſt, ad totam peripheriam. Quanta ergo pars quadrantis eſt una illarum, in quas quadrans diviſus eſt, ejusdem quoque magnitudinis erit arcus D H totius peripheriæ.

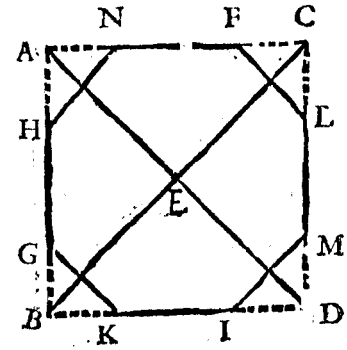
Aliter.

Peripheriam circuli, hoc eſt gradus 360 divide per numerum laterum, angulorumve multanguli deſcribendi, & producti numeri arcum in circuli dati peripheria per 13 vel 14 præc cap. 4 accipe: recta arcui iſti ſubtenſa erit latus multanguli deſcribendi. Verbi gratia, ſi octangulum ſit inſcribendum: divide

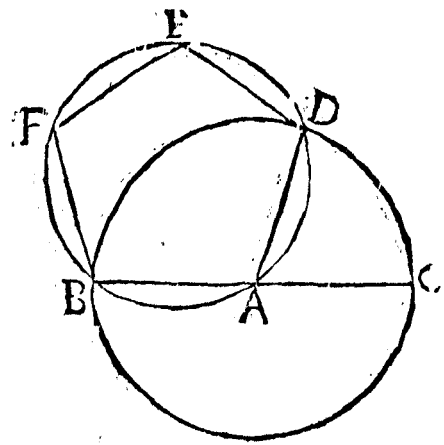
integræ peripheriæ gradus, id est, 360 per 8, fiunt 45: recta subtendens arcui 45 gr. in peripheria data, erit latus octanguli circulo inscribendi: sic, si Heptagonum, hoc est, septem angulorum rectilineum fuerit inscribendum: divisis 360 gr. per 7, fiunt 51 gr. 26. m. ferè, quorum subtendens erit latus Heptagoni.

9. Octogonum ordinatum ad datam altitudinem constituere.

Detur altitudo A B, ad quam construatur quadratum per 1 præc. cap. 8. in quo ductis diametris A D, & B C sese in E bifariam secantibus, juxta intervallum A E, ex quatuor angulis ipsius quadrati, rectæ A F, A G, B H, B I, item D K, D L, C M & C N abscindantur, junganturque rectæ N H, G K, I M, L F, & constructum erit octogonum ordinatum ad altitudinem A B datam.



10. Super datam lineam quodlibet multangulum ordinatum describere.

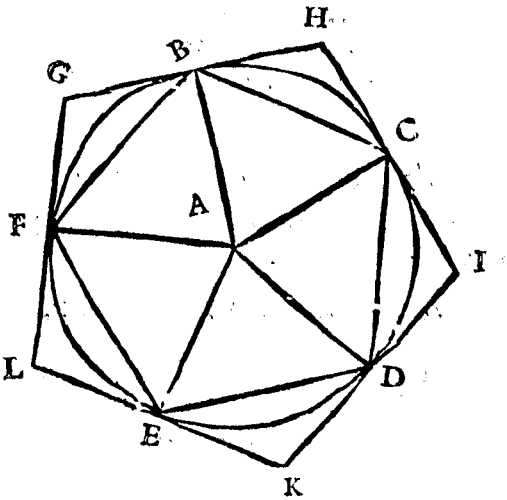


Ad A B rectam datam sit describendum quinquangulum. Super centro A, ad inter-

ad intervallum A B describatur circuli peripheria, & B A continuetur ab A usque in C, ut C B sit diameter: gradibus itaque peripheriæ, hoc est, 360 per numerum laterum angulorum multanguli describendi divisis, arcum graduum productorum numera à C usque in D per 13 præc. cap. 4. Verbi gratia, pro quinquangulo inscribendo, numerabis à C usque in D arcum 72. gr. tot enim gradus fiunt ex divisione peripheriæ in 5, ducatur recta A D, quæ cum A B constituet angulum pentagoni describendi. Quare si per tria A, B, D puncta peripheria describatur per caroll. 6 præc. cap. 2 hujus, & in ea accommodentur rectæ D E, E F, & F B æquales ipsi A B, vel A D: descriptum erit pentagonum ordinatum super A B datâ.

DE CIRCVMSCRIPTIONIBVS MVLTANgulorum rectilineorum.

11. Dato Circulo quodcunque multangulum ordinatum circumscribere.



Si in circulo quodcunque ordinatum multangulum inscriptum fuerit per 8 præc. hujus, & ad extremitates radiorum ex centro ad angulos ductorum, lineæ per-

neæ perpendiculares excitentur; perpendiculares hæ constituent multangulum ordinatum, totidem laterum & angulorum æqualium circulo circumscriptum, ut inscriptum circulo. Esto exemplum in pentagono, de aliis enim simile erit judicium. Ex centro pentagoni circulo inscripti, egrediantur, ad singulos ipsius angulos radii A B, A C, A D, A E, & A F. Ad quorum extremitates ducantur perpendiculares G H, G L, L K, K I, & I H coëuntes in G, H, I, K, & L puncta; descriptum erit pentagonum circa circulum datum, ut demonstratur 12 p. 4. Eucl.

Hæc de rectilineis planis, sequitur de Curvilineis, & præsertim de Circulo.

CAP. VIII.

DE CIRCVLO.

1. *Circulus est planum peripheria terminatum.*

DE peripheria ejusdemque descriptione diximus præc. 6 & 7. cap. 2. Describendi enim Circuli idem artifex est circinus, qui fuit & peripheriæ, sed illic motus puncti in extremo radio peripheriam radiantis consideratus est: hic consideratur motus radii totam aream circumradiantis.

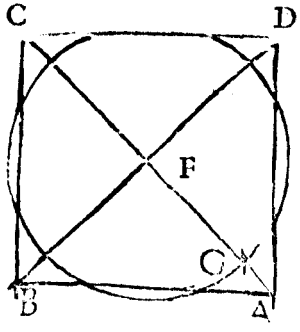
2. *Triangulo dato, circulus quam proxime æqualis ut fiat.*

Primum exstruatur Triangulo dato quadratum æquale per 4 pr. cap. 8. & huic quadrato circulus fiat æqualis.

3. *Dato quadrato circulum quam proximè æqualem constituere.*

Detur quadratum A B C D, in quo diametri A C & B D secent se mutuo in F, centro quadrati; deinde septima pars lateris A B, vel partes 16 earum, qualium latus quadrat. A B 113 habet: vel 14159 earum partium, qualium latus quadrati A B 100000 habet, per 3 præc. cap. 4 acquisitæ, assumantur in A C, ab A usque in G. Circulus ad radium F G descriptus, æqualis erit quadrato A B C D dato, quam proximè. Parens P M Illustrium D D. Ordinum Confœderatarum Belgiæ Provinciarum Geometra, in libello quem conscripsit ad-

sit adversus Quadraturã circuli Simonis à Quercu demonstravit proportionem peripheriæ ad suam diametrum esse minorem $3\frac{17}{120}$, hoc est, $\frac{977}{720}$, majorem $4\frac{15}{106}$, hoc est, $\frac{333}{106}$ quarum proportionum intermedia existit $3\frac{16}{113}$, sive $\frac{355}{113}$. Quæ quidem intermedia proportio paulo major est quàm ea, quam invenit M. Ludolph à Collen, cujus tamen differentia est minor $\frac{1}{100000}$



4. *Circulum cuique rectilineo dato æqualem constituere.*

Primum construendum quadratum quod est rectilineo dato æquale per 5 præc. cap. 8. Deinde per antecedens circulus isti quadrato æqualis describendus. Pari ratione licebit

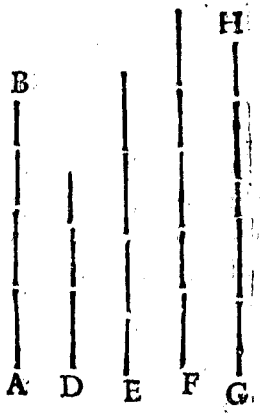
5. *Circulum æqualem pluribus datis circulis describere.*

Circuli singuli dati convertendi sunt in quadrata, per 6 præc. cap. 8 ex omnibus istis quadratis unum æquale conficiendum per 5 pr. ejusd. Cui si circulus describatur æqualis per 3 pr. hujus, is erit æqualis omnibus circulis datis, sed hæc ἐν τὸ πολλαπλασίῳ minimè accuratè se habent. Cùm enim circulum ad hoc usque non exactè quadravimus, facilè accumulatis minimis erroribus in notabilem incidemus.

6. *Circulum datum in quavis proportione data augere vel minuere,*

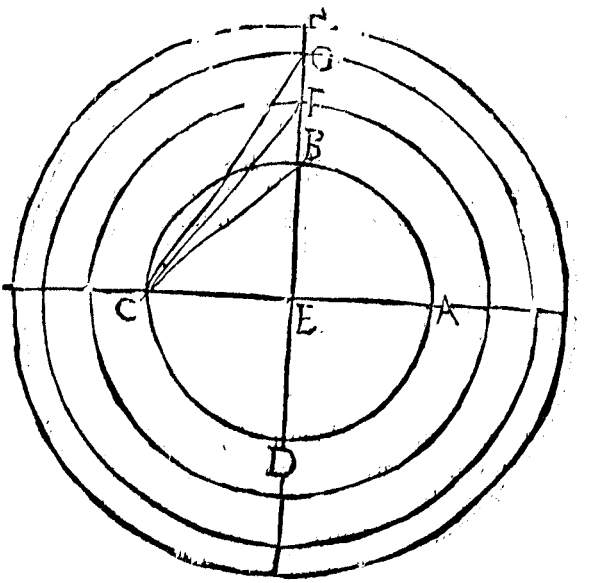
Hoc problema quantum ad plana attinet rectilinea explicavimus præc. 3 cap. 9; in circulis eadem est ratio. Cùm enim circuli ita se habeant invicem ut à diametris descripta quadrata per 2 p. 12 Eucl. Circulos datos non alia ratione augebimus vel minuemus, quàm ipsa diametrorum quadrata; ut, sit datus circulus ad diametrum A B descriptus, alium describes, ad quem idem circulus datus eandem habet rationem, quàm recta D ad rectam E. Tribus lineis D, E & A B vestigetur quarta proportionalis F per 9 præc. cap. 4, atque inter A B & F media quæratur proportionalis G H per 10 præc. cap. 3. Circulus

ſuper diametrum G H deſcriptus, erit is, qui quærebatur, & eandem habet rationem circulus A B datus, ad circulum G H deſcriptum, ut D ad E. Quod ipſum in proportione æquali magno compendio effectum dabis, hoc, ut ſequitur modo.



7. *Circulum datum duplicare, triplicare, vel quavis proportione æquali augere & minuere.*

Sit circulus B C D A ex centro E delineatus, quem duabus diametris in centro orthogonalibus in quatuor dirime quadrantes. Diameter D B à parte B, longius extendatur, recta connexa B C aſ-



ſumatur in diametro prolongata ab E centro uſque in F, & ex E centro ad intervallum E F radio aſſumpto ſcribatur circulus, qui erit ad priorem duplus.

Rurſus,

Rursus connexâ lineâ C F, eàq; assumta ab E in G. Circulus ad radium E G descriptus erit priori triplus. Rursus C G rectam mensuro ab E usque in H, & circulus juxta radium E H descriptus, erit priori quadruplus. Atque idem hoc quoties feceris, circulum multiplici proportione augebis.

Si à majore in minorem contrahendus erit Circulus, super Circuli radio E A, tanquam Diametro, circulus describatur, qui erit quarta pars circuli C B A D super diametro C A descripti; atque hic ex præscripto modo duplicatus, dabit duas quartas sive dimidium, & si triplicetur acquires tres quartas ejusdem C B A D circuli. Pari ratione ad tertiam C A Diametri partem circulus descriptus, partem ejusdem circuli nonam efficiet, Hinc secundum operandi formulam priorem 2, 3, 4, &c. circuli nonas facile invenies.

CAP. XI.

DE SVPERFICIEBVS GIBBIS.

Gibba superficies est, quæ inæqualiter intra suos terminos jacet, Estque Sphæricum vel Varium.

Sphæricum est Gibbum æquidistans à medio comprehensi spacii.

Varium est Gibbum, cujus basis est peripheria, Latus verò est recta tendens à verticis termino, in terminum basis:

Estque vel Conicum, vel Cylindraceum.

Conicum est, quod à subjecta peripheria æqualiter in verticem fastigeatur. Fitque illud conversione lineæ rectæ altero termino quiescente.

Cylindraceum, quod à subjecta peripheria in sublime ad æquidistantem peripheriam æqualiter erigitur. Fitque idem conversione lateris circa duas peripherias æquales & æquidistantes.

CAP. XII.
DE SOLIDIS SIVE CORPORIBVS.

POst Linearum & planorum descriptionem novissima est Stereometria, hoc est doctrina Solidorum, sive Corporum.

Solidum est lineatum longum, latum, & altum, & vulga appellatur Corpus.

Terminus sive extremum corporis est superficies.

Quemadmodum enim terminus lineæ fuit punctum, & superficiei terminus linea: sic terminus corporis est superficies. Corpus enim creatur motu superficiei subsidentis & crassescentis: ideoque etiam eadem superficie terminatur, ut in principio de puncto diximus.

Solidum est vel Planum, vel Gibbum.

2. Planum est quod comprehenditur à superficiebus planis.

Gibbum à superficiebus Gibbis comprehenditur.

Quemadmodum enim distinctio superficierum à suis terminis assumpta est: à lineis enim rectis, rectilineum, & ab obliquis obliquilineum dictum fuit: ita differentia corporum à suis itidem terminis dependet, & juxta eos plana vel Gibba solida appellantur. Sed priùs de planis tractandum.

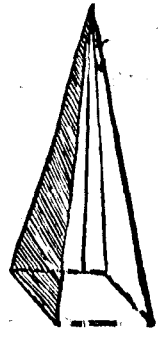
DE SOLIDORVM PLANORVM DIVISIONE,
Et primum de PYRAMIDE.

3. Solidum Planum est vel Pyramis, vel pyramidatum.

In Solidis primùm omnium occurrit Pyramis, est enim simplicissimum solidum, sicut Triangulum simplicissimum Planum, & quemadmodum plana omnia in Triangula, sic quoque omnia corpora in pyramides resolvuntur, quæ propterea

propterea pyramidata appellantur, quasi è pyramidibus constituta.

4. *Pyramis est solidum planum à basi rectilinea Triangulis fastigiatum.*



Est hæc generalis definitio Pyramidis, sive habant basin Triangulam, sive quadrangulam, pentagonam, sive Hexagonam, &c. modo latera æqualiter in acutam metam assurgentia, & fastigiata sint triangula; & basis sit rectilinea. Specialiter tamen Pyramis à figura basis denominationem sortitur: Sic Pyramis Triangula dicitur, quæ Triangulam habet basin. Quadrangula est pyramis quæ quadrangulam habet basin. Pentagona quando basis est quinque laterum & angulorum, & sic deinceps. Habetque consequenter quælibet pyramis tot assurgentia, & æqualiter fastigiata latera, quot angulos sive latera basis ipsa continet.

COROLLARIVM.

Itaque Pyramidis Hedræ sunt una plures angulis in basi.

Hedræ dicuntur latera, quæ sunt circa corpus sive solidum, quam dictionem græcam in posterum servabimus. Hedræ itaque sive latera semper sunt unitate plura, quam sunt anguli in basi, hoc est, si basis Pyramidis sit Triangula, hedræ pyramidis sunt 4. si quadrangula 5. si quinquangula 6, & sic deinceps.

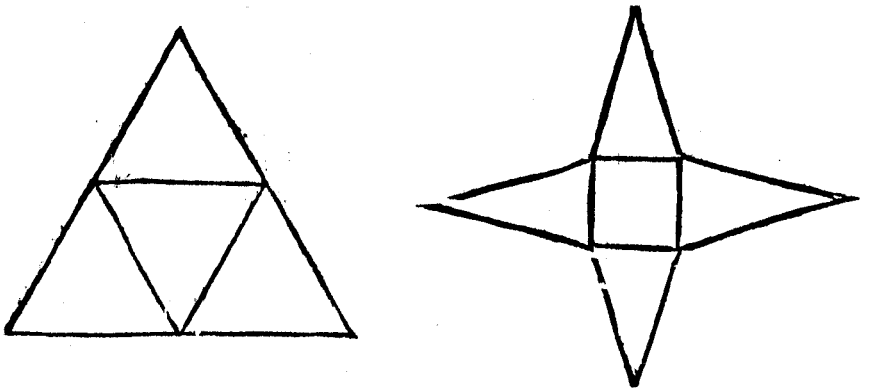
5. *Ex universo Pyramidum genere unica species ordinata est Tetraedra dicta.*

Tetraedrum est Pyramis ordinata quatuor Triangulis ordinatis comprehensum.

Si quatuor Triangula ordinata æqualia ritè inter se componantur efficies Tetraëdrum.

6. *Quod si ex materia aliqua super singula cujuslibet trianguli, quadranguli, vel multanguli latera constituantur triangula æqui-*

crura, & inter se æquealta, ut in hac figura. Facilè ex eis ritè inter se complicatis, efficies pyramides trilateras, quadrilateras, & multilateras.



Hæc de Pyramide, sequuntur pyramidata, utpote corpora ex pyramidibus conflata.

Pyramidatum est solidum planum à pyramidibus comprehensum. Estque vel Prisma, vel Polidrum mixtum: sed primùm de Prismate.

DE PRISMATE.

7. *Prisma est pyramidatum, cujus duo opposita plana, sive latera, sunt & æquilatera, & similia, & parallela: reliqua verò parallelogramma.*

Pyramidi unica fuit basis, prismati binæ sunt bases oppositæ, quæ invicem sunt æquales, similes & parallelę, sive hæ sint triangula, sive quadrangula, sive multangula, sed reliqua prismatis latera sunt parallelogramma; & quot in quâ libet oppositarum basium anguli sive latera reperiantur, tot quoque parallelogramma præter ipsas bases, prisma continebit.

Itaque

Itaque,

8. *Hedræ prismatis sunt binario plures angulis in basi.*

Hoc est, si anguli basis sunt tres, prisma habebit hedras quinque totum prisma comprehendentes: si anguli basis sunt 4, hedræ erunt 6, & sic deinceps. Vt enim Pyramidis à quaternario, ita Prismatis à quinario ad infinitum usque accretio est; & specialiter ab hedrarum numero denominationem habent, à basi namque triangula, quadrangula, & quinquangula, Pentaëdra, Hexaëdra, & heptaëdra prismata dicuntur, quæ tamen in Pentaëdra, Hexaëdra, & Poliëdra tantùm distinguuntur, ut sequitur:

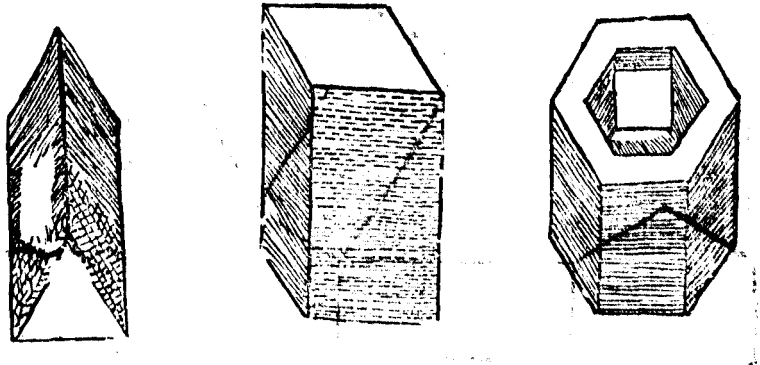
Divisio prismatis.

9. *Prisma est aut Pentaëdrum, Hexaëdrum & Poliëdrum.*

Prisma pentaëdrum est, quod quinque comprehenditur hedris, estque Triangulæ basis.

Hexaëdrum, quod sex complectitur hedris, estque quadrangulæ basis.

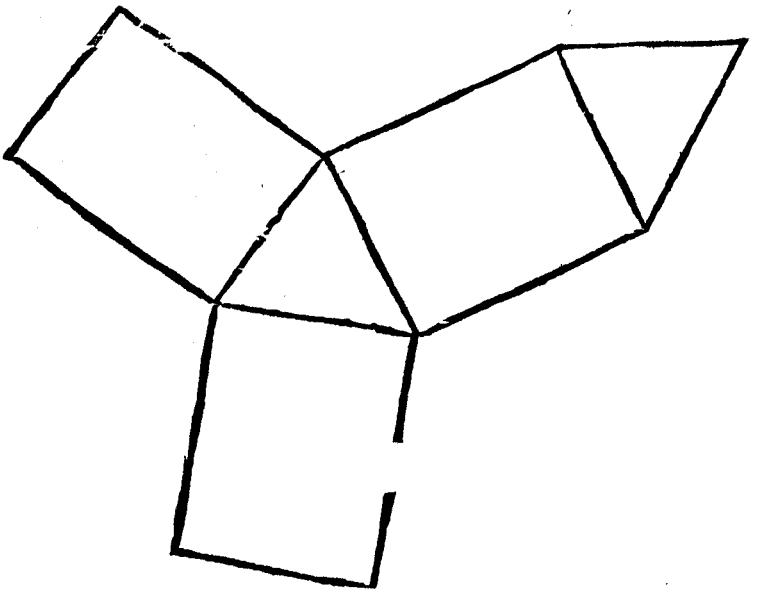
Poliëdrum dicitur Prisma, quod pluribus quàm sex continetur hedris, estque multangulæ basis.

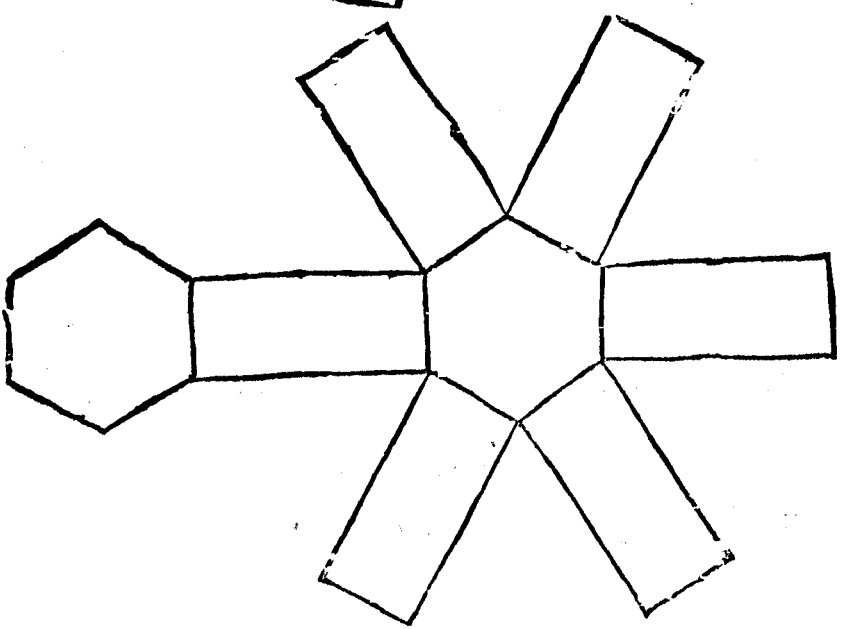


Sed Poliëdra & Pentaëdra ab autoribus non subdividuntur, eorum igitur hic fabricam præmittimus.

Fabrica Pentaedri.

10. *Si ex aliquâ materiâ super singula cujusvis trianguli latera parallelo-*





parallelogramma rectangula æquealta extruantur, & extremitati unius parallelogrammorum Triangulum æquale & similiter situm annectatur, ut hoc patet schemate Facies ex eis ritè in se complicatis prisma pendaëdrum.

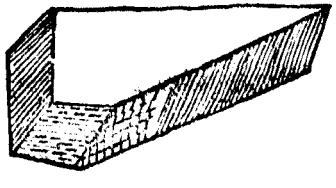
Poliëdrum prisma fiet quando ad singula latera Plani multanguli parallelogramma rectangula æquealta construuntur, & in extremitate unius parallelogrammorum simile similiterque situm, & æquale addatur multangulum, ut in altera figura patet.

De distinctione Hexaedri.

II. Hexadrum prisma distinguitur in Parallelepipedum & Trapezium.

Trapesium est cujus opposita plana sive hedræ, neque parallelæ, neque æquales existunt.

Parallelepipedum est cujus hedræ, sive opposita plana sunt parallelogramma, & consequenter parallela & æqualia.



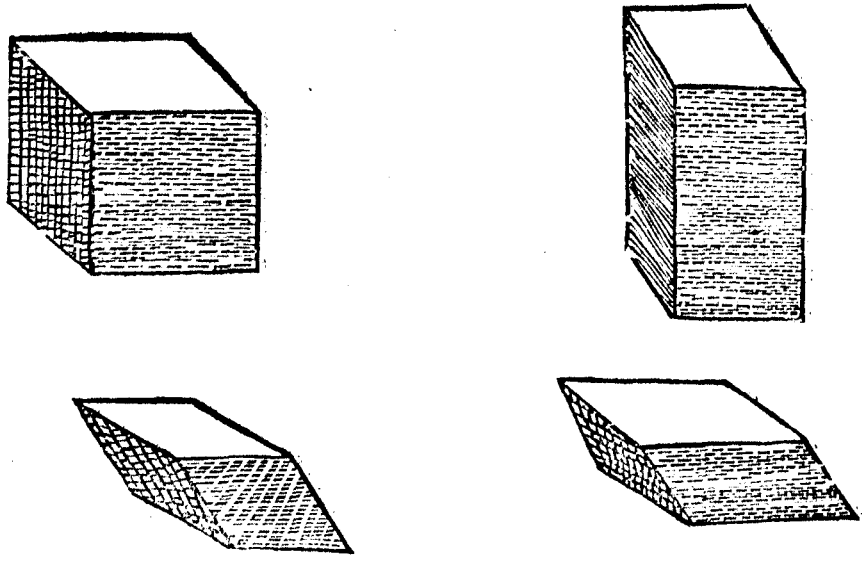
Nominatur parallelepipeda, quasi parallelis planis: comprehensa, quæ quidem parallela plana opposita sunt æqualia, & similia, ut demonstrat 24 p. 11. Eucl. Itaque parallelepipedum in solidis respondet parallelogrammo in planis, hic enim hedræ oppositæ sunt parallelæ & æquales, illic opposita latera sunt parallela & æqualia.

Parallelepipedum est vel rectangulum, vel obliquangulum.

Rectangulum quod comprehenditur rectangulis hedris: estque Cubus vel oblongum.

Cubus est parallelep. rectangulum æqualium hedrarum.

Oblongum est rectangulum inæqualium hedrarum.



Obliquangulum parallelepipedum est, quod obliquis hedris comprehenditur, ut:

Rhombus & Rhomboides.

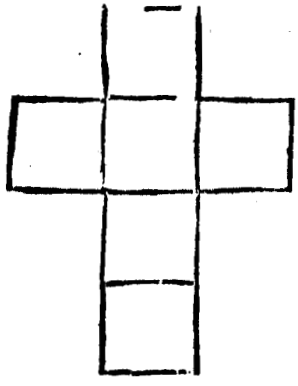
Manifestum est hac distributione tot esse parallelepipedorum genera, quot parallelogrammorum; si enim sex parallelogramma rectangula & æquilatera, hoc est, si sex quadrata solidis angulis componantur, fiet cubus, & respondebit in Planis, quadrato. Estque solus ordinatus inter prismata, quemadmodum & quadratum inter quadrangula. Porrò si sex parallelogtamma, rectangula quidem, & non æquilatera, sed altera parte longiora, quamvis duo fuerint æquilatera, inter se componantur, Appellabitur altera parte longius parallelepipedum. Quod si sex parallelogramma copulentur æquilatera, sed non rectangula vocabunt Rhombum.

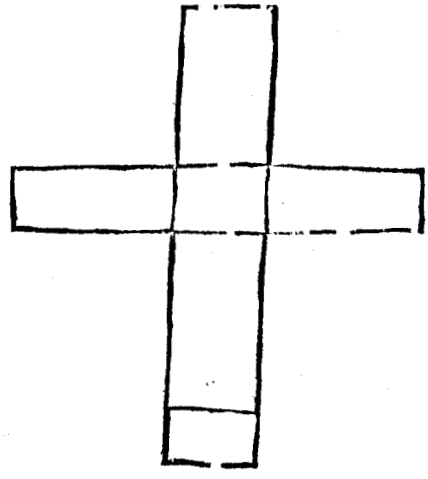
Denique si componantur sex parallelogramma, neque rectangula, neque æquilatera, quamvis duo fuerint æqulatera, sintque tamen parallelogramma, quæ ex adverso, æqualia: Parallelepipedum tale Rhomboides vocabitur

Fabrica

Fabrica Cubi.

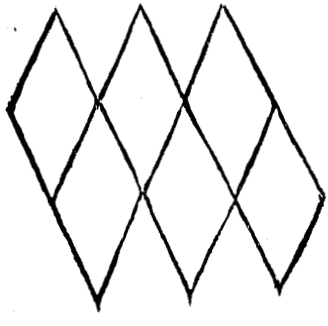
Sex æqualia quadrata ex materia quadam in hanc formam disposita, & inter se ritè complicata constituent cubum.





Fabrica oblongi.

Super singula quadranguli, rectanguli latera, sive id quadratum sive oblongum fuerit, quatuor constituantur parallelogramma rectangula oblonga æquealta, Quintum insuper addatur simile similiterque situm cum priori. Hæc inter se ritè complicata, efficient Parallelepipedum oblongum,

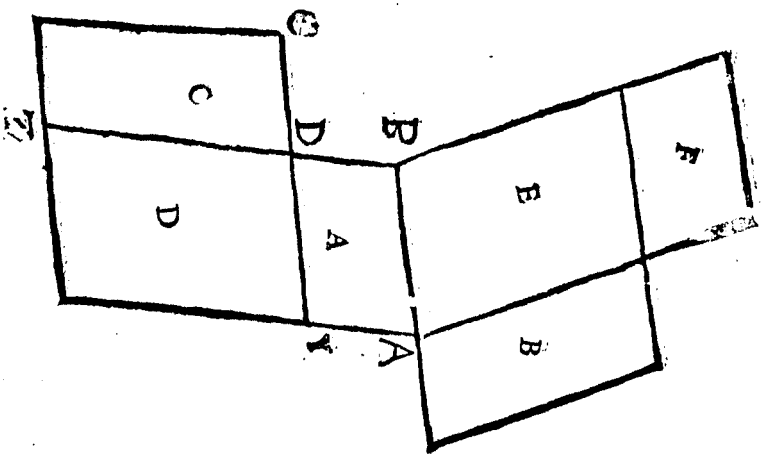


Fabrica Rhombi.

Si sex rhombi æquales, hâc forma, ut schema indicat, extruantur, facilè inter se complicabis, ut fiat Rhombus.

Fabrica Rhomboides.

Super opposita latera A B Y D, cujuslibet parallelogrammi A dati Rhomboides similes & æquales per 13 præc. extruantur. Latus Y D continuetur in C usque, ita ut D C sit æqualis D B, & ex D C & D Z fiat parallelogrammum C. Cui æquale & simile construatur B, Tandem fiat parallelogrammum F. æquale & simile priori dato A, hæc sex, A, B, C, D, E, F parallelogr. ita ex materia quavis extructa & ritè complicata, conficient Rhomboidem.



De Poliëdris mixtis ordinatis.

12. *Sequuntur Poliëdra mixta, de quibus apud Euclidem nec verbum quidem ullum præter ea, quæ ordinata dicuntur; sunt que talia pyramidata, quæ verticem habent in centro, basin autem eminentem, atque in rerum natura tantùm tria reperiuntur,* Octaëdrum, Icosaëdrum, *quæ duo sunt triangulæ basis.* Dodecaëdron, *quod existit quinquangulæ basis.*

Octaedrum est poliedrum mistum ordinatum sub octo æqualibus triangulis comprehensum.

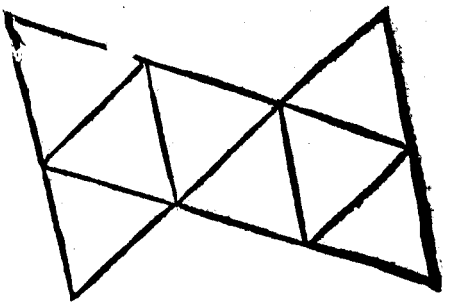
Icosaedrum, quod 20 æqualibus triangulis comprehenditur.

Dodecaedrum, quod 12 æqualibus quinquangulis comprehenditur.

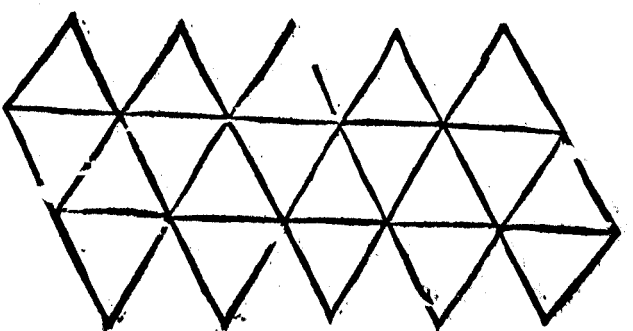
Sequi-

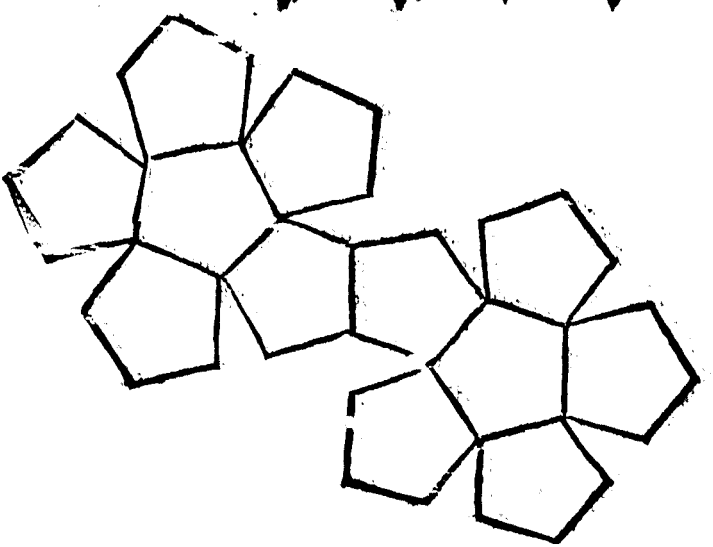
Sequitur fabrica.

Octaedrum fiet si octo triangula ordinata æqualia hac formâ ordinentur, & ritè complicentur.



Icosaedrum fit ex 20 Triangulis ordinatis æqualibus, hoc modo constitutis, & rectè complicatis.





Dodecaedrum fit ex 12 pentagonis ordinatis, hoc modo constitutis, & ritè complicatis.

Hoc loco non prætereundum in universa rerum natura non nisi quinque ordinata corpora plana reperiri: quorum unicum tantùm ex toto pyramidum genere Tetraedrum dictum, ex omnibus prismatibus solus cubus est ordinatus, ex reliquis corporibus Poliedris nimirum mixtis tria præcedentia solummodò reperiuntur ordinata, Plato in Timæo, quinque mundi corpora, quæ simplicissima dicuntur, ut sunt cœlum, ignis, aër & terra corporibus istis ordinatis assimilat: & Pithagoras Theologiam quandam ex eis repperit.

CAP. XIII.

De Solidis Gibbis, & primum de Sphæra.

SOlidum Gibbum est, quod comprehenditur à superficie Gibba. Estque *aut Sphæra, aut varium.*

2. Sphæra est gibbum absolute rotundum & globosum, unde globus latinis dicitur.

Euclides lib. 12, solida Gibba ex fabricâ definit: Etenim ex definitione sphæræ modum & artem fabricandæ sphęræ optimè exprimit, estque ejus talis definitio

Sphæra est quando semicirculi manente diametro circunductus semicirculus in se ipsum rursus revolvitur, unde moveri cæperat, circumassumpta figura. Sphæra materialis ita fiet, sumatur argilla aut alia materia tractabilis, cui diameter pro materiæ spissitudine inferatur, ad hujus diametri extremitates semiperipheria ænea, aut ferrea utrimque applicetur: hæc semiperipheria circumducta omnem argillæ inæqualitatem tollet, & argillæ figuram sphæricam & rotundam efficiet, ac tale corpus rotundum sphæra, seu globus appellatur.

Diameter illa quiescens, circa quam peripheria volvitur, dicitur axis, cujus extrema puncta poli appellantur.

DE CONO, ET CYLINDRO.

3. Varium solidum est quod comprehenditur à superficie varia, &

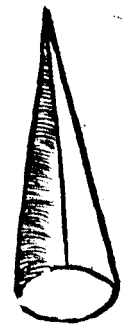
ria, & basi circulari. Estque

Conus vel Cylindrus.

Varii infinita sunt genera, intelliguntur enim fieri à planis rectilineis superficiebus, unico latere fixo manente, completè circumductis, sed Euclides tantum Conum & Cylindrum describit.

Conus est, quando Trianguli rectanguli altero crure quiescente, altero circumlineante, figura efficitur.

Cylindrus est solidum gibbum conversione Parallelogrammi rectanguli, altero latere quiescente constitutum.



Archimedes ex duplici Cono efficit Rhombum totundum, cui adjicitur & Rhombus ovalis, qui in crassitudine duplus est ad Rhombum rotuudum, qui & ab utraque parte præcisus, efficit dolium, sive vas vinarium.

Sunt præter hæc & aliæ plurimæ corporum irregularium tam Planorum, quàm Gibborum species, quorum ob incertitudinem & inæqualitatem determinatio relinquitur.

- Corpus sive Solidum, est vel
  - Planum, ut
    - Pyramis, à figura basis dicitur.
      - Triangulæ basis.
      - Quadrang. basis.
      - Multang. basis.
    - Pyramidatum, est
      - Prisma, ab hedrarum numero.
        - Pentaëdrum 5. hedrarum.
        - Hexaëdrum 6. hedrarum.
        - Poliëdrum plurium hed.
          - Parallelepipedum.
          - Trapezium.
            - Rectang.
              - Cubus.
              - Oblongum.
            - Obliquang.
              - Rhombus.
              - Rhomboides.
      - Poliëdrum mixtum.
        - Ordinatum
          - Octoëdrum.
          - Icosaëdrum
          - Dodecaëdrum.
        - Inordinatum, est varii & infiniti generis.
  - Gibbum,
    - Sphæra,
    - Varium,
      - Conus, qui duplicatus efficit,
        - Rhombum rotundum.
        - Rhombum ovalem, qui ab utraque parte præcisus efficit dolium sive vas vinarium.
      - Cylindrus.

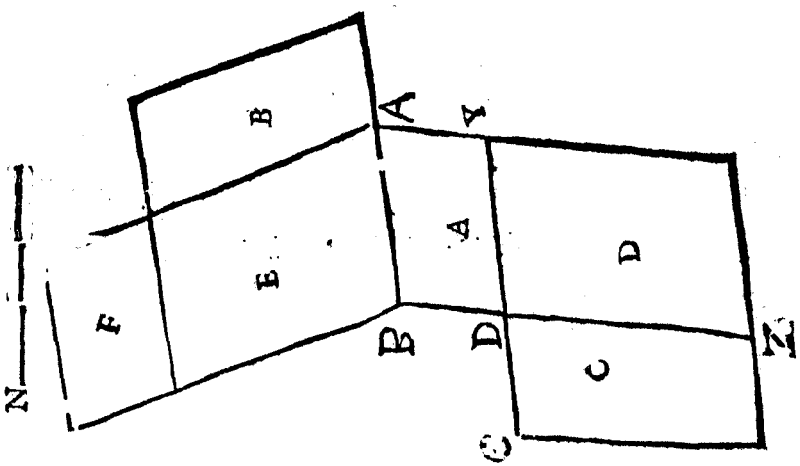
CAP. XIV.

De Transmutandis, tumque augendis & minuendis solidis.

HActenus cujuslibet solidi definitionem & fabricam exposuimus. Consequenter differendum quomodo eadem solida invicem transmutentur, ac sub quavis proportione data vel augeantur, vel minuantur.

1. *Ad datam rectam, dato solido plano; simile similiterque situm solidum describere.*

Detur recta N, datumque sit solidum ex Rhomboidibus A, B, C, D, E, F, constitutum. Cui simile similiterque situm ad rectam datam efficietur, si prius



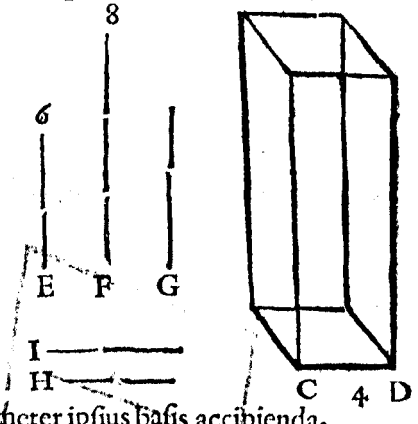
super recta N data, per 10. præc cap. 8 exstruatur planum Quadrangulum quod simile sit, & similiter situm ipsi basi solidi dati A. Cui annectantur Rhomboides similes, similique situ ipsi C, B, D, E, F solidi dati Rhomboidibus re-

ſpondentes. Hiſce enim ritè inter ſe complicatis, conſtructum erit ſolidum, quale deſiderabatur, ut conſtat ex definit. ſimilium figurarum cap. 8 præc. 5 à nobis expoſita

Petrus Ramus hac generali propoſitione fabricam ſimilium figurarum declarat: *Si partibus figuræ datæ partes ad datum terminum ſimiles ſimiliterque ſitæ* conſtituantur, Figura conſtituetur ſimilis datæ, & ſimiliterque ſitæ.

2. *Figuram ſolidam augere vel minuere in proportione data.*

Si ſolidum detur Planum, accipies latus cujuſvis hedræ, verbi grat. Sit parallelepipedum oblongum augendum in proportione E F. Accepto latere C D ipſius hedræ inferioris, veſtigabis quartam proportionalem inter E, F, & C D, quæ ſit G. Rurſus inter C D & G duæ media proportionales H & I reperiantur per 11 præc. 4 cap. Tandem ſuper H, utpote ſuper mediam proportionalem, qua propinquior eſt lateri dato C D per antecedens præc. ſimile ſimiliterque ſitum parallelep. extruatur: Quod eandem habebit ad parallelepipedum datum proportionem, quam habet E ad F, ut deſideravimus.



In Gibbis figuris pro latere C D diameter ipſius baſis accipienda.

Ex hoc præcepto non ſolùm Cubum duplicabimus (quod veteres inquirebant) ſed etiam quacunque ratione augebimus, & minuemus. Item Tormentorum bellicorum globos majores minoreſvè ſecundum proportionem datam efficiemus.

Similis pragmatia in numeris.

Linea E, ut ſupra, ſit 6 pert. lin. F 8, latus Hedræ C D 4. Per operationem regulæ proportionalis dabitur G quarta proportionalis 5 & per ultimum Arith. noſtræ cap. invenietur prior mediarum proportionalium, inter datas extremas C D 4 & G $5\frac{1}{3}$, linea H 4 pert. 4 ped. 6 dig: Ad quam tanquam terminum Homologum C D conſtitutum ſolidum quæſito ſatisfaciet.

Aliter.

Aliter.

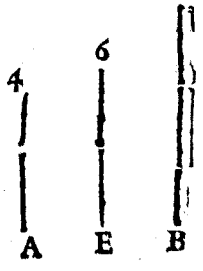
Dicito secundum regulum proportionis, ut A 6 ad F 8: ita cubus à C D 4 videlicet 64, ad aliud, & concludes 85, cujus latus cubicum 4 pert. 4:6 refert rectam H, ad quam, tanquam homologum termino C D solidum constitutum simile dato, erit optatum.

Duplicatio, Triplicatio Cubi &c. numeris explicata.

Detur cubus, cujus lat. 8 perticarum erit ejus solidum 512: illud duplica si duplicandus sit cubus, vel triplica quando triplo augendus: numerus triplicatus erit 1536: cujus latus cubicum 11. 5. 3 est latus cubi optati.

3. *Datis duobus similibus solidis, tertium & simile proportionale constituere.*

A & B in datis corporibus lineæ homologæ sunto: quibus per 8 pr. cap 4 tertia proportionalis quæratur B, ad quam tanquam terminum homologum ipsi A, solidum simile datis corporibus constitutum, quæsito satisfaciet:



Similis proportionalia in numeris.

Linea A sit 4, & ei homologum E 6: His tertius proportionalis numerus concludetur, dicendo 4 dant 6 quid 6? fiunt 9: Huic æqualis sumatur linea, B, ad quam construatur solidum simile corporibus datis, ut tamen terminus B similis sit termino A.

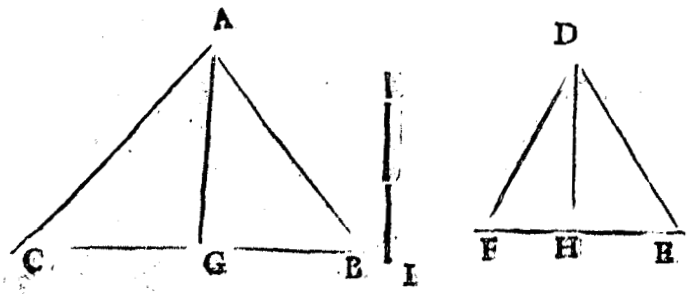
4. *Super quamcunque datam basin Rectilineam, Prisma constituere æquale prismati dato.*

Ad hoc absolvendum præceptum, requiritur de figuris planis rectilineis hoc quod sequitur à nobis omissum problema.

Datis quotcunque dissimilibus planis, totidem rectas in eadem ratione invenire.

Primum sint duo A C B & D F E Triangula data, ex quorum singulorum vertice in basin duæ perpendiculares A G & D H dimittantur, tum per 9 pr.

cap. 4 duabus perpendicularibus A G; D H & basi F E (triang. sc. D F E) quartam proportionalem invenito I: Dico reliquam basin B C ad I eam habere rationem, quam Triangulum A B C ad Triang. D F E.



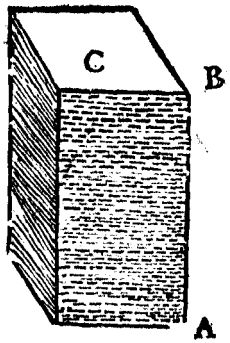
Simili modo dato tertio quocunque Triangulo, tertia invenietur linea, quæ ad C B habet rationem, quam tertium triangulum ad A B C, & tres rectę B C, I, & tertia inventa, habebunt datam Triangulorum rationem: & simili modo in reliquis quotquot fuerint.

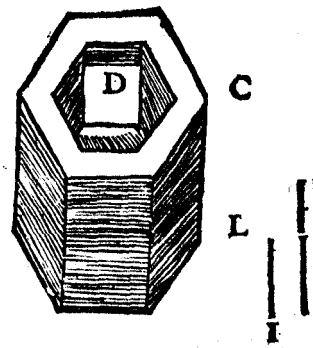
Et quia Triangulata in Triangula resolvuntur, ut 2 pr. cap. 6 declaravimus, ratio autem Triangulorum componentium cujusque Triangulati in lineis rectis per hanc propositionem exhibetur: additæ igr. omnes rectæ, quæ rationem Triangulorum ejusdem Triangulati referunt, ad additas alterius eandem habebunt rationem, quam data Triangulata inter se.

Denique datis duobus Planis rectilineis (id est Triangulatis) & recta datâ Lineâ; altera recta linea inveniri poterit, quæ ad datam habeat rationem Triangulatorum. Etenim Triangulatorum ratione ad rectas lineas revocatâ, deinde istis duabus, & datæ rectæ inventâ quarta proportionali, data & inventa in ratione planorum quoque fuerint.

His præmissis, facilis erit propositionis solutio, Datum sit prisma cujus altitudo A B; Basis C autem rectilineum quodcunque: Proponatur verò etiam altera basis D, ad quam statuendum prisma æquale. Basium C & D ratio ad rectas revocetur, sitque ut I ad K: tum tribus I, K, & altitudini figuræ A B datæ quarta proportionalis invenietur C L: in altitudine C L, & ad basin B datam, prisma constructum, erit æquale prismati A B C dato, quod erat faciendum.

Similis





Similis pragmatia in numeris.

Basis D prismatis exstruendi, sit ped. 16 & Basis, C prismatis datis 4: altitudo A B 8. His concessis dicito ut 16 ad 4: sic 8 ad 2. Prisma ad altitudinem G L 2 pert, longam, & super basi data D constructum, quæsito satisfaciet.

CONSECTARIVM.

5. *Dato prismati æquale prisma ut fiat in data altitudine.*

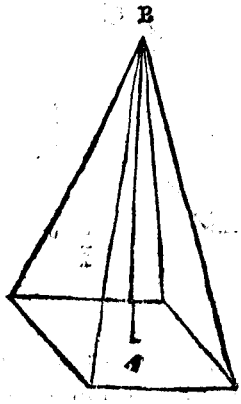
Hedra prismatis quæsiti ad hedram dati eâ ratione invenienda est, ut altitudo dati prismatis ad altitudinem datam.

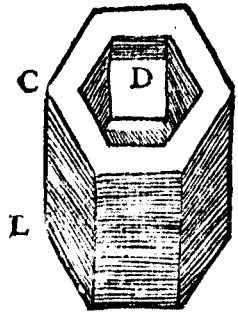
Pyramidis factio ab his nihil habet diversum.

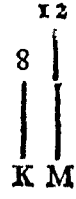
Si soliditas C B A cujuscunque formæ, & Area basis D cognitæ dentur: divisa soliditate C B A numeris æstimata per numerum basis D, quotus erit altitudo prismatis dato solido æqualis. Et contra soliditate per altitudinem divisâ, quotus erit basis prismatis dato æqualis.

5. *Super datam basin rectilineam, prisma datæ Pyramidi æquale constituere.*

Esto rectilinea basis D: Pyramidis data basis A, & altitudo ejus A B: statuendum erit prisma æquale Pyramidi datæ. Duæ rectæ K, M, inveniantur in ratione Basium D & A, ut est in 4 præc. hujus, postea conclude, ut K ad M







sic triens altitudinis A B ad L C altitudinem optati prismatis: Base igitur D, & altitudine C L comprehensum prisma, dictæ Pyramidi æquabitur: Cum enim prismatis basis & altitudo, basi Pyramidis & trienti altitudinis reciprocantur, & prisma Pyramidi adæquatur.

Similis pragmatia in numeris.

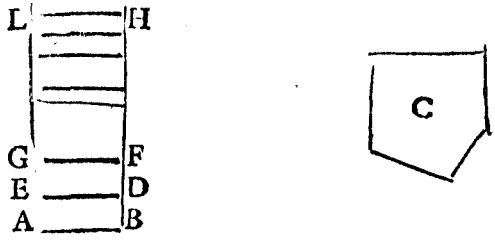
Basis D data sit pedum 8 & A Pyramidis basis 12 ejusque altitudo A B 6: dicito, ut 8 ad 12, sic triens altitudinis A B 2, ad aliud: concludes 3. Itaque altitudine L C 3, & Basi D constitutum prisma, quæsito satisfaciet: namque Pyramidis soliditas, ut & prismatis 24 comprehenditur,

6. *Super datam basin rectilineam, prisma dato solido Plano æquale constituere.*

Esto basis data A B, solidum planum C: Super basin A B, Prisma, dato solido C æquale statuendum est. Resolvatur solidum σύμπεδον C, in suas Pyramides, quot ipsum solidum hædras habet, demptis iis, à quibus solidus communis verticis angulus comprehenditur: Deinde per, 5 præ. super datam basin A B, prisma A B D E, uni Piramidum solidum componentium, æquale constituo, atque ita deinceps fabricâ in singulis pyramidibus continuatâ, constituetur prisma

prisma A B H L ex particularibus istis prismatibus inter se ad datã hedrã comparatis, æquale dato solido C: cujus demonstrationem ipse fabrica præ se fert.

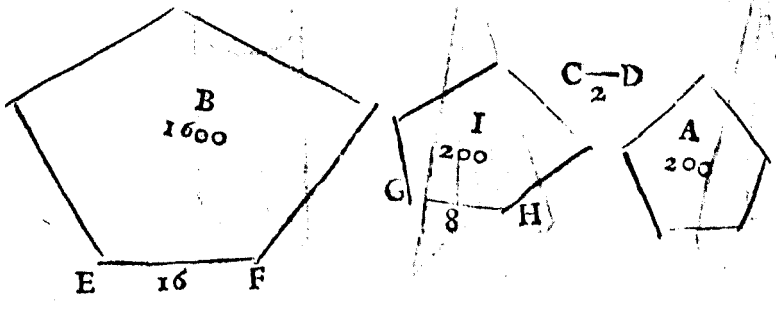
Arithmeticam hujus factionem ex antecedenti 4 præcep. derivabis.



7. *Propositis duobus solidis planis dissimilibus, tertium unum eorum æquale & alteri simile invenire.*

Sunto A & B duo solida planis hædris comprehensa, Tertium, æquale solido A, & simile ipsi B designandum erit. Dicito per anteced. præc. ut solidum imitabile B, ad solidum A: sic latus quodcunque ipsius B: (utpote E F) ad C D. Hinc prior duarum continue proportionalium inter E F & C D sit G H: Solidum ad eam tanquam terminum Homologum lateri E F comparatum, scilicet I, simile dato B, erit optatum.

Similis pragmatia in numeris.



Esto solidum B 1600 solidum A 200. Latus autem quodcunque solidi imitabilis, numeris quoque exponatur: ut E F 16. Iam concludo, ut 1600 hoc ordine primus; ad 200 secundum, sic 16 tertius ad 2. Deinde prior continue analogus

inter

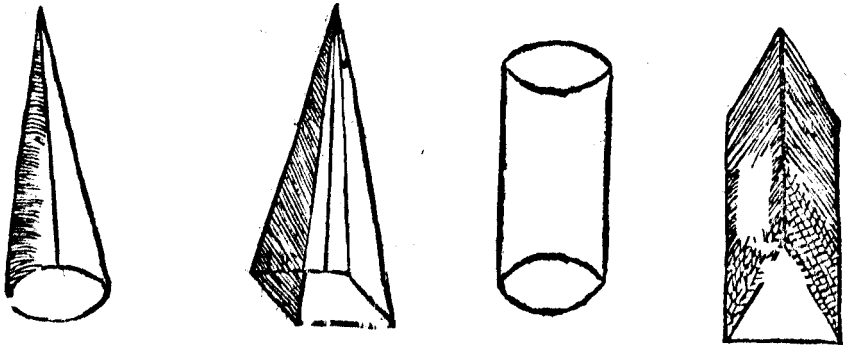
inter 16 hoc ordine tertium & 2 quartum fit 8. Ad rectam igitur G H tantæ longitudinis, tanquam homologam lateri E F, descriptum solidum I, simile ipsi B, erit optatum. Solida enim similia habent triplicatam rationem homologorum laterum. Vt igr. 4096 cubus lateris E F 16, ad E F 512 cubum lateris G H 8: sic solidum B 1600, ad solidum I 200 simile ipsi A.

Aliter.

Vt B 1600 ad cubum lateris E F 4096: sic A 200 ad Cubum 512, cujus latus Cubicum est 8: itaque ducta G H tantæ longitudinis, & ad eam tanquam homologum ipsi E F constitutum solidum I simile proposito B, quæsito satisfacient.

8. *Cono dato æqualem pyramidem, & Cylindro Prismá æquale. Pyramidi Conum æqualem, & prismati cuiumque Cylindrum æqualem constituere.*

Construendum rectilineum Planum sive Triangulum, quadrangulum, sive multangulum quodvis, æquale basi Coni vel Cylindri dati, & super rectilineum illud pyramis vel prisma ejusdem cum Cono vel Cylindro dato altitudinis extruatur. Eritque pyramis Cono & prisma Cylindro æquale: *vicissim*: si circulus



describatur æqualis basi ipsius pyramidis vel prismatis dati, & super circulum istum conus vel cylindrus ejusdem cum Pyramide vel prismate altitudinis extruatur: erit conus Pyramidi, & cylindrus prismati æqualis.

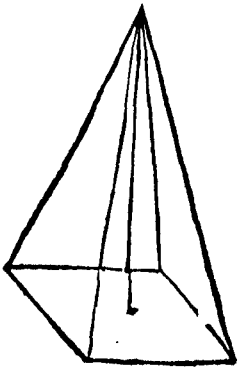
Cùm

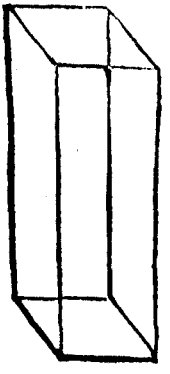
Cùm enim tam bases quàm altitudines æquales sint, producatur autem prisma & cylindrus ex multiplicatione altitudinis in basin, atque pyramis & conus ex multiplicatione tertiæ altitudinis partis in basin itidem suam, ut in sequenti libro declarabimus; manifestum est, Pyramidem cono, & prisma cylindro æqualia esse.

9. Dato prismati vel Cylindro, ad eandem altitudinem æqualem pyramidem vel conum construere, & è converso.

Basis prismatis vel cylindri dati triplicetur, hoc est, tripla ratione augeatur per 3 præc cap 9 & super eadem basi triplicata pyramis vel conus ad altitudinem ipsius prismatis vel cylindri oblati extruatur, & prima propositionis pars absoluta erit.

Versa vice, si data pyramis, vel conus datus, in æquale prisma, vel cylindrum, ejusdem tamen cum pyramide vel cono altitudinis, transmutandum proponatur. Minuenda erit basis ipsius pyramidis vel coni dati subtripla ratione, ex eâdem basi sub triplâ erigendum prisma vel cylindrus ad ipsius pyramidis vel coni dati altitudinem.





CONSECTARIVM.

De transmutanda pyramide vel cono: prismate vel cylindro in rectangulum parallelepipedum, cujus basis existit quadratum.

Ex antecedentibus patet, quamlibet pyramidem & conum, similiter & prisma quodvis, sive cylindrum in rectangulum parallelepipedum, cujus quadrata est basis, transmutari posse. Namque juxta hoc præc. pyramide cono vel cylindro in prisma qualecunque transmutatum: quadratum quod est ejusdem prismatis basi æquale construatur, & super illud in eadem altitudine parallelepipedum rectangulum erigatur, eritque hoc prismati, proinde & pyramidi, cono vel cylindro dato æquale.

Similis pragmatia in numeris.

Basis prismatis vel cylindri dati numeris exponatur, contineatque area 231 ped. Latus ejus quadratum F invenietur 15 ped. 2 dig. ferè: super quadratum ex lineę F descriptum extruatur Parallelep. rectangulum ad altitudinem prismatis vel Cylindri dati, eritque quæsito satisfactum, hoc est, Parallelep. descriptum est æquale Prismati vel Cylindro dato.

Vt idem pyramidi vel cono dato fiat æquale, altitudo Parallelepipedi rectanguli describendi erit triens pyramidis vel coni dati.

F

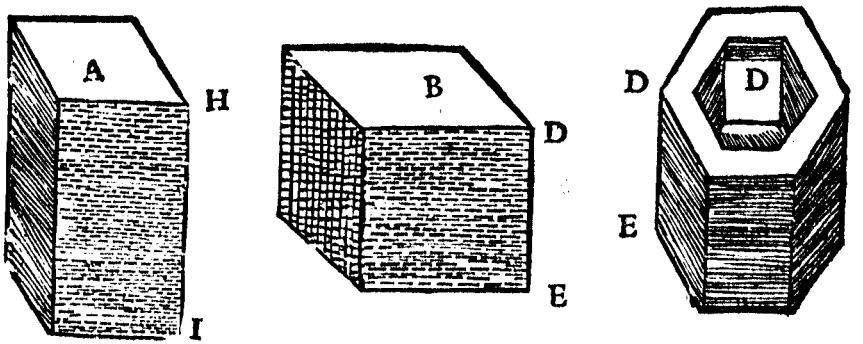
10. Datam pyramidem vel conum, similiter prisma vel cylindrum datum, supra basin quotcunque angulorum in longiorem aut breviorem, utpote ad certam altitudinem aliam datam, servata nihilominus eadem capacitate, transmutare.

Basis solidi dati augeatur vel minuatur sub eâdem proportione quam altitudo data ad altitudinem ipsius solidi propositi habet; idque per 3 præc cap 9. Namque solidum supra hanc basin auctam vel diminutam secundum datam altudinem constructum, erit id quod quæritur.

Verbi gratia.

Datum sit hexaedrum oblongum A, cujus altitudo H I: Construendum erit aliud hexaedrum, vel octoedrum, æquale tamen hexaedro dato, idque in altitudine minori D E. Primum per 3 præc. 9 cap. Construatur quadrangulum B, vel sexangulum C, quod sit majus quàm basis hexaedri dati A, idque in ea proportione qua H I altitudo excedit D E. Si enim super quadrangulum B, hexaedrum, ad altitudinem D E construatur; erit idem æquale hexaedro A dato. Similiter octoedrum super sexangulum ad altitudinem D E constructum, ipsi A hexaedro dato æquabitur.

Idem



Idem Arithmetice absolvere.

Arithmeticam hujus factionem ex 11 & 12 præc. cap. 3 lib, subsequentis derivabis.

11. *Dato prismati cubum æqualem constituere.*

Si datum prisma habuerit basin non quadratum, vestigabis latus quadrati eidem basi æqualis: Deinde invenito duas medias proportionales inter latus quadrati (quod semper est primum) & altitudinem dati prismatis; Cubus ad mediarum primam, utpote quæ lateri quadrati vicinior est, descriptus, dato prismati æquabitur.

CONSECTARIVM.

Per consequens convertuntur Pyramis, Conus & Cylinder in cubum æqualem.

Arithmetica pragmatia ad Geometricam constructionem facile inmitabitur.

Latus quadrati sit 6, ped. altitudo figuræ datæ 48, duæ mediæ continuè proportionales inter eas, sint 12 & 24. Cubus à latere 12 ped. descriptus æquabitur figuræ datæ.

Vel compendio sic.

Soliditas figuræ datæ sit 1628 ped. cujus latus cubicum est 12: Cubus ad

latus tantæ longitudinis descriptus satisfaciet quæsito.

12. Dato cubo æquale parallelepipedum rectangulum ad altitudinem vel super basin datam constituere.

Sit datus cubus & data altitudo A, ad quam construendum erit rectangulum parallelepipedum æquale cubo dato: esto altitudo A linea prima, Latus cubi dati linea secunda, quibus tertia proportionalis per 8 præc. cap. 4 inveniatur, quæ sit C, & fiat rectangulum sub tertia proportionali C, & latere cubi dati comprehensum per 7 præc. cap. 8. Namque si super ipsum rectangulum ad altitudinem A datam parallelepipedum erigatur, erit illud cubo æquale, ut desideravimus.

Sed esto rectilinea basis quælibet data, quæ si non sit parallelogrammum, revocetur ad parallelogr. super quod erigendum sit parallelepipedum rectang. eidem dato cubo æquale. Per 5 pr. cap. 8 accipiatur latus quadrati eidem basi datæ æqualis, quod sit L. & ponatur pro linea prima; latus cubi dati D linea secunda, inveniatur tertia proportionalis per 8 præc. cap. 4. quæ sit N. Consequenter, fiat ut L ad N; ita D ad P; idque per 9 præc. cap. 4. Namque si super basin datam erigatur parallelep. Rectangulum in altitudine B inventa, erit parallelepipedum cubo dato æquale.

Similis pragmatia in numeris, exemplum prioris casus.

Esto altitudo A data 8 ped. latus cubi 5: Hinc dicito ut 8 ad 5, ita 5 ad aliud, & concludes $3\frac{1}{8}$, itaque ad rectangulum sub tertia proportionali C $3\frac{1}{8}$ ped. & latere cubi dati 5 comprehensum, extruatur parallelepipedum rectang. in altitudine A 8 ped. Quod erit optatum.

Exempl. posterioris casus.

Basis rectilineum non parallelogrammam esto 216, latus quadrati ejusdem numeri L 6 ped. Hinc dicito ut latus quadrati L 6, ad latus cubi dati 5, ita 5 ad aliud, & concludes $4\frac{1}{6}$ tertiam sc. proportionalem N. Rursus, dicendo ut L 6, ad N

ad N $4\frac{1}{6}$ ita latus cubi D 5, ad aliud, concludes altitudinem P $4\frac{1}{6}$ parallelepip. rectangulum ad basin quadratam 36 ped. lateris sc. L 6, in altitudine P $4\frac{1}{6}$ constitutum, satisfaciet quæsito.

13. Consectarium convertens Cylindrum, Prisma, Conum, ac Pyramidem, ad altitudinem vel basin datam, in rectang. parallelepipedum.

Quoniam pet. Coroll. 4 præc. cuilibet cylindro, prismati, cono, ac pyramidi parallelepipedum rectang. construi potest æquale: si huic parallelepipedo per 6 præc. fiat cubus æqualis, & huic cubo parallelepipedum rectangulum sub data altitudine, vel base data æquale: Revocatus erit cylindrus, prisma, conus ac pyramis in parallepipedum rectangulum æquale, sub data altitudine vel basi.

14. Datæ Sphæræ Cylindrum æqualem constituere.

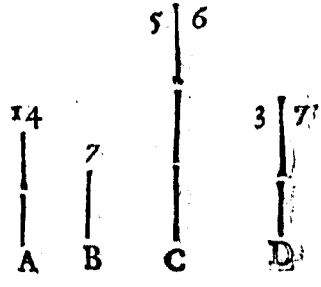
Archimedes 32 prop. lib. 1 de Sphæra & cylindro, demonstravit: Quod cylindrus super maximo Sphæræ oblatæ circulo, vel eidem æquali ad altitudinem $\frac{2}{3}$ axis sphæræ ejusdem constitutus, eidem sphæræ coequabitur.

Pragmatia in numeris.

Esto A Axis sphæræ 15 ped. hujus $\frac{2}{3}$ sit linea B 10: Cylindrus ad altitudinem Liniæ B 10, super circulum æqualem maximæ sphæræ circulo constructus, quæsto satisfaciet

15. Ad datum circulum vel ad altitudinem datam, cylindrus ut datæ sphæræ æqualis fiat.

Inter circuli dati diametrum B, & sphæræ Axin A quarta proportionalis inveniendà, quæ sit C, cujus D, $\frac{2}{3}$ comprehendat Cylindrus super datum circulum in altitudine D descriptus, æquabitur sphæræ datæ.



Explicatio in numeris.

B sit 7 ped. A 14. Hinc dicito, ut 7 ad 14, ita 14 ad 28 tertiam proportionalem, rursus dicendo, ut 14 ad 28, ita 29 ad aliud, concludes C quartam proportionalem 56, cujus $\frac{2}{3}$ valent $3\frac{1}{3}$ linea D: Cylindrus hac altitudine D, super circulum datum constructus quæsito satisfaciet.

Rursus, ut in data Altitudine D, Cylindrus construatur æqualis sphæræ datæ.

Quærenda media proportionalis inter Axin A, & rectam sesquialteram altitudinis D datæ, quæ sit E: Hinc tertia proportionalis ab inventa hac media proportionali E, & ipso sphæræ Axi A: sit B, qui erit diameter circularis basis cylindri optati.

Explicatio in numeris.

Axis sphæræ A esto 14, Altitudo D data $37\frac{1}{3}$, erit ejus sesquialtera C 56 (quam cognosces multiplicando $37\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{2}$ fiunt 56) media proportionalis inter A 14, & rectam C 56, est E 28. Hinc tertia proportionalis ab E 28 & Axi A C 14 dabitur B 7, diameter circularis basis cylindri optati.

16. *Sphæræ datæ Cubum æqualem, & dato Cubo æqualem Sphæram fabricare.*

Archimedes 32 p. lib. 1 de sphæra & cylindro demonstravit sphæram esse quadruplam coni, cujus basis est maximus ipsius sphæræ circulus, altitudo verò ejusdem sphæræ semidiameter: Quare per 7 pr. cap. 10. Circulus maximus oblatæ sphæræ in quadrupla proportione augeatur: *vel compendio idem sic fiet.* describatur circulus ex radio, qui est diametro vel axi sphæræ oblatæ æqualis; circulus ille erit quadruplus ad oblatæ sphæræ maximum circulum: conus super ejusmodi circulo ad altitudinem semidiametri, vel dimidiæ axis sphæræ constitutus, eidem sphæræ coæquabitur: atque huic cono si fiat cubus æqualis per 6 præc. Corollarium: erit idem hic cubus datæ sphæræ æqualis.

Aliter.

Per 14 vel is præc. fiat Cylindrus sphæræ æqualis & istiusmodi Cylindro, fiat Cubus æqualis per consectar. 11 præc: Erit idem hic cubus sphæræ datæ æqualis.

Aliter & per numeros

Soliditatis sphæræ latus cubicum satisfaciet præcepto, quando ex eo cubus fit. Quare esto sphæræ soliditas 729, cujus latus cubi est 9: Cubus ad idem descriptus coæquabitur sphæræ,

Vice

Vice versa ut ex cubo sphæra constituatur æqualis.

Basi cubi fiat circulus æqualis, super quem, ad altitudinem lateris Cubi fiat Cylindrus qui Cubo æquabitur; deinde inter Diametrum Circuli & lineam quæ est sesquialtera ad altitudinem Cylindri (hoc est quæ altitudinem Cylindri semel comprehendit, ac insuper dimidiam ejus partem) duæ mediæ proportionales investigentur, quarum illa, quæ vicinior est Diametro Circuli, erit axis sphæræ.

CONSECTARIVM I.

Sphæram in solidum rectang. quotlibet hedrarum: & contra Prisma quotcunque hedrarum in sphæram convertens,

Per 5 præc. cap. 9 construatur rectilineum quotcunque laterum, æquale basi cubi oblati, ac super idem rectilineum, ad altitudinem ejusdem cubi, solidum rectangulum erigatur: solidum illud cubo dato erit æquale per 5 præc. Quare si datæ sphęrę prius fiat cubus æqualis, ac eidem cubo solidum rectangulum æquale uti diximus: erit sphæræ oblatæ æquale solidum rectangulum quotlibet hedrarum constructum. Item si cubo, qui sphęrę datę æqualis, tanquam prismati, Pyramis construatur ęqualis per 4 pręc, erit eadem Pyramis sphęrę ęqualis.

Reciprocè per Coroll. 6 pręc. construatur cuilibet oblati prismati cubus ęqualis, & eidem cubo sphęra ęqualis: erit eadem hęc sphæra prismati quotcunque hedrarum ęqualiter constructa.

CONSECTARIVM II.

Corpus quodcunque regulare in sphæram aut cubum revocans.

De cubo diximus hoc pręcepto; de pyramide regulari idem patet per 9 pręc. Pyramidi tetraedrę fiat parallelepipedum æquale, & huic parallep cubus æqualis per 11 præc. Tandem isti cubo construatur sphęra ęqualis; quę coęquabitur tetraedro vel pyramidi regulari dato.

De Octaedro, Icosaedro, & Dodecaedro ita res peragetur per 5 & 3 præc. 8. cap. Construatur quadratum omnibus hedris corporis regularis oblati æquale: & super hoc quadratum, erigatur Pyramis habens altitudinem ęqualem perpendiculari, è centro corporis ad quamlibet hedram ductę; quę pyramis erit

erit corpori regulari æqualis. Quare si per 4 præc. isti pyramidi cubus construatur æqualis; ac huic cubo sphæra æqualis fabricetur, erit eadem sphæra Pyramidi, nec non & corpori regulari æqualis.

17. *Duobus aut pluribus Cubis, unum Cubum æqualem constituere.*

Per 7 præc. Super basin prioris cubi edificetur parallelepipedum rectangulum secundo cubo æquale, ut unum fiat parallelepipedum duobus cubis æquale: & super parallelepipedi hujus superiorem basin, aliud parallelep. tertio cubo æquale fabricetur, & sic deinceps, si plures fuerint cubi: unde constructũ erit parallelepipedum propositis cubis æquale, & si per 11 præc. parallelepipedo huic fiat cubus æqualis, factum erit quod fuit in præcepto.

Consectarium constituens cubum quotlibet solidis datis æqualem.

Eâdem operandi formulâ constituetur cubus, quotlibet figuris solidis, non cubis, æqualis, si nimirum per Coroll. 7 cap. revocentur ad unum parallelepipedum, cui postmodum cubus fiat æqualis.

Pragmatia per numeros.

Facilis erit per numeros resolutio: Cubos vel solidos datos in unam summam collige, numeri collecti latus cubi expeditæ satisfaciet quæsito: v. gr. datorum solidorum areæ simul additæ sunto 6º 921 ped ad latus istius numeri cubicum 41 si cubus exstruatur, erit is omnibus solidis datis æqualis: simili competu plures cubos datos ad unum revocabis qui omnibus datis æqualis erit.

18. *Dato cubo corpus regulare aliud æquale constituere.*

Detur cubus, cujus latus A, sit eidem, loco exempli, Icosaedrum æquale efficiendum, construatur qualecunque Icosaedrum, cujus latus B, atque eidem per Corollarium 2 præc. 17 fiat cubus æqualis, cujus latus sit C. Tandem tribus C, A, B, lateribus vestigetur per 9 præc. 4 cap. quarta proportionalis D; Erit Icosaedrum super latus D constructum, æquale cubo dato.

A
B
C
D

Pragmatia in numeris.

Tetracedri latus inquirere in partibus lateris Cubi 1000.

Esto latus cubi 1000, (vel 100000 si accuratam magis optas mensuram) ejus

duplum erit 200, quorum medium proportionale 1414: Cui medio, & ejusdem triplo 4242 duo media proportionalia inquirenda, quorum ordine primum, utpote, 2039 erit latus *tetraëdri* optati.

In eadem mensura latus octaëdri inquirere.

Medium proportionale inter latus Tetraëdri 2039, atque ejus dimidii 1019, est latus *Octoëdri* puta 1285.

Latus Icosaëdri inquirere.

Quadrata lateris Octoëdri 1648 56, laterisque dimidii 412164 aggregata, producunt 2060820, à latere ejus quadrato 1436 deme dimidiū lateris octoëdri 642, residuum 490 quadrabis, quadratum 240100 duplicabis, duplique 480200 latus quadratum 693 tanquam. *Inventum primum* annota.

Medium proportionale, inter inventum hoc primum 693, ejusque quintuplum 3465 reserva pro *invento secundo*, estque 1550 Latus octoedri 1284 in sui duplum 2568 multiplica, producti 3297312 latus quadratum 1816, sit *inventum tertium*. Invento secundo 1550, & invento huic tertio 1816 medium proportionale quærito, quod sit 2177, & pronuntia.

Vt invent. secund 1550 ad 2177: ita invent. primum 693 ad aliud, fiunt 951, inter primum inventum 693, & hunc factum 951 duo media proportionalia quęrito: quorum ordine primum erit 770 latus *Icosaëdri* optati.

Dodecaëdri latus invenire.

Vltimo præcepto cap. 3 lib. sequentis demonstratur, qualium circuli radius 1000 erit latus Trianguli ordinati circulo eidem inscribendi 1732 Latusque pentagoni 1176. Angulus pentagoni è centro est 72 gr. quem cognosces dividendo 360 gr per numerum laterum pentagonis, quotus 72 erit ang. centri, cujus sinus 951 duplicatus 1902 reservetur. Hisce numeris datis ex latere Icosaëdri dato latus Dodecaëdrum ita concludes.

Vt latus Triang. æquilateri 1732, ad latus Icosaëdri 770: ita latus pentagoni 1177, ad 523 *Invent* 1.

Itemque, ut latus Triang. æquil. 1732, ad latus Icosaedri 770, ita sin. ang. centri duplicatus 1902, ad 846 *Invent. 2.*

Vt invent. secund. 846 ad 770: ita *invent. primum* 323 ad 476 Invent. 3.

Inter inventum primum & tertium, hoc est, 523 & 476 duo media proportionalia quærantur, quorum ordine primum 507 erit latus Dodecaedri.

In eadem mensura Axis sphæræ inquirere.

Dicito, ut 11 ad 14: ita quadratum cubi 1000000 ad 1272727: hujus lat. quadrati 1128, & ejusdem tripli 3384 media proportionalis 1954: Quadrans ejusdem 488½ ponatur loco primo in regula proportionis: loco secundo 10000: loco tertio 977, facta operatione produces 2000. Medium proportionale duorum mediorum inter extremas 977 & 2000 ordine primum 1239 erit Axis sphæræ in partibus cubi lateris æqualis 1000. Sequitur tabella proportiones corporum regularium comprehendens.

Qualium latus cubi 1000 erunt latera	Tetraëdri	2039	*Qualium latus Tetraëdi 1000 erunt eadem lat.*	490	Cubis.
	Octoëdri	1285		390	Octoëdri.
	Icosaëdri	770		378	Icosaëdri.
	Dodecaëdri	507		249	Dodecaëdri.
	Sphæræ	1239		608	Sphæræ.

Hujus tabellæ beneficio facile erit

19. *Quodvis corpus regulare in sphæram vel aliud regulare transmutare.*

Esto latus cubi 12, ped. quæro sphæram cubo isti æqualem: Pronuntia ut latus cubi 1000 ad Axin sphæræ 1239 ita latus cubi 12 ad aliud: & concludes $14\frac{268}{100}$ ped. tantusque erit Axis sphæræ optatæ.

Aliud.

Detur Axis sphæræ 15; desidero Octoëdrum quod sphæræ coæquabitur, pronuntia, ut Axis spæræ 1239 ad latus octoëdri 1285: ita Axis 15 ad altitud. & concludes octoëdri 16 ferè

Simili pragmatia octoëdrum in Dodecaëdrum icosaëdrum vel aliud corpus regulare sive in sphæram, & contra revocabis.

20. *Datis duabus vel pluribus sphæris sphæram unam æqualem efficere.*

Per 16 prę. sphęris propositis cubi ęquales constituantur, deinde per 17 prec. cubus æqualis fiat: si tandem illi cubo fiat sphæra æqualis factum erit quod desiderabatur. Numerorum pragmatia patet ex factione Geometria.

21. *Ex ma-*

21. Ex majori sphæra minorem sphæram detrahere, residuoque sphæram æqualem describere.

Vtraque sphæra in cubum revocetur: Detractaque minori à majori, ipsi residuo sphæra fiat æqualis. In numeris res manifesta.

22 Datis duobus vel pluribus Sphæris, Sphæram unam æqualem constituere.

Per 8 præc, Sphæris propositis cubi æquales construantur. His deinde per 9 præc. cubus æqualis fiat. Si tandem isti cubo extruatur sphæra æqualis; factum erit quod desiderabatur.

23. Datum cubum aut parallelepipedum, secundum proportionem datam secare.

Latus unum cubi aut parallelepipedi in sua basi secundum datam proportionem secetur, & per sectionis punctum ducatur planum duabus solidi hedris erectis parallelum, quod dividit solidum datum ad datam proportionem in duo parallelepipeda. Sunt enim parallelepipeda ejusdem altitudinis, unde eandem habent inter se rationem quàm ipsorum bases, & bases, illam habent inter se rationem, quam segmenta lateris in data proportione divisi, ergo constat propositum.

COROLLARIVM.

Non aliter prisma aut cylindrus in proportione data secabitur, quando altitudo in datam rationem secatur, & per sectionis punctum planum basibus parallelum ducatur.

Finis partis prioris.

GEOMETRIAE PRACTICÆ,

PARS SECVNDA.

GEODÆSIA APPELLATA.

Quæ concretè, & in re materiata usum Geometriæ demonstrat & exercet: & quarumlibet rerum magnitudinem, adhibitis instrumentis, per notam seu famosam (ut appellant) mensuram inquirit.

Geometriæ elementa, facilemque in ejus disciplinam introductionem, determinatis magnitudinum speciebus, earundemque nonnullis affectionibus in priore parte exposuimus: nunc autem in eo laborandum nobis erit, ut veram mensurandi praxin artisque usum, utpote prateriti laboris fructus, colligamus. Quemadmodum enim optimi agricolæ, qui post exantlatos stercorationis seminationisque labores, ad messem maturam jam metiendam alacres tandem ac impigrè accedunt: ita & nos in præsentia ab eis, quæ huc usque jacta sunt fundamenta, uberrimam tandem frugem, opere prætiumque laboris expectabimus.

CAP. I.

De definitione Geodæsiæ, ejusdemque requisitis.

Geodæsia est ars, quæ rei materiatæ magnitudinem nota quadam mensura invenit.

2. *Partes ejus sunt tres, Longimetria, Planimetria, & Stereometria.*

Omnis enim Genesis & corporis in forma sua respectu magnitudinis creatio, à puncto deduci intelligitur. Fluxu enim & motu puncti fit linea, ex qua superficies,

perficies, unde corpus generatur, ut latiùs in prima parte 1 pr. cap. 2. Punctum verò nulla est magnitudo, sed magnitudinis initium. Unde in cujuslibet rei materiatæ magnitudine inquirenda. Primum lineæ contemplandæ, quatenus nimirum corpus mensurandum sit, vel longum, vel latum, profundum: ad quam partem referuntur etiam rerum ab invicem distantiæ, quæ consideratio *Longimetria* appellatur. Deindè ut corporis materiati mensuram prosequamur, ejus planum sive superficiem, quatenus nimirum corpus ipsum simul & longum & latum existit, vestigamus; & *Planemetria* dicitur.

Tandem, ut de totius corporis mensura constet, cum ipsa longitudine & latitudine, etiam ejus crassitiem vel profunditatem, ut vocant, inquirimus, & inquisitio hæc *Solidometria* vel *Stereometria* vocatur. In his omnibus mensurandis hoc generale Geodæticum axioma observandum erit.

3. *Omnis magnitudo, cognomine mensuræ Genere mensuratur.*

Sic lineæ mensurantur lineis: Superficies superficiebus: & Solida solidis. Verbi gratia: si inveniganda sit altitudo alicujus ædificiei, ea explorabitur per lineam rectam, quæ æquet altitudinem ejus, mensurando quot perticas, pedes & digitos, ea ipsa linea longitudine sua comprehendat: Per lineas etiam rerum ab invicem distantie, fluviorumque latitudines mensurantur, verum si jugerum vel planities alicujus campi sit cognoscenda, indagari id debet perticis quadratis, inquirendo quot quadrata, cujus latus perticæ coæquale est, in ipsa campi planitie contineantur. Denique in corporibus mensurandis, pro mensura existit cubus lateris mensuræ propositæ, & pervestigamus quot istiusmodi cubis corpus ipsum constet.

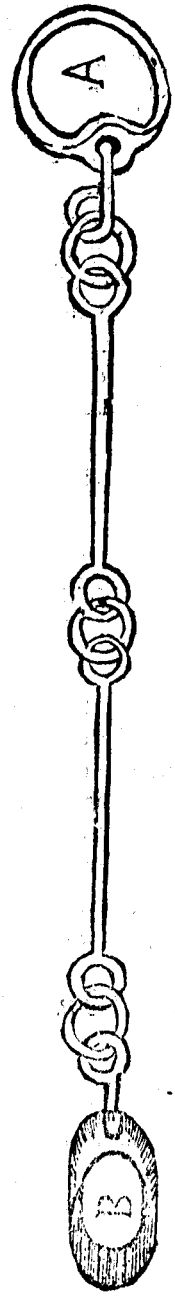
Unde prius de notæ mensuræ generibus, & instrumentorum Geometricorum fabrica, quorum beneficio magnitudinum quantitas indagatur, agendum.

4. *De mensurâ famosâ, per quam lineas & superficies mensuramus.*

In lineis & superficiebus mensurandis, mensura famosa est pertica in pedes & digitos distributa: verum apud alias gentes, alia & diversa existit perticæ in pedes & digitos distributio. Nonnullæ enim perticam in 12, aliæ in 14, aliæ in 16 pedes distinguunt, pedemque in totidem digitos, & digitum in totidem gra-

na subdividunt. Veteres ab facilem numerationem in decupla proportione distinguebant, suamque perticam propterea decempedam, quod ea 10 constabat pedibus, appellabant, quam distinctionem etiam approbamus.

Batavorum pertica 12 pedes, pes 12 digitos continet, & trium digitorum, hoc est, unius quartæ partis pedis hæc est longitudo. Ex qua tamen exactam perticæ longitudinem determinare difficile erit



exigua enim magnitudo, si à justa sua longitudine ad latitudinem tenuissimi pili aberraverit, aliquoties accepta, errorem producit notabilem. Quare in bene constitutis Republ. solent perticæ longitudinem per ferream virgam in curia sive publicis ædibus exhibere. Præter 12 pedes totidemque digitos, qui perticę lateri apud nostros inscribuntur, etiam aliud latus in 10 determinamus partes æquales, & earum quaslibet in decem alias, ut isto modo etiam decempedam habeamus. Porrò in longioribus intervallis mensurandis, catenam ex ferreis filis quinque perticis longam, usurpamus. Cujus virgæ annulorum catervatione, ut hic videre est, colligantur. Virga inter duorum annulorum centra pedem exactè æquanto, & discriminis gratia decima vel duodecima quæque ad perticæ longitudinem majore annulo, qualem in schemate annulus B refert, colligantur: in utraque catenæ extremitate sint annuli majores, qualem figura A exhibet, ut commodè manu teneri possint. Namque in istis annulis, utpote ad catenæ bene extensæ terminos, bacilli unum pedem circiter oblongi, humi defigunt ur: & necessum est ut ista catenæ extensione bacilli secundum medietates suas quinque perticis inter se quam exactissimè distent. Hujusmodi bacillos ejusdem crassitudinis mensor 10 in suum usum habebit, quando enim longum interstitium mensurandum proponitur: verbi gratia, ab A usque ad B; si

ad B; si nullum ultra terminum B à longe in eadem A B rectitudine signum, sive ædificium, sive arbor, vel aliud quidvis con-

A, C, B

spicitur, inter A & B signum C ad perpendiculum erigendum erit. Hinc mensor ab A in rectitudine ipsius C B procedens ad terminum catenę extensę in annulo majore quem manu tenet, bacillum humi defigit, quem minister (qui eum subsequitur) ubi eò devenit humo revulsum secum aufert, sic pergendo, ubi tandem ad terminum B mensor devenerit, numerus bacillorum per ministrum revulsorum, Longitudinem lineę A B mensurandę indicat: quinque enim 25; & sex 30; & decem 50 perticarum indices sunt. Si de intervallo quod reliquum est catena exactè non mensurat, per decempedam illud residuum metiri licet: verbi gratia, prętер 8 bacillos supersint 3 decempedę 5 ped. 4 dig. undę longitudo lineæ A B erit 33 pert. 5 ped. 4 dig.

5. *De solidorum mensura famosa.*

Atque hæc de mensura quę in lineis & superficiebus mensurandis adhibetur, & licet corpora solida per pedes & digitos commodè satis mensurari possint: nos tamen ob commodiorem usum in pertica sive virga quadam partes mensuris liquorum Reipublicæ cuidam accommodatas inscribimus, easque in decimas: decimarumque decimas, ad vitandas vulgarium fractionum in calculo molestias secabimus. Longitudo lineæ A B respondet mensurę cantari Frisiæ, quam Ommekan appellant, quarum nempe 10 complent vasculum & mensuram Coloniensem ein Oneelansche Ancker dictam, de cujus lineę inventione, suo loco. Quare in pertica sive virga ad longitudinem lineæ A B tot partes ęquales inscribantur, quot ipsa capere potest, quibus numeri adscribantur primę nempe parti 1; secundæ 2, tertiæ 3, & sic consequenter ad extremam partem usque. Hę partes integra appellantur, quodvis ulterius integrum, hoc est, quamlibet partem in virga determinatam, in 10 partes æquales secamus, easque scrupula prima appellamus:

mus: & quodlibet scrup. primum in alias 10 partes subdivimus, quæ centesimæ sunt, si ad integri sectionem referantur, appellamus tamen easdem scrupula secunda. Atque ita perticam extructam habes, cujus beneficio tam plana quàm gibba corpora mensurare licebit. In gibbis tamen mensurandis, ad expeditum usum virgam sive perticam cylindraceam dictam, ex numeris quadratis in partes inæquales distinctam adhibemus.

Cæterùm hosce stereometricos numeros tantùm per commata in periodos distinguimus, ex quibus ipsorum valor sive species dignoscitur. Vt prima periodus sinistram versus collocata, integra significet: secunda versus dextram scrupula prima: tertia scr. secunda: quarta scr. 3 designent, & sic deinceps, quamvis peracta geodœsia 2ª & 3ª omitti possunt, *Verbi gratia.* Hunc numerum in periodos distinctum 14: 7: 5: 6: ita exprimes; 14 integra sive mensuræ, 7 scr. prima: 5 scrupula secunda: 6 scr. tertia.

Si species intermittens fuerit, ejus locus & periodus cyphra supplenda: quare per hosce numeros 12: 0: 6 intellige, 12 mensuras: 6 scr. secunda: sic per hunc numerum 0: 0: 5: intellige 5 scr. tertia. Horum porrò numerationem instituimus cap. 7, 8, 9, & 11 Arith. nostræ.

Tyro igitur primo omnium in hoc calculo sese exerceat, quo probè percepto, reliqua omnia plana & facilia futura sunt.

6. *De Instrumentis.*

Atque hæc de mensuris Geometricis, quarum usu magnitudinem quarumlibet rerum accessibilium inquirunt artifices. Verum quia aliquando longitudines rerum inaccessibilium occurrunt mensurandæ: ut, si à termino quopiam notato via longitudo ad turrim aliquam mensuranda detur, accessus autem ob interjectam aquam sit præclusus, Mathematica quædam instrumenta artificio logistico, è solius trianguli rectanguli natura, tanquam magistri Geodætici excogitata sunt. Vniversa tamen Trianguli formam præ se ferunt, quæ uno aut altero latere mobili, variè quidem, sed tamen similiter magno mensurando triangulo mutantur, ac moventur, ut usu unius instrumenti cognito, reliqua omnia cognoscantur.

Horum autem instrumentorum licet sint varia, præcipua tamen sunt, Radius, Planimetrum, quadratum Geometricum: Triquetrum. ex quibus quadratum Geometricum Astrolabio inscriptum seligendum putamus; Quocirca Astrolabii, tum quadrati fabricam, & in suas partes distributionem exponemus.

7. *De Astrolabii partibus.*

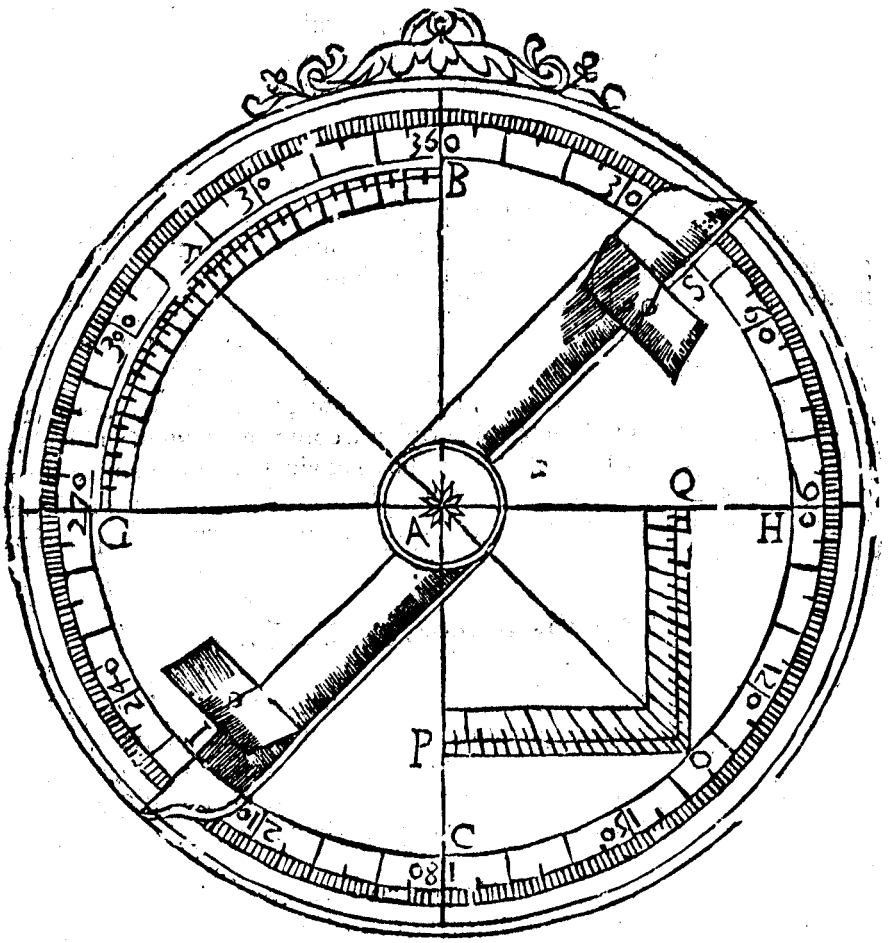
In Astrolabii partibus prima omnium est armilla suspensoria, à qua Astrolabium liberè ad perpendiculum dependet: cui succedit ansa, quæ armillam cum Astrolabio connectit; tandem sequitur dorsum bene complanatum, & circini beneficio in orbem redactum, in margine dorsi annectitur limbus, qui sunt circuli ex dorsi medietate, sive A centro descripti. Limbus insuper, duabus B C & G H diametris in centro orthogonalibus, in 4 quadrantes distinguitur; quarum altera B C ab armilla descendens, *verticalis* dicitur: Altera G H *horizontalis*, quia ad æquilibrium suspenso Astrolabio, horizonti existit æqualis & parallela. Porrò quilibet Limbi quadrans in 90 partes æquales, quas gradus appellant, distinguitur, ita ut totus limbus 360 gr. contineat. Horum numerationis ordo incipit à verticalis lineæ superiore parte, ubi ansa est, & ob facilem numerationem decimus quisque gradus longiori lineola pingitur, quibus numeri adscribuntur, primæ nempe lineolæ, quæ est à diametro verticali ad partem ansæ B, dextram versus, 10 assignantur; secundæ lineolæ 20: tertiæ 30, & sic pergendo donec integrè peripheria compleatur, ut 360 numerus in superiorem ejusdem diametri partem desinat; ut videre est in schemate, in quo ob angustiam eodem ordine trigesimo cuique gradui numeros apposuimus. Sed qua methodo Limbus in 360 gr. distribuendus sit, docuimus in priori parte 12 præc. cap. 4.

8. *De quadrato Geometrico.*

Sequitur inscripto quadrati Geometrici, quæ hac methodo perficietur. Inferioris peripheriæ Limbi quadrans H O C in duas discriminato partes æquales ad punctum O, & ex A centro recta A O egrediatur, quæ *diagonalis* vocabitur. Consequenter ex O ad ipsas diametros G H & B C perpendiculares rectæ O Q & O P descendant, quæ in hunc modum commode protrahentur.

Quadrans peripheriæ H B bifariam secetur in S, & regulâ ad O & S applicatâ, duces juxta latus ejusdem rectam O Q, quæ erit perpendicularis ipsi H G: similiter quadrans peripheriæ G C bifariam secetur in I, & applicatâ ad O & I regula, duc rectam O P ipsi B perpendicularem: lineæ O P & O Q latera erunt quadrati exteriora; utrique eorundem laterum duæ delineentur ad inæqualia interstitia parallelæ in diagonalem A O aptè convenientes: exterius

interstitium singulis quadrati partibus, interius decadibus inscribendis inserviet. Quodlibet enim exteriorum O P & O Q laterum distinguetur in 100 æquales partes, in hunc modum. Primum utrumque latus in duas, & earum



quamlibet in quinque discriminato partes æquales, & ex centro A per quælibet divisionum puncta extensa regula, ab infimis & interioribus parallelis, ad usque præmemorata O P, & O Q exteriora latera lineolæ protrahuntur, quæ referent

referent partium quadrati decades. Quælibet rursus pars decima utriusque O P & O Q lateris in duas dividito partes, & emissa rursus ex A centro regula, ad quodlibet divisionis punctum breviores producantur lineunculæ, paulum per exterius intervallum extensæ, quæ partes quinarias designant Postmodum earundem quodlibet in utroque O P & O Q latere interstitium in quinque secato partes æquales, quas brevissimis lineunculis in exteriore spacio solummodo distingue.

In hunc ergo modum habebis utrumque quadrati latus in 100 æquales partes distinctum. In infimo & amplissimo parallelarum interstitio, ab utroque Q & P versus idem punctum O numeri decentes per denariam unitatum successionem usque ad 100 distributi, inscribantur. Demum juxta latus Q O extrorsum adscribe *latus versum*. Infra verò ad latus quadrati P O *latus rectum* annota. In quorum omnium elucidationem ampliorem figuram æneis typis expressam, exhibemus.

Partes quadrati.	Gradus limb. ejusdem partis respond.	
gr.	gr.	m.
5	2	52
10	5	43
15	8	31
20	11	19
25	14	20
30	16	42
35	19	18
40	21	48
45	14	14
50	26	34
55	28	49
60	30	58
65	33	2
70	36	0
75	36	52
80	38	40
85	40	22
90	41	59
95	43	32
100	45	0

Partes quadrati Geometri. quinariæ.

Gradus limbi partibus quadrati respondentes.

9. *Easdem quadrati Geometrici partes peripheriæ quadranti accommodare.*

Licebit quoque ex hac apposita tabella easdem quadrati Geometrici partes, peripheriarum quadrantibus ex centro A in oppositum G B quadrantem limbi descriptis, respondenter inscribere, ut videre est in majori figura, in qua tres peripheriarum quadrantes ad debita intervalla infra interiorem limbi partē ex centro A delineavimus, namque spacium quod prima peripheria cum secunda claudit, singulas quadrati partes recipit, sed in altero ampliori spacio per denariam successionem numeri ad 100 usque inscribuntur.

Modus inscribendi easdem parte per tabellam hic est. Primò linea diagonali A O, ad partem A continuata

bisecabit, eadem descriptos peripheriam quadrantes ad punctum T. In Arcubus G T partes *lateris versi*, & in Arcubus B T *lateris recti* partes inscribantur.

Verbi gratia.

Vt quintam partem lateris recti inscribas, numerabis in limbo ab A B radio versus G deorsum 2 gr. 52 m. hoc est 3 gr. fere, utpote qui quintæ parti in tabella respondent; deinde regula ex centro A ibidem apposita, quintam partem lateris Recti, lineola brevi deducta, in extimo peripheriarum spacio signabis. Similiter ab eadem A B diametro numera 5 gr. 43 m, hoc est, $5\frac{3}{4}$ gr. ferè, utpotè qui in tabella decimæ parti lateris respondent, & admodata ibidem ex centro regula, signabis inter peripheriarum arcus decimam partem lateris recti, linea longiore per bina peripheriarum intervalla deducta. Atque ita consequenter alias lateris recti partes quinas, ex eadem tabella, notabis. Partes lateris versi inscribentur, numerando in limbo gradus eosdem respondentes, ab A G sursum versus B Partibus lateris recti & versi quinariis ita inscriptis, spacia earundem singula in quinque partes æquales secerne: & licet (si ad unguem omnia exigantur) illa quinarum partium intervalla æquales sectiones non admittant, tamen quia æqualis hæc divisio ab inæquali & germana adeo nihil discrepat, ut sensum fugiet, quare quæ facilior, ea potior. Postea numerorum decades inferiore spacio signabis, ut apparet in schemate æneo.

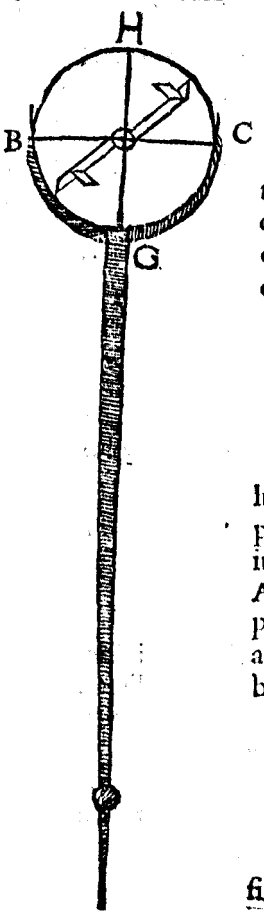
Et hæc sunt quæ in ipso Astrolabii dorso inscribuntur. Porro ex diametrorum extremitatibus quatuor erigenda erunt pinnicidia, tenuissima foramina, sive rimas potius oblongiores, habentia, quæ ipsis diametrorum lineis exactè respondebunt, per has enim in formam crucis dispositas, in planitie & campo patenti angulum rectum collimamus, Astrolabio super baculum ad perpendiculum humo infixum decumbente.

Postremo per ipsum instrumenti & Limbi centrum clavus, qui axis dicitur, transit, cui additur index inobilis, *dioptram* quam vocant, ita ut liberè circa clavum, tanquam axin circumvolvi queat. Recta S A I per centrum dioptræ transiens, dicitur linea indicis, sive index, vel regula ostensoria. Quin etiam dioptræ hujus extremitatibus pinnulæ duæ affiguntur, per quarum rimas indici correspondentes quaslibet res collimamus.

10. *Atque sic instrumentum mensorium præparatum erit, in quo tamen hæc examinanda, ut usui fiat aptum.*

1. *An dioptra, & diametri B C & G H centris suis aptè respondeant, sic examinabis.*

Dioptra in centro A mobilis ad B C diametrum sistetur, ita ut pars dioptræ S applicata in B regula indicis, undiquaque ipsi B C diametro respondeat. Deinde convertenda erit dioptra, ejusque pars S devolvenda in C: & denuo regula indicis diametro B C undiquaque respondere debet, alioqui error erit vel in diametro, vel in regula, aut in utraque, Simile etiam examen instituendum ad diametrum horizontalem G H.



2. *An Partes & Gradus limbi centro undiquaque conveniant, in hunc modum indagabis.*

Pars indicis dioptræ S applicetur decimo limbi gradui, necessum erit ut opposita indicis pars I in oppositum 190 gr. exactè incidat; eodem modo applicata indice altera extremitate ad 20 gr. opposita ejus pars oppositum 200 gr. indicabit, & sic per singulos graduum decades instituatur examen.

3. *An horizonti, ad æquilibrium ab armilla sua dependeat instrumentum, in hunc modum, explorabis.*

Suspende Astrolabium ex trabe vel alia re, per filum armillæ alligatum, ut liberè pendeat: Ex pinnula B per oppositam horizontis pinnulam C signum aliquod in objectum parietem concipe: Deinde convertatur Astrolabium; Quod si aspiciendo ex pinnula C per oppositam pinnulæ B rimam, conceptum signum denuo appareat, rectè & ad æquilibrium Astrolabium pendebit, sin minus, corrigendus error.

4. *An quatuor pinnulæ in diametrorum extremitatibus positæ, ad angulum consistant rectum ita commodè explorabis.*

Astrolabium baculo, humi ad perpendiculum defixo, imponatur; atque ita dirigatur, ut per pinnaci-

diorum B & C rimas, signum aliquod, sive id turris, sive arbor fuerit, conspiciatur: Deinde aliud signum in rectam lineam, quæ per G & H pinnacidia collimatur, erigendum. Postea convertatur instrumentum, donec per pinnulas B & C signum postremè erectum contempleris: si enim in illa Astrolabii positione, per ambas G & H rimas signum primum appareat, ad rectum angulum consistunt pinnacidiorum rimæ. Atque sic usui accommodatissimum habebis instrumentum.

CAP. II.

De Longimetria, hoc est; linearum rectarum Geodæsia.

GEodæsia cujuscunque magnitudinis à rectarum linearum mensuratione inchoatur: inde superficierum, & corporum mensura, haud difficilis futura.

Linearum mensurandarum situs triplex est: *Aut enim in altum, perpendiculariter, super planum intelliguntur elevatæ.* Cujusmodi sunt parietes, turres, & alia ædificia in altum erecta. *Vel in profundum, ad perpendiculum sunt depressæ.* Cujusmodi sunt hæ, quæ vasorum vel puteorum videntur indicare profunditatem. *Vel denique in plano transversaliter intelliguntur extensæ.* Cujusmodi finguntur in campestri planitie locorum ab invicem distantiæ. Quarum omnium mensurandarum ratio & fundamentum dependet ex 6 ax. cap. 3 lib. antec. vel ex 13 ax. cap. 7 ejus.

1. Parietis, turris, vel alterius cujusvis rei erectæ altitudinem, ex unico stationis loco inquirere.

Altitudines rerum erectarum, vel ex unico, vel duplici stationis loco indagantur. Quæ ex unico stationis loco inquiruntur, earum intervallum, à stationis loco, ad usque rei mensurandæ fundamentum sive radicem, accessibile erit, ut idem commodè per perticam sive passus & pedes tuos mensurari possit. Geodęsia altitudinis ex uno stationis loco itidem duplex est, aut enim absque numeratione Arithmetica, stationis loco subinde mutato, perficitur: aut per operationem regulæ proportionalis aureæ, ex certo & præfinito stationis loco obsolvitur.

Absque

Absque calculi molestia parietis, vel alterius rei accessibilis, & ad perpendiculum erecta altitudinem, hoc modo ex Astrolabio indagabis.

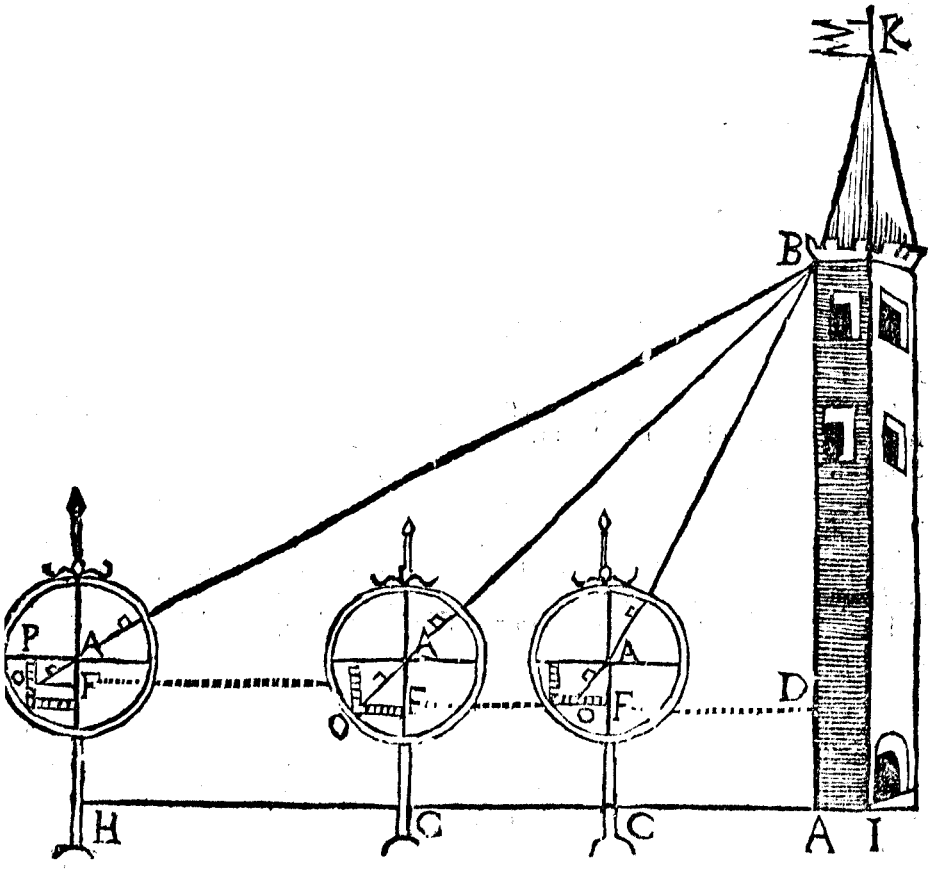
Requiritur hic commoda juxta rem mensurandam planities, in qua secundum rectam lineam ad eandem accedere & recedere licebit. Si verò locus recedendi non usque adeo detur longus, dioptram secundum regulam ostensoriam in Astrolabio ad partem quinquagesimam, hoc est, dimidium lateris recti statue. Deinde manu in altum levata: Astrolabium ab armillâ liberè pendeat, & à re metiendâ recto tramite recede, vel accede, donec per ambas pinnulas dioptræ rimas rei cacumen exactissimè intuearis: Isto enim modo distantia inter te (à medio pedum) atque inter rei mensurandæ radicem duplicata, æqualis erit altitudini desideratæ, addita tamen à pedibus ad oculos longitudine, quæ in posterum ad distantiam per decempedam, vel per passus sive pedes tuos mensuratam, addenda erit.

Si in planitie longior detur recedendi locus, dioptram statue ad diagoni lineam, sive 100 quadrati partem, & à re mensuranda longius secundum rectam viam recede, donec idem cacumen per dioptræ rimas conspicis: intervallum stationis loco, reique mensurandæ interjectum, æquabitur altitudini supra oculum.

Præterea si dioptram applicaveris parti 50 lateris versi, juxta præscriptas leges longius à re mensuranda recedendum, & conspectâ rei summitate, intervallum inter locum stationis & rem mensurandam interjectum, duplo excedet rei supra oculum altitudinem.

Præcepti hujus exemplum capiatur ex schemate, in quo exhibetur parietis ad perpendiculum erecti altitudo A B mensuranda. Primum dioptra in Astrolabio ad 50 partem, hoc est, in medietate lateris recti ad punctum O constituta, Collimatio ad præscriptas leges peracta, terminatur in locum stationis C, & concluditur distantiam C A, sive F E esse altitudine D B (supra oculum) duplo minorem. Fundamentum & demonstratio dependet ex 6 axiom. cap. 3 part. prioris. Rectæ enim A F & B D sunt in eandem rectam F D perpendiculares, unde per 4 axio. ejusdem cap. erunt invicem parallelæ. Deinde quia crura anguli B O D intersecantur A F & B D parallelis, per citatum 6 axioma, eadem segmentis conterminis existunt proportionales, eritque ut A F parallela ad B D parall. ita cruris segmentum F O ad cruris segmentum D O: & alternè, ut A F ad F O: ita B D ad D O: & conversim ut F O ad A F: ita D O ab B D, Quod erat nobis demonstrandum. Idem quoque demonstrabitur per 13 ax. ejusd. lib. cap. 7. Duo enim conspiciuntur triangula, unum in quadrato

drato F A O minus, alterum visorium B O D majus, quæ sunt æquiangula; angulus enim O est utrique triangulo communis, præterea angulus F, ut & angulus ad D sunt recti, proinde & æquales, atque per 11. Axio. ejus cap. ter-



tius angulus A æquabitur tertio B. Vnde & latera circa æquales angulos sunt proportionalia: eritque ut O F lateris recti segmentum, ad F A integrum quadrati latus: ita O D distantia stationis à re mensuranda, ad D B altitudinem. Quia F O est dimidium lateris quadrati F A. Distantia O D erit ipsius B D altitudinis dimidium.

In loco

In loco stationis G dioptræ index constitutus fuit ad lineam diagonii, ubi O F & AF latera quadrati existunt æqualia. Proinde distantia GA æquabitur eidē B D altitudini, quæ extat supra oculum, sive Astrolabii dependentis elevationem.

In remotiore stationis loco H regula in Astrolabii quadrato constituta fuit in 50 sive mediam lateris versi partem ad punctum O; & demonstrandi causa ducatur O F ipsi P A parallela. Vnde per 5 ax. cap. 3 A F ipsi O P dimidii lateris quadrati æquabitur: nec non & O F integro quadrati lateri æqualis erit. Quia O F duplo excedit ipsum F A, & distantia stationis F D & H A duplo excedet altitudinem D B.

NOTA.

Collimatori hæc diligenter attendenda erunt.

Manus, quæ Astrolabium suspensum tenet, sit quieta; si enim trepidet, facilè Geodœsiæ proportio turbabitur.

Inter Collimandum alter oculus sit obductus, & conjunctis pedibus statio sit erecta, namque stationum locus à medio pedum sumitur.

Quare tutior fiet Collimatio quando Astrolabium ex baculo stationis loco humi ad perpendiculum defixo suspenditur, sic enim & certius constabit Astrolabii dependentis elevatio: Namque sic altitudo, quæ est ab Astrolabii centro in subjectam usque planitiem ad distantiam stationis addenda semper erit.

Neque silentio prætereundum, si in promisso schemate metiri libeat altitudinem canothetæ turris K, non mensuranda erit distantia usque in A rei mensurandæ radicem, sed ad I. Nam punctum K non est ipsi A puncto perpendiculare. Vnde canothetæ altitudinem commodius ex duplici stationis loco indagabis.

2. *Eandem rei accessibilis altitudinem inquirere stationis loco non mutato.*

Si in planitie non detur commoditas accedendi vel recedendi, antecedentem propositionem, stationis loco non mutato, in hunc modum absolves.

Suspenso Astrolabio, manu, vel ex baculo, stationis loco humi defixo, ita ut liberè dependeat; dioptram sursum & deorsum ad altitudinem mensurandam movebis, donec per ambas pinnularum rimas rei cacumen aspiciatur: quo peracto, du-

acto, duplex erit hic dioptræ in quadrato situs considerandus. Incidet enim linea ejus ostensoria in partes, aut lateris recti, aut versi.

Si in latus rectum regula inciderit, altitudo rei mensurandæ excedet stationis à re mensuranda distantiam, & qua ratione se habent partes quadrati à regula fiduciæ indicatæ, ad 100, hoc est, integrum quadrati latus, eadem erit ratio stationis distantiæ, ad altitudinem rei supra oculum existentis;

Verum enimverò si in latus versum regula inciderit; qua ratione se habent 100 partes, ad eas quas regula in latere verso indicat: sic se habebit rei distantia ad altitudinem supra oculum existentem. Proinde altitudo quæsita minor erit ipsâ distantiâ.

Institutio exemplaris, & per numeros illustratio.

Casus primus.

In schemate ex proximiore statione C rei summitate per dioptræ rimas conspicata, incidat regula in 80 partem lateris recti, ad punctum O, & distantia à stationis loco C usque ad radicem turris A, per decempedam mensurata, sit 13 pert. 4 ped. erit ut O F 80 partes quadrati, ad integrum latus F A 100: ita C A distantia, ad altitudinem D B, quæ est supra oculum vel Astrolabii centrum. Quere primo loco in aurea proportionis regula statue 80 quadrati partes: loco secundo 100, hoc est, integrum quadrati latus: tertio loco 13 pert. 4 ped. rei nimirum mensurandæ remotionem, & invenies per 1 cap. lib 2 Arith. nostræ 16 pert. 7 pedes, tanta existit altitudo D B, quæ est supra Astrolabium: Quare si Astrolabium centro suo fuerit elevatum 5 ped. erit quæsita A B altitudo 17 pert. 2 ped.

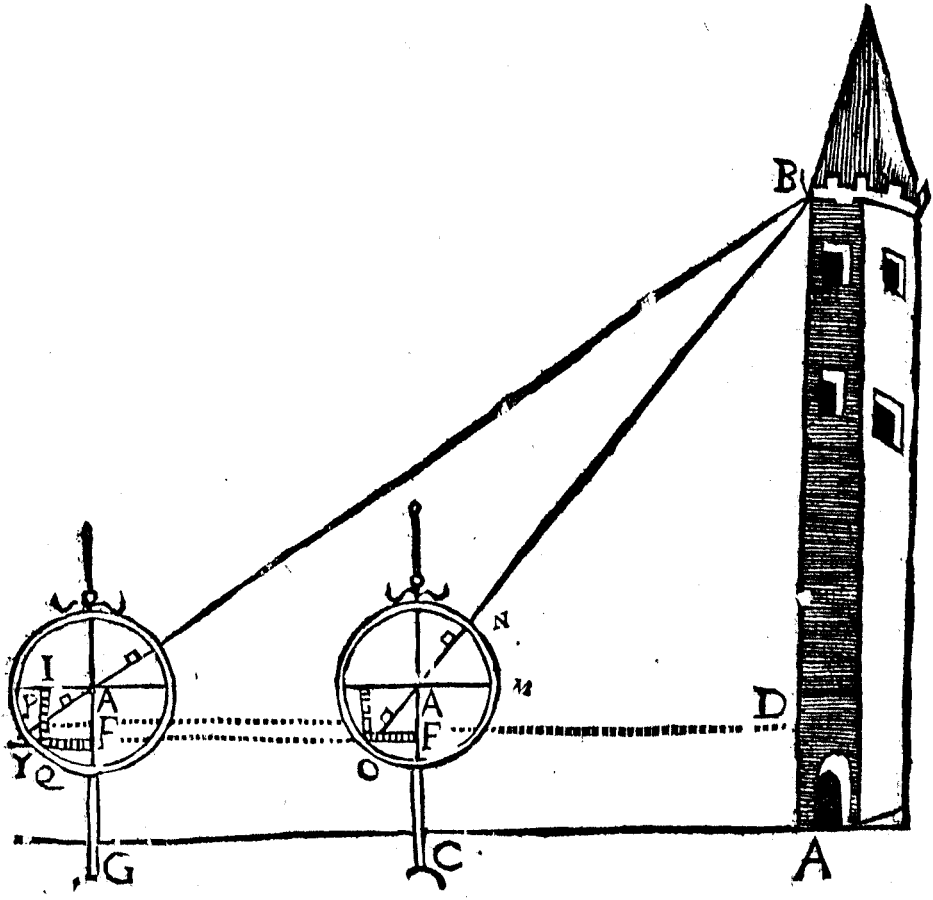
Demonstratio eadem quæ in antecedente præcepto. Namque anguli crura B O D intersecantur A F, & B D parallelis ad O D perpendicularibus: Quare eædem segmentis conterminis sunt proportionales, atque per antecedentem inductionem,

OF		AF	OD vel CA	BD
ut 80	ad	100,	ita 13: 4, ad	16: 7

Casus secundus.

Verum ex remotiore stationis loco G facta collimatione, incidat ostensoria linea ad 75 partem lateris versi, ad punctum P, & distantia rei mensurandæ G A sit 22 pert. 3 ped. Dices ut se habent 100 (integrum scilicet latus) ad 75 partes, nimirum lateris versi indicatas: ita se habet distantia G A 22 pert. 3 ped.

ped. ad altitudinem D B 16 pert. 7 ped, Cui si accedat Astrolabii altitudo A G vel D A 5 ped. erit vera A B altitudo, 17 pert. 2 ped. Ad hoc demonstrandum ducenda erit in quadrato recta P F parallela ipsi I A, quare per 5 axioma



cap. 3. lib. 1 hujus, P F æquabitur ipsi I A integro quadrati lateri, & A F æqualis erit partibus lateris versi indicatis I P. Consequenter quia A F & B D parallelæ ad P D perpendiculares, intersecant crura anguli B P D: eædem

segmentis conterminis erunt proportionales; & per antecedentis præc; inductionem erit.

PF		AF		GD		DB
ut 100	ad	75,	ita	22:3	ad	16:7

Altitudinem rei perpendiculariter erectæ absque quadrantis usu, per tabulas Tangentium colligere.

Inquiritur altitudo rei absque casuum varietate per tabulas Tangentium hoc modo: facta collimatione ex loco stationis G vel H, quære ex tabula. Numerum Tangentem graduum limbi M N, utpote inter horientis & ostensoriæ lineas interceptorum. Hunc numerum multiplica per distantiam à re mensuranda datam, productum divide per radium 100000, & assequeris altitudinem supra oculum.

In Triangulo enim rectang. B O D, datur angulus O (eum enim arcus limbi M N mensurat) una cum crure ei adjacente O D: Vnde per resolutionem Triangulorum. erit; ut radius, ad tangentem ang. dati, ita O P crus datum, ad crus D B alterum.

3. *Altitudinem rei erectæ ex duplici stationis loco absque calculi molestia indagare.*

Quod si fortè fluvii, fossæ, aut vallis alicujus impedimentò spacium inter stationis locum, & rei mensurandæ radicem interceptum accescibile non sit: rei propositæ altitudinem ex duplici stationis loco indagabis: Dataque planitiei commoditate absque calculi molestia negotium in hunc modum expedies.

Indicem dioptræ in quadrato ad 50 partem lateris recti statues: Et suspenso Astrolabio recta via, ad rem mensurandam accedes, donec per ambas pinnularum rimas rei cacumen conspicias, stationisque locum, signo quodam relicto, notabis. Deinde dioptram in Astrolabio ad lineam diagonii sive ad 100 quadrati partem transponens secundum lineam rectam à primo stationis loco recedes, donec eandem rei summitatem per pinnularum rimas intuearis. Isto modo intervallum inter duo stationum loca per decempedam mensuratum, si duplicaveris, habebis altitudinem quæsitam, superaddita tamen Astrolabii dependentis elevatione. Rationem ex præcedentibus facilè concludes.

Alio

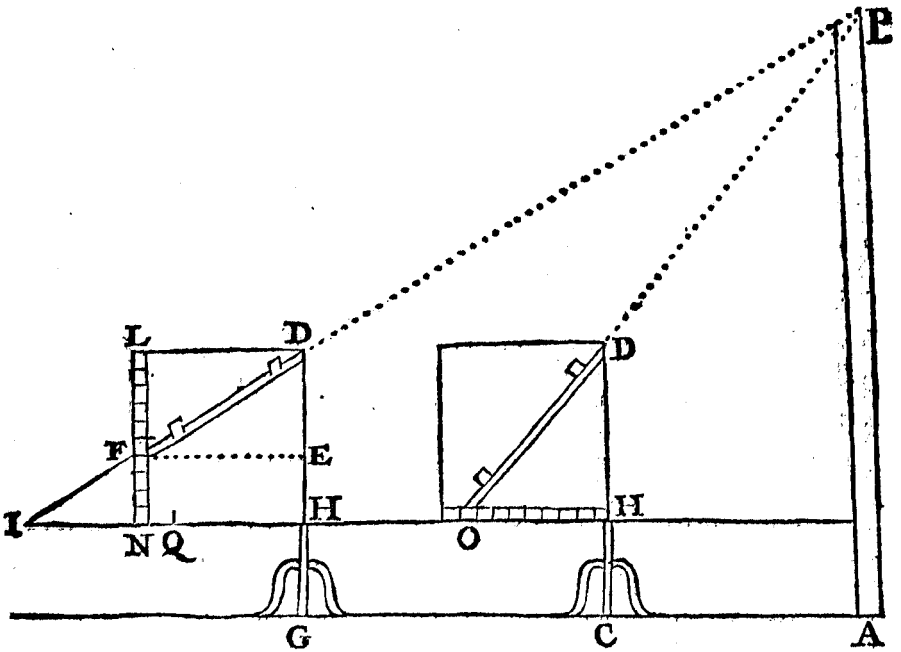
Alio modo.

Indicem ad lineam diagonii in 100 quadrati partem statue, & recede aut accedè donec summitas rei per dioptræ rimas conspiciatur, & stationis locum signa. Deinde dioptram ad 50 partem lateris versi transpone, rectoque tramite recede à statione prima donec rei summitas per rimas dioptræ denuò appareat. Concludes intervallum, inter priorem & posteriorem hanc stationem interjectum, æquale esse altitudini desideratæ, superaddita tamen Astrolabii dependentis sublimitate. Ratio quoque per se manifesta, ex primo præc. hujus. Namque C A distantia prioris stationis æqualis est D B altitudini. Verum distantia posterioris stationis H A, duplo excedit eandem D B altitudinem, quare H G stationum intercapedo æquatur ipsi D B altitudini, quod demonstrandum fuit.

4. *Eandem rei altitudinem via Generali ex duplici stationis loco inquirere.*

Diximus quâ ratione absque ullo Arithmeticæ usu rerum altitudines ex duplici stationis loco deprehenduntur. Verum ob planitiei incommoditatem frequentissimè contingit impediri Geometram, quo minus accedere aut recedere possit. Quare eligenda in planitie duo commoda loca in eadem cum re mensuranda recta linea existentia, ex quibus collimatio instituenda, ut de altitudine quæsita certiores reddamur. Sed ut præceptum oculis subjiciatur: Proponatur loco exempli altitudo mensuranda A B ex duobus stationum locis C & G, in eadem rectitudine cum re mensuranda sitis, ita ut A C G sit linea recta. Primum ex stationis loco C sublevato ad æquilibrium Astrolabio, dioptram summitati rei mensurandæ obverte, sursumque ac deorsum move eandem, donec per ambas pinnularum rimas mensurandæ altitudinis terminum B aspicias; diligenterque attende ad dioptræ situm; super quod nimirum latus ejus index cadat. Qui si inciderit inter partes lateris recti, notabis ad abbacum quotam partem indicatam. Sed incidente regula ostensoria inter lateris versi partes, reduces eas ad lateris recti partes, quadratum integri lateris per easdem dividendo, quotus enim referet partes lateris recti: ut in sequenti casu. Statione hac indicet regula 80 partem lateris recti, hunc numerum annota: Deinde conferes te ad remotiorem stationis locum G, atque ibidem, ut suprà, peracta collimatione: indicet regula dioptræ ostensoria 60 partes lateris versi:

ut eædem ad lateris recti partes reducantur, divides 10000, utpote quadratum integri lateris, per easdem 60 part. & quotus utpote 166, ostendit partes lateris recti reductas: *si enim latus rectum protenderetur, tantam ejus partem regula in hac posteriore observatione indicaret.* In priore collimatione 80 habuimus partes lateris recti: aufer *80, ex 166* relinquuntur 86, quæ est differentia, inter priorem & posteriorem regulæ situm. Hæc primo loco in regula proportionis statuenda: Secundo loco statuendum intervallum inter duo stationum loca interjectum: quod sit loco exempli 8 pert. 9 ped. Loco tertio scribatur integrum



quadrati latus 100 pert. Postea peracta operatione juxta tenorem proportionis regulæ, dabitur altitudo supra oculum. 10 pert. 3 ped. Quod sic demonstrabitur. Primo stationis loco C dioptra incidit ad partem umbræ rectæ O, eritque ex *6* ax. cap. 3. ut D H ad H O, ita B P ad P O vel A C. Similiter ex remotiore stationis loco regula incidit ad partem umbræ rectæ continuatam in punctũ I, erit rursus ut D H, ad HI: ita B P, ad P I vel A G. Qualis igitur est proportio D H ad B P: talis est H O ad P O vel A C, ut & H I ad P I vel A G. Denique

rique ab H I æqualis auferatur H O usque in Q, Reliquus erit Q I: Itemque ab A G secetur A C, reliquus erit C G. Vnde per 19 pr. 5 Eucl. ut residuum Q I, (differentia partium in umbra recta abscissarum) ad residuum C G stationum intercapedinem: ita se habebit D H integrum quadrati latus, ad B P altitudinem rei supra oculum mensoris. Quod fuit nobis demonstrandum.

Quod autem diximus, quando per quadratum integri lateris partes umbræ versæ multiplicantur, reduci easdem ad partes umbræ rectæ, si demonstrabitur. In quadrante remotioris stationis G crura anguli I D H duabus F E & I H parallelis intersecantur, quare per 6 ax. cap. 3 erit ut D E, vel L F ei æqualis, partes umbræ versæ, ad E F integrum latus: ita D H, integrum quadrati latus, ad H I partes umbræ rectæ.

5. *Rei altitudinem ex duplici stationis loco beneficio Tabularum Tangentium absque quadrantis usu absolvere.*

In stationis loco C vicinior excipies N. Tang. complementi ang. B O P, hoc est, graduum Limbi inter verticalem Lineam, & ostensoriam interjectorum, sintque loco exempli $51\frac{1}{2}$, quorum N. Tang. 124969. In altera statione G indicet ostensorea 59 limbi gr. à verticali linea numerando, suntque gradus complementi ang. B I P, quorum N. Tang. 166429; Ex his aufer N. Tang. Prioris stationis: reliquum 4146 pone loco primo in aurea proportionis regula: loco secundo stationum C & G intercapedinem, utpote 8 pert. 9 ped: loco tertio radium 100000, & acquires ex operatione 21 pert. 4. ped.

5. *Arcis, turris, aut alterius rei supra montem, vel rem quamvis erectam sitæ, altitudinem indagarë.*

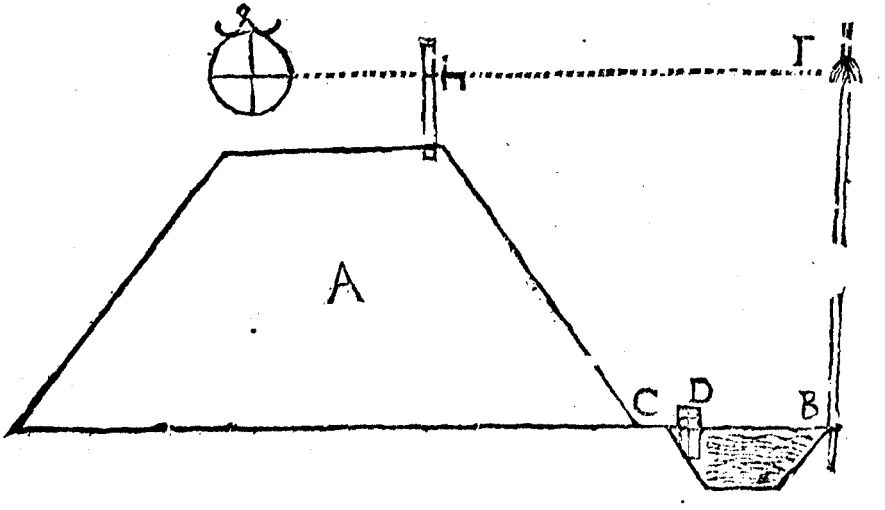
Per præcedens præc. Altitudinem ad rei propositæ cacumen metire; Deinde ad ejusdem rei partem inferiorem usque, elevationem inquire, Minoremque à majore subtrahe, & residuum est altitudo quæsita. Ad eundem quoque modum licebit metiri portionem alicujus ædificiei inter duas fenestras, vel alia duo signa, quorum alterum altero est superius.

6. *De Aggerum, aut mæniorum altitudine inquirenda.*

Sæpe aggerum, munimentorumque altitudines inquirendæ erunt, ut conductio

ductio recens facta comprobetur. Quare morem in Batavia usurpatum ob commoditatem & facillitatem hic subjungemus.

Institutio exemplaris, proponatur aggeris sive munimenti A altitudo inquirenda. Sitque BC fossa, & aquæ superficies: D palus unum pedem supra aquam eminens, ad quem altitudo munimenti æstimabitur, atque moles ejus exempli loco supra eundem 18 pedibus eminere debeat, ad quod inquirendum



num in altitudine illâ menia sint extructa. Assumenda erit hasta sive oblonga pertica, à cujus inferiori parte sumendi pedes 24, vel pro altitudine extructi aggeris plures aut pauciores, utpote à B usque ad F signum, & commodum feceris, si ad F sudariolum annuli instar alligaveris. Pertica hæc in margine fossæ ad perpendiculum defigatur, ut signum B inferius aquæ superficiem attingat. Deinde baculo minore ex superficie aggeris erecto; Geometra paululum ab eo retrocedens, cum Astrolabio collimationem instituat, ut liberè ab armilla sua dependente instrumento, oculus per ambas pinnularum, in horizontali linea constitutarum rimas, & per quemvis in minori baculo H terminum intueatur signum oblongioris perticæ F: & sic constabit aggeris sive munimenti quæsita altitudo, dempta nimirum I H minoris baculi à B F oblongioris hastæ longitudine. Quare si I H fuerit 5 ped. B F 24. erit aggeris altitudo super aquam

19, &

119, & supra palum 18 ped. quam quærebamus.

Notandum & illud, si circumjacentes agri quantum oculorum acie consequi possumus, plani & æqui sunt, vel si aquarum æquor sit, nullis ædificiis, vel terræ tumoribus obstantibus, *sine instrumento eandem aggeris altitudinem solo licebit intuitu collimare* quando nimirum ex signo minoris baculi H, signum hastæ oblongioris cum aspectabili horizonti (ubi cœlum & terra contingere sese videntur) correspondere, visus adjudicat: tunc enim, ut suprà, longitudinem minoris baculi I H, ab illa quæ in oblongiore hasta est B F subtrahendo, constabit eadem valli supra aquam B C, & consequenter etiam supra palum D altitudo.

CONSECTARIVM.

Patet hic via, quâ quis possit spacium terræ pro aquis ducendis librare: aut etiam horizonti æquidistans efficere.

Præcepta de altitudinibus inquirendis à nobis hic proposita praxin admittunt facilem & minimè fallacem, dummodo in commoda planitie assumatur justa, neque admodum remota stationum ad rem mensurandam distantia: visus enim non est infinitus. Autores plurima hic adduxerunt problemata. Quomodo nempe ex uno stationis loco per duas collimationes in hastam humi erectam factas, altitudo sit cognoscenda. Item quomodo ex turris vel vertice montis per duas stationes, ex quibus signum aliquod in valle ad horizontis planum apparet, ejusdem montis turrisve altitudinem dimetiri liceat. Sunt, & inter doctissimos, qui montem ex ejus vertice quando in Horizonte signum quoddam apparet per duas stationes in hastam erectâ factas, metiri docent. Quæ quamvis theoreticè, & demonstratione sua vera & comprobata sunt, in praxi tamen vel nullam, vel admodum incertam producunt mensuram. Vnde meritò à nobis omittuntur.

7. *De linearum perpendiculariter depressarum mensura. Quomodo nempe puteorum profunditates inquirantur.*

Per profunditatem puteorum intelligimus longitudinem, quæ existit ab ipso putei orificio, ad usque visibilem aquæ superficiem, quæ ut inquiratur. Primum habenda ratio diametri putealis orificii, quâ cognitâ, suspendes Astrolabium

bium elevando & deprimendo regulam donec per pinnularum ejus rimas uno prospectu terminum superiorem putei, & inferiorem ei oppositum contempleris. Tumque considerabis partes in latere quadrati recto à regula indicatas, easque primo loco in proportionis regula statue: Loco secundo 100, hoc est, integrum quadrati latus scribe: Loco tertio diametrum putei pone, & facta operatione cognoscetur quæsita profunditas, dummodo orificium putei inferius sit æquale superiori. Praxis igitur incerta. Nonnulli per duas collimationes hasta ad orificium putei erecta factas, eandem profunditatem inquirunt, sed praxis operosa. Pari quoque incertitudine conantur demetiri profunditatem vallis inter duos montes, descensumque ejus obliquum: quæ ob incertitudinem relinquimus. Nos enim ea studemus proponere, quæ veram, facilem, & minimè fallacem praxin admittunt.

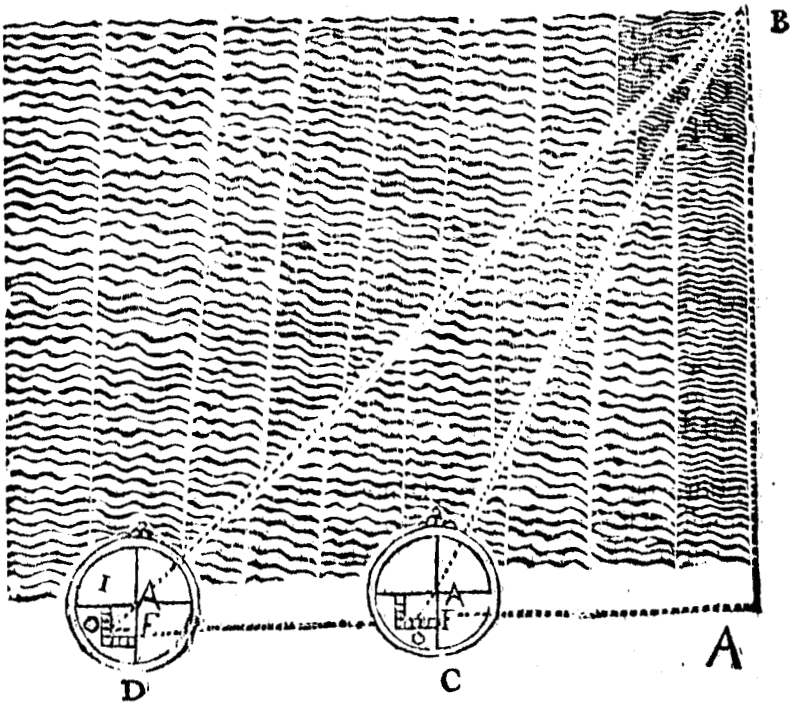
De mensura linearum in campestri planitie transversaliter sitarum.

8. *De invenienda latitudine, vel intercapedine fossæ vel fluminis.*

Vide in primis, ut citra fluvium ubi tu agis, in littore spacium eligas, ita ut in alterutrum latus progredi possis. Deinde duo signa in littoribus fluvii concipe: unum citra, alterum ultra fluvium, quæ sibi ipsis secundum fluvii cursum directe opponuntur.

Sed hæc ut oculis subjiciantur, sit latitudo fluvii mensuranda A B; duo quoque signa in littoribus directe opposita sint A & B. stationis loco sit in A, ex hoc stationis loco in latus, secundum angulum rectum recede, idque ad quodcunque spacium, usque nimirum ad C aut D. sitque distantia A C 13 pert. 4 ped. Quo enim stationum intercapedo major assumitur, præsertim si latitudo mensuranda fuerit satis ampla, eo exactiùs propositum exequemur. Progressus itaque ad C stationis locum, ipsum Astrolabium baculo ibidem humi defixo imponatur, & lineam horizontalem recta ad primam stationem dirige, ut per pinnulas H & G (ansa flumini obversa) signum stationis ejusdem A aspiciatur. Deinde in hunc modum quiescente & immoto manente instrumento, dioptra convertenda tibi erit, donec per ambas pinnularum ejus rimas signum ultra fluvium B appareat. Atque tum diligenter partes quadrati à regula ostensoria indicatas observato: illas enim, si lateris recti fuerint, primo loco in proportionis regula statue: secundo loco integrum quadrati latus 100 pone: loco tertio

tertio ſcribe ſtationum intervallum per decempedam, vel per pedes & paſſus tuos menſuratum.



Verum enim verò ſi in latus verſum regula inciderit; integrum quadrati latus 100 primum habeat locum. Partes à regula indicatæ ponantur loco ſecundo: & ſtationum intercapedo loco tertio: colliges per regulæ operationem quæſitam A B fluminis latitudinem.

Exemplum prioris caſus.

Ex ſtationis loco C facta collimatione, regula oſtenſoria incidat in 64 partē lateris recti, Dices argo juxta regulam: 64 partes lateris recti, dant 100 integri lateris partes. Quid dabunt 23 pert. 4 pedē Colliguntur per regulæ operationem 36 pert. 5. ped. 6 dig.

Exemplum posterioris casus.

Ex remotiore stationis loco D instituta collimatione, incidet ostensoria regula ad 74 partem lateris versi, & stationum intercapedo D A sit 49 pert. 4 ped. Dices juxta præceptum: 100, hoc est integrum latus, dant 74 partes lateris versi; Quid dabunt 49 pert. 4 ped. & invenies pro latitudine fluminis A B ut suprà, 36 per. 5 ped. 6 dig.

Demonstratio.

Ratio eadem est quæ in altitudinibus mensurandis: in viciniore enim stationis loco C instituta collimatione, regula incidit in latus rectum ad partem O: atque crura anguli F O B, intersecantur duobus A F & B A parallelis, utpote in eandem O A perpendicularibus. Quare eædem segmentis conterminis erunt proportionales, & per inductionem 1 pr. hujus: erit ut O F pars lateris recti intersecta, ad F A integrum quadrati latus: ita O A vel C A distantia stationum, ad A B fluminis quæsitam latitudinem. Atque sic demonstravimus casum primum.

In remotiore stationis loco D regula intersecat umbram versam ad punctum O, & demonstrandi causâ ducitur O F ipsi A I parallela: unde per 5 ax cap 3. lib. 1 O F æqualis erit I A integro quadrati lateri, & B A æquabitur I O parti lateris versi abscissæ. Consequenter, quia A F & B A parallelæ, utpote ad F A perpendiculares, intersecantes anguli crura B O A, erunt eædē segmentis conterminis proportionales, & per antecedentem inductionem, ut O F æqualis I A integro lateri, ad A F, vel I O partem lateris versi abscissam: ita se habet O A vel D A distantia stationum, ad A B latitudinem.

COROLLARIVM.

Sequitur, si absque numeratione Arithmet. negotium absolvere velis, rectâ accedendum & recedendum versus stationem A donec juxta præceptum instituta collimatione, regula ostensoria inciderit ad lineam diagonii in 100 partes quadrati: Ista enim ratione intervallum stationum æquabitur latitudini fluminis. Verum regula indicante partem 50 lateris recti, distantia duplo erit minor quàm latitudo, & in 50 partem lateris versi regula incidente, stationum distantia duplo erit major quàm fluminis latitudo.

9. De

9. *De invenienda latitudine fluminum per Tab. Tang. absque casuum varietate.*

Operatio erit expedita, quia in Triang. B O A, Rectangulo ad A, innotescit ang. O, limbi enim grad. L D amplitudinem ejus comprehendunt per pr. lib. 1. præterea innotescit crus O A distantia stationum. Vnde per Ratiocinium Triang. crus B A acquiritur.

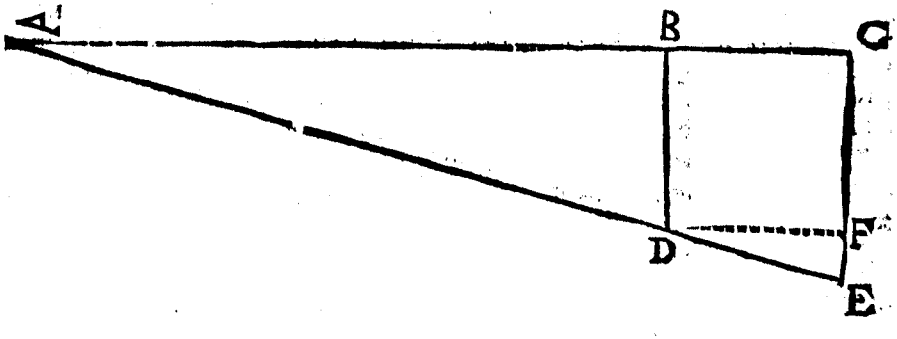
Exempl.

In stationis loco C. Angulus B O A, sive arcus limbi L M comprehendit gr. 57. 20, quorum N. Tang. est 155566. Distantia D A datur 23 pert. 4 dig. Quare erit.

Rad.		Tang. ang. O		Crus C A		Crus A B
ut 100000	ad	155566	ita	23: 4	ad	36: 4

10. *Rei in conspectum sitæ distantiam invenire quantumcunque etiam distet.*

Elige campum latum, in quo huc illuc ire & redire datur, & quamvis planus non sit, parum refert. Deinde ex stationis loco signum aliquod erigè, si-



gnum illud erectum sit B, Locus visus, cujus à te distantiam desideras sit A. Deinde à signo erecto B, in latus secundum angulum rectum ipsius A B lineæ ad certam aliquam distantiam recede, utpote ad 50 vel 60 perticas, atque iterum

to loco signum perpendiculariter erigatur: signum illud esto D: Hoc peracto repete stationem primam, atque ab ejus signo B retrogredere ad longiorem aliquam distantiam, utpote 80 vel 100 perticis, ea cautione, ut semper te in eadem A C recta linea contineas, atque ibidem posito signo tertio C. Rursus ab hoc C signo secundum angulum rectum ad C B A lineam diverte, ut prius, quousque nimirum signum secundum D incurrat inter visum tuum & rem mensurandam: contingat idipsum ad punctum E, intervallum C F mensuretur. His ita peractis distantiam B D, vel C F aufer à C E distantia, ut habeas differentiam F E, quam loco primo in regula proportionis statue: secundo loco ponatur intervallum C B, & loco tertio scribatur B D, & facta operatione, dabitur B A longitudo desiderata.

Illustratio per numeros.

Intervallum B D assumptum sit 50 pert. B C 100, & C E sit 64 pert. 6. ped Aufer B D 50 ex C E 64:6 relinquitur differentia F E 14:6, atque ut F E 14:6 se habet ad B C 100: ita se habebit B D 50 ad B A distantiam quæsitam, quæ per operationem regulæ proportionis concludetur 342 pert. 4 ped. Dicis enim secundum proportionis regulam.

EF	CB	BD	BA
si 14 :	6 dant 100,	ergo 50	dabunt 342 : 4

Quod ut demonstretur ducenda recta F D parallela ipsi C B, unde per. 5 ax. cap. 3 lib. prior. C B ipsi F D, itemque B D ipsi C F æquabuntur. Præterea D F E & A B D sunt triangula æquiangula, anguli enim ad F & B sunt recti, angulus quoque E trianguli F E D æqualis est angulo D trianguli B D A per 4 Ax. cap. 3, quod E A cadat inter C F & B D parallelas. Vnde & per ex 11. cap. 7. Tertius angulus F D E æqualis erit angulo tertio A: & consequenter latera circum æquales angulos erunt proportionalia per 13 ax. cap. ejusd. 7, eritque ut E F ad F D vel C B, ita D B ad B A, quod erat demonstrandum.

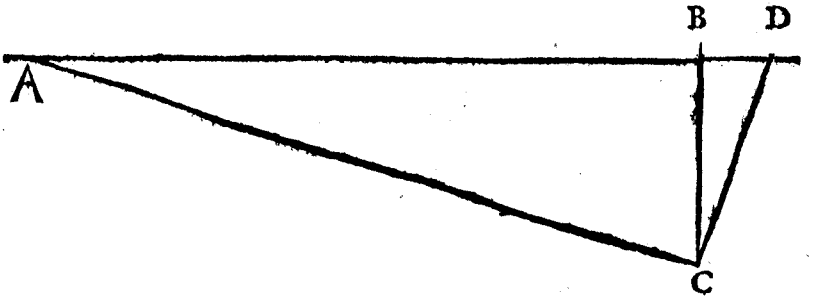
Aliter.

Triangula A C E & D F E sunt æquiangula: angulus enim E est utrique triangulo communis, & anguli ad C & F sunt recti. Quare & tertius angulus D æqualis est angulo tertio A: Eritque per 13 ax. cap. 7. lib. prioris, ut F E ad F D, vel C B: ita E C ad C A, à qua si C B auferatur, dabitur B A quæsita distantia.

10. Ean-

11. Eandem rei visibilis distantiam alia, & expeditiori via indagare:

Sit ex B stationis loco, distantia mensuranda rei visæ A. Ex loco stationis B: retrogredere secundum rectam A B lineam ad 6, vel 8, vel pro longitudine rei mensurandæ ad 10 usque perticas, ibidem signum sive baculum cum pilio, fæni fasciculo, fronde, vel alia re conspicua ad perpendiculum erigatur. De-



inde repete stationem primam B, atque ibidem signo relicto in latus ab eodem diverte secundum rectum angulum lineæ B A, ad longum aliquod intervallum, ut ad 100. vel, pro rei mensurandæ distantia, ad 200 usque perticas, donec per angulum rectum, signumque D, & rem cujus distantiam quæris, A, collimes, fiat id ipsum in C: si vero in hoc stationis loco C, angulus D C A in collimatione non apparet rectus, per administratorem signum D erectum propius, vel remotius à prima statione B transponendum cura. Quod ipsum perficietur, si Collineator stationis loco C Astrolabium baculo humi infixo imponat, & diametrum verticalem G H rei mensurandę obvertat, ut per dioptras ejus exacte mensurandum signum A intueatur, & immoto manente instrumento, perspiciat per dioptras C B in horizontali linea constitutas; si opticus radius non incidit in signum D, Angulus A C D non erit rectus. Quare administrator baculum D humo revulsum manu sua tenebit, Cui collineator vibrante brachio dat signum in quam partem, utpote dextram vel sinistram, in eadem tamen A B linea, ei sit deflectendum. Tandem ubi administrator per indicia ista in opticum devenerit radium, iterum manibus sublatis signum à collineatore deorsum datur, ut intelligat ibidem perpendicularem baculum D figendum esse.

esse. Atque isto modo angulus A C D existit rectus, ex quo C B stationũ intercapedo in basin D A cadit perpendiculariter. Vnde per 7 axio. cap. 7 lib. prioris eadem existit media proportionalis inter D B & B A basis segmenta: eritque, ut D B ad B C, ita B C ad B A.

Illustratio per numeros.

Quare primo loco in proportionis regula intervallum ipsius D B constituendum, quod loco exempli sit 8 pert. 5 ped. 6 dig. Verum B C stationum inter capedo scribenda bis, utpote loco secundo & loco tertio, quæ sit pro exemplo 100 perticarum. (quo enim major accipitur hæc stationum intercapedo, præsertim quando distantia mensuranda sit admodum remota, eò exactiùs propositum assequemur) & per operationem regulæ cognoscetur quæsita B A distantia 1168 pert. Dices enim secundum proportionis regulam.

si 8: 5: 6	dant	100:	100:	dabunt	1168
DB		BC	BC		BA

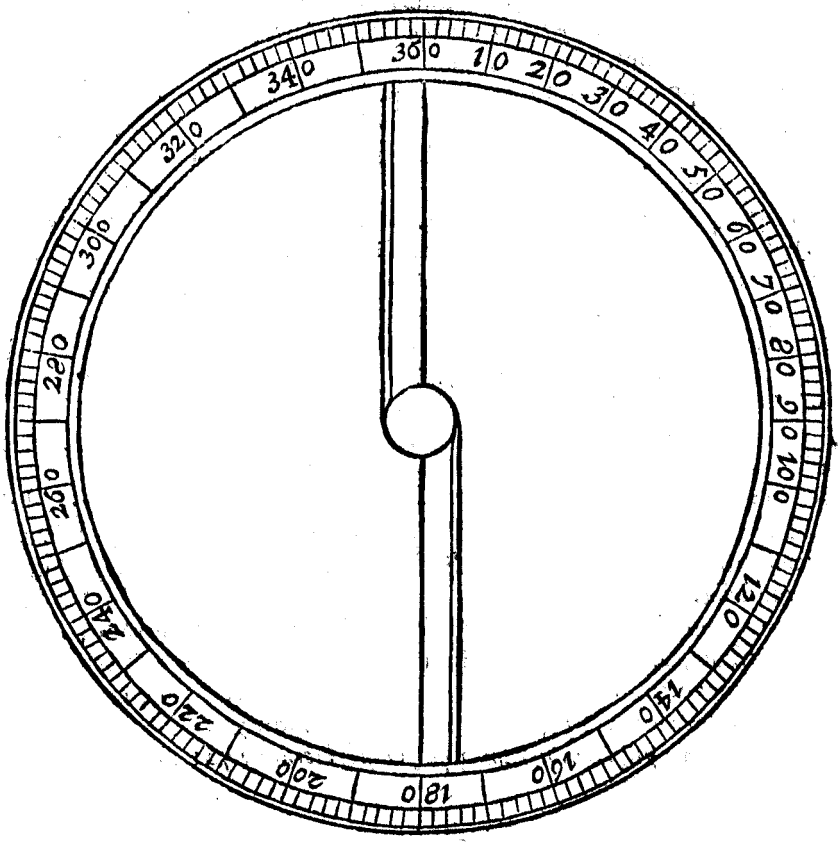
12. Duobus, tribus vel pluribus locis visis, quomodo per visionum angulos eorum ab invicem situs & distantiæ inquirendæ. & de regionis cujusvis in charta descriptione.

Si urbium, pagorum, ædificiorumque in conspectu sitorum distantias demetiri libeat, eorundemque situs in plano describere. Conscendes turrim oppidi, ut commodius circumjacentia loca circumspicere possis, ibidemque in plano Astrolabium colloca, ita ut *ansa* ad locum aliquem mensurandorum exactè dirigatur, hoc est, ut per pinnulas diametri verticalis locum aspicias. Deinde firmabis hoc situ instrumentum, ut immotum jaceat, atque dioptram ad omnia & singula loca quæ demetiri, & chartæ inscribere est animus converte, excipiendo semper ad calamum gradus illos, quos ostensoria regula in Limbo indicat, dum ad singula quævis loca dirigitur. Gradus hos appellamus angulos visionum locorum metiendorum, inter quos præcipuè notabis angulum visionis secundæ, id est, loci illius ubi altera vice observationem instituere decrevisti. His ita observatis, angulos acquisitos chartæ alicui inscribes peripheriam quandam in medio chartæ depingendo, quam in 60 partes sive gr. divides, & ex centro ejus per gradus angulorum visionum observatorum lineas duces.

Exit-

Eritque prima operationis pars absoluta, quam exemplari institutione faciliorem reddemus.

Sumamus pro exemplo civitates & pagos circa *Franequeram* describendos.



Franecatæ ascendo turrim, atque in ea ad planum colloco Astrolabium, ita tamen ut diameter verticalis à parte Ansæ exactè adspiciat aliquem locum metiendorum, utpote *Leowerdiam*: volvo dioptram Astrolabii immoti, donec per pinnulas ejus adspiciam *Raerd*, hic video ostensoream. Regulam incidere

in 40¾ limbi gr. ab *Ansa* numeratum, & tantus dicetur ang. visionis inter *Leowerd.* & *Raerd.* eundemque ad abbacum noto: Similiter converto Dioptram *Snecam* versus, ubi index ostendit in Limbo 72¾: Dioptram quoque verto ad civitatem *Bolswerdiam, ubi secunda vice observare volo.* Angulum Visionis hujus secundæ stasionis noto 102¼: Deinde dirigo Dioptram ad pagum *Arum*, ejusque ang observatur 132¾. Angulus visionis *Harlinganæ* civitatis est 176¼: Pagi *Sexbierum* 228¼: *Oosterbierum* 253½: *Minnersga* 301 gr. *Bellekum* 323.

Hæc loco exempli sufficiant, quæ ut in Mappam redigantur. Punctum A in medio mappæ constituo, quod repræsentabit locum *Franequeranæ* turris: ex hoc puncto peripheriam in 360 gr. distinctam describo. Vel expeditiori via, circulum in 360 gr. divisum adhibeo: Hujus circuli centrum applico centro in mappa posito A, & in gradibus ejus angulos visionum observatos numero, perque numerationis terminos lineas (quas visionum lineas appellamus) educo. Linea A B est linea visionis *Leowerdianæ* Civitatis: Linea A C pagi *Raerd*, facitque cum linea A B juxta observationem 40¾: Linea A D, Civitatis *Snecanæ*, facit cum linea A B ang. 72¾: A E linea visionis stationis secundæ, civitatis nimirum *Bolswerdianæ*, efficit angulum cum A B linea 102¼: A F id est, Pagi *Arum* linea, facit Ang. 32¾: A G civitatis *Harlinganæ* linea efficit ang. 176¼. A H *Sexbierum* 228¼. A I *Oosterbierum* 253½: A K *Minnersga* 301: A L *Bellekum* 323 gr.

His ita descriptis, dimidia operationis pars est absoluta.

Relinquo ita chartam imperfectam cum suis lineis, & confero me ad alterum stationis locum *Boswerdiam*, ibidem Astrolabium ita dirigo, ut diameter verticalis turrim Franequeranam, stationem utpote primam, à parte Ansæ directe respiciat.

Ex hoc denuo loco omnium prædictorum locorum, & aliorum, quæ visu assequi possunt, angulos visionum inquiro. Jacente enim Astrolabio immoto, dioptram converto, ut per ejus pinnulas aspiciam *Leowerdiam*, cujus ang ex hoc loco observatur, 43 gr. Ang. *Raerd* observatur 70: *Sneca*, 104½: *Arum* 331¼: *Harlinga* 176¼: *Sexbierum* 346½ *Oosterbierum* 352: *Minnersga* 7. *Bellekum* 14 gr.

Tabella

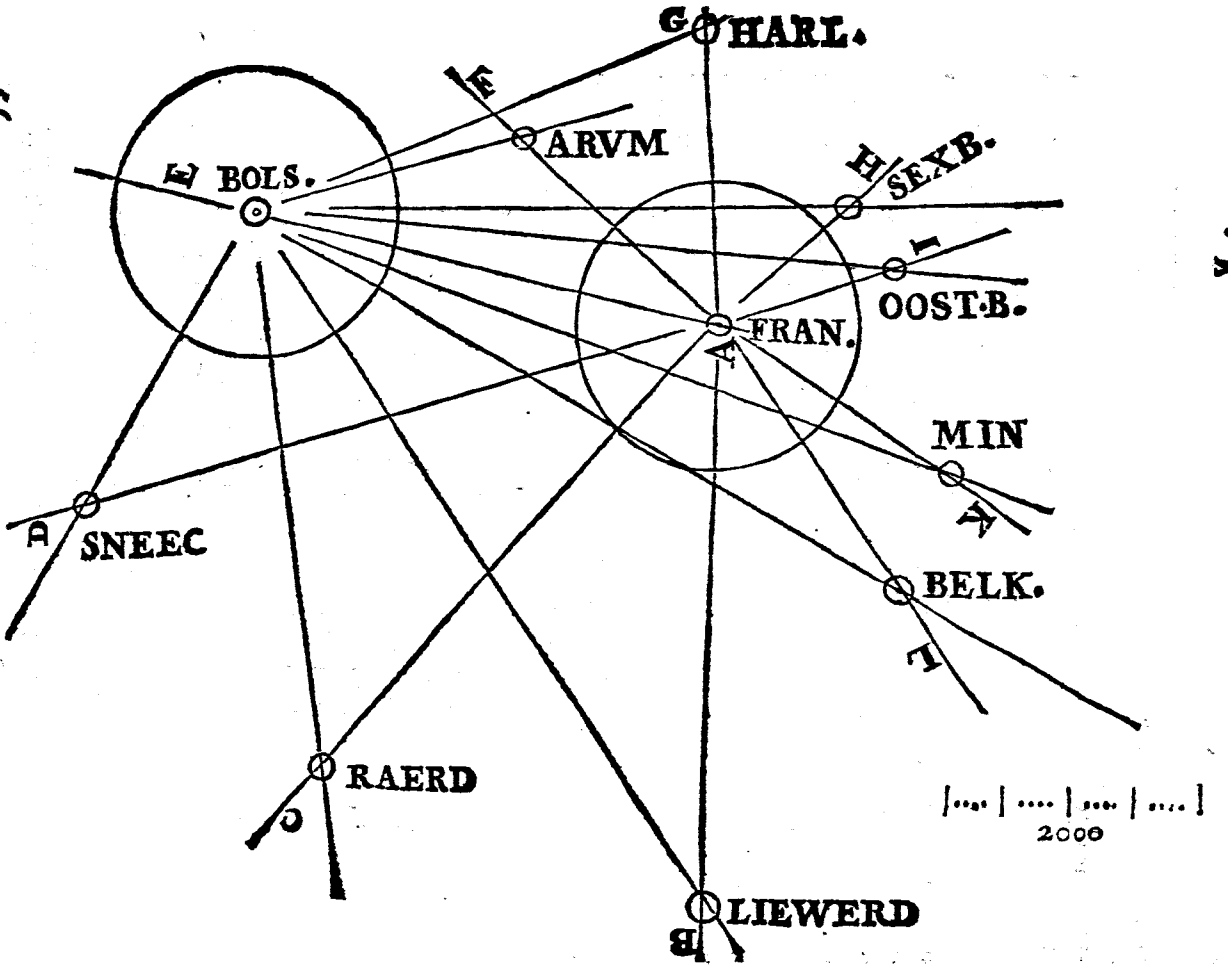

G
HARL.
E
ARVM
D
BOLS.
H
SEXB.
I
OOST.B.
F
FRAN.
MIN
K
A
SNEEC
BELK.
L
RAERD
C
LIEWERD
B
2000

Tabella continens observationes primâ & secundâ statione habitas.

	Ang. stationis primæ *Franckarę* observati.			Ang. stationis secundę *Bolsward.* observati.	
A	Locus stat.	Gr.	M.	0	0
B	Leovverdia	0	0	43	0
C	Rhaerd	40	45	70	9
D	Sneca	72	45	104	30
E	Bolsward.	102	15	Locus stat.	
F	Arum.	132	45	136	15
G	Harlinga	176	15	176	15
H	Sexbierum	228	15	346	30
I	Oosterbier.	253	30	352	0
K	Minnerscha	301	0	7	0
L	Berlekomum	323	0	14	0

Quibus hoc secundo stationis loco observatis, repeto chartam, lineamque quæ *Bolswardiam* indicat quæro, videlicet A E, in qua pono punctum M, distans à *Franequerana* turri A quantum lubet: Quo autem remotius assumitur punctum, eo capacior mappa adornabitur magisque accurata fiet mensura. Punctum illud acceptum, repræsentabit *Bolswardiam*, cui centro suo ita circulum æneum applico, ut numerorum initium turrim A *Franequeranam* respiciat.

Numero consequenter visionum angulos prout in secunda statione eos observavimus, atque iterum prædictorum locorum lineas visionum ex M puncto traho: Namque ubi fit intersectio lineæ alicujus cum prioribus ejusdem loci, ibi notula pro tali loco ponenda. Ergo ubi intersectio fit lineæ *Harlingensis* civitatis ex hoc puncto cum priori, quæ ex A ducebatur, ibi erit locus civitatis ejus. Atque haud aliter invenies omnium locorum puncta.

Quod si ulterius placuerit extendere mappam, totamque signare in ea Frisiam, conferes te ad stationem tertiam: & non alius in hac tertia statione erit copatandi instrumenti modus, quàm ut diameter ab ansa ad secunda stationis locum dirigatur. Et sic consequenter, si ad quartam pergis stationem ansam Astrolabii ad stationem tertiam diriges.

Descriptis oppidis & vicis: viarum & aquarum secundum suas hinc inde distantias ortus & exitus habebunt.

Si post

Si post descriptam hoc modo chartam, lubeat omnium locorum in ea descriptorum ab invicem dimetiri distantias: per modum à nobis præc. 10 hujus expositum, duorum aliquorum locorum distantiam inquire.

Verbi gratia,

Inter Franequeram *&* Harlingam *reperitur distantia* 2030 *pert. Quare per circini aperturam accipe intervallum inter eorundem locorum A G puncta in charta interjectum, & per 2 prac. cap. 3 libri prioris ex eodem intervalla accipe partes* 10000, *quas ulterius in* 10 *discriminato partes, habebis scalam extructam, quæ* 1000 *perticas in se continet, singulas nimirum ejus partes pro* 100 *æstimando: per illas scalæ divisiones licebit juxta vulgarem consuetudinem omnia loca chartæ inscripta dimetiri.*

Præclaram, utilem, jucundam & facilem locorum describendorum & mensurandorum rationem ac methodum exposuimus. Sed ut singula exactè administrentur, magnum adhibendum erit instrumentum, quod non solum singulos gradus, sed graduum etiam scr. prima, vel ad minim. scr. primorum decimas exactè commonstrat. Nullo autem instrumento commodius hoc præstari potest, quàm per radium Astronomicum, peculiari ratione à nobis elaboratum. Cujus fabricam & usum exposuimus in primi Tom. Inst. Astrom. lib. 3.

Gemma Frisius in Cosmographia Petri Appiani angulos visionum inquirit beneficio instrumenti nautici (quod compassum appellant) illudque Astrolabii dorso applicat, & inquirit arcum horizontis inter meridianam lineam loci stationis, & lineam verticalem locorum mensurandorum interjectum. Aut ut facilius intelligas distantiam, quæ est inter meridianum, vel lineam ductam ad meridiem loci stationis, & lineas hinc per omnium circumjacentium locorum situs transeuntes: & non adeo impropriè angulos positionum appellat; quem modum non improbamus, & in describenda peripheria civitatis necessarium ducimus, de qua in tractatu munitionum delineandarum & communiendarum plenius agemus.

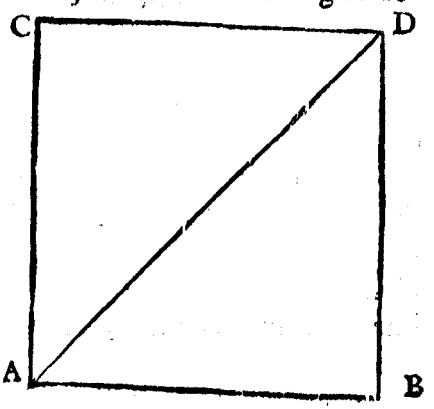
CAP. III.

De Superficierum, planarum, agrorumque Geodœsia.

PRiore cap. tantum per lineas rectas cujusvis materiatæ rei longitudinē, latitudinem, vel altitudinem mensuravimus: nunc autem earundem rerum superficies, tum jugerum & agrorum areas per superficies quadratas examinabimus, inquirendo quot perticas quadratas, cujus latus pertica est, rei cujusvis materiatæ planities in se contineat. Quia verò multilateras figuras, cujusmodi ut plurimum existunt camporum & jugerum planities, commodissimè mensuramus, resolvendo eas in triangula, quadrangula vel trapezia rectangula, novissime explicandum nobis erit, quomodo area trianguli, quadrang. & Trapezii rectang. inquirenda sit.

1. *Area Quadranguli, & Trianguli Rectanguli ut cognoscatur.*

Eucl. definit 1 lib. 2 docet omne parallelogrammum rectangum sub rectis duabus lineis, quæ angulum comprehendunt rectum contineri: Quod verò apud Geometras est continere, id apud Arithmeticos est multiplicare. Quare si duo latera parallelogrammi rectanguli angulum rectum comprehendentia invicem multiplicaveris, producetur area ejusdem. Sed in triangulo rectangulo si anguli recti crura invicem multiplicentur, producti dimidium dabit arcam ejusdem Trianguli.



Quare si campum aliquem parallelogrammum rectangulum metiri velis, quale hac figura repræsentatur, mensurabis per perticam tuam duo latera, quę sunt circa angulum rectum, utpote A B, & A C, sitque loco exempli crus A B 23 pert. 4 ped reliquum anguli recti crus A C contineat longitudinem 45 pert. 6 ped. 5 dig. Concludetur ex mutua eorundem crurum multiplicatione

area

area campi parallelogrammi 1068 pert. 2 ped. 1 dig. Producti verò ejusdem multiplicationis dimidium, utpote 534 pert. 1 ped. 0 dig. 5 gr. erit area Trianguli A B D. Triangulum enim A B D est dimidium ipsius A B C D parallelogrammi, ut patet ex Ichemate.

NOTA.

Per perticam hic intellige quadratum, cujus latus est pertica, verum per pedes duos non pedes duos quadratos subintelligimus, sed parallelogrammum rectangulum oblongum, cujus longitudo est pertica, latitudo vero sit pedum duorum: sic per digitum intellige parallelogrammum rectang. Cujus longitudo est pertica, latitudo existit digitus: Appellantur etiam pedes Scammati: digiti Scammati. Quod hic monuisse sufficiat.

Alio modo Trianguli rectanguli aream cognoscere.

Aream quoque Trianguli rectanguli cognosces si duxeris alterutrum anguli recti crus in reliqui cruris dimidium: ut in prædicto A B D triangulo, crus B D 45 pert. 6 ped. 5 dig. multiplicetur in dimidium reliqui cruris A B 11 pert. 7 ped. habebis ut antea aream 534 pert 1 ped. 0 dig. 5 gr. quæ brevitatis studio per distinctiones scribuntur sic 535: 1: 0: 5: Primum enim membrum perticas, membrum secundum pedes: tertium digitos repræsentat: & locus vacuus cyphra supplendus, ut antea etiam monuimus. Quare 5 pedes 8 grana sic signabis: 0: 5: 0: 8, & hanc signaturam in posterum observabimus.

2. *Area Trapezii rectanguli ut cognoscatur.*

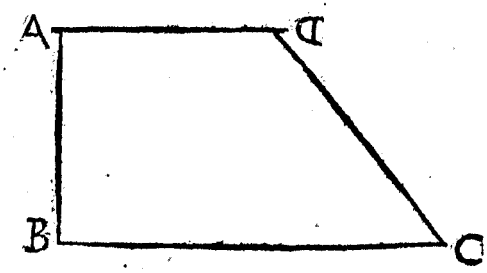
Trapezii rectanguli area hoc modo cognoscetur, adde duo latera opposita ac invicem parallela; summæ dimidium in latus tertium perpendiculare multiplica; productum multiplicationis dabit aream Trapezii: Vel dimidium lateris perpendicularis ducatur in additorum parallelorum summam, & eandem habebis aream.

Verbi gratia.

Est Trapezium rectangulum A B C D, latus B C sit 20:4: Latus eidem parallelum A D sit 12: 5. Latus eisdem perpendiculare A B sit 14: 6: Summa laterum A D & B C additorum est 32, 9, Cujus dimidium 16: 4: 5 multi-

catum

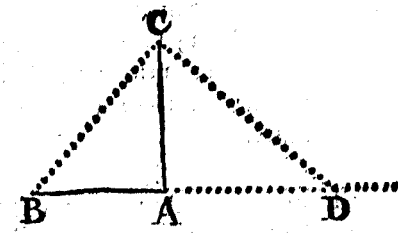
catum in latus A B 14: 6 producit aream Trapezii 240: 1: 7. Vel dimidium perpendicularis, A B, 7: 3 in integram laterum A D & B C additorum summam 32. ℊ multiplicatum, producit eandem aream 240: 1: 7.



Ex his dependet Agrorum & jugerum Geodœsiæ fundamentum. Quando enim plana multilatera irregularia, quæ plurima habent latera inæqualia, dextrorsum, sinistrorsumque vergentia, mensuranda erunt, cujusmodi non rarò sunt agrorum planities; resolves universam planam figuram in triangula, & Trapezia rectangula, quorum singulorum areæ per tradita præcepta acquisitæ, & in unam summam collectæ, totius figuræ sive propositi agri aream producent. Sed primum de Triangulis & quadrangulis, obliquangulis, quæ in triangula rectangula resolvuntur, agemus.

3. *Aream Trianguli Obliquanguli investigare.*

Si campus Triangularis datur mensurandus, qualem refert figura B C D; posito signo in C angulo, mensurabis per perticam basin ejusdem anguli B D, quæ sit exempli loco 25 pert. 8 ped: ex eadem B D basi ex A puncto digredieris secundum angulum rectum, usque in C signum; perpendicularis A C altitudinem trianguli refert, quæ sit exempli loco 18 pert. 6 ped Ex eis aream trianguli hoc modo cognosces: dimidiam altitudinem ipsius trianguli, 9: 6, multiplica in basin 25: 8, vel dimidiam basin utpote 12: 2, duc in integram altitudinem, 18: 6; & utroque modo cognoscetur Area trianguli propositi 247: 6: 8.

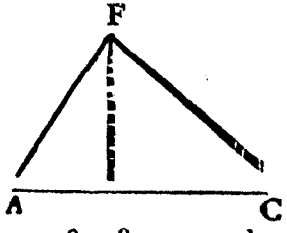


4. *Alio*

4. Alio modo, & via quadam generali aream cujusvis trianguli ex tribus ejus lateribus cognitis explorare.

Generalis via cognoscendi aream cujusvis trianguli ex datis lateribus est apud *Tacquetum*, laterum simul additione, subductione, multiplicatione, & lateris quadrati inventione, ut sequitur.

Latera oblati trianguli in unam summam collige: & ex collectæ summæ dimidio singula auferto latera, ut tres differentiæ inter ipsum dimidium & singula latera habeantur. Tandem tres hæ differentiæ, dictumque dimidium inter se mutuo multiplicentur: producti enim numeri radix quadrata dabit aream desideratam.



Proponatur exempli loco Triangulum A C: latus A C sit 25 pert 6 ped. C F 21 pert. 4 ped. & A F sit 18 pert. 9. Horum laterum in unam collecta summa existit 65. 9, & dimidium ejus est 32: 9: 5, à quo singula auferto latera, relinquuntur tres differentiæ 7: 3: 5 - 11: 5: 5 -- 14: 0: 5 has tres differentias, simulque & ipsum dimidium 32: 9: 5 invicem multiplica; hoc est, differentiam primam 7: 3: 5 multiplica in secundam 11: 5: 5 factumque 84: 8: 9: 2: 5 duc in differentiam tertiam 14: 0: 5, & multiplicationis productum 1192: 7: 3: 9: 6: 2: 5, ducatur in dimidium additorum laterum 32: 9: 5, hujus tandem producti 39300: 7: 7: 0: 6: 4: 3: 7; 5 radix invenietur quadrata, quæ est 191 pert 2 ped. 4 dig 4 gr. &c. atque illa indicat Trianguli aream.

5. Si triangulum æquilaterum detur mensurandum, hoc compendio area cognoscetur.

Quadratum lateris unius per 13 multiplica, & productum per 10 divide; habebis aream æquilateri trianguli.

Verbi gratia.

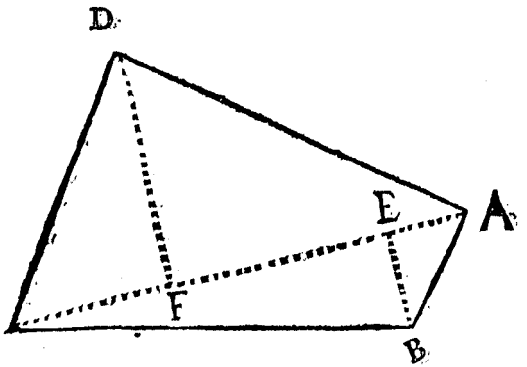
Latus æquilateri trianguli sit 20 pert. 4 ped Cujus quadratum est 416: 16; quod per 13 multiplica, fiunt 541: 0: 0: 8 hunc factum per 30 divide, quotus dabit aream Trianguli æquilateri dati, quæ erit 180 pert. 3 ped. 3 dig. 3 gran.

6. *De areæ quadrangulorum obliquangulorum inventione.*

Aream quadrangulorum obliquangulorum generaliter cognosces, resolvendo ipsum quadrangulum datum in duo triangula, idque per lineam diagonalem. quæ ab uno angulorum in oppositum angulum ducenda erit: Si enim beneficio perpendicularium ab angulis reliquis in hanc lineam ductarum utriusque trianguli aream vestigaveris. binæ triangulorum areæ simul junctæ, conficient aream ipsius oblati quadranguli.

Verbi gratia.

Proponatur campus quadrangularis A B C D mensurandus, mensurato per catenam ferream, ut præc. 4 cap. 1. hujus docuimus rectam diagonalem ab angulo A usque in angulum C. Diagonalis illa A C sit 121 pert. 6 ped. 4 dig. Resolvisti igitur campum in duo triangula A D C, & A B C, quorum singulorum aream beneficio B E & D F ex reliquis B & D angulis, in eandem A C



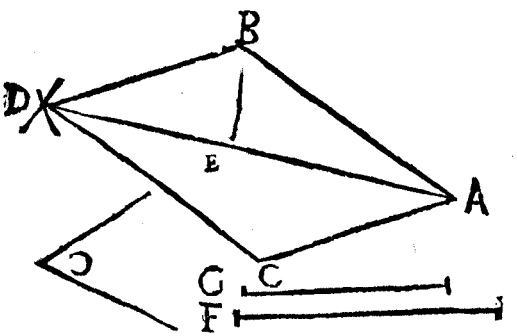
diagonalem perpendicularium, per 1 præc. hujus 3 cap. cognosces, Perpendicularis enim F D sit 52 pert. 2 pedum, hanc multiplica in dimidiam A C diagonalem, utpote 60: 8: 2 dabitur area trianguli A D C 3174 pert. 8 ped. 0 dig. 4 gr. Similiter, perpendicularis ex puncto E in angulum B per mensuram inveniatur 21 pert. 6 ped. eandem quoque in dimidiam A C diagonalem ducito, scilicet in 60: 8: 2 producetur area trianguli A B C 1313: 7: 1: 2. Ambæ triangulorum areæ collectæ in summam, efficiunt 4488 pert. 5 ped. 1 dig. 6 gra. & tanta existit campi area.

Aream ejusdem quadranguli sive trapezii obliquanguli compendio cognosces, ag-

ges, aggregatum duarum E B & F B perpendicularium in dimidiam A C diagonalem in dimidium aggregatarum perdendicularium multiplica. *Verbi gratia.* Perpendiculares E B & F D schematis superioris simul additæ, efficiunt 73 : 8: quæ in dimidiam diagonalem, ut 60: 8: 2 multiplicata, producunt aream Trapezii, ut prius 4488: 5: 1: 6. Vel dimidium perpendicularium 36: 9 multiplicatum in totam diagonalem A B 121: 6: 4 eandem aream, 4488 pert. 5 ped. &c. producet. Sequuntur duo alia compendia.

Compendium primum.

Si quadrangulum fuerit Rhombus, sivè Rhomboides: ejus diagonalis, (quam exhibet in hoc schemate recta D A ex angulo D in oppositum ducta) secat propositum Rhomboid in duo D B A & D C A triangula æqualia. Quare tantum unius trianguli perpendicularis mensuranda, quæ si in integram diago-

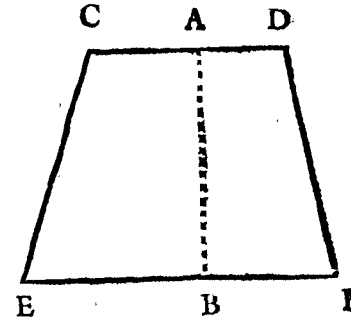


nalem multiplicetur, cognoscetur area Rhomboidis propositi. *Verbi gratia,* Diagonalis D A sit 134 pert. 5 ped perpendicularis B E sit 42 pert. 4 ped. Multiplico D A 134: per B E 42: 4. factus 5602 pert. 8 ped. erit ipsius D B A trianguli duplum, & consequenter area Rhomboidis D B A C dati.

Compendium secundum.

Si Trapezium bina habuerit latera parallela: inter duo latera parallela perpendicularem demitte, atque dimidium ejusdem perpendicularis in summam additorum parallelorum multiplica: vel semissem additorum parallelorum

ducito integram perpendicularem, utrâque enim via constabit area Trapezii.



Verbi gratia.

In adjecto Trapezio perpendicularis A B sit 14: 6, latus C D sit 12: 5: alterum latus E F eidem parallelum, sit 20: 4. Summa laterum additorum erit 32: 9. cujus semissis, 16: 4: 5 multiplicata in A B perp. 16: 6 efficiet aream Trapezii 240 pert. 1 ped. 7 dig.

7. *De area multangulorum Irregularium, agrorumque quorumlibet Geodæsia.*

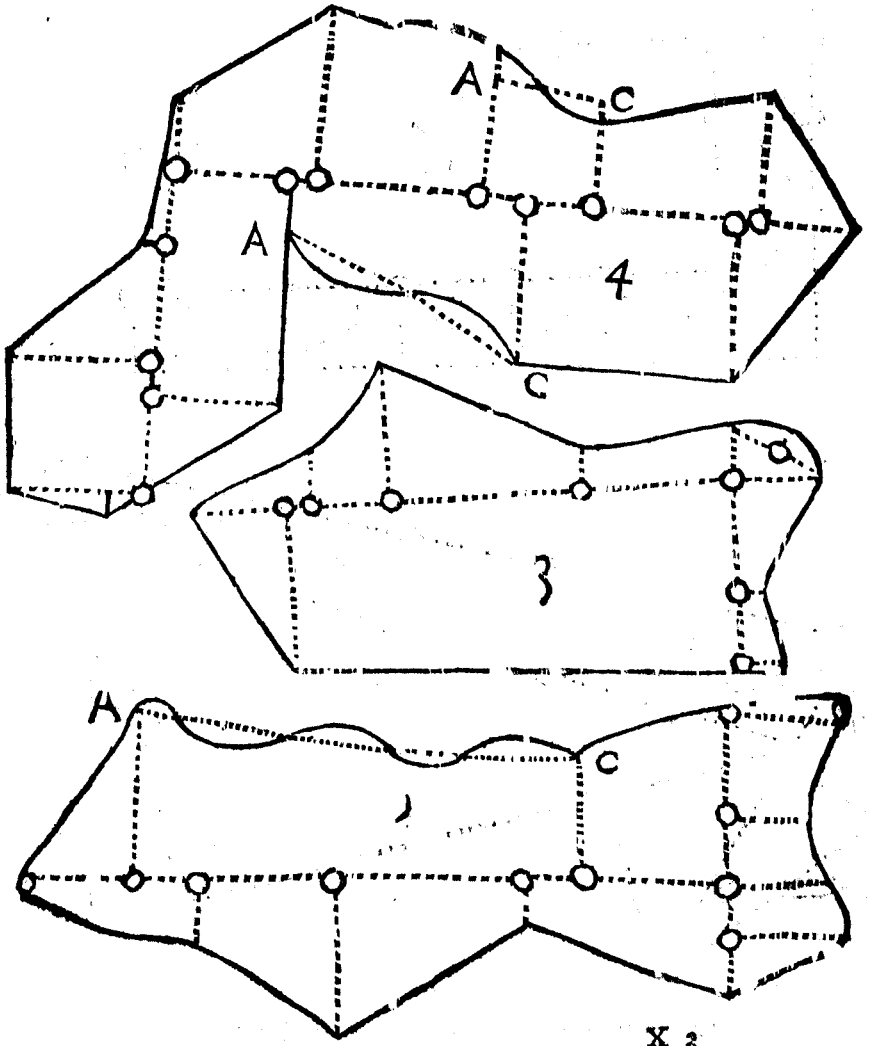
Plana multangula irregularia, quæ pluribus continentur lateribus inæqualibus, metiuntur vulgo, ipsum multangulum propositum in triangula resolvendo, singulorumque triangulorum areas investigando. Verum in mensurandis camporum, jugerum, vel agrorum superficiebus, ne totum campum sæpius perambulare cogamur, hanc inimus rationem: Per ipsam agri medietatem, vel potius circa latus campi, quod magis existit irregulare, lineam constituimus quam longissimam, tres vel quatuor in eadem rectitudine baculos oblongiores, & conspicuos erigendo: namque per eos in dimensione itio ad rectam lineam fiet. Lineam hanc appellamus fundamentalem, ex hac enim linea in singulos angulos & laterum campi extremitates (ex quibus signa sive bacilli eriguntur) ad angulum rectum digredimur: quoniam perpendiculares istæ totam agri figuram in rectangula triangula & trapezia dispescunt. Quorum singulorum areæ per 1 & 2 præc. hujus acquisitæ, atque in unam summam collectæ componunt integram campi sive agri aream. Exemplum cape ex 3, 4, & 5 figuris.

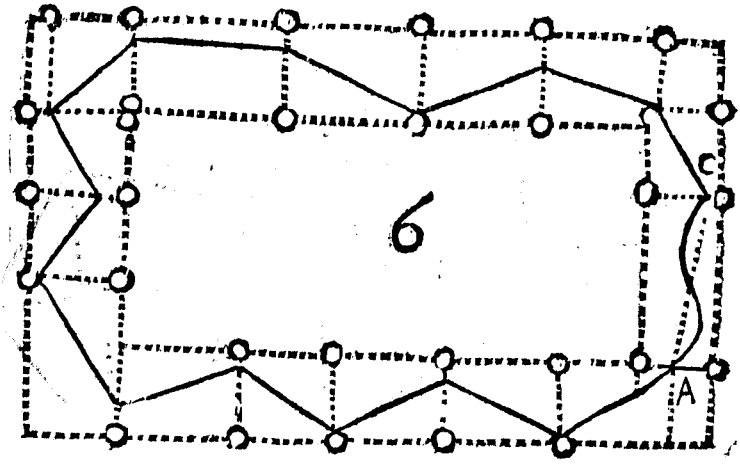
Verum enimverò, si omnia agri latera valde existunt irregularia: in ipsa agri planitie, ingens, pro renatâ, constituimus rectangulum oblongum, vel interdum pro rei exigentia quadrangulum obliquangulum assumimus, atque ex ipsius lateribus, ad singulos oppositos angulos perpendiculariter egrediendo, reliquam agri figuram in triangula & trapezia dispescimus rectangula, quæ cum ipso oblongo sive quadrangulo in unam summam collecta, universam agri mensuram comprehendunt, ut apparet ex figuris pagina versa exhibitis.

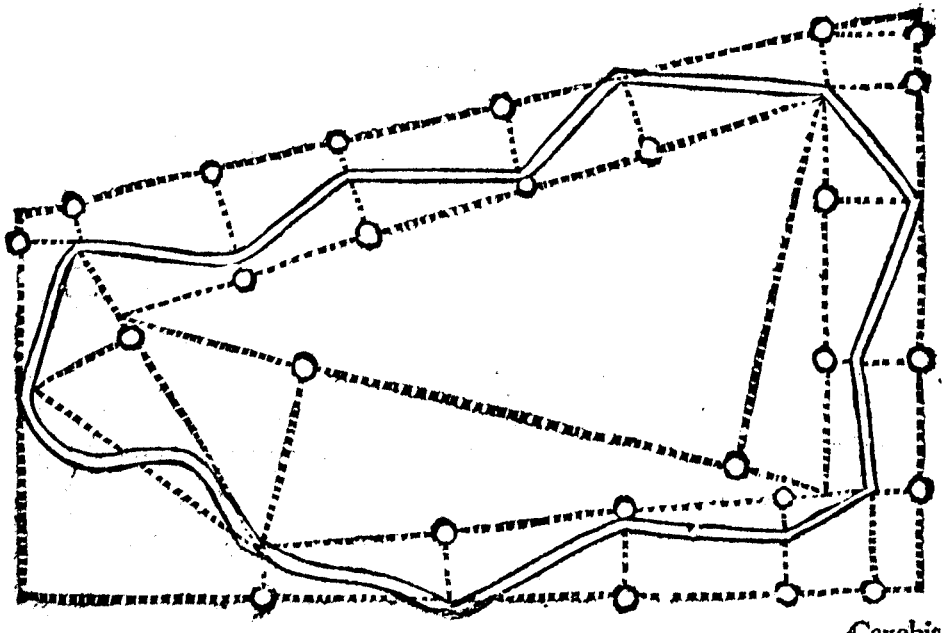
NOTA.

Quod si in agri circuitu portio aliqua fuerit curva, secanda ea erit in partes, donec à rectia

à rectis lineis parum differant, vel potius per ipsa curvamina collimanda rectâ, quæ lineam istam curvam æqualiter dividit, ut in 4, 5 & 6 figuris videre est, in quibus linea recta A C per lineam curvam deducta, undiquaque ab agro partes tollit, illic addit, ad censuram Geometræ, æquales.

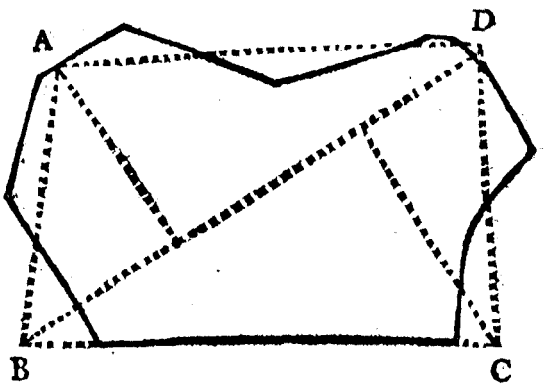






Cavebic

Cavebit sibi Geometra, ne nimium confidat censuræ, ut solent vulgares illi qui Geometrica illa quemadmodum à nobis exposita est, mensurandi curiositate (ut dicunt) neglecta & spreta, malunt conjecturis agrorum mensuram absolvere, in hunc modum: Magnum constituunt, vel potius confingunt quadrangulum obliquang. quod planitiei campi ex censura & æstimatione videatur æquale, collimando effingunt per campi irregularia latera exteriora, lineas rectas æqualiter eadem secantes, ut videre est in figura apposita, ubi quadrangulum A B C D conscriptum apparet, cujus lineæ rectæ A B, B C, C D, & D A ipsum quadrangulum constituentes, latera campi exteriora (hic agro nonnihil addendo; illic auferendo) æqualiter secare videntur. Vnde quadrangulum isto modo constitutum, æquale æstimantes areæ campi, qua-



dranguli mensuram expeditè absolvunt per lineam diagonalem, idem in duo triangula dispescentem, ut docuimus 6 præc. cap. hujus.

Verùm quam æqui sint isti mensores, ne dicam impostores, qui vera & justa contempta, vel ex inscitia neglecta mensura tantum per conjecturam susceptum opus absolvunt, & suum cuique, ut maximè tribuant: judicent quibus Resp. curæ est.

Figuras hactenus exhibuimus, ex quib. quæ hoc præcepto continentur, prudens inspector facilè rimabitur: hæc enim usu magis addiscuntur, quàm præceptis.

8. *De mensuris agrorum inaccessibilium.*

Si sylva, lacus, vel ager inundatus sive arboribus consitus, sit mensurandus, constitues

constitues circa agrum oblongum rectangulum, sive rectangulum Trapezium, atque ex ejus lateribus, ad omnes & singulos agri mensurandi angulos, perpendiculares egrediantur lineæ, quæ excessum, quo circumscriptum quadrangulum majus est quàm campi area, in triangula & Trapezia rectangula secabunt: quorum singulorum areæ si in unam summam redigantur, & summa collecta ab eodem oblongo vel trapezio rectangulo auferatur, reliquus erit area campi mensurandi desiderata. Exemplum cape ex sequentibus 6 & 7 schematibus.

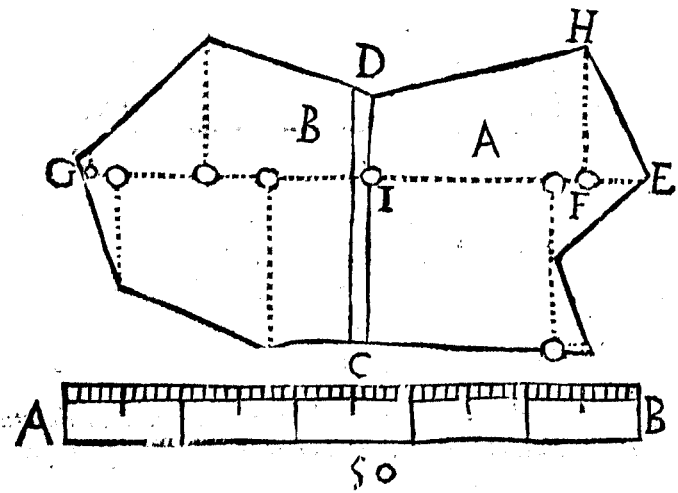
9. *De agrorum divisionibus.*

Si agrum in duas, tres, aut quatuor partes æquales dividere velis; vel partem quamlibet imperatam ab eodem auferre: efficies idipsum in hunc modum.

Verbi gratia.

Proponitur cujuscunque figuræ ager in partes duas æquales dividendus, idque secundum agri latitudinem.

Primum circa agri medietatem lineam constituo rectam D C, quæ proposi-



tum agrum secundum latitudinem ejus in duas dividit partes qualescunque, A & B ad æstimationem invicem æquales, quarum singularum ex præscripta mensurandi methodo aream inquiro: pars A contineat perticas 592, pars verò

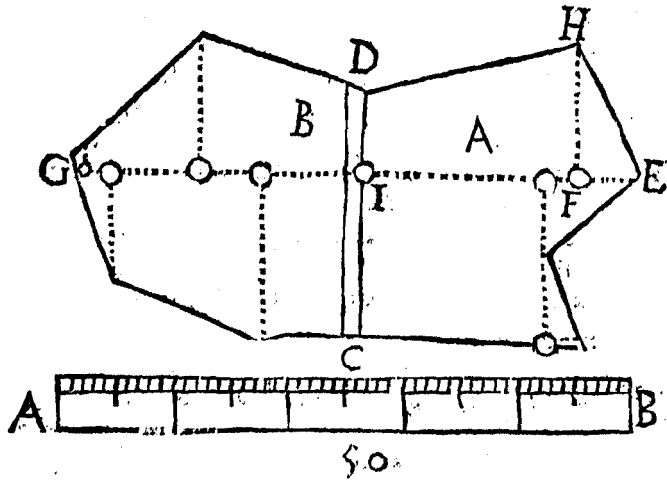
verò altera B habeat perticas quadratas 2656, quarum differentia erit 64 pert. secundum quam pars B excedit partem A, cujus dimidium, 32 pert. addendum erit ipsi A, & idem à parte B auferendum, & sic æquales erunt, quod ipsum in hunc modum perficietur: Longitudinem lineæ D C, agri nimirum latitudinem complectentem mensura, quæ loco exempli longa sit 46 pert. 8 ped. constat itaque, si à D C linea constituatur parallela versus B distans una pertica, fiet parallelogrammum 46 pert. 8 ped. sed desideratur parallelogrammum 32 pert. Quod in hunc modum per regulam proportionis invenies dicendo 46 pert. 8 ped. acquiruntur, quando ad distantiam 1 pert. lineam removeo, quot perticis vel pedibus eadem removenda, ut acquiram 32 pert? producuntur ex regula proportionis o: 6: 8. Quare si linea constituatur parallela, distans à priori D C in partem 6 ped. 8 dig dividet eadem agrum propositum in duas partes æquales.

Simili operandi modo licebit partem tertiam, quartam, vel quancunque aliam ab agro proposito abscindere.

10. *Figuram agri mensurati in charta delineare.*

Si mensurato ex præscriptis præceptis agro placeat ejusdem figuram chartæ inscribere, primò conficienda erit schala perticarum; lineam quandam pro amplitudine chartæ describendæ acceptam, in 50 vel 100 partes æquales dividendo, quarum singulæ particulæ perticam repræsentabunt: deinde per medium chartæ describendæ lineam ducito rectam, quam fundamentalem suprà appellavimus, in qua singulas mensuras per schalæ partes acceptas assumito. Verum ut hæc autopsia manifesta fiant, schalam extruximus in 50 perticas distributam, & in schemate F G est linea fundamentalis, ex qua perpendiculares egredientes dirimunt figuram descriptam in triang. & Trapezia rectangula. Porrò in triangulo E F H crus ang. recti E F invenimus 5 pert. & reliquum crus 11 pert. 5 ped Quare per circinum ex schala desume partes 5, easque transfer in lineam fundamentalem ab E in F: & ab F excitetur perpendicularis F H, in qua ab F usque in H assumantur partes schalæ 11½: & connectatur recta E H. Similiter in trapezio F H D I, latus F L per mensuram invenimus 18 pert. 8 ped. latusque perpendiculare I D 7, 6 ped. quare assume per circinum partes schalæ 19 ferè, eademque statuantur in fundamentali linea ab F usque in I, ex quo erecta perpendiculari I D, assumantur in eadem ab I usque in D partes schalæ 7½ ferè, & recta ducatur I D. Ad eundem modum reliqua trapezia & triangula universam agri figuram componentia, describenda erunt,

lineaque fundamentalis cum suis perpendicularibus figuræ campi inscriptis, deleri debet. Quod si ipsum agrum mensuraveris per quadrangulum figuræ campi inscriptum, vel circumscriptum, ut in 8 & 9 figuris videre est: simile



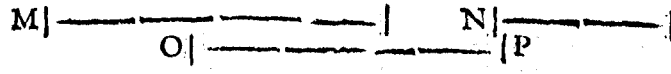
quadrangulum chartæ inscribendum & ex lateribus ipsius quadranguli per perpendiculares juxta suas mensuras excitandæ.

Hinc enim deducitur utilissimum in Geometria præceptum nempe.

11. Qua ratione data & descripta figura quævis planâ multangula & irregulari; eidem similis similiterque sita & in qua vis proportione major vel minor erit describenda.

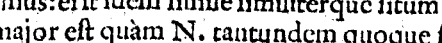
Primum figura data in Triangula & Trapezia rectangula resolvenda per lineam fundamentalem, vel per quadrangulum figuræ inscriptum, perpendicularibus egredientibus, ut cap. 7 docuimus. Deinde quavis assumpta magnitudine schalam conficies in 50 vel 100 perticas distributam, per hanc schalam singulas perpendiculares, & lineæ fundamentalis (sive laterum quadranguli inscripti) segmenta mensurabis, quot nimirum eadem schalæ partes continent.

neant. His ita præparatis, si placet similem figuram majorem vel minorem in quavis proportione data constituere, procedes hoc modo. Schemati novissime posito sit simile & in simili situ majus vel minus conficiendum qua proportione linea M excedit lineam N. Conferes cum ipsis lineis datis ipsam scha-



lam A B extructam; & per 9 præc. cap. 4 lib. prioris, datarum trium M, N, & A B quarta vestigetur proportionalis, quam refert O P linea.

Rursus per 10 præc. ejusdem cap. inter O P & schalam A B media accipiatur proportionalis quæ sit Q R. Ex hac Q R longitudine inventa schala conficiatur, & per eandem in 50 partes æquales distributam confice tibi schæma ut præcedente 9 præc. docuimus: erit idem simile similiterque situm cum priori, & quanto M linea data major est quàm N. tantundem quoque figura data excedet extructam.



Si in numeris eadem proportio sit data, sic agendum: sit conficienda figura similis major vel minor in proportione qua 7 superant 4. per auream proportionis regulam inter 7; 4 & scalæ partes 50 inquirenda quarta proportionalis, dicendo 7 dant 4, quid dabunt 50? fiunt pro quarta proportionali 28: 5: 7. Et per ultimum cap. Arith. nostræ inter 28: 5: 7, & partes schalæ 50, media proportionalis inquiratur; quæ erit 37 pert. 8 decimarum ferè: Quare in linea data assumatur intervallum 37: 8 schalæ partium, hoc est, 38 partium ferè, juxta assumptum intervallum schala conficiatur in 50 partes æquales distributa. Cujus beneficio figura juxta antecedens præc. exstruenda erit; & qua proportione 7 superant 4: eâdem figura data excedet illam quem confecisti.

Hinc patet qua ratione figura quævis sit duplicanda, triplicanda, vel alia quavis proportione æquali augenda vel minuenda. *Verbi gratia*, si figura quævis sit duplicanda; totius schalæ partes, per quam figuram mensurasti, duplicato, deinde inter partium duplum, & integras schalæ partes mediam quærito proportionalem.

Verbi gratia.

Quia in superiori schala continebantur partes 50, earum duplum existit 100: mediaque proportionalis inter 100 & 50, erit 70: 7. Postea per circinum accipe intervallum earundem partium, hoc est primum assume longitudinem schalæ 50 part. quibus superadde 20: 7 ejusdem schalæ partes, habebis intervallum 70: 7 partium, secundum idem intervallum schala extruatur

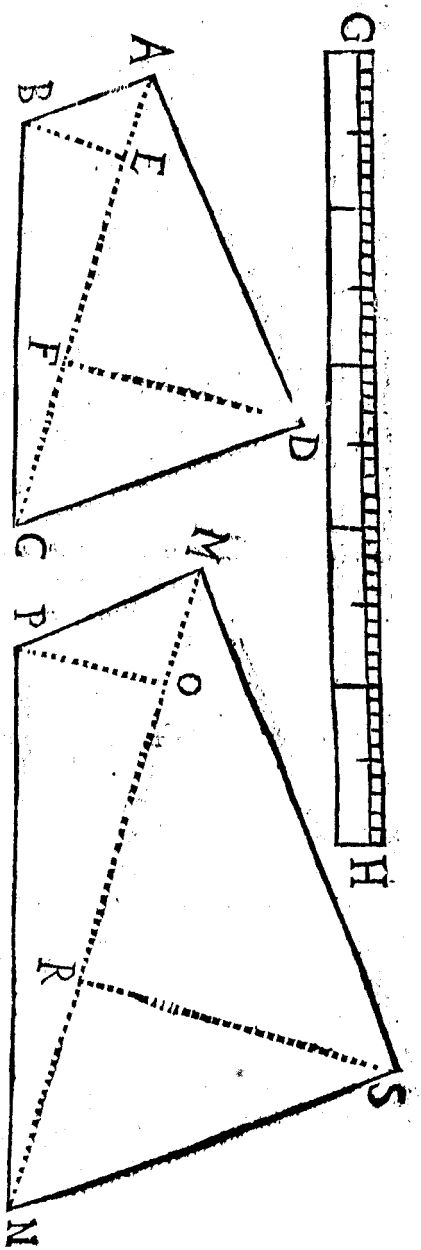
in 50 partes æquales distributa: per hanc enim schalam quævis plana licebit duplicare, quorum mensura in prioris schalæ partibus cognita est.

Simili ratione pro triplicandis figuris, assume intervallum 85 part. $\frac{4}{10}$, juxta quod schala 50 part. construenda. Pro quadruplicandis figuris, intervallum 100 part. assumendum; pro quintuplicandis eisdem, assumendæ partes $111\frac{8}{10}$.

Exemplum.

Detur Trapezium obliquangulum A B C D, cui aliud simile construendum, duplo majus. Primum ipsum Trapezium in duo triangula secabis, ducta diagonali A C: ex qua egrediantur in reliquos angulos perpendiculares F B & F D. Deinde per schalam in 50 vel 100 partes distributam, diagonalis A E & A F segmenta, cum ipsis E B & F D perpendicularibus mensurato. *Verbi gratia*, segmentum A E contineat partes 7, qualium schala A B 50 habet: Perpendicularis E B, partes ejusdem schalæ $9\frac{1}{4}$. Segmentum E F partes $19\frac{1}{4}$, perpendicularis F D $20\frac{1}{2}$. Denique tota diagonalis A C sit partium earundem $41\frac{1}{3}$. Quibus cognitis, aliud simile similiterque situm, dupla proportione majus constitues Trapezium.

Accipe intervallum 70 cum 7 decimis schalæ partium: Intervallum illud sit G H quod in 50 partes æquales subdivide. Per hanc schalam figuram desideratam hoc modo constitues. In linea quadam assume partes schalæ ejusdem $41\frac{1}{3}$, ab M usque in N, Evadet M N diagonalis figuræ construendæ, in qua ab M usque in O statuan-



ſtatuantur partes 7, & ab O uſque in R aſſumantur ſchalæ partes $19\frac{1}{4}$. Poſtea ex O & R ſegmentis egrediantur perpendiculares O P & R S; & O P ſit $9\frac{1}{4}$ part. R S contineat partes $20\frac{1}{4}$. Tandem rectæ connectantur, M P, P N, N S & S M, quadrangulum fiet ſimile ſimiliterque ſitum, duploque majus A B C D dato Trapezio.

Simili operandi modo quamlibet figuram multilateram & irregularem, duplicabis, triplicabis, vel quavis proportione augebis, & minues.

12. *Dato plano rectilineo, ſimile ſimiliterque ſitum, & alteri dato, æquale conſtituere.*

Hoc præceptum parum aut nihil differt à ſuperiore, quocirca brevibus abſolvam: Sint loco exempli duæ figuræ diſſimiles A & B datæ, conſtruenda erit

A B

figura, quæ ſimilis eſt ipſi A æqualis tamen B figuræ. Primum utriuſque A & B figuræ area in partibus ſchalæ cujuſvis extructæ per 7 præc. inquiratur: Figura A contineat partes quadratas 2780; figura B ejuſdē ſchalæ partes 3024. Poſtea per præcedens 10 præc. Conſtruatur figura quæ ſimilis ſit ipſi A, ſuperans tamen eandem juxta rationem qua 3024 ſe habent ad 2780, & figura conſtructa erit.

13. *Aream figurarum regularium inquirere.*

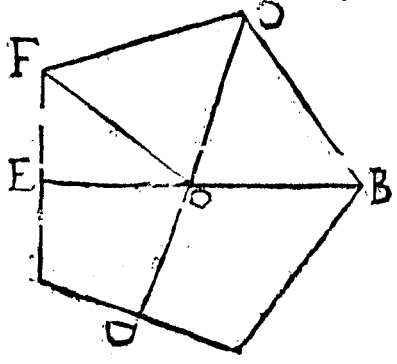
Aream Polygonorum ſive figurarum regularium compendiosè inquirere licebit, ſi.

Dimidium peripheriæ in rectam, quæ à centro figuræ in medium punctum unius lateris protrahitur, multiplicetur; factus multiplicationis dabit aream figuræ ordinatæ propoſitæ.

Centrum cujuſvis figuræ regularis, ut ſequitur, commodè invenies. Conſidera an data figura ſit pari, an impari laterum numero circumſcripta: ſi pari, rectam duces ab angulo quovis in oppoſitum angulum, eamque biſſecabis; punctum enim ſectionis medium dabit centrum figuræ. Vt in propoſito Hexagono, diameter A B biſariam ſecta ad punctum C, erit idem centrum hexagoni, ex quo recta C D, in medium lateris incidens, menſuretur, que ſit 10 pert. 3 ped. 9 dig. Latus unum ejuſdem hexagoni habeat perticas 12, continebit di-

midius ambitus 36 perticas, easdem multiplica in rectam C D 10: 3: 0, fiet area 313 pert. 0: 4 dig. Si verò impari laterum numero circumscripta fuerit figura regularis, binæ erunt rectæ à mediis duorum quorumlibet laterum punctis, in angulos eisdem lateribus oppositos educendæ, quæ se mutuo in centro figuræ secabunt, ut in Pentagono adjecto, lineæ E B & D C secant se mutuo in centro figuræ O. Quare D O vel E O mensuro, quæ sit 14: 6: 3; Latus unius figuræ sit 17: 2, erit dimidium ambitus 43 pert. Quo ducto in rectam D O 14: 6: 3, producetur area 629 pert. 0: 9 dig.

Eandem lineam, quæ ex figuræ centro in medium cujusvis lateris protrahitur Arithmetica numeratione ex latere uno cognito in hunc modum per Triangulorum ratiocinium concludes: ex numero laterum ipsam figuram ordinatam constituentium auferantur duo, residuumque duplicetur, duplum enim illud indicabit quot rectis angulis anguli omnes in figura data simul sumpti æquivaleant; ut constat 3 & 4 præc. cap. 6 lib. 1. Idem illud duplum, sive numerus angulorum rectorum, per numerum angulorum sive laterum dividatur; quotus ostendit unius anguli amplitudinem. Eundem angulum forte brevius assequeris in hunc modum. Ex numero laterum figuram, ambientium per circulum hoc est 360 gr. divide, quotus dabit angulum centri C O B, cujus ad semicirculum complementum ostendit anguli amplitudinem desideratam. Quo cognito beneficio tabularum tangentium rectam O E (ex centro in medium nius lateris cadentem) hoc modo per regulam proportionis acquires. Primo



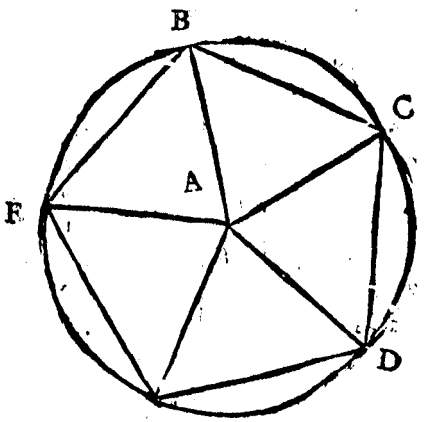
loco statue radium sive sinum totum 100000, loco secundo numerum tangentem semissis anguli unius modo acquisiti, ut anguli O F E; loco tertio scribe lateris unius semissem per perticam mensuratam, rectam nempe F E, & per operationem regulæ acquires O E desideratam: loco exempli assumamus pentagonum, cujus dimidium lateris F E contineat perticas 8, & pedes 6, ex quo lineam O E, & consequenter universam pentagoni aream in hunc modum addisces: à numero laterum, 5, auferantur 2, & residui duplum demonstrat omnes angulos Pentagoni simul æquivalere 6 angulis rectis, hoc est, 540 gr. per 3 præc. 6 cap. Angulus enim rectus 90 facit gradus, quibus sexies assumptis constituunt 540, quos per 5. (videlicet numerum laterum pentagoni) divide,

vide, fiet unius anguli amplitudo 108 gr. 9 per regulam igitur proportionis sic argumentaberis, ut F E radius 100000 ad O E numerũ Tangentem anguli O F E. (137638 qui est dimidius ipsius C F E anguli per 12 pr. 4 lib. Eucl.) ita F E 8 pert. 6 ped. ad O E 14:6:3 quam desideravimus. Ratio ex doctrina Trian. planorum manifesta est; in Triangulo enim O E F rectangulo ad E, datur crus anguli recti F E, cum angulo O F E eidem adjacente, est enim dimidius ipsius C F E anguli. Vnde reliquum crus O E non ignorabitur, eritque ut radius ad Tang. anguli dato cruri adjacentis, ita crus datum, ad crus reliquum, idque in partibus dati cruris. Dices ergo.

	radius		tang. ang. F		F F
si	100000	dat	137638	ergo	8:6 dabit
					O E
					14:6:3

Quia semissis unius pentagoni lateris exempli loco assumitur 8:6 erit semissis perimetri 43 pert. eamque multiplica in rectam O E producetur area pentagoni ejusdem pert. 629:0:9.

Quoniam figurarum regularium usus in Munitionibus delineandis, communiendisque maximi est momenti, mensuram earum paulo uberius prosequemur.



14. Dato circuli radio, latus figuræ circulo eidem inscriptæ quam proxime indagare, & contra, dato latere Radium circuli figuram circumscribentis invenire.

Verbi gratia.

Datur pentagonum C B F E D circulo inscriptum, cujus radius A C detur 746 ped. Quæritur latus ejusdem pentagoni? In Triangulo A B C ex præcedenti prac. tres dantur ang. nam uterque A B C & A C B angulus est dimidius anguli pentagoni B C D.

Tabula continens latera figurarum regularium posito radio
10000000

3	17320508	29	2162380	55	1141776
4	14142135	30	2090569	56	1121408
5	11755705	31	2023366	57	1101755
6	10000000	32	1960341	58	1082778
7	8677674	33	1901120	59	1064443
8	7653668	34	1845367	60	1046719
9	6840402	35	1792786	61	1029575
10	6180339	36	1743114	62	1012983
11	5634651	37	1696118	63	996917
12	5176380	38	1651586	64	981353
13	4786313	39	1609331	65	966275
14	4450418	40	1569181	66	951638
15	4158233	41	1530985	67	937445
16	3901806	42	1494601	68	923669
17	3674990	43	1459906	69	910291
18	3472963	44	1426783	70	897296
19	3291891	45	1395129	71	884666
20	3128689	46	1364848	72	872387
21	2980845	47	1335852	73	860444
22	2846296	48	1308062	74	848824
23	2723332	49	1281404	75	837513
24	2610523	50	1255810	76	826399
25	2506664	51	1231218	77	815771
26	2410733	52	1207569	78	805318
27	2321858	53	1184812	79	795130
28	2239289	54	1162896	80	785196

ni B C D. Atque ex thesi datur latus A C 746 ped. quare ptr resolutionem triang. planorum erit ut sinus ang. A B C; ad sinum anguli in centro B A C: Ita latus A C datum, ad B C latus, quod desideratur. In pentagono Angulus centri per prac. praecept. est 72 gr; Ang. A B C 54 gr. concludendum igitur.

Sinus

						latus A C	
ut	Sinus 54	ad	Sin: 72	ita erit		datum	ad
	80902		95106			746	

Latus B C desideratum 876 ped. 9 dig.

Contra, si detur latus Pentagoni 876, ped. 9 dig. Radium circuli, ad hunc modum argumentando, acquires.

	Sinus ang:		Sin. ang.		latus pent.	
ut	B A C 72	ad	C B A 54	ita	B C	
	95106		80902		876: 9	

Ad radium Circuli A C 746.

15. Propositionem eandem expeditius per tabulam laterum polygonorum absolvere.

Proponuntur hac tabellâ plurimarum figuram regularium sive polygonorum latera, in partibus diametri circuli ambientis 2000000 vel Radii 10000000, Cujus beneficio prompta numeratione ex dato circuli radio latus polygoni in eodem circulo descripti inveniemus: si nimirum fiat, ut Sinus totus 10000000 ad latus figuræ in Tabula propositæ: ita Radius datus, ad aliud.

Verbi gratia.

Radius circuli detur 746 *ped. inveniendum latus Pentagoni respectu dati Radii: fiat, ut Radius* 10000000 *ad latus pentagoni* 11755705 *ex tabula desumptum, ita* 746 *pedes radii dati ad latus quæsitum: quæ res nisi curiosè admodum tractetur, numeris prioribus* 3 *vel* 4 *cyphræ abscindendæ erunt, & statuatur proportio talis, ut* 10000 *ad* 11756: *ita* 746

ad 876 $\frac{99976}{10000}$ *& tantum erit latus quæsitum quam proxime.*

Quod autem numerum hunc 11756 unitate auximus, ratio est quia subsequens numerus 7 plus valet dimidio 5, unde propriis veritati accedit, id quod in Tab. sinum observatur.

Contrariè, si detur latus Polygoni, Radius circuli circumscribentis cognoscetur: si fiat, ut latus propositi Polygoni ex tabula acceptum, ad Radium 10000000: ita latus datum ad aliud; factus dabit Radium in partibus lateris

dati, ut desideratur. *Verbigratia.* Latus Pentagoni detur 12. Fiat ut 11756 ad 10000 ita 12 ad,

$$10\frac{2443}{11756}$$ & tantus est radius desideratus ferè.

CAP. IV.

DE MENSVRA CIRCVLI.

MAgna fuit & diu agitata quæstio de quadrando circulo, hoc est, de inveniendo quadrato, quod circulo dato exactè sit æquale. Plurimos quidem, accuratè metæ attingendæ libido incessit, sed frustra: non enim certa & omnibus numeris absoluta circuli mensura dari potest.

Archimedi tamen Mathematico & Philosopho insigni palma tribuenda, qui tanquam antesignanus firmissimis demonstravit rationibus: Circulum quemcumque æqualem esse Triangulo rectangulo, cujus unum anguli recti crus semidiametro, reliquum ejusdem circuli peripheriæ æquale sit.

Hinc manifestum, Aream cujusvis dati circuli produci ex multiplicatione semidiametri ejusdem in semiperipheriam. Secundum quod præscriptum innotesceret rectangulem oblongum circulo dato æquale; ut & Quadratum.

Verum in invenienda recta, quæ peripheriæ circuli sit exactè æqualis, solertissimi quique usque hoc desudarunt, neque eam quisquam notam reddibit.

Archimedes tamen mensuram circuli ulterius prosequens, Geometrico discursu, divina potius quàm humana scientia invenit, quod cujuslibet circuli peripheria tripla sit diametri unaque superet parte, quæ minor est decem septuagesimis, hoc est, septima diametri parte; major verò decem septuagesimis primis. Verum cùm hæ proportiones accuratæ non sint, necesse est lineam illam rectam vel excedere peripheriam, vel ab ea deficere. Nam si in linea quadam ter assumas circuli dati diametrum, ac insuper septimam diametri partem sive $\frac{10}{70}$ eidem adjungas; erit linea reperta paulo minor quàm peripheria ejusdem circuli; verùm si tribus diametris assumptis, eisdem adjungas decem septuagesimas primas, erit linea illa assumpta major quàm peripheria: & licet in parvis circulis exigua reperiatur differentia, in majoribus tamen non negligenda. Quocirca præstat assumere eam peripheriæ ad diametrum proportionem, quam ante annos aliquot repperit parens meus Confœderatarum Belgii Provinciarum Geometra insignis, qui Archimedeis demonstrationibus invenit.

venit proportionem peripheriæ cujusvis circuli ad suam diametrum esse $3\frac{113}{355}$ id est, $\frac{355}{113}$: quæ quidem proportio minoribus constat terminis, quam ea quam posuit Mr. Ludolph, a qua tamen distat minori differentia quàm $\frac{1}{1000000}$: Ergo per eandem, circulorum maximorum mensuram prosequamur, sed in minoribus retineatur proportio illa Archimedis $3\frac{1}{7}$, sive $\frac{22}{7}$. Quæ licet perfectissima non sit, adeo tamen ad metam propè accedit, ut vix mechanicus, etiam exacto instituto examine, discrimen aliquod deprehendere queat.

2. *Ex dato circuli diametro Peripheriam prope verum invenire, & consequenter aream circuli ejusdem concludere.*

Mutiplica diametrum datam per $\frac{22}{7}$, & cognosces peripheriam: Vel per regulam proportionis, fiat ut 7 ad 22, ita data diameter ad peripheriam quæsitam, *Verbi gratia*: Detur diameter alicujus circuli 23 pert. 4 ped. quam per $\frac{22}{7}$ multiplica, invenies pro peripheria 37 pert. 5 ped. 4 dig. vel per regulam proportionis eandem peripheriam sic concludes: si 7 dant 22, ergo diameter 32: 4 dabit peripheriam 73: 5: 4.

Verum assumpta proportione parentis, utpote $\frac{355}{113}$, peripheria inveniter minor. Multiplicando enim diametrum peripheriæ 32: 4 per $\frac{355}{113}$ producetur peripheria 73 pert. 5 ped. 1 dig. 4 &c. vel per regulam proportionis conclude sic: si 113 dant 355. ergo diameter 23: 4: dabit periph. 73: 5: 1: 3, quam proximè.

3. *Cognita peripheria, ejus semissis ducatur in semissem diametri, & constabit area circuli.*

Verbi gratia, Semis diametri superioris circuli existit 11: 7, semissis verò periph. secundum Archimedis proportionem 36: 7: 7. Ex mutua eorundem numerorum multiplicatione producatur area ejusdem circuli 430 pert. 2 ped. 0: 9. Verum assumptâ ex parentis proport. semiperiph 36: 7: 5: 6. habebis magis accuratam circuli aream 430 pert. 0: 42 dig. ut in tam magno circulo 2 ped non sit differentia: In majoribus circulis, ut enim Astronomi, ex data, & per observationem è cælo desumptam explorata terræ peripheria, ejusdem terræ diametrum, & consequenter superficiem, universumque globum inquirunt neglecta Archimedis peripheriæ ad diametrum proportione, assumenda ea, quam posuit pater meus, ut sequitur.

4. *Data circuli peripheria, ejus diametrum, & consequenter aream invenire.*

Peripheriam datam (quando non adeo magnus datur circulus) multiplicato per $\frac{7}{22}$, & cognosces diametrum ejus: vel per regulam proportionis fiat ut 22 ad 7: ita data peripheria ad diametrum. In majoribus circulis datam peripheriam multiplicabis per $\frac{113}{355}$, vel fiat, ut 113 ad 355; ita periph. data ad diametrum. Exempli loco, ex Astronorum observationibus colligitur peripheriam globi terreni continere 5400 milliaria germanica. Quæritur diameter ejus? Multiplica 5400, per $\frac{113}{355}$ producetur diameter 1718 $\frac{3732}{10000}$, vel per proportionis regulam eandem diametrum hoc modo concludes, 355 dant 113 ergo peripheria 5400 milliarium dabit diametrum 1718 $\frac{3732}{10000}$ mill. Porrò semissim diametri multiplica per dimidium peripheriæ, producetur circuli area 2320478 $\frac{873}{100}$: eandemque rursus per 4 multiplica, producetur superficies terreni globi 928191 $5\frac{28}{100}$ milliarium, multiplica diametrum in peripheriam, producetur eadem terræ superficies

Verum ex proportione peripheriæ ad suam diametrum quam invenit M. Ludolph. à Colen (cujus mentionem fecimus sub finem 8 præc. 7 cap. lib. 1.) invenies terræ superficiem tantum uno mill. majorem: sed juxta proportionem Archimedis, deficient ultra 2730 mill.

5. *Aream circuli alio modo ex diametro data concludere.*

Archimedes prop. 2 demonstrat circulum quemlibet ad quadratum sui diametri proportionem eam habere, quam 14 ad 11 proximè. Quare si diameter circuli cujusvis fuerit data eandem in se multiplicabis, ut habeas diametri quadratum. Deinde fiat per regulam proportionis, ut 14 ad 11, ita quadratum diametri ad aliud. Numerus enim per regulæ operationem factus, exhibebit aream circuli paulo verâ majorem. Verum si fiat ut 284 ad 223, ita quadratum datæ diametri ad aliud, producetur ex operatione ista area circuli minor verâ.

Repetatur præcepti 4 primum exemplum, in quo diameter circuli datur 23 pert. 4 ped. quibus in semultiplicatis, erit quadratum diametri 547: 5: 6. Dices igitur per regulam proport. 14 dant 11, quid dabunt 547: 5: 6? qua peracta operatione invenies 430 pert. 2: 2: 6: pro ipsa area, quæ tamen verâ major est

Sed si

Sed si 284 dent 223, quid dabunt 547: 5: 6? invenies aream verâ minorem: verum si juxta doctrinam Parentis assumatur proportio ut 452 ad 355, ita quadratum Diametri ad aream: erit hæc intermedia & veritati proxima.

6. *Ex peripheria circuli data, ejusdem aream colligere.*

Fiat, ut 892 ad 71; ita quadratum periph. datæ ad aliud, factus enim ex operatione regulæ proport. numerus concludet aream circuli verâ majorem.

Verùm si fiat ut 88 ad 7: ita quadratum peripheriæ datæ ad aliud, Numerus qui producitur erit area circuli minor quàm verâ: Erit intermedia parentis hæc: ut 1420 ad 113 ita quadratum circumferentiæ ad aream.

7. *Data circuli area diametrum ejusdem circuli prope verum cognoscere.*

Fiat ut 11 ad 14, ita area data ad aliud, producti namque numeri radix quadrata dabit diametrum verâ minorem. Quod si fiat, ut 223 ad 284, ita area circuli dati ad aliud; producetur quadratum diametri verò majus, & radix ejusdem erit diameter vera major: Parentis intermedia, ut 355 ad 452, ita area data ad Diametri quadratum.

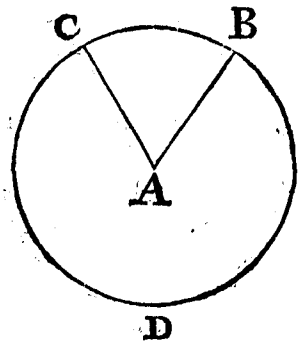
8. *Ex area circuli data, ejusdem peripheriam proximè concludere.*

Fiat ut 71 ad 892, ita data area ad aliud: factus erit quadratum peripheriæ vera minus, proinde radix ejus erit peripheria vera minor. Verùm si fiat ut 7 ad 88, ita area data ad aliud: Productum dabit quadratum peripheriæ vero majus; & radix ejusdem producti peripheriam indicat verâ majorem, Parentis intermedia ut 113 ad 1420, ita area data ad circumferentiæ Quadratum.

9. *Datum Circuli sectorem dimetiri.*

Circuli segmentum à duobus radiis, è centro egredientibus comprehensum, circuli sectorem dicimus, quales sunt A C B minor, C D A B major sector, quorum geodesia absolvetur ex radio A C cum C B arcu cognitis Planus.

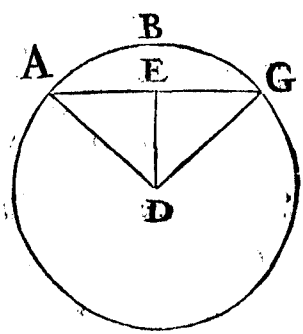
nus enim à 6 arcus dimidio & radio comprehensus, est area propositi segmenti *Verbi gratia*. A C sit radius 9 pert. quem multiplica in semissem arcus C B 6 numerus productus 54 est area sectoris.



Geodæsia majoris sectoris non est ab hac diversa, etenim dimidius arcus C D B in radium A C multiplicatus, dabit cupitam aream. Ratio apparet ex Archimedea demonstratione; quia planus è peripheriæ dimidio & circuli radio profert aream, & arcus se habet ad integram peripheriam ut sector ad Circulum.

10. *Datam circuli sectionem dimetiri.*

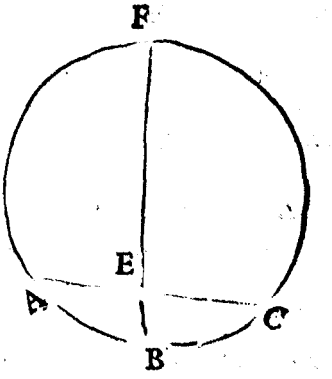
Per sectionem hanc intelligimus circuli portionem à subtensa abscissam, ut in schemate circulus à subtensa A C in duas sectiones scil. A C B minorem & A F C majorem secatur. Vtriusque Geodesia absolvitur ex A C subtensa & peripheriæ arcubus A B C & A F C, una cum radio A D, datis mensurandus autem circuli radius à centro, quod 25 pr. lib. 3 Euclides invenire docet. Deinde in Triang. D E, rectangulo ad E, dato crure A E (est enim dimidium subtensæ A C) & Basi sive circuli radio A D, innotescet crus alterum perpendiculare A E per consect. 8 pr. lib. 1, & Planus ex perpendiculari A E & subtensa A C, ostendit aream Trianguli A D C, quæ si auferatur ex sectore A D C per antec. præc. acquisito, reliquus erit sectio A B C desiderata minor; Verum Triangulo A D C addito ad D A F G sectorem majorem, dabitur sectio major. *Verbi gratia*, Arcus A B C longus sit $6\frac{6648}{15120}$ pert. subtensa A C 6, Radius A D 5: ex quibus cognoscetur perpendicularis D E per coroll. præc. 8 lib. 4 pert. Quam multiplica in subtensam B C, 6, dabitur Triang. A D C 24. illudque ablatum ab A D C sectore, quod per antec. præc. valet $16\frac{1}{14}$, relinquitur cupita sectio A B C $4\frac{5}{14}$.



11. *Dato*

II. *Dato Arcu circuli diametrum Geometricè & numeris mensurare.*

Detur arcus A B C, cujus chorda A C, perque punctum ejus medium E transeat perpendicularis B E F, quæ diametrum referet ejusque longitudinem cognosces ex arcus propositi sagitta E B & dimidia chorda A E datis; namque per scholium propositi 13 lib. 6 Eucl. dimidia chorda A E est media proportionalis inter basis F E & E A segmenta: Quare si duabus B E & E C datis, tertia inveniatur proportionalis, concludetur F E segmentum majus, cui si accedat segmentum minus E A, constabit diametri longitudo.



Exemplum.

Sagitt E B sit 13 pert. 4. ped, E A 86: in numeris 6. Hinc conclude, ut E B 13: 4; ad E A 86: 6, ita E A 86: 6 ad aliud: fient 859: 6: 7 & tantum erit segmentum F E, cui adjectum E B erit diameter F B 573: 0: 7 quàm proximè.

CAP. V.

Corporum cubicam soliditatem perquirens; Vasorumque capacitatem, certa lequoris mensura deniens.

LOngemetriæ ut & Planemetriæ Geodæsia absolutâ, procedit stereometria solidorum, quæ corporum triplici mensura, longitud. latitud. & altitudine præditorum, capacitatem per cubica corpuscula pervestigat: Namque ut in longimetria per lineas; in planimetria per superficies quadratas, sic stereometriam per cubica corpora absolvimus, ut cum dicimus corpus aliquod continere 50 vel 100 pedes sive palmos, intelligendum totidem cubos æquales, quorum singuli latera uni pedi vel palmo æqualia habent; istius corporis capacitatem explere. Verùm ut majorem humanis usibus nostra hæc institutio præstare possit utilitatem, mensuras ita accommodavimus, ut per easdem urnarum

narum poculorum vasorum & corporum omnium regulariter figuratorum capacitatem certa aliqua liquoris quantitate & nota mensura expeditè explorentur.

Præcipua autem corpora quorum mensuras demonstrabimus sunt pyramides, partes pyramidum, cubi, prismata, parallelepipeda, coni, conorum partes, cylindri, quinque corpora regularia, sphæræ, sphærarumque portiones, quorum omnium definitiones & fabricam cap. 2 lib. prioris exposuimus; & sub finem ejusdem capitis brevi tabella eadem complexi sumus. Sed prius quam operi accingamur mensuras famosas, liquorum Reip. cuidam accommodatas, perticæ sive virgæ oblongiori inscribere docebimus.

1. *De fabrica perticæ, & artificiosa ejus in partes sectione, ita ut singulæ ejus partes certam liquoris mensuram comprehendant.*

Accipe Vas aliquod planum, quale appellavimus parallelepipedum oblongum, idque si fuerit quadratæ basis, usui erit magis accommodum, in idem infunde, pro capacitate vasis cantarorum mensuras vel 8, vel 27, 64 aut 125 (debent enim esse numeri cubi, quorum latera sunt 2, 3, 4, 5 &c.) Quo plures mensuras infuderis, eo exactiorem mensuram comparabis.

Exempli loco.

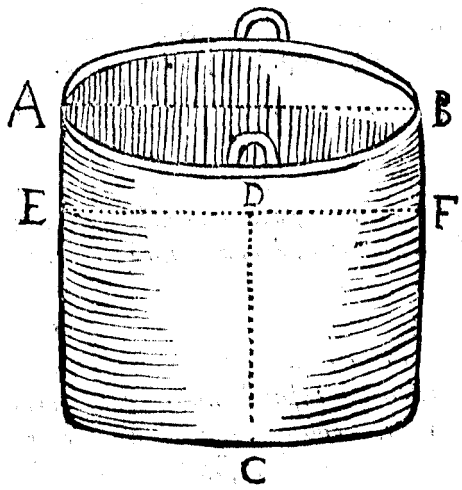
Sit pertica accommodanda mensuris cantarorum Frisiæ, ut quælibet pars integra ejusdem particæ in scrupula 1 & 2 subdivisa representet mensuram unius cantari een ommekan: quorum decem complent vasculum Coloniense een overlanse Ancker / & quatuor eorundem vasculorum dolium efficiunt een Aem appellatum. Istiusmodi mensuram perticæ tuæ hac ratione geometricè inscribes; In parallelepipedum oblongum A infundantur mensuræ cantarorum Frisiæ 125 sive 12 ½ Ankers, ita ut aquæ summitas sit in D E linea. Parallelepedo aquæ summitate determinato constituatur Cubus æqualis per 5 pr. cap. 13 lib. 1. Latus ejusdem cubi dabit mensuram 125 cant. infusorum, & quinta ejusdem lateris cubi pars erit mensura unius cantari Frisici desiderata.

Eandem etiam mensuram invenies ex vase Cylindracea, ut sequitur,

Esto ahenum cylindraceum æqualiter fastigiatum, quod neque hilcum sit, nec introrsum extrorsumve flexum, cujus basis si non sit plana, sed nonnihil in-

curvata

curvata; infundes tantum aquę donec summitas basis adequetur. Sistendumque vas ad Horizontis æquilibrium: cui infundantur mensuræ cantarorum Frisiæ 125 sive 12½ Anckers, ut aquæ summitas sit in D. Figura cylindracea E F C, quam scilicet aqua infusa comprehendit per consectarium 11 præ. cap. 13



lib. 1 convertatur in æqualem cubum; Latus ejusdem cubi dabit mensuram 125 cant. ut supra, cujus pars quinta erit mensura desiderata unius cantari.

Eandem quoque mensuram licebit Arithmeticè per perticam, in aliquot partes partiumque decimas dimetiam, inquirere: mensuranda enim diameter aheni, E F, quot nimirum partes integras, & scr. 1 & 2 contineat; datisque diametri partibus per 4 pr. cap. 4 quære aream basis, quæ multiplicanda in altitudinem aquæ C D, ex producto radix cubica extrahatur, quæ dabit intervallum 125 cantarorum: illud ex partibus regulæ divisæ desumendum, & in 5 partes æquales dividendum, ut habeas uninus cantari mensuram desideratam.

Verbi gratia.

Diameter Aheni E F vel A B habeat 5 pert. 2 scr: continebit per 4 aut 5 pr. cap. 4 basis aheni 21: 2: 4: 6. Hanc multiplica in altitudinem aquæ

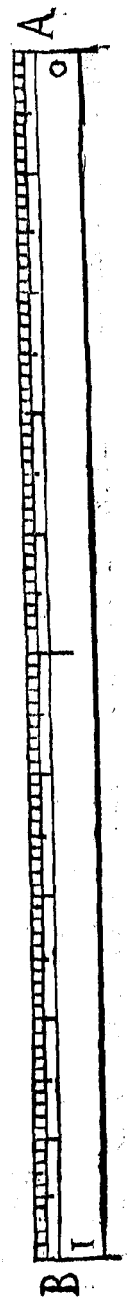
CD, (quæ sit 10: 0: 5: producuntur) 213: 5: 6: 4: 7: 9: 2 quorum radix cubica est 9: 8 quam proximè: harum partium intervallum, ex perticâ desumptum, divide in partes 5, ut unius acquiras cantari mensuram.

Data unius cantari mensura, qualem refert linea A B, eandem in scrup. 1 & 2 distinctam perticæ oblongę aliquoties inscribes, & numeris suis distingues ut 5 pr. cap. 1 hujus docuimus.

NOTA.

Quod si vas planum, sive ahenum cylindraceum non capit 125 cantaros, infunde tantum 27 cantarorum mensuras, & radix cubica aquæ ad dictam methodum acquisita, continebit tres cantarorum Frisiæ mensuras. Unde interstitium earundem partium in regulâ positum in tres dividendum partes, radicem v. cubicam 27. quarum singulæ repræsentabunt unius cantari mensuram: Quando denique infunduntur 64 cantarorum mensuræ, interstitium radicis cubicæ comprehendet mensuras 4. Quod si ahenum non fuerit æqualiter fastigiatum, sed ad superiorem oram latius, quàm ad basin, mensurabis utramque diametrum, tum in basi ipsa, tum quoque ad summitatem aquæ duabus in regula notis differentiam distinguendo: medium inter hasce notas vera & æquata diameter esto: Verbi gratia, *Latitudo sive diameter aheni E F ad superficiem aquæ comprehendat partes 5. scr. prima. 5 scr. secund. 6. Verùm basis diameter G H contineat partes 5: 0: 6: ut differentia diametrorum sit 4 scr. primorum, cujus dimidium 2, addatur minori diametro, vel auferatur à majore, eritque æquata diameter 5 pert. 2: 6.*

Similiter basi aheni non existente exactè rotunda, diameter ejus decussatim erit, tum arctiore, tum ampliore parte, exploranda; & differentiæ dimidium minori quantitati jungendum, totumque pro basios illius æquata diametro asservandum. Id quod in posterum etiam, quando ipsa corpora mensuramus, observandum diligenter erit.



Atque

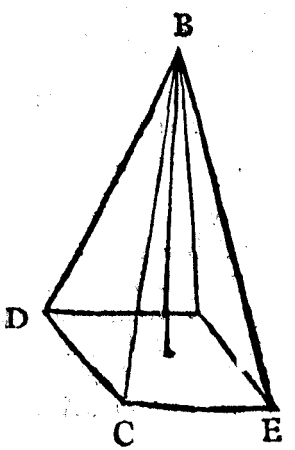
Atque hæc de fabrica regulæ, per quam qualibet corpora, tam plana quàm gibba, dummodo nimium non sint irregularia, commode mensuramus, eorundemque capacitatem certa liquoris mensura definimus, quamvis Gibba corpora expeditiùs per perticam ex numeris quadratis distinctam metimur, cujus fabricam & usum posteà declarabimus, nunc autem mensurandi artem explicamus.

2. *De generali quarumcunque pyramidum, conorum, prismatum & cylindrorum dimensione.*

Pyramidum & conorum capacitas generaliter cognoscitur ex multiplicatione superficiei, sive areæ basis in altitudinis partem tertiam, vel ex multiplicatione tertiæ baseos partis in altitudinem. Quare per antecedentis capitis præcepta area basis pyramidis, vel coni oblati inter partes & mensuras regulæ modo extructæ inquiratur; per easdem mensuras accipiatur altitudo pyramidis, vel coni oblati, cujus tertia pars in aream baseos multiplicata producit capacitatem ejusdem in mensuris cantarorum Frisiæ.

Ad eundem modum prismatis tum cylindri soliditas generaliter cognoscitur ex multiplicatione superficiei basis in altitudinem, ut patet sequentibus exemplis. Quamvis per se generalia illa præcepta sint manifesta, in gratiam tamen discentium exemplis ea item illustrabimus.

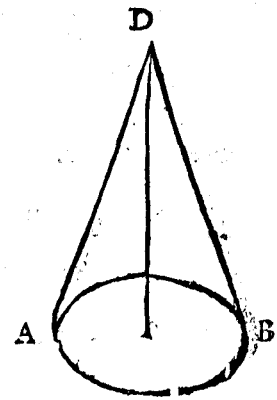
Exemplum in pyramide.



Diximus aream basis pyramidis prius inquirendam, sive ea fuerit triangula, sive quadrangula, sive multangula, eandemque in tertiam altitudinis partem ducendam. Exempli gratia pyramidis quadrangulæ, basis rhomboidis, aream per 6 præc 3 cap. cognosces multiplicando diagonalem in perpendicularem. Quare si diagonalis habeat mensuras 12: 8: 2; Perpendicularis contineat 4 mens 4: fient ex mutua numerorum multiplicatione 56: 4: 0: 8, & tanta dicetur area basis pyramidis: Hanc multiplica in tertiam altitudinis partem A B 10: 5 universa sit 31: 5, erit tertia pars 10: 5) continebit soliditas 59½: 2 8 pyramidis mensuras.

Exemplum in Cono.

Coni eadem geodæsia quæ pyramidis, area enim basis in tertiam altitudinis partem ducenda. Basis autē coni tutissimè ex diametro cognoscitur: namq; per 5 præc. 4 cap. ut 14 ad 11, ita se habet quadratum diametri ad aream. Quare loco exempli diameter basis coni A B contineat in longitudine partes 3: 5, quæ in se multiplicata producent quadratum basis 12: 2: 5. Dices igitur secundum regulam proportionis. ut 14 ad 11, ita quadratum diamet. 9: 6: 2: 5 ad aream circuli, hanc multiplica in tertiam altitudinis partem 5: 6: 4, (altitudo enim coni C D sit 16: 9: 2, erit pars tertia 5: 6: 4) fient pro tota coni soliditate 82: 1: 5: hoc est conus continebit 8 $2\frac{1}{10}$ cantaros liquoris, sive 8 Anckers $2\frac{1}{10}$ cant.

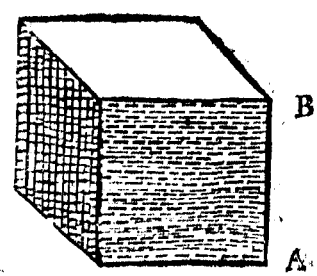


Sequuntur exempla prismatum. De pentaëdro.

Diximus prismatum mensuram generaliter absolvi per multiplicationem altitudinis in basin. Quare quia pentaëdrum basin habet Triangulam, cognosces candem per 3 pr. 3 cap. ducendo Trianguli latus in semissem lineæ ex angulo opposito in idem latus perpendiculariter productæ. *Verbi gratia*, In figura apposita triangulum A B C est basis Pentaedri, latus ejus trianguli A B habeat 8: 4: 2. perdendicularis C D habeat partes 3: 2: 4: ejus semissim, 1: 6: 2 multiplica in 8: 4: 2, fiet area basis pentaedri 13: 6: 4: 0: 4, hanc multiplica in altitudinem pentaedri C F, quæ sit 10: 5, continebit soliditas pentaedri 143: cantar. 2: 2: 4: 2 sive 14 Anck $3\frac{2}{10}$ cant.

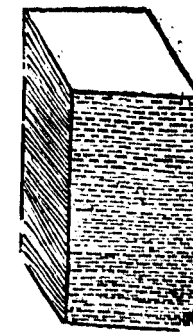
Exempla in hexaedris prismatibus. De Cubo.

Cubicum corpus 6 constat quadratis æqualibus. Quare latus unius quadrati mensuretur, quod in se multiplicatum producit superficiem quadrati, quæ denuo per idem latus multiplicata, efficit cubi capacitatem. *Verbi gratia*, in hoc cubo latus unius hedræ quadratæ A B contineat 5: 0: 5. quod in se multiplicatum, fiet area hedræ 25: 5: 0: 2: 5, hanc



hanc rursus per idem latus multiplica, producetur cubi continentia 128 cant. 7: 8: 7, 6: 2: 5, hoc est 12 Anck. $8\frac{8}{10}$ cant.

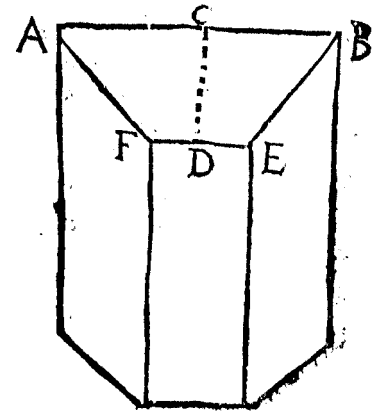
Exemplum in oblongo, Rhombo, & Rhomboide.



In hisce corporibus licebit quamvis hedram pro basi assumere, modo proxima oppositæ hedræ distantia, pro ipsa altitudine mensuretur. *Verbi gratia*, In oblongo omnes hedræ sunt parallelogrammę rectangulæ, quarum cognoscetur area, duo latera angulum rectum comprehendentia invicem multiplicando, ut in 1. præc cap. 3. Quare in oblongo hic proposito crus anguli recti unius hedræ partes 12: 5: 2 crus alterum ejusdem anguli contineat 5: 3, hæc multiplica, fiet superficies ejusdem hedræ 66 3: 5: 6, hanc rursus duc in oppositæ hedræ distantiam, quam altitudinem oblongi propositi referre diximus, sitque illa 5: 0: 2, productum capacitatem oblongi ejusdem exhibebit; 333 cant. 1: 0: 7 vel 33 Anck. $3\frac{1}{10}$.

In Rhombo & Rhomboide, ut habeatur basis, sive hedræ alicujus superficies; multiplicabis lineam, quæ vulgo diagonalis dicitur in perpendicularem: superficiem repertam in proximam oppositæ hedræ distantiam ducito, & cognosces corporis soliditatem. *Verbi gratia*, diagonalis sit 1: 5: 2 perpendicularis 5: 3, ex quarum multiplicatione fiet area basis 66: 3: 5: 6. Proxima basis ad oppositam hedram distantia sit 4: 5, hanc multiplica in aream basis, producetur soliditas corporis 298: 6: 0: 2 cant. sive 29 Anck. $8\frac{6}{10}$ cant.

Exemplum in Trapezio.



Si basis prismatis fuerit Trapezium, duo habens latera parallela, ut est basis A B E F, latera A B, E F parallela in unam summam colligе, productæ summæ dimidium in perpendicularem D C, inter duo illa latera dimissam multiplica, & constabit area ipsius basis per 6 præc. cap. 3. Vel dimidiam perpendicularem ducito in semissem additorum parallelorum laterum, & eandem habebis basis aream. Tandem aream ba-

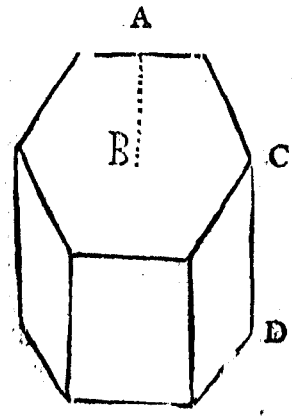
sis inventam multiplica in altitudinem, hoc est, in oppositæ hedræ distantiam, & dabitur Trapezii soliditas. *Verbigratia*, latus parallelum A B sit 5: 4, latus E F sit 3: 6: 2, erit summa additorum laterum 9: 0: 2, quorum semissis est 4: 5: 1, hanc multiplico in C D perpendicularem, quæ sit 4: 2: 4, erit area basis Trapezii 38: 2: 4: 4: 8. Altitudo corporis sit 10 partium unde soliditas erit 382 cant. 4: 4: 8, sive 38 Auck. $2\frac{4}{10}$ cant.

Si trapezii basis non habet parallela latera, duas perpendiculares ex angulis oppositis in diagonalem dimittes, earumque aggregatum in semissem diagonalis multiplicabis, sic enim aream ejusdem basis cognosces, quam in altitudinem postea ducito, constabitque capacitas solidi Trapezii.

Exemplum in Poliedro ordinatæ basis.

Poliedra prismata ad eundem modum cognoscuntur ex multiplicatione basis in altitudinem: basis ejusdem prismatis est aut ordinata, utpote æqualium laterum & angulorum, aut inordinata: si basis fuerit ordinata, aream cognosces per 12 præc 3 cap. multiplicando semissem peripheriæ in rectam, quæ à centro basis ordinatæ, in medium unius lateris protrahitur.

Exempli loco esto prisma basis ordinatæ Hexagonæ. Linea A B ex medietate unius lateris ipsius basis in centrum demissa sit 5: 5: 4 latus unum sit 6: 4: erit semissis periph. 19: 2, hanc peripheriæ semissem multiplica in perpendicularem A B producetur area basis 106: 3: 6: 8. Altitudo ejusdem figuræ C D sit 4: 7: 2: 3, quam similiter multiplicato in basin repertam, erit capacitas corporis ordinati 769: 0: 4, &c. sive 76 Auck. 9 cant.



Si basis poliedri detur inordinata, ejus figura prius resolvenda in triangula vel Trapezia rectangula, ut 7 præc, cap. 3 docuimus, & singulorum areæ inquirendæ, quæ in unam summam collectæ dabunt aream basis, quæ si in altitudinem figuræ poliedræ multiplicetur, constabit capacitas desiderata.

Exemplum in Cylindro, tum in Aheno.

Diximus Cylindri capacitatem itidem cognosci ex multiplicatione basis in altitudinem; Basis enim cùm sit circularis, ejus aream vestigabis per 2, vel potius

tius per 4 præc. cap. 4 ex diametro circuli data, per regulam proportionis, dicendo ut 14 ad 11, ita se habet diametri quadratum ad aream desideratam.

Quia ahenum ut plurimùm forma cylindracea extrui solet, ejus mensuram loco exempli proponamus.

Esto ahenum cujus orificii latitudo A B mensuretur, quæ sit 5: 4: aream basis cognosces, si fiat ut 14 ad 11, ita quadratum diametri, ut 29: 1: 6 ad aliud, hoc est, primo loco in regula proportionis statue 14, loco secundo 11: loco tertio quadratum diametri 29: 1: 6. Per operationem regulæ dabitur ipsa area 22: 9 quam proximè. Aream inventam multiplica in altitudinem aheni, quæ si fuerit 10 pert. erit capacitas aheni 220: mens. cantari 9 scr, sive 22 amph. 1 cant.

3. *Cautelæ in mensurandis omnibus cupis sive vasculis observandæ.*

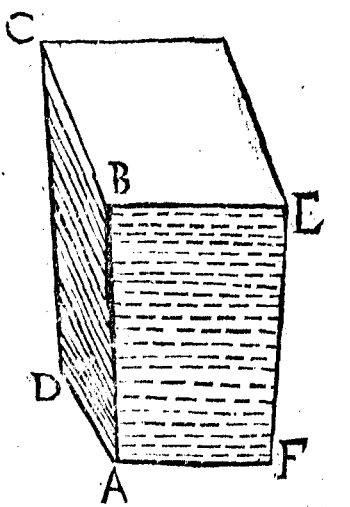
In Steriometria hactenus exemplis illustrata, internam vasorum mensurandorum superficiem consideravimus, ut eorum capacitatem in liquorum mensuris dignosceremus. Ideoque bases interiore sua parte mensurandæ fuerunt.

Deinde basis aheni Cylindracei, cujus postremo loco posui exemplum, si ob fabri negligentiam exactè non fuerit circularis, erit diameter ejus decussatim exploranda, & differentiæ dimidium minori adjungendum quantitati. Verbi gratia, *diameter superioris basis aheni A B contineat 5: 4: 6. Verùm diameter in eadem basi decussatim accepta, habeat partes 5: 3: 8. ut differentia earundem basium sit 0: 0: 8, quorum dimidium, 4 scr. secundorum adjunge minori diametro, eritque vera & æquata diameter 5: 4: 2, vel utramque diametri longitudinem in regula signato cretâ, loco inter utrasque signaturas medio diameter æquata continebitur. Ad eundem quoque modum examinabis inferioris aheni basis diametrum, quæ si non fuerit ejusdem cum superiori basi quantitatis, æqualis similis erit adhibenda; ut perfecta constet aheni mensura: quod ipsum etiam in aliis corporibus attendendum. Namque Stereometria artificiosa, præsupponit vasa ritè & affabrè elaborata, æqualiter crassa & lata: si enim corpora proponantur, quorum duo opposita plana non-*

non sunt æqualia, ut in Prismate, quamvis sint similia & invicem parallela, in eis alia erit mensurandi pragmacia instituenda.

4. *De mensura corporum inæqualium basium, atque pyramidum & conorum decurtatorum.*

Mensuras Prismatum absolvimus, quorum bases sive duæ oppositæ hedræ sunt & æquales, similes, & parallelæ, reliquæ vero parallelogrammæ. Reperiuntur tamen vasa nonnulla, quorum superior basis major vel minor inferiori, quamvis eidem similis & parallela existat: quorum mensuram absolves quando non adeò magna reperitur inæqualitatis differentia, ut sequitur. Vnius hedræ aream vestigato: Deinde hedræ oppositæ distantiam tam in superiore, quàm inferiori basis parte examinato, utrimque notulam in regula signando, punctum enim inter notulas medium referet æquatam hedrarum distantiam, eamque in aream hedræ repertam multiplicato, & constabit capacitas vasis. Exempli loco esto vas, cujus hedræ A B C D area reperta sit 38: 4: 5, distantia oppositæ hedræ parte superiore, ad E B sit 6: 4: 6, inferius ad F A sit 6: 1: 4 ex differentiâ utriusque 0: 3: 2 prodit æquata distantia 6: 3: 0, quam multiplica in superficiem hedræ repertam, utpote 38: 4: 5. producetur capacitas vasis 242 cant. 2: 3: 5, hoc est, 24 Anck. $2\frac{2}{10}$ cant.



In Ahenis & vinariis vasis æquatam basis diametrum mensurabis, ex eadem aream circuli vestigato, quam si in altitudinem multiplicaveris, cognosces capacitatem, ut in superiore præc. docuimus.

Verùm hæc pragmacia in doliis dabit mensuram semper justo minorem, præsertim cum magna existit diametrorũ inæqualitas. Levis tamen est error in vase cylindro simili, cujus basium diametri quantitate parum discrepant, ratione nimirum sesquisexta, ita ut major diameter minorem ultra sextam sui partem non superet, non enim ultra quingentesimam soliditatis partem deficiet. Quod

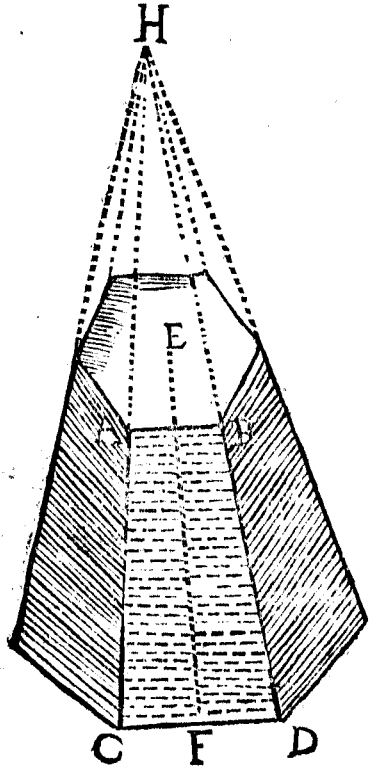
si magna

si magna detur diametrorum inæqualitas, stereometria illa vulgaris minimè idonea erit, nisi correctio adhibeatur, de qua deinceps dicendum.

Alter quoque error suboritur ex eo, quod æquatæ diametri area pro media habeatur arearum basium datarum. Cùm tamen circulorum rationes non diametris metiendæ sint, sed diamatrorum quadratis. Quamobrem tutius & magno compendio procedit Stereometria cylindrorum, tum vasorum vinariorum per perticam cylindraceam, cui partes inæquales per numeros quadratos inscribuntur, fabricam & usum cap. sequenti instituemus.

5. *De Coni Curti, & Cylindri detruncati mensura.*

Magnâ existente basium inæqualitate appellant figuram Pyramidem Curtam, & Conum curtum sive truncatum, quorum mensuram si absque magna calculi molestia absolvere desideras. ipsa pyramidis latera in continuum produces, donec in punctum H ad verticem concurrant. Deinde per 2 præc. hujus cap universæ pyramidis soliditas inquiratur: nec non & perticularis pyramidis, quæ à superiori basi in verticem fastigiatur capacitas inquiratur. Majorque à minori si subtrahatur, relinquetur soliditas truncatæ pyramidis. Ad eundem quoque modum & truncatum conum mensurare licebit.



Alio modo.

Nonnulli absque laterum continuatione per auream proportionis regulam altitudinem integræ pyramidis H F ita colligunt. Ablato latere superioris basis A B, à latere homogenio basis inferioris G D, quæ differentia ponatur loco primo. Loco secundo statuatur basis superioris lateris A B: loco tertio altitudo figuræ datæ E F scribatur, & facta operatione prodibit altitudo pyramidis minoris, utpote recta E H, qua addita ad F E, cognoscetur totius Pyramidis altitudo H F Quare si per tra-

ditum præceptum vestigetur tam integræ pyramidis C D H, quàm absciſſæ pyramidis A B H ſoliditas, atque hæc ab illa auferatur, relinquetur capacitas figuræ ſive curtæ pyramidis C D A B datæ.

Non aliter & capacitas truncati coni inveſtigabitur, ſi fiat per regulam proportionis, ut differentia baſium diametrorum, ad diametrum baſis minoris vel ſuperioris, ita rurſus diameter minoris & ſuperioris baſis ad aliud; & prodibit altitudo coni ſupra baſin minorem extructi, cui ſi addatur altitudo dati coni truncati, fiet totius coni ſupra majorem extructi altitudo, per quam utrumque conum ex ſuperiore, vel inferiore baſe extructum cognoſcere licebit. Quare ſi ſuperior conus ab inferiore ſubtrahatur, conſtabit propoſitum.

6. *Alio modo truncati Pyramidis & Coni ſoliditatem inquirere.*

Primum aream tam ſuperioris quàm inferioris baſis perquirito, atque inter utramque aream acquiſitam media proportionalis per ultimum cap. Arith. veſtigetur. Vtramque baſium aream, ipſamque mediam proportionalem in unam ſummam collige, & ſummæ collectæ tertia pars ducatur in altitudinem decurtatæ pyramidis vel coni dati: vel tertiam altitudinis partem in ſummam collectam ducito, utraque enim via producetur ſoliditas coni vel pyramidis truncatæ: vel altitudo ducatur in ſummam collectam, producti tertia pars dabit ſoliditatem.

Poſtrema duo præcepta exemplis illuſtrabimus.

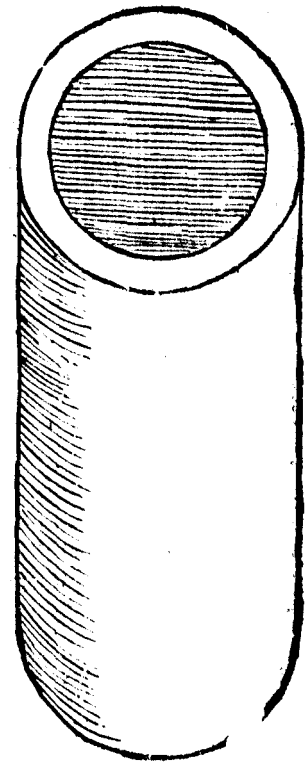
Detur Puteus in formam cylindri, ut aſſolet, extructus, diameter ſuperioris orificii contineat 12 partes. Inferioris 10.

Quia hic parva datur diametrorum differentia. Per 3 præc. expeditè capacitatem putei explorabis, aſſumendo pro intermedii orificii diametro 11 partes. Cujus area per 4 præc. 4 cap. reperietur $95\frac{1}{10}$, vel 95: 0: 7 quam proximè, quæ ſi in putei profunditatem 40 part. multiplicetur, dabitur capacitas 3803: ferè.

Eandem capacitatem ex duplici cono in utramque & ſuperiorem & inferiorem putei baſin extructam ſic per 3 præc. colliges.

Primum fiat ut 2 (differentia ſc. baſium) ad 10 (baſin ſcilicet minorem) ita profunditas putei 40 ad aliud & concludetur ex regulâ proportionis altitudo coni ſupra baſin minorem extructi 200 part. Cui ſi addatur profunditas putei, conſtabit altitudo integri coni, ſupra baſin majorem extructi, unde utriuſque.

utriusque coni capacitas latere non poterit, ipsorum nempe altitudines in suas bases ducendo. Quia diameter minoris orificii est 10 partium; erit per 4 præc 4 cap. area ejusdem basis 78: 5: 7, quam proximè. Cujus pars tertia, 26: 1: 9, si in coni minoris altitudinem 200 multiplicaveris, producetur capacitas minoris coni, 5238. Ad eundem modum ex diametro 12 part. fiet area orificii ejusdem 113: 1: 4 quam prox. Coni altitudo super idem orificium extracti est 240 part. cujus pars tertia utpote 80, si multiplices in aream 113: 1: 4, fiet conus integer. 9051, ex quo si minor conus part. 5238: auferatur, relinquetur putei capacitas 3813 mensurarum cantari.



7. *Eandem capacitatem absque Coni integratione sic concludes.*

Per ultimum Arithmeticæ nostræ caput inter utriusque orificii aream media proportionalis vestigatur.

Verbi gratia.

Area superioris orificii per 4 præc. cap. 4 inventa est 78: 5: 7, orificium superius continet 113: 1: 4; media proportionalis inter istos numeros existit 94: 2: 9, utramque aream & mediam proportionalem in unam summam collige, fiunt 2860, quos multiplica in profunditatem putei 40, producuntur 11440, quorum pars tertia, 3813 cantari; sive 381 Anckers *3 cant. ipsam soliditatem refert. Posteriores duæ operationes correspondent, sed in priori operatione deficiunt 10 mens. Causam diximus sub finem tertii præc. hujus cap. Quæ tamen differentia in tam amplo corpore nullius momenti est, ita ut in 381 vasculis sive* Anckers *unum deficiat.*

Verùm si magna detur diametrorum superioris & inferioris basis inæqualitas, prior & expedita illa operandi ratio plurimum à vertitate aberrabit, & in defectu peccabit.

Verbi gratia.

Superioris orificii diameter habeat 12 partes, inferioris 4; Ex prima operandi formula Puteus continebit (quando eadem, quæ supra, longitudo datur 40 part.) 2012 cant. sed secundum posteriorem operandi formulam 2179 cant. erravit ergo prima operatio in defectu 167 cant. sive 16 Anck. & 7 cant.

8. *Tertio modo Coni Curti soliditatem quam exactè inquirere.*

Licebit & Coni Curti mensuram hac ut sequitur ratione quam accuratè absolvere. Vtriusque baseos aream inquire per 4 pr. 4 cap utramque in unam summam collige, summæ dimidium dabit aream circuli æquatam. Ad eundem modum in unam summam collige utriusque baseos diametros; dabit summæ dimidium æquatam diametrum, ejusque aream ab æquata circuli area auferto, & residui pars tertia ad aream æquatæ diametri adjiciatur, & fiet area cylindracea conicè correcta; hanc tandem in altitudinem coni curti multiplicato: & prodibit soliditas quæsita.

Repetitur superius exemplum.

Diameter orificii putealis superioris est 12 part. cujus area existit 113: 1: 4, inferioris est 10 part. ejusque area 78: 5: 7. Summa additarum arearum 191: 7: 1, cujus dimidium 95: 8: 5 est area circuli æquata: similiter summa diametrorum existit 22, cujus dimidium 11. est diameter æquata, hujus aream 95: 0: 7 ab æquata circuli area, 95: 8: 5 auferto, relinquuntur 0: 7: 8, cujus pars tertia 0: 2: 6 adjiciatur area æquatæ diametri 95: 0: 7, fiet tandem area cylindracea conicè correcta 95: 3: 3, quæ si in altitudinem putei 40 part. multiplicetur, prodibit capacitas putei quæ supra 3813$\frac{2}{10}$ cantar. sive 381 Anck. 3$\frac{2}{10}$ cant.

Aliud exemplum.

Esto curtus conus, cujus diameter superioris basis 2: 7, inferioris sit 8: 6

area

area superioris erit 5: 7. 5, *inferioris* 58: 1: 3, *quæ conjunctim efficiunt* 63: 8: 8, *cujus dimidium* 36: 9: 4 *exhibet æquatam circuli aream: summam diametrorum additarum est* 11: 3, *ejus dimidium refert diametrum æquatam* 5: 6: 5: *area circuli erit* 25: 1: 2, *hac ab æquata circuli area* 36: 9: 4 *sublata, relinquunt* 11: 8: 2 *cujus pars tertia* 3: 6: *si addatur ad aream diametri æquatæ* 25: 1: 2, *fiet area conicè correcta* 28: 7: 2. *Hanc tandem in altitudinem coni curti multiplica, quæ sit* 12: 3, *producetur capacitas* 309 *cant. ferè.*

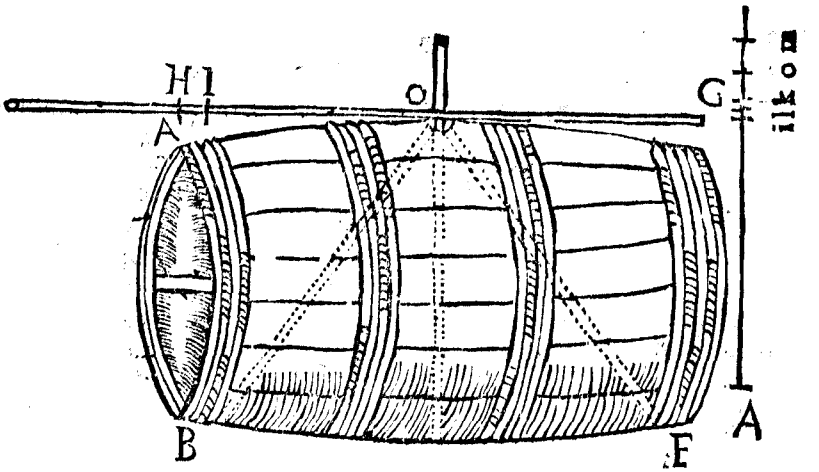
De doliis & vasis vinariis.

Dolia referunt figuram decurtati coni duplicati; itaque eorum capacitatem ut decurtati coni inquirere licebit, & quia raro diametrorum basis utriusque sive crassitiei differentia proportionem sesquisextam excedit, tuto & sine magna erroris occasione eis mensurandis primam & facilem illam operandi rationem adhibere licebit, ut patet ex exemplari hac institutione Per perticam utramque ad basium extremitatem vasis latitudinem decussatim accipito binis regulæ inscriptis notis, si extremitates illæ inæquales fuerint, punctum enim inter hasce notas medium æquabit illas; Consequenter & latitudinem ad medietatem, sub vasis nimirum oreficio mensurato, & notula ibidem in pertica fiat. Medium, inter utramque hanc latitudinem æquatam diametrum exhibebit: ex diametro quære aream circuli, hanc tandem in vasis longitudinem multiplicato, & habebis vasis capacitatem. Per vasis longitudinem intelligimus rectam inter utramque basin orbicularem comprehensam, quæ quidem linea cum forinsecus sit mensuranda; à tota vasis externa longitudine asserum margines ad utramque basin exteriorem prominentes, ipsarumque basium lignearum crassities resecandæ erunt, ubi vulgares tam pro marginum, quam basium superfluo triplicatam ad basin prominentiam universa exteriori longitudini detrahere solent Vtriusque enim basios crassitiem, margini uni panè æqualem esse censent. Verum ut geodæsia vasis rectiùs instituatur, basium vera crassities quantum fieri potest, accuratè conjectanda, & si margines æqualiter non promineant, eidem quoque æquandi.

Institutio Exemplaris.

Proponatur dolium mensurandum, cujus basios diameter A B decussatim examinata, incidat in regula ad punctum I. Altera basios diameter cadat in K.

Vnde medium punctum L erit æquata extremarum basium diameter. Basis crassities ad orificium & medietatem vasis O accepta, incidat in M. Hinc medium inter L & M puncta, determinat æquatam vasis diametrum, quam refert recta A O, quæ loco exempli sit 3. part. 4 scr. prim. cujus circuli area per 4 præ. 4 cap. erit 9: 0: 3.



Porrò universa vasis cum ipsis eminentibus asseribus longitudo quam recta refert G H sit 10 part. 4 scr. pri. 5 tert. & unius marginis prominentis longitudo comprehendat, 0: 2: 4, hoc est 2 scr. prim. 4. scr. secunda: Quare triplicata marginis quantitas erit 0: 7: 2, qua si à tota G H longitudine, ut 10: 4: 5 auferatur, relinquetur vera & inter utramque orbicularem basin comprehensa longitudo G I 9: 7: 3; hanc tandem multiplica per circuli aream supra repertam 9: 0: 3, fiet basis capacitas desiderata 87: 8 cant. &c. vel 8 Anck: $7\frac{8}{10}$ cant.

NOTA.

Hanc quidem vasorum mensurandorũ pragmatiam citra errorem usurpare licet in vasis, quorum diametrorum ratio non est major sesquisexta, hoc est, quorum intermedia diameter ad orificium accepta, videlicet E F, exteriorem & minorem diametrum A B secundum sextam sui partem non excedit.

Quod

Quod si major detur diametrorum inæqualitas, absolvenda erit Sterio-metria, ut in curto cono docuimus, vel correctio adhibenda, de qua inferiùs.

CAP. VI.

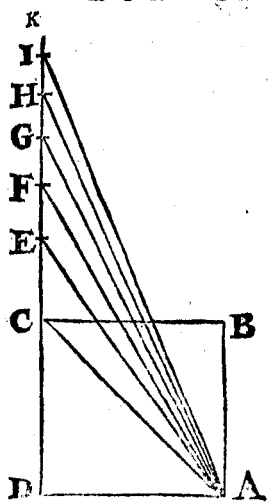
De Fabrica & usu regulæ, & perticæ cylindraceæ, vulgo visier-roed *appellatæ. Cujus beneficio, promptaque facilitate Stereometria conorum, cylindrorum, & vasorum vinariorum absolvitur.*

PErtica cylindracea, quæ nostro ideomatê visier-roed appellatur, duplicem habet partium distinctionem: unam, qua latitudinem & æquatam basis diametrum; alteram, qua vasis longitudinem mensuramus.

Longitudinum partes sunt æquales eritque usui nostro magis accommoda mensura, illa quã superiori capite invenimus, quocirca eam retinebimus: partes latitudinis sunt inæquales, comprehenduntque aream circulorum: Quare per illas tantum diametrum Cylindri mensuramus, quas in altitudinem per partes longit. æquales multiplicamus, & constabit capacitas.

Partes latitudinis dupliciter perticæ inscribuntur, Geometricè, vel Tab Radium quadratarum beneficio. Verum quam accuratissimè mensura ejus prima invenienda, quam ostendet diameter circuli æquipollentis quadrato mensuræ primæ cap. 5 acquisitæ, illamque cognosces ex 3 pr cap 10 lib prioris. Facilius etiam eandem habebis ex partibus ejusdem mensuræ primæ æqualibus, assumendo per 2 pr. cap. 4 partes 1128 qualium mensura eadem prima 1000 habet. Hac jam acquisita mensura, reliquas latitudinum partes inæquales hoc modo Geometricè invenies.

In tabula sive mensa plana bene levigata ac dolata, linea ducenda recta perticę longitudini conveniens, sitque illa D K, ex cujus extremitatis puncto D per 7 pr. cap. 3 excitetur perpendicularis D A, in qua per circinum assumatur intervallum mensuræ primæ â D usque in A. Idem quoque intervallum signetur in D K linea, à D usque in C, punctum illud C in pertica transpositum referet mensuram primam. Consequenter cum circino accipe intervallum A C signando idem in D K linea, â D usque in E, quod referet mensuram secundam. Rursus intervallum E A statuatur in D K, â D usque in F, pro mensura tertia; Vt fiat inscriptio mensuræ quartæ, notabis intervallum A F, â D usque in punctum G, & consequenter tot inscribito mensuras, quot pertica capere



pere potest. Porrò ut transponantur eædem mensuræ in perticam applicabis illam ad lineam DK, ita ut ejus extremitas statuatur in D punctum: sic enim facilè mensurarum notas traduces, quibus numeri asscribantur per quinariorum & denariorum continuam successionem, & sic integras inscripsimus mensuras, ut earum etiã scrup. prima habeantur per consectarium 3 præc. cap. 9 lib prioris quærendum erit quadratum subdecuplum quadrato D C A B, ejus enim latus unum sc. primum indicabit, ex quo reliqua constitues ut in integris factum.

Easdem mensuras expeditè per tabellam radicum quadratarum inscribes, ut sequitur, ubi sciendum tabellam hanc indicare singularum mensurarum à puncto D distantiam in partibus qualium A D, vel D C, mensura nimirum prima 1000 habet.

Quare ad intervallum A D in plano quodam lineam assume, eamque in 100 partes æquales divide, quarum singulæ æstimentur valere 10 per has partes singula mensurarum interstitia assumenda, & perticæ inscribenda ut sequitur.

Verbi gratia.

Sit inscribenda mensura secunda: tabella indicat mensuram secundam distare ab extremitate regulæ D 1414 *partibus, qualium mensuræ primæ intervallum D C* 1000 *habet. Quare ex linea divisa sumantur illæ partes, hoc est, primum accipe intervallum primæ mensuræ, utpote* 1000 *partium, quæ sequentur à D usque in C: deinde assume partes* 414. *& statuantur eædem à C in E, atque ibidem erit mensura secunda. Rursus ut inscribatur quarta mensura, tabella indicat illam distare* 2000 *part. Quare accipe prius intervallum* 1000 *partium, utpote rectam D C: eamque assume bis à D usque in G, quæ erit mensura quarta. Vt statuatur mensura* 5, *tabella indicat, eandem distare* 2236 *part. distantia bis mille part. accepta fuit in G, à quo deinceps partes* 236 *ex linea divisa acceptæ numerentur. Simili modo ut decimam inscribas mensuram, quia continet eadem* 3162 *partes, distantia D C* 1000 *part. ter assumatur, à quâ deinceps numerentur partes* 162 *reliquæ. Ad eundem quoque modum inscribes intermedias partes, quas etiam*

etiam tabella continet, inscribere: deinceps earum quodlibet intervallum in 5 partes æquales subdividere, ut habeantur mensurarum partes decimæ, quanquam tamen intervalla quinarum partium æquales subdivisiones non admittant, cùm tamen in eis ccnsum fugiens desideretur, unde absque errore eâ uti licebit.

Priores tamen decimarum partes magis inæquales sunt, quare earum singularum interstitia seorsim in minori tabella exhibemus:

Atque sic inscriptionem partium inæqualium, per quas cylindrorum diametri mensurantur, absolvimus.

Canon laterum quadratorum integrorum, in partibus millies millesimis 1000000

Mensuræ,	Partes.	Mensuræ,	Partes.	Mensuræ,	Partes.
1	1000	*	3391	29	5385
½	1224	12	3464	30	5477
2	1414	*	3535	31	5567
½	1581	13	3605	32	5657
3	1732	*	3674	33	5744
½	1870	14	3741	34	5831
4	2000	*	3807	35	5916
*	2121	15	3872	36	6000
5	2236	16	4000	37	6082
*	2345	17	4123	38	6164
6	2450	18	4242	39	6244
*	2550	19	4359	40	6324
7	2645	20	4472	45	6788
*	2738	21	4582	50	7071
8	2828	22	4690	55	7415
*	2915	23	4796	60	7746
9	3000	24	4900	70	8062
*	3082	25	5000	80	8944
10	3162	26	5099	90	9487
*	3240	27	5196	100	1000
11	3316	28	5291		

Tabella Partes scrupulorũ primorum comprehendens.

0
1-316
2-447
3-548
4-632
5-707
6-774
7-836
8-894
9-949
1
1-1048
2-1095
3-4140
4-1183
5-1224
6-1265
7-1304
8-1342
9-1378
2

Tabella hac arte construsia est.

Mensura prima continet 1000 partes æquales, radicem videlicet quadratam 1000000, quem numerum multiplica in 1 mens. & 5 scr. prima: vel in $1\frac{1}{2}$ fient 1500000, quorum radix quadr. existit 1224 quam proximè, estque numerus conveniens mensuræ primæ & 5 scr primis. Eodem modo præscriptũ 1000000 numerũ multiplica per 2, fient 2000000, quorum radix quadrata existit 1414 quam proxime: estque numerus conveniens mensuræ secundæ. Pari ratione multiplica 1000000 per $2\frac{1}{2}$, sive 2: 5. fient 2500000, quorum radix quadr, 1581, convenit mensuræ $2\frac{1}{2}$, sic continuando tabulam absolves, quousque lubet.

Tabella decimarum sive scr. primorum hac ratione computatur.

Multiplica 1000000 in $\frac{1}{10}$, fiunt 100000, quorum radix quadr. 316 quam proximè convenit 1 scr. primo, similiter 1000000 multiplica per $\frac{2}{10}$, fiunt 200000, radix quadrata 447 convenit 2 scr. Et si 10000000 multiplicaveris per $1\frac{1}{10}$ sive per $\frac{11}{10}$, fient 11000000, quorum radix quadr. 1048 respondet $1\frac{1}{10}$, sic pergendo licebit tabellam quousque velis supplere.

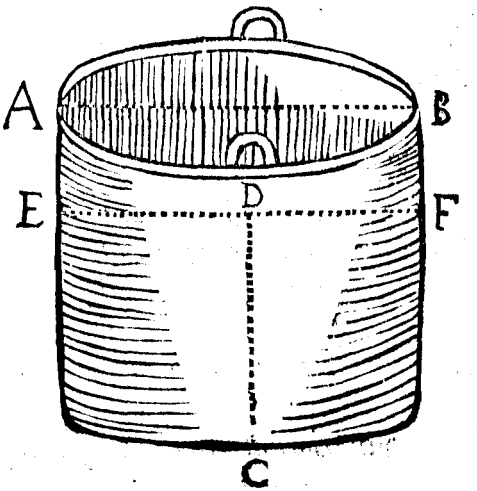
2. *Inscriptio partium longitudinum ex latitudinum partibus.*

Autores vulgo ut perticam cylindraceam adornent, latitudinum partes inæquales ex quadratorum tabulis, intervallo primæ mensuræ pro libito assumpto, inscribunt. Quæ in omni mensuræ genere usurpari possunt. Sed partes longitudinum æquales variant, unde certo mensuræ generi accommodandæ. Quod sic fiet. Accipe vas cylindraceum, ut ahenum æqualiter crassum; cujus diametrum, tam superioris quàm inferioris orificii decussatim per partes latitudinum mensurato, ut, (si fortè ob fabri negligentiam inæqualis ea fuerit) intermedia & æquata latitudo diligenter cognoscatur, sitque illa exempli loco 4 mens. 6 decim. hunc mensurarum numerum per 10 multiplicato, producuntur 46 mens.

Sistatur ipsum ahenum horizonti ad æquilibrium, & infunde cantarorum mensuras 46, sive 4 [illegible] & 6 cant. ita ut aquæ summitas sit in D.

Altitudinem aquæ D C pertica tua mensura, comprehendet eadem intervallum 10 mensurarum, unde idem in 10 discriminato partes æquales, ut habeas

beas unius cantari mensuram, & earundem tot inscribantur perticæ quot ipsa capere potest, quamlibet præterea partem in 10 subdividito partes æquales, ut habeas sc. prima, & ob facilem numerationem integrarum mensurarum par-



tes 10 lineis longioribus distinguantur, quibus numeri apponantur, ut docuimus, & extructam habes pertiam, cujus beneficio conos & cylindros quam expeditè mensuramus.

NOTA.

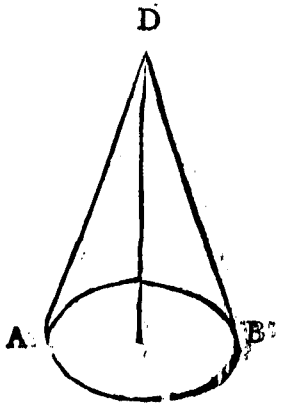
Si æquatæ latitudinis aheni aream 4, 6 per 5 multiplicaveris, fient 23. Quare si in aheno 23 infundantur mensuræ, altitudo aquæ C D comprehendet intercapedinem 5 mensurarum, & sic pro aheni capacitate licebit aream latitudinis in quemvis numerum multiplicare.

3. *Usus perticæ cylindraceæ exemplis illustratus.*

Esto conus, cujus basios A B diameter per partes latitudinum inæquales mensuretur, contineatque 5 part. 4 sc. prima. Ejusdem coni altitudo C D

 compre-

comprehendat partes longitudinum æquales 12: 6, quas multiplicato in diametrum partium inæqualium, 5: 4, fiunt 68: 0: 4, quorum pars tertia, utpote 22 cant. 6:, sive 2 Anck. & $\frac{67}{100}$ cant. quæsitam coni exhibebit capacitatem.



Cylindri capacitas explorabitur multiplicando diametrum ejus, per partes latitudinum acceptas, in altitudinem æqualium ejusdem regulæ partium.

Verbi gratia.

Latitudo aheni decussatim, & ad utramque basin sive orbicularium extremitatem accepta, sit 4: 6 partium inæqualium. Altitudo ejusdem aheni sit partium æqualium 15: 4 fiet ex multiplicatione eorundem numerorum 70: 8: pro ipsa aheni capacitate, qua 7 Anck. & $\frac{8}{10}$ cant. continet.

4. *De vasorum vinariorum vera & facili per eandem perticam cylindraceam stereometria.*

Vulgaris illa vasorum vinariorum stereometria, quę per hanc cylindraceam perticam ex sola multiplicatione ęquatæ diametri in altitudinem perficitur, fraudulenta est, & in defectu semper peccat, prę̃sertim quando nimis ventricosum existit vas, & diametri valde sunt inęquales. Quare qui cujusvis generis dolia quantæcunque diametrorum inæqualitatis, per perticam cylindraceam verè & accuratè metiri velit, correctionem necessariò adhibere debet, ut sequitur.

Primò in utraque basium extremitate vasis latitudo per partes inæquales decussatim accipienda, & si diametri istę inæquales fuerint, creta earum termini notentur: punctum enim inter easdem notas medium ęquabit illas. Deinde latitudinem sive diametrum ad medietatem vasis mensurato, ad ejus latitudinem in pertica notula fiat, ex quibus veram & conicè correctam vasis diametrum ita colliges.

Proponatur dolium mensurandum, cujus basęos diameter A B decussatim accepta, incidat in partes inęquales ad punctum I. Altera basios diameter, cadat in K. Vnde punctum medium L erit æquata extremarum basium diameter,

meter, quod incidat in 8 partem & 2 scr. prim. Vasis diameter ad orificium & medietatem accepta incidat in M, partem 13: 3. Inter notulas L & M comprehenduntur partes latitudinum inæquales 5: 1, quorum dimidium 2: 5: 5 si addatur minori diametro, 8: 2, fiet æquatio numerorum 10: 7: 5, vel utramque diametrum simul adde, fiunt 21: 5, quarum dimidium dabit eandem numerorum æquationem 10: 7: 5. Porrò per circinum accipe inter L & M notulas punctum medium O, designans in pertica diametrum vasis æquatam, 10: 6, quæ semper minor erit æquatione numerorum, & deficit in hoc exemplo 0: 1: 5. Cujus pars tertia 0: 0: 5 adjiciatur æquatæ diametro, fiet vera & conicè correcta vasis diameter 10: 6: 5. Hanc tandem in longitudinem vasis, per partes longitudinis perticæ æquales acceptam, multiplicato, quæ quidem longitudo (dempta lignearum basium & marginum abundantia, ut 9 præc. cap. prioris docuimus) sit 15: 4 fiet dolii capacitas quæsita $164\frac{1}{100}$ cantar.

Quod si absque scrupulosa hac correctione ex vasis longitudine 15: 4, & æquata vasis diametro 10: 6 steriometriam absolvas, invenies per eorundem numerorum multiplicationem pro vasis ejusdem capacitate 163: 2: 4, quæ à vera deficit una ferè cantari mensura. Quare qui expeditam quærit vasorum Geodæsiam, is sine damnoso errore facilem illam & vulgarem vasorum steriometriam exercercere poterit, præsertim si (quod vulgo fit) Partes longitudinis non ad correctum cylindraceum corpus, ut nos instituimus, sed mediæ alicui diametrorum rationi accommodentur, adminiculo vasis vinarii, benè proportionati, quod medium videtur eorum, quæ frequentiùs metienda occurrere solent.

Hujusmodi pertica, quamvis in uno tantum vasorum genere verè & sine ullo fuco adhiberi possit, in reliquis tamen ejusdem pene formæ doliis haud notabilem in majore ratione defectum, aut in minore excessum pariet. Quare ejus fabricam hic subjungemus.

5. *De structura perticæ cylindraceæ cujus beneficio vasa quælibet vinaria, quandoquidem vulgò eadem mediocriter proportionata extruuntur, inculpatè & festina Geodæsia sola longitudine, atque æquata diametro data demetire liceat.*

Primo latitudinum partes inscribantur perticæ, vel Geometricè, vel ex tabella quadratorum ut primò præc. hujus cap. docuimus. Deinde accipe vas

aliquod undiquaque politum, cujus asseres non sint introrsum vel extrorsum flexi: sitque proportionaliter extructum, neque ventricosum nimis; Quod impleto, certo mensuræ genere, vel ejus capacitatem ex præceptis hactenus traditis, adhibita correctione, diligenter inquirito: quod capiat $45\frac{1}{2}$, vel 45: 5 cantarorum Frisiæ mensuras; Longitudo vasis signetur in pertica, pro qua quidem longitudine accipienda, primo mensuramus universam vasis externam longitudinem, à qua deinceps tam pro marginum quàm basium utriusque abundantia, prominentiam ad basin triplicatam detrahimus, sic enim veram, & inter utramque basin comprehensam vasis longitudinem acceptam judicamus, id quod 9 præc. cap. 5 monuimus. Longitudo hæc vasis perticæ inscribatur, sitque illa G H. Et per partes diametrorum inæquales perticæ inscriptas, diameter vasis æquata mensuretur, contineat illa 6: 5. Diametrum hanc divide in vasis capacitatē 45: 5 erit quotus 7. Vnde constat vasis longitudinem G H in pertica signatam dividendam esse in 7 spacia æqualia, quarum singulæ referent partem longitudinis unam desideratam. Earum itaque tot inscribendæ perticæ, quot ipsa capere potest, & singulæ earum subdividantur in decem scr. prima, ut aliquoties monuimus: G ———————— H

Quod si quotus ex divisione annexa habeat scrup. *Verbi gratia*, vas ipsum capiat $48\frac{1}{10}$ Frisiæ cantaros, diameter ejus equata sit partium inæqualium 6: 5. Capacitas vasis 48: 1 divisa per diametrum 6. 5, producit quotum 7: 4. quare longitndo vasis G H in pertica signata partienda in 74 spacia equalia, quarum 7 spacia unam referent mensuram, & 14 duas: 21 spacia, tres referent mensuras.

Per perticam in hunc modum extructam metiemur exactè omnia vasa, quæ eodem modo quo uas, ad quod fabrica ejus est instituta, sunt proportionata: verùm in aliarum proportionum vasis nonnihil aberrat, in minoribus quidem rationibus excedens, in majoribus deficiens: error tamen non perceptibilis in vicinis proportionibus, sed in remotioribus fortè damnosus.

Geodæsia facilis & jucunda.

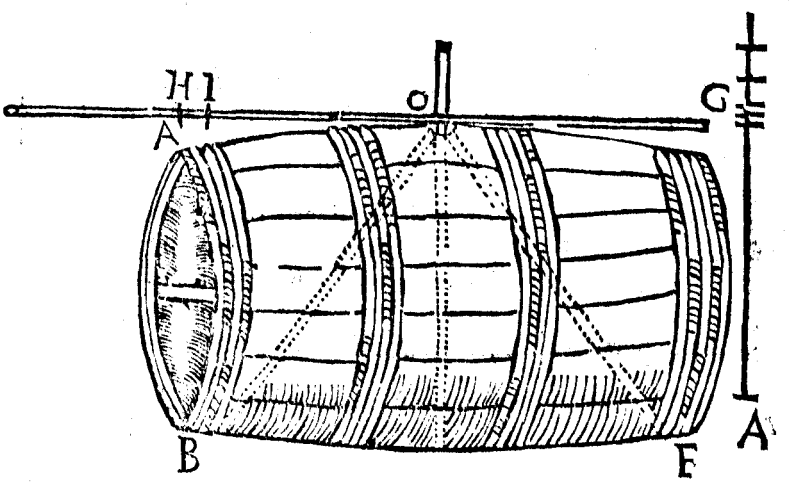
Primò mensuranda vasis latitudo ad utramque basin exteriorem, æquando eas si fortè inæquales deprehendantur, & signatura cretacea factâ in pertica, ad medietatem sub orificio vasis latitudinem metire, ac ibidem fiat signatura: Deinde per circinum inter utramque signaturam punctum statuatur medium, quod equatam diametrum referet, incidat illud exempli loco in partes latitudinum 7: 4. Deinde vasis longitudo per partes longitud. accipiatur, que exempli loco sit 10: 8, (basium & marginum abundantia dempta). Tandem

longitudo

longitudo 10: 8 per æquatam diametrum 7: 4 multiplicata, producit capacitatem vasis 79 $\frac{82}{100}$, hoc est 80 cant. sive 8 Anch. ferè.

6. *De fabrica perticæ Triangularis, quæ subsidio tabulæ radicum cubicarum extructa, promptâ & expeditâ, geodæsia absque ulla Arithmetica numeratione vasorum eodem modo proportionatorum capacitatem ostendit.*

Accipe vas aliquod bene proportionatum, quod nec ventricosum nimis nec nimis rectum est, sed medi proportionis inter ea, quæ frequentiùs dimetienda occurrere solent. Cujus capacitatem vel per steriometriam à nobis expositam, vel per impletionem liquorum mensuris inquire. Capiat loco exempli vas illud 60 Frisia cantaros, hoc est, 6 Anch. Deinde per perticam bene dolatam, & æqualiter levigatam mensurato rectam O B, quæ est à medio super-



ficiei puncto usque ad basis ligneæ inferiorem partem, eodem modo accipe per eandem perticam rectam O F, æquando eas si fortè inæquales: Æquata illa longitudo sit S P, quæ comprehendit latus cubi 60 cantarorum frisiæ Oppnckamen. S —— —— —— —— P

Si desideras mensuram primam 10 cant. sive 1 Anker, per 2 præc. capà.

14 lib. 1.

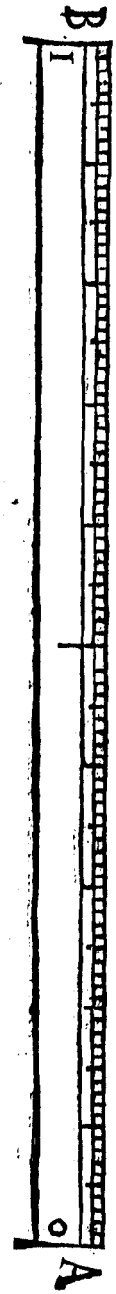
14 lib. 1 quærendum latus cubi, cujus cubus se habet ad cubum lateris S P æquatæ longitudinis. Quemadmodum se habent 10 ad 60, vel 1 ad 6, hoc est cubus æquatæ longit. S P, erit in sextupla proportione minuendus, quod sic fiet per præc. 2. cap. 4. lib. 1. longit. S P quære partem sextam: vel 10 part. qualium eadem S P 60 habet, sitque linea Q. Inter S P & Q duas vestiga medias proportionales, quarum illa quæ S P vicinior est, erit latus cubi subsextuplæ proportionis, mensura nimirum prima unius vasculi 10 cant. ein Ancker.

Eandem mensuram primam Arithmeticè acquires, si operi adhibetur regula in 100 vel 1000 partes æquales distributa. Partes enim quas ex eis æquata vasis longitudo S P comprehendit, cubicè multiplicato, numerumque cubum per vasis capacitatem, in liquorum mensuris cognitam, divide: quoti latus cubicum dabit mensuram primam, ex partibus regulæ divisæ accipiendam.

Verbi gratia.

Longitudo vasis æquata S P sit 668 part. qualium linea A B 100 habet, hoc est, [illegible]et lineam A B sexies insuper 68 p. cubus istius numeri est 298077632, eum divide per vasis capacitatem, sitque ea 5 vasorum Anck. *6 decim. fiunt 52317434; quorum latus cubi 374 dabit mensuram primam ex regulâ A B divisa excerpendam.*

Hæc mensura inventa in 1000 discriminato partes æquales, ejus enim beneficio reliquas mensuras quam facillimè invenies, & perticæ inscribes: assumendo nimirum pro singulis tot partes, quot tabella radicum cubicarum, hic annexa, commonstrat, ut supra in fabrica perticæ cyliudraceæ docuimus.



Canon

Canon radicum cubicarum in partibus 1000000000.

Mensure.	Partes.	Mensure.	Partes.	Mensura.	Partes.
1	1000	25	2924	48	3634
2	1259	26	2962	49	3659
3	1442	27	3000	50	3683
4	1587	28	3036	55	3802
5	1709	29	3072	60	3914
6	1817	30	3107	65	4020
7	1912	31	3141	70	4121
8	2000	32	3174	75	4217
9	2080	33	3207	80	4308
10	2154	34	3239	85	4396
11	2223	35	3271	90	4481
12	2289	36	3301	95	4562
13	2351	37	3332	100	4642
14	2410	38	3361	110	4791
15	2466	39	3391	120	4931
16	2519	40	3419	130	5065
17	2571	41	3448	140	5192
18	2620	42	3476	150	5313
19	2668	43	3503	160	5428
20	2714	44	3530	170	5539
21	2758	45	3556	180	5646
22	2802	46	3583	190	5748
23	2843	47	3608	200	5848
24	2884				

Canonis hujus syntaxis perficitur radicis cubicæ extractione. *Verbi gratia.* mensura prima, 1000 est radix cubica 1000000000: multiplica hunc numerum per 2, fiunt 2000000000, quorum radix cubica, 1259 exhibet mensuram secundam; pari ratione, si eundem numerum per 3 multiplicaveris, fient 3000000000, quorum radix cubica 1442 exhibet mens. tertiam, & sic consequenter pergendo canonem extendes quousq; lubet.

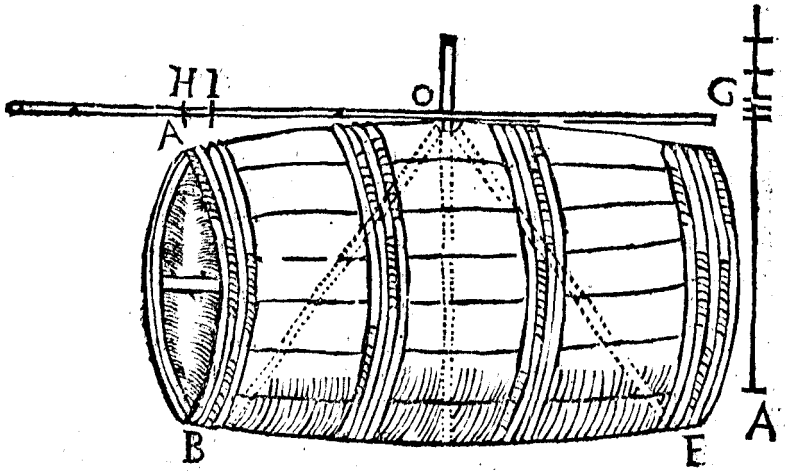
Tabula scr. primorum.

scr.	partes	1 gr.	2 gr.
	0	1000	1259
1	464	1032	1280
2	515	1062	1300
3	670	1091	1320
4	737	1119	1399
5	794	1145	1357
6	844	1169	1375
7	888	1193	1392
8	929	1216	1409
9	966	1238	1425
10	1000	1259	1442

Vsus pertica triangularis

Non nisi in vasis eodem modo proportionatis adhiberi potest. Vasa enim tujuscunque magnitudinis, habentes diametri basios & longitudinis rationem eandem, una eademque pertica triangulari, ad istam rationem speciatim fa-

bricatæ, rectè mensurantur; verùm diversæ proportionis vasa, alias triangulares perticas deposcunt. Quamvis vix unquam accurata mensura triangularibus absolvitur, intervalli enim mensurarum in pertica angustia, scrupulosam mensurarum sectionem non admittit. Vnde in praxi minima particula neglecta, causa quandoque est maximi erroris. Placuit tamen ejus fabricam & usum hic subjicere, ut Steriometriæ varietatem demonstremus: In medietate orificii signaturam ponimus, à qua lineam mensuramus obliquam & brevissimam ad usque inferiorem bascos extremæ partem, quam refert recta O E.



Similiter mensuramus lineam brevissimam ad oppositæ usque basios partem inferiorem, rectam O B: quæ si priori O E non fuerit æqualis, æquabis eandem per intermediam signaturam, ut sæpè docuimus, atque hæc signatura media inter partes regulæ statim ipsius vasis capacitatem commonstrat.

CAP. VII.

Partes Doliorum evacuatas, & liquorum in eis residuum mensurare.

Ardua & difficilis hæc est mensurandi ratio & à multis hactenus desiderata. Mensores vulgo pro singulis & diversis vasorum generibus, quæ frequentius dimetienda occurrere solent, peculiares exstruunt perticas, in hunc modum.

Vas

Vas positum ad Horizontis æquilibrium liquore aliquo implendum; perticâque perpendiculariter in dolii orificium immissa, profunditatem ventricosam ibidem metire. Deinde liquore per certam & notam mensuram effuso, ad singulas effusionum mensuras, notutæ perticæ inscribantur; Quod continuandum, donec exactè ad medietatem vas fuerit evacuatum; sic enim perticę dimidium, suis mensurarum partibus, erit adornatum, quæ secundum eadem interstitia, in oppositum perticę dimidium, facilè transferri possunt. Quo modo patatam hactenus perticam cujus beneficio expeditâ Geodesia partes similium vasorum evacuatas demetiri licet: Sed vasa dissimilia peculiarem requirunt partium distinctionem.

Generalem tamen & satis exactam mensurandi pragmatiam, beneficio tabellæ, quæ ad omnis generis dolia se extendit, brevissimo scripto divulgavit *Magister Sibrandus Hansonus Harlinganus* Ludimagister & Geometra insignis apud *Amstelrodamenses*. Ejusdem tabellę usum unico atque altero exemplo declarabimus.

Tabella duas continet columnas in quarum prima, notata literâ A, numeri à 20 usque in 500 ordine æquali sese mutuo subsequuntur. In alterâ columnâ, quæ notatur literâ B, numeri à 5 usque in 500 procedunt ordine inæquali.

Vt beneficio hujus tabulæ acquiras partem vasis evacuatam, & residuum liquoris in eodem contenti, hæc 4 per tradiam à nobis doctrinam præcognoscenda.

1. Vasis capacitas. 2. Profunditas liquoris contenti. 3. Diameter ventri medii, ad orificium accepti. 4 Æquata & mediata vasis diameter.

Profunditatem liquoris cum utraque diametro accipies per perticæ longitudinum partes æquales qualibet parte sive mensurâ 100 æstimatâ, scrupulum vero quodlibet primum 10 æstimabis partes. Statuendum deinceps vas ad Horizontis ęquilibrium, & pertica immissa perpendiculariter in orificium, considerabis, quotam æqualium partem profunditas liquoris contineat. Diametrorum mensuram antea satis declaravimus.

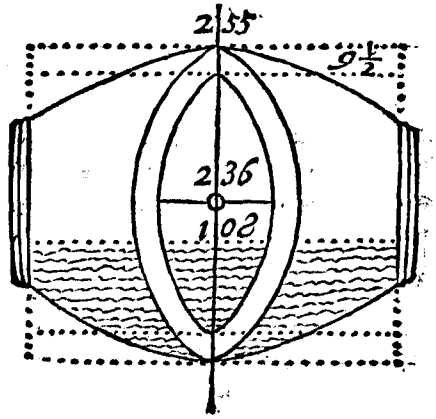
Sequitur usus tabulæ, quem tribus exemplorum generibus explicabimus.

Primum exemplum ubi vas ultra medietatem evacuatum est.

Dimidium differentię, quæ est inter partes diametri ęquati, & diametri ad Orificium, vasis nimirum medii, fit *Inventum Primum*, quod auferatur ex profunditate liquoris, residuum multiplica par 1000. productum divide per diametrum medii vasis: factum pro *Invento secundo*, annota.

Verbi gratia.

Detur Dolium capax 120 cant. Diameter ad orificium sit 255 part. æqual. æquata vasis Diameter 236: profunditas liquoris contenti contingat 108 partem.



Æquatæ Diametri partes	236	
Auferantur ex part. orificii	255	
Relinquitur differentia:	19	
Dimidium ejus annota	9½	*Invet. 1*
Quod auferatur ex profunditate liquoris	108	
Remanent,	98½	
Quas multiplica per	1000	
Producuntur,	98500	
Eas divide per diamet. orificii	255	
Factus erit	989	*Invent 2.*

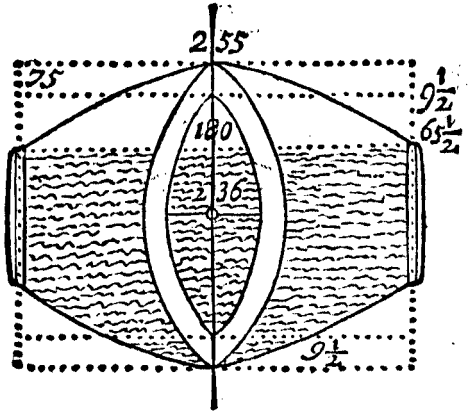
Cum hoc invento secundo ingredere tabellam, & in prima columna sub litera A quære ejus numerum, & ipsi respondentem numerum alterius columnæ sub litera B 359 duc in vasis capacitatē 120, fiunt 43080, eas divide per 1090 prodibit numerus mensurarum contenti liquoris reliqui 43 cant.

Exem-

Exemplum secundum ubi liquor vasis medietatem superat.

Inventum primum, hoc est, dimidium differentiæ, quæ est inter partes diametri æquatæ, & diametri ad Orificium, auferatur ex differentia quæ est inter profunditatem liquoris, & diametrum orificii sive medii vasis: Residuum duc in 1000: Productum divide per equata diametri partes, & acquires *Inventum secundum*, Quod in Tabellæ columna prima A quære, & respondentem ei numerum alterius columnæ sub litera B multiplica per vasis capacitatem, productum divide per 100, quotus ostendet numerum mensurarum qui effluxerunt, residuumque liquoris non ignorabitur.

Exemplum.



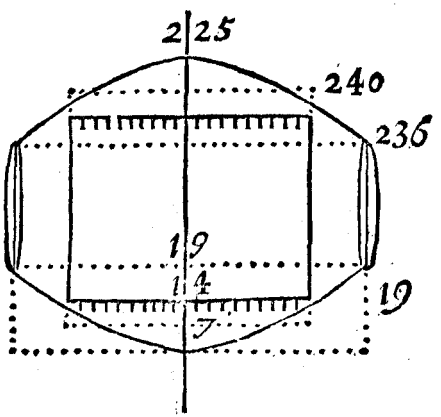
Profunditas liquoris attingat partes	180	
Que auferantur ex orificii partibus	255	
Relinquitur differentia,	75	
à quâ aufer Invent primum,	$9\frac{1}{2}$	*Invent.* 1.
Reliquum	$65\frac{1}{2}$	
Ductio in 1000 *producuntur,*	65500	
Quæ divide per æquat. diametrum	236	
Fiens	277	*Invent.* 2.

Inventum ſecundum quære in tabellæ columna prima A, cui reſpondet alterius columnæ ſub litera B, numerus 225, quem multiplica in vaſis Capacitatem 120, productum 2700 divide per 100, fient 27. Tot igitur effluxerunt menſuræ, quocirca reſtabunt 93 cant.

Exemplum tertium.

Liquor contentus in fundo Vaſis ſi extremitates orbiculares præ nimia paucitate attingere nequeat: vel ſi tantum liquoris infuſum fuerit, ut præ abundantiâ eas ſuperet. Quo pacto Geodaſia inſtituenda.

Hic notandum quando liquoris profunditas aquæ diametro adæquetur, indicium eſt liquorem extremitatibus orbicularibus ſuperiori parte reſpondere. Quare ſi excedat diametrum æquatam & liquor ſuperabit orbes. Verum ubi profunditas aquæ minor eſt quam differentia, quæ eſt inter æquatam diame-



trum, & diametrum ventris medii ad orificium, Liquor in fundo vaſis orbiculares extremitates contingere nequit & utroque caſu voti fies compos, hoc ut ſequitur modo.

Profunditas aquæ ſit 14 part cum hæc minor ſit diametrorum differentia, quæ in ſuperioribus exemplis inventa fuit 19, argumento eſt liquorem in fundo orbes non attingere.

Ad eun-

Ad eundem modum quando liquoris profunditas datur 240 part. quæ excedunt 236, videlicet diametri æquati partes, indicium est liquorem superiori parte orbes superare. Vt igitur inquiras liquorum mensuras evacuatas, sive residuum, sic argumentaberis.

19 part. evacuatæ, dant 120 mensuras: Quid dabunt 14 part. 5? fiunt 88 pro vasis capacitate annotanda.

Porro si liquor superiores orbes attingat, vel eos superet, Profunditas liquoris pro æquata diametro usurpanda.

Verũ si orbes inferiores liquor in fundo non attingat, ut in exemplo, ubi profunditas lequoris datur 14 part, illas auferes à diametro Orificii 255, residuum 241 pro diametro æquata annotanda. Quo peracto.

Partem vacuatam 14 mediabis, medium illud 7 erit *Invent. primum*, quod multiplicabis in 1000, productum 7000 divide per adnotatam diametrum æquatam 241, quotiens 34 habeatur *Inventum secundum*, Cui in Columna A quæsito, respondet in Columna B 11; eos duc in 88 part. capacitatis supra acquisitas, productumque per 1000 divide, quotus $\frac{968}{10000}$ erit liquoris residuum. Vel pars liquoris evacuata, ubi liquor superaverit orbes superiores.

Sequitur Tabula.

Tabula.

A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
20	5	52	20	84	40	116	65	148	92
21	5	53	20	85	41	117	66	149	93
22	5	54	21	86	42	118	67	150	94
23	5	55	21	87	42	119	67	151	95
24	6	56	22	88	43	120	68	152	96
25	6	57	23	89	44	121	69	153	97
26	7	58	23	90	45	122	70	154	98
27	7	59	24	91	45	123	71	155	99
28	8	60	25	92	46	124	71	156	100
29	8	61	25	93	47	125	72	157	101
30	9	62	26	94	47	126	73	158	102
31	9	63	27	95	48	127	74	159	102
32	10	64	27	96	49	128	75	160	103
33	10	65	28	97	50	129	76	161	104
34	11	66	29	98	51	130	77	162	105
35	11	67	29	99	51	131	77	163	106
36	12	68	30	100	52	132	78	164	107
37	12	69	30	101	53	133	79	165	108
38	13	70	31	102	53	134	80	166	109
39	13	71	32	103	54	135	81	167	110
40	14	72	32	104	55	136	82	168	111
41	14	73	33	105	56	137	83	169	112
42	15	74	34	106	57	138	84	170	113
43	15	75	34	107	57	139	84	171	114
44	16	76	35	108	58	140	85	172	115
45	16	77	36	109	59	141	86	173	116
46	17	78	36	110	60	142	87	174	116
47	17	79	37	111	60	143	88	175	117
48	18	80	38	112	61	144	89	176	118
49	18	81	38	113	62	145	89	177	119
50	19	82	39	114	63	146	90	178	120
51	19	83	40	115	64	147	91	179	121

Tabula.

A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
180	122	212	155	244	189	276	224	308	262
181	123	213	256	245	190	277	225	309	263
182	124	214	157	246	191	278	226	310	264
183	125	215	158	247	192	279	228	311	265
184	126	216	159	248	194	280	229	312	266
185	127	217	159	249	195	281	230	313	267
186	128	218	161	250	196	282	231	314	268
187	129	219	162	251	197	283	233	315	270
188	130	220	163	252	198	284	234	316	271
189	131	221	164	253	199	285	235	317	272
190	132	222	165	254	200	286	236	318	273
191	133	223	166	255	201	287	237	319	275
192	134	224	167	256	202	288	238	320	276
193	136	225	169	257	203	289	239	321	277
194	137	226	170	258	204	290	240	322	278
195	137	227	171	259	206	291	242	323	279
196	138	228	172	260	207	292	243	324	280
197	139	229	173	261	208	293	244	325	281
198	140	230	174	262	209	294	245	326	282
199	141	231	175	263	210	295	247	327	284
200	142	232	176	264	211	296	248	328	285
201	143	233	177	265	212	297	249	329	286
202	145	234	178	266	213	298	250	330	287
203	145	235	179	267	215	299	251	331	289
204	146	236	180	268	216	300	252	332	290
205	148	237	181	269	217	301	253	333	291
206	149	238	182	270	218	302	254	334	292
207	150	239	184	271	219	303	256	335	294
208	151	240	185	272	220	304	257	336	295
209	152	241	186	273	221	305	258	337	296
210	153	242	187	274	222	306	259	338	296
211	155	243	188	275	223	307	261	339	297

Tabula.

A	B	A	B	A	B	A	B	A	B
339	299	371	338	403	377	435	417	468	459
340	300	372	339	404	378	436	419	469	460
341	301	373	340	405	379	437	420	470	461
342	302	374	341	406	381	438	421	471	462
343	303	375	343	407	382	439	422	472	464
344	304	376	344	408	383	440	424	473	465
345	305	377	345	409	384	441	425	474	466
346	306	378	346	410	385	442	426	475	467
347	308	379	348	411	387	443	427	476	469
348	309	380	349	412	388	444	429	477	471
349	310	381	350	413	389	445	430	478	472
350	31	382	351	414	390	446	431	479	473
351	313	383	352	415	392	447	432	480	475
352	314	384	353	416	393	448	434	481	476
353	315	385	354	417	394	449	435	482	477
354	316	386	355	418	395	450	436	483	478
355	318	387	357	419	397	451	437	484	480
356	319	388	358	420	398	352	439	485	481
357	320	389	359	421	399	453	440	486	482
358	321	390	360	422	400	454	441	487	483
359	323	391	362	423	402	455	442	488	485
360	324	392	363	424	403	456	444	489	486
361	325	393	364	425	404	457	445	490	487
362	326	394	366	426	405	458	446	491	488
363	328	395	368	427	407	459	447	492	490
364	329	396	369	428	408	460	449	393	491
365	330	397	370	429	409	461	450	494	492
366	331	398	371	430	411	462	451	495	493
367	333	399	372	431	412	463	452	496	495
368	334	400	373	432	414	464	454	497	496
369	335	401	374	433	415	465	455	498	497
370	336	402	375	434	416	466	456	499	498
						467	457	500	500

CAP. VIII.

De mensura corporum planorum regularium.

QVinque reperiuntur in rerum natura corpora plana regularia. Tetraedri tum cubi geodœsia' ex antecedentibus manifesta est. Verum octaedri, icosaedri & dodecaëdri mensura perficietur, ut sequitur.

Primo recta inquirenda quæ à centro figuræ in quamlibet hedrarum perpendiculariter ducta est, vulgò cathecus dicta. Hujus lineæ pars tertia in unius hedræ superficiem multiplicanda, factus in numerum hedrarum ipsum corpus ambientium ducendus, & constabit corporis soliditas.

CAP. IX.

TORMENTORVM BELLICORVM

1. *Perticam Construere, cujus benificio Licebit rationem ponderum Tormentorum bellicorum eodem modo, ut assolet, proportionatorum inquirere.*

Pertica hęc duplicem, diversamque requirit partium distinctionem: prima diametro tormenti mensurandæ seruit, ejusque partes sunt inęquales, & Geometricè, vel ex tabula radicum quadratarum (primę mensuræ intervallo trium aut 4 circiter digitorum assumpto) construitur, ut de Cylindracea pertica dictũ fuit cap. 6. pr. 5: Altera longitudini dimetiendæ adhibetur per partes æquales, quæ, hoc modo, perticę inscribi debent.

Sumendum Tormentum Bellicum quam maximum, cujus mensura in ponderibus sit cognita, ejus diametrum exteriorem ad utramque extremitatem per partes latitudinum inęquales mensurato, intermedius diametrorum numerus dabit diametrum æquatam, quam etiam conice æquabis, ut pag. 196 & 205 docuimus. Deinceps eisdem latitudinum partibus mensuranda orificii Interioris diameter, partes illas ex conicè æquatę diametri partibus aufer, reliquum divide per mensuram Tormenti in ponderibus cognitam: factus ostendit in quot partes ęquales longitudo tormenti sit dividenda, ut habeatur prima longitudinis mensura, quæ in 10 sc. prima dividenda, & aliquoties perticę inscribenda.

Exempli gratia.

Ponderat Tormentum 4601: *Diameter Crassitiei propè orificium sit* 135 *part. inæqualium; in altera extremitate sit crassities* 370 *part. erit intermedia & æquata* $252\frac{1}{2}$ *part. inæqual. punctum inter utramque diametrum medio loco per circinum æqualiter positum incidit in* $2\ 7\frac{1}{2}$ *partem inæqualem, à quibus* $252\frac{1}{2}$ *sublatis, reliqui pars tertia, utpote* 5 *addatur ad* $252\frac{1}{2}$ *fiet diameter conicè correcta* $257\frac{1}{2}$, *à qua auferenda diameter orificii* $45\frac{1}{2}$ *part. itidem inæqualium, perque reliquum* 209 *divide molem Tormenti* 4601 ℔ *fiunt* 22: *In totidem partes æquales universa Tormenti longitudo dividenda, quarum partium una dabit mensuram primam in* 10 *sc. prima dividendam, & aliquoties perticæ inscribendam; sic usui præparata erit pertica, cujus beneficio licebit*

2. *Tormentorum bellicorum rationem ponderum inquirere.*

In Primis inquirenda diameter crassitiei conicè correcta per partes latitudinum, ut supra, à qua diametrũ orificii per partes itidem latitudinum acceptã auferto, perque residuum divide universi Tormenti longitudinem, partibus æqualibus longitudini inservientibus mensuratam. Productus numerus ponderosam Tormenti molem manifestabit.

3. *Globum tormenti ferreum librare.*

Vnius vel 10 ℔ diameter acquirenda, juxtà quam pertica cubica construenda ut sequitur. Globum Tormetarium ferreum quam diligentissime libra.

Verbi gratia.

Diameter globi ferrei sit A, cujus pondus 24 ℔: *per* 2 *prac. cap.* 4 *lib* 1 *quare partes decem qualium globi diameter*

A B C

meter 24 habet, sitque illa B. Inter A & B lineas duæ vestigentur mediæ proportionales, quarum illa, quæ diametro A vicinior est, erit mensura 10 ℔, quam refert linea C.

Idem Arithmeticè per regulam A B in 100 vel 1000 partes divisam investigabis, ut sequitur. Partes quas globi diameter ex regula divisa comprehendit cubicè multiplicato, numerum cubicum duc in $\frac{1}{24}$ si unius libræ, vel $\frac{10}{24}$ si 10 librarum mensuras desideras: facti latus cubicum dabit mensuram desideratam.

Verbi gratia.

Diameter Globi A continet partes lineæ A B in 100 partes divisæ 95. Quarum numerum cubum 857375 multiplica per $\frac{10}{24}$ producti latus cubicum 71 ferè dabit mensuram 10 ℔ lin. scilicet C, Hujus mensuræ Primæ ex partibus regulæ divisæ acceptum intervallum in 100 vel 1000 divide partes æquales, ex quibus beneficio tabellæ radicum cubicarum reliquæ mensuræ pertica inscribendæ, ut in pertica triangulari factum cap 6 pr. 6. Vsus facilis.

Quando offertur globus ferreus ejus diametrum, per circinum cruribus incurvatum acceptam, coapta inter partes perticæ inscriptas, quarum â principio terminus justam globi molem in ponderibus manifestabit.

CAP. X.

De Sphæræ mensura, & primum de Convexa sphæræ superficie cognoscenda, idque ex axe ejus data.

PRimùm mensurandus axis sphæræ ex cujus longitudine peripheriam maximi circuli sphæræ per 2 præc. 4. cap. hujus inquirito, tandem periph. inventam multiplica in axin, producetur superficies convexa sphæræ.

Aliter.

Axi sphæræ ex debitâ mensura acquisito, per regulam proportionis superficiem sphęrę ita concludes, ut 7, dant 22: ita

quadratum axis dabit Sphæræ superficiem vera majorem. Vel,

Fiat ut 71. ad 223: ita quadratum datæ axis sphæræ ad aliud, numerus enim per regulæ operationem factus exhibebit convexam sphæræ superficiem vera minorem. Vel Fiat ut 113 ad 355. ita quadratum axis ad aliud: & prodibit superficies sphęrę quam proximè.

2. *Ex data maximi in sphæra Circuli peripheria, superficiem sphæræ convexam per regulam proportionis ita concludes.*

Fiat, ut 223 ad 71: ita quadratum peripherię datę ad aliud, facta enim operatione prodibit sphæræ superficies major verâ. *Verùm si*

Fiat ut 22 ad 7: ita quadratum peripherię ad aliud; prodibit per regulę operationem superficies minor verâ. *Exactiùs*

Fiat, ut 355 ad 113: ita quadratum peripherię ad aliud, sic enim per regulæ operationem prædictam sphęræ superficiem exactiùs concludes.

3. *Totam sphæræ soliditatem inquirere.*

Sphæræ soliditas producitur ex multiplicatione axis dimidię in tertiam partem convexæ superficiei. *Vel*, ex multiplicatione tertiæ partis diametri in semissem convexæ sphæræ.

Aliter, axe sphæræ dato per regulam proportionis ejus soliditatem ita concludes.

Fiat, ut 21 ad 11, ita Cubus axis dati ad aliud, & per regulæ operationem producetur sphæræ soliditas vera major *Vel*,

Fiat, ut 426 ad 223, ita Cubus datæ axis ad aliud, & producetur soliditas vera minor. Verum, si fiat ut 678 ad 355 ita cubus axis datæ ad aliud, Concludetur per operationem regulæ soliditas exacta satis.

Aliter & ex peripheria maximi circuli soliditatem inquirere.

Fiat ut 298374 ad 5041: ita cubus periph. datæ ad aliud: productus dabit soliditatem vera majorem. *Vel*,

Fiat ut 2904 ad 49: ita Cubus datæ periph. ad aliud, numerus factus offeret sphęrę soliditatem veram minorem.

Denique

Denique si fiat ut 37805 ad 2938 ita Cubus perriph. ad aliud; namque factus ex operatione numerus offeret sphęrę soliditatem satis propinquam.

4. *Expedita & facilis Sphærarum Geodæsia, quæ absolvitur beneficio perticæ ex radicum Cubicarum tabula adornatæ.*

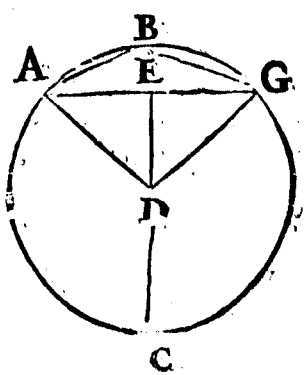
Quia Sphęrę inter se eandem habent ratione quam Cubi diametrorum sive axium suorum: Perticâ ad longitudinem mensuræ famosæ subsidio tabulæ radicum cubicarum (ut 6 pr, cap. 6 docuimus) fabricata, facili & prompta geodœsia, absque ulla Arithmetica numeratione omnium sphærarum capacitatem ostendet: Latera enim Cubica capacitatis sphærarum recte pro axibus sive Sphæram diametris usurpari licebit.

Porro mensuram famosam sphæræ Geodæsiæ accommodam ex mensurâ primâ 1 pr. cap. 5 acquisitam concludes per 18 præ. cap. 14 lib. 1 qualium enim cubi latus 1000 habet partes, earundem sphęrę axis 1239.

5. *Superficiem convexæ portionis sphæræ & soliditatem sectoris & sectionis sphæræ inquirere.*

Sector sphæræ dicitur id quod foris à sphærico intus, à concavo in centrum terminato, comprehenditur: & major quidem sector à conice concavo, minor à convexo.

Vt in hac figura solidum compositum, tum ex portione sphæræ A B G, cujus basis circulus diametri A G, tumque ex cono eandem basem, & verticem in D centro habente, dicitur sector minor. Itemque si idem conus ex minore sphęrę portione G B A tollatur, reliquum G A D G erit sector major, *& utrumque hac ratione investigabis.* Primum quærenda superficies convexa portionis G B A, quæ per 40 pr. lib. 1 Archimedis de sphæra cylindo æqualis est circulo cujus



GB radius

G B radius à verticè portionis B ad basis circumferentiam G protrahitur, quare si recta G B in partibus sphæræ diametri C B fuerit data, area circuli ex radio G B descrtpti per 2 vel 5 præc. cap. 4 hujus facile investigabitur, unde & innotescit portionis sphærę G B A convexum. Eadem Convexa superficies portionis sphęræ majoris vel minoris concludetur ex demonstratis ab Archimede prop. 3 lib. 2 de sphęra & cylindro cognitis C E & E B diametri sphęrę sectionibus. Erit enim ut Diameter C B, ad B E sectionem minorem: ita superficies convexa totius sphæræ, (quæ per antecedens 8 cap. cognita fiet) ad aliud, & proveniet convexa superficies portionis minoris G B A, verum si fiat ut diameter C B ad C E sectionem diametri majorem: ita superficies convexa totius sphæræ ad aliud, concludetur superficies convexa portionis majoris G C A per 42 prop. ejusdem lib. Archimedis in promptu erit.

6. *Datum sphæræ sectorem inquirere.*

Producitur enim sector sphęrę ex multiplicatione superficiei convexę portionis sphæræ in $\frac{1}{3}$ semidiametri, hoc est in $\frac{1}{3}$ totius diametri partem: vel ex diametro in $\frac{1}{3}$ superficiei convexæ portionis sphęrę. Sectore dato, licebit

7. *Sectionem sphæræ inquirere.*

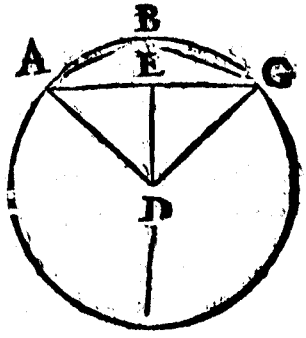
Per sectionem intellige soliditatem cujuscunque sphæræ portionis, quam sic concludes: Quando portio sphæræ minor est hæmisphærio, ex sectore invento auferatur conus eandem habens cum portione basem, altitudinem vero perpendicularem ex centro sphæræ in basem portionis cadentem: At vero si quando portio proposita hemisphærio major est, idem conus addatur sectori, constabitque soliditas sectionum, id quod apparet ex scemate in quo cum conus G E A D ablatus à sectore D G B A D, reliquam faciat sectionem minorem G A B: idem vero conus C E A D adjectus sectori D G B A D, efficiet majorem sectionem G A C G,

8. *Alio modo sectionem sphæræ dimetiri.*

Ex demonstratis ab Archimede 2 propos. 2 lib. de sphæra & cylindro erit, ut segmentum diametri C E ad summam rectarum E C & C D, ita conus G B A ad sectionem quæsitam G B A.

Supputatio dicti coni G B A hujusmodi est: In Triangulo G E D rectangulo ad E,

ad E, ex datis Basi G D & crure E G, innotescet crus reliquum G E per consectar. 2 Axiom. 3 cap. 7 lib. 1, cumque G E sit semidiameter baseos coni, cujus altitudo est E B coni, cujus soliditas concludetur per 2 præ cap. 5.



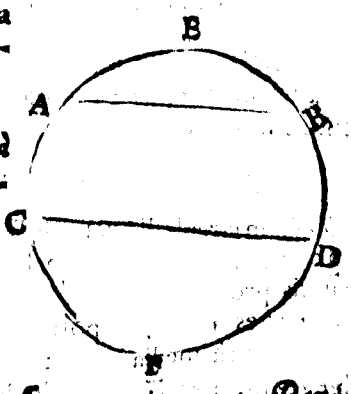
Exempli gratia.

Diameter C E sit 1 : B E segmentum ejus 3: erit E C 9: C E & C D simul 15. In Triang. G D E ex basi G D 6 & D E 3 datis, innotescit crus G E radix 27, vel $5\frac{2}{10}$, unde G A $10\frac{4}{10}$ sive 10:4, estque diametri baseos coni: unde per 2 vel 5 præc. cap. 4 erit basis 84: 9: 1, quam multiplica in $\frac{1}{3}$ coni altitudinis partem 1, erit soliditas coni 84: 9: 1. Hinc concludendo, ut C E 9, ad D E & D E simul 15, ita conus 84, 9, 1 ad aliud: fient pro sectione sphæræ optata 142: 6: 3 ferè.

CONSECTARIUM.

Sphæræ segmentum quod à duobus planis comprehenditur. Hinc concluditur.

Sphæræ segmentum à duobus planis A B, & C D comprehensum, invenitur è differentia duarum sectionum, ubi major à minori subtrahitur.



Verbi gratia.

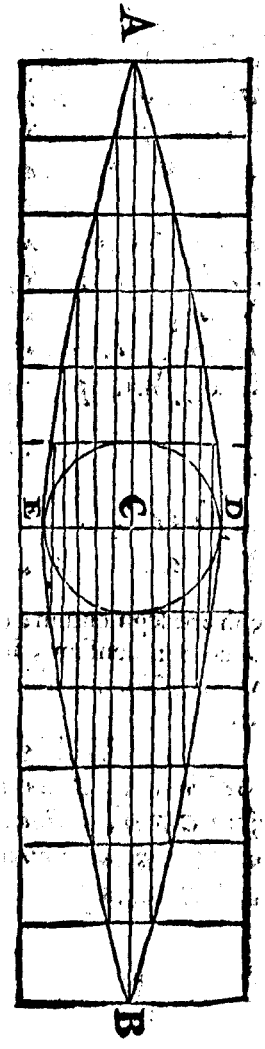
Sectio A E B data minor auferatur à majore C F D, reliquus indicabit segmentum A C D B inter circulos diametrorum A B & C D inclusum.

9. *Partes sphæræ convexas designare, Globique superficiem chartæ obducere.*

Artifices, ut suis chartaceis imaginibus cælestes terrestresque sphæras sine ullo rotunditatis vicio obducant, Has applicandorum chartaceorum partes superficiei sphęrę convexæ duodecimas hoc modo operi adornant.

Ducunt lineam pro ratione sphæræ semidiametri triplicatæ & septante, eamque dividunt in 12 partes æquales (vel 80) & per sectionum puncta perpendiculares transeunt, sitque linea A B 12 perpendicularibus æqualiter secta, quarum extremæ transeunt per puncta extrema A & B, intermedia D E per punctum medium C. ex quo, assumpto radio, ad intervallum 12 D partis ipsius A B lineæ peripheria describatur, quæ in 12 vel 360 gr. partes secetur, & per bina puncta utrinque à D & E punctis ęqualiter remota ducantur lineæ ipsi A B parallelæ, secantes perpendiculares priores orthogonaliter.

Per sectionum puncta respondentia linea trahatur curva, quæ 12 globi desideratam sectionem referet.



Pragmatia in numeris.

Qualium circuli diameter E D habet partes 200 sive radius C D 1000, linea perpendicularis proxime hinc inde sequens continebit partes 1932, utpote duplum sinus 75 gr Linea à media perpendiculari 2. habebit partes 1732, utpote duplicatum sin.

60. gr.

60 gr. Linea tertia 1414. Sinum dupl. 45 gr: Linea 4 partes continebit 1000 utpote duplum sinum 30 gr. Linea 5 partes habebit 518, utpote sin. 15 gr. duplicatum.

NOTA.

Quando ab intermedia DE hinc inde 90 ducuntur parallelæ, circulus in 360 gr. ut dictum, dividitur, atque linearum ordine subsequentium longitudines indicabunt sinus singulorum graduum duplicati in partibus qualium pars 12 lineæ AB 1000 habet.

CAP. XI.

De corporum omninò irregularium mensura mechanica.

PRæcipua corpora quorum hactenus mensuras instituimus, fuerunt Pyramides, frusta pyramidum, Cubi, Prismata, Parallelepipeda, Coni, frustra conorum, Cylindri, quinque regularia corpora, Sphæræ, itemque urnæ & vasa regulariter quodammodo figurata. Sunt tamen præter hæc plurimæ irregularium corporum tam planorum quàm gibborum species. Atque irregularium figurarum solidarum infinita ferè genera reperiuntur, quales sunt amphoræ, ollæ, urnæ, statuæ, &c. quæ neque æqualis sunt crassitiei, neque hedras habent æqualiter erectas Quarum singularum capacitatem hac pragmatia mechanica compendiosè cognosces.

Impleatur corpus mensurandum, sive id olla, sive amphora fuerit, aqua limpida, quam aquam in ahenum Cylindraceum æqualiter fastigiatum & horizonti ad æquilibrium positum transfunde. Hinc perticâ Cylindraceâ tum aquæ mensuram, tum corporis capacitatem ita colligito. Diameter aheni decussatim (ut sæpe monuimus) per partes latitudinis inæquales mensuretur, sitque exempli loco 2: 5: hoc est duarum mensurarum & 5 decim: Altitudo aquæ in aheno per partes longitudinis ęquales accepta, contineat 3: 4. Longitudo hęc in latitudinem multiplicata producit aquæ, & corporis (quam desiderabamus) capacitatem, utpote 8: 5 sive $8\frac{1}{2}$. cant.

Nonnulli monent irregularia illa solida in rectangula, prismata, pyramidesve (pro re nata) resolvenda esse, quorum singulorum mensuras seorsum exquirunt, & in unam summam colligunt, vel aliud ab alio (si opus fuerit) auferunt. Cùm enim solidum datur omninò irregulare, aut defecit à regulari, vel

 excedit.

excedit. Si deficiat, ipsum complendum est per hedrarum observatum concursum, & deficientes partes (ac si forent solidæ) mensurandæ, & à totius corporis mensura tollendæ. Sin autem ipsum solidum supra figuram regularem abundaverit, metienda erit regularis, deinde superabundans crassitudo inquirenda, quæ tandem in unum componantur. In his tamen omnibus discretum mensoris ingenium, atque exercitatio multum præstare possunt:

CAP. XII.

De duplicandis, triplicandis, vel alia quavis proportione augendis minuendisvè corporibus.

EAndem hanc propositionem absolvimus præc. 2 cap. 14 libr prioris Geometriæ, sed multo brevius idem præceptum expediemus per perticas in hunc finem extructas, ut sequitur. Ex pertica juxta præc. 1. cap. 5. elaborata assumantur partes 12: 5: 9, & confice tibi aliam perticam, in qua interstitium illud acceptum valeat 10 partes, cum hisce duabus perticis expeditè quævis corpora duplicabis.

Præterea si numerentur in priori pertica partes 14: 4: 2: & in alia pertica earum interstitium pro 0 partibus statuantur, cum hisce perticis triplicabimus corpora. Pro quadruplicandis corporibus assumendæ erunt partes 15: 8: 7. Pro quintuplicandis assume partes 17: 0: 9, & sic deinceps, ut in hac Tabella videre est: quæ in 20 usque numerum extensa est. Tabellæ hujus constructio hæc fuit.

In priori pertica cap. 5 elaborata numerantur partes 10, quarum cubus est 1000, duplica hunc cubum, fiunt 2000, quorum latus cubi existit 12: 5: 9. Eodem modo pro quintuplicandis corporibus, multiplica 1000 per 5, fiunt 5000, quorum latus existit 17: 0: 9, quam proximè. Quare si hæ partes ex priori pertica desumantur, & alia construatur, in qua earum intervallum 10 valent, cum istis perticis expeditè quintuplicabis corpora quævis, ut sequitur in exemplis.

	0	1	11
2	12	5	9
3	14	4	2
3	15	8	7
5	17	0	9
6	18	1	7
7	19	1	2
8	20	0	0
9	20	8	0
10	21	5	4
11	22	2	5
12	22	8	7
13	23	5	1
14	24	1	0
15	24	6	6
16	25	1	9
17	25	7	1
18	26	2	0
19	16	6	3
20	27	1	4

De duplicatione, triplicatione Cubi.

Cubus 6 constat quadratis æqualibus, quare latus unius

quadrati

quadrati per perticam priorem mensuretur, habetque illud exempli loco 5: 4. totidem partes ex pertica duplari, pro duplicandis, vel triplari pro triplicandis corporibus desumantur, & ad earum interstitiũ quadratum describatur. Sex istiusmodi quadrata ritè complicata efficient cubum duplicatum, vel triplicatũ.

Exemplum in aheno.

Diameter sive ipsius Aheni crassitudo per primam perticam mensuretur, quæ sit v. gr. 4: 6, easdem partes quærito in duplari, vel (pro triplicando aheno) in triplari pertica; secundum earum intervallum crassitudo aheni construenda erit: Postea mensuretur aheni altitudo, quæ contineat partes primæ perticæ 15: 8, hasce quoque numerato in duplari, vel triplari pertica, & ad earum interstitium altitudo aheni extruatur, & habebis in duplum, vel in triplum ahenum auctum.

Exemplum in dolio sive vase vinario.

Crassitudo tum in medio ad orificium vasis, tumque in utraque extremitate per primam perticam diligenter accipiatur. Atque eædem crassitudinum partes in duplari pertica numerentur, & ad earundem intervalla alterius vasis crassitudo extruatur. Deinde & per perticam primam longitudo vasis mensuretur, atque secundum easdem partes perticæ duplaris, longitudo quoque vasis fabricetur, & habebis vas in dupla proportione auctum. Ad eundem prorsus modum in alia quavis æqualitatis proportione quævis corpora augere licebit, dummodo perticã juxta rationem istam preparatam habeas. Sin verò velis corpus datum in proportione æquali minuere. *Verbi gratia.* Sit cubus, proponatur in tripla proportione minor conficiendus, tunc primum latus unius quadrati per perticam triplarem mensurato, & juxta totidem partes, in prima pertica acceptas, quadratum construendum retrogrado nimirum ordine, ut in augendis corporibus docuimus. Sic in aheno crassitudinem & altitudinem aheni per perticam duplarem mensurato, & in totidem partibus primæ perticæ extruatur crassitudo & altitudo alterius aheni: eritque idem in dupla proportione minutum.

Finis libri Secundi.

Blank page retained for pagination

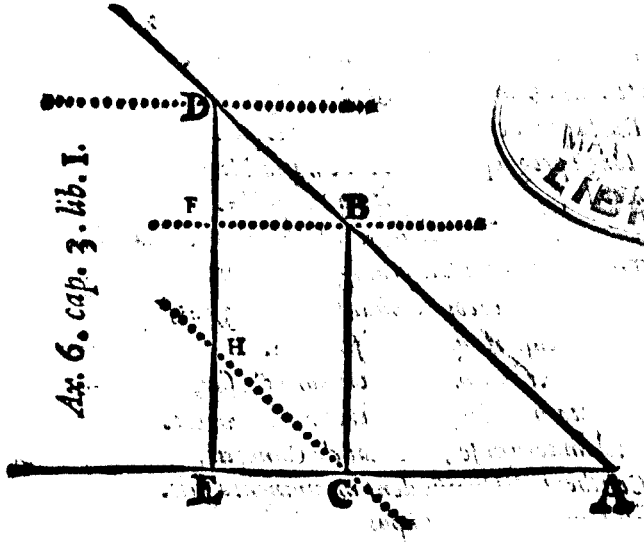
GEOMETRIÆ PRACTICÆ

PARS TERTIA.

Vsum Circini & Regulæ Proportionalis.

EXPLICANS

Autore
ADRIANO METIO ALCMARIANO,
Mathæs. Professore ordinario.



LIBRARY.

FRANEKERÆ,
Ex officinâ Vlderici Dominici Balck, Ordinum Frisiæ
& eorundem Academiæ Typographi.
M. DC. XXV.

In clarissimi viri

D. ADRIANI METII Professi. Mathæs.

Novam Regulam Proportionalem

CARMEN.

NOn semel Aonias longe transgressa sorores
Culta caput terris extulit Vranie.
Per sphæram, Vir magne, tuam, sacrosque labores,
Mensaque per teretes astra, solumque globos.
Hinc vivax te Fama trahit quæ vecta per orbem
In Lybico teretes fert Elephante tubas.
Quas tibi post mortem præconia sera daturas
Præscia Fatorum commemoravit anus,
Illa tenens animo grandæva jura Sybillæ,
Doctaque veridico vatibus ore loqui.
Res longè progressa tua est. Te signa Metelli,
Nec Pompejanæ transilierunt Aquilæ.
Circumfers orbem rerum, & compendia rerum
Tu quasi præ multis prodigiosa vides.
Nunc licet, æthereos extollat Græcia mystas,
Et Syracusani gloria sit speculis.
Iulius Eudoxi commendet tempora Cæsar,
Ille etiam stellis, dum genit arma, vicet.
Et Ptolemæorum se jactet laude Canopus,
Cuthbert Alphonsis dens monumenta suis.
Euclidem commendet opus, te vindice solo,
Debuit antiquus probra videre labor.
I nunc, & sacras procures Belgica lauros,
Sertaque tam clarum speret odora caput.
Invidiem devicit Honor. Me duce nullum
Majorem terris edidit Vranie.

PIERII VVINSEMII Historiographi.

Nobilissimo & Amplissimo viro

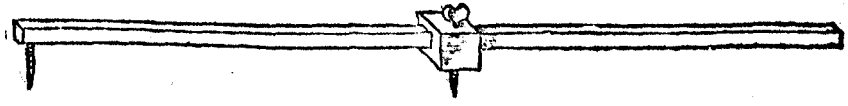
D. LAVRENTIO REAEL,

Ordinum Gener. & Arausi Principis in Indiis Præfecto quondam universali.

S. D.

Ir nobilis.

Habes tibi proportionalis regulæ Libellum, quem volebas commodo seculi, & præstantissimæ Mathematicorum artis in lucem ire, Demonstrationes Geometricas studio non addidi; partim quod istæ ex 6 ax. cap. 3 lib. 1 haberi possint; partim quod lectionibus Academicis reservandæ viderentur. Ad usum autem rei circino acuminato opus, vel pertica quadrangulari, oblonga quæ per cursorem mobilē in omnes Instrumenti partes transferri possit, uti figurâ hâc apposita liquet, ut omnino certè ne minima quidem praxeos difficultas in inventum nostrum cadat.



In quo publicando hoc unum maximè cavi, ne præfractus aut contumax essem tam æquæ amicorū petitioni, illud etiam cum aliâ ratione in votum ponens, ac desiderium mearum rerum, ut ex illo scripto quid boni fructus ad remp. literariam redundare possit. Studemus enim præcipuè non dissimiles esse antiquis illis eloquentiæ Professoribus, quæ cum emolumenta rerum non quærerent, aut quærentes non invenirent, majore famâ, quasi injuriam, aut fraudem seculi pensante, literas atque eloquentiam docebant. Id præ-

mium placandis laboribus, prisco seculi sapienti satis erat, neque clarorum virorum industriam usurpata pessimo tyrannis, aut ingratitudo temporum tardabat.

De moderni temporis ingratitudine non loquor, nisi quod non uno experimento probatum sit, nostræ artis ignorantiam comitem secum invidiam traxisse. Qui regnant hodie Ptolemæi omnes, aut Alphonsi non sunt, quibus supra purpuram fuit, natam cum ipsâ naturâ, ac terrarum orbe rerum cœlestium contemplationem exercere. Iulium Cæsarem sane, jam de terrarum imperio certantem, inter tubas, & classicum, quod finem libertati daturum erat, cura Syderum fatigavit,

media inter prælia semper
Stellarum cælique plagis; superisque vacavi

Vt & te video, Vir Nobilissime, postquam fato quodam ad principatum istum, & magnum onus Indici Imperii accessisti in solitudine ac deserto Barbari orbis, inter Inclementias naturæ, ac continua prælia, tœdia negotiorum & temporis, speculatione illa rerum Mathematicarum leniisse. Et certè dum ea mensuramus ac scrutamur, quæ vel natura hoc infimo rerum septo conclusit, vel supra nos æterna sunt, artis nostræ quodam tenus terminum, cum Deorum immortalium imperio partimur. Certe divisum omnino cum natura nobis regnum est. De fructu artis civili hoc etiam addo, quod terrarum principes, dum fatali quadam face, aut igneo quodam sydere ad arma concitantur, securitatem suam petant ex artis nostræ secreto. Quod ipsum ne lateret diutius tibi Vir Nobiliss. publicum damus, ut videre queas Euclidem, & posterioris ævi scriptores sua correctione & supplemento, ac curâ posteritatis egere. Quam nos ipsi, si quid fataliter nobis accidat etiam à sequenti seculo implorabimus. Qui errorem aut lapsum nullibi formidat è mortalitatis ditione exterminandus est. Vale vir Nobilissime, Franequeræ ex Musæo nostro, 3. Nonas, Aprilis, Anno 1625.

Tuus.

A. METIVS.

DE
Lineis Regulæ inſcriptis

ANte paucos annos in lucem prodiit inſtrumentum ad uſum Geometriæ pro lineis rectis & circularibus dividendis, figuris planis & ſolidis dimetiendis, & aliis Geometricis operationibus perficiendis accommodatiſsimum, quod circinum appellant proportionalem, cujus inventorem Galilæum de Galilæis *Itali ſibi arrogant. Conſtat illud inſtrumentum ex duobus cruribus ſive regulis planis æqualibus, quæ in centro clavo aliquo tereti ita conjunguntur ut, inſtar circini, circa idem centrum uniformiter, prout opus erit, conſtringi & dilatari poſsint: In quarum plano variæ lineæ in idem centrum concurrentes, & diverſas menſuras in ſe comprehendentes, inſcriptæ ſunt. Vſus hujus facillimus eſt, ſiquidem ejus crura ad debitam cujuſvis lineæ menſuram ſolum dilatantur, & puncta circino acuminato tranſverſim inquiruntur. Verum enimvero quando ad centrum non accuratè reſpondent lineæ, totus inſtrumenti uſus claudicat, & hallucinatur. Quicquid itaque per illud inſtrumentum confici poteſt, nos in planam regulam tranſtulimus, cujus beneficio, non ſolum omnia accuratiùs, ſed etiam multa exſequemur faciliùs.*

Regulæ proportionalis conſtructio.

1. Ad exteriorem regulæ oram linea recta, & longa conſtituitur in 100 partes æquales, & earum quamlibet in duas diſtributa, quam ſimpliciter lineam appellamus. LIN.

2. Post hanc lineam quadratam sive Geometricam statuimus. Quæ vel Geometricè, vel per lineolam in 100 partes divisam, & in regula LAT. □ indigetatam ex canone quadratorum numerorum in partes inæquales distritur, ut lib. 2. cap. 6. hujus docuimus.

3. Inscribitur linea cubica vel stereometrica, quæ corporum mensuras promptâ, & expeditâ Geodesiâ in se continet. Partium ejus inscriptio perficitur per alteram lineolam, LAT. ⊟ indigitatam, ex canone radicum cubicarum secundum rationem quam tradidimus dicti lib. c. 6. lib. 1.

4. Hanc sequitur linea A B in 10 partes æquales, sive sc. prima divisa, quæ adminiculo lineæ quadratę Tormentorum bellicorum Mensurat molem.

5. Sequitur schala musicalis tonorum proportiones in 3 octavis comprehendens.

6. Ad alteram regulæ oram in eadem superfice, quatuor lineę ordine invicem subsequuntur in centum partes ęquales singulę distributę. Quarum 1. est latus quadrati continens 8 mensuras cantarorum Friscas, estque $\frac{1}{10}$. sextarii, sive dolii een Aem, appellati. Cujus mensuræ indaginem videre est c. 5 lib. 2. Nos etiam sub finem hujus tractatus aliam, & breviorem viam per regulam nostram monstrabimus. Notatur autem in Regula IN CORP. RECTILIN. 2. Est diameter circuli sive basis Cylindri ad eandem mensuram, nempe 8. cantarorum accommodata, ejusque longitudo capit partes 113. qualium prior habet 100. notatur in CYLINDRIS. 3. Linea est axis regulæ sive perticæ triangularis 8 cantaros continentis, estque longa 116. partes, quarum prima habet 100. notaturque in DOLIIS. 4. Linea est axis sphæræ juxta eandem mensuram, continetque 123. partes qualium prima 100 habet, & signatur in SPHÆRIS. Harum linearum beneficio corpora tam plana quam gibba mensurantur, & datâ aliquâ mensurâ liquorum capacitas eorum exploratur.

7. Linea signata AXIS X℔. FRIS axim. phæræ sive globi totidem librarũ sive pondo Friscorum in septem metallorum generibus ostendit, quorum singulorum axes qua ratione hic constitutę sint, sub finem hujus explicabimus.

Hæc in prima regulæ facie inscribuntur. In altera ejus planitie delineantur lineæ ad peripheriam pertinentes.

1. Linea CIRCVLVS indigitata continet 180 gradus semiperipheriæ, quę ab aliis linea subtensarum dicitur, quia partes ejus sunt subtensæ arcuum

cuum peripheriæ, & beneficio tabulæ subtensarum describuntur, ut docebitur postea. In hac linea ad signum ✠ determinatur proportio diametri ad peripheriam in 60. g̃. ubi signum ⊕,

2. Continet sectionem peripheriæ in partes æquales à part. 3 usque in 80. Signavim-usque eam LATERA FIG. REGVLARIVM, quia ad regulares figuras circulo inscribendas, inserviunt.

3. In se habet sectionem sphæræ pro regularibus corporibus eidem inscribendis.

4. Linea comprehendit trium planarum, & quinque regularium solidarum figurarum commutationem, quæ suis singulę characteribus designantur. De quarum, ut & præcedentium constructione postremo loco agemus.

5. Linea A B. est extrema ac media ratione secta, per quam quasvis alias eodem modo secare docebimus, lineæ 6 & 7 in opposito regulæ latere partibus inæqualibus divisæ comprehendunt gradus Tangentium ad 63 usque, qui in describendis sciatericis magnum præstant usum.

Problemata de usu Regulæ.

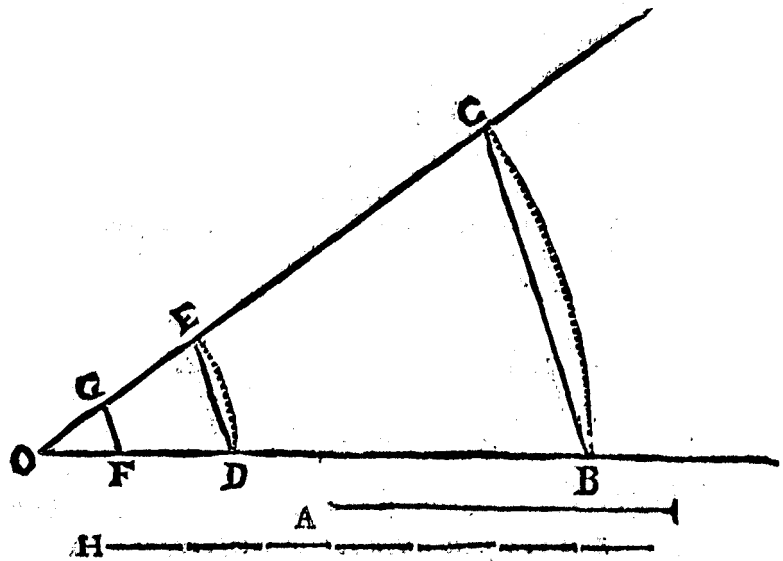
PROBL. 1.

In quavis linea recta partes quascunque centesimas, vel millesimas beneficio lineæ rectæ accipere.

Primum per circinum acuminatum accipe ex instrumenti linea in 100. partes divisa intervallum 100 partium, & ad illud super linea O B, quam in posterum fundamentalem appellabimus, ex centro O describatur arcus B C, ad quem à B in C adaptetur linea data A, ductâque O C, constituetur angulus C O B, qui nobis fundamentalis vocabitur, cujus crura O B, & O C singulas centesimas, sive millesimas partes ipsius lineæ A datæ intercipiunt. Verbi gratia. Sint accipiendæ 35. partes. Ex centesimis itaque instrumenti partibus intervallum 35 partium accipio; Secundum illud describo inter crura anguli fundamentalis arcum D E, cujus subtensa D E dabit partes 35. datæ lineæ A quæsitas.

Similiter si assumpseris ex instrumento partes 15, & secundum earum intervallum acceptum, arcum descripseris F G, ejus subtensa F G, dabit 15 partes lineæ datæ; Atque ita de reliquis;

Quod si linea detur aliquoties longior, quam illa quæ est in 100. partes in instrumento divisa, desiderenturque ex linea H data 35. partes, quia secundum priorem operandi modum angulus ad O fundamentalis nimium foret obtusus, contraria operandi formula propositum absolvemus. Ad intercapedi-



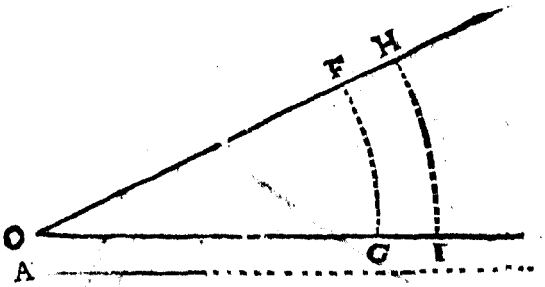
nem lineæ H datæ descripto peripheriæ arcu, ipsa linea in instrumento in 100. partes divisa peripheriæ adaptetur à B, usque in C. conjunganturque rectâ O, & C, eritque angulus fundamentalis B O C constructus.

Quo peracto sume per circini divaricationem 35 partes ex linea instrumenti, & per istam divaricationem quare transversim in O B. & O C anguli cruribus, duo puncta D & E æqualiter à centro disita, & continebit O D, vel O E, partes desideratas, nempe 35, qualium H habet 100.

Alio modo.

Vel si mavis secundum priorem operandi formulam procedere, poteris datæ lineæ secundam, tertiam, vel quartam partem accipere, deinde partes centesimas desideratas, prout partes lineæ sumpseris, duplicabis, vel quadruplicabis,

cibis, easdemque postea ad priorem operandi formam inquires. Exempli gratia. Linea detur longa cujus recta A sit pars tertia, & desideras ex eadem, nempe longiori linea, partes 39. Multiplicatis 39. per 3. prodibunt partes



117. Primum ad radium 100. partium ex regula assumptarum describe arcum F G, inque eo à G in F aptetur illa pars tertia datę lineę, ducaturque O F. Postmodum ab O in I sumantur partes 117. vel à G in I. 17. describaturque arcus I H. cujus subtensa dabit desideratas 39 longioris lineæ partes. Nec difficile erit eadem operatione

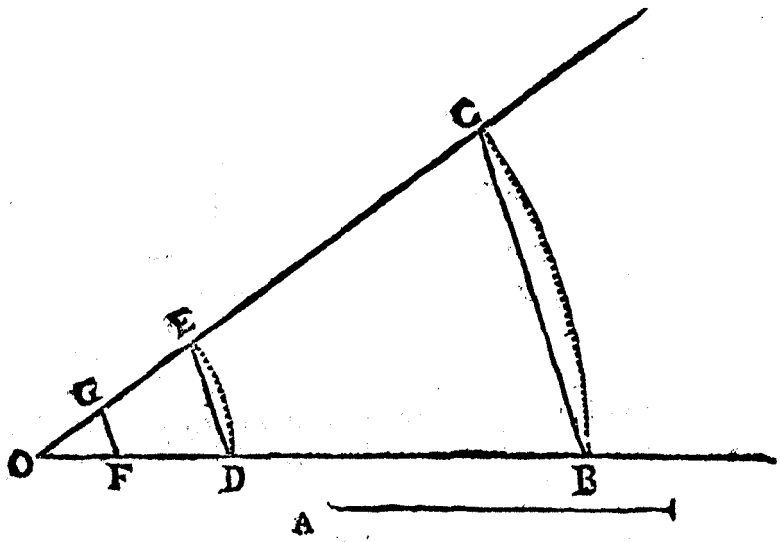
PROBL. 2.

Quamlibet partem, utpote 7. 11. 13. vel aliam ex quovis linea desumere.

VErbi gratia: Sit ex linea A accipienda pars 7, Multiplica 7. per 10. fient 70 Et ad intercapedinem 70. partium, ex linea instrumenti divisa assumptam, describe super O B linea ex centro O arcum B C, inque ea à B in C aptetur A data, ducaturque linea O C, deinde accipe per circinum ex eadem lineâ rectâ divisâ partes 10. per quas scilicet partem auferendam multiplicasti, & secundum earum intercapedinem, ex centro O inter O B, & O C anguli crura describatur arcus, cujus subtensa F G erit septima à pars lineæ datæ, dividetque eam in 7. partes æquales.

Licebit quoque partem auferendam per alium quemvis numerum pro ratione nempe lineę datæ (ut, si sit magna linea, majorem numerum assumas, si minor,

si minor, minorem) multiplicare. Vt in priori exemplo, si 7. per 5. multiplicaveris, fient 35, quare arcus B C ad intercapidinem radii 35 partium describendus, in eoque linea data adaptanda à B in C. conjungantur O C, inter



crura lineæ O D. (& O C describatur arcus, cujus radius sit quinque partium subtensa ejus dabit partem septimam datæ lineæ petitam.

NOTA.

Quod si propter nimiam longitudinem linea data à circino intercipi non possit; accipienda dimidia vel tertia, vel quavis alia pars; per quam ad sequentem modum operaberis.

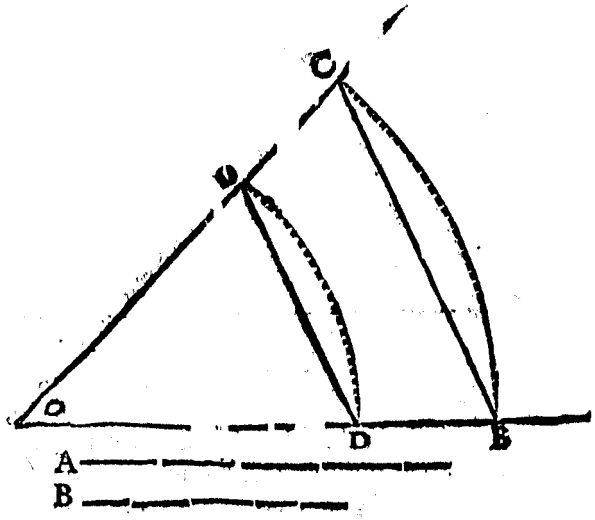
Sit linea data, cujus A sit pars tertia, & desideras ex illa longiori partem septimam, multiplica 7. per 10, ut paullo ante docuimus, fient 70, ad quam distantiam describatur arcus, cui aptetur (A) tertia longioris lineæ pars, per terminum ex centro ducatur linea, ut fiat angulus fundamenta is. Numerus autem ille per quem prius 7 multiplicasti nimirum 10, multiplicetur per 3, propter tertiam partem assumptam, & prodibunt 30, ad quarum partium inter

intervallum ex linea regulæ nostræ desumptum inter crura anguli fundamentalis, ducatur arcus, & subtensa ejus dabit septimam lineæ datę partem quæsitam. A

PROBL. 3.

Duabus datis lineis, quot partes alterutra earum, in quas altera statuitur esse divisa, contineat, inquirere.

Exempli gratia. Recta data sit A, quam præsupponimus in 75 partes divisam: Quæritur quot ex eis alia data linea B in se contineat? Ad intercapedinem 75 partium ex lineâ super regulâ nostrâ in 100, partes divisâ accepi



tam, describe ex centro O arcum B C, inque eo aptetur linea A, à B usque in C; ducaturque O C, ut fiat angulus B O C. Postmodum recta B, per circinum accepta, transponatur transversim inter anguli crura ad D, & D puncta, ita ut eadem ęqualitę à centro O distent: Et intercapedo O D in partibus lineę divisæ docebit, quot partes linea B contineat, qualium A 75 habet. Quod

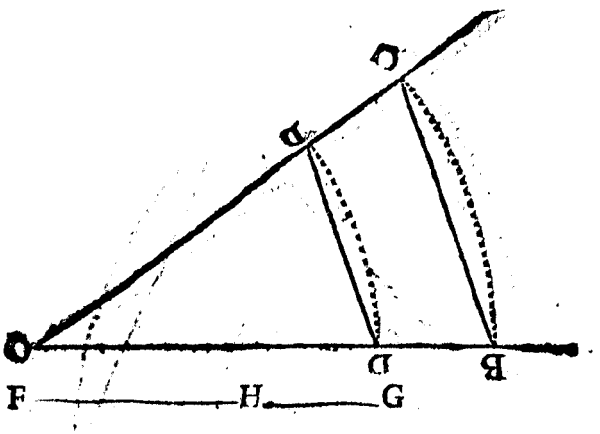
 si recta

si recta B aliquoties in se contineat lineam A in partibus cognitam, tunc A auferenda à B, quoties fieri potest, & residui partes prædicto modo inquirendæ.

PROBL. 4.

Datam rectam lineam extrema, ac media ratione secare.

IDem hoc proponitur in El. Eucl. 11. prop. 2. & 30, 6. Cujus problematis facilem praxin hic exhibemus. Sit data recta F G proportionaliter dividenda, ita ut tota linea F G se habeat ad majus segmentum F H; Vt idem segmentum F H ad segmentum reliquum H G minus. Extat in regulâ linea A B,



quæ est proportionaliter secta in E, ad hujus lineæ capacitatem describatur super fundamentali linea arcus peripheriæ, in quo coaptetur segmentum ejusdem lineæ A E. à B usque in C, ductaque linea O C: erit angulus C O B fundamentalis constructus. Per quem dicto citius propositum exsequemur, & quamcunque lineam proportionaliter secabimus: Namque secundum lineæ datæ F G longitudinem ex centro O descripto arcu, ejus subtensa D D dabit segmentum majus, quod facile in lineam datam transferri potest ad punctum H, Eritque ut F G, ad F H segmentum ejus majus, ita F H, ad H G segmentum minus. Eandem porro lineam in quotcunque segmenta invicem proportio-

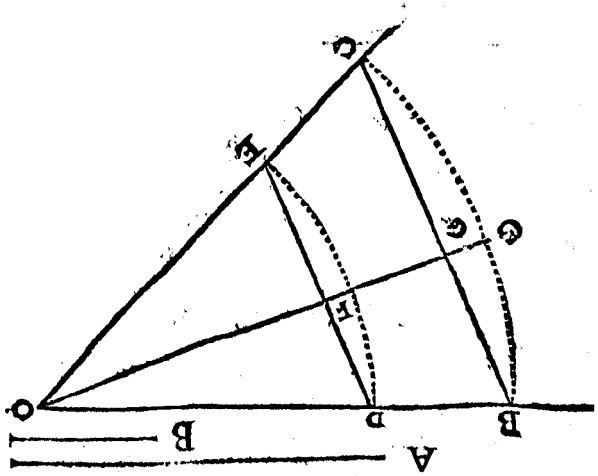
portionalia licet dirimere per 5. pr. 13. Eucl. Vt & nos lib. 1. c. 4 præc. 7 docuimus. Habet autem hęc lineę divisio in stereometria insignem & admirandam vim & naturam, ut non immerito à Mathematicis divinam quandam proportionem habere dicatur.

Possemus hic adiungere, qua ratione datis duabus rectis tertia, item tribus quarta, & duabis datis media proportionalis inveniatur; Sed quia non alio modo omne id fit, quam eo quo in Geometria nostra monstravimus, quædam etiam per hanc proportionis regulam fierent operosius, studio ista, & quæ inde dependent, transibimus, proponimus saltim illa, quæ faciliorem admittunt praxin.

PROBL. 5.

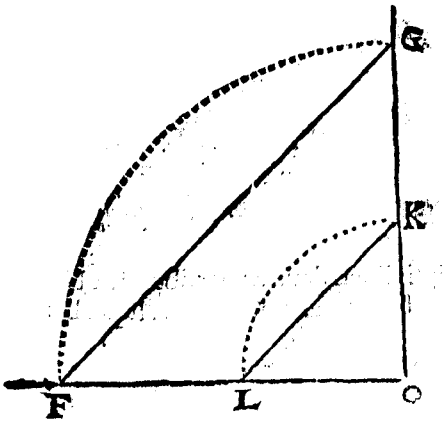
Datis duabus rectis duas medias proportionales invenire.

PRimo dimensis ipsis lineis datis ex partibus LIN. in regula æqualibus, ut in numeris eorum habeamus notitiam, reliqua beneficio *Reg. Cub.* in re-



gula notatæ, absolvemus ut sequitur. Sint duæ lineę A. & B. datæ, quarum A. partes 22, B. 8. continent, inter quas duę mediæ proportionales investi-

gandę sunt. Accipe per aperturam circini ex linea Cubica intervallum 22 partium, quod statuatur in linea fundamentali O B, describaturque ad illud arcus B C, ad quem aptetur linea A data; à B nempe usque in C. ducaturque O C. Deinde, accipe ex linea Cubica intervallum 8 partium, secundum illud describatur arcus D E, cujus subtensa dabit primam mediam proportionalem. Porro in arcu D E recta B statuatur, à D nempe in F, protrahaturque O F, quę occurret B C arcui in G, eritque ejus subtensa B G altera media proportionalis. Atque ita factum erit quod problema jubet. Sed pro posteriori illa



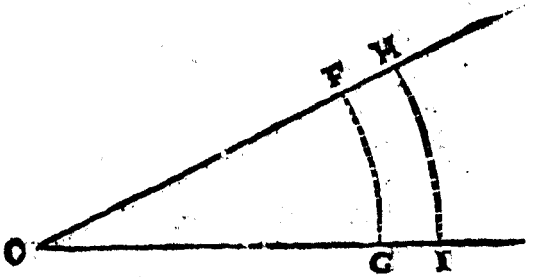
proportionali invenienda, poteris etiam sic operari. Secundum radium 8 partium cubicarum describatur arcus F G, in quo coaptentur partes 22 cubicę ab F in G, conjunganturque O G ad rectam, deinde ad intervallum datę lineæ B, ducatur arcus, cujus subtensa L K erit altera media proportionalis, quam quærimus. *Hæc de lineis rectis, sequitur de peripheriis.*

PROBL. 6.

In data sive descripta circuli peripheria arcum quotlibet graduum, graduumque partes complectentem numerare sive constituere: Et contra, quot gradus, graduumque partes in quovis arcu peripheriæ dato contineantur cognoscere, etiamsi peripheria illa data in gradus divisa non sit.

Deseri-

Describatur super fundamentali linea, ad intervallum 60 g̃ ex linea, *Circulus* in digitata, desumptum, arcus I H, deinde ex iisdem lineæ partibus assumantur gradus desiderati $27\frac{1}{2}$. iidemque statuantur in arcu descripto ab I usque in H, ducaturque recta O H. Post ea juxta intervallum radii peripheriæ datæ, delineandus arcus G F, qui gradus desideratos comprehendet, & facile in peripheriam datam transferri potest.



NOTA.

Quamvis linea circularis in instrumento nostro in 80 g̃. distincta est: attamen quando proponitur arcus major quam 60 g̃. præstat, à peripheria prius per radium auferre 60. g̃. tot enim gradus omnis radius intercipit, & deinceps reliqui gr. vestigandi.

Verbi gratia. Sit assumendus arcus $80\frac{1}{2}$ g̃. Tunc primum à peripheriâ auferatur radius (utpotè arcus 60. g̃.) Deinde vestigentur ad modum præscriptum g̃. $20\frac{1}{2}$. (excessus nimirum propositorum g̃. supra 60.) juxta quos gradus, arcus inter crura anguli fundamentalis constitutus, à termino 60. g̃. in peripheriam datam transponatur, & habebis arcum $80\frac{1}{2}$. g̃. quæsitum.

Vicissim, si desideras scire, quot gradus arcus quilibet in peripheria propositus comprehendat; tunc descripto ad intervallum radii peripheriæ datæ arcu, in eodem assume amplitudinem arcus dati à G usque in F, & protractâ lineâ O F, donec arcum H I, ad intervallum 60. g̃. descriptum, intercipiat in H, ejus subtensa H I apprehendet in linea circulari partes $27\frac{1}{2}$. Et totidem gradus continet arcus peripheriæ datus.

CONSECTARIVM.

Eodem operandi modo licebit.

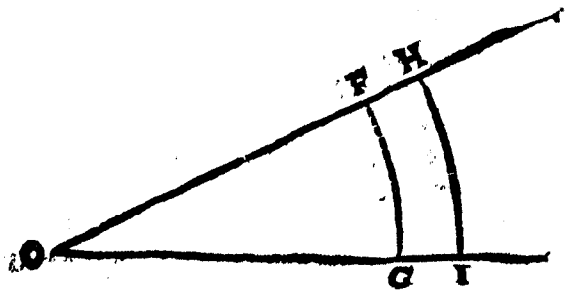
Quamlibet partem, utpotè 7. 11. 13 vel aliam ex quavis peripheria desumere.

Loco exempli desidero $29\frac{1}{2}$ am periph. partem: divide gr. periph. integræ 360 per $29\frac{1}{2}$ fiunt $12\frac{12}{59}$ hoc est 12 gr. 12 m fere. & arcus totidem graduum ex data peripheria acceptus, dabit optatam periph. partem.

PROBL. 7.

Amplitudinem anguli rectilinei dati cognoscere, & per consequens, angulum rectilineum ad amplitudinem datam construere.

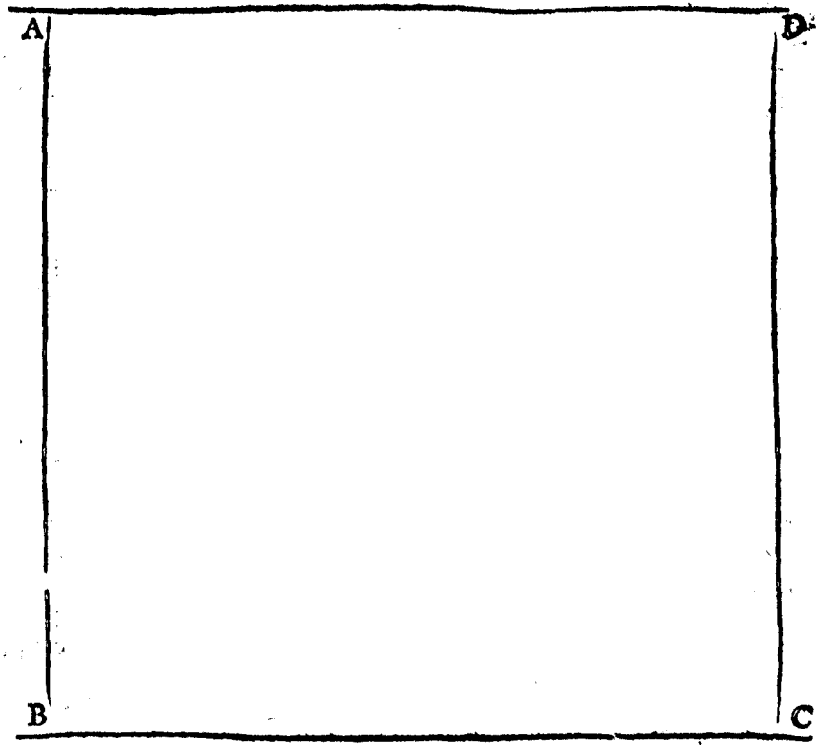
VErbi gratia, Sit construendus angulus $27\frac{1}{2}$. $\bar{g}$: Super fundamentali linea descripto arcu ad intervallum 60. $\bar{g}$. ex linea CIRC. desumptum, accipe ex eadem $\bar{g}$ $27\frac{1}{2}$, eosque coapta ad arcum descriptum ab I usque in H, ducaturque OH recta, quæ cum fundamentali linea efficiet angulum desideratum.



Alio modo & expeditiori viâ præductum probl. absolvere, beneficio lineæ GRAD. TANG. indigitatæ.

Datur recta AB, & ab A usque in B statuatur intervallum 45 gr ducaturque per

que per B perpendicularis B C, cui applicanda regula, ita ut initium graduum ſtatuatur in B finis autem hoc eſt 45 gr. terminet in C: Deinde ab A, tanquam centro, per ſingulos regulæ gradus ducendæ lineę, vel filum potius per ſingu-



los gr. protrahatur, & juxta numerum graduum iſtorum fient anguli ad 45 uſque. Poſtea ad intervallum itidem 45 gr. ducatur A D perpendicularis ad A B, ipſique B C parallela, & adaptetur regula ad D & C puncta, ita ut initium numerorum reſpondeat ipſi D, & finis terminet in C, à quo reſidui gradus ad 90 gr. uſque numerandi, & ſignandi.

PROBL.

PROBLEMA. 8.

Dati cujusvis arcus semicirculo minoris sinum investigare.

ARcum peripheriæ datum duplicato, atque intervallum arcus duplicati per circinum ex L I N. circ. indigitata accipe. Cum hoc ingredere L I N. in 100 partes divisam, & examina quot partes circini expansio apprehendat: (æstimando partem quamlibet 10, itaque 100 part. erunt 1000) partes enim istæ dabunt sinum arcus propositi. *Verbi gratia.* Proponitur arcus 30 gr. cujus duplum 60 per circinum in L I N. acceptum comprehendit ex part. L I N. partes 50, quę 500 æstimandæ, suntque sinus arcus 30 gr.

Quando arcus datur quadrante major, auferes propositum arcum à semicirculo, & cum residuo operare ut supra.

PROBLEMA 9.

Dati Cujusque arcus, 63 gr. minoris, N. Tangentem reperire.

IN opposito Regulæ latere duæ extant lineæ, quarum prima continet gr. Tangentes ad 45 gr. usque: Altera residuos gradus ad 63 usque terminat, ex quibus facile erit N. Tangentem propositi peripheriæ arcus excerpere. Quando enim arcus offertur minor quam 45 gr. intrabis lineam primam & per circinum gradus arcus dati accipe, & examina quot partes ex L I N. in 100 part. divisa, expansio circini apprehendat, ea enim dabunt N. Tangentem arcus propositi, æstimando quamlibet 10 ut supra.

Quando arcus datur major quam 45, minor tamen quam 63: intrabis L I N. secundam, & partibus ex linea 100 partium, peracta operatione, acquisitis, adde radium 1000 part, constabit propositum.

Verbi gratia. Detur arcus 58 gr. 20 m. hoc est $58\frac{1}{3}$ gr. Hisce gradibus ex linea Tang. secunda per circinum acceptis respondent partes L I N. 62 quæ valent 620 (ubi singulæ pro 10 estimentur) quibus adde Radium 1000 partium, quia arcus datus excedit 45 gr. dabitur N. Tangens optatus 1620.

Reciproco

Reciproco operandi modo licebit

PROBL. 10.

Dato Sinu vel Tangente, arcum ejus respondentem colligere.

EXempl. sit in Sinu dato 477 part. Quæritur arcus ei respondens: partes hasce ex LIN. per circinum accipe æstimando quamlibet decimam partem pro 100, hoc est quælibet pars æstimetur 10 ut supra, & examina quot gradus in LIN. CIRC. ista Circini expansio apprehendat, invenies 57 gr; horum dimidium 28 gr. 30 m. erit arcus optatus.

Exemplum in Tangente.

Quando N. Tangens datur minor Radio 1000 part. per circinum partes illas ex linea acceptas examinactis in Linea GR. TANG. prima, ac ibidem arcum optatum acquires. *Verbi gratia.* datur N. Tangens 267 part. quibus ex LIN. acceptis respondet arcus in GR. TANG. 15½ gr.

Quando N. Tangens datus excedit Radium 1000 part. tunc abjecto Radio reliquas partes per circinum ex LIN. desumes, & circini expansio indicabit in lin. GR. RANG. secunda, arcum optatum, *Verbi gratia.*

Datur N. Tangens 1767, abjectis 1000 part. residui 767 partib. ex lin. GRA. TANG. secunda desumptis, respondet arcus gr. 60½.

PROBL. 11.

De Resolutione Triangulorum rectilineorum sive planorum.

REsolutio Triangulorum est quæ datis tribus quibuscunque vel angulis vel lateribus, sive puris, sive mixtis, reliqua incognita investigat.

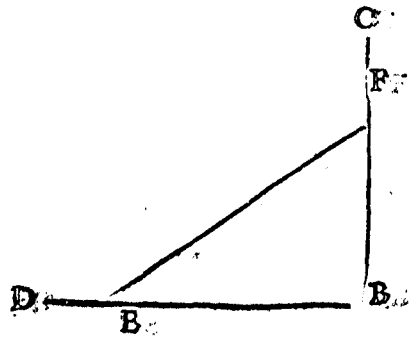
Resolvuntur Triangula vel plana vel sphærica. Planorum resolutionem mechanicè per LIN. adminiculo septimo probl hujus, octo præceptis absolvemus.

RESOLVTIO RECTANGVLORVM TRIANGVLORVM.

PRÆCEPTVM I.

Ex dato crure utroque Trianguli rectanguli, Basin ang. recti, & utrumque angulum acutum, compendiose deprehendere.

In Triangulo quovis rectangulo plano crus alterutrum detur 8 part. reliquum crus 6 part. Pro basi & angulis inveniendis: Beneficio normæ vel per 9 p. cap. 3 lib. 1 in planitie procreato angulum rectum B ductis lineis B D & B C. Deinde ex L I N. sumito per circinum partes 8, hanc circini expansionem mensurato in B D linea ab angulo recto B usque ad E. Eodem modo accipe per circinum intercapedinem 6 part. eamque mensurato in B C linea à B usque ad F. Tandem ducatur Basis Trianguli F E, cujus amplitudinem per circinum acceptam facilè cognosces ex part. L I N: Angulos præterea acquires per 6 probl. hujus.



NOTA.

Pro numeris 6 & 8 minoribus datis, licebit eorundem multiplices assumere,

mere, multiplicando eos per 10 *vel alium quemcunque numerum) ut fiant* 60 *&* 80.

Similiter quando dantur numeri majores, quales sunt 800 *&* 600, *eorum loco submultiplices sumenda, vel partes* L I N. *æstimanda multiplices, hoc est quamvis partem,* 10 *vel* 100, *& decimam qualibet partem* 100 *vel* 1000 *æstimabis, continebit isto modo tota* L I N. 1000 *vel* 10000 *partes. Quod hoc loco monuisse sufficiat.*

PRÆCEPT. 2.

Datis basi & crure anguli recti, crus reliquum & angulos expiscari.

In Triangulo plano rectangulo detur basis part. 10, crus ang. recti alteruter sit 8 partium: crus reliquum & angulos hoc modo cognosces. Primum exstructo angulo recto D B C, intercapedinem 8 part. per circinum ex L I N. acceptam, mensurato in B D à B usque ad E, deinde accipe per circinum 10 partes, & posito uno ejus pede in punctum E, altero intersecabis B C lineam ad punctum F, ducenda itaque basis E F, ut fiat triang. rectangulum F B E, cujus crus F B cum angulis ad F & E acutis facile mensurabis, ut supra.

PRÆCEPT. 3.

Data basi cum angulo acuto, crura anguli recti venari.

Basis anguli recti sit data 10 part. angulus alteruter sit $53\frac{1}{6}$ cujus ad quadrantem complement. exhibet angulum reliquum $34\frac{1}{6}$. Vnde crura anguli recti cognosces si accepta per circinum distantia 10 part. in F G linea mensuraveris ab E usque ad F, deinde ad lineam & anguli recti basin E F per 6 probl. ex puncto F erigatur angulus alteruter acutus, utpote $53\frac{1}{6}$ gr. ducta linea F B. Similiter ex E puncto erigatur angulus alter datus $34\frac{1}{6}$, ducta linea E B: utræque lineæ se invicem secabunt ad angulum rectum in punctum A, unde crura E B & F B facile ex L I N. per circinum mensurabis.

PRÆCEPT. 4.

Dato crure cum angulis acutis: reliquum Crus & Basin anguli recti cognoscere.

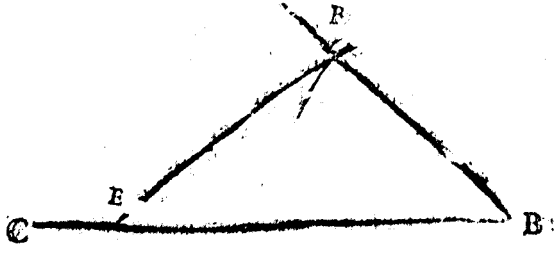
In triangulo rectangulo crus alterutrum sit datum 8 part. Anguli sint ut pridem, hoc est ang. minor sit $36\frac{1}{6}$, angulus major $53\frac{1}{6}$ Prius construatur angulus rectus D B C. In linea B D à B usque ad E numeretur crus datum per circinum acceptum utpote 8 part. Ex puncto E erigatur, ad B D lineam, angulus dato cruri adjacens $36\frac{1}{6}$, ducta linea E F, quæ intersecabit lineam B C ad punctum F, unde fiet triangulum E B F, cujus basis E F & crus incognitum B F facile ex partibus numerari possunt.

SOLVTIO TRIANGVLORVM OBLIQVANGVLORVM.

PRÆCEPT. 5.

Datis tribus trianguli obliquanguli lateribus: tres ejusdem angulos concludere.

In triangulo obliquangulo latus primum detur 815, latus alterum 1340, & tertium sit earundem partium 898: quærantur ejusdem trianguli tres anguli.



Primum

Primum in linea B C producta mensuretur latus datorum maximum à B usque ad E, utpote sumendo ex part. lin. (singulis pro 10 vel 100 æstimatis) partes 1340. Deinde accipe intercapedinem alterutrius lateris dati, utpote 898 part. & posito circini pede in punctum B, altero signabis arcum obscurum & deletilem. Denique assumes per circinum partes tertii lateris 815, & cum hac intercapedine circini ex puncto B signabis alterum arcum secantem priorem in puncto F. Ducanturque lineæ E F & B F, eritque Triangulum constitutum: cujus angulos cognoscere poteris ex dicto 7 probl. erit enim angulus F $102\frac{1}{3}$ ang. B $40\frac{5}{6}$.

PRÆCEPT. 6.

Datis duobus trianguli obliquanguli lateribus cum angulo ab eis comprehenso: latus tertium & angulos concludere.

In triangulo obliquangulo sit angulus datus $40\frac{5}{6}$ gr. crus ejus alterutrum sit 1340, alterum crus sit 815: latus tertium, & angulos reliquos hoc modo concludes Primum constitues angulum datum $40\frac{5}{6}$, ductis lineis B C & B F, deinde accepta per circinum intercapedine 1340 part. mensurabis eam in B C linea à B usque ad E, similiter intercapedinem 815 part. mensurato in B F linea à B usque ad F, ducaturque linea E F, ut fiat triangulum B F E, in quo angulos & latera mensurabis ut supra.

PRECEPT. 7.

Datis trianguli obliquanguli duobus lateribus & angulo non ab eis comprehenso obtuso: (aut si acuto, data anguli specie alteri lateri oppositi) angulos reliquos & tertium latus inquirere.

In triangulo obliquangulo detur angulus $40\frac{5}{6}$, latus angulo dato adjacens sit 1340, latus eidem angulo oppositum sit 898 part. ang. F lateri dato oppositus detur obtusus. Latus tertium, & angulos reliquos hoc modo investigabis. Primum in linea B C mensurato à B usque ad E latus angulo dato adjacens, utpote partes 1340 ex linea A B divisa per circinum acceptas: deinde ex B

puncto describatur angulus datus 40½, ducta linea E F: deinde per circinum accepta intercapedine alterius lateris dati, utpote 898 part. pone unum ejus pedem in punctum E, altero intersecabis lineam B F productam, in punctum F, & hæc quidem intersectio contingere potest duobus in locis, utpote in loco, respectu puncti B, propiori, & in loco ab eodem puncto remotiori: unde quando species anguli datur obtusa, ut in nostro exemplo, assumes intersectionis locum viciniorem; alias quando anguli species datur acuta, sumendum est punctum remotius: tandem ducenda linea E F, quæ cum prioribus triangulum F B E constituet; in quo anguli & latus tertium mensurari possunt ut supra.

PRÆCEP. 8.

Trianguli obliquanguli datis duobus angulis cum latere quocunque angulum tertium, & reliqua latera investigare.

Subductis duobus angulis datis ex semicirculo, relinquitur tertius. Deinde in B C linea mensurato à B usque ad E partes lateris dati per circinum, ex L I N acceptas: & ex puncto B constitue ad lineam B C angulum lateri dato adjacentem alterutrum, ducta linea B F. Similiter ex puncto quoque E ad eandem B C lineam describe angulum alterum lateri quoque dato adjacentem, ducendo lineam E F: & fiet triangulum E B F, cujus latera incognita beneficio circini, ex partibus L I N. mensurari possunt ut supra.

CONSECTARIVM.

Altitudines ædificiorum, turrium & montium, Latitudines fluviorum, eorumque ab invicem distantias dimetire.

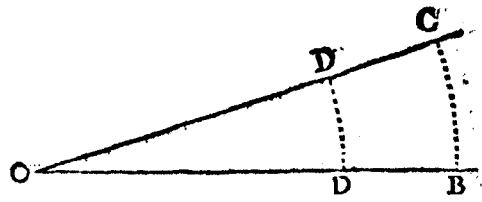
Præter alia innumerabilia, etiam hoc consectarii loco nonum. & undecimum probl. absolvunt, uti sub finem 2 præc. & ad initium 5 præc. & 9 cap. 2 lib. 2 hujus, docuimus.

PROBLEMA 12.

Data circuli diametro, peripheriam, propè verum, indagare: & contra; Data circuli peripheria diametrum quærere.

In linea C I R, extat signum ✠, estque proportio diametri ad circumferentiam

rentiam, quando diameter statuitur 60, ubi itidem signum ⊕ posuimus: Assumpto Radio 60 gr. describatur ex O arcus circuli, inque eo intervallum signi ✢ coaptetur à B usque in E, protrahaturque linea O C, & sic fundamentalis angulus B O C erit constructus, ad cujus crura diameter circuli dati transversim statuatur in D, & D puncta, ista cautione, ut sint æqualiter à centro vel à punctis B & C remota. Namque eorum distantia à centro, utpote O D, dabit peripheriam desideratam.



Vicissim si data sit circuli peripheria ejus diametrum expeditius cognosces: Exstructo enim angulo fundamentali B O C, describatur ex O, ad intervallum peripheriæ datæ, arcus D D, cujus subtensa D D dabit diametrum circuli.

Eandem peripheriam ex diametro circuli data cognosces fortè expeditius, ubi in linea quadam diametrum ter assumpseris, & eis per 2. Probl. superadaddas septimam diametri partem.

Aliter.

In LIN. constitutum est signum ✢, illudque pro diametro assume, & ejusdem lineæ partes pro semiperipheria. Quare ad intervallum signi ✢ arcus describatur, in quo statuatur intercapedo 50 part. per terminum istum linea ducta dabit ang. fundamentalem: si ad utraque ejus crura ex centro diameter bis assumatur; linea transversa quæ istos terminos apprehendit, dabit peripheriam.

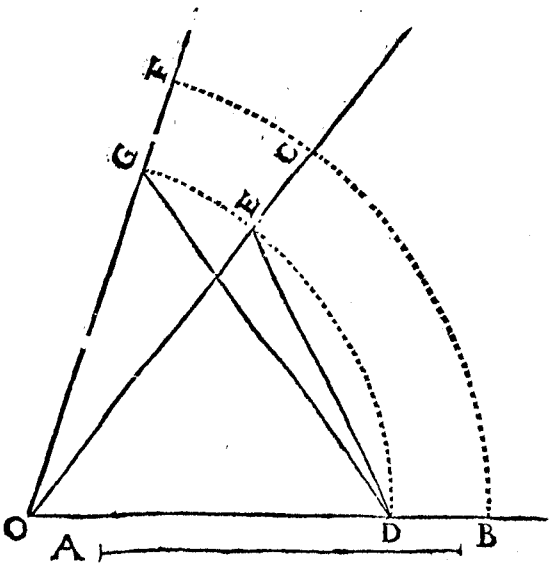
Post circularem lineam sequitur illâ, quæ LATERA FIG. REGVLARIVM comprehendit, nempe à triangulo ad figuram usque 80 laterum: numeri enim 3. character, à linea A numerando latus Trigoni denotat, ut & 4. latus quadrati, 5. pentagoni, 6. hexagoni, 7. heptagoni, & ita deinceps. Porro quia per Coroll. prop. 15. 4. Eucl. radius peripheriæ latus hexagoni comprehendit, si super linea fundamentali O B, ad intervallum lateris hexagoni ab A versus B, ex regula dimensi, arcum descripseris, poteris facillimè,

PROBL.

PROBL. 13.

In dato circulo quamcunque regularem figuram planam describere.

SVmamus pro exemplo heptagonum circulo inscribendum, cujus radius sit A. Primum super linea fundamentali ad intervallum lateris hexagoni arcus descripto aptetur à B in C latus heptagoni, & ducatur recta O C. eritque angulus B O C fundamentalis constructus, ad cujus crura, quando ex ejus cen-



tro, O secundum radium circuli cujuscunque dati, arcus describitur, subtensa ejus dabit latus heptagoni. Quare, ad intervallum radii dati A, describatur arcus, cujus subtensa D E erit latus heptagoni dato circulo inscribendi, cui si septies illud aptetur, factum erit quod postulamus.

Simili modo, si in eodem B C arcu continuato in F aptaveris latus pentagoni ex Regula desumptum, O & F autem rectâ conjunxeris, ut constructo funda-

fundamentali angulo B O F, ad intervallum dati radii A, inter ipsius crura arcus constituatur, subtensa ejus D G dabit latus pentagoni circulo inscribendi, cujus radius est A, atque ita de reliquis.

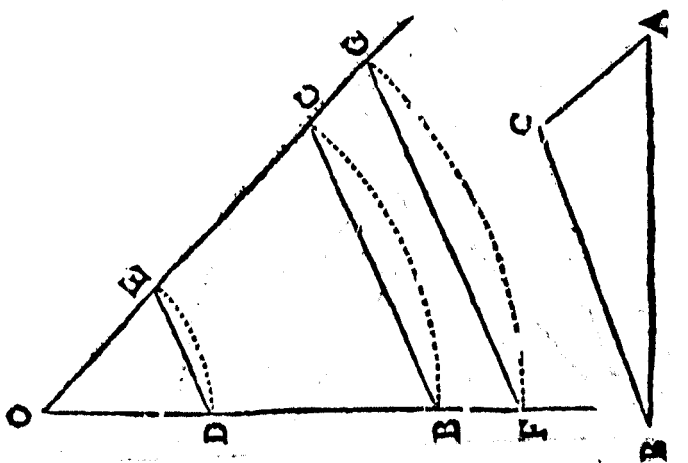
Quinque tantum reperiuntur in rerum natura corpora plana regularia, quorum fabricam in Geom, nostræ lib. 1. c. 13. exhibuimus, hic autem quomodo sphæræ coaptari possint docebimus.

In eadem regulæ parte extat linea CORP. SPHÆRÆ INSCRIPTIO indigitata, continetque axim sphæræ, & latera quinque planorum corporum regularium suis quæque iconismis designata, Ex hac linea latera figurarum sphæræ propositæ inscribendarum, ad eundem modum, ut supra de planis figuris circulo inscribendis dictum est, inveniemus,

PROBLEMA 14.

In data sphæra corpus quodvis regulare inscribere.

EXempli gratia. Sumamus Tetraedrum sphæræ propositæ inscribendum. Accipe ex regula intervallum axis sphæræ, quod ad iconismum sphæræ terminatur, secundum quod arcus describatur F G, inque eodem ab F, in G.



latus Tetraedri usque ad ejus signum ⚠ ex regula desumptum, accommodetur, ducaturque linea O G, ut fiat angulus fundamentalis F O G, ad cujus crura ex centro O, juxta axem sphæræ datæ, describatur arcus B C, cujus sub-

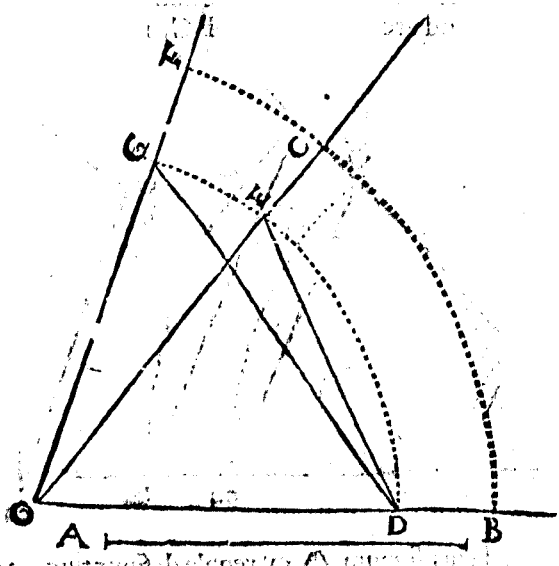
tensa dabit latus Tetraedri desiderati. Quare ex præc. 10. cap. 12. Geom. nostræ lib. 1. ex invento isto latere Tetraedrum construatur, quod sphæræ datæ coaptabitur.

Sequuntur transmutationes figurarum regularium tam planarum quam solidarum: quibus inservit linea, quæ trium planarum, utpote Quadrati, circuli, & Trianguli: & quinque corporum regularium reductionem (quæ suis singulæ iconismis designantur) comprehendit.

PROBL. 15.

Dato Circulo æquale Quadratum, & Triangulum æquilaterum constituere, & contra.

DEtur circulus cujus diameter sit A, petiturque quadratum ei quam proxime æquale ut fiat: Super fundamentali linea ad intervallum lateris circuli, ad usque ⊕ notam ex linea accepti, describatur arcus B C, inque eo aptetur, à B in C, latus quadrati ex eadem regula acceptum ad iconismum usque



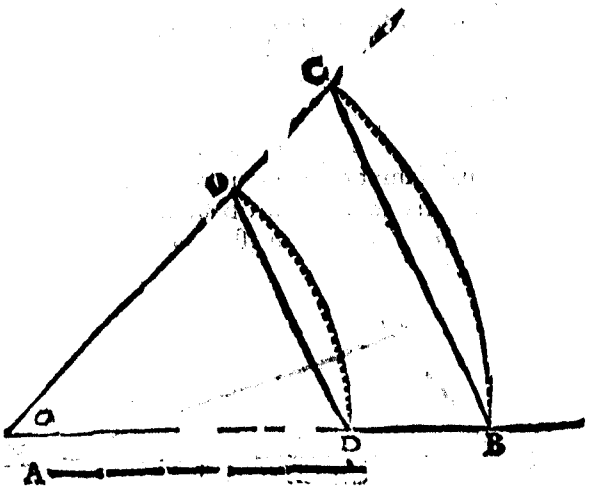
usque □: ducaturque recta O C, ut angulus constituatur B O C; ad quem facili negotio circulum quemcunque quadrabimus, quando nempe inter crura anguli constituti ad intervallum diametri circuli dati A arcus describitur D E; subtensa ejus D E, erit latus quadrati circulo quam proximè æqualis.

Ad eandem operandi formulam licebit Quadratum æquale Triangulo, Circulum Quadrato, & Triangulum Quadrato vel Circulo æquale constituere.

PROBL. 16.

Corpora 5. Regularia commutare.

IDem etiam processus est in corporibus, qui in planis. *Verbi gratia.* Detur sphæra ejusque axis A, cui cubum æqualem volo. Ad intervellum axis sphęrę ab A C. ad iconismum O ex linea acceptum, descripto arcui B C. coaptetur latus cubi (ex reg. itidem usque ad iconismum acceptum) à B in C,



ducaturque linea O C, faciens cum O B, angulum fundamentalem, inter cujus crura ad amplitudinem axis sphæræ A, vel alterius cujuscunque datæ, descripto arcu, erit ejus subtensa D D, latus cubi, ex quo si cubus construatur, juxta

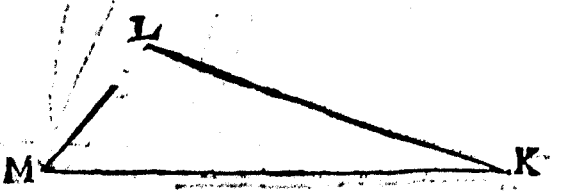
præc. 11. c. 12. Geom. nostræ lib. 1. erit ille cubus sphæræ datæ quam proxime æqualis, Atque ita de aliis etiam corporibus.

Hactenus mensuras linearum rectarum & circularium exposuimus, & earum in partes tam æquales, quam proportionales sectionem, nec non & regularium figurarum commutationem, earumque in circulo, & sphæra inscriptionem. Sequitur usus linearum QVADR. & CVB. quarum beneficio figuræ tam planæ, quam solidæ augentur, & minuuntur, nec non & corporum id est solidarum figurarum capacitates ad frisiorum cantarorum, sive sextariorum, Aem dictorum, mensuram indagantur.

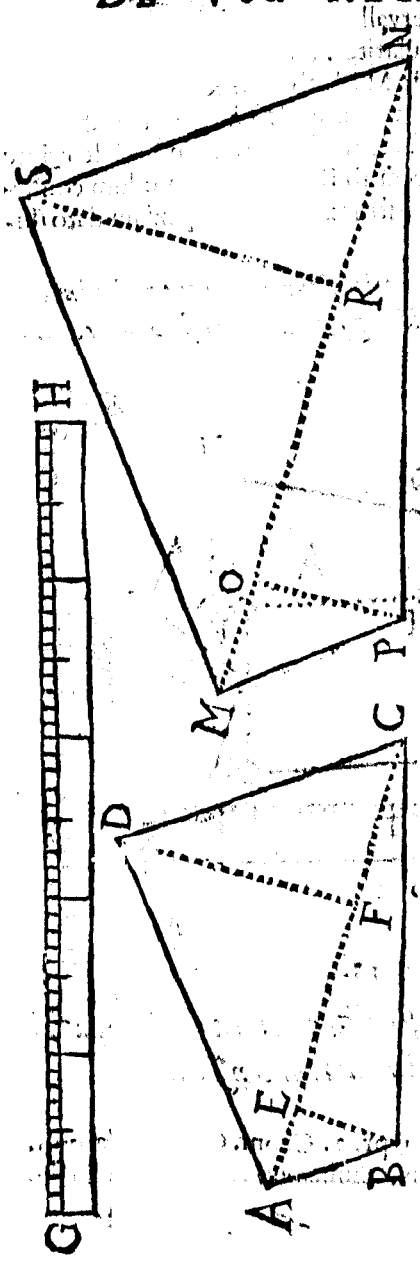
PROBL. 17.

Data quavis figura plana eidem similem similiterque sitam in quavis proportione majorem, vel minorem constituere.

PRoblema hoc resolvere docuimus Geom. nostræ lib. 2. cap. 3. prec. 19. ope autem hujus regulæ expeditiorem nunc modum monstrabimus Detur figura quævis plana Triangulum, Quadrangulum, vel Multangulum: cui similis construenda, & similiter sita in proportione ut I se habet ad H: primum in numeris lineę datæ sunt explorandæ per partes regulę æquales, & invenies, quod qualium H habet 12, earum I continet 8, vel quod idem est, ut 3. ad 2. hoc premisso ad intercapedinem 12 partium ex linea QVADR. assumptam describatur arcus BC, inque eo à B in C statuantur partes 8 ex linea QVADR itidem desumptæ, ductaque recta OC, erit angulus fundamentalis constitutus, ad quem quamcunque oblatam figuram planam in proportione data minuere possumus. Vt autem iste angulus exacte construatur, prestat



majores numerorum terminos assumere, multiplicando partes datarum linearum per 3, 4, 5, vel quemcunque numerum, ut si partes datarum 12 & 8 per 3. multi-



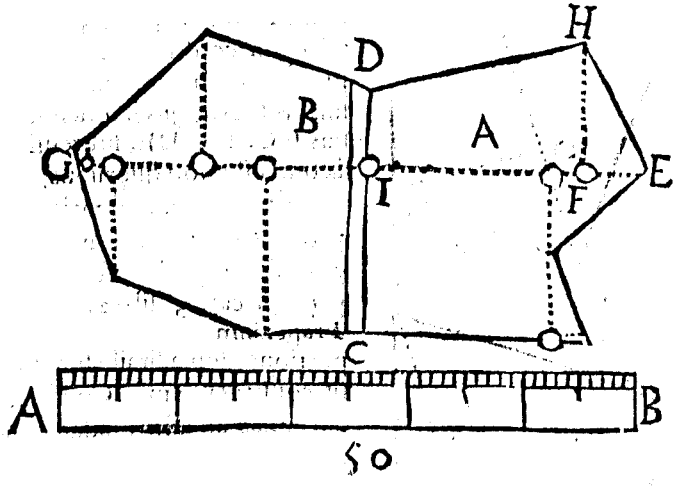
3. multiplicaveris, provenient 36, & 24, ad quas distantias sumptis mensuris angulus dabitur accuratior.

Tota enim operationis certitudo ab anguli accurata constructione dependet. Quod hic monuisse in posterum sufficiat. Pro exemplo sumamus nobis Triang. K L M. cui aliud simile similiterque positum, in proportione data imminutum, constituere volumus. *Huc referenda figura 14. probl. quæ extat pag. 249.* Inter anguli crura ex trianguli K M, K L, L M, lateribus, describantur singuli arcus, quorum subtensæ F G, B C, D E, erunt tria latera trianguli construendi. Quare per 4. præc. c. 8. hujus constituatur Triangulum B C A. cujus latera sint æqualia tribus F G, B C, D E, subtensis inventis, & factum est quod quærimus.

In multangulis figuris eodem modo procedendum resolvendo illas in Triangula, & Trapezia rectangula, ut docetur præc. 7. cap. 5. lib. 2. Pro exemplo, sit Trapezium A B C D, cui majus in proportione dupla simile similiterque situm sit construendum. Constructo ut jam docuimus angulo fundamentali ad proportionem duplam (ita nimirum, ut si sit augendum per terminum minorem arcus B C describendus: si minuendum, contra) resolvatur Trapezium in Triangula rectangula per lineam diagonalem A C, ut in schemate factum vides, deinde inter anguli fundamentalis crura describatur ex O, ad intervallum A E, arcus, cujus subtensa M O in altera diagonali tibi futura linea, utpote M N, statuatur ab M in O, deinde inter anguli funda-

mentalis crura describatur arcus ad intervallum perpendicularis E B, cujus subtensa erigatur in M N ad O perpendiculariter. Rursus arcus fiat ad intervallum E F, cujus subtensa statuatur in recta M N, ab O in R. Similiter ad intervallum perpendicularis F D describatur arcus, & subtensa ejus statuatur perpendiculariter in M N, ab R in S. Tandem ad intervallum F C descripto arcu, subtensa ejus transferatur in M N recta ab R, in N. postmodum connectantur M P, P N, N S, S M, rectis; & constructum erit Trapezium dato duplo majus.

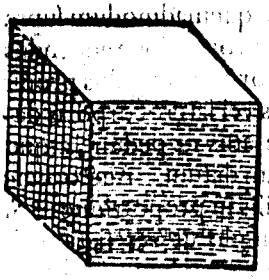
Atque in hunc modum licebit quamvis figuram augere vel minuere; dummodo in Triangula, & Trapezia rectangula eadem resolvantur, ut in schemate hoc oculis subjicitur.



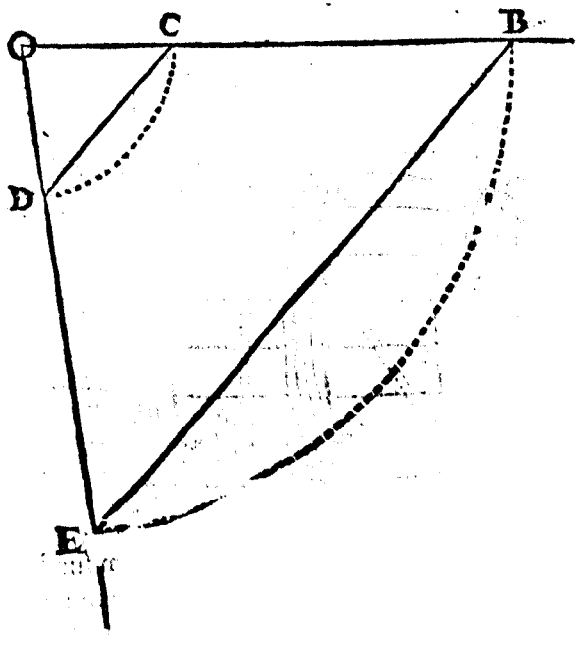
PROBL. 18.

Datâ figurâ solidâ, eidem similem, similiterque sitam in quavis proportione data majorem, vel minorem constituere.

TRactavimus hoc Problema lib. 1. c. 24. pr. 2. Geom. Ope regulæ quomodo expeditius id fiat hic explicabimus. Sumamus nobis cubum in dupla pro-



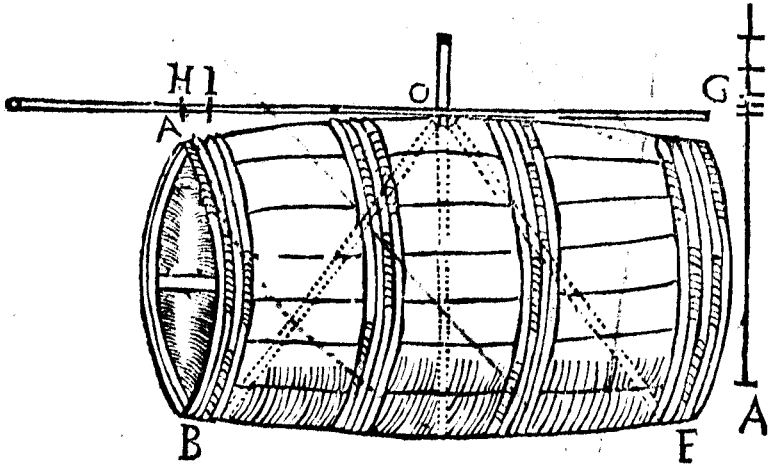
pla proportione augendum: Primum ex linea CVB. accipe intervallum unius sive 10 partium; quo enim plures assumantur partes, eo certior erit operatio, presertim si figure datæ sint admodum magnæ, Vt Ara illa in templo Dianæ, cujus duplicationem ex præcepto oraculi Delphici, desiderabant Athenienses. Vniversa enim operandi dexteritas, & certitudo dependet à cruribus O E. & O B. ad justum angulum constitutis. Ad intervallum itaque 10 illarum partium ex linea CVB.



desumptum, describatur arcus B E. inque eo à B in E. aptetur intervallum 20. partium ejusdem lineæ, ducaturque recta O E, & constructus erit angulus fundamentalis, quo exstructo accipiatur latus cubi dati, illaque mensurato in anguli cruribus ab O usque in D & C puncta, sicutique transversa D C dabit latus cubi desiderati.

Si fi-

Si figura data sit valde magna, constitue hunc angulum in tabula sive mensa bene levigata per numeros 50. & 100. ut accuratior, quemadmodum supra diximus, fiat operatio. Quod si in sextupla, vel majori proportione augendus esset cubus, vel quodvis aliud corpus, quia in tali proportione angulus prodit nimium obtusus, atque adeò nulli usui: duplicabis latus vel latera corporis dati: ut si cubus sit datus, cujus latus sit sex pedum, sume latus 12 pedum, atque ita cubus ille auctus erit in octupla proportione ad cubum datum. Aucto huic cubo, nempe cujus latus sit 12. pedum, constituatur similis in proportione ut 6. ad 8. qui priori dato erit in proportione sextupla. Exemplo ut res fiat manifestior, sumamus nobis dolium in sextupla proportione augendum. Ad fundamentalem lineam ad intervallum 8, vel 80 partium, ex linea C V B. desumptum, describatur arcus, inque eo statuatur intervallum 6, vel 60. par-



cium, ducaturque linea, quæ cum fundamentali angulum fundamentalem constituat; Quo peracto duplica latitudinem vasis A B, quam nempe habet in extremitate sua, & secundum illud intervallum describatur arcus, cujus subtensa dabit latitudinem vasis construendi. Ad eundem modum secundum latitudinem medietatis vasis duplicatam describatur arcus, cujus subtensa dabit latitudinem vasis ad orificium. Tandem ad longitudinem vasis C H duplicatam describatur arcus tertius, cujus subtensa dabit longitudinem vasis construendi. Eritque dolium eo modo constructum, sexies majus quam dolium propositum.

Simili

Simili processu quevis corpora, augere vel minuere licebit.

Ad hunc modum in quavis proportione corpora sine ullo negotio augeri & minui possunt. Sed si dolium propositum capeat cantaros 120 Frisicos, cui simile desidero, quod 80 similes contineat cantaros, quia linea cubica non admittit 120 partes, accipio utriusque numeri dimidium, stabit proportio in hisce terminis, ut 60 ad 40, secundum quam proportionem constituendus angul. fundament. & reliqua peragenda ut docuimus lib. 2. cap. 12.

Quod si structura aliqua magna, vel majus quoddam corpus transmutandum sit, non opus erit ad subjecti amplitudinem latera anguli fundamentalis extendere, sed mensurandum illud per perticam duobus, aut 3. pedibus longam, & in scrupula prima, & secunda distributam. Deinde ex angulo fundamentali alia pertica inquirenda, quæ cum priori in proportione data, ad quam corpus transmutandum erit, accurate respondeat.

Regularium irregulariumque corporum transmutationem uberius tractavimus cap. 14. lib. 1.

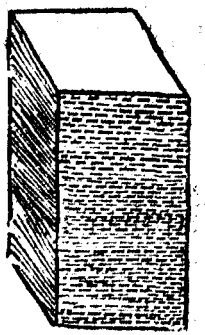
Hæc de commutationibus corporum, sequitur eorum stereometria in liquorum certa aliqua, & nota mensura.

In eadem Regulæ facie in opposito latere, quatuor extant lineæ rectæ mensuris cantarorum Frisiæ accommodatæ, suntque eæ singulæ in 100. partes per decimas, decimarumque decimas, distributæ. Lineas has integra appellamus, earumque decimas scrupula prima, & decimarum decimas scrupula secunda, quæ in periodos per commata distinguuntur. Verbi gratia. *Numerum hunc in periodos distinctum* 12. 6. 4. *sic exprimes* 12. *integra sine mensura* 6. *scrup. prima* 4. *scr. sec. Si species intermittens fuerit, ejus locus, & periodus cyphra supplenda, quare per hosce numeros* 13. 0. 4. *intellige* 13. *integra*, 4. *scr. sec. Plura de his vide lib.* 2. *c.* 1. *Eorumque numerationem instituimus in Arith. nostra cap.* 7. 8. 9. *&* 10.

Linearum istarum prima in mensurandis corporibus rectilineis suum præcipue habet usum, quamvis in Gibborum stereometria, sed majori numerorum molestia, etiam adhiberi possit. Continet hæc linea latus cubi-

cum 8 Cant. Frisi. Quorum 10. sextarium vulgo **een Aem** *efficiant, ejusdemque lineæ medium continet latus cubi unius cantari. Quare in minorum corporum stereometria adhibemus hujus lineæ medietatem, singulas ejus particulas pro duabus æstimando, ut medietas illa etiam 100. habeat partes.*

Omnium mensurandorum corporum stereometria absolvitur generaliter per multiplicationem areæ basis in altitudinem. Exempli gratia. Datur parallelepipedum oblongum, cujus basis est quadratum: Latus ejusdem quadrati sit 2. 8, lineæ nempe dimidiatæ, hunc numerum in se ducito, fientque 7. 8. 4. Estque basis area, quam multiplica in altitudinem, sitque illa 3. 2. 5. producetur contentum parallelepipedi 25. cant. 4. 8. Demus aliud exemplum in majori corpore; Sit cisterna cujus basis est longa 8 integra sive mensuras 4. scr. prim. lata autem 5. 6. quæ si inter se multiplicentur producent Aream basis 47. 0 4. Hanc rursus duc in altitudinem quæ sit 5. 3. 2. & productum cisternæ capacitatem indicabit, nempe 250. 2. 5. 2. 8. hic observandum 250. mensuras valere 25 sextarios sive **Aemen**. *Namque 10. mensuræ valent unum sextarium; 2. scr. pr. $1\frac{1}{2}$. Frisi. cant. fere. Nam 10. scr. pr. valent 8. cant. ergo duo valent $1\frac{6}{10}$. Plura exempla continentur cap. 5. lib. 2.*

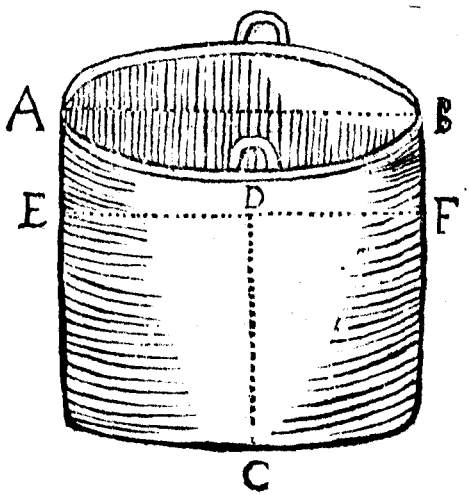


PROBL. 19.

Stereometriam cylindrorum, & vasorum vinariorum instituêre.

QVamvis Cylindrorum mensura per eandem lineam sumi possit. Multo expeditius tamen idem fit, quando adhibemus lineam secundam, quæ CYLINDRIS notata est, per hanc enim mensuram diameter baseos cylindri; & per linem primam altitudo accipitur. *Verbigratia*, Datur alneum, cujus A B diameter habeat mensuras lineæ secundæ dimidiatæ 2, 6. Altitudo-

titudo autem HB 3. 5. ex linea prima dimidiata: hæc altitudo multiplicanda per aream basis, & constabit capacitas aheni dati. Area autem basis expedite haberi potest ex linea quadrata quando nempe partes diametri basis, utpote 2. 6. in linea quadrata transponuntur, quod hoc modo fiet. Extat in Regula lineola in 100. partes hoc est scr. prim. & scr. sec. divisa, quæ LAT. □ indigetatur. Hujus lineolæ intercapedo bis applicetur partibus lineæ



QVADR. & cadet ista applicatio in partes 4, quibus si superaddatur intercapedo 6. scr. prim. ejusdem lineolæ, desinet hæc applicatio in 6. 8 & hæc est area basis, quę si multiplicentur in altitudinem 3. 5. constabit capacitas aheni 23. cant. 8. scrup.

Ad eundem quoque modum vasa sive dolia vinaria mensurantur. In primis enim per partes lineæ CYLINDRACIÆ mensuranda ęquata latitudo vasis; deinde vasis longitudo per partes lineæ primæ accipienda. Tandem longitudo per latitudinem multiplicata producet vasis capacitatem. In longitudine & latitudine vasis accipienda adhibetur virgula vel radius ferreus, per quem vasis latitudo ad utramque ejus extremitatem mensuranda, æquandę si fortè inæquales deprehendantur, earumque latitudo in radio cretâ notanda, deinde ad medium vasis sub orificio, latitudinem ejus metire, atque ibidem

quoque fiat signatura, postmodum per circinum inter utramque signaturam in ipso medio punctum statuatur; quod æquatam diametrum monstrabit. Exemplique causa, contineat ex lineâ secundâ partes 2. 1. 6. Hasce partes transferes in lineam quadratam, ut supra monstratum est, hoc est, lineolam L A T. bis transpones, ac insuper addes 1. 6. indicetque illa transpositio in lineæ quadratę mensuras 4. 8. Et tanta est area basis æquata. Postmodum longitudo per eandem virgulam sive radium mensuretur, quæ exempli loco habeat partes lineæ primę 3. 3. demptâ nimirum marginum abundantiâ, quam si in basim duxeris, provenient 15. 1. 8. hoc est 15. mensuras 8. cantarorum, quarum 10. sextarium ccn Aem continent, capitque dolium sesqui sextarium cum $1\frac{1}{2}$ cantaro.

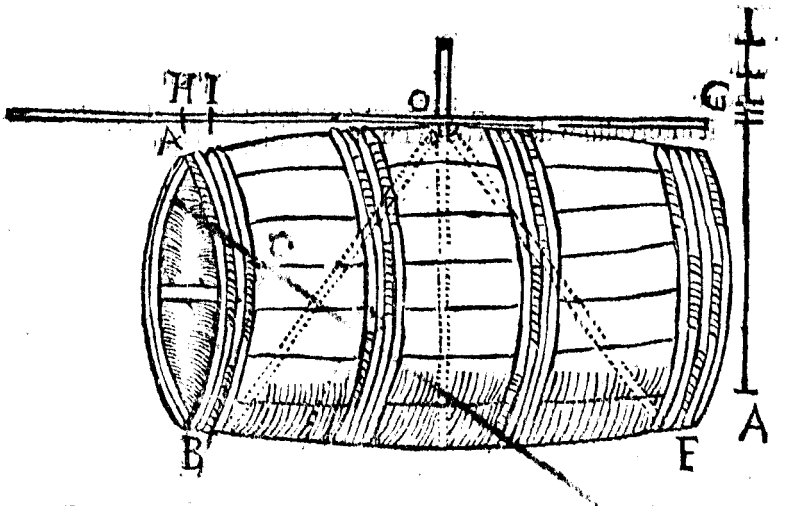
Hic non ignorandum, quod vasorum hæc stereometria peccat in excessu, propterea quod mensuras accommodavimus ad Cylindros, qui æqualiter fastigeantur. Vasorum autem diametri valde sunt inæquales, præsertim quando nimium sunt ventriosa. Experientiâ tamen compertum habeo in vasis vulgaribus, & eodem modo proportionatis, quæ frequentius dimetienda veniunt, mensuram nostram pro singulis sextariis sive 40. cant. uno solummodo cantaro abundare, quare $1\frac{1}{2}$. cant. in priori exemplo omitti debent, continetque vas illud 120. cant. Fris. sive $1\frac{1}{2}$ sextarium.

PROBL. 20.

Absque ulla Arithmetica numeratione vasorum Geodesiam absolvere.

GEodesia hæc non nisi in vasis eodem modo proportionatis adhiberi potest, & perficitur beneficio lineæ tertiæ, quæ in DOLIIS signata est. Praxis autem est ut sequitur. In medio vasis orificio signum ponimus, à quo transversim mensuramus lineam obliquam, & brevissimam, ad usque inferiorem baseos extremæ partem, quam refert recta O F. Similiter mensuramus lineam brevissimam ad oppositam usque baseos partem inferiorem, utpote rectam O B, quę si priori O F non fuerit æqualis, æquabis utramq; per punctum quod in medio signatarum notarum cadit. Æquatam hanc longitudinem metieris per partes dictæ lineę tertię in DOLIIS indigetatæ. Partes illæ transferantur in lineam C V B. per lineolam L A T. , quæ statim ibidem vasis capacitatem commonstrat. *Verbi gratia.* Linea transversa O B. equata,

æquata; ex linea tertia 2. 4. 7. in se continent. Quare bis assumatur LAT. in linea cubica, & indicet mensura in 8. partes, à qua desinceps mensure-



tur intervallum 4. 7. part. terminabit mensura in 15. lineæ cubicæ partem, & totidem $\frac{1}{15}$. sextari continebit vas, hoc est, $1\frac{1}{2}$. sextarium sive 120. cant. Fris.

PROBL. 21.

Sphæram mensurare.

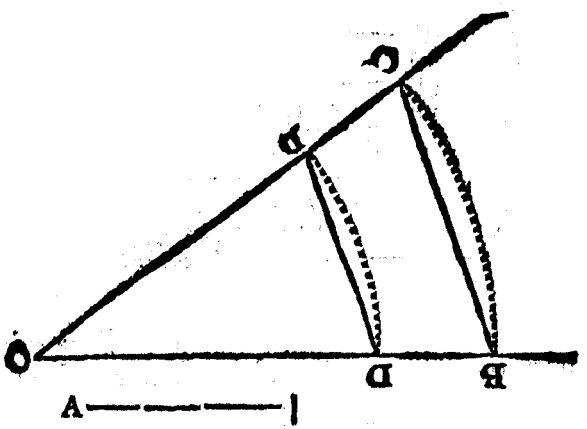
MEnsura sphæræ simplex & facilis est. Mensuratur enim ejus axis per partes lineæ 4. in SPHÆRIS notata, quæ beneficio LAT. CVB. in lineam cubicam transferuntur, ut supra in doliis monstravimus, & in sequenti problem. fiet manifestius.

PROBL. 22.

Mensuram globorum in septem metallorum generibus quæ in Reg. 7. planetarum characterismis designantur, inquirere.

REstat adhuc linea, quæ AXES 16. SPHÆRIS continet, cujus lineæ ope, ubi offertur globus ex ferro, plumbo, vel alio metallo facto, facile

exploramus, quot ille librasin se contineat. Construatur primum angulus fundamentalis hoc modo. Ex linea C V B, accipiatur intervallum 10. partium: secundum illud super fundamentali linea O B describatur arcus, cui aptetur axis 10. lb metalli istius ex quo globus, qui datur librandus, factus est, & per terminum ejus ex centro arcus descripti trahatur linea, quæ cum lineâ fundamentali angulum fundamentalem constituet, per quem facillime globum quemcunque ex eodem metalli genere dato librabimus. *Verbi gratia*, In scemate O B sit intervallum decem partium lineę cubicę, ad quod describatur ar-



cus B C. in quo à B in C. aptetur axis 10. lb ♂ .i. ferri, & ductâ lineâ O C. constitutus erit angulus fundamentalis B O C. Cujus beneficio expedite quemvis globum ferreum librabimus; ut si datus sit globus ferreus, cujus Axis est A. Accipe per circinum axis datæ intercapedinem, eamque transfer transversim inter anguli crura ad D' & D. puncta: ita tamen ut illa sint à centro O. æqualiter distita, Appliceturque intervallum illud O C, per circinum acceptum, in Regula ad partes Lin. C V B. & docebunt quot pondo datus globus contineat.

Idem minori negotio inversâ operandi formâ expedire poteris, hoc modo. Accipiatur prius intervallum 10 lib. ex linea metallorum, & secundum illud describatur arcus, inque eo coaptentur 10 partes Lin. Cubicæ: Vel potius, ut O angulus fiat acutus unam solummodo partem coapta, eamque 10. estimabis, construaturque angulus fundamentalis, inque eodem ad amplitudinem axis globi dati describatur arcus, cujus subtensa applicetur partibus lineæ Cubicæ,

bicæ, & dabunt illæ dati globi ℔ quantitatem, quando singulas Cubi partes pro 10. æstimaveris.

Aliter. Super recta ad intervallum 10. ℔ bis assumptum describatur arcus periph: inque eo statuantur 10 integræ lin. CVB. partes, & per terminum ductâ aliâ rectâ, fiet fundamentalis ang. Ad utraque ejus crura axis globi dati bis mensuretur: linea transversa & inter utrumque mensuræ terminum interjecta applicetur ad partes LIN. CVB. quæ docebunt quot pondo globus datus contineat.

PROBL. 23.

Tormentorum bellicorum molem in ponderibus inquirere.

PEr partes LIN. QVAD. mensurato crassitiem Tormenti ad utramque extremitatem, partesque acceptas in unam summam collige, summę dimidium dabit æquatam crassitiem, quam ut 4 pr. cap. 6. lib. 2. docuimus, & ex exemplo subsequenti facile percipi potest conicè æquato, ab hac conicè æquata crassitie aufer diametrum Orificii per partes itidem LIN. □ mensuratas: Residuum multiplica in longitudinem Tormenti, quam longitudinem inquires per primam longit. mensuram AB. & constabit moles Tormenti in ponderibus.

Exemplum.

Diameter Crassitiei prope ad orificium contineat partes LIN. □ 135, in altera extremitate comprehendit diameter partes 370, quæ conjunctim efficiunt 505 part. dimidium earundem 252½ est æquata diameter. punctum medium inter partes 135 & 505 per circinum in LIN. QVAD. æqualiter constitutum incidit ad partes 237½, quibus à partibus diametri ęquati sublatis, relinquunt 15, quarum pars tertia 5 addita ad 252½ diametrum nimirum ęquatam, prodibit vera & conicè æquata crassitiei diameter 257½ part. à quibus si auferantur partes diametri orificii (quę sunt loco exempli 48½) reliquus dabit veram Tormenti crassitiem 209 part. latitudinis, quam multiplica in longitudinem Tormenti, quæ est 22 partium æqualium per mensuram primam AB acceptarum, factus dabit petitam Tormenti molem 4598 ℔.

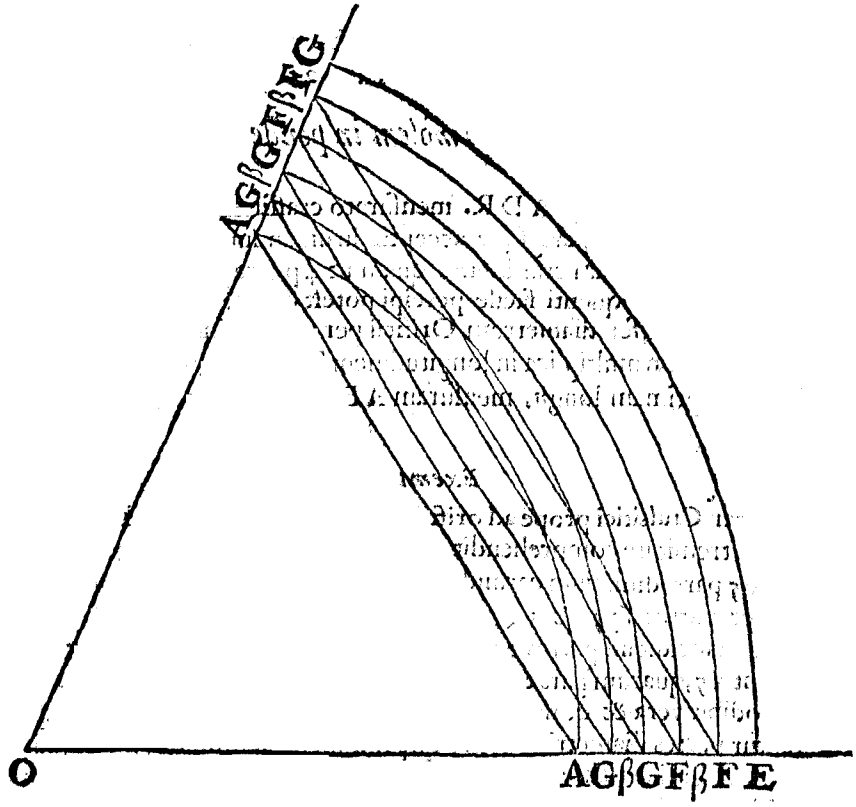
NOTA.

In Tormentis bellicis adornandis hoc observant artifices, ut Diameter crassitiei

crassitiei prope orificii extremitatem, sit dupla ad diametrum orificii, in altera extremitate existit tripla.

PROBL. 24.

Usus scholiae musicalis tribus exemplis illustratus.



REstat Scala Musicalis, quæ proportionem omnium Musices Tonorum in 3 octavis comprehendit, cujus beneficio licebit instrumenta Musicalia suis Tonis quam aptissimè adaptare, ut sequitur.

Exempl.

Exempl. 1.

Qua ratione in cythara & Testudine musicales Toni proportione debita sint constituendi.

Accipe per circinum integræ scalæ longitudinem, utpote O E, & ad intervallum ejus super fundamentali linea arcus peripheriæ describatur, in quo ab E usque in H coaptetur intervallum illud, quod est in cythara à sustentaculo usque ad extremam ejus oram, cui nempe chordę innituntur, ducaturque recta O H, ut fiat angulus fundamentalis H O E, Post, inter anguli istius crura ex centro O ad intercapedines Tonorum ex scala acceptas describantur arcus peripheriarum, F F, F ß, G G, G ß, A A, &c.

Horum arcuum subtensæ, dabunt justam Tonorum à sustentaculo Cytharæ numerandorum proportionem.

In testudine eodem modo procedendum, excepto eo, quod radius ang. fundamentalis non sit sumendus juxta intercapedinem integrę scalæ musicalis O E, sed ad intervallum O G, ubi signum ✝ apposuimus. Paululum tamen erunt toni versus partem superiorem in manubrio attollendi, idque propter Chordarum, quæ tonos determinant, crassitiem.

Quod si propter cytharæ vel Testudinis longitudinem angulus fundamentalis nimium detur obtusus, accipienda per circinum dimidia vel tertia intervalli (quod est à sustentaculo usque ad oram extremam) pars: eaque coaptanda in arcu peripheriæ descripto, ut angulus fundamentalis fiat acutus: atque isto modo subtensę arcuum ad Tonorum intercapedinem descriptorum, erunt duplicandę vel triplicandę.

Exempl. 2.

Organorum Pneumaticorum tibias secundum proportionem Tonorum construere.

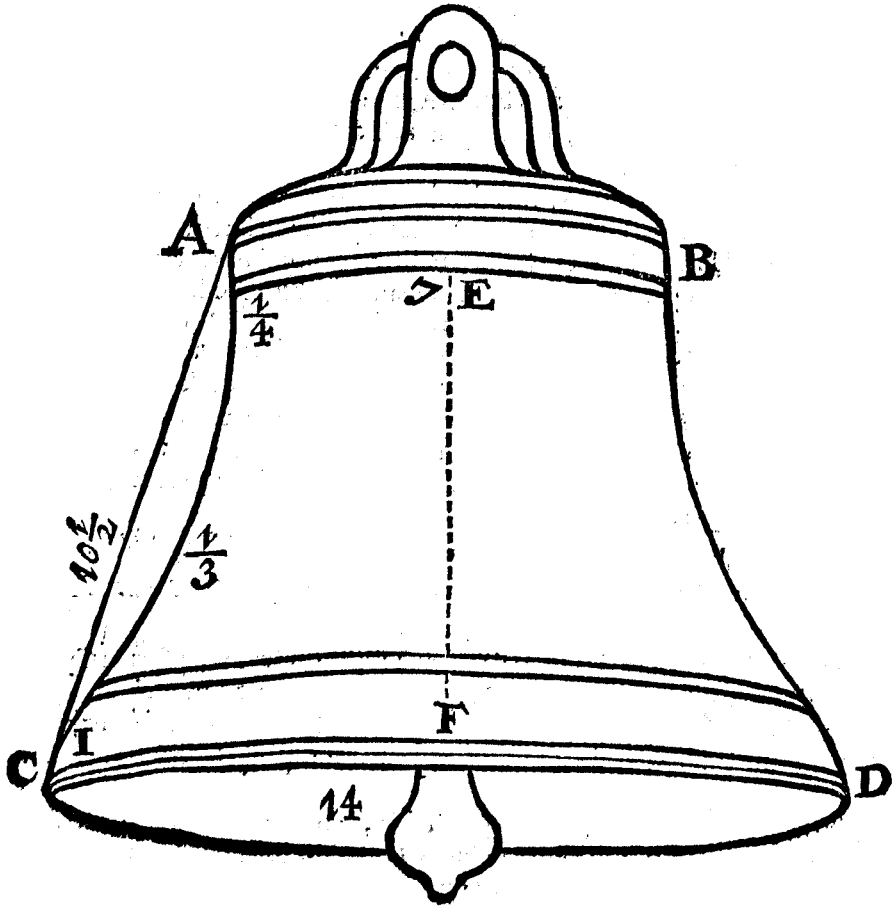
Omnes Organorum Pneumaticorum Tibiæ construuntur forma Cylindri; Pars enim illa, quę est à summitate usque ad inferius foraminis labium, Cylindracea est, tonumque exprimit Quare partes illæ, per 14 probl. hujus, secundum linearum in scala Musicali expressarum proportiones augendæ & minuendę erunt.

Verbi gratia. Datâ qualicunque Tibia, volo construere aliam, quæ Tono octavo inferior est. Quia octavus Tonus differt à primo Tono in proportione dupla, ideo per citatum 14. probl. incipiendo ab inferiore foraminis labio Tibia desiderata duplo major conficienda. Simili modo, ut in Tono 5 inferior fiat Tibia, ea in proportione qua se habeat 180 ad 240: vel ut 18

ad 24 minuenda. In ista enim proportione, linea schalę O A differt ab O E integra schala.

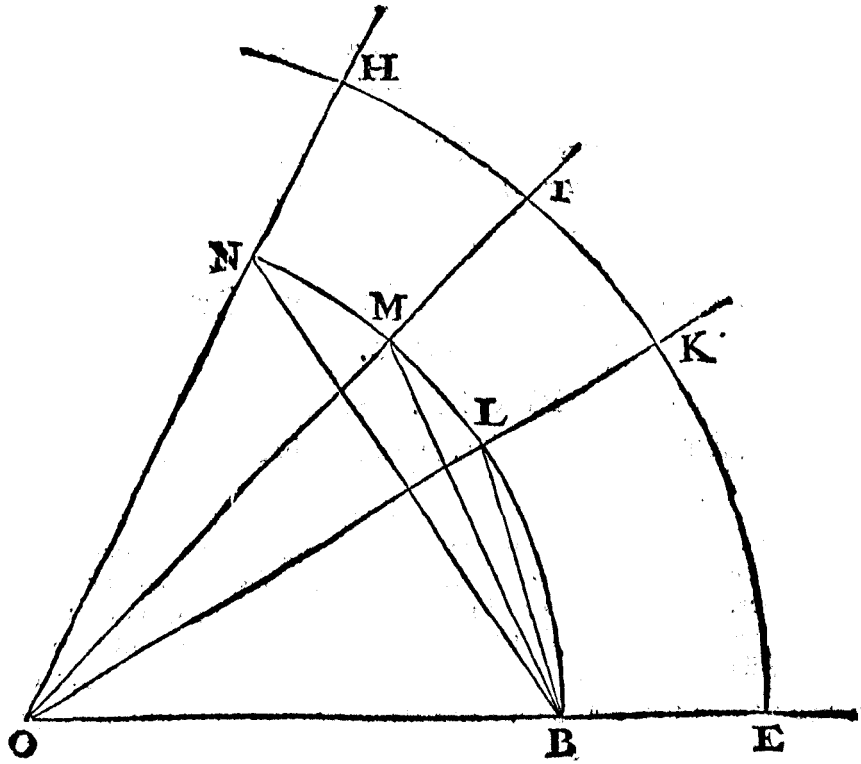
Exempl. 3.

Datæ campanæ aliam juxta Tonorum Proportionem majorem vel minorem efficere.



Deinde

Detur campana A B C D, cui volo ut alia & Tono quarto inferior & similis efficiatur. Descripto super linea fundamentali, ad intercapedinem integræ scaræ O E; arcu E H, in eo coaptetur diameter orifici C D, ab E usque in H, ductaque linea O H, erit primus angulus fundamentalis H O E constructus: similiter in eodem arcu coaptetur longitudo campanæ exterior A C, ab E usque in I: eritque I O E ang. fundamentalis secundus: ad eundem modum coaptanda diameter & latitudo campanæ superioris partes A B; idque ab E usque in K, & construendus ang. fundamentalis tertius K O E. His ita præparatis, accipe per circinum ex scala musica intercapedinem O B, siquidem illa



Tono quarto distat ab O E integræ scalæ longitudine, describaturque arcus B L M N: Lineæ subtensæ fundamentalium angulorum dabunt mensuram Campanæ desideratæ, hoc est B N subtensa dabit diametrum orificii vel inferioris campanæ partis, subtensa B M comprehendit altitudinem exteriorem, B L erit latitudo superior. Habenda quoque ratio crassitiei.

NOTA.

Campana quæ bene & debitâ formâ exstructa est, ejus crassitudo continebit prope ad orificium partem unam, qualium diameter orificii 14 habet: circa medietatem prope ad punctum P partem ejus tertiam, & in summitate partem quartam.

Præterea qualium diameter orificii C D continet 14 partes, talium latitudo superior A B habebit 7. Altitudo interior E F 10. Exterior altitudo A G 10½.

Sequitur de constructione linearum Regulæ inscriptarum.

PROBL. 25.

Lineam 100 partium æqualium inscribere.

MOdus dividendi lineam in partes 100 æquales est simplicissimus. Primo enim lineam in 2 discriminamus partes æquales, & earum quamlibet in 5. & habentur partium decimæ, quæ longioribus lineolis depinguntur, atque iisdem numerorum decades à 10 ad 100 usque adscribuntur: quamlibet decimam deinceps in duas dividimus partes, quas brevioribus lineolis notamus, & earum quælibet accipit partes quinque, quę brevissimis, vel ipsis punctis tantum insigniuntur, ut in ipsâ figurâ regulę videre est.

PROBLEMA 26.

Lineas Geometricam, & stereometricam inscribere.

EXtat in Regula L A T. □, & L A T. ▱ suntque duæ lineolæ singulæ in 100. partes ęquales distributę, quarum si singulę ęstimentur valere 10, facili negotio per canones laterum quadratorum (quos 1. & 6. præc. cap. 6. lib.

& lib. hujus exhibuimus) & cubicorum, lineæ quadrati & cubi distinguuntur, ut unico exemplo docebimus. *Verbi gratia.* Sit inscribendum scr. 1. Quadratorum. Canon laterum quadratorum scr. prim indicat scr. 1. distare ab extremitate lineę 316, qualium latus quadrati 1000 habet; quare ex LAT. □ per circinum assume intervallum 316 partium, illudque transfer in lineam Geometricam & ibi constitues punctum scrupuli primi. Similiter accipe intervallum 447. & per illud signabis in lineam eandem scr. 2. Pro scr. tertio assumes partes 548. Et ita de cęteris. Mensuræ integræ ex canone integrorum quadratorum laterum designandæ; Mensura enim prima continet 100. partes, quare ad intervallum lateris quadrati signatur mensura prima. Pro mensurâ secundâ assumendę sunt partes 414. easque signabis à signatura mensuræ primę. Rursus, ut inscribatur mensura 4. Canon indicat illam distare 2000. partes, quare intervallum lateris □ bis assumes in linea Geometrica, & ibidem signabitur mensura 4. Mensuram 5. tabula indicat distare 236 partes, quas numerabis à puncto mensurę 4. Mensura nona 3000 partes habet, unde, pro ea signanda, erit latus quadrati ter statuendum, atque ibidem inscribenda mensura 9. à quâ deinceps 10^1. 11^1. 14^1. &c. numerandæ erunt.

Ad eundem prorsus modum ex canone laterum cubicorum beneficio LAT. ⊟ partes lineæ stereometricæ sive C.V.B. signabuntur.

PROBL. 27.

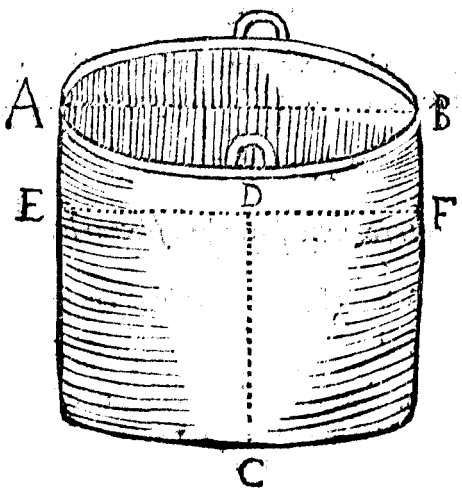
Axes 8 cantarorum, sive $\frac{1}{16}$. sextarii investigare.

INquisitio harum artificiosa est, &, ut in Geom. nostrâ practicâ declaratur, molesta: Nunc hic per REG. expeditam admodum viam monstrabimus. Accipe vas aliquod Regulare, planum an gibbum id sit, non multum refert, modo sit undiquaque politum & æqualiter fastigiatum, non hiulcum, sive introrsum flexum, in quod infunde mensuras cantarorum, pro vasis magnitudine vel 8 vel 27. vel 64. (debent enim numeri esse cubi) quorum latera sunt 2. 3. 4. Exactiorem vero mensuram invenies, quo plures cantaros infuderis. Loco exempl: Accipe vas Cylindraceum æqualiter, ut diximus, fastigiatum, cujus inferior superficies sive basis, si non sit plana, sed nonnihil incurvata, infunde tantum aquæ, ut summum baseos æquetur; Sistendum quoque vas ad horizontis æquilibrium: Deinde infunde mensuras cant. Fris. 27, ita ut aquæ summitas sit in D, postmodum accipe per pert. altitudinem aquæ in

aheno una cum diametro basis A B. Quia basis circulatis est, investigabis prius per Probl. 11 latus quadratum æquale circulo sive basi aheni, quod sit E F. inter hoc E F latus quadrati, & altitudinem aquę in aheno per Prob. 5. duæ, investigentur mediæ proportionales, quarum illa quæ lateri E F vicinior est dabit mensuram, & latus cubi 27 cantarorum infusorum; Vnde tertia istius lateris pars dabit mensuram, & latus cubi unius cantari, & duplum ejus erit mensura 8. cantarorum; Vel si mavis habere mensuram 20. cant. een Amsterdamsche Aucker, tunc per prob. 14. ex cubo 27 cantarorum fiat cubus 20. & sic de cæteris.

Alio & faciliori modo.

Acceptâ diametro basis aheni vestigetur per 11. Probl. latus, cujus quadratum existat æquale basi, sitque illud C D, quod in aheno à basi sursum erit elevandum, & in ista altitudine duo signa H & F statuenda: deinde ad hæc



usque signa cantarorum mensuris vas impleatur, capeatque, exempli loco, ista altitudo mensuras $3\frac{2}{3}$. eritque altitudo C D latus cubi totidem mensurarum, unde facile per citatum 14. probl. accipiemus latus 1. vel 8. vel 20. mensurarum.

PROBL

PROBL. 28.

Mensuram doliis, sive vasis vinariis accommodare.

PRopter ventricositatem vasorum in mensurandis illis non respondet exacte mensura illa, quam Cylindris accommodavimus, quare peculiaris mensura erit investiganda; Mensurabis itaque per regulam vel radium ferreum ut Prob. 15 docuimus æquatam basis diametrum, una cum longitudine, dempto marginum superfluo, deinde cantarorum mensuris vas impleatur, quod capiat exempli causâ 120 cant. Hisce inquisitis per prob. 11. quæratur latus quadrati æquale basis æquatæ diametro, & inter illud atque inter longitudinem basis per 5. prob. duę inveniantur mediæ proportionales, quarum illa, quæ vicinior est lateri quadrati, erit latus cubi 120. cant. Vnde per prob. 14. facile reperiemus optatam mensuram, sive 8. sive 20. cantarorum.

PROBL. 29.

Perticam Cylindraceam construere.

DIximus 15. Prob. quod vasa, & Cylindracea corpora expeditius mensurantur, quando cum priori linea lineam secundam cylindraceam in usum adhibemus, cujus lineæ acquisitio facillima est, ubi per præcedens Probl. mensura primæ LIN. inventa est. Accipiendæ enim sunt ex illa partes 113, quæ dabunt longitudinem lineæ secundæ in centum partes æquales distribuendæ

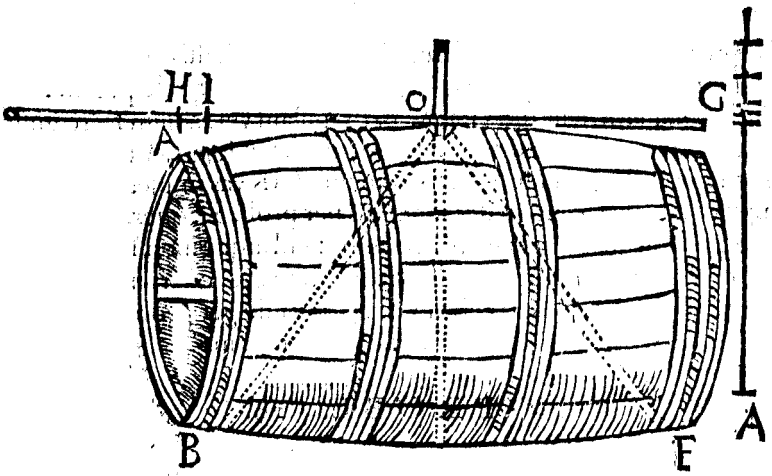
Eandem quoque lineæ longitudinem, per prob. 11. investigabis, si diametrum circuli, æqualem lateri quadrati prioris mensuræ acquisitæ, inveneris.

PROBL. 30.

Perticam triangularem construere.

BEneficio hujus perticæ absque ulla Arithmetica numeratione praxi promptâ, & facili vasorum eodem modo proportionatorum absolvitur stereometria,

metria, ejusque structura sive fabrica in promptu est. Mensurabis mediam vasis longitudinem transversim, ut problem. decimoquinto docuimus, quæ sit O B. Deinde impleatur vas mensuris cant. capiatque illud exempli gratia 120. can-



taros sive 6 Anckers, si jam desideras mensuram 20 cant. sive een Ancker, tunc per prob. 14 quærendum latus cubi, cujus cubus se habet ad cubum lateris O B. (utpote longitudinis vasis transversi) quemadmodum sese habent 20 ad 120 vel 1. ad 6 hoc est cubus O B lateris erit in sextupla proportione minuendus.

Ad eundem quoque modum & sphæræ mensura investigabitur, quando nempe sphæræ axin una cum capacitate ejus exploratum habemus Vel per numeros, qualium mensura lineæ primæ 100 habet, earum axis sphæræ similis mensuræ 124. continebit.

PROBL. 31.

Lineam 10. pondo metallorum construere.

CONtinet hæc linea axes sive Diametros globorum 10 ℔ in septem metallorum generibus; quarum inventio talis est, Exemplum dabimus in, 6, ferro. Sume globum tormentorum ferreum, quam poteris maximum, eumque

que diligentissime libra, ex cujus Diametro unius vel 10. librarum globi diametrum eo quo sequitur modo invenies. *Verbi gratia*, diameter ferrei globi sit A. & pondus ejus sit 34 librarum, per prob. 13 itaque latus cubi inveniendum, quod habeat rationem ad cubum lateris A. ut 10 ad 34. & inventus erit quæsitus axis.

In reliquis metallis ad eundem modum fit inquisitio, quorum metallorum proportionem, quemadmodum ipsi illam & investigavimus & invenimus, sequens tabella commonstrat.

Sphærarum æqueponderantium diametri in partibus æqualibus.

♂ Ferrum 100.
☉ Aurum $74\frac{1}{3}$.
☿ Argent. vivum $78\frac{1}{2}$.
♄ Plumbum 87.
☾ Argentum $90\frac{1}{3}$.
♀ Cuprum 94.
♃ Stannum { $97\frac{1}{2}$. vulgare. / $99\frac{1}{2}$. Anglicanum.

Proportio diametri ad circumferentiam.

Quarum circumferentia 10000. earum diameter 3183.

Tabellam continens latera figurarum regularium circulo inscribendarum à Triang. usque in figuram 80. lat. exhibuimus præc. 14. cap. 3. lib. 2. hujus. & canones Quadrat. & Cub. extant ibidem cap. 6.

Tabella continens latera regularium corporum Sphæræ inscribendorum posito axe Sphæræ 1000. part.

Sphæra 1000
Tetraëdrum 816.
Octaëdrum 707.
Cubus 577.
Icosaëdrum 526.
Dodecaëdrum 356.

Tabella continens proportionem trium planorum posito Trianguli latere 1000.

△	Triangulum	1000.
□	Quadratum	658.
⦶	Circulus	742.

Tabella continens proportionem 5 corporum regularium posito latere Tetraëdri 1000.

Tetraëdrum	1000.	Cubus	490.
Octaëdrum	630.	Icosaëdrum	378.
Sphæra	608.	Dodecaëdrum	249.

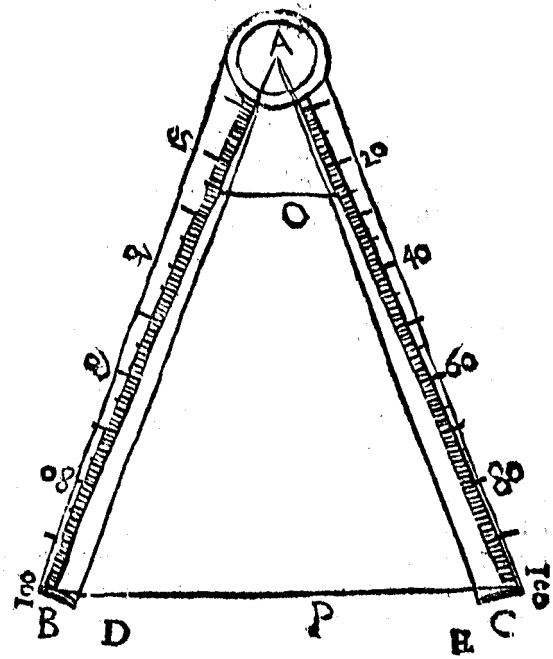
Plura alia problemata per regulam expediri possent, quæ diligens quisque suopte ingenio facile concipiet. Nos ea quæ ad usum maxime accommodata sunt perstrinximus. Si quid interim singulare aliquid & animadversione dignum occurrat, id in Geometriâ nostrâ, quæ jam iterum prælum exspectat plenius tractabimus.

Quidquid de REGVLA nostra docuimus, Vsus CIRCINI proportionalis etiam monstrabit. Immobile enim ejus crus, cum pro fundamentali linea assumitur, & alterum mobile ad quemvis angulum aperitur, quasvis mensurarum proportiones, ut in tractatu nostro præmiimms, facilè dabunt. In minoribus sane figuris mensurandis, construendis, commutandis & in charta delineandis, CIRCINVS videtur commodior. In majoribus autem magnitudinibus REGVLAM Nostram præstare usus ipse comprobabit. In Circino autem cum centrum sæpè devict, quod in omnibus, quos nobis videre licuit, penè contigit Vitium illud qua ratione in jam confectis percipi, aut conficiendis evitari possit, præcepta hæc in studiosorum gratiam adjungere placuit.

Extructo ex Orichalco, aliave materia Circino, quemadmodum in GEOM. nostra docuimus & hæc figura oculis subjicit, primo claudantur & bene jungantur ambo Instrumenti crura, ut quam minimus hiatus remaneat, ad quem applicata regula, experire an hiatus ille, quasi ex centro recta linea ducta nuspiam devict; deinde aperiantur crura, & ad utraque interiora eorum latera,

imo

imo ad ipsas extremitates interiorum marginum lineæ D A. & E A ducantur, quæ in concursu suo centrum, A. efficere & monstrare necessum est. Aperiantur deinde crura ad majorem intercapedinem, & iterum ad extremitates marginum interiorum lineæ ducantur, quæ si in idem centrum, A. accurate



concurrant, de centro benè opinandum erit. Verum, ut adhuc certior de inveuto hoc centro reddi possis, claudantur instrumenti crura, & ex centro A reperto describe arculum super utrumque crus prope B & C puncta, ita ut vestigia ejus in circino appareant; deinde divaricentur crura & immoto circini pede in centro A. describatur per eandem circini aparturam arcus, qui ad amussim cum priori respondere debet, & ab inscriptis prioribus vestigiis non deflectere. Quod pluribus circini aperturis accuratius examinare poteris presertim quando in rectam lineam aperitur.

Tabella proportiones Tonorum in tribus octavis comprehendens.

E	1299	e	600	*e*	300
F	1125	f	563	*f*	282
Fß	1062	fß	532	*fß*	266
G	1000	g	500	*g*	251
Gß	950	gß	475	*gß*	237
A	900	a	450	*a*	225
BfA	850	bfa	425	*bfa*	212
Bmi	800	bmi	400	*bmi*	200
C	750	c	375	*c*	188
Cß	707	cß	352	*cß*	177
D	666	d	333	*d*	167
Dß	634	dß	316	*dß*	158
				e	150

Tabella subtensarum pro gradibus semiper. inscribendis posito radio 1000.

5	87	95	1474
10	174	100	1532
15	261	105	1578
20	347	110	1638
25	433	115	1686
30	518	120	1732
35	601	125	1774
40	684	130	1812
45	765	135	1848
50	845	140	1879
55	923	145	1907
60	1000	150	1932
65	1075	155	1952
70	1147	160	1970
75	1217	165	1982
80	1286	170	1992
85	1351	175	1998
90	1414	180	2000

Tabella Tangent. pro 63. gr. quadrantis in opposito regulæ latere inscribendis. posito radio 10000.

2	349	34	6745
4	699	36	7265
6	1051	38	7813
8	1405	40	8391
10	1763	42	9004
12	2125	44	9657
14	2493	45	10000
16	2867	46	10355
18	3249	48	11106
20	3639	50	11917
22	4040	52	12800
24	4452	54	13763
26	4877	56	14825
28	5317	58	16003
30	5773	60	17320
32	6249	63	19626

FINIS.

APPENDIX.

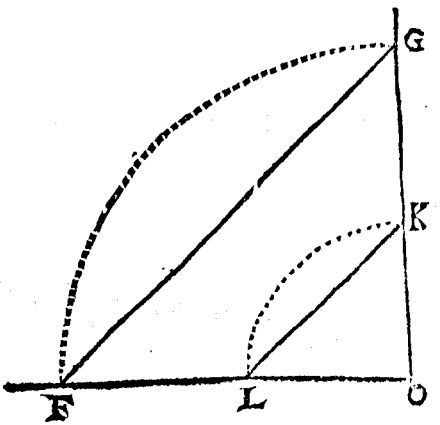
DIximus tractatu nostro quem de usu Regulæ proportionalis conscripsimus, praxin Geometricam ejus beneficio commodius, quam per usum Circini proportialis posse absolvi: dum vix Circinus ille in hanc formam fabricari possit, quæ idonea sit ut & cunctas simul operationes admittat, simulque thecà ad circumferendum aptè includatur. Verum enim verò cum in confesso omnibus sit & singulis, quo ampliores intercapedinum distinctiones, quodvis instrumentum sortiatur, ut eo certiores pariat operationes, animum ad id applicavi, (ne vel erroris vel incommoditatis noxam ullam Regula nostra subiret) ut citra ullam diversitatem, eandem linearum sectionem, easdemque quas anteà proportiones longiusculo nostro insculpseram, nunc brevissimæ Regulę, longitudinis scilicet 8 vel 10. Latitud. vero 2 digitorum, inscriberem, neque ulla propterea subrepet molestia quo minus eandem quam longior præstabit operam & certitudinem, quimimò expeditiorem, non enim opus erit angulum fundamentalem chartæ inscribere, namque illum tibi continuo suppeditabit alter Circinus planus integrum vix digitum latus, qui in hunc modum fabricari debet, ut utraque crura, (ad lineam rectam, è centro, ad extremitatem usque, in partes æquales divisa) circa longitudinis suæ dimidium, & dissolvi & cochlea rursum combinari queant, hac enim ratione dissolubilis, usum, tum manualis Circini præstabit, si forsan longiori *Regula* uti est animus, tum aptissimè thecà una cum proportionali *Regula* minore, circelloque manuali includetur. Quandoquidem ob easdem rationes, lineas, *Cub. Quadr. scalæ musicalis, subtensarum, Tangentiumque*, brevioris instrumenti ergo, in duas lineolas, alteram superiorem, inferiorem alteram dividere opus fuit, ut quas sectiones prima non admitteret, suppleret altera: linea enim Cubi superior ultra partes 80 non comprehendit, quocirca si intercapedo major assumenda sit, primum 80 partes assume, quibus ex proximè subsequente addatur complementum totius datæ intercapedinis; Exemplum dabit minoris *Regulæ* effigies anea. Vbi partes Cubicæ accommodantur ponderibus Ferri in solidis sphæris: sive globis tormentariis. Quandoquidem intercapedo 10 part. Cub. diametrum Sphæræ ferreæ Tormentariæ 10 ℔ Frisicarum comprehendit, reliquæ vero libræ analogicos subsequuntur: Quare si dimetiri lubeat axin Sphæræ ferreæ 120 ℔, primo assume intercapedinem 80 partium, hoc est: universam comprehende lineam Cub. superiorem: ex altera Cub. partium lineâ (hęc enim superiori proxime subjacet) assume complementum 40 ℔, & consequeris universæ axis intercapedinem ad 120 ℔. Similiter si ex Quadr. linea habenda esset intercapedo, quæ ultra 90 part, protenderetur, superiorem quadrato-

rum lineam (nam & hæc, ut Cub, in duas est sejuncta) assume totam quæ est 90 part ex inferiore supplendo quæ desiderantur partes, ut antea in Cubicis docuimus.

Diametri planorum corporum itemque cylindrorum, doliorum & Sphærarum accommodatæ sunt mensuræ canthari frisici, quarum diametrorum duplum continet 8 cant sive $\frac{1}{16}$ sextarii sive dolii ut in majori regula.

Superest igitur exemplo uno atque altero declarare, quo pacto cum Circino plano, cujus antea meminimus, operandum ut evitemus molestiam ducendi in plano lineas, angulosque exstruendi fundamentales.

Exemplum accipe ex 17 probl hujus, quomodo datum oblongũ A B C D in proportione $1\frac{2}{7}$ (hoc est, ut 5 se habent ad 7, vel 10 ad 14) sit augendum, quod sic fiet. Per Circinum manualem accipe ex linea □ regulæ nimirum proport. intervallum 10 part. illudque transfer ad utraque Circini plani crura, ab O centro in G & F puncta, deinde accipienda intercapedo 14 partium quadrat. & divaricanda circini plani crura, donec intercapedo illa puncta F & G transversim intercipiat, eritque Circinus juxta angulũ fundamentalem divaricatus. Quare in cruribus ejus ab O centro mensurato latitudinem oblongi A D, ab O usque ad K & L puncta; Linea transversa L K dabit latitudinem oblongi desiderati: similiter & longitudinẽ oblongi transferto in M & N puncta, intercapedo transversa M N refert longitudinẽ oblongi optati.

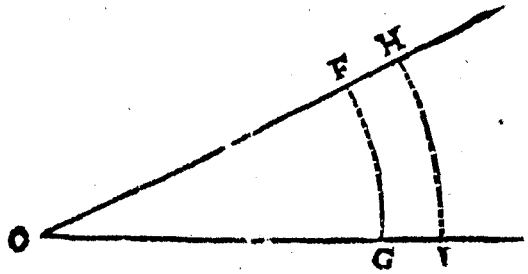


Linearum longitudines A D & A B ut & B K & N M facile, ex partibus circini Plani æqualibus, numeris innotescent, ut proportio longitudinis & latitudinis oblong. etiam constet in numeris.

Aliud exemplum.

Si idem oblongum esset augendum in proportione quintupla, hoc est ut 1 ad 5. vel 10 ad 50, superior operandi formula non procedet: unde contrario modo operatio instituenda: partes enim 50 ex lin. □ acceptæ transferantur in cruribus Circini plani ad I & H puncta: & aperiantur circini crura, donec

eadem



eadem I & H puncta distent transversim ad intercapedinem 10 part. □. fietque isto modo angulus fundamentalis acutus. Vnde Latitudinem oblongi A D per manualem circinum acceptam inter crurum lineas ad G & F puncta æqualia, & æqualiter ab O centro remota, statuito, eritque O F, ut & O G Latitudo Oblongi optati: eodem modo & longitudo ejus inquirenda; longitudinem oblongi A B transversim ponendo ad puncta L & M æqualiter ab O centro dissita, quorum à centro O remotio dabit Longitudinem oblongi.

Hisse duobus perceptis exemplis, reliqua facile ex eis, quæ à nobis in usu regulæ proportionalis exposita sunt, æstimabu.

Licebit quoque solum Circini hujus Plani beneficio auream proportionis regulam hoc est ex datis tribus vel lineis vel numeris, quartam invenire proportionalem, ut si proponatur talis quæstio, 64 dant 72 quid 83? Primum quere in utroque circini plani crure partes 64, easque nota: deinde ex eisdem crurum partibus accipe intervallum 72 part, & aperiatur circinus planus donec acceptum id intervallũ transversim puncta 64 & 64 in utroque ejus crure notata intercipiat, postea quære inter eadem crurum puncta 83 partes: spacium inter utraque crura ad hæc 83 & 83 puncta interjectum, ostendit quartum numerum optatum: quare illud per Circinum accuminatum accipe, & inter crurum partes mensurato, invenies à centro partes 93½.

Quod si talis proponatur quæstio, 30 dant 86 Quid 41? Ad vitandam obtusam adeo circini divaricationem, statuantur numeri sic 30-41-86 & operare juxta formulam præcedentem. Res enim eodem redit sive numerum secundum facias tertium, hoc est sive secundum per tertium, an tertium per secundum multiplices.

Quod si hi dentur numeri 3 dant. 41; quid 86? quia tradita operandi formula non procedit propter nimiam Circini divaricationem, ex re erit, ut primum numerum 3 per 10 multiplices, dicendo 30 dant 41 quid 86? invenies in operatione 117½ quibus juxta præc. Arith. nost. per 10 multiplicatis factus erit 1175.

APPENDIX REGULÆ PROPORT.

Ex Hac regula modus multiplicandi & dividendi per circinum proportionalem manifestatur.

Vt hæc exempla indicanti dat 67 quid 96. Numerum primum 1 multiplica per 100 fiunt 11 & operare secundum præscriptum modum hoc est divarcandus Circinus donec puncta part. 100 & 100 in utroque crure notata transversim intercipiant intervallum 67 part. circino acuminato acceptum, inque ista Circini divaricatione accipe per eundem Circinum acuminatum interstitium inter puncta 96 & 96 part. interjectum, quod comprehendit partes $64\frac{1}{3}$ fere, quibus per 100 multiplicatis addendo nimirum producto 64 duas 00 & præterea 33 quæ tertiam partem de 100 fere continet, fient 6433.

Aliud exempl. Divisionem explicans Si 14 dant 67 quid 1 multiplica 1 per 10 stabit exemplum sic 14-67-10 transponantur primo termini secundi & tertii: stabit exempl. hoc ordine 14-10-67, peractaque operatione exurgunt 48 ferè, quibus per 10 divisis, fiunt $4\frac{10}{8}$.

Exemplum fractionis $8\frac{1}{2}$ dant $9\frac{1}{3}$ quid $43\frac{1}{4}$: multiplica $8\frac{1}{2}$ per 10, fiunt 85: stabunt numeri sic, 185 dant $9\frac{2}{3}$, quid $43\frac{1}{4}$ fiunt 5 fere, quę multiplica per 10 erit factus 50 fere.

Vt hæc vacua pagella suppleatur, addimus notulam hanc ad probl. 2. quomodo nempe.

Ex linea breviori data pars septima, undecima 13 &c. auferenda.

Verbi grat. Sit ex lineola A |———| pars septima auferenda. Multiplica 7 per 10 fiunt 70, aperiatur Circinus planus donec longitudo lineolæ A per Circinum manualem accepta intercipiat partes 70 & 70 in utroque crure notatas: intervallum inter 60 & 60 earundem partium interjectum abscindatur à lineola A data, residuum dabit partem ejus septimam optatam. Eadem pragmatia etiam in longioribus lineis uti licet.

FINIS.

GEOMETRIAE PRACTICAE

PARS QVARTA,

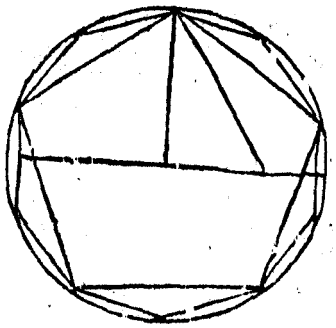
CONTINENS

Munitionum delineandarum muniendarumque genuinam & propriam Institutionem,

Autore

ADRIANO METIO ALCMARIANO,

Mathes. Professore ordinario.



FRANEKERÆ,

Ex officinâ Vlderici Dominici Balck, Ordinum Frisiæ & eorundem Academiæ Typographi.

M. DC. XXV.

GEOMETRIAE PRACTICAE,

PARS QVARTA.

De propugnaculorum munitionibus.

IN delineandâ Munitione summoperè studendum, ut ejusdem circumferentia, capax & idoneorum comprehendat spacium recipiendo ad necessitatem conscripto militum numerò. Tuguriis, Commeatui, rebusque aliis, quibus ingruentes hostium incursus averricari solent; Quocirca ne extructo operi Figura noceat: eligenda ea est Ordinata, sive, quantum situs, & loci commoditas tulerint, inordinata minime: Quandoquidem, juxta 1. Axioma cap. 4. lib. 1. *Ex Isoperimetris homogeneis Ordinatius est majus minus Ordinato, ex heterogeneis Ordinatis, Terminatius.* Munitionem igitur Figura Ordinatæ delineaturo justam Angulorum amplitudinem ut cognoscat novissimum est, quam suppeditabunt numeri laterum ipsam figuram constituentium, ut docetur 13 præc. cap. 3. lib 2.

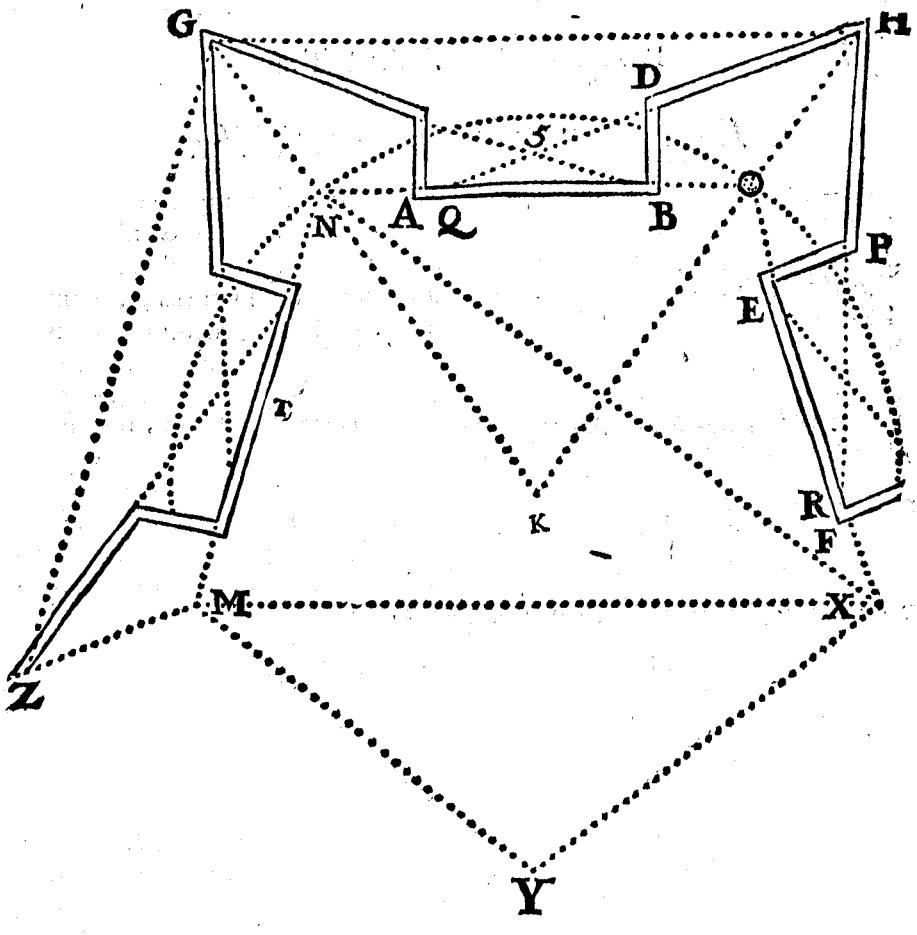
Pentagoni figuram in campi planitie constituere.

Quibus cognitis, Pentagoni Figura, Astrolabii beneficio, in data aliquâ planitie, adornabitur, qua delineata paulatim Propugnaculorum rudimenta adumbrabuntur.

Ex limbo Astrolabii angul. 158 gr. Pentagoni hoc modo erue; ab armilla suspensoria gradibus 108 numeratis, eo loci Dioptram figes, ita ut ostensoria terminum numerationis exactè indicet, quo modo compositum Instrumentum humi defigendum ad locum stationis primæ N. cujus verticali directè lineæ N M obversâ erigatur in lineâ rectâ ad distantiam 45 pert. sive 540 ped. signum M, pro ratione scilicet capacitatis exstruendæ munitionis, Quiescente Astrolabio per immotæ dioptræ rimulas visum dirige, juxta cujus aciem recto radio signum O defigetur, ejusdem cum signis M. N. distantiæ; constitu-ut

hoc

hoc modo rectâ M N & N O Ang. Pentagoni 108. gr. Quibus rite peractis locum stationis secundæ ad signum O ingredere; quo loci Astrolabio humi defixo, dioptram, immotam tamen, signo N obverte, quod ubi per utrasque



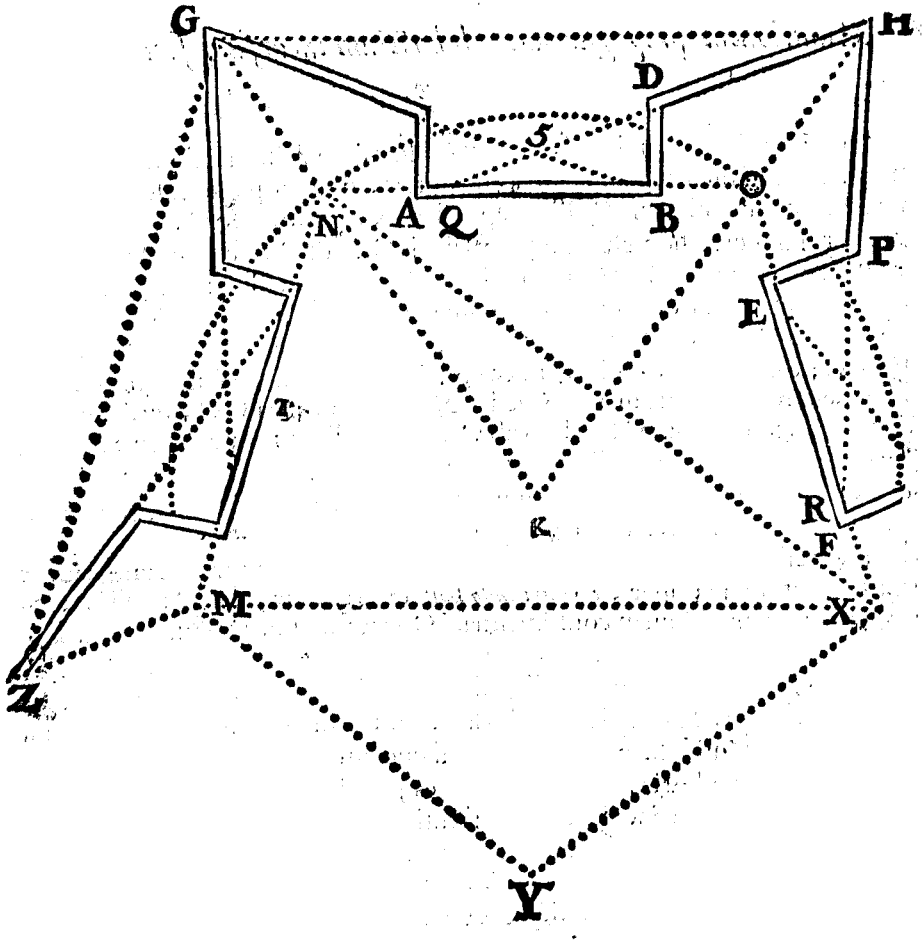
ejus pinnulas adspexeris, per verticalis lineæ crenas recto radio defigatur signum X ad eandem cum N O Distantiam: similem operandi formulam si institueris ad X & Y signa posita, delineatam habebis Pentagoni Figuram, cujus latera, M Y. X Y, X O. & N O, si æqualem non sortiantur magnitudinem, error

error in delineatione commissus, & ut corrigatur necesse est: quin & operæ pretium erit angulos N X O, ut & N X M examinare, quorum singuli 36 gr. scilicet triplo minores angulo Pentagoni, si non inveniantur, emendandam esse figuram docet.

Munitionem propugnaculis ab hostium incursu, securiorem reddere.

Quæ licet forma munitionis concinnè admodum delineata sit, secura tamen neque tuta satis ab hostium incursu esse potest, nisi propugnaculorum debita structura communiatur. Quod ut apte fiat; ex stationis loco O ad intervallum circiter 10 pert. hoc est 120 ped in lineis O N & O X bina erigantur signa B & E, quæ lineę O B & O E quoniam vulgo rescindi solent ab Italis *Recinto* appellantur, juxta quorum intervallum perpendiculares E P & B D excitentur, ad distantiam perticarum 8½ sive 90 ped. *Espaules* sive alæ dictę metaphorice; Dein à puncto A in Q, ut & ab F in R itidem signa statuantur bina, ad intervallum 2 perticarum v. 13 ped. Nec non in linea O H, quæ capitalis dicitur, erigatur signum H, distans ab O ad intervallum 17½ pert. sive 209 ped. Ex puncto H acquisito, collimabis recta per signum P in R, ut & per D in Q. & constructum erit propugnaculum B D H P E. Cui similibus ad angulos X; Y: M: & N delineatis, circumscripta erit munitio. Quæ rudimenta ut in justam excrescant molem, debitamq; formationem nanciscantur; plurimis habent opus, quorum pręcipua, *quæ arcendo hosti* exstruuntur, sunt Anguli ceteraque integram munitionem constituentia. Operæpretium videtur singulorum & naturam & vocabula recensere, tum situm cuique proprium, characterismis, (quantum quidem pro seculi nostri ratione licebit) brevibus exponere. Non hic Cæsaris & ne quis erret forsan, non eam, quâ quondam Romani scriptores tersissimi, usi, proprietatem assequuntur; sagax Majorum nostrorum indoles metaphoricas excogitavit voces; & dum varias, easque diversas, diversarum regionum incolæ, pares secutis temporibus operi adinveniunt, diversorum Idiomatum suppeditatur materies, quam si tollere quis affectet, consuetudinem, & quę Naturæ soboles, evertere quid sit, suo didicerit malo, Ego secus autumo, datasque antiquitus voces, ut reservetur, posteritatis interesse quam maxime, judico.

Angulorum & linearum quæ ad Munitionem spectant series, & earum per Characterismos annotationes.



Anguli eorumque appellationes.

GKH Angulus centri.

MNO, NOX Ang. Polygonij.

MXN

MXN ut & NXO, sive MXY ang. Trianguli.
DHP angulus Propugnaculi.
HOR ang. lineæ capitalis, & lateris Polygoni.
HRO vel HQO ang. defensionis interior.
HRX vel XQN ang. defens. exterior.
G5H angulus defensionis. *Gall.* Flancqs. *Ital.* Fianche. *Germ.* Wynckel der Streychen.
HPE angulus ab Alis & faciebus.
PER angulus Alę rectus.

Linearum Appellationes.

DBHPE propugnaculum. *Gallicè* Boulevard, *Belg.* Bolwerck.
OX Latus Polygoni.
OE Linea Colli *Italicè* Recinto *Belg.* Hel-lini.
EP Ala *Gall.* Espaules *Belg.* Fluegels ofte Scholders.
EF Cortina *Gall.* Cortine, *Belg.* Gordinen.
OH Linea Capitalis.
HP, HD facies propug. *Gall.* face *Belg.* t'gesicht.
HR Linea defensionis.
KO radius circuli Polygonum circumscribentis.
KT Cathecus sive radius Polygoni brevissimus.

Ratio exstruendi Tabulam debitæ proportionis, quæ dictorum Angulorum, linearumque id est, Laterum cum amplitudinem, tum longitudinem continet, ad quodcunque Polygonum.

I. *Angulorum Munitionum Amplitudinem inquirere.*

Cognoscitur Angulus Centri cujuscunque Polygoni si integrum Circulum 360 gr. cum numero laterum delineandi Polygoni dividas, factus enim dabit Ang. Centri, quem si auferas à semicirculo, residuum dabit Ang. Polygoni interiorem, cujus duæ Tertiæ producunt Ang. Propugnaculi; (à Pentagono videlicet ad Nonagonum usque: cum enim Octogonum sit ang. rectus, reliqui si accresceerent, nulli bono, quin & contra regulam, obtusi forent) Quo sub-

sato à Polygoni Ang reliqui dimidium, suppeditabit Ang. defendentem interiorem; qui duplicatus, simulque ejus ad semicirculum complementum, Angulum defendentem producent, cujus integrę summæ dimidium dabit ang. defendentem interiorem, complementum vero, defend. interioris, ad semicirculum, amplitudinem Anguli defendentis exterioris patefaciet. Ang. lineæ capitalis acquiritur, cum dimidium ang. Polygoni interioris à semicirculo auferitur. Angulus Triang fundamentalis cognoscitur, quando numerus Triangulorum Polygonum constituentium per angulum Polygoni interiorem dividitur. Verum ut exemplo res ipsa manifestetur: Numerus lateris Heptagoni 7 per integrum circulum 360 dividatur, prodibit ang centri N K O. 51 $\frac{3}{7}$ gr. sine 51 gr. 25′ 43″ Cujus ad semicirculum compl. dabit ang. Heptagoni interiorem 128° 34′ 17″ Tres enim anguli Triang. N K O æquivalent duobus rectis, & anguli ejus N & O conjunctim, æquantur angulo Polygoni N O X namque singuli eorum sunt ejusdem dimidium: Duæ tertiæ (ut supra dictum) Hujus Heptag. anguli constituent angulum propugnaculi D H P 85° 42′ 51″ Quo subducto ex ang. G H Y æquali ang. Heptagoni N O X, relinquetur duplum ang. defendentis interioris H Q O 42° 51′ 9″ namque ex ista subductione hinc inde duo rectabunt D H G & P H G ang. quarum singuli sunt angulo H Q O æquales, idq; propter rectam Q H incidentē inter parallelas G H & N O, efficientem angulos alternos G H Q & H Q O æquales. Eob eandem rationem, ang. P H Y æquatur O R H ang. constat igitur ex ista subductione duplum ang. defendentis interioris relinqui: duplumque illud 42° 51′ 26″ comprehendit in Triangulo Q S T utrumque Q & T ang. quorum complementum ad semicirculum producit angulum defendentem S sive G S H 137 8′ 34″ Dimidium istius dupli (ut dictum) est ang defendens interior H Q O 21° 25′ 43″ cujus ad semicirculum complementum profert angulum defendentem exteriorem N Q H 158 34′ 17″ Alarum angulus Q B D esto rectus 90 scz. gr. cui si detrahas defendentem D Q B interiorem, erit residuus ang. Q D B 68 $\frac{4}{7}$ proferetque ejusdem ad semicirc. compl. angulum B D H, quem faciei alæque linea constituunt, ad amplitudinem 111 $\frac{3}{7}$. Dimidium ang. Heptagoni interioris K O X 64 $\frac{2}{7}$ auferà semicirculo, reliquus 115 $\frac{5}{7}$ dabit angulum H O X, quem faciunt linea capitalis & cortinæ.

Numerum Triangulorum Heptagoni S. divide per ang. Heptagoni interiorem, factus 25 $\frac{1}{7}$ proferet ang. Triang. fundamentalem M X N.

2. *De Munitionum lateribus sive lineis.*

De lateribus, quæ lineas appellare solent artifices, haud impar esto judicium,

tium, nec alia sane ratio: Cortina, cavendum, ne brevior 240 ped. sit, neve 400 excedat, si Regulare fuerit Polygonum; neque defensionis figentis linea, quę ex Alæ angulo ad Propugnaculi usque summum verticem extendi solet 700 ped excedat, cum si longius extendatur usui esse nequeat, ob sclopetariorum arma, quorum jacula vix ultra 800 ped. rectâ in hostem dirigi queunt.

In omnibus ordinatis munitionibus *Linea colli* Partem quintam Polygoni sortietur, ex quibus *Cortina* partes accipit tres, ut si latus quadrati sit 500 ped. erit lineâ colli 100: cortinæ 300.

In quadrato sit proportio lineæ colli ad Alæ sesquitertia, hoc est, ut 4 ad 3.

In pentagono cortinæ ratio ad lineas Alæ collique sit tripla ut 3 ad 1.

In Hexagono cæterisque Polygonis esto *Cortinæ* ratio ad *Alam* tripla, ut 3 ad 1. ad faciem propugnaculi sesquialtera, ut 3 ad 2.

Alia linearum proportio.

Ne vero spartam quam nactus neglexisse videar, diversam ab ante tradita Linearum Proportionem (ut plarumque sagacis ingenii Pellex varietas) Instituere est animus, quam ex Parentis Pi. M. segestriis erutam, si quis sequatur, eventum spes gloriæ haud quaquam frustrabitur. Quæ quidem ratio hoc habet, quod linea defendens ex certo cortinæ puncto ad propugnaculi faciem producitur, cum ex præcedenti Instituto necessum hoc sit, ut semper in Alę angulum incidat. Linearum rationes sunt hæ.

In *Quadrato* lateris integri ad collum proportio sit quintupla quidem; verum *colli* ad *Alam* ea habebitur ut 5 ad 4, hoc est sesquiquarta.

In Pentagono, cæterisque Polygonis integrum latus ad lineam colli pariet rationem Quadruplam sesquialteram, ut 9 ad 2, & ad Alæ lineam sextuplam, scz. ut 6 ad 1.

Quibus cognitis haud quaquam difficile erit investigare rationem cortinæ, tum ad collum, tum ad alam, quarum illa dupla sesquialtera scz. ut 5 ad 2: Hæc tripla sesquitertia ut 10 ad 3: & Hinc quoque eorundem ad Latus Polygoni in promptu erit ratio, ut si latus pentagoni detur 540 ped. erit cortina 300; collum 120. Ala verò 90.

3 *Linearum longitudines indagare.*

Quibus ritè præcognitis, facile erit singularum linearum longitudines colligere, cujus specimen damus in hoc Pentagonali Munimento: latus itaque Pen-

tagoni O X esto 540 ped. habeatque sese ad lineam Colli ut 9 ad 2, ad Alę vero lineam ut 6 ad unum; quocirca secundum auream Proportionis regulam hoc modo pronunciabis: 9 dant. 2 quid 540? producuntur 120 pro longitudine Colli. Tum si 6 dederint 1, quid 540? productum 90 dabit Alę lineam. Reliquarum longitudinem ut acquiras, diligenter examinandum Triangulum P E R rectang. ad E, in quo dantur anguli R P E & E R P. Angulus enim P, est complement. anguli defensionis interioris R: datur & crus E P, 90 scil. ped. unde crus alterum E R, basisque anguli recti P R ex resolutione Triangulorum rectangulorum commode inquiruntur: erit enim ut E P radius 100000, ad Tang. anguli P, (qui in Pentagono est 72, cujus tangens 307768) ita crus E P 90 ad crus desideratum 277.

	Radius		Tang. Ang. P		Crus E P		Crus E R.
Vt		Ad		Ita		Ad	
	100000		307768.		90.		277.

Itemque ut E P. Radius 100000, ad secantem Ang P. 323607. ita Crus E P 90, ad basin P R 291.

	Radius		Secant. Ang. P		Crus P E.		Basin P R.
Vt		Ad		Ita		Ad	
	100000		323607.		90		291.

Crus acquisitum E R adde ad lineam Colli O E 120: acquiritur hoc modo O R 397, latus sc. Trianguli obliquanguli H O R, cujus tres anguli, una cum latere dicto, cum innotescant, facilè reliqua duo latera O H & H R manifestabuntur: Erit enim ut O R sinus Ang. O H R 58779 ad H O sinum Ang. defensionis R, 30902, ita O R 397 latus datum, ad latus & lineam capitalem O H 209. Itemque ut sinus Anguli O H R 58779 ad sinum Ang. Capitalis H O R 80902: ita latus datum O R 397, ad latus & lineam defensionis H R 546, à qua defensionis Linea auferi Lineam P R supra acquisitam 291, reliquus 255 erit faciei linea H P.

Denique ad inveniendam rectam K O, radium sc. interioris Polygoni, examinandum Triang N O K, cujus tres Anguli, una cum latere N O sponte sua innotescunt: Anguli namque ad N & O singuli, sunt dimidium Ang Polygoni: Ang. vero K est ang centri, quare radius polygoni K O facile acquiritur, erit enim & sinus ang. Centri, K, ad sinum Ang. N. ita latus Polygoni datum ad Radium desideratum K O. Cui si addatur linea capitalis supra acquisita, innotescit radius polygoni exterioris K H.

Tabella

Tabella continens munitionum regularium, à Quadrato ad Dodecagonum usque, angularum & laterum amplitudines.

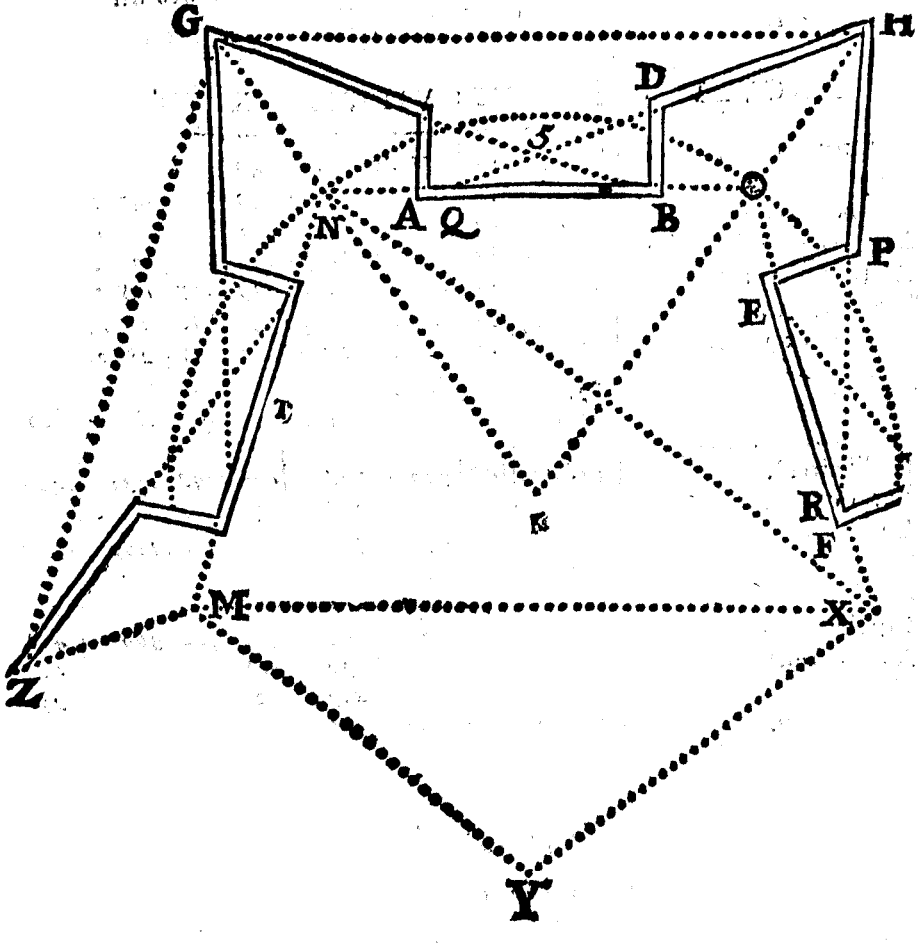
ANGVLI	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Centrorum	90	72	60	51 26	480	40	36	32 44	30
Polygonorum	90	108	120	128 34	1350	140	144	147 16	150
Propugnaculor.	60	72	80	85 43	900	90	90	90	90
Lineę capit. & lat polyg.	135	126	120	115 43	112 30	110	108	106 22	105
Alarum & facier.	105	108	110	111 26	112 30	115	117	118 38	120
Triang. exam.	45	36	30	25 43	22 30	20	18	16 22	15
Defendent. inter.	15	18	20	21 26	22 30	25	27	28 36	30
Defend. exter.	165	162	160	158 34	157 30	155	153	151 22	150
Defensionis	150	144	140	137 9	1350	130	126	122 44	120
LATERA									
Radii circul.	353	459	648	746	846	947	1048	1151	1400
Lat. Polygo.	500	540	648	648	648	648	648	648	720
Cathecus	250	372	561	673	783	890	997	1107	1343
Colli	100	120	144	144	144	144	144	144	160
Alæ	80	90	108	108	108	108	108	108	120
Cortinæ	300	300	360	360	360	360	360	360	400
Alæ cortinæ		23	63	85	99	128	148	163	197
Capital.	207	209	234	225	219	224	229	231	259
Faciei Prop.	256	255	279	260	247	244	242	239	261
Defensionis	565	546	594	555	529	499	479	463	501

4. *Beneficio Circini proportionalis, vel lineæ in 100 partes divisæ, munitionem regularem describere.*

Linea hæc divisa est in 100 partes æquales, per quam facillimè munitionem hoc modo tabulæ inscribere licebit, *Verbigratia*, sit Pentagonum describendum; accipe per circinum ex linea hac divisa partes radii pentagoni 459 (æstimando quamlibet decimam regulæ partem 100) & describe circulum delenilem sive obscurum, deinde accipe intervallum 540, lateris nimirum Pentagoni partium, quod dividet circulum descriptum in 5 partes æquales,

quas

quadrectis jungantur lineis, & descriptum erit polygonum MNOXY: statuantur ab O in B partes lineæ colli 120, quæ etiam statuendæ ab O in E, eri-



ganturque ale B D & E P perpendiculares ad longitudinem 90 part. Postea lineæ Colli partibus 120, adde partes alę cortinæ 23, fiunt 143, quarum intervallum

vallum statuatur ab N in Q, & ab X in R, ducanturque lineę R P H & QDH, quæ concurrent in H, eritque Propugnaculum B D H P E extructum. Ad idem exemplum reliqua propugnacula ex angulis Pentagoni N, M, Y, X exstruenda, eritque descriptum propugnaculum. Cujus anguli & liuce respondebunt mensuris in tabella expressis.

5. *De Fossa, vallo, larica, Thorace & aliis munitionis partibus.*

Atque hæc debita est linearum Angulorumque munientium proportio, quam in delineando, usus Astrolabii vel regulę in 100 partes divisæ, ut jam docuimus, suppeditabit; Fossa vero, Vallum loricæve quo pacto exstrui debeant, adeo videtur mihi omni carere difficultate, ut ea docere operæ pretium non sit; singulorum tamen, ut quæ partes Munitionum proprie dicuntur, ceu sunt Vallum, Thorax, scabellum, lorica &c. Vocabula, Latino, Gallico, Italico Belgicoque Idiomate exposuimus: Ne vero in exstruendis eis, debita aut proportio, aut ratio negligatur, subsequentes adornavimus Canones; juxta quorum normam præsens negotium dirigere est animus.

1. In Quadragono & Pentagono Vallum ad altitudinem 14 pedum erigitur: 16 in Hexagono & Heptagono.

2. Reclinatio dependet à latitudine Basis ejusdem quæ fulcri instar, sursum paulatim vergens ad summum valli cacumen deducta, est vel interior vel exterior: Interior ea dicitur, quam centrum versus, altitudini Valli ęqualem exstrui solitam, hodie decliviorem tanto Artifices faciunt, ut & duplo quandoque altitudinem excedat. Exterior Fossam versus tantum reclinare solet, ut sortiatur proportionem sesquialteram sc. ut altitudo trium ped. reclinet duos pedes diciturque *Ital.* fora scarpa, vel contrascarpa: glebę nihilominus effodiendę habenda ratio, quæ si lenta tenaxque fuerit, reclinatio dimidio altitudinis Valli æqualis sufficerit, augenda si non item.

3. Verticalis latitudo Valli, quam Belgice **De Kruinmal** appellare solemus, ad minimum 30 ped. esto, neve excedat 60: quibus & Basis Thoracis comprehendetur. Cui *Thorax* superstruitur, Altitudine interiori 6, exteriori 4 ped. latitudine ad verticem 5, 9, vel 12 ped, reclinabit introrsum pedem 1 extrorsum 3. Quare Basis latitudo 8, 12, aut 15 ped. Huic tandem *Scabellum* altum 1, latum 2 ped. adjicitur.

Tabella continens latitudines partium Munitionem constituentium.

LATITVDINES	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Pedis valli.	51	53	66	80	80	80	80	80	80
Marginis valli, ubi Arctiss.	6	6	6	6	6	6	6	6	6
Ejusdem è reg. mucronis propug.	12	10 5	9 8	9 4	9	8 8	8 7	8 7	8 7
Fossæ, ubi minima.	60	70	80	90	100	100	100	100	100
Ejusdē è reg. medii valli sive cort.	102 5	111 4	120 4	124 1	131 3	128 1	124 9	124 9	124 9
Ejusdem è regione extremi valli.	120	123 5	131 4	141	151 6	148	145 2	145 2	145 2
Viæ opertæ ubi minima.	20	20	20	20	20	20	20	20	20
E regione mucron. propug.	40	35 3	32 8	31 3	30 3	29 6	29	29	29
Inclinationis Thoracis ad viam coopertam ubi minima.	45	49 2	47 2	51 7	46 8	46 8	49 8	49 8	49 8
In medio cortinæ.	46 5	52 3	51	56 8	52 1	52 7	56 5	56 5	56 5
Ad ang: propugnaculi.	90	87	77 5	81	70 9	69 2	72 9	72 9	72 9
Lateris loci receptui.	100	120	130	140	150	150	150	150	150
Semidiameter polygoni continentis locum receptus.	70 7	102	130	161	195 9	219 2	242 7	242 7	242 7
Plateæ intervallum & circumjacentium domi.	20	20	24	30	30	30	30	30	30
Platearum per arcem.	20	20	24	24	24	24	24	24	24
Pedis Thoracis.	12	12	12	16	20	20	20	20	20

Quin & inter duo propugnacula, vel ad angulum interioris Polygoni, nonunquam excitantur colliculi, quos equites vocamus. *Itali* cavalieri dicunt, qui super apicem Thoracis eminent 5, 6 vel 7 ped. ut eo commodius in campum prospicere, hostemque eminus offendere liceat, quibus vel Thorax vel ejus loco corbes loricales imponuntur, belgicè Schanshoven dicti.

IV. Dum Fossa Terram effodiunt, circum universam munitionis planitiem, spatium 12, 18, 22. pedum (quod Belgis De Barnte dicitur), inter lineamenta, Valli, fossæque marginem, relinquatur cujus extremo littori ad alluentes aquas, Thorax superstruitur, (Gallis *Faucebre* dictum opus) valli ipsius, Thoraci similis.

V. In locis arenosis, & æditioribus fundum fossæ, quod ad latitudinem attinet, æquabitur Valli vertici: superficies Basi, profunditas altitudini; Interior reclinatio exteriori, exterior interiori: secus judicandum in locis Scaturiginosis, petricosis vel declivioribus, ubi ad profunditatem 6, 8, aut decem pedum effodiatur, riparumque distantia sit 160. 180. ped. & conveniens profunditati inclinatio.

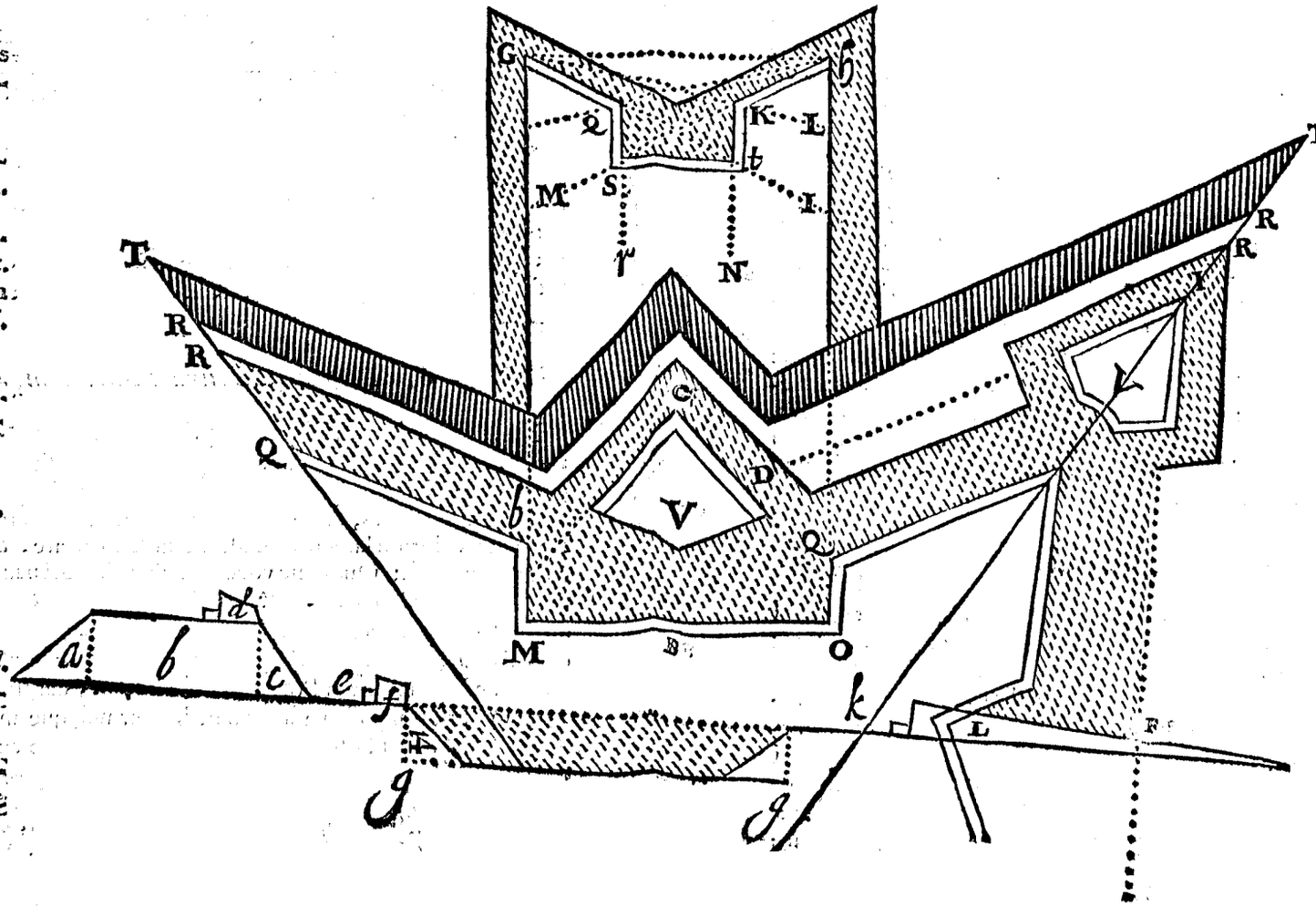
6. *De parmulis citra medietatem, cortinæ.*

Ne tamen universa vis hostium, primique (ut solent esse ferocissimi) assultus huic machinæ soli incumberent, sedula sagacissimorum hominum providentia, varias, quę & ipsam munitionem communire possent, excogitavit munimentorum formas, ab ipso quidem opere sejunctas, tutas tamen, & sub Alis Propugnaculorum latentes, unde & hostem ferire, & à suis auxilium ferri commode possit: Quas (ne vocum novitate lectori nauseam moveamus) Parmulas tanquam latinè, Gallicè *Ravilins* dicemus. *Earum hæc est fabrica.* Ex medio Cortinæ, Perpendicularis B C excitetur, & ex puncto C binæ facies egrediantur, pro ratione Polygoni ab 144 ad 240 ped. quarum defendentes lineę, medietati Alarum Polygoni respondeant, aut, si non feret occasio, distent ab alarum angulis 12 aut 20 ped. Parmulęque interior angulus V respondeat interiori Fossæ: Cui munimento fossa 50 aut 60 ped. lata circumducta.

7. *De Thorace* contreschARPE *dicto.*

In opposita campi planitie, spacio 24 pedum (quod viam opertam nuncupare solemus) assumpto, Thorax excitatur, cujus latera cum Parmulæ faciebus

Rerum quæ ad munitionem spectant series, & earum per characterismos explicatio.



GQSTRH. Opus corniculatũ. *Belg.* Hoornwercken.

TR, TR conterscharp. *Gall.* Escarpa.

RR Via operta. *Gall.* Chemin Couvert. *Ital.* Strata Operta. *Germ.* graben stauff. *Belg.* loopgraven.

QR Latitudo fossę.

V, V Parmulę Kavelins.

Planiformis delineationis per characterismos Explicatio.

a b c, Vallum. *Gall.* Rempars. *Ital.* Ripari.

a, Interior valli inclinatio. *Gall.* Escarpe. *Ital.* Scharpa.

c, Exterior inclinatio. *Ital.* contrascarpa, fora scarpa.

b, Crassities quadrang. valli.

d, Thorax cum schabello. *Gall.* courtine. *Ital.* parapetto.

e f, Faucebre, *Belgica*, de bermpte.

c, Via operta ejusdẽ. *Gall.* Chemin couvert. *Ital.* Strata operta.

F, Thorax, Parapetto.

14, Fossæ profunditas.

g g, Latitudo cum inclinatione fossæ.

KL Conterscharp.

K Via operta.

L Thorax.

continuè parallelę; opus altum 6 pedes, ut ad 40 pedum latitudinem reclinet necessè habet, quæ latitudo si minus arrideat, oculo ad apicem Thoracis Machinæ majoris applicato, rectà collimabis ad exstructam molem, donec ipsa campi planities in visus radium incidat; ut hoc modo veram operis tui, quod nostris, contrescharpe, inclinationem assequaris; & quo furentibus hostium animis, vitæ libertatisque assertores magis magisque indies resistere possint, cortinalibus, necessitatis tempore, non contenti, ipsis propugnaculis ejusmodi Parmulas defensionis ergo objiciunt hoc modo.

8. *De parmulis propugnaculis objectis.*

Ex Parmulæ cortinalis D puncto 50 circiter aut 60 pedes, ab fossæ margine distans collimatur recta D I parallela cum facie propugnaculi: similiter in altera propugnaculi parte recta F I collimetur, quæ concurrant ad punctum I. ab hoc puncto eisdem rectis regressus si binas longitudine 200 vel 220 ped. Facies exstruxeris, affabrè propugnaculo Polygoni obtensa erit Parmula, cui pro ratione dimensionum Parmulæ cortinalis, fossa, Via operta, Thoraxque circumducentur; Quæ Parmulæ cum ad Horizontalem campi planitiem plerumque exstruantur, haud abs re fuerit, interiorem earundem capacitatem, altitudine 4 pedum augere, ut tanto commodius speculatorum in morem, in campum prospicientes, hostem detegere liceat, neve ii, qui ex opertâ viâ cum hoste confligunt lædantur à suis.

9. *De opere Corniculato.*

Quæ, licet singula in perniciem humani generis excogitata videantur, haud quaquam respicit mortalium furor, dumque alius alio demens rapitur leto. vix ea timet, quæ vel ipsus fulmina mittat Iupiter: Cælum, altissimi sedem Iovis, Cyclopea gens invadere ausa (quorum, quis Martium hoc neget sęculum progeniem?) quid munitiones nostras formidet, quid propugnacula, quid Parmulas? ut de eis taceam munimentis, quæ mutuato nomine corniculata nostri solent indigitare; quantum invadenti facessant negotii, nisi delineationis nostræ doceret schema continuo magistra rerum testatur Experientia: Quæ qualia sint, quomodo exstruantur, & quem prestent usum hic docebimus; Corniculata dicuntur quod eorum latera ab ipsa munitione cornuum in morem extensa promineant, Alæ namque Propugnaculorum Munitionis præcipuę mutis lineis, rectis tamen B G sc. & Q H continuantur ad septingentos pedes,

pedes, in G & H puncta, quæ si longius extendantur hunc præstabunt usum, ut quidem versus munitionem minui sæpius, & quasi in plura scindi possint propugnacula, At commoditas illa majore compensari posset detrimento, dum à sclopetariis suis propugnatores egrè defenderentur, neque enim ultra 800 pedes in aliquem scopum glans sclopeto certò dirigi potest, longitudo itaque servetur conveniens: latera a. ejus æqualem cum Alis præcipuę Munitionis sortiuntur distantiam, quę si Corniculato non suffecerit, obliquo tramite incedentes lineę latitudinem acquirant commodiorem; Ad utrumque cornu propugnaculum extruitur dimidiatum, debito muniendum Thorace, quibus cortinâ æquali facici junctis, tutum ab incursu hostium undiquaque redditur Corniculatum, quæ propugnacula si vallo aut 4. aut 6. pedum parte interiore communire est animus Fossâ, (nam & Fossam undiquaque 24 sive 36 ped. habere munimentum necesse est) pro valli mole accrescet, sin minus lorica qualem reliquis præteximus, suffecerit: Egregium opus hoc, & quod in averruncando hoste vix ulli cedit, verum propugnaculorum mucronibus, præcipuæ Munitionis, commode prætendi non posset, ob angustam nimis inter cornua capacitatem, quæ propugnatores in periculum vitæ deduceret, ut qui suorum auxilio destituti, sævientibus prædę forent hostibus. Quæ, ut plerumque viva delineatio uberiorem fructum suppeditat, hoc schemate expressimus, ubi cuncta hujus Corniculati suis lineis & characteribus expressa.

10. *In opere corniculato cortinam propugnaculorum faciebus æqualem constituere.*

Diximus cortinam hujus operis æqualem fieri facici propugnaculi, quod sic fiet. Per extrema cuspidum puncta H & G recta ducatur G H, atque ex G & H egrediantur rectæ G I & H M facientes cum G H angulum 25 gr: Angulus G H M bifariam secetur ducta lineâ H Q, Quæ intersecabit lineam, G I, ad punctum, Q, eritque G Q facies propugnaculi; Ad eundem modum bissecabis ang. H G I per lineam G L, secantem rectam H M in K, eritque H K facies alterius propugnaculi. Ex priori Q puncto descendat respectu G H perpendicularis Q S R, secans F M in S; eritque Q S Ala in ratione facici sive cortinæ subdupla: similiter perpendicularis K N occurens G I ad punctum, T, efficietur Ala K T altera, & alarum cortina S T erit æqualis G Q, vel H K faciebus.

Pragmatia in numeris ex geometrica delineatione derivata.

In Triangulo G K H obliquangulo datur latus G H æquale cortinæ munitionis

tionis majoris M O 360 ped: & anguli ad G & H ex constructione valent singuli 12 gr. 30 m. unde ang. G K H erit eorundem compl. ad semicirculum 155 gr. Quare per resolutionem Triang. rectil. invenietur K H sinum ang. 621644. erit enim ut G H sinus ang K 90631, ad H K sinum ang. 621644: ita G H 360 ad, aliud & concludetur facies H K 86 ped ferè.

MVNITIONVM DELINIENDARVM

CAP. 2.

De figuris inordinatis.

Hactenus qua potuimus brevitate Ordinatas munitionum figuras perstrinximus, Earundemque delineandarum proportionem succincta tabula exhibuimus; Quæ licet forma ratioque custodiendis finibus aptissima videatur, non tamen ejus perpetuo datur copia, adeoque necessum est ad inordinatam deflectere, cum pleraque oppida & civitates, quas rude illud interque artis bellicæ sæculum Antiquitatis condidit, Vitiosas fere, neque ad artis muniendi normam debite exstruxerit; quæ ut vitio suo corrigantur, & quantum fieri potest, in Ordinem redigantur explicabimus: Vt plurimum enim situs, & quæ ipsa objecit Natura impedimenta, ceu sunt Aggeres *loca palustria, lacus, flumina &c. si vel summopere Ordinatam flagites, inordinatam tamen figuram suppeditant, cui negotio quantumvis difficili, singulis tamen cautus Geometra summam adhibebit operam, ne videlicet, dum in Ordinem loca malè munita redigit, aut nova forsan ædificat, sumptus inutiles, laborumve temere excitet molestiam: Quod ut caveat, exacta requiritur loci muniendi descriptio, quæ diligenter ad animum revocata maximam delineatori ex judicio pariet industriam; majorem tamen si cum munitionum, arcium civitatumque affabrè communitarum, vivis (quas in promptu habere industrius Artifex debet) delineationibus conferantur.*

I. *De Vrbium Civitatum Oppidorumque munitione & primum de ichnographica earum delineatione,*

Absoluta itaque Figuræ Ordinatæ munitione, ad Vrbium, civitatum, Oppidorum-

dorumque qualiscunque ea formæ exstiterunt accingamur, quod ut debitè fiat, ante omnia peripheriæ Civitatis, exacta, vera & ichnographica requiritur delineatio. Res hæc, ut quę revera alicujus momenti, multos torsit, suaque super eadem, judicia lata, publici juris fecerunt, quorum, si quis, scopum assecutus, aliis sentiendum relinquo, mihi quidem videre non contigit; Nos genuinum, verumque civitates delineandi modum in præsentiarum dabimus; Ad quod negotium Catenâ ferrea, in perticas & ped. distributa, sit ad manus, qualem cap. 1. lib. 2. Geometriæ nostræ descripsimus, quin & Astrolabio opus est, quod indicem magneticum, in mortem Compassi nautici comprehendit, cujus beneficio, Ansa simul instrumenti, lineaque verticalis, veram meridiei lineam, universi operis directricem, dabunt; Quæ ubi parata habes certum aliquem in mænibus locum elige, sive is porta sit sive angulus, cujus amplitudinem, mediante Astrolabio acceptam, in usum annota, quo peracto, Ansam, duce Magnetico; directè meridiei obverte, immotoque instrumento, sola Dioptra huc illuc fluctuet, ut per ejusdem rimulas singulorum, & locorum & signorum, quæ in mænibus conspici possunt, (ceu sunt Turres, portæ. Molendina &c.) anguli visionum ritè observari queant, ut cap. 2. pr. 12 lib 2. Geometr: nostræ docuimus; quibus in usum adscriptis, proximi in męnibus anguli distantiam catenâ perticali mensurato, ejusque, ut in statione prima diligenter observa, inque usum annota amplitudinem, & ad tertium progredere, ex eo ad quartum, singulorum tamen distantias adscribere memor, Progressus vero, quà commodè, ceu loco primo, turres, reliquaque ejusmodi signa conspiciendi detur occasio, eam negligere nefas ducito, quo enim pluribus ex locis anguli visionum observentur eo certius procedet operatio quæ, (donec universam Civitatem circumnensus) continuata, ut in mappa Chartacea depingatur, parallelas quam plurimas ducito, meridianos referentes, quibus hoc modo circulum æneum in 360 gr. distributum applicato, ut linea ejus verticalis, initio graduum, ducto cuidam parallelo respondeat, juxta cujus situm, observatas, quas annotasti angulorum amplitudines apprime delineabis. Reliqua studiosus lector ex locorum descriptione, 12. præc cap. 2. lib. 2. cognoscere poterit: Tum ne quis error in ipsa munitione suboriatur, operę pretium erit, ex singulis stationum locis, modo commoditas ferat, turrium quarundam in civitate sitarum angulos visionum inquirere, easque, mæniorum angulis rite annotatis, ascendere, ut vice versâ ad priora stationum loca collimans, eorundem angulos visionum, nullo inhibente ædificiorum obstaculo, commode & observare, & annotare possis, universa namque civitatis muniendæ certitudo ex angulorum debita inquisitione dependet, neque unquam voti compos eva-

des, nisi certissimo huic nitaris fundamento; quod plerique Artifices ignorarunt, qui angulorum valli amplitudines tantum, eorumque inquirentes distantias, operi satisfactum autumant. Verum enimverò quam toto quandoque aberrent cælo, ipsa ratio, laborque docet irritus.

2. *De oppidorum muniendi ratione.*

Certam itaque, & quam judicium constans stabilire possit, peripheriæ loci nactus delineationem, varias communiendæ civitatis formas depingito, quarum quæ commodissima, minimorumque futura sumptuum eligetur, graviter cavendo ne propugnacula, vallique immensa moles, uliginosis locis exstruantur: Neque tantopere Regularitati figuræ inhærendum, quasi præter illam nequeat ædificari quæ idonea: Formam quidem regularitas commendat, debita vero mensuræ proportio, firmitatem munimento, propugnatoribus animum conciliat; habenda loci situsque ratio, cui nihilominus regularitas quandoque perdite præfertur, quin adeo ut consultius videatur Artifici uliginosis & palustribus locis superstruere, maximo incolarum detrimento, sumptuumque prodigalitate, quam vel unguem latum à regularitate deflectere; Non probamus hoc, quando irregularis figura, siquidem debitè proportionata, eandem quam regularis commoditatem suppeditaverit, cujus rei gratiâ, mensuræ rationem, qua quondam parens p. m communis Patriæ commodo usus, placuit his annectere, ea si observetur, errorem omnem evitatum iri, satis superque confido.

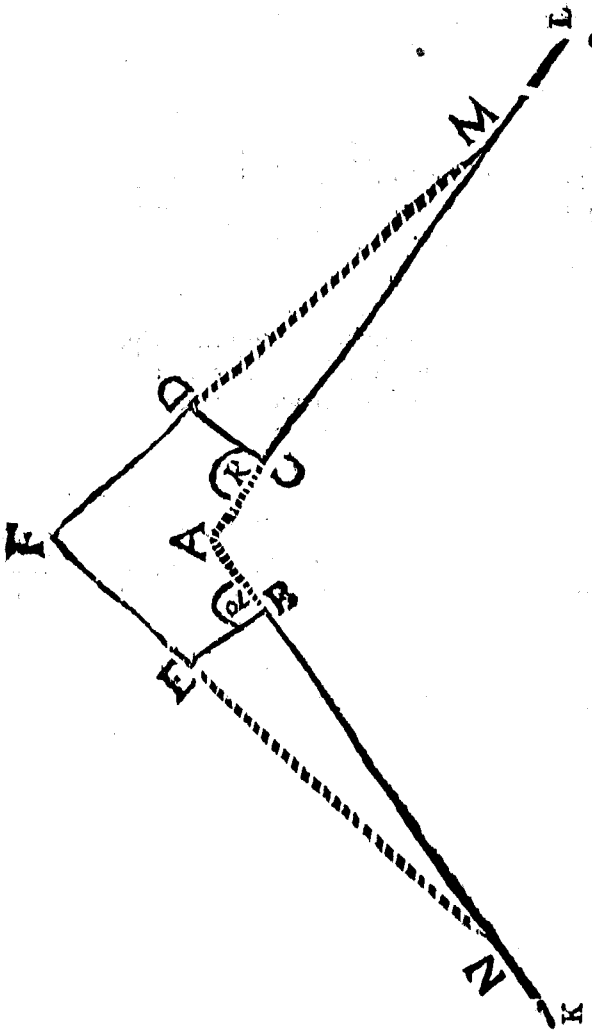
Angulus K A L. non sit minor recto, quo namque obtusior eo commodior A B. A C. collum, vel *Recinto*, sint 8. 10. vel 12. perticarum. B E. C D. Alæ, *Espaules*, semper sunto perpendiculares cum A L & A K Cortinis, sitque singularum longitudo 8. 10 vel 11 perticarum.

Ang. Propugnaculi F, ne sit minor 60 grad. nec major 90. R. Cazimath, qui hodie non sunt in usu, latitudine ad orificium 2. pertic. parte vero interiore 3 pertic. atquè longitudo 4 pert.

Cortinæ longitudo 40. 60. 80. perticar.

Ang. K N F. vel F M L. sit obtusus, ne tamen excedat 160 gr. Linea N E F, sive F D M, quam lineam defensionis vocant, ne sit longior 80 perticarum, cujus tamen debita longitudo ut innotescat, inserviet Triang. N B E, rectang. ad B, ex datis enim N B & B E cruribus, innotescit basis N E B, cui si addatur facies F E, constabit N F long. lineæ defendentis.

Vallum ad altitudinem 10. 18. 20. pedum exstruatur: Reclinatio valli interior sc. urbem versus: æqualis altitudi, Exterior reclinatio se habeat ut 3 ad 2. scilicet



scilicet trium ped: altitudo reclinabit 2. ped.

Latitudo verticis. de **Crupnwal**/à 30 ad 40 ped. quare

Basis ejus, **den Anleg**/ pro ratione reclinationis dilatanda.

Thorax **de Borstweer**/ altitudinis 6 ped. latitudinis ad verticem 5. 9. 12. ped. reclinat introrsum ped. 1. extrorsum 2, quocirca latitudo Basis ejus 8. 12. 15. pedum.

Scabelli altitudo unũ pedem capiat, latit. 2.

Fulcrum Valli, de **Barmte**/ relinquit spacium 12. 18. 22. ped.

Fossæ latitudo minima, 140. 160. 180. ped.

3. *Structura Valli.*

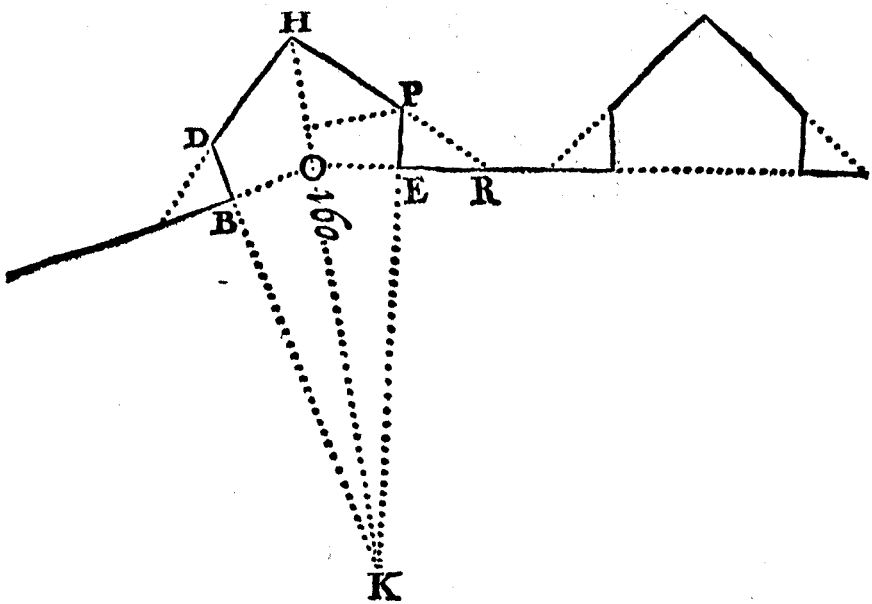
Diligenter tandem (ne dum ea negligas, labor frustraneus ingruat) inquirendum, quot parallepipeda oblonga, quæ nostris **Schaften aerde** appellantur, ipsa valli moles requirat: quod ut commode absolvant Geodætæ, duodecim pedes cubicos, scil. parallelepipedum oblongum (cujus longitudo 12. ped. profunditas unum capit) **Schaften**/ appellant: quo cognito, latitudinem verticis, basinque valli infimam, in unam summam colligunt, cujus dimidium (quod æquata latitudo di-

citur) in altitudinem, vel dimidiam valli altitudinem in collectam latitudinum summam multiplicant, utroque enim modo proveniet numerus pedum cubicorum, quibus in 12 ductis, factus indicabit, quot parallelepipeda, quelibet pertica longitudinis valli comprehendat, ut in hoc exemplo: Esto valli altitudo 14 ped. latitudo verticis 32. Baseos 55, summam latitudinum 87 duc in dimidiam altitudinem, 7. provenient 609 ped. cubici, quib. divisis per 12, dabit quotus 50 parallel. 9 relictis digitis: Eodem modo & capacitas Thoracis explorabitur; sit lata vertex 10 ped. Basis 13, altitudo 6. aggregatum utriusque latitudinis 23. multiplica in dimidiam altitudinem 3, provenient 69 ped. cubici. quib. divisis per 12. fiunt 5 parallelep. 9. dig.

Eadem quoque Fossæ ratio, cujus profunditas si futura sit 6 ped. quæritur qua latitudine effodienda, si terra exstruendo vallo sufficerit, ubi considerandum effodiendam terram, parallelepipedis valli haud quaquam convenire, 5 enim Fossæ parall. vix 4 valli continent, proinde quo diffusa magis, eo augendam magis materiam censent; Quare ut & error omnis, & ignominia evitetur, pedes cubicos tam Thoracis, quam valli in unam summam collige, sc 678. eamque quinta sui parte adauge, ut fiat 813, qua divisa per pedes profunditatis Fossæ, dabit quotus latitudinem æquatam, 135½, cui si 3 pedes addantur manifestabitur latitudo Fossę ad superficiem 138½ pedum, verum si tres æquatæ latitudini pedes auferas, residuum pro latitud. ad fundum erit 132½ ped. Et si quis æquatam Fossę latitudinem in profunditatem ejus multiplicaverit, producetur numerus pedum cubicorum effodiendorum, quorum 12 constituunt parallelepipedum, ten Schaft.

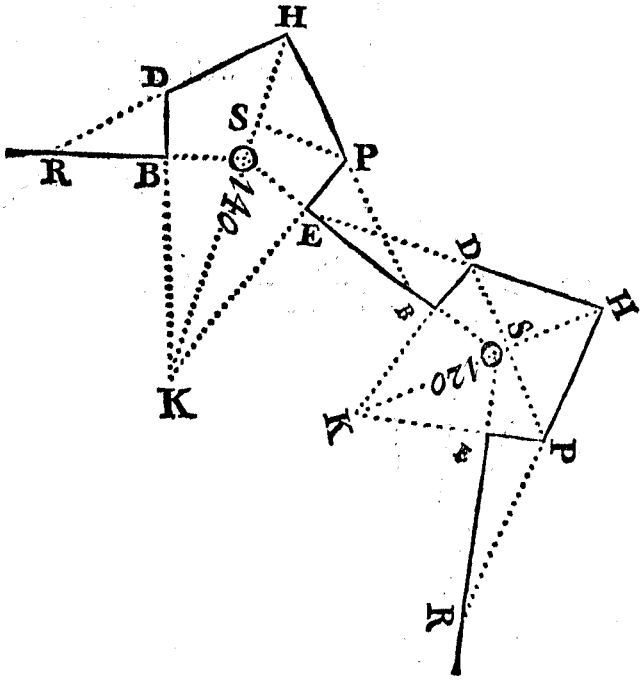
APPENDIX.

Coronidis loco quoniam quorundam curiositati satisfactum volumus, quę utrum ostentanea magis, an utilis nescio, tandem edocendum duxi, quo pacto formam quandam irregularem, sive ea civitas sive oppidum fuerit, cujus circumferentiæ anguli inæquales maximè aut obtusi sint, propugnaculis ita adornare liceat, ut penè invicem similia & similiter sita existent, hoc est, nec propugnaculum aliud alio grandiores partes acquirat, verum ut & anguli extremi, facies, alæque æquales fiant, veluti ex hoc Schemate apparet, ubi anguli D H P, lineæque D H, ut & facies H P cum alis E P ejusdem sunt mag-



nitudinis. Cujus Negotii universa difficultas hæret in linea Colli O E. Vt ergo inquiras quantum ea aut decurtari aut elongari debeat, ut eadem propugnaculis forma maneat, ratio habenda est angulorum valli B O E quanto

enim obtusiores tanto defendentes lineę longiores evadent, breviores vero lineæ colli: longitudo autem lineæ Colli O E investigatur ex Triangulis rectangulis K S P & K E O, præterea anguli K O E & K P S continuo sunt ęquales, quia constant singuli complemento ad semicirculum, anguli videlicet O K E. Angulusque K O E, ut & angulus S P K dimidium est anguli munitionis B O E. Quo cognito, facili calculo invenietur linea Colli O E.



Verbi gratia.

Exstruenda mihi sunt ad singulos munitionis cujuscunq; obtusos ang. singulę propugnacula, quorum anguli D H P singuli sunto 90 gr. singulæ facies H P & H D longæ 244 ped. Alæ P E & D B 101 ped. quæritur quæ sit longitudo futura linearum Colli O E & O B, si angulus munitionis B O E fuerit 120 gr. Primo investigatur longitudo S P beneficio resolutionis Trianguli H S P cujus Basis H P datur 244 ped. Ang. S H P 45 gr. dimidium videlicet ang.

Pro-

Propugnaculi D H P. Effare igitur hoc modo, si H P dederit radium 100000 erit S P sinus anguli H. 45 gr. sc. 70711, quid erit S P si H P detur 244 ped? facit 172. Præterea innotescet linea P K: cognito enim in Triangulo P S K crure P S, anguloque S P K 60 gr. (æquatur enim angulo K O E) simul innotescet basis P K: erit enim, ut S P radius 100000 ad P K 200000 secantem anguli S P K, ita S P 172 ped. ad basin P K 344 ped. Ex P K subtrahè 90. Alam sc. P E, restabit linea K E 254. Tandem in Triangulo K O E cognito crure K E atque angulo E K O 30 gr. (Compl. enim est ad semicirculum anguli K O E,) innotescet linea Colli O E: erit enim ut K E radius 100000 ad O E Tang ang. K 57735 ita, K E 254 ad lineam Colli O E 246½. Eodem modo reliquis munitionis angulis operaberis: namque cuncta ejus propugnacula eandem & figuram & magnitudinem sortientur, nisi acutus forte fortuna nimium fuerit munitionis angulus, hoc enim casu linea defensionis H P R nimiæ longitudinis foret, quod tamen incommodum evitabis, si angulum propugnaculi acutum magis, alasque P E & D B breviores efficias. Atqui hoc nota. Ad latus rectum lineam S P & parallelam & æqualem esse lineæ Colli O E, ut apparet in schemate.

PROBLEMA

Qualescunque dentur, facies, Alæ, anguli propugnaculi & Munitionis: Quanta futura, & in quam cortinæ partem linea defensionis casura sit inquirere.

In priore schemate, datur angulus propugnaculi 90 gr. facies 244: ped. Alæ singulæ 108 ped: ang. munitionis Primus 120 gr: unde lineam defensionis, H P R, atque partem cortinæ E R facile erit invenire ex triang. rectang. E P R, in quo crus ang. recti E P, atque angulus E P R innotescunt, unde reliquum crus E R, atque basis P R peri 4 probl. Trigonomet. nostrę non ignorabuntur. Erit enim per probl. 1 ut P E Rad. 100000 ad E R 373205 Tang. ang. P 75 gr. ita P E 108 ped. ad E R 403 ped.

Rursus per 2 probl. ut P E radius ad P R secant. ang. P 386370: ita P E 108 ped. ad P R 418 ped. ipsis addatur H P facies 244 ped. erit linea defensionis H R 662 ped

Qua autem ratione innotescat ang. E P R sic habeto. In quadrangulo H O R per 14 prob. cap. 6 lib. 1 Geom nostr. omnes anguli simul sumpti æquivalent 3 rectis, & quia tres anguli ex thesi dantur: Angulus enim ad E est re-

ctus: Ang. O H P est 45 gr. dimidium anguli Propugnaculi H: atque H O E datur 120 gr. est enim compl. ad semicirc. anguli K O R. Vnde tres isti anguli simul sumpti efficiunt 255 gr. quibus ex 360 gr. (hoc est 4 rectis) sublatis, relinquunt angulum H P E 105 gr. Cujus compl. ad semicirculum dabit angulum E P R optatum 75 gr.

EPILOGVS.

Hactenus ea quæ præcipuè ad munitionum cum regularium tum irregularium formas spectare videntur Laconicè, ut ajunt, perstrinximus, neque enim singula, prolixa oratione, aut complicita verborum ambage exsequi operæ pretium videtur, idque ea propter, ne militari animo fastidium pariat longinquum dicendi genus: Nunc vero, ut & aliis, qui (si dis placet) præter militię rudera sapere videntur, satisfiat, ea breviter dicam, quæ in munitionum quovis loco exstructarum aut commodum aut detrimentum verti poterunt, idque contrariis juxta se positis, cum non alio modo magis elucescat veritas. Quod negotium licet quam plurima comprehendere possit, nos paucis absolvemus.

Primo, quod attinet ad munitiones in Planitie aliqua Horizontali exstructas, hæc commoda spectanda veniunt.

1. Pingue compactumque solum vallo cæterisque exstruendis idoneum est.
2. Si flumen haberi possit, ejus beneficio, minimo sumptu commeatus ad ipsam munitionem deferri potest.
3 Solum fertile quod pro ratione excultum, facile victum defensoribus suppeditat.
4. Si nimia quantitate rivus excreverit, aut cataractis, aut alio modo circumjacentes agri in perniciem hostium inundari possunt.
5. Hujusmodi loci situs ineptus planè ad agendos cuniculos, tum propter aquositatem nimiam, tum quod hostis fodiens eminus conspici possit.
6. Regularis haberi forma potest.
7. Molestum erit Hosti suas turmas ex voto, ne conspiciantur contegere.

Nihilo-

Nihilominus horum alia quæ nunc diximus inpedimento esse poterunt, ipsaq; situs commoditas in perniciem tui vertetur. Quantum enim ad primum attinet, si vallo totique machinæ exstruendę solum idoneum fuerit tibi, idem hostibus thoracibus munitionibusque exstruendis inconveniens haud quaquam est.

2. Fluvius Hostium castris eundem quem tibi commeatum suppeditare poterit.

3. Agrorum fertilitas Hosti haud minus idonea quam propugnatoribus.

4. Quod obsessi planitiem undiquaque flumine irrigare poterint, idem negotium Hostis defensoribus facesset in perniciem, modo aggeris flumen cohibentis compos, munitosque dum levi angit exercitu, cum cæteris copiis alio sese subripiens lucro suo invigilare.

5. Hujusmodi Munitio, ni fluminis unda obstiterit, undiquaque assultui obnoxia foret.

6. Sumtuosa per se dum enormia propugnacula, magnam valli molem fossamque quam latissimam exquirat, adeo ut ipsa fere nihil suppeditet Natura commodi, quam in montibus.

7. Vt humile depressumque solum, sæpissimè magno cum dispendio subsidunt aut valli, aut propugnacula, quod quandoque haud minimo sumptu resarciri poterit.

Secundo, si munitionem in convexo montium ædificatam respicias, sedulo perpendè.

1. Ipsam naturam, hanc circumnatis vallibus, cum ab incursu hostium, tum è Tormentis bellicis, cuniculisque effodiendis tutari.

2. Si glebæ quantitas suffecerit, minore & sumptu & opera, ipsa exstruetur Munitio, ac vel in devexo fieri posset, dum sponte sua loci commoditas vallum fossas & propugnaculorum rudimenta suppeditet.

3. Disjectas invicem hostis copias tenere oportet, quod suppetiarum tempore molestiam pariet. Et ut hæc tibi præstiterint montes commoda pari ratione eidem nocebunt.

1. Sub montium cacumine latenter adrepens hostis, vallium commoditate frui poterit, ut munitionem sine suorum clade adoriatur.

2. Commeatus non nisi magno sumptu, ut Architectis, sic propugnatoribus defertur in loca hujuscemodi.

3. Penuria aquarum plerumque laborant convexi montes.

4. Fossoribus obnoxii.

5. Pluvia nimbisque magis ac reliqui situs divexantur, cum friabile illic magis, quam in planitie solum existat.

6. Formæ commoditas ex voto non succedet Architecto.

Tertiò, munitiones in mari exstructæ hasce commoditates obtinent.

1. Si 1500 ped. à littore distent, à Tormentis bellicis tutæ sunt.

2. Fossoribus non datur aditus.

3. Insultus non patent, ob continuam suppetiarum copiam.

4. Sumptuosis non indigent Propugnaculis.

5. Nec commeatu magno, nec numeroso propugnatore indigent, propter commoditatem portuum.

6. Incertos tormentorum nauticorum ictus non est quod ideò formident, ob vacillantem navium cursum, quas tamen ipsi propugnatores lædere poterint.

7. Classe defendi, munirique possunt in perniciem hostium. Non tamen hac munitione tuto defendi patriæ fines poterunt, dum periculosum inde egredi esse constat 8. Nec equitum his in locis usus conceditur.

Quarto: quæ in littore existunt munitiones, ut Marinarum,

1. (Quantum ad 5, 6, 7 & 8,) commodorum participes, sic quoque eorundem, quæ procul à mari, in campi aliqua planitie, sunt.

2. Vt eas obsideat Hostis & classe & exercitu opus habet.

3. Ex eisdem Patrię fines terra marique defendere posses. Verum ut nec hostem finitimum, sic minus peregrini alicujus assultum propter alluens mare effugient.

Quintò, si forsan in paludosis locis exstruxeris conducent,

1. Ipsa palus quæ ut equiti sic pedestribus copiis accessum negabit.

3. Nec Valli immensa mole, nec celso opus propugnaculo; & ut ea conduxerint, offecerint nihilominus alia, ceu sunt.

1. Immodici sumptus, dum Vallum cæteraque exstruuntur loco minus idoneo, videlicet ubi fundus moli ferendæ impar, solumque nec quantitate nec qualitate operi respondens.

2. Teter

2. Teter quotidie exhalans vapor aërem inficiens, infesta lue in milites grassabitur.

3. Parva manu minimisque copiis obsidebit eas hostis, modo propugnaculo aliquo defensoribus exitum præscindat, adeoque ipsa munitio, quo loci commoditate validior censetur, eò sibi ipsi nocentior habetur.

4. Generosissimorum defensorum alacritas, si hoc limite detineatur, alibi te deficiet.

Sextò, si fossam consideraveris, præstabit & illa suas utilitates, quæ si arida fuerit.

1. Propugnaculorum vicem suppeditabit, ut (ne majorum exemplis inviti inhæreamus) magno cum suo malo Hispanus in triennali obsidione Ostendæ didicit, ubi magna copia defensores in aridas, easque derelictas fossas irruentes, ferociscimos hostium incursus securi quandoque averruncabant.

2. Fugitivo ut militi, sic colono tuta nonnunquam præbet latibula.

3. Si lignis eam adimplere studeat Hostis, tempore necessitatis exuri poterunt, si terra lapidibus, aliave materia, magnam horum copiam, per opertas vias brevissimo temporis spacio efferri poterunt.

4. Nec aër insalubris hisce locis. Ne vero utilitatibus hisce nimium fisus in periculum vitæ & necis incurras, ad hæc te verte incommoda, quæ eadem fossæ suggeret ariditas.

1. Si ulterioribus Fossæ oris, Hostis potiatur, obsessos inhibebit, ne eorum pecora militesve in eâ delitescant.

2. Minimo negotio eam Hostis implebit, effodiet, cuniculos aget, loricales cophuros, propugnacula extruet, seque omnibus modis contra vim excursusve defensorum communiet.

3. Propugnaculis, exstructisque suis munimentis paulatim adrepens Hostis, ad plantam valli propugnaculi, aut Cortinæ alicujus deveniet, quam funditus, si res ferat, eruet, & demolietur, jam defendentis anguli compos.

Septimo, habent & navigabiles fossæ suas utilitates.

1. Fossoribus ad munitionem difficilis est aditus.

2. Teneat ulteriores Hostis oras, non tamen in ipsa se fossâ occultare posset.

3. Si aquam deducere tentat, sæpenumero & tempus & ipsum laborē fallet.

4. Nec

4. Nec vallum nec propugnaculorum fundamenta munitiunculis suis appropinquabit, ut ea latenter evertat,

5. Nisi stagnans aqua fuerit, quicquid, implendi gratia immiserit, fluctuabit hac illac sine ordine, modo aquis illud deferri queat.

6. Si gravis illa & subsidens materia fuerit, profunditas Fossę si probe inpleri debeat, multum temporis laboremque indefessum postulat. Et ut has spectas utilitates, incommoda hæc negligere caveto.

1. Ne pontem navalem injiciat Hostis.

2. Considera defensoribus exitum non nisi per pontes patere.

3. Validissimo ponte, regionibus frigidis Hyems aquas contegit in obsessorum perniciem; Ne vero per ambages loqui videar hanc fossarum rationem habe, ut commodissimæ sint eæ, quæ pro re nata aquis impleri, iisque denuo evacuari possint. Tantum est quod compendii in morem super hoc negotio dictum voluimus: Non enim latet egregios egregia auctores conscripsisse volumina, plurimaque horum in diversam traxisse sententiam, ceu sunt Quadrata, Orbiculariave propugnacula, Dico ea præstare quibus usus & experiētia comprobavit hostem commodissimè posse arceri, quę quidem mea sententia rectangula aut acutangula sunto: Neque hæc res paucos torsit, si forsan hoc communis Patriæ flagitaverit calamitas, ut extruenda sit munitio, loco quidem idoneo, verum tali, ubi impedimento tempore necessitatis esse colliculus impendens poterit, censent alii majorem. Cortinam, colli prætendendam, ut ambobus angi queat angulis defendentibus, alii propugnaculum ipsum objiciendum censent. Prior mihi ob rationes probatur sententia, ut posterior improbatur, licet *Cavallieri* gaudeat Propugnaculum; verum hæc elaboratis argumentorum consectariis edocere, non opere pretium duxi.

FINIS.

GEOMETRIÆ PRACTICÆ

PARS QVINTA.

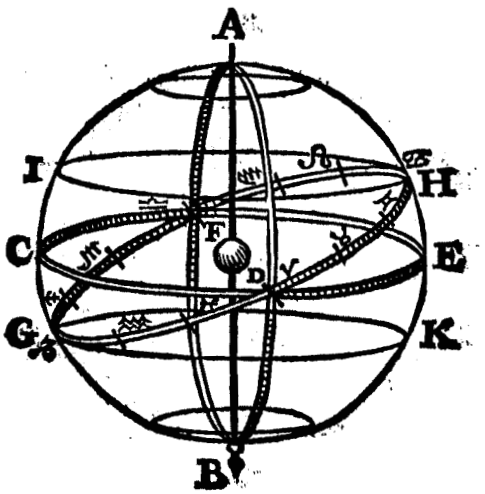
CONTINENS

Problemata Astronomica Geometricè delineata, & Arithmeticè resoluta.

Autore

ADRIANO METIO ALCMARIANO

Mathes. Professore ordinario.



FRANEKERÆ,

Ex officinâ Vlderici Dominici Balck, Ordinum Frisiæ Typographi.

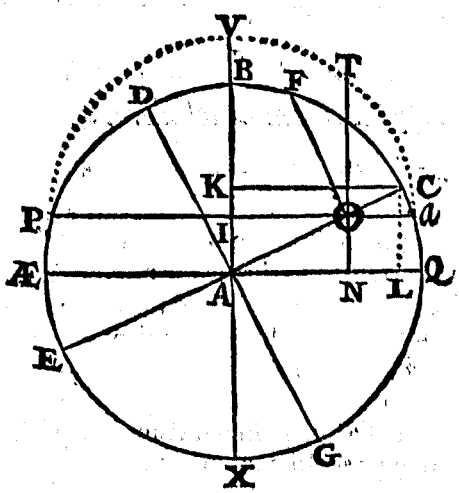
M. DC. XXV.

GEOMETRIÆ PRACTICÆ

PARS QVINTA.

CAP. I.

Dato solis in Ecliptica loco, ejus situm ad æquinoctialem; tam secundum meridianum sive Ascensionem rectam, *quam secundum* Declinationem *suam indagare. Et*
Reciproce, data solis Declinatione *locum ei in Ecliptica & æquinoctiali respondentem inquirere.*



Exemplum sumptum à 23 gr. Leon.

SVper centro A describatur peripheria colurum solstitiorum referens, perque idem centrum, A, trahatur recta Æ Q, quæ sit dimetiens æquinoctialis, à qua duo arcus Æ E & Q C obliquitatis zodiaci, utpote 23 ½ in coluro sumantur, Vnde recta E C referet

feret ecliptica, in qua ad centrum A erit principium Ariet. & Libr. ad F erit Caprit. & ad C habebit Canc. principium. Recta V X sit axis æquinoctialis, & D G axis ecliptiçæ. His ita constitutis, numeretur in coluro distantia solis in ecliptica à proximo æquinoctio sumptâ, idque à polo zodiaci boreo D, quando est in signis borealibus. Quando vero est in signis australibus, numerabitur à polo austrino N. (quomodo illa numeratio instituenda docuimus 13 pr. cap. 4 lib. 1. vel 7 pr. lib 3.) In 23 gr. Leon. existit distantia illa 57 à Libra versus Canc. Vnde hęc numerabitur à D usque ad F, ex quo ad F C perpendicularis dimittatur F O. Denique per O transeat recta P A æquatori parallela, quæ referet parallelum declinationis solis existentis in 23 gr. Leon. Proinde arcus coluri Q A & Æ P declinationem solis quæsitam continebunt, cujus amplitudinem per 13 pr. cap. 4 lib. 1. vel per 7 pr. lib 3 facile cognosces.

Porro ex centro I, super dimetiente P A, constituatur semiperipheria P V A, ad quam ex O excitetur ipsi P A perpendicularis O T, unde arcus V T ascensionem rectam à proximo æquinoctio numeratam continebit.

2. *Data solis declinatione, locum in Ecliptica & Æquinoctiali ei respondentem concludere.*

In schemate præmisso descriptis æquatore & zodiaco cum suis axibus: ab æquatoris linea, Æ Q, sumantur in coluro duo arcus declinationis solis Q A & Æ P, versus quidem polum boreum B, si declinatio detur borealis: sin australis, in contrariam partem. Trahaturque recta P A parallelum declinationis designans, quæ secabit zodiacum ad locũ solis O: ex quo excitetur perpendicularis O F, unde arcus coluri D F distantiam solis à proximo æquinoctio versus Canc. designabit, estque 37 gr. & locus solis aut in 7 Tauri aut 23 gr. Leon. existit Rursus ex eodem O excitetur perpendicularis O T, secans semiperipheriam ad P A descriptam, in punctum T, proinde V T erit ascensio recta solis ab eodem ęquinoctii puncto numerata.

Pragmatia in numeris, ad imitationem constructionis Geometriæ.

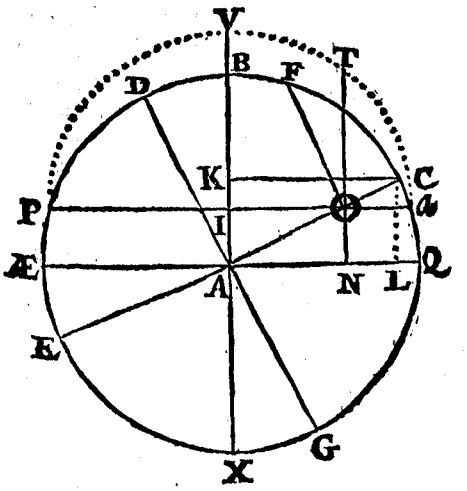
1. *præ. Inquisitio Declinationis.* Ex O & C punctis descendant ad ęquatorem perpendiculares C L & O N. Quarum C L per 8 pr. cap 2 lib. 1 erit Sinus arcus C Q obliquitatis ecliptiçę, & O N Sin. arcus A declinationis desideratæ, eamque ex 6 Axiom. cap 7 lib. 1 hoc modo concludes.

Vt

Vt Radius A F 100000, ad E C sinum obliquitatis Ecliptiçe 39875: ita A O sinus arcus longit. 60181, ad sinum arcus declinationis Q A 23997, cui sinui respondet in Tab. sinuum arcus 13 gr. 53 m, & tanta est declinatio optata.

3. *Ascensionis rectæ inquisitio.*

Recta I O est sin. arcus V T asc. rectę in partibus Radii I *a* 100000, & ad eam inveniendum in primis hoc perpendendum. Quod recta ista I *a* sit 97079



part. sinus nimirum arcus B *a* complementi decl. supra acquisiti; qualium A C vel A Q radius 10000, & A O earundem est 60181, sinus nimirum arcus long. D F, & in eisdem partibus prius cognoscenda recta I O, idque ex Triangulis A I O & A K C, in quibus erit ut A C Radius 100000 ad C K sinum arcus B C complementi obliquitatis ecliptiçæ 91706: ita A O sinus arcus D F longitud. 60181 ad O I 55189 in partibus qualium A C 100000 & I *a* 97079. Hinc eandem I O in partibus Radii I *a* sic concludes, pronuntia ut I *a* 97079 ad I O 55189: ita I *a* Rad 100000: ad I O 56840 sinum arcus asc. rectæ à proximo æquinoctio V T. Cui sinui respondent 34 gr. 39 m.

Eandem asc. rectam Solis facilius ex loco ejus in Ecliptica dato hac pragmatia concludes. Pronuntia, ut Rad. 100000, ad Tang. arcus D F longit.

Solis 75855 ita sinus compl. Eclipticæ obliquitatis 91707 ad Tang. arcus V T optati 69105, cui Tangenti respondent gradus 34 m. 39 & tantundem distat 23 gr. Leon. à libræ principio, & id quidem contra signorum seriem. Quare ut eandē distantiam cognoscas ab Ariete juxta signorum seriē, quatenus nimirum asc. numerantur, auferes in hoc exemplo arcum inventum à semicirculo hoc est 34 gr. 39 m. subtrahe ex 180 reliquus 145 gr. 21 m. indicat asc. rectam Solis ab Arietis, principio.

CONSECTARIVM.

Ex hisce patet, quo artificio Astronomi tabulas assens. rectarum: nec non & declinationum singularum Eclipticæ partium construxerint, quarum usus in Astronomia evidens. In eis tamen supputandis hoc observatu dignissimum. Quod grad: eclipticæ à punctis æquinoctialibus æqualiter remotæ, æquales quoque sortiantur meridianorum distantias, nec non declinationes easdem. Vnde in istarum tabularum constructione sufficiet calculus unius quadrantis.

Reciprocatio hujus per numeros ex schemate manifesta est.

4. *Data enim Solis Declinatione, locum ejus in Ecliptica & æquinoctiali sic concludes.*

Pronuntia, ut C L sinus arcus C Q 39875, ad A C, rad. 100000: ita O N sinus Declinationis 23997 ad A O sinum longit. 60181, cui sinui respondet arcus longit 37 à proximo æquinoctio, & per præcedentia ex eodem facile concludes arcum Ascens. rectæ ab eodem æquinoctio.

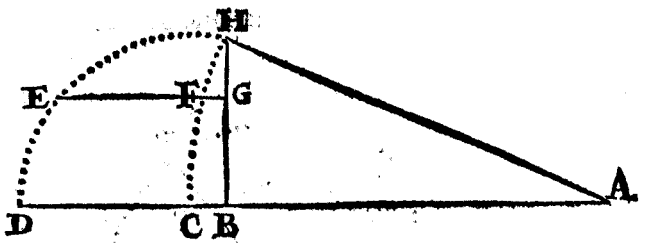
5. *Alio modo ex loco Solis dato, ejus declinat. investigare & contra.*

Verbi gratia.

Detur locus Solis in 2 gr. Virg. quæritur ejus declinatio? Super recta A D arcus circuli C H quolibet intervallo describatur, inque eo sumatur arcus obliquitatis ecliptic. 23½ gr. idque à C usque in H, ducaturque A H, erit H A D ang. obliquitatis ecliptic., demissa deindè ex H ad A D perpendiculari, H B, describatur ex B, radio B H, quadrans peripheriæ D H: Porro à puncto D usque ad E numerentur gradus 28, quibus nimirum 2 Virg. gr. ab æquinoctii proximo puncto abest, ducaturque E G parallela ipsi A D, secabit eadem arcum C H in

H in F, eritque C F arcus declinationis optati puncti.

Reciprocè date Solis declinationi, punctum eclipticæ respondens scrutabi-



mur. In arcu C H descripto supputetur Solis declinatio à C usque in F, ducaturque G F E occurrens D H quadranti ex B descripti in E, arcus D E à proximo æquinoctiali puncto distantiam Solis metitur.

CAP. 2.

Cognita ex præced. cap. declinatione Solis aut puncti eclipticæ, & stellæ cujusvis fixæ. latitudinem ortivam & occiduam, differentiam ascensionis rectæ & obliquæ: tum quoque & arcum diurnum & nocturnum, horamque ortus & occasus eorundem ad quamlibet poli elevationem explorare.

Vice versa, data amplitudine ortiva puncti cujusvis eclipticæ: sive cognita hora ortus Solis, quæ sit poli elevatio respondens colligere.

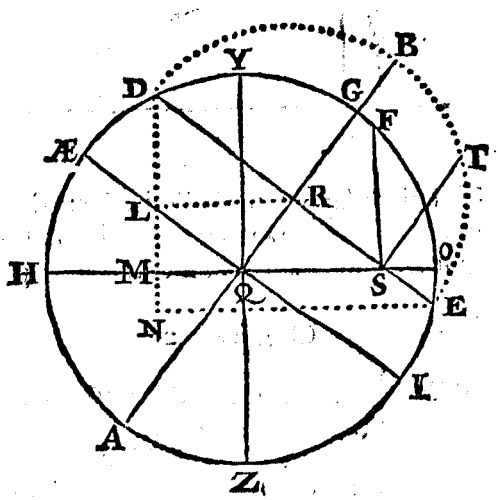
1. *In poli elevat. 53 gr. sit data Solis vel stellæ declinatio 23 gr. 30 m. Bor. Quæritur amplitudo ortiva, & differentia asc. &c.*

In schemate adjecto peripheria ex Q delineata, sit meridianus Francq.

H O horizon; à quo hinc inde in meridiano sumantur duo arcus O I & H Æ elevationis æquatoris 37; proinde

Æ Q I æquinoctialem referet, & B A axin mundi, Y Z axin horizontis.

Porro ab æquatore numerentur duo arcus declinationis Solis datæ, qui sint I E & Æ D, versus polum boreum pro declinatione bor. contra fiet in declinatione australi data.



Recta D E erit parallelus declinationis Solis secans horizontem in punctũ S estque terminus ortus occasusque Solis, ex quo excitetur horizonti perpendicularis S F, secans meridianum ad F. Proinde arcus ejus H F continet gradus amplitudinis ortivæ à sept. numeratę:

Rursus ex S excitetur ipsi D E perpendicularis S T, secans peripheriam D V E ad parallelam D E constitutam in punctum F, proinde arcus ejus D F præfiniet seminocturnum arcum, sive horam ortus à media nocte sumptam, ejusque complementi arcus F B E mensurabit arcum semidiurnum, sive horam occasus à meridie numeratam.

Consequenter arcus B T continet differentiam ascens. sive diversitatem semidiurni arcus diei inæqualis ab æquali, ex qua deinceps asc. & desc. obliquam Solis venabimur.

2. Reciproce

2. *Reciproce dato arcu semidiurno & seminoct. cum declinatione solis cognita, elevationem poli inquirere.*

In præscripto meridiano constituantur Æ I, æquinoctialis, & parallelus declinationis D E, cum peripheria D B E, in qua peripheria, à D usque ad F numerato arcum seminocturnum, & descendat in D E perpendicul. F S.

Consequenter per meridiani centrum Q, & per S ducta linea H O, dabit horizontem A C; proinde arcus H B comprehendit poli elevationem desideratam.

3. *Pragmatia per numeros ad imitationem Geometricæ delineationis.*

Qualium Q O Radius erit Q S sinus arcus Y F amplitudinis ortivæ, vel occiduæ ab orientis vel occidentis puncto Q, & Recta Q R erit sin. arcus E I declinat. Solis: recta R E sinus arcus G E compl. declin. Arcus circuli declinat. is T est differentia ascensionalis, cujus sinus recta R S in partibus radii R E: His præcognitis facile erit

Arcum Y F amplitudinis ortivæ inquirere.

In Triangulo enim Q R S, rectang. ad R, dantur crus Q R sin declinationis Solis, & ang. Q elevationis poli, unde Basis Q S sinus arcus Y F non ignorabitur. Erit enim, ut Q O Radius 100000, ad Q S N secantem ang Q 166164: ita Q R sinus arcus declin. I E 39875 ad Q S sin. arcus optati Y F 66258: cui sinui respondet arcus 41 gr. 30 m. & tanta est amplitudo ortiva & occidua sole existente in Canc.

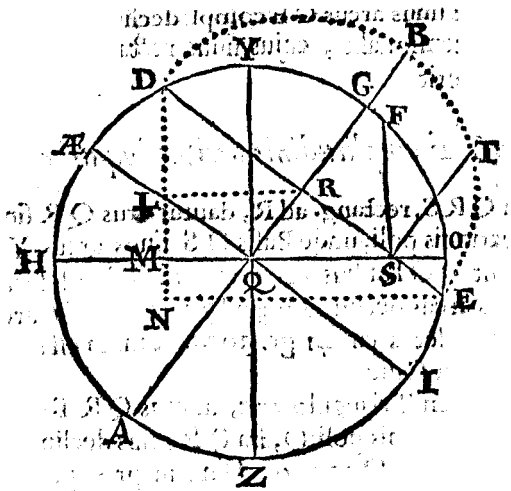
Consequenter in eodem Triangulo erit, ut crus Q R Radius 100000 ad crus R S Tang. ang. elevationis poli Q, ita Q R sinus declinationis 39875 ad R S 52916 in partibus radii Q O 10000. Hinc in promptu erit eandem in partibus radii R E accipere, & consequenter.

5. *Differentiam ascensionalem, arcum Solis diurnum nocturnumque, horamque ortus & occasus cognoscere.*

Pronuntia quando R E est sinus arcus G E compl. declinat. Solis 91706 erit R S ut dupla 52916: S R S assumatur ut Radius 100000: Quid erit R S? concludes sinu arcus B C differentiæ ascensionalis optatæ 57702, cui in Tabula Sinuum respondet arcus 35 gr. 14 m.

6. *Alia lineamentorum inductione Arcum diurnum & nocturnum, & differentiam ascensionalem concludere.*

In schemate præmisso arcus meridiani H D est altitudo Solis meridiana, cujus sinus D M: & in altera meridiani parte arcus O E est altitudinis infra horizontem depressio, cujus sinus M N. Conjunge utriusque altitudinis sinus,



D M & M N, ut constet D N, cujus D L dimidium, & qualium D R periph. Radius ex centro R descriptæ, erit D S sinus versus arcus ejusdem peripheriæ D B T, hoc est arcus semidiurni optati: Ex D S si auferatur D R radius, reliquus R S erit sinus rectus arcus B T differentiæ ascensionis optatæ. Hinc in

Trian-

Triangulis D L R & D M S æquiangulis, erit (per 13 ax. cap. lib. 1) ut D L semissis aggregati ex sinu altitudinis & depressionis meridianæ ad D M sinum altitudinis meridianæ: ita D R Radius, ad D S sinum versum Arcus D B T, utpote semidiurni optati, aufer exinde radium D R, reliquus erit R S, utpote sinus arcus differentiæ ascens. B T.

Institutio exemplaris.

In schemate ad arcum elevat. æquatoris H Æ	37	0
Adde arcum declinat. Solis Æ D	23	30
Fiet altitudo meridiana H D	60	30
Cujus sinus D M	87036	

In altera meridiani parte.

Ab arcu depressionis æquat. O I	37	0
Auferatur arcus declinat. Solis E I	23	30
Relinquitur arcus depress. meridia. O E	13	30
Cujus sinus O E vel M N	23345	
Aggregatum ex D M & M N est D N	110381	
Cujus dimidium D L.	55190	

Hinc conclude,

Vt D L 55190 ad D M 87036 ita D R Radius 100000, ad D S 157702 hinc auferatur D R reliquus 57702 erit R S sinus arcus B T differentię ascens. cui sinui respondet in tabula sinuum gr. 35 m. 44 & tanta est differentia asc. optata.

7. *Eandem differentiam assensionalem faciliore calculo, ex Solis vel stellæ declinatione & poli elevatione datis, sic concludes.*

Est enim ut Radius 100000 ad N. Tangent. elevationis poli 132704: ita Tangens declinationis 43481 ad sinum arcus B T differentiæ ascensionis optatæ 57701 ut & supra: Atque sinui huic respondet arcus 35 gr. 14 m. cui si addatur quadrans circuli D B constabit arcus semidiurnus D B T sive hora occasus solis, vel aufer eundem ex quadrante, reliquus T E erit arcus semiho-nocturnus, sive hora occasus à septentrione numerata.

CON-

Consectarium notandum.

Partes ecliptica, & quævis etiam cæli puncta sive stellæ, quæ ab æquinoctiali in eandem cæli partem versus polum vel arcticum vel antarcticum æqualiter declinant, habent arcus diurnos, & nocturnos, nec non & amplitudines ortivas occiduasque ad eandem horizontis plagam æquales.

Contra puncta cæli, quorum unius declinatio est borealis, alterius australis, hoc est, quæ in adversas cæli partes secundum æqualem tamen remotionem ab æquinoctiali declinant: ex illis, unius arcus diurnus æquatur nocturno alterius, & contra, eorumque latitudines ortivæ & occiduæ sunt in contrarias horizontis plagas æquales.

Reciprocum hujus in Numeris idem Triangulum Q A S absolvet.

8. *Data enim Solis vel stellæ cujusvis declinatione, cum amplitudine ejusdem ortiva, Elevationem poli sic concludes.*

In Triang. Q R S datur crus ang. recti Q R est enim sinus arcus I E, innotescit & basis Q S utpote sinus arcus amplitudinis ortivę Y F: Hinc pronuncia ut basis Q S 66258 ad crus Q R 39875: ita Q S Radius 100000 ad sinum ang. R S Q.

CAP. III.

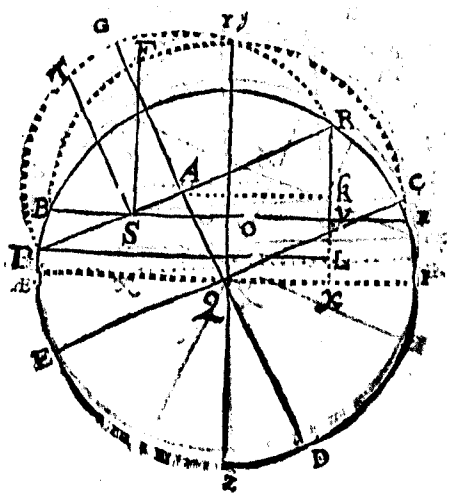
Situ stellarum fixarum reliquorumque planetarum ad eclipticam secundum longitudinem & latitudinem dato, earum situm ad æquinoctialem, tam secundum meridianum quam declinationis parallelum indagare, hoc est earum Ascensionem rectam & Declinationem *cognoscere: vice versa, cognita ascensione recta cum declinatione, earum longitudinem & latitudinem perquirere.*

Nec non & permutando, data declinatione cum latitudine, ascensionem rectam, longitudinemque, colligere.

In libris

In libris Astronomicis extant canones de longitudinibus & latitudinibus omnium stellarum ab Astronomis observatarum: qui quidem canones juxta motum sphæræ octavæ facile ad omnia sæcula restituuntur. Motus enim iste polos ecliptícæ non æquatoris respicit, hinc fit ut stellæ fixæ, quoad se invicem, impermutabiles sint, eandemque longitudinis differentiam perpetuo obtineant, nec latitudinem etiam mutent, nisi ratione alteratæ obliquitatis ecliptícæ; quod tamen non adeo magnum aut citò perceptibile discrimen ingerit. Declinationes vero stellarum sensibiliter aliis atque aliis annis mutantur, nec etiam ipsæ differentię ascensionales perpetuo eædem prorsus permanent. Idcirco fit ut tabulæ de ascensionibus rectis & declinationibus perennes dari non possint, sed eædem ex longitudinibus ad tempus propositum restitutis cognoscuntur, earundemque inquisitionem hic proponimus.

Data longitudine & latitudine stellæ Arcturi, ejus declinationem & ascensionem rectam via Geometrica per circinum & regulam accipere: & contra data latitudine cum declinatione, ejus longitudinem ascensionemque rectam rimari.



In schemate peripheria super centro Q delineata sit colurus solstitiorum.
Recta Æ Q I dimetiens æquatoris.
E C ecliptica, proinde G D axis ecliptícę, atque Y Z axis æquatoris.

In ecliptica ad Q intelligatur principium Ariet. & Libr. eritque ad terminũ C initium Canc. & ad oppositum terminum E Capricorni princip. à quibus in coluro duo arcus C R & E P latitudinis stellæ sumantur, versus quidem polum bor. G, si latitudo est borealis.

[*Vt in arcturo quæ est 31 grad. Bor.*]

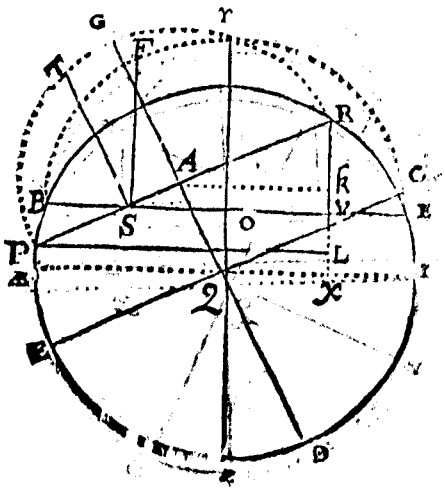
Sin vero detur austral. latit. tunc in contrariam partem versus nempe polum D arcus isti accipiendi. Proinde ducta recta P R parallelum latitud. designabit; ad quem super centro A construatur semiperipheria P G R, in qua à G puncto, stellę longitudo, quam habet à proximo æquinoctio numeretur.

[*Quæ in arcturo est 18 grad. 45 m. a libr. versus Capric. & quomodo numeratio fieri debeat docuimus in Geom. nostra.*

Quare numeratio desinet hic in T, ex quo ad diametrum P A R descendat perpendicularis T S, quæque ipsi G A æquidistabit. Atque signum S erit locus Arcturi. Per quem ducta æquatori parallela B E, dabit parallelum declinationis arcturi, adeoque arcus coluri Æ B & I E declinationem ejus comprehendunt.

[*Vtpote 21½ fere.*]

Consequenter ad parallelam B E constituatur ex O semiperipheria B Y E,



ad quam, ex loco stellæ S egrediatur perpendicularis S F, eritque arcus Y F ascensio recta à proximo æquinoctio sumpta.

[*Quæ est 28 gr. 36.*]

Recti

Reciproco modo.

Detur declinatio arcturi 21½ *gr. cum latitudine* 31 3.

Quæratur.

Longitudo & ascensio recta à proximo æquinoctio.

In schemate præmisso, Æquator Æ Q I. Ecliptica E C, parallel. latitud. P R, eorumque axes G D & Y Z ad eundem modum sese habeant ut pridem: deinde ab æquatore, ad eandem partem qua declinat stella, sumantur arcus declinationis Arcturi I E & Æ B [utpote 21½] ducta enim recta B E æquatori parallela dabit declinationis parallelum, secabitque parallelum latitudinis P R ad locum stellę S, ex quo excitetur ipsi P R perpendicularis S T, secans peripheriam P G R, super parallelum P A R constitutam, in punctum T, adeoque arcus G T referet longitudinem Arcturi à proximo æquinoctio versus Capricorn.

[*Estque illa 18. 45 à Libr. versus Capricorn.*]

Ad eundem modum perpendicularis S T secabit peripheriam B Y E (super parallelum declinationis B E constructam) ad punctum F, atque arcus Y F ascensionem rectam ab eodem æquinoctio continebit [utpote 82 gr. 36.]

Inquisitio horum ex eodem schemate per numeros, idque calculo omnium facillimo,

Quæratur declinatio Arcturi ex longitudine & latitudine cognitis.

In præmisso schemate ad parallelum latitudinis P A R tanquam hipothenusam constituatur triangulum R L P rectangulum ad L, erit recta V X sinus arcus I E, utpote declinationis Arcturi.

Quam hoc modo colliges,

¶ Ad arcum obliquitatis zodiaci	I C	23 gr.	31½.
Addatur latitudinis arcus	C R	31	3.
Producitur arcus	I R	54	34½.
Cujus sinus est recta	R X	81486.	

Inventum primum R X 81486.

Rursus in altera peripherię parte.

A latitudine Arcturi, utpote arcu	E P	31 gr.	3 m.

Aufer arcum obliquitatis zodiaci	ÆE	23	31½
Relinquitur arcus	PÆ	7	31½
Cujus sinus deinde utpote recta	LX	13095	
Auferatur ab inv. 1. RX relinq. recta	RL	68291	
Ejusque semissis est recta LK vel	RK	34196	

Inventum 2 RK, 34196.

Porro qualiuta AR vel AP assumitur radius	100000.
Earum SA erit sinus arcus GT 18: 45 m.	32144
Quare SA & AR conjunctim efficiunt SR	132144

Inventum 3. SR 132144.

Suntque duo triangula SRV & ARK æquiangula propter utrumque angulum ad K & V rectum, & angulum communem R. Quare per 4 pro. lib. 6. Elem. Eucl. latera circa æquales angulos sunt proportionalia, eritque ut AR ad SR, ita RK ad RV, vel permutando,

ut Radius,	ad RK Inv. 2.	ita SR Inv. 3.	ad RV Inv. 4.
AR 100000	34196	132144	45186.

Inventum 4 RV sublatum ab invento primo RX, relinquitur recta VX 36300, estque sinus arcus EI declinationis Arcturi quæsite, unde declinatio erit 21 gr. 17 m. borealis.

Vicissim detur latitudo cum declinatione Arcturi, libeat ejus comparare longitudinem.

In præmisso schemate omnia sese habeant ut pridem. *Suntque data* Arcus IE decl. arct. 12 gr. 17 m. B. ejusque sinus VX 36300.

Arcus CR latitudo Arcturi 31, 3 m.

Quæritur arcus GT, vel recta SA sinus longitudinis à proximo æquinoctio.

Inventum primum RX 81486.
Et invent. secund. RK 34196.

Investigentur ut pridem.

Deinde ab invento primo	RX	81486

Aufer

Auferatur declinationis datæ V X 36300
Relinquitur recta R V 45186.

Invent. 3. *R V* 45186.

Hinc in triangulis R V S & R K A æquiangulis per 4 prop. 6 Eucl. erit ut R K inv. 2. + ad R V inv. 3. ita R A Radius ad R S inv. 4.

34196 45186 100000 132144.

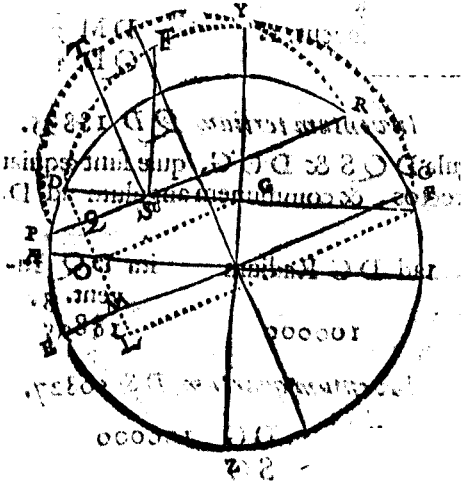
Ab invento hoc quarto R S auferatur radius R A, relinquitur recta A S, sinus arcus G T, distantiæ scilicet Arcturi à proximo æquinoctio versus Capricorn. numerata, estque 18°. 45'.

Rursus sit data latitudo Arcturi cum declinatione ejusdem, liceat ejus comparare ascensionem rectam.

In præmisso schemate

Sunt data { *Arcus I E decl. Arct.* 21 gr. 17 m.
Arcus G R latitud. Arct. 31 gr.

Quæritur.



Arcus Y F sive sinus ejus, nempe recta S G ascensionis rectæ à proximo æquinoctio versus Capricorn.

Ad parallelum declinationis D E constituatur triangulum D L E rectang. ad L, cujus ratiocinio rectam S G hoc modo colliges,

[Ad arcum obliquit. zodiaci	ÆE	23	31½
Adde arcum declinationis	ÆD	21	17
Producitur arcus	ED	44	48½
Cujus sinus erit recta	DM	70473	

Inventum primum DM 70473.

Rursus in altera peripheriæ parte

Ab arcu obliquitatis zodiaci	TC	23	31½
Aufer arcum declinat. arcturi	LF	21	17
Relinquitur arcus	CF	2	13½
Cujus deinde sinus utpote	ML		3867
Addatur invento primo	DM		70463
Producitur recta	DL		74330
Cujus semissis est recta D O vel O L			37175

Inventum secund. OL 37175.

Porro arcus latitudinis arcturi	EP	31	3
Ejus sinus erit recta	MQ		51578
Quam auferto ab invent. 1.	DM		70473
Relinquitur recta	QD		18895

Inventum tertium QD 18895.

Duo sunt triangula D Q S & D O G, quæ sunt æquiangula propter angulos ad Q & O rectos, & communem angulum ad D. Quare per 4 p. 6. Eucl. erit

ut D O Invent. 2.	ad D G Radium	ita D Q Invent. 3.	ad D S Invent. 4.
37175	100000	18895	50827.

Inventum quartum DS 50827.

Auferatur à radio	DG	100000
Relinquitur recta	SO	49173

Estque sinus arcus I F quæsitæ ascensionis rectæ à proximo æquinoctio sumptæ.]

Aliud

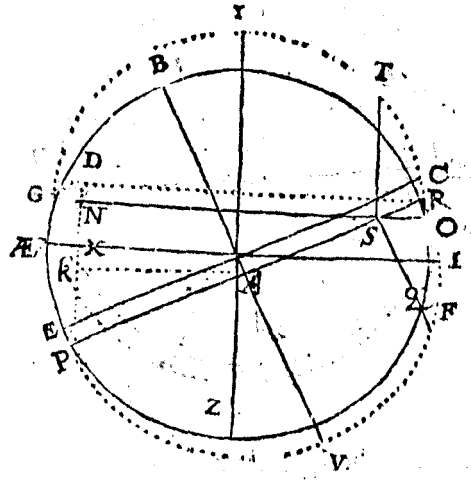
Aliud exemplum in oculo Tauri, cujus latitudo & declinatio sunt diversi nominis, hæc nimirum borealis, illa australis.

Datur longitudo oculi Tauri in 4, 18 gem. Latitudo ejusdem 5, 31 Austr.

Quæratur { *Ascensio recta* / *Tum declinatio.*

In schemate adjecto peripheria circumscripta sit colurus solstit. in quo Æ I æquinoctialis, E C ecliptica, B V axis eclipticæ, Y Z axis æquatoris.

Arcus coluri E P & C R est arcus latitudinis 5: 31 australis, proinde P A R



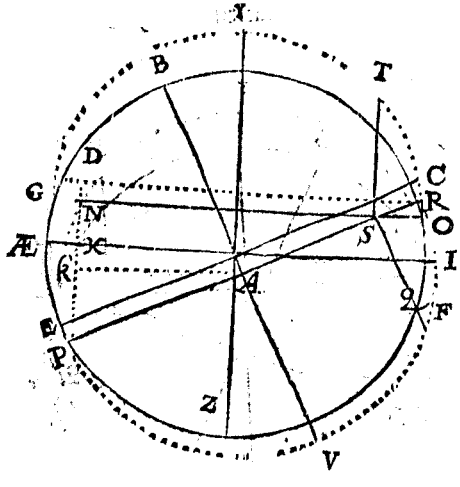
parallelus latitudinis stellæ, ad quam ex centro A constituatur semiperipheria P V R, & ab V usque ad F, longitudo stellæ à proximo æquinoctio numeretur, estque illa 64, 18 ab Ariet. versus Cancrum: deinde à termino numerationis F descendat perpendicularis F S ipsi V A parallela: notabitur in P R locus stellæ ad S, per quem ducta recta G O, ipsi æquatori parallela, dabit G S O parallelum declinationis oculi Tauri, proinde arcus coluri I O & Æ G præfiniet declinationem oculi Tauri 15 gr. 39 min. quam quęsivimus.

Consequenter ex puncto stellæ S excitetur ad G O perpendicularis S T, secans se-

cans semiperiph. g y o ad G O constitutam, in punctum T, adeoque arcus y t ascensionem rectam à proximo æquinoctio præfinit, quam scire intendimus.

Vice versa, Si ex data latitudine & declinatione, velis cognoscere longitudinem oculi Tauri, cum ascensione recta ejusdem.

Secundum latitudinem & declinationem oculi Tauri datas, constituantur in schemate paralleli P R latitudinis, & G O declinationis stellę, secantes se invicem ad punctum & locum stellæ designans, ex quo egrediantur perpendicu-



lares S T & S F, arcus peripherię V F præfinit longitudinem stellę à proximo æquinoctio versus Cancr. & arcus y T præfinit ejusdem ascensionem rectam ab eodem æquinoctii puncto.

Inquisitio per numeros.

Datur longitudo oculi Tauri in 4 grad. 18 m. Geminor.
Cum latitudine ejusdem austr. 5 gr. 31 m.

Quæratur declinatio.

In schemate premisso depingatur triangulum P D R, rectangulum ad D, recta

recta X N erit sinus arcus Æ G declinationis, quam hoc modo venabimur.

Ad obliquitatis zodiaci arcum	Æ E	23	31½
adde arcum latitudinis	E P	5	31
Producitur arcus	Æ P	29	2½
Cujus sinus est recta	P X	48544.	

Invent. primum P X 48544.

Rursus in altera peripheriæ parte			
ab arcu obliquitatis zodiaci	I C	23	31½
aufer arcum latitudinis stellæ,	C R	5	31
Relinquitur arcus	I R	18	0½
Cujus sinus erit recta	X D	30915	
Quæ addatur inv. 1. scilicet rectæ	P X	48544	
Producitur recta	P D	79459	
Cujus semissis erit recta K D vel K P		39729	

Invent. secund. KP 39729.

Porro sinus arcus V F, utpote recta	A S	90108
addatur radio	P A	100000
Producitur recta	P S	190108

Invent. tertium P S 190108.

Sunt itaque duo Triangula P K A & P N S, quę sunt ęquiangula, anguli enim ad K & N sunt recti, & angulus P utrique triangulo est communis. Quare per 4 prop. lib. 6. Euclidis, Erit ut P A ad P S, ita P K ad P N, vel permutando.

ut P A Radius	ad P K Inv. 2.	ita P S Inv. 3.	ad F N Inv. 4.
100000	39729	190108	75528

Ab invento hoc quarto P N aufer inventum primum P X, relinquitur X N 26984 sinus declinationis arcus G Æ, quare declinatio G Æ erit 15 gr. 39 m. Borealis ex eodem schem. Licebit

Vice versa, data declinatione cum latitud. oculi Tauri, ipsius indagare longitudinem.

In eodem schemate ex thesi dantur

Arcus declinationis A G vel I O 15 grad. 39 m. bor. ejusque sinus X N 26984.

Arcus latitudinis P E 5 gr. 31 m. aust.

Quæratur recta A S, sinus arcus F V, præfinientis longit. à proximo æquinoctio versus Cancr.

Invent. primum P X 48544.

Et invent. secund. P K 39729.

Investigentur ut pridem	
Deinde ad inventum primum	P X 48544
Adde sinum declin. utpote arcum	X N 26984
Producitur recta	P N 75528

Invent. tertium P N 75428.

Hinc in triang. æquiang. P K A & P N S erit per 4 p. 6. el. Eucl.

ut I K Inv. 2.	ad P N Inv. 3.	ita P A Radius	ad P S Inv. 4.
39729	75528	100000	190108

Ab invento quarto P S ablato Radio P A, relinquitur recta A S 90108 Sinus arcus V T longitudinis oculi Tauri ab Ariet. versus Canc. estque 64: 18. Quare exsistit in 4: 18. Gemin.

CAP. IV.

Ad quamvis diei horam, & in quavis regionis latitudine, Azimuth & Almucantarath solis: hoc est, circulum verticalem solis, altitudinemque supra horizontem explorare. Et vicissim cognito circulo verticali, vel data altitudine solis, Quota sit hora diei cognoscere.

Antequam propositum exequemur, hæ definitiones erunt repetendæ, quas in Tom. 1. lib. 2. cap. 7. latius explicuimus.

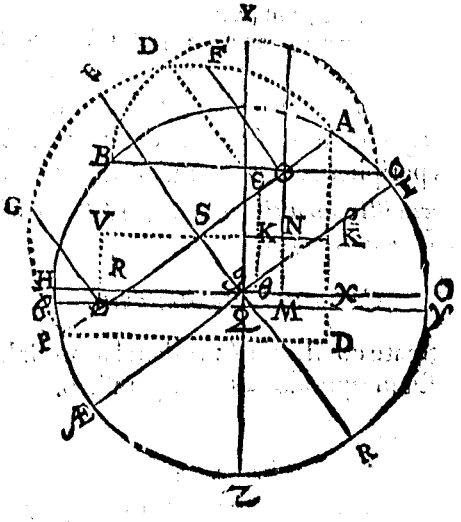
Hora solis sive diei nihil aliud est, quam distantia meridiani solis à meridiano loci sive regionis in æquinoctiali, juxta horarũ intervalla numerata.

Azimuth

Azimuth solis vel stellæ est distantia circuli verticalis solis sive stellæ à meridie, vel alia quavis plaga in horizonte numerata. Est autem circulus verticalis solis vel stellæ circulus à vertice regionis per centrum solis vel stellę in horizontem deductus.

Almucantarath solis vel stellæ est distantia vel altitudo ejus ab horizonte in circulo verticali numerata. Vel est arcus circuli verticalis inter centrum, solis vel stellę, & horizontem interjectus. Sive est proxima solis vel stellę ab horizonte distantia. His ita prącognitis si porro cognoscere velis, ad quamvis diei horam propositam, quanta sit altitudo solis, quantaque distantia circuli verticalis ejus à meridie vel sedtentrione, sive ortus & occasus puncto, juxta horizontem propositæ tuæ regionis. Necesse est ut in promptu habeas elevationem poli regionis, cum declinatione sive parallelo solis propositi diei, sic enim quam facillime voti compos fies.

Data Solis declinatione ad quamvis diei horam & in qualibet poli elevatione: Altitudinem ejus supra horizontem, & distan- verticalem, sive Azimuth, artificiosè inquirere.



In schemate adjecto peripheria ex Q constituta sit meridianus Franeq. in quo H Q O horizon, ejusque axis Y Z.

Æ Q I equinoctialis, cum axi mundi E R.
P S A parallelus declinat. Solis.
[*Qui loco exempli sit in Cancri principio.*]
Ad quem constituatur peripheria P E A.

Et illa construenda sunt ut docuimus in schemate pag. 1.

Quibus ita constitutis, si ad quamlibet diei horam. *Verbi gratia, ad 9 antemerid. vel 3 pomerid. sole existente in parallelo Canc. quem in schemate constituimus ducta linea P A.* altitudinem ejus supra horizontem, & distantiam verticalem, Azimuth dictam, cognoscere intendas. Voti compos fies hoc modo.

In semiperipheria P E A, incipiendo ab A, horas tuas à meridie elapsas, & in gradus æquatoris reductas, numerabis: idque quando sunt horæ pomeridianæ, verum pro antemeridiana hora assumes respondentem pomeridianam: namque horæ æqualiter à meridie distantes (ut sunt, 11 & 1, 10 & 2, 9 & 3 &c.) æquales habent solis altitudines & Azimuth.

[*Numerabis itaque loco exempli horas tres, sive grad. 45, ab A usque ad F*]

Deinde ex numerationis termino F descendat ad parallelum declinat. P A linea perpendicularis F O, quę secat parallelum P A, ad signum O, perque signum O trahatur recta B O C, quę sit horizonti, sive rectæ H Q O parallela; & hęc B O C linea refert lineam Almucantarath Solis. Proinde arcus meridiani H B vel O C Almucantarath sive Solis altitudinem supra horizontem repræsentabit. Consequenter ex signo O excitetur ad diametrum B O C perpendicularis O T, secans peripheriam B Y C (ad diametrum B C constitutam) in signum T. Hinc arcus peripheriæ C T Azimuth Solis à meridie præfiniet.

[*Quomodo autem arcus isti cum altitudinis Solis H B vel O C, tum Azimuth C T in peripheriis suis sint numerandi, docuimus in Geometriæ part. priorib.*

Compendium notandum.

Ex eisdem his in schemate constitutis & eodem labore Solis altitudinem cognosces quando Sol existit in opposito australi parallelo.

[*Ut nostro exemplo quando est in Capricorno*]

In peripheria enim P E A distantiam horæ tuæ propositæ à meridie (nempe, ut maneat idem exemplum, horas tres sive grad 45) numerabis à P incipiendo usque ad G, & ex numerationis termino G ducenda in parallelum declinationis P A perpendicularis G O, perque O ducatur ipsi H Q O horizon-

rizonti parallela B Y. Proinde arcus meridiani H B vel O X referet depressionem Solis infra horizontem ad horam à nocte media numeratam. [*Vtpote in nostro exemplo ad horam noctis 3.*] quando nimirum sol existit in parallelo Boreali; & eadem existit Solis altitudo supra horizontem ad eandem horam (Vtpote tertiam vel nonam diei,) quando Sol in Capric. utpote opposito parallelo, versatur: Licebit etiam

Vice versa, cognita per observationem vel aliunde altitudine Solis, cum declinatione ejusdem data: horam diei respondentem colligere.

In meridiano super centro Q delineato, Æquinoctialis, Horizon, parallelus declinat. Solis delineantur ut pridem. Deinde in meridiano ab horizontis linea duo arcus altitudinis Solis datæ sumantur, utpote H B & O C, & terminos B & C junges linea recta B C, quæ altitudinis parallelum referet, secabitque parallelum declinat. Solis P A in signum O, ex quo egrediatur ipsi P A perpendicularis P F secans peripheriam, ad P A constitutam, in F: arcus ejusdem peripheriæ A F distantiam horæ desideratæ à meridie præfiniet, quæ an antemeridiana, an pomerid. sit, ex umbra Solis judicabis, Horis enim antemeridianis umbra Gnomonis accrescit fitque longior, & pomeridianis horis decressit, fitque brevior.

Inquisitio horum ex eodem schemate per numeros, & obiter de constructione canonis altitudinis Solis pro singulis signorum initiis, qui in sciatericis conficiendis summe existit necessarius.

Institutio exemplaris.

Quæratur altitudo Solis existentis in Cancri vel Capricorni initio; idque Franequeræ ad horam 3. pomerid. vel 9. antemerid.

In schemate ad parallelum declinat. Solis P A constituatur triang. P D A rectangulum ad D, & à signo O demittatur in horizontem H Q O perpendicularis O M, quæ referet sinum arcus O C, utpote altitudinis Solis ad horam

quæsitam 3 vel 9 quando sol est in Cancr. in altera parte recta O R est sinus arcus H B altitudinis solis ad eandem horam quando sol exsistit in Capricorno & utræque hæ altitudines hoc modo inquiruntur.

Ad arcum declinat. Solis	I A	23	31½
Adde arcum elevat. æquatoris	O I	37	
Producitur arcus alt. solis in meridie	O A	60	31½
Cujus arcus sinus est recta	A X	87057	

Invent. primum 87057.

Consequenter in altera meridiani parte			
Ab arcu elevationis æquatoris	Æ H	37	
Aufer arcum declinationis Solis	P Æ	23	31½
Rel. altit. solis merid. quando est in Capric.	P H	13	28½
Cujus sinus, utpote recta	X D	23302	
Inv. 1. A X, adjecta producit rect.	A D	110359	
Ejus semissis est eecta K D vel K A		55179	

Ievent. secundum 55179.

Inventum secundum K A, ab invento primo A X auferatur, relinquitur recta. K X 31877

Inventum tertium 31877, *est que sinus altitudinis solis ad horam 6,*

Porro ducatur recta à K per punctum S, hoc est communem axis mundani & paralleli declinationis intersectionem, ut fiat K S. Hinc duo conspiciuntur triang. S K A & S N O, quæ sunt æquiang. anguli enim K & N sunt recti, angulusque S est communis. Denique qualium S A radius, earum S O erit sinus arcus E F, distantiæ nimirum horæ 3 ab hora 5, utpote 45 gr. Vnde per 4 p. 6 Elem. Eucl. sic ratiocinari licebit.

ut S A Radius	ad S O sin. arcus	ita A K Inv. 2.
100000.	E F 45 gr.	55180. A D
	70711.	

Inventum quartum sive rectam O N quæ erit 39018.

Inventum quartum sive recta O N addatur invento tertio sive rectæ K X,

vel

vel ipsi æquali N M 31877, producitur recta O M 70895, estque sinus arcus O A altitudinis solis quæsitæ, quando est in Canc. utpote 45 9.

Eadem opera habebitur altitudo solis quando est in Capricorno continuetur enim K S linea, & dimittatur perpendicularis V R O, fiet triangulum V O S æquilaterum & æquiang. ipsi S N O Trian. & hujus V O æquabitur lateri N O sive N M invento quarto, unde ab eodem invento quarto O N, vel ipsi æquali V O, aufer inventum tertium K X, vel æqualis ipsi V R, relinquitur R O 7141. Sinus arcus H B altitudinis solis exsistentis in Capricorno ad horam 3 vel 9 utpote 4: 6 m.

Compendium pro reliquis altitudinibus ad quaslibet ejusdem diei horas acquirendis.

Altitudinem solis ad reliquas ejusdem diei horas compendiosè invenies hoc modo, verbi gratia, quæratur solis altitudo ad horam 4 pomerid. vel 8 antemerid.

In semiperipheria ab A usque ad D numera gradus 60, utpote distantiam horæ 4 à meridie, & descendat in parallelum declinat. P A perpendicularis D E, rursus ex signo E descendat in horizontem H Q O perpendicularis E O, quæ referet sinum altitudinis solis ad hor. 4 desideratam, eumque hoc compendio invenies. Triangula S K E & S K A sunt æquiangula. Quare erit.

ut S O Radius.	ad S E sint. arcus E D	ita A K invent. 2.	ad E K

Inventum quartum.

Inventum hoc quartum, vel recta F K, addatur invento tertio, utpote rectæ K X, vel ipsi æquali K O, producitur recta O E, estque Sinus, ut antea diximus, altitudinis in horam desideratam. Consequenter ad horam vespertinam vel matutinam 4 habebis solis altitudinem, subducendo inventum tertium ab invento quarto, relinquetur enim sinus altitudinis.

Et sic constat quomodo facillima methodo, qualem apud nullum invenimus, canon altitudinis solis pro singulis signorum initiis condendus sit.

Reci-

Reciprocum.

Horam diei, ex altitudine Solis per instrumentum, vel aliunde, acquisita, eodem calculo acquirere.

Exemplum.

[In elevatione poli Franequerana detur altitudo Solis existentis in Canc. 45 gr. 9. Quæritur quota sit istius diei hora?

Inventum primum	AX 87057
Et inventum secundum	AK 55179
Cum invento tertio	KX 31877
Inquirantur ut pridem.	
Hinc quæratur sinus altitudinis Solis, quem præfinit recta	OM 70895
A qua inventum tertium KX auferatur ut relinquatur inventum quartum	ON 39018

Inventum quartum 39018.

Hinc in triangulis SON & SAK æquiangulis erit.

ut AK Inv. 2.	ad ON Invent. 4.	ita Radius ad
55179	39018	100000

rectam SO 70711, estque sinus arcus EF, utpote distantiæ horæ desideratæ ab hora 6.

Atque sinui 70711 respondet arcus 45 gr. qui 3 horas efficiunt, quibus hora quæsita ab hora 6 distat, erit igitur hora pomer. 3 vel antemer. 9.]

NOTA.

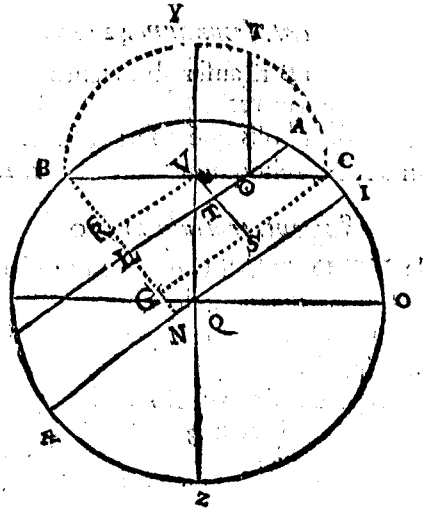
Quando Solis vel stellæ declinatio datur australis, addes ON ad invent. 3. *fietque* inventum 4. *Reliqua eodem modo peraganiur, & constabit hora.*

Data altitudine Solis supra horizontem, cum declinatione ab æquatore, Azimuth ejusdem per numeros inquirere.

[*Verbi gratia* altitudo Solis supra horizontem detur 45 9gr. m. Solis declinatio sit

tio sit 23 31½, idque Franequeræ. Quæratur azimuth solis.

Ne lineamenta memoriam conturbent placuit præsens problema alio schemate exhibere, in quo horizon H Q O, ejusque axis Y Z: æquator Æ Q I: parallelus declinat. P A: parallelus altitudinis B C, ad quam constructa sit semiperipheria B Y C.



Porro locus solis est in communi parallelolum intersectione ad signum O, ex quo excitetur ad B C perpendicularis O T, unde arcus peripheriæ Y T azimuth ab ortu vel occasu numeratum referet, & recta V O est ejusdem arcus sinus.

Et hæc eodem modo se habent ut in priori schemate. Quare ut arcum Y T, sive rectam V O inveniamus, construes ad parallelum altitudinis solis B C triang. B G C cum reliquis lineamentis: Quorum ratiocinio, rectam V O, hoc modo colliges.

Ad altitudinis solis arcum	HB	45	9.m.
Adde arcum ælevat. equatoris	HÆ	37	
Producitur arcus	ÆB	82	9
Cujus sinus est recta	BN	99063	

Inventum primum 99063.

Consequenter ab altitudinis arcu	OG	45	9.

V n

Aufer arcum elevat. æquatoris	O I	37
Relinquitur arcus	I C	8 9
Cujus deinde sinus utpote recta	O N	14176
Ab invent. 1. B N substract. relinq. recta	B G	84887
Ejusdem semissis dabit rectam B K vel	G K	42443

Invent. secundum 42443.

Inventum secundum B K aufer ab invento		
Primo B N, relinquitur recta	K N	56620
Sinus arcus Æ P decl Solis quē refert recta	L N	35050
Substrahatur à K N, relinquitur	K L	21570

Invent. tertium 21570.

Duo sunt triangula V T O & V S C quæ sunt æquiangula propter ang. ad T & S rectos, & ang. utrique triangulo communem C. Porro latus V T æquatur invento tertio K L: latus V S æquale est invento secundo K G. ex quibus ita argumentari licebit:

ut V S vel K G,	ad V T vel K L:	ita V C Radius.	ad
Invent 2.	Invent 3.		
42443.	21570.	100000.	

V O sinum arcus Y T 50821, cui sinui respondet arcus 30 grad. 33, tantumque est Solis Azimuth ab ortu vel occasu numeratum.

CAP. V.

Ad quamvis diei vel noctis horam, ex declinatione & ascensione recta stellæ cujusvis datis; altitudinem ejusdem supra horizontem, & circulum verticalem in quavis reg. cognoscere. Et vice versa horam noctis per altitudinem stellæ, vel ejusdem circulum verticalem explorare.

In primis quærenda hora stellæ in gradibus, quantum nempe secundum gradus æquatoris meridianus stellę à meridiano regionis remotus sit: Quod hoc modo fiet, per cap. 2. ad diem horę propositæ ascensionem rectam Solis accipito, cui hora Solis proposita inque gradus redacta, & continuata serie à media

dia die, more astronomorum numerata addatur. Isto enim modo gradus æquinoctialis ad meridianum positi constabunt, vulgo vocant asc. rectam medii cæli, ab inventis hisce gradibus ascensionem rectam stellæ, cujus Azimuth & Almucantarath scire intendis, auferto; & sic dabitur ejusdem stellæ hora quæsita.

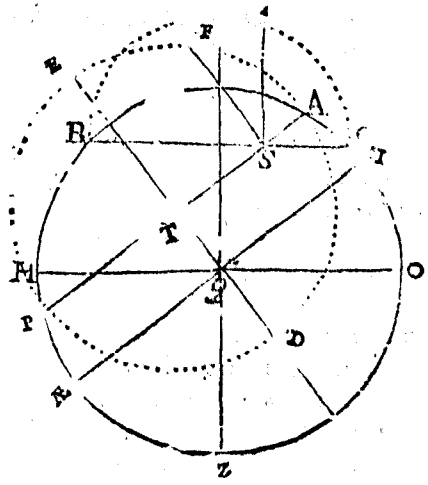
[Exemplum sit in lucida corona, cujus asc. recta est 229 30. declinat. & 28: 5 m. Bor. Quæratur ejus Azimuth & Almucantarath ad horam 14 10 m. à meridie diei Feb. 2 numerata, anni 1604. Hoc est vulgari modo numerando, ad horam 2: 10 m. noctis, diei Feb. tertii.

Locus Solis ad tempus propositum per cap. 1. est 23 30 m. Aquar.

Ascens. recta ejusdem per cap. 1.	325	50
Cui adde hor. 14 10 m. in grad. reductas	212	30
Producuntur gradus medii cæli	538	30
A quibus aufer asc. rectam stellæ coronæ	229	30
Relinquitur hora ejusdem stellæ in gr.	308	50

Vtpote à meridie per mediam noctem continuata serie, more astronomorum numerata.

Hora hac stellæ ita cognita voti jam compos fies eodem prorsus modo ut



in Sole, quare in schemate *horizon*, *æquator* eorumque *axes* delineantur ut pridem. Deinde declinationem stellę per thesin datam quę in corona existit 28 5 m. Bor. numerabis in meridiano ab Æ usque ad P, & ab I usque ad A.

Proinde recta P A dabit stellæ parallelum, ad quam ex centro T, constitue integram periphæriam P E A D, in qua incipiendo ab A secundum literarum D P E seriem, horam stellæ acquisitam numerabis: terminus numerationis signetur signo F, ex quo, ad parallelum declinat. demitte perpendicularem F S, secantem P A in signo S, per quod ipsi horizonti H O parallela linea B S C trahatur, quæ parallelum altitudinis stellę referet. Proinde arcus meridiani H B & O C altitudinem lucidę coronæ desideratam continebunt.

Rursus ex signo S egrediatur ipsi B C normalis S T, quæ secabit peripheriam, ad B C constitutam, in punctum T: arcus itaque ejusdem periphærię Y T mensurat azimuth ejusdem stellæ coronæ ab ortu versus meridiem.

Idem ex hoc schemate facili calculo per numeros invenies, ut in Sole;

Reciprocè, cognita per observationem, vel aliunde, stellæ cujusvis altitudine supra Horizontem: Horam pervestigare.

Primum cognoscendum an stella proposita in cæli parte orientali vel occidentali versetur, quod facile visus dijudicabit: Deinde si observatam habes altitudinem ejus, exinde distantiam meridiani stellæ à meridiano loci geometricè hoc modo invenies. In schemate H O Horizon, A I æquinoctialis, & P A parallelus stellę, eodem modo construantur, ut supra: Deinde in meridiano duo arcus H B & O C altitudinis stellæ acquisitæ ab horizonte H O assumantur, unde recta B C parallelum altitudinis referet, quæ secat parallelum P A ad punctum S, ex quo egrediatur ipsi P A normalis S F, quę secat peripheriam ad P A constructam in signum F; arcus ejusdem peripheriæ A F distantiam stellæ sive horam stellæ à meridiano præfinict, ex qua horam solis facillime colliges.

Porro cognita hac distantia, sive stellæ hora, in cognitionem horæ Solis hoc modo perduceris.

Si stella conspecta sit ad partem cæli orientalem, tunc distantia illa reperta, sive hora stellæ auferenda ab asc. recta stellę: contra eidem addenda, quando nimirum stella conspicitur ultra meridiem in parte cæli occidentali: isto enim modo cognosces gradum æquinoctialis ad meridianum positum, à quo asc. recta solis subtrahenda, relinquetur hora solis sive distantia solis à meridiano in gradibus equatoris, quam desideravimus.

CAP. VI.

Distantiam duarum quarumlibet stellarum in cælo, vel civitatum in terra, quarum longitudines latitudinesque cognitæ sint dimetiri. Hoc est *arcum circuli maximi inter eas comprehensi vestigare.*

Distantia hæc sumenda est juxta arcum circuli maximi inter duo terræ loca, vel duas stellas interceptum; quòd is minor sit omnibus arcubus circulorum non maximorum per eadem loca descriptorum, ut in cosmographia demonstratur.

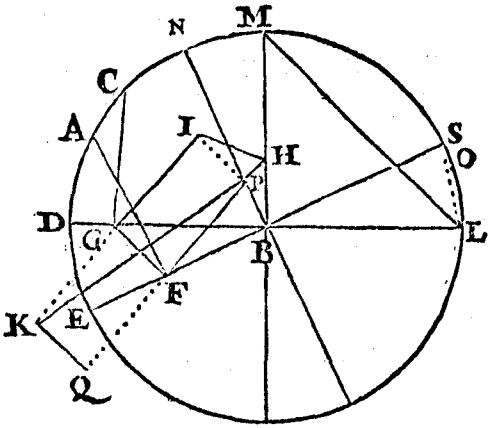
Institutio exemplaris.

Differentia longitudinum datorum locorum est aut quadrante major: aut minor quadrante. Detur prius quadrante minor, & explorandum sit interstitium itinerarium inter Bizantium, cujus longitudo continet 56 gr. latitudo vero 43 gr. 5 m. Bor. & Franequaram, cujus longitudo complectitur 30 gr. 15 m. latitudo verò Bor. 53 gr. 11 m.

Describatur circulus C A D L ex centro D, in quo primum longitudinum differentia datorum locorum utpote 25: 45 supputetur à D deorsum finiens in E: & à punctis, D & E duæ diametri D B L & E B S ducantur. Latitudinem autem unam 43 gr. 5 m. puta Byzantii, supputabis à D sursum finientem in C, indeque perpendicularis cadat in subjectam Diametrum D L, à cujus termino numeratio instituta est, occurrens ipsi in punctum G. Altera vero latitudo 53 gr. 11 m. sumenda ab E sursum in A: unde itidem ad propriam diametrum E B S perpendicularis dimissa cadat in F: tum punctis G F recta connexis, à terminis positis rectæ egrediantur duæ perpendiculares, versus partes easdem, si utraque latitudo similis sit, vel australis vel Borealis, quarum una G I rectæ G C: altera autem F H ipsi F A sit æqualis: Harum extremitates recta connexæ dabunt subtensam arcus Franequaræ à Byzantio distantis, quæ circini beneficio, ab L in O applicata dabit gr. 21½ distantiæ quæsitæ indices, qui facile in milliaria convertentur.

Si vero loca, quorum distantiam expetis, in diversas ab æquatore partes essent remota, puta Byzantium talem haberet versus Austrum: Tum Linea C G non ex G versus I, sed in contrariam partem versus K erit statuenda,

ac recta K H ex L in M esset transferenda, ut arcus L M quæstioni satisfaceret.



Pragmatia in numeris ad imitationem Geometricæ constructionis.

Institutio Exemplaris quando loca data sint ejusdem latitudinis: In Triangulo obliquangulo G B F angulum B mensurat arcus differentiæ longitudinis D E. Crus ejusdem anguli B G est sinus arcus C M Compl. latitudinis Byzantii: alterum crus B F est sinus arcus A N compl. latitudinis Franequeranæ. Quare datis cruribus Trianguli obliquanguli cum angulo à cruribus comprehenso innotescet crus reliquum G F.

Rursus in Trapezio rectangulo F G H I dantur latera G I & F H, namque G I est æqualis ex constructione ipsi G C, quæ representat sinum arcus latitud. Byzantii, & F H æqualis F A refert sinum arcus latitud. Franequer. A b ang. I descendat perpendicularis I P, ut fiat Triangulum rectangulum I P H, in quo dantur crura ang. recti I P & P H. Namque I P ęquatur rectæ G F modo acquisitę, atque P H est differentia sinuum latitudinum G I & F H: unde Basis H I non ignorabitur.

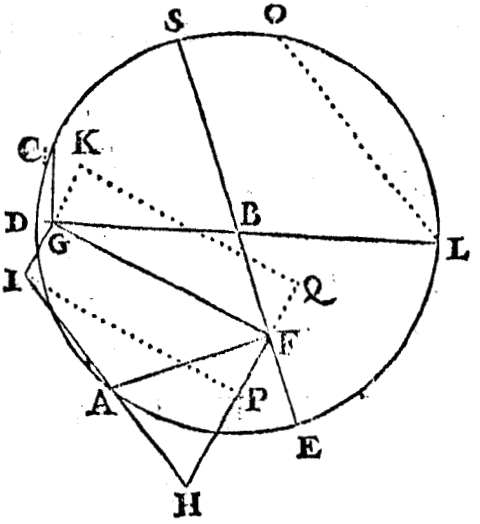
Exemplaris institutio ubi loca dantur diversæ latitudinis.

Pro investiganda distantia locorum H K, continuabis H F à parte F usque in Q, ita

Q, ita ut perpendicularis K Q eidem occurrat in punctum Q, eritque pars continuata F Q æqualis ipsi G K. Quare in Triang rectangulo H Q K ex datis Q H & K Q cruribus, innotescet vasis K H distantia locorum. Crus enim Q H est aggregatum ex H F & G K quæ sunt æquales ipsis latitudinum sinibus G C & F A: & crus alterum K Q æquatur rectæ G F suprà ex ratiocinio Triang. obliquanguli G B F acquisitæ.

Exemplum duorum locorum, quorum longitudinum differentia datur quadrante major.

Demonstratum jam est quomodo invenienda locorum distantia, quando longitudinum differentia datur quadrante minor: verum si longitudinum differentia quadrantem circuli superet, ut inter *limeam* regiam *Peru*, & *Franequeram*, paulò aliter operandum. Longitudo *limæ* est 280 gr. 15 m. latitudo 12 gr. 10 m. Australis, ergo differentia longitudinum 110 gr. eamque numerabis in circulo ex B descripto à D usque in E, & ductis diametris D B L & E B S statuatur à D in C latitudo *limæ*, eritque perpendicularis C G ejusdem arcus



sinus: atque E A sit arcus latitudinis *Franequeranæ* cujus sinus erit perpendicularis A F. Post hæc ad ductam rectam F G, ad easdem partes, si utraque latitudo

rudo sit similis, perpendiculares ducantur G I & F H perpendicularibus G C & F A æquales, singulę singulis: hoc est G I, ipsi G C; & F H ipsi F A sit æqualis. Namque recta H I conjungens H & I, erit subtensa arcus distantię unius loci ab altero. Si locus D fuerit Australis, ut in proposito exemplo; atque E Borealis, ducendæ erunt ex D & F perpendiculares ad D F in diversas partes, quales sunt G K & F H: ita tamen ut rursus G K ipsi G C, & F H ipsi F A sit æqualis: Nam recta H K erit subtensa arcus distantiæ locorum, quæ coaptanda in circulo descripto ab Lin. O, atque arcus L O comprehendet distantiam locorum propositorum, ut prius.

Pragmatia in numeris.

Hæc eadem in numeris pragmacia quæ prius: namque Trianguli F B G angulum B mensurat arcus differentię longitud. D A E & crus G B est complementi sinus arcus D C latitudinis *Limæ*, Crus vero B F est compl. sinus arcus latitud. *Franeq.* E A. Quare ex duobus cruribus & angulo ab eis comprehenso cognitis, innotescet Basis D F: porro in Trapezio G F H I ex I perpendicularis dimittatur I P; erit P H differentia I G & F H sinuum latitudinum: & in Triangulo I P H rectangulo ad P, ex datis P H & G I cruribus, concludetur H I subtensa arcus distantiæ locorum, quæ similes habent latitudines, sive ad Austrum sive ad Boream eę fuerint.

Verum, quando unius loci latitudo sit Australis: alterius vero Borealis; ut in proposito exemplo: continuabis F A Perpendicularem usque ad Q punctum, atque F q fiat æqualis ipsi G K: unde in Triangulo H q K. ex datis q H & q K ang. recti cruribus, innotescet Basis K H quæ est subtensa arcus distantiæ locorum desideratæ

Hæc eadem præcepta etiam inserviunt ad investigandam distantiam inter duas quascunque stellas firmamenti, dummodo loco meridiani assumatur longitudinis circulus per ecliptica polos ductus.

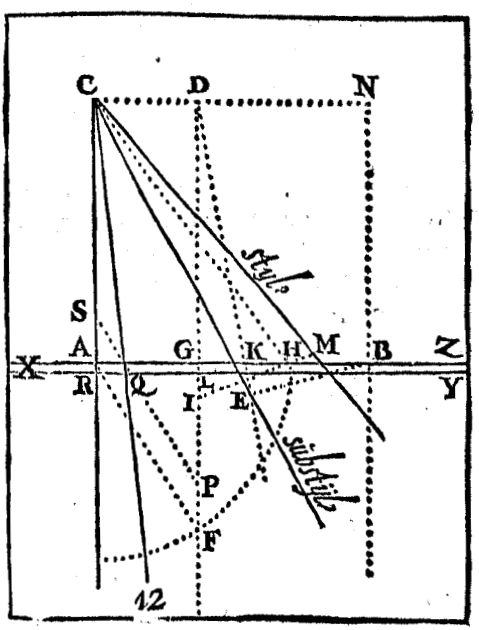
FINIS.

GEOMETRIÆ PRACTICÆ

PARS SEXTA.

QUÆ EST

De Sciatericis Horologiis Superficiebus planis inscribendis.



FRANEKERÆ,
Apud Vldericum Balck, Ordinum Frisiæ Typographum.
Anno 1625.

Blank page retained for pagination

GEOMETRIAE PRACTICÆ

PARS SEXTA.

QUÆ EST

De Sciatericis Horologiis Superficiebus planis inscribendis.

CAP. I.

De superficierum observatione.

IN describendis horologiis sciatericis duo potissimum sunt consideranda, tum *Superficies plana*, in qua circuli cælestes, certa dispositione & norma, quatenus nempe in cælo constituti sunt, describantur: Tum *stilus* ex certo superficiei centro ita propendens, ut tanquam corpus Soli objectum, umbram suam in circulos superficiei inscriptos projiciendo, in iisdem, horas, dierum quantitatem, locum Solis in Zodiaco & alia demonstret.

Sed hic non ignorandum quod pro diverso situ ac positu superficierum, diversa sit circulorum inscribendorum instituenda ratio. Vnde ante omnia considerandus superficiei situs, quatenus sese habeat tum ad Horizontem tum circulum meridianum.

Superficies respectu situs sui ad Horizontem est Quadruplex *Verticalis*, *Reclinans*, *Acclinans* & *Iacens*.

Verticalem superficiem appellamus eam, quæ perpendiculariter erecta existens, facit cum Horizontis plano angulum rectum: (*verticalis dicitur, quia recta sursum ad verticem erigitur*)

Reclinantem vero vocamus, quæ erecta quidem est, sed facit cum Horizontis plano angulum obtusum.

Superficies Planæ sunt conformes, vel

- Sphæræ rectæ & sunt, vel
  - *Æquinoctiales*, quæ sunt vel aspicientes
    - Polum Arcticum.
    - Polum Antarcticum.
  - *Polares*, quæ jacent in axe mundi, suntq; vel
    - Directæ, ad
      - Septentrionem.
      - Meridiem.
    - Declinantes versus, vel
      - Ortum.
      - Occasum.
- Sphæræ obliquę, suntq; vel
  - Horizonti conformes, dicuntur que *Horizontales*;
  - *Erectæ*, vel
    - *Perpendiculariter*, eæque dicuntur verticales.
    - *Obliquè*, hæ dicuntur, vel
      - Reclinantes,
      - Acclinantes.
      - Hę autem rursum sunt, vel
        - *Directæ*, aspicientes, vel
          - Meridiem.
          - Septentrion.
        - *Declinantes* versus
          - Ortum.
          - Occasum.

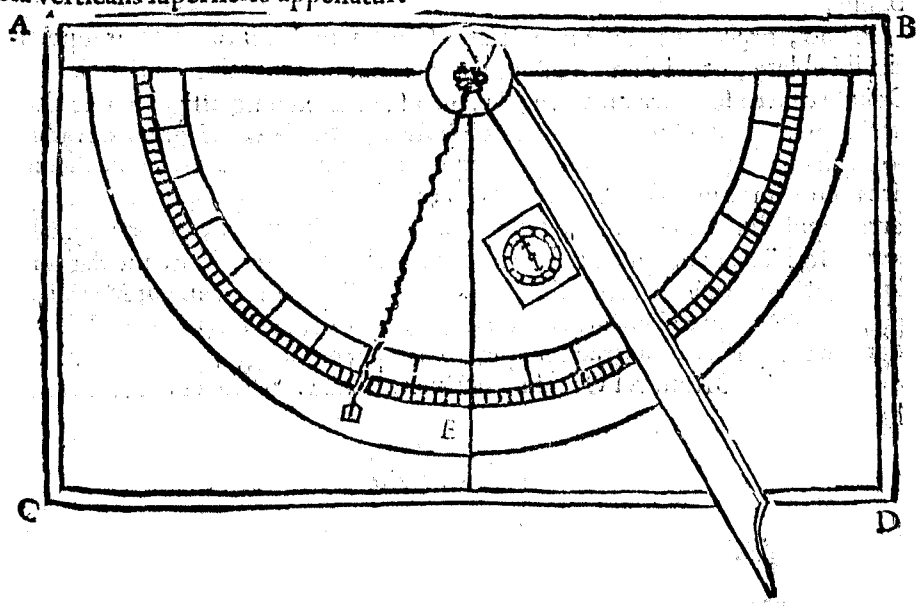
Acclinantem dicimus, ut quæ erecta cum horizontis plano angulum facit acutum.

Iacentem superficiem, quam & *Horizontalem* appellamus, est ea quæ secundum planum Horizontis æquabiliter jacet: earum omnium species tabella comprehendit.

Eæ autem ut observentur hoc instrumento opus, cujus usum sequentia probl. 2. manifestabunt.

I. *Quomodo situs Superficiei alicujus respectu Horizontis investigandus sit.*

Latus instrumenti A C, perpendiculo liberè ex centro suo pendente, applicetur ad superficiem: si itaque tum perpendiculum accuratè lineæ V E, responderit, erit superficies respectu plani Horizontis perpendicularis, & vulgo erecta verticalis superficies appellatur.



Sin vero perpendiculum à linea V E, versus superficiem acclinaverit, erit superficies reclinata, ob angulum nempe, quem facit cum Horizonte obtusum: & gradus inter lineam V E, & perpendiculum interjecti, indicabunt

quantitatem reclinationis à puncto verticali.

Contra vero, si perpendiculum ad alteram lineæ partem declinaverit, dicetur, superficies acclinata, ob angulum, quem facit respectu plani Horizontis acutum: & itidem grad. inter perpendiculum & lineam, V E, interjecti, designabunt amplitudinem acclinationis ab eodem verticuli puncto.

Denique si superficies illa tibi proposita in Horizontis plano jaceat, tum latus instrumenti inferius, C D, in superficie ponendum erit, & si tunc perpendiculum lineæ V E responderit, dicetur superficies Horizontalis, quandoquidem Horizontis planitiei respondet.

2. *Quomodo situs alicujus superficiei investigandus respectu Meridiani.*

Habuimus jam modum examinandi superficies respectu Horizontis. Vt autem idem etiam respectu Meridiani fiat, triplicem rationem monstrabimus.

Primo, precedentis instrumenti latus supremum A B ita applicetur superficiei ibi oblatę, ut ad eam æquabiliter secundum Horizontis planitiem jaceat. Deinde centro semicirculi, V, regulam una sua extremitate affige, ita ut altera ejus extremitas ad omnes semicirculi instrumento descripti gradus traduci possit: lateri regulæ compassus quadrangularis figuræ adhæreat: regula dehinc circa centrum semicirculi V circumducatur, sequente eam compasso, donec ferrea ligula lineæ in compasso depictæ accurate respondeat, & sic regula lineam Meridianam designabit, quæ si in lineam instrumenti, V E, incidat, erit superficies verticalis directa, siquidem directe Septentrionem aut Meridiem spectat: si vero ab eadem linea declinaverit, tunc gradus inter lineam V E & regulam interjecti, monstrabunt quantum superficies illa à Septentrione vel Meridie versus Ortum vel Occasum declinet. Unde superficies illa erecta declinans vocatur.

Secundus modus.

Quia non certo credendum est compasso, quòd facile per unum aut alterum g̃ committit errorem, certius ex Solis observatione declinationem superficiei venaberis, hoc modo.

In regula Instrumenti duc lineam parallelam cum linea ostensoria, & ex ea pendicularem stylum erige. Deinde circiter 3 vel 4 horis, ante vel post meridiem

ridiem applica instrumentum superficiei, ut supra demonstratum est, & volve regulam circa centrum semicirculi, donec umbra erecti stylii in lineam ductam incidat, & notato tunc gradum, quem regula in semicirculo incicat: eodem momento Solis altitudinem observa, namque ex ea poteris acquirere Azimuth, vel per usum globi, vel per calculum ex tabulis Sin. & Tang. ut docuimus cap. 4 lib. 5 pag. 27.

Azimuth inventum numera in semicirculo, incipiendo à regula vel gradu notato, versus Orientem, si à Meridie fuerit habita observatio, si ante Meridiem habeatur, computatio fieri debet versus Occidentem; tunc enim finis numerationis indicabit veram Meridianam lineam. Unde à linea instrumenti V E numeratione facta, indicabitur muri declinatio.

NOTA.

Inter observandum debet facies sive superior instrumenti planities ad Horizontis aequilibrium sisti.

Tertius modus.

In superficie tibi proposita describe lineam rectam verticalem, & ex eadem erige stylum perpendiculariter ei insistentem, ex cujus extremitate demitte perpendiculum, id est, filum plumbo alligatum, & deinde lucente Sole, tandem exspecta, donec umbra fili exacte in lineam in superficie à stilo perpendiculariter depictam incidat: ac eodem prorsus momento, quo id contingere vides, per cap. 4 lib. 5. Solis observa Azimuth: quod exacte situm tuæ superficiei ad Meridianum indicat. Sed hoc ultimum de verticalibus superficiebus, hoc est, de eis intelligi volumus, quæ planitiei Horizontis perpendiculariter insistunt.

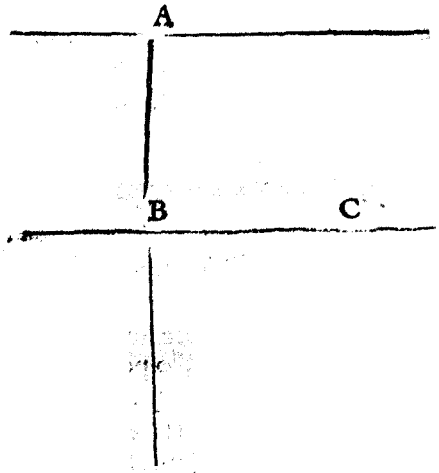
Cæterum pro acclinantibus & inclinantibus superficiebus, sequens ratio adhibenda erit: ex superficie tua perpendiculariter duos erige stylos, qui per 3 aut 4 pedes pro latitudine nempe superficiei ad latera dextri & sinistri utpote ortum & occasum versus inter sese distent: ex quibus deinde duo perpendicula ita demitte, ut libere pendentia æqualiter etiam à superficie remota, & inter sese parallela existant. His ita habitis, exspectabis donec Sol motu suo eo pervenerit; ut per perpendicula secundum lineam rectã perspici possit, eodẽ enim momento, quo id contingere vides, Solis inquire Azimuth, (quod juxta doctrinã cap. 4. libr. 5. facile haberi fieri potest: Idq; à Septentrione vel Meridie numeratum,

numeratum, dabit complementum declinationis superficiei, quod ex 90 gradibus aufer; residuum erit ipsa declinatio. Idem quoque nocturno tempore eodem modo ex stellis inquirere poteris.

Quarto modo, beneficio tabulatum Tangentium Superficiei situm inquirere.

Institutio exemplaris.

Quæstio, Anno 1623, 20 Julii, styli Gregor. Franequeræ à meridie suspendi ex superficie erecta perpendiculum juxta punctum A, atque in verticali linea notavi punctum B, distans ab A, 14 aut 15 digitis, per quod ducta linea Horizontali B C, comperi perpendiculum à puncto B propendere 20 digit. quos divisi in 100 partes æquales, & ex puncto C (circiter 2 aut 3 pedes distante à B) erectus erat stylus perpendicularis, in quo signata est nota à superficie distans 20 digitis, utpote juxta prioris perpendiculi à superficie remotionem, observavi umbram propendentis perpendiculi, & repperi eã ab illa nota styli 59 part. distare versus superficiem numerando. Altitudo Solis observabatur eodem momento 45 g̃. 9 min. Quæritur declinatio superficiei? *Solutio*: Primum, querendum Azimuth Solis: deinde, & unamquamque partium 59 æstima pro 1000, comparabis 59000: has quere in Tab. Tangent. & respondet ipsi arcus 30 g̃. 33 min & quia umbra reperiebatur à nota versus superficiem declinare, unde isti 30 g̃. 33 min. addendi erunt ad Azimuth inventum, & constabit declinatio muri quæsita.



Restat nunc ut monstremus quomodo circuli cœlestes in qualibet tali superficie describendi sint. Cum autem circuli horarii ad reliquorum inscriptionem maximè faciant, ab iisdem initium faciemus.

Sunt autem circuli horarii circuli magni, qui per utrumque mundi Polum tran-

transeuntes, & in iis sese intersecantes, Æquinoctialem in 24 partes æquales (quæ horarum sunt intercapedines) dirimunt.

Cum vero (ut Optici tradunt) omnis circulus maximus in planum projectus, videatur linea recta: minores vero, quo majori sunt propiores, eo magis ad rectas accedant, quo vero ab iisdem remotiores & Polo ejus propinquiores, eo magis incurventur, & à linea recta recedant: fit, ut hi etiam circuli horarii non lineis circularibus sive curvis, sed rectis in plana superficie oblata depingantur, proque diversa superficiei affectione ac positu ad Meridianum seu Horizontem, diversas etiam à se invicem distantias ac descriptiones nanciscantur: ac prout circulus cœlestis, cui superficies respondet, ab horariis in cœlo dirimitur, eodem etiam modo eademque proportione superficies illa ab iisdem horariis dividatur.

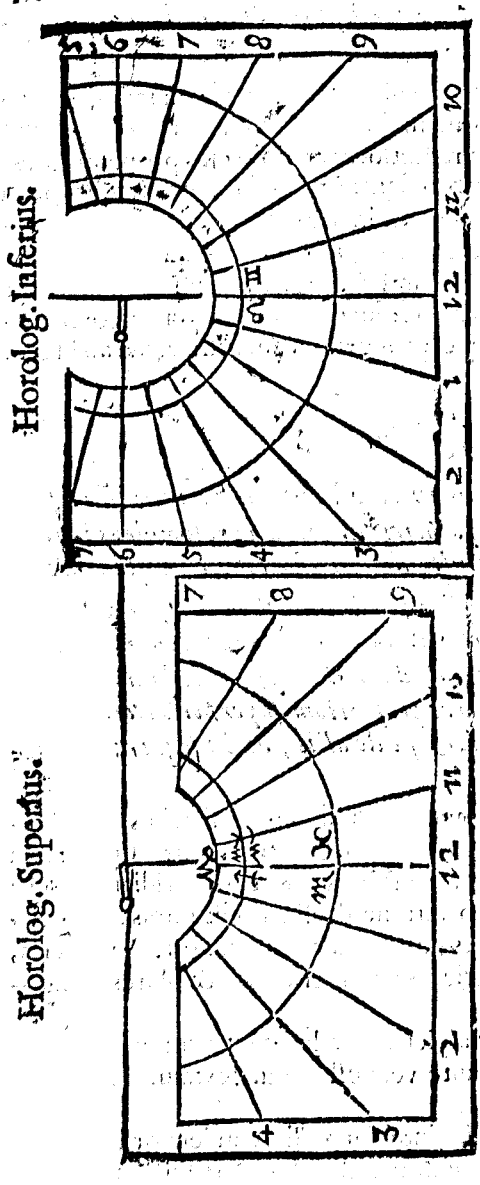
Verbi gratia.

Quemadmodum Æquinoctialis in cœlo à circulis horariis in 24 partes æquales dirimitur, sic etiam superficies in terra ei respondens in totidem partes æquales per eosdem circulos dirimenda est, quæ quidem Sola ita dividitur. Reliquæ vero, quo ab æquinoctiali superficie magis recedunt, eo etiam distantias horariorum circulorum à se invicem inæqualiores nanciscuntur. Sic itaque quemadmodum Horizon in cœlo ab horariis suis distinguitur, eodem etiam modo ac proportione superficies Horizontalis ei respondens, ab iisdem distinguatur, & sic de aliis, ut in sequentibus clarius patebit.

Illud etiam sciendum quod in omnibus verticalibus superficiebus, sive Meridionalibus sive declinantibus duodecem tantum horæ notentur. Quæ recta Meridiem aspiciunt, habent 6 horas antemeridianas, & 6 pomeridianas: quæ à Meridie ad Orientem declinant, pro ratione declinationis horas antemeridianas plures admittunt, & pauciores pomeridianas sortiuntur. Vice versa, quæ versus Occasum declinant, pauciores antemeridianas & plures pomeridianas requirunt.

Superficies Septentrionem directè aspicientes admittunt tantum horas matutinas, & vespertinas, quæ sunt ante vel post horam sextam. Nam hora duodecima est media nox.

Ut autem ordo hujus doctrinæ facilius intelligi possit, eundem ordinem, qui in tabula distinctionis superficierum propositus antea fuit, servabimus.



CAP. II.

Inscriptio linearum horariarum Superficiebus rectis. I. Quomodo lineæ horariæ superficiei æquinoctiali inscribendæ sint?

SUperficies Æquinoctialis dicitur, quæ in plano Æquinoctialis jacet: quod quidem duplici ratione contingit.

Primo quando superficies erecta aspiciens directe Septentrionem tantum reclinat à puncto verticali versus Meridiem, quanta est altitudo Poli loci tui, vocatur superficies Æquinoctialis superior.

Deinde etiam si superficies erecta, aspiciens directe Meridiem, tantum acclinet ad Horizontem, Meridiem quoque versus, quanta est elevatio Poli loci tui, vocatur superficies Æquinoctialis inferior.

Utrique harum circulos horarios inscribere poteris hoc modo.

Primum ex medio plani duc lineam rectam verticalem, lineam Meridianam seu 12 horam repræsentantem: In medio hujus pone centrum, & qualibet amplitudine circulum ex eodem centro describe, quem à linea Meridiana incipiendo, in 24 partes æquales dispesce; & per singula divisionum puncta ex centro circuli singulas duc lineas rectas: quæ deinde sitæ sunt

sunt in semicirculo versus occasum, horas antemeridianas repræsentant, quas vero semicirculus continet versus ortum, horas pomeridianas.

Et sic utrique superficiei Æquinoctialis lineæ horariæ inscribuntur, in quarum deinde centris, si stylus pro quavis longitudine data ad perpendiculum superficierum erigatur, confecta erunt duo solaria æquinoctialia, quorum superius æstati, inferius hyemi inservire poterit, ut videre est in schematibus.

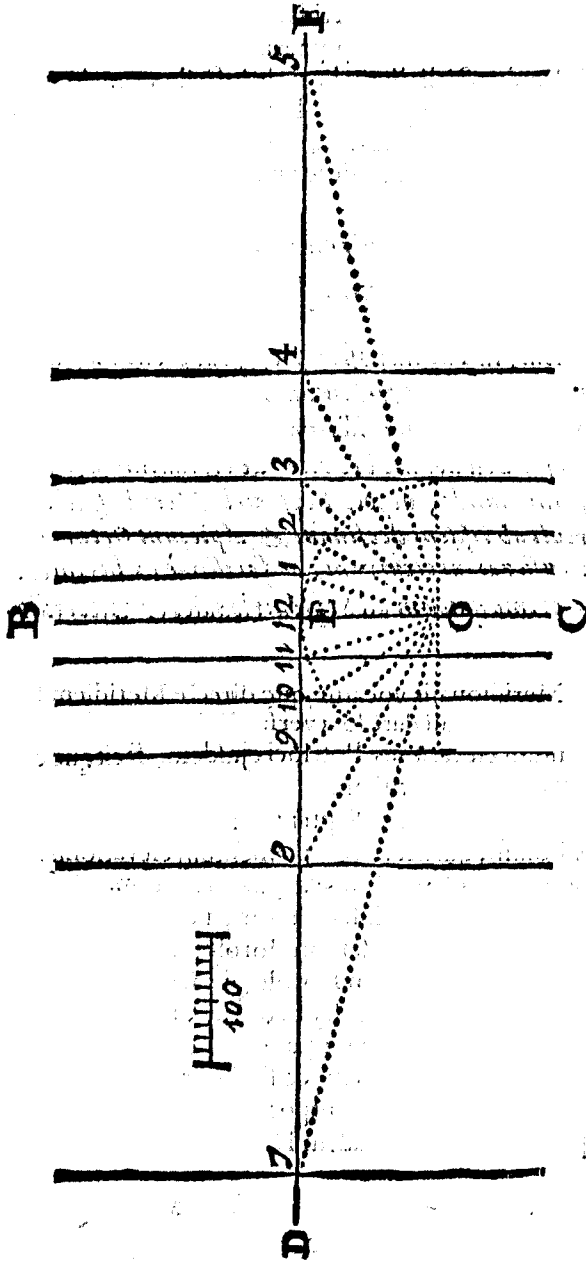
2. *Quomodo Sciaterica superficiebus polaribus, quæ directe Septentrionem vel Meridiem spectent inscribenda sint?*

AEquinoctialem Superficiem, in Tabula nostra proposita, proxima sequitur Polaris, sic dicta, quod axi mundano vel incumbat, vel iidem respondeat. Quod cum pluribus modis fiat, plura illarum Superficierum sunt genera, ut in tabula videre est. Sed nos hic breviter de eis tantum agemus, quæ directe ad plagam aliquam mundi, utpote Sept. vel Merid. spectant: vel quæ per quadrantem circuli ab iisdem declinant, & aspiciunt Ortum vel Occasum: aliis, utpote quæ in usu rarius occurrant, ac facillimè ex his intelligi possint, prætermissis: & primo quidem ad Septentrionales & Meridionales nos conferemus.

Superficies autem Polaris Meridionalis vocatur, quę directe Meridiem spectans, tantum reclinat à puncto verticali dati loci versus Polum mundi extantem, quantum est complementum elevationis Poli loci ejusdem, facitque cum Horizontis plano meridionali angulum obtusum.

Septentrionalis vero, quæ directe aspiciens Septentrionem, itidem tantum acclinat à vertice loci versus Polum, quantum complementum elevationis Poli existit; facitque cum Horizontis plano Meridionali angulum acutum.

Lineæ autem horariæ hisce Superficiebus inscribuntur, non (ut in aliis Superficiebus fit) lineis concurrentibus, sive sese in Horologii centro intersecantibus: sed lineis rectis parallelis: Polus enim Horologii, seu centrum ejus, hic non existit in superficie, sed in extremitate styli erecti. Vnde si lineas horarias hisce superficiebus attribuere velis: primo opus est, ut inscribas lineam verticalem, id est, superficiei perpendicularem & similiter sitam, quæ lineam Meridianam & horam repræsentat 12, utpote B C. Hanc intersecabis ad angulos rectos in E per lineam transversalem D F, quæ æquinoctialem referet:

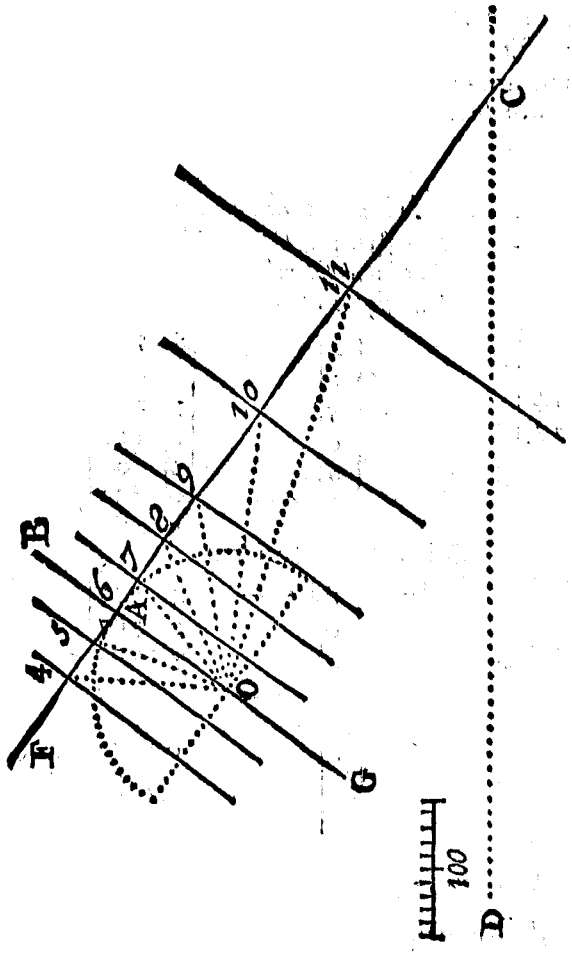


Punctum intersectionis E representant polum mundi, ex quo stilus perpendiculariter erigendus, quæ terminatam habebit longitudinem, eaque coaptanda in linea B C ab E usque in O, centrum æquinoctialis, ex quo semiperipheria (radio pro libito assumpto) describatur, eaque in 12 partes æquales distribuatur, utrumque nimirum ejus quadrantem à linea CB incipiendo in partes 6. Per singulas divisionum partes ex centro O rectæ educantur, quæ occurrent & secabunt æquinoctialem lineam in puncta horaria 7, 8, 9, 10, 11, 1, 2, 3, 4, 5, per quæ lineæ horariæ ad lineam B C parallelæ ducendæ, ut est in schemate.

Pragmatia in numeris.

Patet ex delineatione, quando longitudo stijli O E assumitur pro radio 100, distabunt puncta Horaria in linea D F æquinoctiali, à puncto B ad amplitudinem N. Tangentium arcuum in semiperipheria constitutorum: hoc est distantiam horæ 1. & 2. à puncto B

cto E indicabit N. Tang. 15 gr. horę autem 2. vel 10 distantiam indicabit N. Tang. 30 gr. in partibus nimirum qualium stilus 1000 habet, ut tabella pag. versę indicat, quæ etiam dimidias horas habet signo O signatas.



3. *Lineas horarias superficiebus orientalibus & occidentalibus inscribere.*

In superficie verticali orientem vel occidentem exactè aspiciente, describe lineam horizonti parallelam D C, & ex puncto, C, in partem septent. accepto, recta ducatur C E meridiem versus, efficiens cum D C ang. elevationis æquatoris, quæ dabit æquinoctialem. Hanc ubi libuerit ad angulos rectos interseca in puncto A, ducta linea B A G, quæ horam sextam referet, in orientali matutinam, in occidentali vespertinam. Longitudo stili perpendiculariter ex centro A erigendi aptetur in B A G, ab A usque in O centrum æquatoris, ex quo describatur circuli semiperipheria, eaque in partes 12 æquales distribuatur, & per hasse partes ex O centro eductæ lineæ intersecabunt æquatoris lineam E C ad puncta horaria 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 per quæ ducantur rectæ B G parallelæ, quæ dabunt lineas horarias matutinas in orientali: ves-

pertinas in occidentali superficie, ut apparet in schemate.

Pragmatia in numeris.

Numeri Tangentes arcuum semiperipheriæ juxta horarum angulos 15 gr. æquatoris distantium, indicant intervalla punctorum horariorum in lineâ æquatoris E C ab A loco stili constituenda, idque in partibus qualium styli longitudo A O habet 1000, ut in polaribus docuimus.

Ne vero quis erret, hac tabula indicat dimidiarum & integrarum horarum secundum N. Tangentium distantias.

Distantiæ horariarum linearum pro Polaribus superficiebus, in partibus qualium stilus 1000 habet.

	0		0	131
	11		1	267
	0		0	414
	10		2	577
Horæ Ante-merid.	0	Horæ Pom.	0	767
	9		3	1000
	0		0	1303
	8		4	1732
	0		0	2414
	7		5	3732
	0		0	7595

Tabula indicans distantias horarum à loco styli pro Orientalibus vel Occidentalibus solaribus, in partibus qualium stylus 1000 habet.

				N. Tang.
	4		8	577
	0		0	414
	5		7	268
	0		0	131
	6		6	0
	0		0	131
	7		5	268
Oriental. Horæ.	0	Occident. Horæ.	0	414
	8		4	577
	0		0	767
	9		3	1000
	0		0	1303
	10		2	1732
	0		0	2454
	11		1	3732
	0		0	7595

De polaribus superf. ab Austro versus ortum vel occasum declinantibus.

Superficies erectæ declinantes, cum in modum reclinare possunt, vel etiam declinare, ut axi mundi incumbant, quarum delineatio declarabitur cap. 4 sequenti.

CAP.

CAP. 2.

De Superficiebus Sphæræ obliquæ directis; & primum de Horizontali superficie.

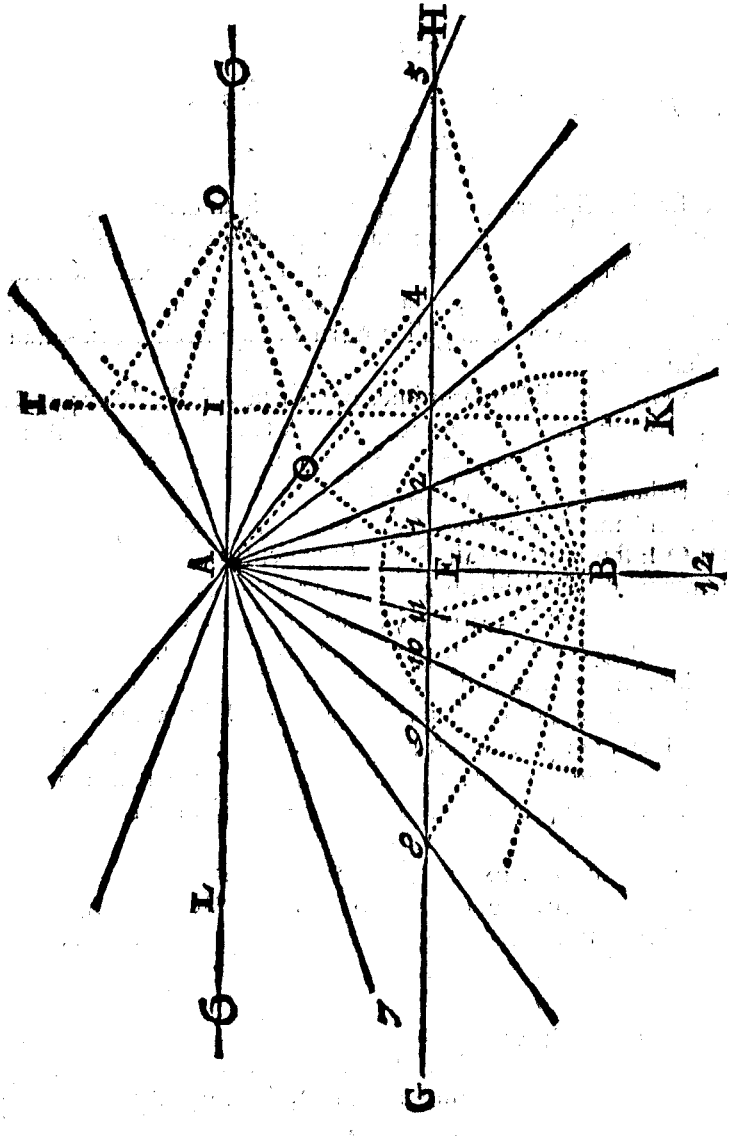
IN Superficiebus Sphæræ obliquæ lineæ horariæ in centrum coeunt, faciunt-que cum lineâ horæ 12 angulos in tali proportione, quali nimirum circulus cælestis superficiei proposita respondens, à circulis in Sphæra horariis intersecatur. Quare eadem ratione, quâ Horizon ab horariis in Sphæra distinguitur eadem proportione & anguli horarii in superficie horizontali describendi, ut sequitur.

In plano Horizontali statuatur linea meridiana, A B, & ex puncto & styli centro A, pro libitò accepto, ducatur recta A O, efficiens cum A B angulum elevationis poli, quæ stylum referet: ex qua ex puncto O, etiam pro libitò sumpto egrediatur perpendicularis, O E, occurrens A B in E, & per E ducatur lineæ meridianæ A B ad ang. rectos G H, quæ dabit æquinoctialem: Intervallum O E statuatur ab E in B quod erit centrum æquatoris, ex quo descripta semiperipheria dividatur in partes 12 æquales, perque has singulas ex centro B ducantur rectæ, quæ secabunt æquatorem G H in puncta 1, 2, 3 itemque 11, 10, 9 &c. horaria, perque nimirum ex centro styli A lineæ horariæ protrahuntur, quarum quæ respectu meridianæ lineæ sunt orientem versus, indicabunt horas pomeridianas, & quæ occidentem versus, antemeridianas: Recta L A I per punctum A perpendicularis dabit horam sextam: Horæ post sextã vespertinæ continuantur ex matutinis, & ante sext matutinæ ex vespertinis: *Verbi gratia* septima Matutina continuatur per centrum ex horâ 7. vespertina.

Quia horæ matutinæ, ut & vespertinæ, æquinoctialem lineam in punctis valde remotis secant, eadem hoc modo commodè describentur: Radius æquinoctialis E B statuatur in linea horæ 6 ab A in I, ducaturque ad eandem perpendicularis I K ipsique A B parallela, & intervallum A E per circinum acceptum transferatur ab I in O, ex quo descripto quadrante peripheriæ, eoque in partes 6 æquales diviso, ducantur ex O centro per divisionum puncta lineæ occultæ. Hæ enim rectam I K secabunt in punctis 5, 4, 3 &c. per quæ si ex horologii centro A lineæ ducantur, dabunt, ut prius, horas pomerid.

Pragmatia in numeris.

Ad imitationem constructionis Geometricæ facile erit angulos invenire quæ


H
G
O
L
G
A
H
I
O
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
L
B
K

quas singulæ horariæ lineæ cum linea horæ 12. constituunt. Qualium enim in Triang. rectang. A D E, crus D E est Radius 100000: erit A E secans ang. A E D, utpotè compl. elevationis poli, atque intersectiones horariæ in G H æquatore à lineis ex centro B factæ, erunt arcuum, horariorum utpote in æquinoctiali ęqualium Tangentes: quippe E B, æqualis ipsi E D, est radius ejusdem semiperiph. Verum enimvero, quando A E assumitur radius, erunt eædem intersectiones à puncto E numeratę, N. Tangentes angulorum horariarum linearum ex centro A eductarum, quos nempe faciunt cum linea horæ 12 *Verbi gratia*, angulum horę primæ vel 11. sic concludes.

Vt A E B secans compl. poli 125214 ad E I vel E 11 N. Tang. 15 gr. 26795: ita A E radius ad aliud: & concludetur N. Tang 21399 ang. horarię lineæ desideratę, cui Tangenti respondet arcus 12 gr. 4. m.

Idem aliter & facilius sic concludes, ut Radius 100000 ad sinum elevationis poli 79864: ita Tang. anguli horæ 1. (utpote 15 gr.) 26795; ad aliud: & concludes 21389. qui est Tang. anguli optatæ horæ 1. respondetque ei arcus 12 gr. 4 m. ut supra idem de cæteris horis concludendum.

2. *Superficiebus erectis directis horarias lineas inscribere.*

Per erectas directas superficies intelligimus eas, quæ Horizonti insistunt, & Meridiano conformes sunt, aspicientes directè meridiem vel septentrionem, suntque vel verticales, vel acclinantes, vel reclinantes. Verticales dicuntur eæ, quæ cum plano Horizontis constituunt ang. rectum, & recta in verticem assurgunt.

Acclinantes sunt, quę à vertice acclinant, & efficiunt cum horizontis plano augul. acutum.

Reclinantes à vertice reclinant, faciuntque cum Horizonte angulum obtusum.

Harum omnium delineatio eodem prorsus modo perficitur, ut de Horizontali dictum est, nisi quod angulus elevationis styli sit diversus, namque in verticali stylus secundum gradus complementi elevationis poli constituitur.

In meridionali Acclinanti gradus acclinationis eidem complemento adduntur, in reclinantibus ab eodem subtrahuntur; & sic producitur ang. styli, secundum quem horologium describi atque stylus obliquè propendere debet.

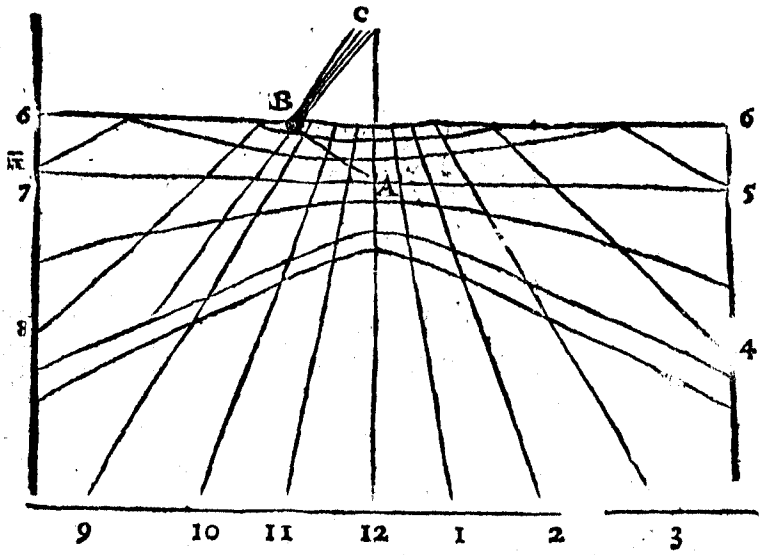
In septentrionalibus contrario modo accidit: hoc est in acclinantibus fit subductio in reclinantibus additio: pręterea in meridionalibus, stylus ex centro horologii deorsum dimissus, extremitate sua demonstrat polum Antarcticum,

& horariæ lineæ descendunt Horizontem versus: quarum saltem sex antemeridianæ, & sex pomeridianæ, verticalibus inscribuntur.

In septentrionalibus tam stylus quam horariæ lineæ ex centro sursum assurgunt, & non inscribuntur nisi horę ante sextam matutinæ, & post sextam vespertinæ.

Tabula arcuum horariorum, tam in horizontali quam verticali circulo ad subscriptas poli elevationes supputata.

Gradus elevationis poli pro horizontalibus	Gradus elevationis poli pro verticalib.	I. XI. G.	I. XI. M.	II. X. G.	II. X. M.	III. IX. G.	III. IX. M.	IV. VIII. G.	IV. VIII. M.	V. VII. G.	V. VII. M.
35	55	8	43	18	18	29	49	44	49	64	35
36	54	8	57	18	64	30	32	45	30	65	29
37	53	9	10	19	10	31	2	46	11	66	0
38	52	9	22	19	34	31	37	46	50	66	29
39	51	9	33	19	58	32	11	47	28	66	55
40	50	9	45	20	21	32	44	48	7	67	21
41	49	9	57	10	44	33	16	48	39	67	47
42	48	10	10	21	7	33	46	49	12	68	11
43	47	10	22	21	29	34	18	49	44	68	33
44	46	10	32	21	51	34	47	50	16	68	54
45	45	10	43	22	12	35	17	50	46	69	15
46	44	10	54	22	33	35	44	51	15	69	35
47	43	11	5	22	53	36	11	51	42	69	53
48	42	11	17	23	13	36	37	52	9	70	11
49	41	11	25	23	33	37	3	52	35	70	28
50	40	11	35	23	52	37	28	53	0	70	45
51	39	11	45	24	9	37	52	53	24	70	59
52	38	11	55	24	27	38	15	53	46	71	13
54	37	12	5	24	43	38	37	54	8	71	28
53	36	12	13	25	2	38	58	54	29	71	41
55	35	12	22	25	18	39	19	54	49	71	54

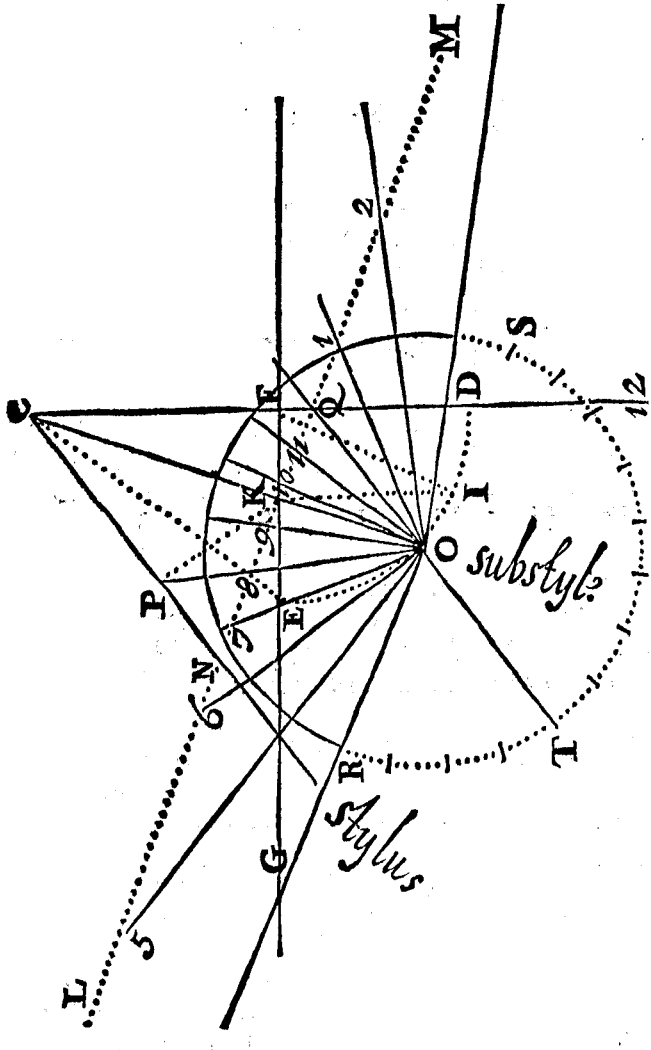


CAP. 3.

Lineas horarias superficiei verticali à meridie versus ortum vel occasum declinanti inscribere.

QVando superficiei declinatio non excedit 40 vel 50 gr. commodè in tali horologio utimur stylo obliquo ad Axem mundi constituto, ita ut juxta extremitates utrumque aspiciat polum: & Geometricè horariæ lineæ inscribuntur, ut sequitur.

Ex puncto C, quod erit centrum horologii, descendat linea perpendicularis C D, quæ erit hora 12; Ad quam statuatur ang. complementi elevationis poli 37 gr. Versus Ortum, quando superficies occasum versus declinat: sed declinante superficie ad Ortum, in contrariam partem angulus iste erit statuendus, ducta nimirum linea C E: atque ex puncto F, pro libitu in C D accepto, egrediatur perpendicularis F G, occurrens C E in E, & ex eodem F puncto ad easdem partes descendat recta F I constituens cum C F D angulum declinationis superficiei, qui sit loco exempli 30 gr. atque ab F usque in I coaptetur intervallum F E, & per I ducantur I K, occurrens lineæ F E per-



pendiculariter in K, per quod ex centro horologii C recta ducatur C K O, quę est *substilaris*, ad quã per idem punctum K (vel per aliud ubi libuerit in K C acceptum) transeat perpendicularis L K M, quæ erit ęquinoctialis, inque eodem à K usque in N coaptetur intervalllum K I, Perque idem N punctum ex centro horologii C educatur recta C N, quæ erit linea *styli*, & ex K ad eandem perpendiculariter educta K P, dabit radium æquinoctialis, quẽ transferes in substylarem à K usque in O centrum æquinoctialis, ex quo peripheria describatur, quam divides in 24 partes æquales, initium distinctionis non inchoabit ab O K substylari, sed ab istâ linea, quæ ex O per Q, punctum nimirum interfectionis ęquatoris & lineę horæ 12. ducitur. Rectę, quę ducuntur ex O

ex O per singula divisionum puncta, in semiperipheria R F S comprehensa, secabunt æquinoctialem lineam L M in puncta horaria, per quę ex centro horologii C ducuntur lineę horarię optatę, Pomeridianæ quidem, quę ab hora 12, sunt Orientales, antemeridianæ quæ occidentales

Inspice schema in quo

C D est hora 12. ad quam
E C D ang. compl. evationis poli 37 gr.
F G perpendicularis ad C D
I F D ang. declinationis superf. 30 gr.
F I æqualis F E
I K perpendicularis ad F G
C K substylaris, ad quam orthogonalis
L M æquatoris linea
K N æqualis K I
C N stylus
K P perpendicularis ad C N

K O æqualis K P, estque O centrum, ex quo peripheria describitur, per cujus 24 distinctiones à Q. O. T. inchoantes rectæ egrediuntur quæ secant L M in puncta horaria.

NOTA.

Angulus 6 O Q vel 6 O T semper evadet rectus.

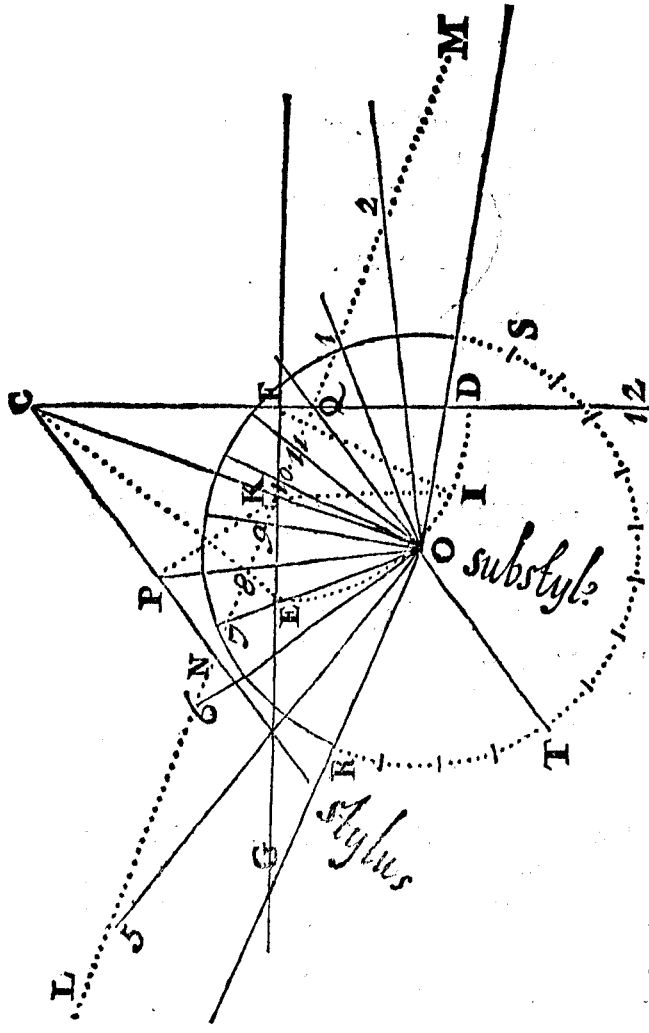
2: *Pragmatia in numeris ad imitationem constructionis Geometricæ Angulum declinat. substylaris inquirere.*

Quando F E vel F I radius, erit F K sinus arcus declinationis D I: & K I sinus arcus I E compl. ejusdem, atque C F Tangens ang. F E C elevationis poli, est enim compl. ang. F C E. Hinc in Triangulo Rectang. C F K, ex datis C F & F K cruribus concludes, ut C F Tang. elevationis poli, ad F K sinum declinationis superficiei: ita C F Radius, ad F K Tangentem ang. F C K optatæ declinationis substilaris.

ALITER

Si fiat, ut Radius 100000 *ad Sin. declinationis superficiei* 50000: *ita N. Tang. compl. elevationis poli* 75355 *ad aliud: concludetur N. Tangens de-*

clinationis substylaris 37677: cui respondet arcus 20 gr 38 m. utpote declinationis substilaris.



3. Angulum elevationis styli inquirere.

In Triangulo C K N, rectangulo ad K, inquirendũ crus C K, in partibus qualium F I vel K E radius, atque K N æqualis K I sinus compl. declinationis superficiei arcus nimirum G I. Quod sic concludes, ut F K Radius 100000, ad K C; secant. ang. F K C compl. declinationis substylaris 283780: ita F K sinus declinationis superficiei 50000, ad partes cruris C K 141890 desideratas: Rursus si fiat ut C K 141890, ad K N 86603 sin. compl. declinationis superficiei: ita C K Radius 100000 ad aliud: factus 16250 est Tangens anguli N C K

styli

styli elevationis optati; cui respondet arcus 31 gr. 24 m.

4. *Eandem styli elevationem ex styli declinatione cognita brevius sic concludes.*

Vt Radius 100000, ad sinum declinationis styli 35239; ita Tangens complementi declinationis superficiei 173205 ad aliud: factus 61035 erit Tangens anguli elevationis styli, ut supra 31 gr. 24 m.

5. *Angulos horarios ad imitationem Geometricæ delineationis numeris invenire.*

Ad supputandum angulos, quos horariæ lineæ cum perpendiculari C D in centro C constituunt, primum angulus Q O K inquirendus, ex datis K P & Q K in partibus Radii C K 100000, earundem enim K P est sinus anguli K C P elevationis styli 52101, & Q K Tangens ang. Q C K declinationis substylaris 37677: Quare sic argumentare: ut K P 52101 ad Q K 37677. ita K P vel K O Radius 1000000, ad aliud; concludes 723115 numerum Tang. anguli Q O K optati, cui respondet ang. 35 gr. 52 m: Huic angulo adde gradus 15 producitur ang. 1 O K 50. 52. Cui si adjiciantur gr. 15 concludetur ang. 2, O, K 65: 52. Huic itidem addantur 15 cognoscitur ang. 3, O, K 80: 52. Angulos antemeridianarum horarum cognosces per continuam subductionem. Ab angulo Q O K supra reperto 35 gr. 52 m. aufer gr. 15 reliquus erit ang. 11, O K 20. 52 Hinc rursus aufer 15, reliquus, 5: 52, erit angulus 10, O, K quia angulus iste minor est 15 gr. auferes eundem ex 15, reliquus 9, 8 dabit ang. 9, O K: sic & reliquos subsequentes horarum ang. cognosces per additionem 15 gr.

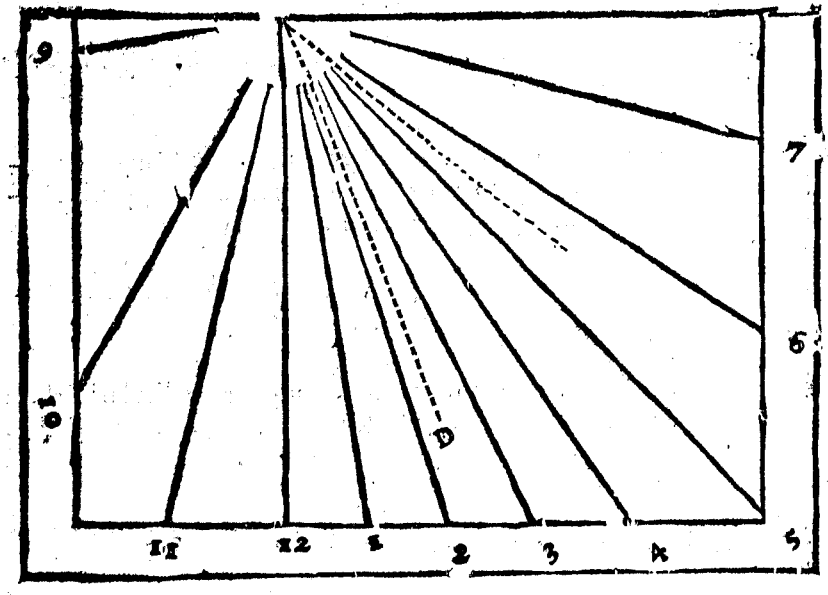
Hisce cognitis, Angulos linearum horariarum ex Horologii centro, C, egredientium facilè concludes: In Triang. enim Rectangulo C K 11 ex datis C K & K 11 cruribus erit.

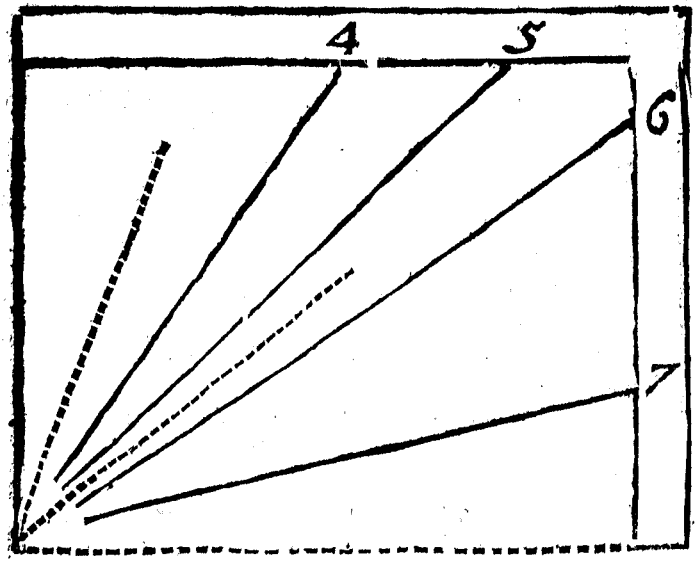
Vt C K secans ang. C K P compl. elevationis styli 191935 ad K I Tang. anguli I, O, K 122904: ita C K Radius 100000, ad aliud: & concludetur Tangens ang. I, C, K 64034: cui respondet arcus 32 gr. 39 m. ex quo si auferatur angulus declinationis substylaris K C D 20: 38, reliqus 12 gr. 1, erit angulus I C D optatus, quem hora 1. facit cum perpendiculari C D.

Ad eundem prorsus modum & reliquos horarum angulos concludes.

In Triang. Rectang. 11 C K ex datis 11 K & C K cruribus fiat ut C K

191935


9
7
6
10
D
11
12
1
2
3
4
5


4
5
6
7

191935 ad Tang. ang. 11, O K 38120: ita Radius 100000, ad aliud: factus 19860 erit Tangens ang. 11 C K, cui respondet arcus 11 gr. 14 m. qui sublatus ab ang. declinationis substylaris K C D 20 gr. 38 m. reliquus, 9:24 dabit ang. quem facit hora undecima cum perpendiculari.

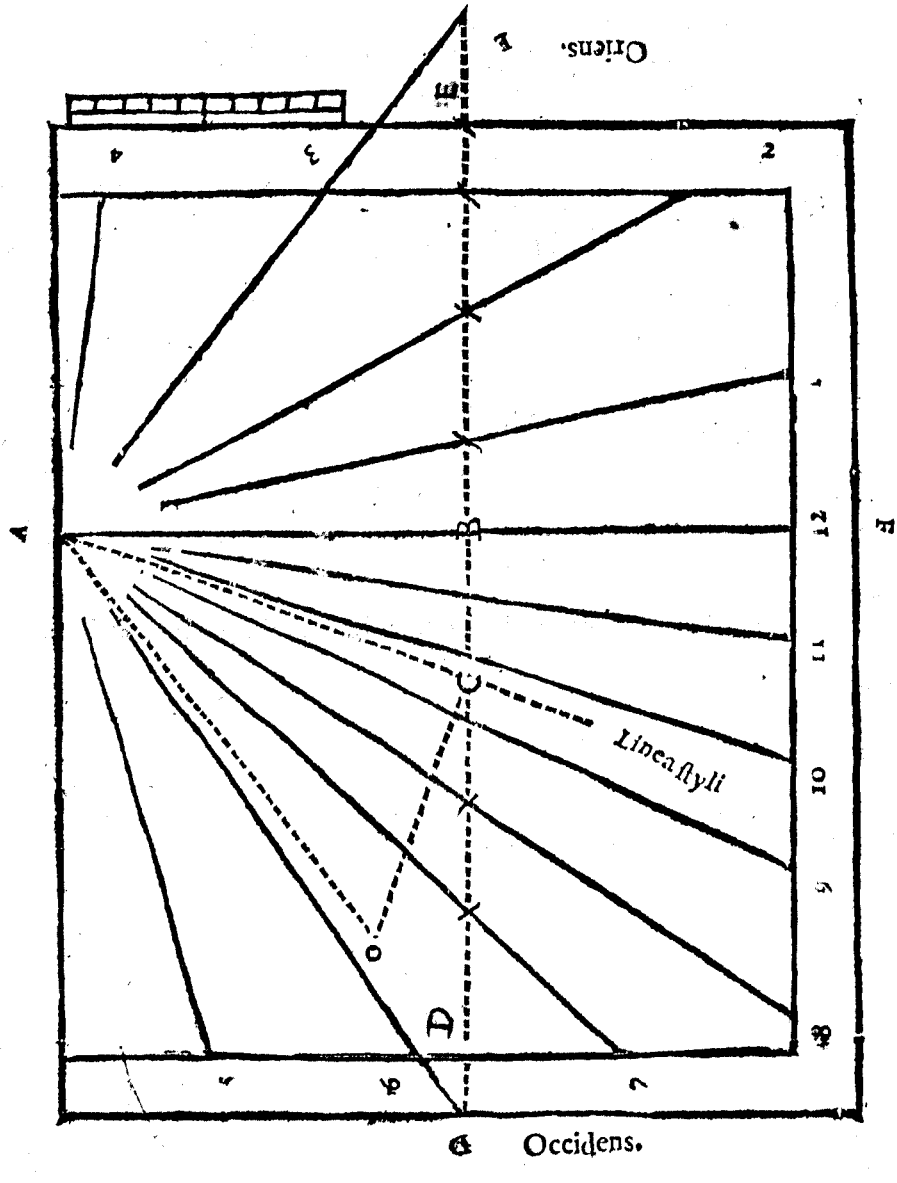
6. *Lineas Horarias ex cognitis angulis horariis horologii horizontalis superficiebus verticalibus declinantibus artificiosè inscribere.*

Cap. 2 pr. 1. hujus, docuimus invenire angulos quos singulę horarum lineæ cum hora 12 in Horizontali superficie constituunt, quorum beneficio modo universali aptissimè horarias lineas verticalibus inscribes, ut sequitur.

Exempli gratia: sit murus declinans à Meridie versus Ortum 30 gr. Initio fige in muro punctum C, quod sit centrum, locusque ex quo stylus perpendiculariter erigendus: sed si Occasio ita ferat, præstat stylum ex centro Horologii A demitti juxta axin mundi, ut omnis ejus umbra horas notet, cum in perpendiculari stylo umbra nodi, in extremitate styli constituti, indicet horas tantum.

Per idem punctum C ducatur Horizontalis linea D E, præterea in linea recta assume longitudinem 15 digitorum, vel quantum placuerit, quæ sit longitudo styli perpendicularis, estque in hoc schemate linea C O, quæ est dividenda in 100000, vel in 100, æstimando singulas pro 1000: In hoc Schemate longitudo C O divisa est in 10 partes, æstimatis singulis pro 10000. Quære deinde numerum Tangentem declinationis muri, quæ sit 30 g̃. quorum Tangens est 57735. Hasce partes per circinum ex divisa linea assumtas, transfer in Horizontalem lineam à C in B, & quidem versus Orientem, ubi murus declinat à Meridie in Orientem, sive à Septentrione in Occid. Declinante autem superficie à Meridie versus Occidentem sive à Septentr versus Orient. punctum B collocabitur versus Occid. per illud punctum B, duc lineam perpendicularem A F, quæ erit linea Meridiana.

Ad reliquas horarias distantias in hac Horizontali linea à puncto C habendas præ manibus habere debes tabellam, quæ Angulos horarios, pro quavis Horizontali superficie continet, Francequeræ Poli Elevatio est 53 g̃ 11 min. angulus horæ 11 & 1 est 12 g̃. 6 min. hic subtrahendus est ex declinatione muri, quæ est 30. gr. restabunt 17 gr. 54 min. numerus Tangens 32299 est distantia 11 horę. Simili modo aliarum horarum anguli sunt supputandi, ut an-


Oriens.
E
A
B
C
D
O
Linea styli
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Occidens.

gulus 10 hor. in superficie Horizontali est 24 gr. 46 min. his subductis ex 30 grad. qui sunt declinatio muri, restabunt 5 gr. 14 min. quorum numerus Tangens est 9159, qui est distantia horæ 10. Porro angulus 9 horæ continet 38 gr. 40 min. quia hic numerus major est declinatione, ex eo est subducenda declinatio, quæ est 30 gr. restabuntque 8 gr. 40 min. quorum Tangens 15244 indicat distantiam horæ 9. Hæc reperta distantia denotanda in Horizontali linea D E è puncto C in contrarium latus, & sic deinceps: Lineę horarię antemeridianę à puncto C versus D numerando possunt consignari, ut in Schemate videre est.

Tabella

Horæ Antemerid.	12	57735	Distantiæ Horariæ.
	11	32299	
	10	9159	
	9	15244	
	8	44742	
	7	88524	
	6	173205	
	5	490785	
Pomerid.	1	90357	
	2	141584	
	3	256047	
	4	984482	

Ad inscribendum horas pomeridianas ordine addendi sunt earum anguli horarii ad declin. muri.

Exempli gratia.

Angulus horæ 1 in Horizontali Horologio est 12 gr. 6 min. quos adde ad 30 gr. declin. habebis 42 gr. 6 min. quorum Tangens 90357, præbet distantiam hor. 1. Angulus 2 horæ est 24 gr. 46 min. quibus additis ad 30 percipies 54 gr. 46 min. Quorum Tangens 141584 ostendit horæ 2 distantiam, & sic ordine. Atque sic eleganter docuimus distantias & puncta omnium horarum dici in horizontali linea D E notare.

Centrum horologii, ex quo ducendæ horæ, constituendum est in linea horæ 12, à puncto B sursum in A, ubi declinatio est Meridionalis, si vero Septentrionalis sit, deorsum à B in F, Lineæque horariæ ex F sursum ducendæ, scilicet per intersectionum puncta 8, 7, 6, 5, quæ dabunt pomeridianas, & vespertinas horas in superficie declinante à Septentrione versus Occidentem 30 grad. ut schema demonstrat.

Verum ad inveniendum intervallum Centri A, vel F. à puncto B; Per antecedens præc. cognoscendus ang. declinationis substylaris B A C, qui erit 20 gr. 26 m. Hinc in Triang. rectang. A B C, ex dato crure C B cum angulis C & A dabitur per præc. Triang. plan. crus reliquum sive intervallum B A optatum. Crus vero C B est Tang declinationis superficiei 57735 in partibus eo Radii 100000. Erit itaque.

Vt C B Rad.	*Ad Tang ang. C*	*Ita C B Tang. decl.*	*Ad B A 154968. intervallum optatum.*
100000.	268414.	*superf.* 57735	

Stylus ex puncto C perpendiculariter erigendus ad longitudinem C O, & ex centro reperto A vel F, perque extremitatem O transeat stylus obliquus. Vel per antec. præc. supputetur angulus elevationis styli, & secundum eum stylus dirigatur ex A vel F centris. Ad innimitationem hujus pragmatiæ facile erit supputare angulos, quos singulę horariæ lineæ ex A centro egredientes cum linea A B 12 efficiunt, ex datis enim horarum, in D E linea, à centro C intervallis, facile erit earundem interstitia à Puncto. B inquirere.

Verbi gratia.

Intervallum C I I, datur 32331, illud aufer à C B 57735, reliquus 25404 dabit distantiam 11 B: Ex C I, 90357 aufer C B 57735, relinquetur intercapedo B I 32622: isto modo & reliquas horarum intercapedines à B Puncto expedite numerabis, quibus datis etiam anguli horarum ex A centro egredientium per ratiocinium Triang. planorum innotescent.

Namque in Triang. A B I rectangulo ex datis Cruribus B A 154968 & B I 32622 dabitur angulus I A B: erit enim, ut B A 154968 ad B I 32622: ita Radius 100000 ad Tang. ang. I A C optati 21062: cui respondet arcus 11 gr. 54 m. tantusque est ang. I A B optatus. Eodem modo, ut B A 154968 ad B I I 25404: ita Radius 100000 ad 16398, estque Tang. ang. B A I I cui respondet arcus 9 gr. 19 m.

7. *Lineas horarias inscribere verticalibus superficiebus à meridie prope ad ortum aut occasum declinantibus.*

In ejusmodi Superficiebus anguli fiunt valde acuti, & stylus sortitur angustam Elevationem, propterea necessariò stylus perpendicularis ex ea superficie erigendus est, habens in summitate nodum (quemadmodum in Orientalibus & Occid. contingit) per quem hoc modo facilè adnotatio horarum fieri potest.

Initio ex muro erige stylum perpendicularem C O longum 15 aut 20 digit. pro magnitudine Horologii delineandi, & licet non perpendicularis esset stylus tamen facilè punctum C, cui extremitas styli perpendicularis respondet, habere potes. Longitudinem styli divide in 100 partes, singulas pro 1000 æstymando, & ex puncto C duc lineam Horizontalem B D, in qua à C incipiendo notabuntur puncta horaria, omnimodò ut antea relatum, & hic subjicietur.

Pono loco exempli superficiem declinare à Meridie versus Ort. 80 gr. 30 min. cujus quæro Tang. 597576. Hic numerus continet longitudinem styli quinquies,

quinquies, & prætereà 97576: ergo & hæ partes sunt in linea Horizontali B D collocandæ, à puncto C semper versus Sept. sive versus Ort. sive Occasum murus declinet, atque sic finis incidet in punctum D, per quod ducta verticalis linea D E, erit linea horæ 12. Aliarum horarum distantiæ à puncto C numeratæ, habebuntur, si angulos horar. Horizontalis Superficiei ordine subduces ex declinatione muri, & numerus Tangens residui numeri indicat distantiam, quę à puncto C, versus 12 horam, cuique horæ tribuitur, sive pomeridianæ, sive antemeridianæ, pro ratione declinationis muri: Vt consequaris contrarias horas, anguli horarii addendi sunt declinationi muri, quorum Tangentes continent desideratas distentias à puncto C, versus horam itidem duodecimam.

Prætereà cum in nostro exemplo proponatur superficiem declinare à Merid. versus Ortum 80 gr. 30 min. ex quibus subtrahe 12 gr. 6 min. (ang. scilicet horæ 1 & 11, in superficie Horizontali computatum juxta elevationem Poli 53 gr. 11 min.) restabunt 68 gr. 24 min. quorum Tangens 253571. Hic indicat distantiam horæ 11 antemeridianæ: superficie autem declinante versus Occidentem, daret distantiam horæ 1 pomeridianæ: Vice versa, si angulus horarius nimirum 12 g. 6 min. addatur ad 80 gr. 30 min. consequeris per numerum Tang. distantiam 11 horæ, sed cum hic numerus major est 90 gr. illud denotat superficiem tum temporis radios Solis non suscipere, & propterea non opus est, ut ea hora notetur: Alias horas antemeridianas consequeris, ut dictum est, per subtractionem, atque Tangentes residuorum numerorum dant distantias horarias in hac tabella propositas.

Ubi autem perventum fuerit ad eas horas, quarum angulus horarius plures gradus continet, quam habet declinatio muri, quemadmodum accidit in hora 6, cujus angulus est 90 gr. qui non possunt subduci ex 80 grad. 30 min. quapropter hosce 80 gr. 30 min. subduc ex 90, restabunt 9 gr. 30. m quorum numerus Tangens 16734, dat distantiam 6 hor. atque denotatur in Horizontali linea à C versus Merid. Ad distantiam horæ 7 consequendam, assume ang. horarium horæ 5, scilicet 71 gr. 31 m subtrahe ex 180 restabunt 108 gr. 29 min. estque angulus quem linea horæ 5 cum 12 constituit, hinc subduc declinationem muri, scilicet 80 gr. 30 min. restabunt 27 gr. 59 min. quorum Tangens 53134, denotat distantiam horæ 5, numerandæ à C versus Merid. ut in sequenti Schemate delineatum est.

His distantiis ita comparatis, & secundum eas puncti is linearum horariarum in linea B D notatis: dimittes ex puncto C, à stylo recta deorsum, verticalem lineam C K, atque dimetieris in eadem à C, usque in H, longitudinem styli C

Declin. à Merid. versus Ortum 80 gr. 30 min.

Elevatio Poli 53 gr. 0
Declin. styli, 36 g 27. m.
Elevatio styli, 5 gr. 42 m.
Diff. stylor. O P, 12336,

12	597576
½	359376
11	252570
10	146778
9	89515
8	47270
7	14915
7	16734
5	53134
4	101053

O, & duces per punctum H lineam Horizontalem N E, dimetire in eadem versus Septentrionem ab H in I distantiam, quam dabit Tangens declinationis styli. Idem punctum I est centrum, ex quo perpendicularis stylus I O, in Horizontali linea N E deberet poni.

Ad consequendam longitudinem styli, primum per præcedentem doctrinam præter declinationem styli, etiam Elevationem promptè præ manibus habebis, quæ Elevatio in hoc exemplo est 5 grad. 40 min. Styli declinatio ante est reperta 36 gr. 27 min cujus Tangens 73861 (ut dictum) dat distantiam ab H in I Vt itaque nostro proposito satisfiat,

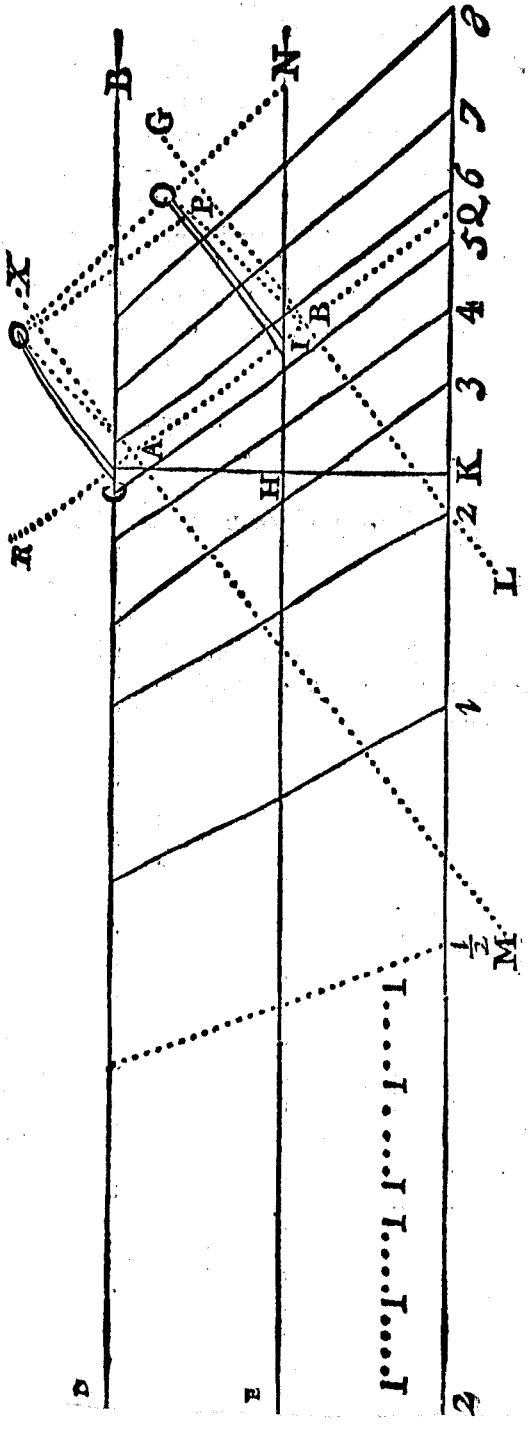
Quæres ex tabulis Secantium numerum Secantem declinationis styli 36 grad. 27 min. qui erit 124320, hunc multiplica per Tang. Elev styli qui est 9923: productum 12336-27360, divide per 100000, consequeris distantiam P O 12336, secundum quam stylus I O longior debet fieri priori erecto stylo C O. Hanc longitudinem styli repertam, divide in 100 partes, & per easdem dimetire prædictas distantias horarias in linea Horizontali N E, ab I incipiendo iisdem modis, quibus actum est in linea B D nam per hæc inventa & proposita signa circuli horarii sunt ducendi; ut schema ostendit,

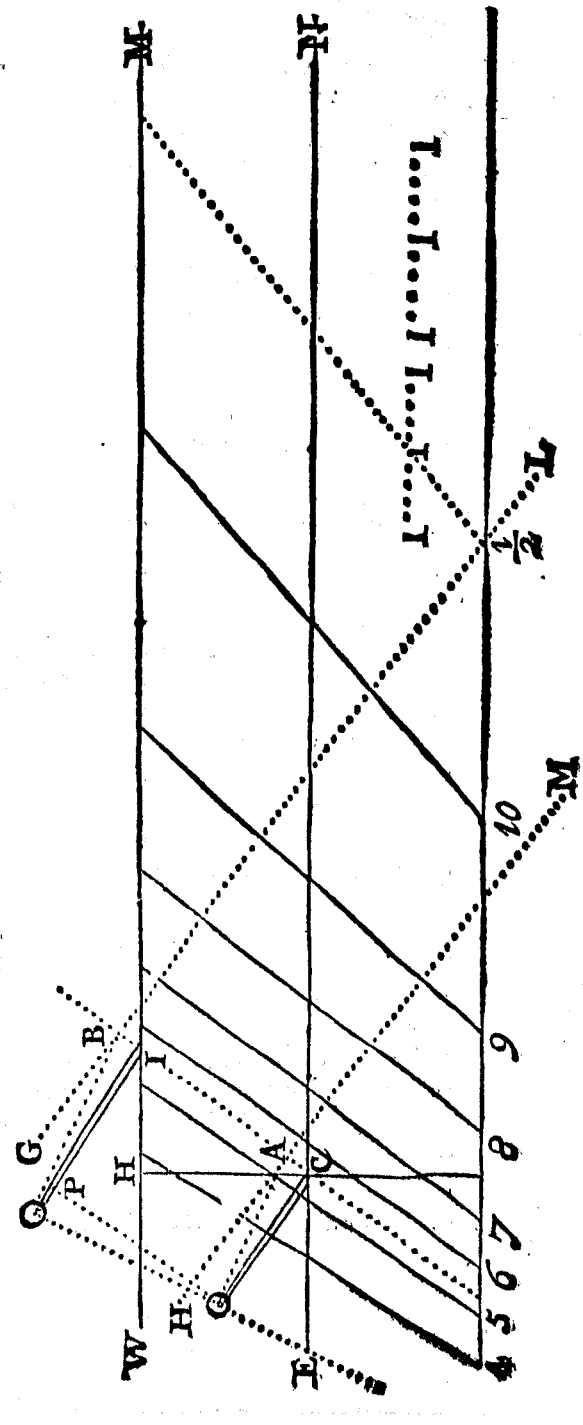
NOTA.

Licebit etiam in linea C K longitudinem styli bis notare à C in K, & ducere per K lineam Horizontalem Q K F, in qua longitudo I I bis computanda ad K in Q. Punctum enim illud Q, erit centrum, à quo distantiæ horariæ in eadem Q F lineâ numerandæ erunt. Sed stylus, per quem eædem distantiæ accipi debent, excedere debet stylum priorem, C O, ad longitudinem D O bis acceptam.

Juxta utrumque stilum duas æquinoctiales lineas inscribere, & puncta horaria in eisdem notare.

Per


B
N
G
P
X
A
H
K
L
M
I
2
3
4
5
6
7
8


M
T
W
E
G
B
P
H
A
C
I
L
M
4
5
6
7
8
9
10

Per utriusque styli extremitatem recta ducta representat mundi axem, ex quo ab extremitate styli C O dimittatur perpendicularis O A, occurrens substylarem C Q in A punctum, per quod transeat orthogonalis M, quæ æquinoctialem referet respectu stili C O, cujus radius A O statuatur, in substilari, ab A usque in R centrum æquinoct. ex quo circulus describatur, qui in 24 partes æquales dividendus; initium distinctionis non incipit à substilari, sed à linea recta, quæ ex centro R, per horæ sextæ punctum, in linea Horizont. D B notatum, deducitur. Radii ex centro A per singula divisionum puncta usque ad æquinoctialis lineam M X deducti, secabunt eundem in puncta Horaria optata.

Ad eundem modum describatur æquinoctialis linea L B G juxta stilum I O, inque eadem puncta horaria statuantur. Puncta Homogenia in utraque æquinoctiali linea notata rectis juncta, dabunt easdem lineas horarias.

II. *De superficie declinante à Septent. ferè in Ortum aut Occas.*

Si murus declinet ferè in Ortum vel Occasum à Sept. subducendi sunt gradus declinationis ex 180 grad. residuum indicat declinationem muri à meridie: quare stylo perpendiculari in muro fixo, qui stylus sit C O, distantias horarias in Horizontali linea N E supputabis, & dimetieris omnimodo, ut in priori exempla: exempli loco pono superficiem à Sept. in Occasum declinare 82 grad. 4 min. hosce subduc ex 180 gr. restant 97 gr. 56 min. qui sunt gradus declinationis à Meridie ad Occas. ex his subtrahe angulum horarium horæ 1, scilicet 12 gr. 6 min. restabunt 85 gr. 50 min. quorum Tang. 1372675, denotat distantiam horæ 1, continetque styli longitudinemque decies & quater: qua propter vix hora 1, collocari in ejusmodi horologio potest.

Ad consequendum distantiam horę 2, subduces ang. horarium 2 hor. nimirum 24 gr. 46 min ex 97 gr. 56 min. restabunt 73 grad. 10 min. quorum Tangens 330521 dabit distantiam horæ 2: similiter consequeris aliarum horariarum linearum distantias numerando à C puncto, ut hęc tabella denotat.

His distantiis in linea Horizont. N E, à stylo incipiendo versus Sept notatis lineam verticalem sursum, in qua dimetire longitudinem styli à C in H, per H duc Horizontalem lineam M W. atque metire ulterius ab H versus Sept. in I Tangentem declinat styli, qui est centrum styli, à quo incipiendo distantiæ horarię in linea M W notabuntur: at longitudo styli, per quam notatio fiet, per num. Secantem declinat styli, & Tangent. Elevat (ut antea relatum est) invenietur & prolongabitur.

NOTA.

Declinat. à Sept. versus Occas. 82 gr. 4 min. vel à Merid. versus Ortum 97 gr. 56 m.

Declinatio styli 35 gr. 34 min.
Elevatio styli 4 gr. 35 min.
Diff. styl. vel linea PO 10348.

horæ distant.	
1	1372674
2	330521
3	168200
4	95673
5	49677
6	13934
7	18624
8	52873

NOTA.

Ad dandum veram longitudinem lineis horarius, juxta eas debent denotari Tropicus Cancri & Capricorni una cum Horizonte, quicquid enim extrahas lineas, inutile est. Nec notatu dignum, ut in subsequenti 5 cap. docetur, & ad vivum in schemate ostendetur.

4. *Lineas horarias superficiei acclinatæ, & à Meridie versus Ortum vel Occasum declinanti inscribere.*

Post traditam inscriptionem linearum horariarum in superficie declinante verticali, hoc est, quæ cum Horizonte angulum constituunt rectum; sequuntur declinantes illæ, quæ cum Horizonte faciunt angulum obliquum: ut sunt Acclinata, quæ cum Horizonte facit angulum acutum, & Reclinata, quæ cum eodem facit obtusum angulum. De eis quæ Meridiem aspiciunt, hoc loco agemus, quomodo de septentrionalibus agi debeat, in sequens cap. rejicimus.

CAP. IV.

Lineas horarias inscribere superficiebus declinantibus, simul & acclinantibus, aut reclinantibus.

DELINEATIO GEOMETRICA.

In superficie acclinata, aut reclinata, simul & declinata descendat perpendicularis C S, eumque secato ad angulos rectos in A, ductâ lineâ X Z. Deinde ex Horologii centro (ad contrarias declinationis partes, hoc est ad ortum, de-

clinante superficie versus occasum; & contra) ducatur recta C H efficiens cum C S ang. compl. elevationis poli, quæ occurrit X Z in H.

Ex A versus partes easdem descendat recta A F, constituens cum A S ang. declinationis superficiei (quæ sit loco exempli 60 gr.) in qua statuatur A F æqualis A H, perque punctum F ducatur ipsi C S parallela P O, secans X Z orthogonaliter in punctum G, atque intervallum G F transferatur in X Z à G versus Z, usque in B: ac ex C centro horologii ducatur C V parallela ipsi A Z, secansque P O in D. Ex hoc puncto D dimitte rectam D C constituentem angulum K D G inclinationis superficiei (exempli loco 40 gr.) quæ occurrit X Z in puncto K, versus partem X, quando est meridonalis acclinans, ut hic, verum in contrariam partem versus Z, quando reclinat superficies. Incidente vero hæc D K linea in puncto B, erit superficies illa polaris, cujus mentionem fecimus in superficiebus sphæræ rectæ. Ad eandem D K ex B puncto, educatur perpendicularis D E: Atque intervallum D K statuatur in D F à D usque in L, per quod ducatur Horizontalis Q L Y, quæ Horizontem loci referet: & in eadem D F statuatur D I æqualis D E, perque punctum I, ex centro horologii C, ducatur recta C I, quærit substylaris, emittaturque ex I perpendicularis I M, æqualis tamen ipsi B E, erit C M, ex centro C Per D edacta, stylus: D F à parte F prolongetur usque in P, ita, ut P L fiat æqualis ipsi B K & ad L P ex P ducatur P Q faciens cum L P angulum declinationis superficiei, quæ intersecabit Q L Y in Q, eritque eadem ipsi F A parallela: atque recta C Q erit linea, horæ 12.

i.e. lin: Com: & B.

i.e. Cosin: Dec: Mun

+ D K

B E

quæ erit

Quam etiam hoc modo invenies.

Ex puncto B ascendat perpendicularis B N, occurrens K D prolongatæ in N: atque D N statuatur in F D prolongata à D usque in O, eritque C O hora 12. noctis, quæ à parte C Prolongata dabit duodecimam diei.

Horam sextam sic invenies.

Emittatur ex P ad P Q perpendicularis P T, occurrens horizonti Q Y in T, unde C T hora sexta.

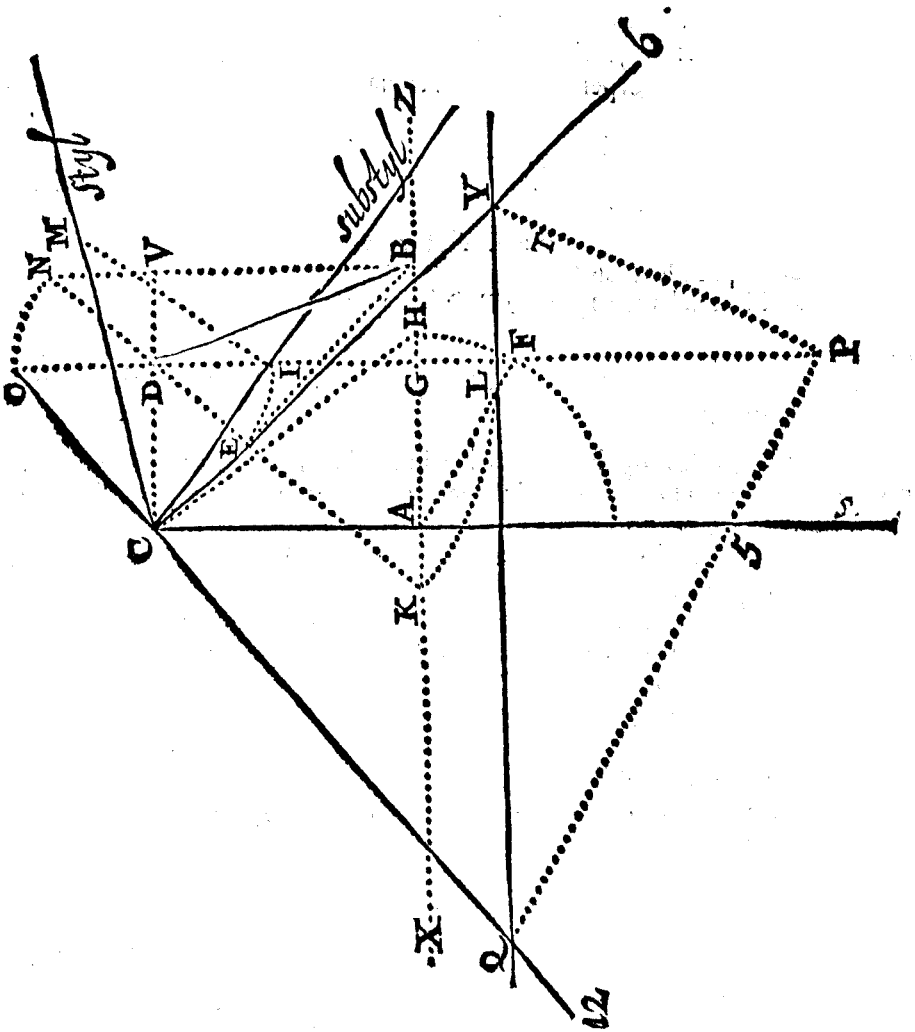
C Y

Declaratio Schematis

C F perpendicularis ad superficiem X Z Horizontalis.
A C H ang. elevat. æquatoris 37 gr.
S A F angulus declinationis superficiei 60 gr.

A F

AF æqualis AH
PFD parallela CS
GD æqualis AC



GB æqualis GF
FDK ang. acclinationis superf. 40 gr.

FDK ang. acclinationis superf. 40 gr.
BE perpendicularis ad DK
DK æqualis DL
QLY Horizon loci
DE æqualis DI
CI linea substylaris
IM ad CI perpendicularis, & æqualis BE
CM stylus
LP æqualis BK
PQ parallela ipsi AF, estque ang. LPQ ang declinat. superficiei
CQ Hora 12 diei
QPY ang rectus, estque CY Hora 6.
BN parallela ipsi CS
DN æqualis DO, atque CO hora 12. noctis.

Pragmatia in Numeris, & primo Substilaris declinationem inquirere.

Primo vestigandus angulus GDB hac inductione. Qualium GF vel GB 50000 sinus ang. HAF compl declinationis superficiei, erit AF vel AH Radius 100000, atque ~~GA~~ vel DG 132704 Tangens ang. CHA elevationis poli. Hinc in Triangulo rectangulo DGB, ex datis DG & GB cruribus, non ignorabitur ang. GDB optatus. Erit enim.

Vt DG 132704 ad GB 50000: ita Radius GD 100000 ad aliud; fiet GB 37679 Tangens ang. GDB, cui respondet angulus 20 gr. 39 m. & tantus est angulus GDB optatus, ad quem adde angulũ KDG acclinationis 40 gr. dabitur angulus KDB 60 gr. 39 m.

Consequenter, qualium DB Radius 100000, erit GB 35266 Sinus ang. GDB, atque DE vel DI 49014 Sinus ang. EBD, sive compl. ang. EDB verum enimvero quando GD, vel ipsi æqualis GF, est 57735 compl. declinat. superficiei, erit AG Radius 100000, atque DI Tangens anguli DCI compl. declinationis substylaris. Hinc sic conclude Vt GB vel GF 35366 Sinus ang. GDE, ad DE vel DI 49014 Sinum ang. EBD vel compl. GDB: ita GB vel GF 57735 Tangens FAG compl declinationis superficiei, ad aliud: fiet DI 80242 Tangens nimirum anguli DCI, cui respondet arcus 38 gr. 45 m ejus compl. est declinatio substylaris optata 51 gr. 15 m.

Angulum elevationis styli colligere.

Quando DI vel æqualis DE Radius 100000, erit EB Tang. ang. EDB 177834.

177834. Verum quando D E vel D I 62570 Sinus ang. D C I compl. declinationis substylaris, erit C I Radius 100000, atque I M vel E B, Tangens ang. M C I elevationis optati, quem sic concludes.

Vt D E vel D I 100000 ad E B, vel I M 177834 Tang. ang. E D B: ita D I 62570 Sinus ang D C I, ad aliud: & concludetur Tangens ang. M C I, 93487: cui respondet arcus 43 gr 4 m, tantus est ang. elevationis styli,

Angulum horæ 12. investigare.

D V æquatur ipsis G B & G F, atque si sumatur pro Radio erit A G vel C D Tangens ang. G F A compl. declinat. Superficiei: verum enimvero, quando D V est Sinus ang. D N V, vel ipsi æqualis E D I acclinationis: erit D N vel D O Radius, & Consequenter C D Tangens ang C O D, qui æquatur angulo Q C S horæ 12 optatæ. Quare sic argumentare; ut D V Radius 100000, ad A G vel C D 173205 Tang declinationis superficiei: ita D V 64279 Sinus acclinationis, ad aliud: & concludetur Tang ang. C O D horæ 12 nimirum 111334, cui respondet arcus 48 gr. 4 m.

Idem alia inductione concludere.

Recta K B ex constructione æquatur ipsi L P: itemque K N ipsi O L, sunt enim D K & D L, ut & D N ipsi D O æqualia, & in Triang. Q L P quando L P vel K B Radius erit Q L Tang ang L P Q declinationis Superficiei; verum quando K B vel L P Sinus ang. acclinationis K N B, erit K N vel ipsi æqualis O L Radius, atque L Q Tang. anguli Q O L horę duodecimæ, eumque concludes ut supra dicendo, ut K B vel L P Radius ad F Q Tang. ang L P Q declinationis superficiei, ita L P vel K B Sinus acclinationis, ad D L Tangentem ang. horg 12. Q O L.

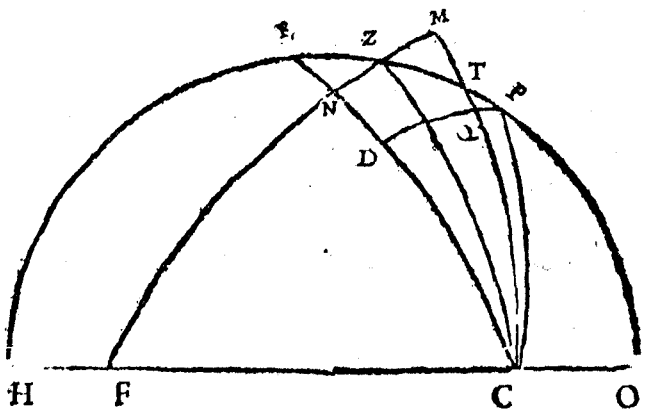
Horam 12. declinationem simul & elevationem styli per raciocinium Triangulorum sphæricorum supputare.

Inspice schema in quo H F C O est Horizon, H Z O Meridianus in quo Z est Zenith, P Polus Arcticus: Z N F quadrans verticalis, incidens in Horizontem in puncto F, arcusque Horizontis F H est declinatio muri à Merid. versus Ort. & Occas Arcus verticalis Z N est inclinatio Arcus Horizontis O C est complementum declinationis muri, atque pars circuli transiens a C per N

usque ad Meridianum in E est circulus conformis superficiei, & propterea B N est angulus duodecimæ horę: si vero murus reclinet, prolongari debet verticalis circulus F N Z: ab Z in M, ita ut arcus Z M contineat gradus reclinationis, & circulus M Q C productus, reclinantem superficiem demonstrabit, in quo arcus M T est angulus 12 horæ.

Ulterius à Polo Arctico P in D demittatur Colurus, orthogonaliter circulum C D E intersecans, propterea arcus D N & Q M continebunt declinationes styli à verticali, arcusque D P & Q P ostendent Elevationem ejusdem, nimirum, ut D P pertineat ad acclinantem, & Q P ad reclinantem superficiem.

Primum ut E N, angulus 12 horæ supputetur, & quidem in superficie accli-



nante; erit in Triangulo E N Z orthogono in N, cognitum crus N Z inclinationis muri, una cum angulo E Z N continente declinationem muri: Quapropter innotescit arcus N E quæsitus.

Erit enim ut radius ad Sinum cruris inclinationis Z N, ita Tangens ang. declin. muri E Z N, ad Tang. cruris N E desiderati.

Similiter acquires arcum M T, qui est angulus horæ 12 in reclinante superficie, quia in Triangulo Z M T angulus cum arcu Z M innotescit.

Ulterius ad comparandum arcus declinationis styli D N & M Q, una cum angulis elevationum D P & Q P, adsume Triangulum P C O, rectangulum in O, in quo cognito crure, nimirum Elevatione Poli P O, & crure C O, quod est complementum declinationis muri, etiam innotescet Basis recti anguli P C

per 9

per 9 Probl. Triang. Sphær. Erit enim ut radius ad Sinum compl. cruris alterutris: Ita Sinus compl. reliqui cruris ad Sin. compl. Basis P C. Etiam habetur per 14 Probl. compl. anguli P C O, nimirum angulus P C Z. Erit enim ut radius ad Sinum cruris quæsito ang. adjacentis: Ita Tang. compl. alterius cruris ad Tang. compl. ang. quęsiti, hoc est, ad Angulum P C Z desideratum.

Huic quæsito angulo P C Z adde angulum inclinationis muri, nempe ang. Z C N, habebisque angulum P C N. Ab angulo P C Z subduc angulum reclinationis, restabit angulus P C Q. In Triangulo P D C, recto in D, cognita est Basis P C una cum angulo P C D, & sic innotescent per 1 & 2 Probl. crura P D & D C.

Erit enim ut radius ad Sinum Basis, ita Sinus ang. dati, ad Sin. cruris quæsiti D P, scilicet Elevationis styli.

Item, ut radius ad Sin. compl. anguli dati ita tangens Basis, ad Tangentem cruris quæsiti C D.

Hoc crure C D subtracto ex 90 grad. C N, restabit D N declinatio styli à verticali numerata.

Hæc declaratio sufficit iis, qui in Sphæricis supputationibus sunt exercitati: Sed propter minus exercitatos exemplum proponam.

Ad Elevationem Poli 52 gr. 45 min. declinat. murus à Merid. versus Occid. 28 gr. acclinans 3 gr. lubet scire angulum horæ 12, una cum Elevat. & declin. styli.

Primum ad angulum horæ 12 supputandum, multiplica Sinum acclinationis muri 3234, per Tangent. declinationis muri 53172, productum 261297014, divide per 100000, habebis Tangentem quæsiti anguli 2783, cujus arcus 1 gr. 36 m. est angulus lineæ horæ 12, & quidem à verticali.

Ad consequendum Elevationem cum declinatione styli, multiplica primum compl. Elevationis Poli 60329, per Sinum declinat. muri 46947, productum divide per 100000, habebis 28416 Sinum compl arcus P C; cujus arcus est 16 gr. 30 min, ejusque compl. P C est 43 grad. 30 min, hujus Sinum 95882 pono loco primi inventi, ejusque Tangens 337594, secundum erit inventum. 5 6

Multiplica ulterius Sinum complem. declin. muri 88295 per Tangent. compl. Poli, 76041: Productum 6714128390, divide per 100000, sortieris Tang: anguli Z C P 67141, cujus angulus est 33 gr. 53 min. cui adde acclinatio- 76041

notionem muri, quæ est 3 gr. habebisque pro ang. D C P 36 grad. 53 min. Quorum Sinus 60010, ponatur pro tertio invento, & ejus complem. Sinus 80000, pro quarto invento.

Tertium inventum 60010, multiplica per primum 95883, factum divide per 100000, nancisceris 57538, Sinum Elevationis styli, cujus arcus 35 grad. 3 min. est quæsita Elevatio styli. Similiter quartum inventum 80000, multiplica per secundum 337594, productum 27007520000, divide per 100000, habebis Tangentem C D 270075, cujus arcus 69 gr. 41 min. est declinatio styli ab Horizonte numerati, ejusque complementum 20 gr 19 min. est desiderata declinatio styli à verticali.

In reclinante superficie angulum horæ 12, ut & primum & secundum inventum, nec non angulum Z C P eodem modo acquirere licet, ut in acclinantibus antea demonstratum est, ex quo reclinatio muri est subducenda, at in acclinantibus addenda: nam tum acquirimus angulum Q C P, 33 gr 53 min. cujus Sinus 51329 est tertium inventum, atq; complementi ejus Sinus 85821, est quartum inventum. Invento itaque primo multiplicato per tertium, productoque diviso per 100000 comparamus Sinum Elevationis styli, qui est 49225 ejusque arcus est 29 gr. 30 min. Similiter invento quarto in secundum ducto, factoque diviso per 100000, datur Tangens declinationis styli ab Horizontis Linea 289726, omnimodo ut ante in acclinantibus superficiebus est relatum, quæ distantia styli à verticali est 19 gr. 3 min.

NOTA.

Si reclinatio sive acclinatio superficiei incidat usque in Polum, erit Polaris declinans, de qua antea.

Declinatione & Elevatione styli, ut & angulo horæ 12 acquisitis, poterimus commodè reliquas horarias lineas inscribere.

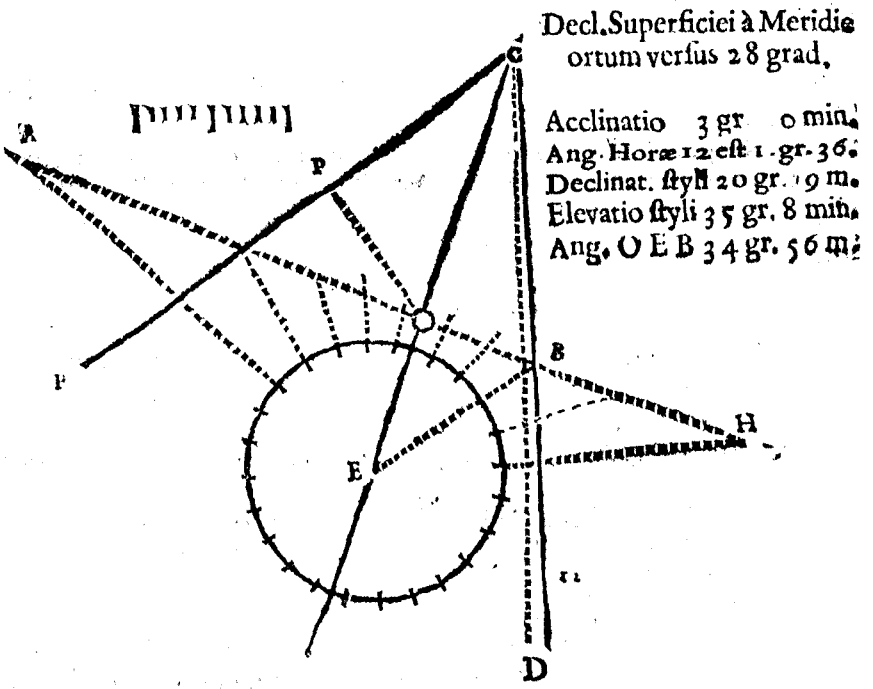
Primum, inscripta linea perpendiculari, aut verticali C D, substylarem una cum stylo ex centro Horologii C delineabimus per cognitos angulos declinationis & Elevationis styli, velut ex Schemate animadvertere est, in quo C E est substylaris, & linea C P est stylus, notanturque in contrariam partem ipsius declinationis muri: si enim murus declinet à Merid. versus Ort distabunt hæ lineæ à verticali C D versus Occasum, tam in reclinantibus, quam acclinantibus superficiebus: & contra.

Linea

Linea horæ 12, in reclinante superficie in contrariam partem ab eadem verticali lin. notabitur ex centro C, at in acclinante, in eadem parte ad quam superficies declinat, describatur. Quapropter, cum murus acclinans ut in proposito exemplo declinat à Merid. versus Ort. etiam linea 12 horæ ex centro C versus Ortum signabitur, ut in Schemate linea C B declarat.

Lineæ substylari C E infige pro lubitu punctum O, per quod duc lineam rectam A O H oblongam, intersecantem lineam substylarem C E orthogonaliter, quæ erit linea Æquinoctialis: Ex puncto O duc lineam O P intersecantem stylum orthogonaliter in puncto P, erit itaque linea O P, semidiameter Æquinoctialis.

Hunc semidiametrum dimetire per circinum, & transfer in substilarem ab O in E, quod erit centrum Æquinoctialis, & duc lineam ab E, usque in punctum B, in quo linea horæ 12, & Æquinoctialis se invicem intersecant.



Ex centro Æquinoctialis E describe circulum, divide eundem, incipiendo à linea E B, in 24 æquales partes, atque applicatâ regulâ centro, & unicuique

parti notabis puncta quibus Æquinoctialis linea A H intersecatur, aut commodius per filum poterunt intersectionis puncta signari, fixa ejus una extremitate in centro E, move idem filum in unumquodque punctum partium circuli, veluti Schema dilucidè demonstrat.

Per hæc puncta intersectionum lineæ horariæ ex puncto C (centro Horologii) delineantur.

Hæc puncta intersectionum perfectè in Æquinoctioli A H notari & statui per tabulas Tangentium possunt.

Primum innotescere debet angulus O E B hoc modo: longitudinem semidiametri Æquinoctialis scilicet O P, divide in 1000 sive 100 æquales partes, æstimando unamquamque pro 100 aut 1000, ut assequeris 100000, & dimetire quot harum partium distantia ab O in B contineat, quæ invenietur 69854, estque Tangens anguli O E B, qui est 34 gr. 56 min.

Etiam hic angulus supputari potest ex Canone Triangulorum. Si enim Tangentem declinationis styli ab hora 12 numeratæ, nimirum anguli B C E (in priori exemplo reperti 2 gr. 54 min. cujus Tangens 40234) multiplices per Secantem compl. Elevat. styli, qui est 173768, factumque dividas per 100000, consequeris Tang anguli B E O 69854, cujus arcus est 34 gr. 56 min.

ALITER.

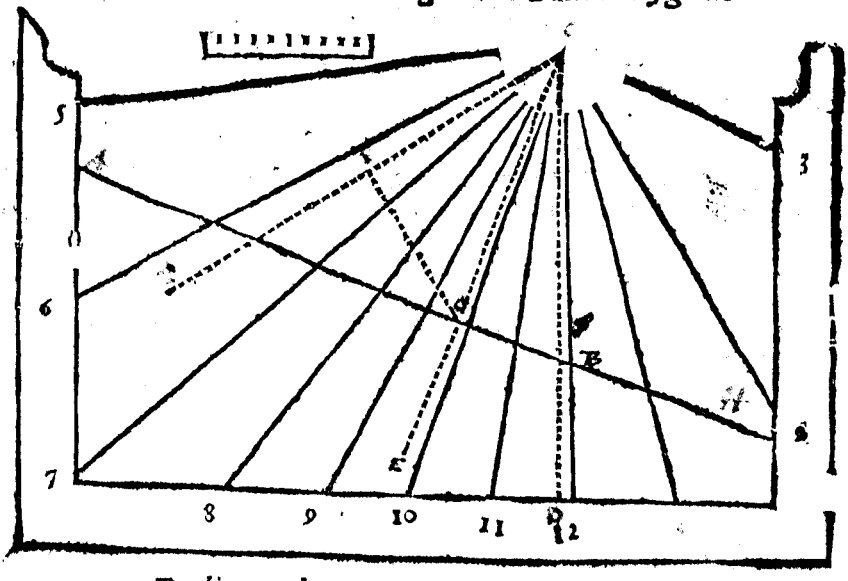
Multiplica Tang. declin. styli ab hora 12, 40234 per 100000 productum divide per Sin. Elev styli 57548, consequeris ut antea, 69854 Tangent. desiderati ang. Aut Sin. Elev. styli multiplica per Tang. compl. declin. styli ab hora 12: productum divide per 100000, consequeris Tang. compl. ang. B E O.

Ratio hæc est: Qualium C O est semidiameter 100000, earum O B est Tang. ang. B C O, utpote declin. styli ab hora 12, & O P Sinus ang. O C P elevationis styli. Qualium etiam O P semediam. 100000, earum O C Secans anguli P O C compl. Elevationis styli, & B O est Tangens anguli B E O. Quare, ut C O 100000, ad O P Sinum Elevat. styli, ita O C Secans ang. P O C ad B O Tang. angul. B C O declinat. ita O P 100000 ad O B Tangent. desiderati ang. B E O.

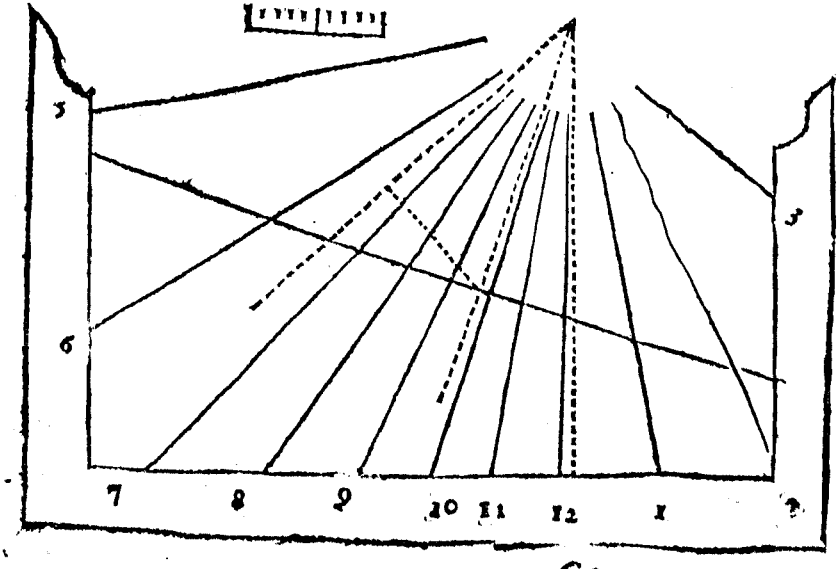
Hoc Angulo B E O acquisito, facilè puncta, per quæ lineæ horariæ ex centro C ducentur, in linea Æquinoctiali A H dimetieris.

Exem-

Declinat. ad Ortum 28 grad. Acclinat 3 grad.



Declinat. ad Ortum 28 grad. Reclinat. 3 grad.



Exempli gratia.

Ex angulo B E O 34 gr. 56 min. subduc 15 gr. residui, nimirum 19 grad. 56 min. quæro Tang. 36265. Hæc est distantia 11 horæ ab O versus H signandæ: similiter ex 34 gr. 56 min. subduc 30, residuique 4 gr. 56 min. Tangens 8632, præbet distantiam horæ 10, etiam ab O versus H collocandæ: pro hora 9 assume 45 gr. qui non possunt subduci ex 34 gr. 46 min. quare hos subtrahe ex 45, & residui Tangens 17753 dabit distantiam horæ 9.

Vlterius subduc 34 gr. 56 min. ex 60, residui 25 gr. 4 min. Tangens 46773 præbebit distantiam horæ 8 ab O in A (ut & horæ 9) constituendam. Atque ita alias lineas horarias in linea A H, ab O in A dimetire potes, & supputare per additionem 15 gr. ex quibus continuo 34 gr. 56 min. subducendi, & residui numeri Tangens, dabit distantiam desideratæ horæ.

Ad consequendum pomeridianarum horarum in eadem linea A H distantiam ab O in H, addes angulo B E O, 34 gr. 56 min. pro prima hora 15 gr. habebis 49 gr. 56 m. quorum Tangens 118894 dat distantiam horæ 1, ab O versus H statuenda. Pro distantia horæ 2, addes 34 gr. 56 min. 30 gr. habebisque 64 gr. 56 m. quorum Tangens 213800 dat distantiam horæ 2, ab O versus H collocandæ, &c.

Ubi hæc horarum puncta per divisiones semidiametri Æquinoctialis O P & O E, in linea A H, ab O semper incipiendo notata sunt, per ea, ex centro Horologii C, omnes horas describes, ut ambo schemata patefaciunt, quæ declinant à Merid. versus Ortum, & primum acclinat, alterum reclinat 3 grad.

Angulos Horarios supputare, quos nempe lineæ Horariæ, ex centro C dimissæ, efficiunt cum C E substylari vel perpendiculari C D.

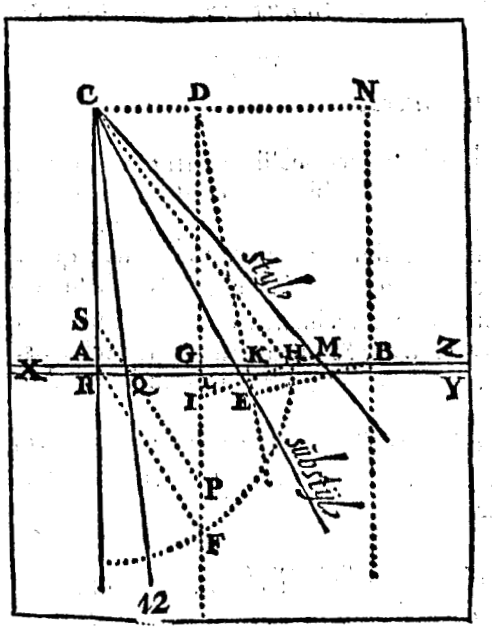
Ex cognitis horariorum punctorum à centro O in linea æquinoctiali intervallis, secundum partes O P Radii 100000, atque O C secantis ang. P O C compl. elevationis styli 173768, eorundem punctorum interstitia etiam cognosces in partibus C O Radii 100000, hoc modo argumentando.

Vt C O 173768 ad intervallum horæ 11 acquisitum 36265, ita C O Radius 100000 ad aliud: & concludes 20868, estque Tangens anguli quem facit

facit hora 11 cum linea substylari C E, cui Tangenti respondet arcus 11 gr. 47. m. hunc aufer ex O C D angulo declinationis substylaris, reliquus dabit ang. quem dabit hora 11 cum perpendiculari C D 8 gr. 32 m. Ad eundem prorsus modum & reliquos horarum angulos concludes.

Exemplum reclinantis superficiei.

In hoc schemate declinat Superficies à meridie versus occas. 30 g. Reclinat 10 gr. Elevatio poli 53 gr.



Recta C S perpendicularis, Z X Horizontalis
A C H ang. elevationis æquatoris, & Rectæ
A F, F D & G B eodem modo construuntur
Vt in acclinante superficie
Angulus Reclinationis G D K constituitur versus partem B,
D L æqualis D K, L Y Horizon loci,
B E perpendicularis ad B K
D I æqualis D E, C I Substylaris.
E M perpend. ad D I æquatur E B, & G M stylus
K B æqualis G P, & G K æqualis Y S

SP parallela ipsi R F secans Horizontem R Y
1. in Q: C Q Hora 12.

1. Eandem horam 12 invenies continuando lineam inclinationis D K, usque dum Rectę N B à parte B prolongatæ occurrat in O: & intervallum D O transferatur in D G prolongata à D usque in F. Recta C F dabit horam 12 optatam.

Lineas horarias Superficiebus acclinantibus & Reclinantibus, & à Septentrione versus ortum aut occasum declinantibus, inscribere.

De Superficiebus Septentrionalibus ortum vel occasum versus declinantibus, & cum Horizonte ang. obliquum constituentibus, non opus est ut multum dicamus; siquidem ex tradita doctrina ipsarum delineatio facile haberi poterit. Primum in ea differunt à meridionalibus, quod in his lineæ Horariæ una cum stylo ex centro sursum assurgant; Deinde Superficies septentrionalis Reclinans & versus Ortum declinans, eodem modo delineatur, quo superficies Meridionalis acclinans, & Occasum versus declinans. Sed versus occasum declinans lineis suis depingitur, quo acclinans Meridionalis ad ortum vergens.

Ad eundem modum acclinantes septentrionales, & versus ortum aut Occasum declinantes lineis suis distinguntur, ut meridionales Reclinantes, quæ ex opposito declinant.

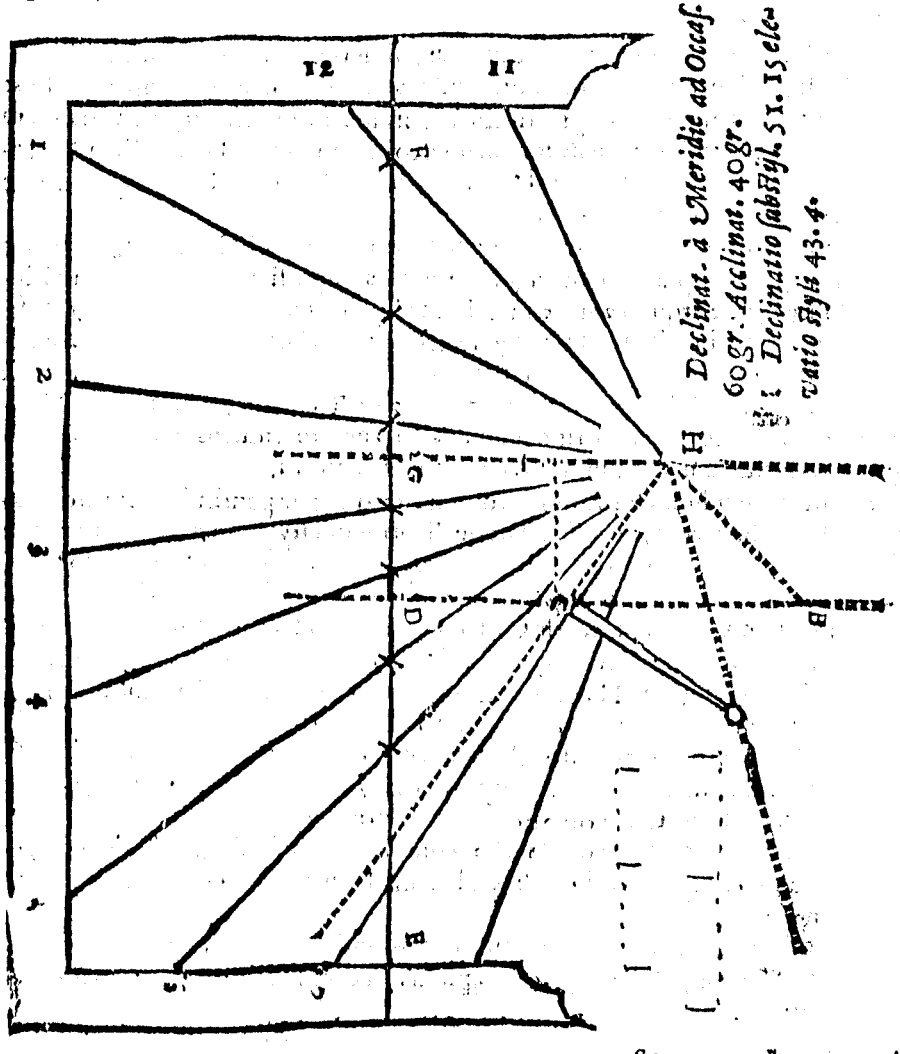
Lineas Horarias beneficio Tabularum Tangentium modo generali Superficiebus declinantibus obliquis, inscribere.

Ex superficie erige stylum perpendicularem sitque is C O, perque Centrum styli C duc verticalem B C D in qua primum divisâ longitudine styli C O in 100000 partes, notabis circino Tangent. acclinationis muri, deorsum usque in D, si acclinet: sursum in B, si reclinet.

Exempli gratia.

Datus sit murus declinans à Merid. versus Occas. 60 gr. acclinans 40 grad. Tangens 40 gr. est 83910: quas partes per circinum acceptas ex divisa linea

linea CO, signa à puncto C in D, & per D duc Horizontalem lineam F D E; inque ea notabuntur puncta boraria. Verum enimvero ad consequendam



diametrum per quam fiet dimentio, quare numerum Secant. acclinat: muri, quæ est in nostro exemplo 40 gr, hujus Sec, est 130541: hunc dimetire per

partes

partes perpendicularis stili C O: habebis semidiametrum dividendam in 100000 partes: at nos divisimus in 10, singulis æstimatis pro 10000, ut ante sæpius dictum.

Vt ad nostrum propositum accedamus, dimetieris in linea Horizontis F E puncta linearum horariarum omnimodo ut in declinantibus superficiebus: Nam quæsito Tangente 60 gr. declinationis muri, qui est 173205, eundem accipies per circinum ex divisa semidiametro, & notabis in linea F E, à D versus Ort. in F, quia murus à Merid versus Occas. declinat: Quapropter F erit punctum, per quod 12 hora ducetur.

Ut porro lineæ horarum pomeridianarum à D versus F ducantur, quære ex tabula pag. 52 amplitudinem anguli horæ 11 in superficie Horizontali ad Elevat. Poli 53 gr. eritque 12 gr. 5 min, hosce subduc ex declin. muri 60 gr. residui 47 gr. 55 min. Tangens 110737 est distantia horæ 1. Pro hora 2 assumes angulum 2. hor. superf Horizontalis, eritque 24 g. 43 m. quos ex declinat. muri 60 subduces, residui 35 gr. 17 m. Tangens 70021, erit distantia horæ 2. Et sic in aliis horis agendum. Pro antemeridianis horis, addes angulos ad declin. muri, omnimodo ut antea declaratum.

Ad investigandum centrum Horologii, ex quo per puncta horaria sunt ducendæ lineæ horarum, necesse est ut declinationem styli, una cum Elevatione ejus ex anteraditis præceptis acquiras, & sic facile rectam I C una cum I H utpote centri à puncto I remotionem, concludes in partibus radii C O 100000 Qualium enim G O Radius, erit C H Tang. anguli H O C compl. elevationis stili, verum quando H C radius, erit C O Tang. ang. C H O elevationis stili atque H I Sinus ang. I C H compl. declinationis substilaris: I C sin. ang. I H C declinat. substilaris: ex quibus I C & I H sic conclude.

Vt H C radius 100000, ad I C Sin. declinationis substil. 77988: ita H C Tangens complementi elevationis styli 106987, ad aliud fiunt 82537, estque recta I C in partibus C O 100000 *itemque.*

Vt H C Rad: 100000 ad I H Sin. compl. declinationis substilaris 62: 92 ita H C Tang. compl elevationis stili ad aliud, fientque 56266, estque distantia I H in partibus C O 100000.

De erectione styli illud tenendum, cujus monuimus 1 cap. hujus.

De superficiebus à Septent. declinantibus, & reclinantibus aut acclinantibus dictum est *supra.*

CAP.

CAP. V.

1. *Circulos Azimuth atque Almucantharath una cum Parallelis Ecclipticæ, sive motu Solis delineare.*

DElucidè docuimus novis, compendiosis, modisque facilimis lineas horarias planis superficiebus inscribere: jam docebimus alios circulos cœlestes generaliter novo & inaudito modo describere: & primum circulos Azimuth, qui demonstrant in qua linea vel compassi plaga Sol inveniatur.

Hi circuli in omnibus erectis verticalibus superficiebus perpendiculariter & verticaliter notantur, suntque lineæ horæ 12 parallelæ, & licet à Meridie versus Ortum, ut etiam Occasum 90 circuli Azimuth numerentur, ut libr. 2 Astron. nostræ declaratum est, Nos sequemur tamen lineas compassi, ut pro more solito à viatoribus conspici queat, in qua compassi linea Sol reperiatur.

2. *Circulos Azimuth inscribere verticali directæ Superficiei.*

In hisce Superficiebus linea horæ 12 est Meridiana, & propterea ea in Meridionali superficie est Meridionalis, in Septentrionali est Septentrionalis Azimuth, ad quem alii Azimuth paralleli ducendi sunt: Puncta per quæ ducuntur infigenda sunt lineæ Horizontis, quæ ducitur per centrum perpendicularis styli.

Exempli gratia.

Inspice schema in qua per nodum obliqui styli, scilicet punctum D, ducenda est linea Horizontalis, intersecans lineam horæ 12 orthogonaliter in puncto P, ergo P D erit stylus perpendicularis, quam (ut sæpe dictum) divides in 100 partes. Ad delineandum primam compassi lineam à Merid. versus Ort. quares numerum Tangentem 11 grad. 15 min, quia totus compassi orbis, sive peripheria, in 32 partes sive plagas à Nautis dividitur: unde unaquaque linea continet 11 gr. 15 min. quorum numerus Tang. 19891. Hasce Tang. partes assume ex styli perpendicularis partibus, & transfer illas in Horizontali linea à styli centro P, idque versus Occasum, & per earum terminum duces lineam verticalem parallelam cum linea horæ 12. Hæc erit

11. g. 8. m.

prima compassi linea, à Meridie Ortum versus, appelliturque à Nautis **Supd ten Osten.** *Verum enimvero si ad eandem distantiam notaveris verticalem lineam à centro P versus Ortum, ea dabit primam compassi lineam à Meridie Occasum versus, quæ indigitatur* **Supden ten Westen.**

Ad eundem modum per numer. Tang. 22 *gr.* 30 *min.* 41421, *notabis secundam compassi lineam à P versus Occasum, eaque indigitatur* **Supd Supd Ost:** *sed quæ versus Ortum notatur, appellatur* **Supd Supd West.** *Pro linea compassi tertia assume Tang.* 33 *grad.* 45 *min.* 66189, *& notabis lineam* **Supd Ost ten Supden** *&* **Supd West ten Supden.** *Quartam lineam dat longitudo styli ab eodem P centro, & dicitur* **Supn West** *&* **Supd Ost.** *Reliquas deinceps lineas per continuam additionem* 11 *gr.* 15 *min. invenies.*

3. *Azimuth in verticali declinante superficie notare.*

In hisce superficiebus lineę Azimuth quoque perpendiculariter ducuntur, atqui numerationis initium fit ab hora 12, sed inscriptio à substylaris litera P ut videre est: In majori schemate, erit P O stylus rectus Quare si eos inscribere animus est, addes declinationi muri 11 grad. 15 min. quorum Tangens signabitur in linea Horizontis, incipiendo à centro styli perpendicularis, semper versus lineam horæ 12, & tum comparabis tibi primam compassi lineam, quæ est prima à Meridie versus Ort. numerata, si superficies declinet versus Occasum; atque erit versus Occas. prima, superficie versus Ortum declinante. Huic invento arcui adjice 11 grad. 15 min. habebis secundam compassi lineam. Contrarias compassi lineas acquires per continuam subductionem, si nimirum ex declinatione muri 11 gr. 15 min. subtrahas.

Exempli gratia.

Detur superficies declinans à Merid. versus Ortum 30 *gr. hisce addes* 11 *gr.* 15 *min. & producti* 41 *grad.* 15 *min. Tangentem* 87698 *signabis in linea Horizontis à centro perpendicularis styli versus lineam horæ* 12, *& sic primam compassi lineam habebis, à Merid. versus Occasum numeratam, parallelè ducendam cum linea horæ* 12. *His* 41 *grad.* 15 *min. adjice* 11 *gr.* 15 *min.*

15 min. fient 62 gr. 45. min. Tangensque eorum 202780 ostendit secundam compassi lineam.

Ad contrarios Azimuth inscribendos, qui à Merid. vers. Ortum numerantur, subduces ex 30 gr. declinat. muri 11 gr. 15 min, residuique 18 gr. 15 m. Tang. 33945. præbet primum Azimuth à Merid. in Ortum, quæ etiam in Horizontali linea à centro notabitur, & quidem parallelè cum 12 hora, Similiter ex 18. gr. 45. min. rursum subduc 11 gr. 15 min residui 7 grad. 30 min. Tangens 13165 dabit distantiam secund. Azimuth. At cum 11 gr. 15 min. non possunt subduci ex 7 gr. 30 min. subduces 7 gr. 30 min. ex 11 grad. 15 min. residuique 3 gr. 45 min. Tangens 6554, dat distantiam tertii Azimuth, quæ notanda in contrariâ partem centri. His 3 gr. 45 min. adde 11 gr. 15 min. fiunt 15 gr. quorum Tangens 267795 dat quartum, his 15 gr adde rursus 11 gr. 15 min. producuntur 26 gr. 15 min. quorum Tangens dat quintum Azimuth.

4. *Circulos verticales inclinanti superficiei inscribere.*

Acclinantibus erectis superficiebus circuli verticales non inscribuntur perpendiculariter ad superficiem, sed faciunt obliquos angulos in Zenith concurrentes, quorum puncta etiam eodem modo notantur in linea Horizontali: Proponemus præcedens exemplum.

Muro declinanti à Merid. 60 gr. acclinanti 40, ut inscribantur circuli Azimuth, conspice in præcedenti Schemate, in quo ducta Horizontali lineà, ut & semidiametro divisa in 100 partes, distantias punctaque compassi linearum in eadem linea Horizontali delineabis, eodem modo, ut in priori exemplo demonstratum est: Si enim declinationi muri, nimirum 60 gr. addas 11 gr. 15 min. comparabis 71. gr. 15 min. quorum Tangens 294590 notabitur à centro D ultra horam 12, atque ibi erit punctum, per quod primus Azimuth ducetur. At si 11 gr. 15 m. subducas ex 60 gr. residui 58 gr 45 min. Tangens 164903 dabit Azimuth primum contrarium, si præterea 22 gr. 30 min subducas ex 60 habebis 37 gr. 30 m. quorum Tangens 76733 dabit distantiam secundi Azimuth, & sic deinceps per continuam subductionem aliorum Azimuth, puncta in linea Horizontali dimetieris.

Zenith centrumve, ex quo hi Azimuth ducendi, ita investigatur: Ex tabulis Secantium assume Secantem complem. acclinationis muri 155572. Hasce partes assume circino ex partibus semidiametri, easque nota sursum in verticali linea à D in B: punctum B erit Zenith, ex quo Azimuth ducendi. *Alio modo,*

Lineam horæ 12 continua, donec verticalis linea B C D concurrat in B, ibi erit Zenith.

Aliter: Dimittatur perpendiculum ex nodo erecti ſtili, atque etiam ex manu perpendiculum ſuſpende, collima, donec utrumque perpendiculum appareat in punctum coincidere, atque illud erit Zenith.

5. *Deſcriptio Circularum Almucantharath, qui Solis altitudinem demonſtrant.*

In Sciatericis horologiis Almucantarath per decimos gr. notantur, atque per Aſtrolabium ita compendiosè illud fieri poteſt: applica dioptram decimo gradui limbi ab horizontali linea numerato, & pendeat Aſtrolabium à manu, donec per utramque pinnulam & nodum ſtili ſuperficies videri poſſit, move Aſtrolabium, & locum viſus in ſuperficie ſæpius ſigna: hæ notæ in ſpiralem lineam contractæ, dabunt 10 Almucantarath: ubi 20 Almucantarath adnotare placet, dioptra eſt applicanda 20 grad. limbi, & dioptra admota 30 gradui, 30 Almucantarath percipere quoque potes: at, cum dioptram Horizonti applicueris, Horizontem quoque conſequeris.

Almucantharath Geometricè Inſcribere.

Eoſdem circulos Almucantharath Geometricè deſcribes eodem prorſus modo quo ſigna Zodiaci per ſignorum Trigonum ſignantur: ſed operi adhibendus Trigonus circulum Almucantharath, in quo lineæ ſingulæ ſecundum angulos 10 gr, disjunguntur, in ſignorum vero trigono eædem ſecundum angulos declinationum ſingulorum Zodiaci ſignorum conſtruuntur. ut præcep. 7 apparebit.

6. *Signa Zodiaci ſive parallelos declinationum Solis, & longitudines dierum notare.*

Hi circuli ſimili modo notantur ut circuli Almucantarath, ſed prius neceſſe eſt, ut habeas tabulam, quæ oſtendit altitudinem Solis ad ſingulas horas juxta Elevationem Poli, in principio uniuſcumque ſigni, ex qua tabula compendioſe paralleli Zodiaci poſſunt deſcribi.

Exempli gratia.

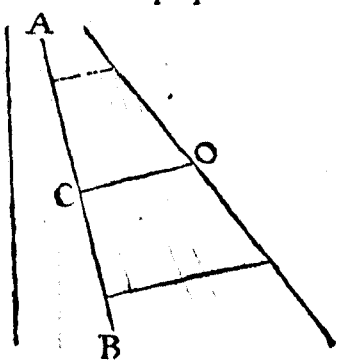
Volo notare parallelum Tropici ♋. Video in tabula, quod Sol in principio ♋ hora

& horâ 12 habeat altitudinem 60 grad. 30 min. quare dioptram applico ad 60 gr. 30 minut. limbi ab Horizonte numeratum, & suspensum Astrolabium moveo, donec per pinnulas ambas nodumque stili aspiciam lineam hora 12, ibique figo signum. Postea applico dioptram altitudini Solis, quam habet hora 1, vel 11, utpote 58 grad. 22. min. atq; Astrolabio ab armilla suspenso rursus intueor per utramque pinnulam & nodum horam 1, & in ea signum facio, signo & horam 11: & sic ulterius alias horas signo, atque hæc signa contracta dabunt Tropicum Cancri.

Similiter alios parallelos Zodiaci, ut & longitudinum dierum accuratè describemus, habita parallaxeos & refractionis Solis ratione, de quibus in Astronomia.

NOTA.

Quia occasio nonnunquam ita fert, ut hęc in muro ita haberi non possint, poteris planæ tabulæ lineas horarias inscribere, & secundum perpendiculum erigere eam tabulam, si superficies fuerit verticalis: si autem inclinet superficies, conformiter inclinationi debet tabula statui, & loco nodi affigo coralium filo pendenti supra substilarem, juxta schema, in quo A B est substilaris, supra quam impendet filum, in quo O est coralium, & C O est longitudo, locusque perpendicularis stili, per quod perfectè potest haberi dimensio per Astrolabium, & quęsiti paralleli circuli describi, & in tabula notari possunt, quæ facili negotio postea in superficiem transferri queunt.



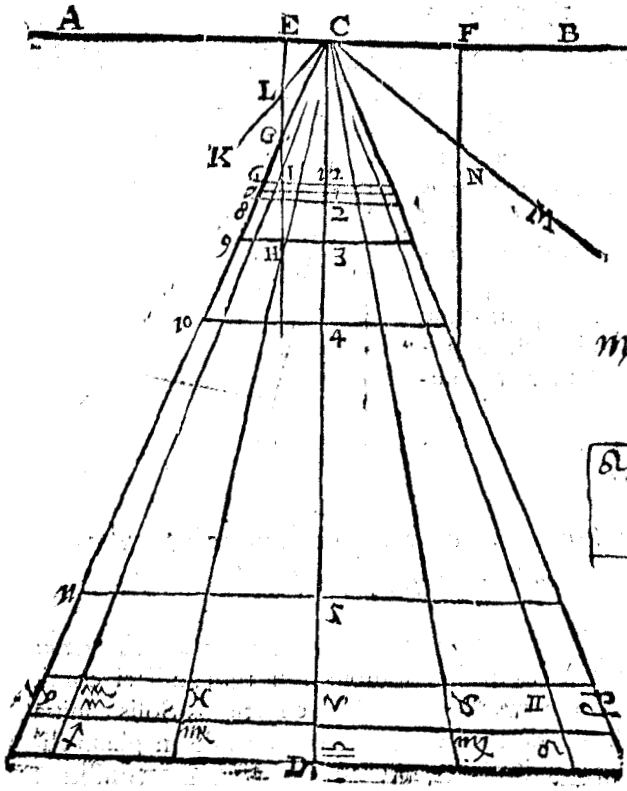
7. *Signa Zodiaci tam Geometricè: tumque beneficio tabularum Tangentium & Secantium inscribere.*

Pro signorum Zodiaci inscriptione, opus erit instrumunto, quod *Trigonum Signorum* appellant. Cujus fabrica ex declinationibus signorum zodiaci commodissime perficitur hoc modo, primum ex tabula declinationis Solis, initia 12 signorum, secundum declinationes suas desumito: Deinde in plano aliquo duas lineas ad invicem perpendiculares, utpote A B & C D, constitue:

referet C D æquinoctialem, A B axin mundi: ex centro C egredientur lineæ facientes cum eodem C D æquinoctiali angulos declinationum signorum Zodiaci.

Verbi gratia.

Linea ♋ & linea ♑ efficiunt angulum 23 grad. 30 min. atque ea in contrariæ à C D lineæ partes delineantur, linea ♊ & ♌, constituitur à parte Cancri, facitque cum C D linea ang. 20 grad. 13 min. linea ♉ & ♍ ab eadem Cancri parte facit angulum 11 grad. 30 min. Eodem modo & ad eosdem angulos linea ♏ & ♐: ut & ♒ & ♓, à parte Capricorni delineandæ, ut apparet ex Schemate.

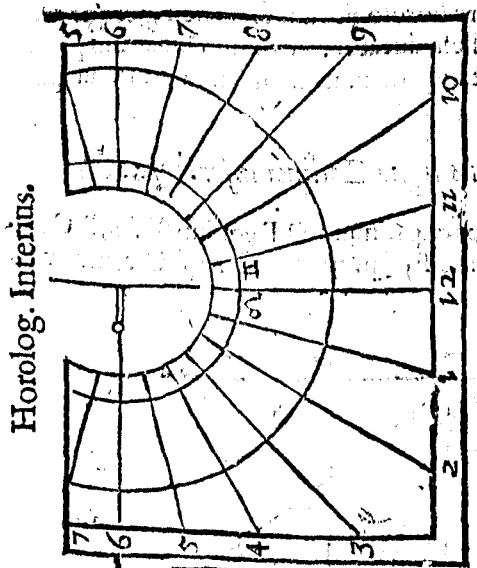


Licebit quoque & decimos signorum gradus Trigono inscribere; cui usui inseruit hæc tabella.

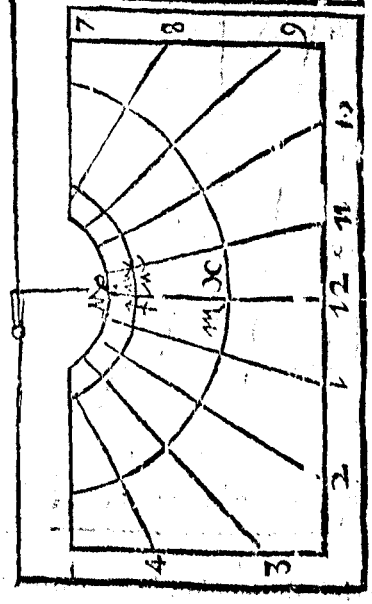
Tabella declinat. signorum Zodiaci.

	♈	0	0	0	♎	
		10	3	58		
		20	7	50		
♍	♉	0	11	30	♏	♐
		10	14	52		
		20	17	48		
♌	♊	0	20	13	♓	♒
		10	22	1		
		20	23	8		
	♋	0	23	31	♑	

Superfi-



Horolog. Interius.



Horolog. Superius.

Superficiebus Æquinoctialibus Zodiaci signa inscribere.

Circa medietatem vel tertiam stili obliqui partem, nodulum facimus, cujus umbra in Sciaterico horas Planetarum, signa Zodiaci, circulos Azimuth, & reliqua demonstrat: atque ea stili pars quæ ad nodulum se extendit, determinatam stili longitudinem in posterum appellabimus: hæc coaptanda erit in Axi Trigoni à puncto C usque in E, & ducenda linea E H parallela æquatori C D. Intersectio hujus cum lineis signorum Trigoni punctis G, I, H, signetur, & per circinum, acceptis linearum E G, E I, E H intervallis, in protypo Horologii descripti, ex centro & loco stili peripheriæ per circinum describantur, quæ arcus signorum referent: ut patet ex Schematibus, in quibus Horologium superius admittit signa Septentrionalia: Inferius, Australia.

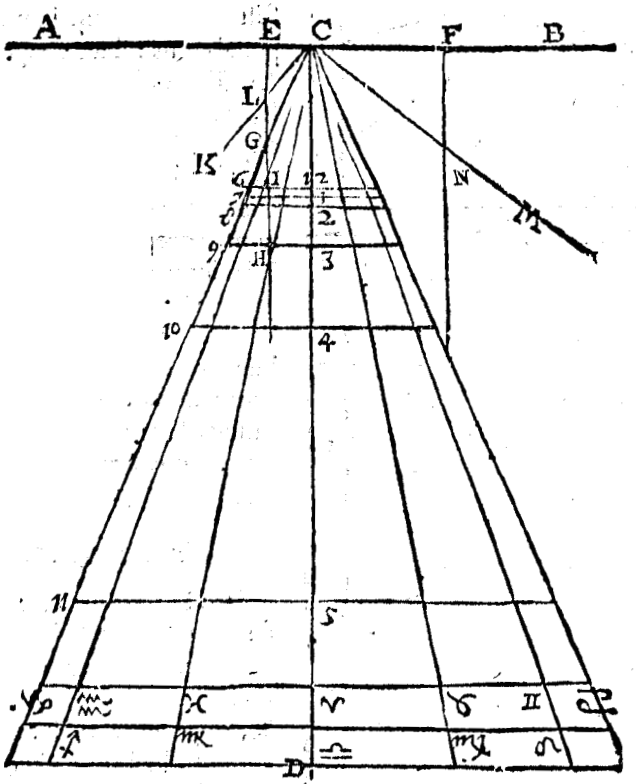
De Horizontali linea.

Pro Horizontali linea inscribenda in signorum Trigono, ex C centro, construendus angulus æquatoris elevationis E C K. ducta linea C K, quæ secat E H ad punctum L. Longitudo lineæ C L in protypo Horol. à centro stili in lineã horæ duodecimæ coaptetur, sursum quidem in

dem in superiore; deorsum in inferiore horologiorum superficie, perque mensuræ terminum linea horæ sextę parallela ducatur: ac omnes linearum partes, quæ extra hanc lineam prominent, tanquam inutiles abscindantur: ut patet ex protypis.

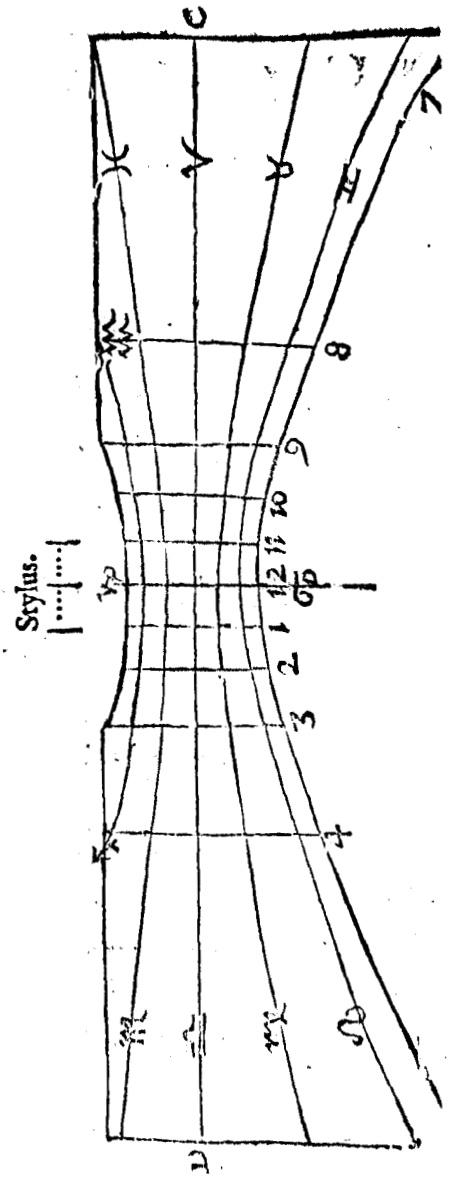
Superficiebus Polaribus signa Zodiaci inscribere.

Huc referendū schema pr. 2 cap. 1 pag. 46, inquo D F ęquinoctialis, B C axis mundi simul & hora 12: O E longitudo styli perpendicularis, O centrum æ-



quinoctialis, ex quo descripta semiperiph distinguitur in 12 partes æquales, Per quas lineæ ex centro egredientes, secant D F in puncta horaria: Rectas

012:



0, 12: 01: 02 &c. appellabimus in posterum radios horarios: his præmissis, In linea Trigoni C D radii horarii à C versus D transferantur, perque singula puncta ducantur rectę ipsi A B axi parallelę, ut sunt 6, 12: 7, 1: 8, 2 &c. quæ terminant sese ad Tropici ♑ & ♋ Lineas. Hic notandum, quod radiorum horariorum amplitudines mensurant numeri secantes horarum æqualium, utpote 15 gr. distantium, idque in partibus radii longitudinis stili 100000.

Verbi gratia.

Qualiũ stilus habet partes 100000, earundem radius horæ 1, vel 1 habebit 103527 numerum nimirum secantem 15 gr, sicque radium horæ 2. vel 10 complectitur N. Secans 30 gr. 1155470 &c. Secans 45 gr. 141421 apprehendit horæ tertiæ vel 9æ. Per hæc puncta in Axe Trigoni A B constituta lineæ ut supra dictum ipsi A B parallelæ ducuntur: Intersectiones quoque harum linearum cum lineis signorum Trigoni diligenter notandæ: namque earum singularum intercapedines à linea C D transferuntur in lineis homogeniarum horarum protypi Horologii, utrimque à linea ęquatoris horologii puncta constituendo, quæ curvis lineis juncta, dabunt arcus signorum Zodiaci.

Verbi gratia.

Vt Tropicum Cancri & Capricorni inscribas: in Trigono accipe intercapedinem, quæ est inter punctum a-

quatoris horæ 12, & lineam Canc. sive ♋: quam in linea horæ 12 protypi Horologii tam sursum quam deorsum, ab æquatoris linea, (quam in protypo refert linea C D) transfero, utrimque puncta constituendo: Simili modo ex eodem Trigono desume intercapedinem, quæ est inter punctum horæ primæ, & lineam Cancri sive Capricorni: eamque in lineis horarum, tam primæ, quam undecimæ protypi, ab æquinoctialis linea C D, ut antea, sursum & deorsum transponito: eodem modo fiat translatio intercapedinum reliquorum horariorum punctorum à lineis Tropicorum Cancr. vel ♑, donec omnes & singulæ horariæ lineæ protypi sua puncta acceperint. Tandem correspondentia puncta curvis jungantur lineis; supernè habebis Tropicum ♑, infernè Tropicum Canc.

Ad eundem prorsus modum reliqua signorum initia constitues: quibus signorum characteres ascribantur, ut in Schemate videre est. Licebit quoque & decimum quemque signorum gradum inscribere.

De Horizontis linea.

Horizontis linea ita ducenda. Ex Trigoni ceniro C egrediatur recta C M, constituens cum C D æquatoris linea angulum elevationis Poli. Deinde in Axe mundi à C in F, stili longitudo coaptetur, descendatque ex E perpendicularis F N, Secans C M in N. Postmodum mensuretur longitudo F N in protypo ab æquatore sursum, quando est superius Polare: deorsum, quando inferius Horologium, Ducaturque ipsi, C D, Æquinoctialis lineæ parallela, quæ erit Horizontalis; reliqua ex Schemate.

Superficiebus Orientalibus & Occidentalibus signa Zodiaci inscribere.

In his eadem prorsus via procedendum ut in Polaribus, mutato tantum horarum numerorum ordine: nam quæ in polaribus & hora 12, in hisce est hora 6: ut hæc tabella indicat.

Horizontalis linea per stili centrum sive locum, ipsi Horizonti æquidistans, ducenda: ut in Schemate apparet.

Horo-

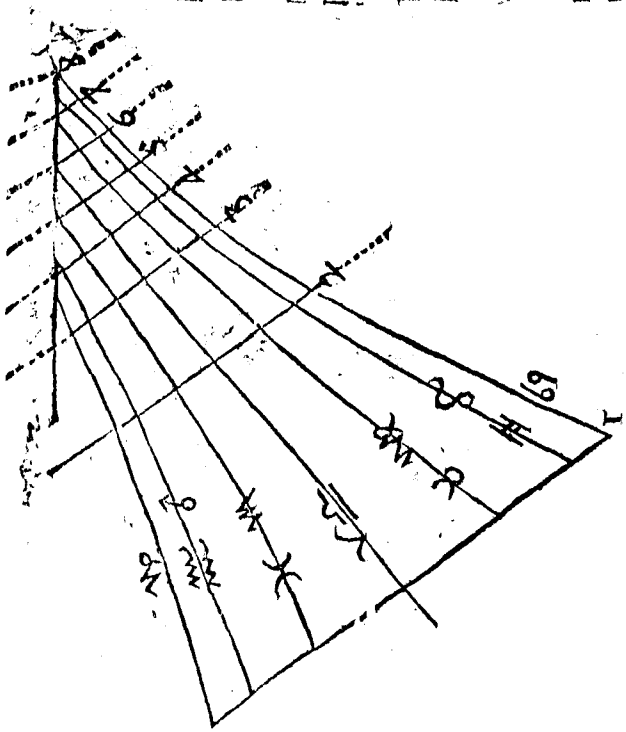


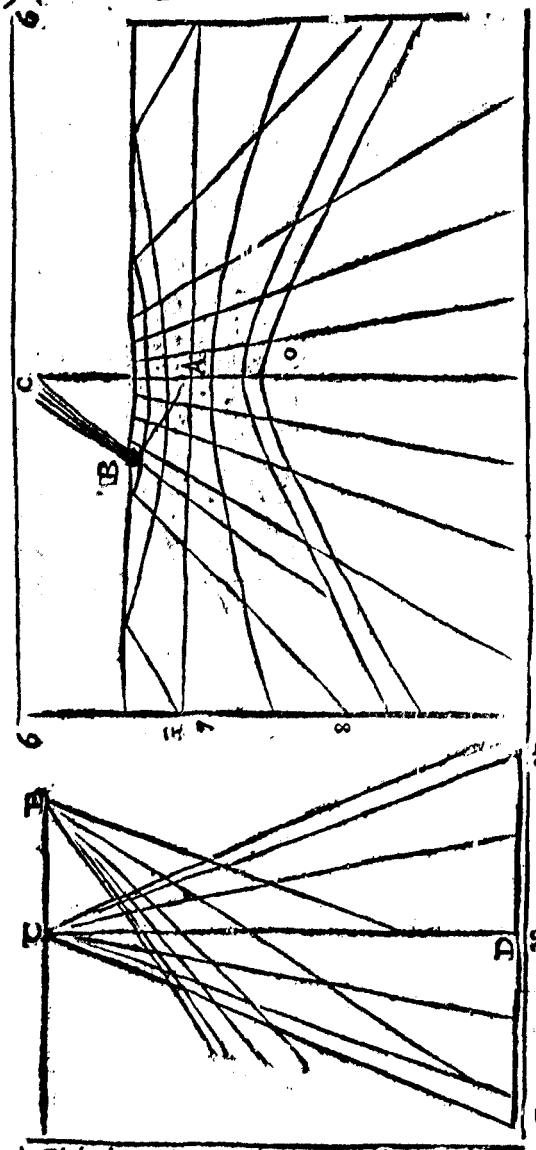
Tabella radios sive distantias horarum in Trigono coaptandarum comprehendens, pro Orientalibus & Occident. superficiebus.

Orientales horæ.		Occidentales.	
4		8	1155
5		7	1035
6		6	1000
7		5	1035
8		4	1155
9		3	1414
10		2	2000
11		1	3864

Horologiis Horizontalibus, verticalibus: tum Reclinantibus & Acclinantibus directis, signa Zodiaci inscribere.

Horum omnium delineationem unica regula absolvemus In primis in protypo Horologii linea, quæ axin sive stilum refert, depingenda, idque secundum angulum elevationis stili. In Horizontalibus, linea stili faciet angulum cum hora 12 æqualem elevationi Poli; in verticalibus æqualem complemento ejus: in acclinantibus Meridionalibus faciet angulum elevati Poli complemento, secundum gradus acclinationis, majorem: in reclinantibus gr. minorem. Contra fit in Septentrionalibus directis.

Nos loco exempli verticalem superficiem proposuimus hoc Schemate, in quo CB est præfinita stili longitudo, atque ex nodulo stili B descendit ipsi stilo

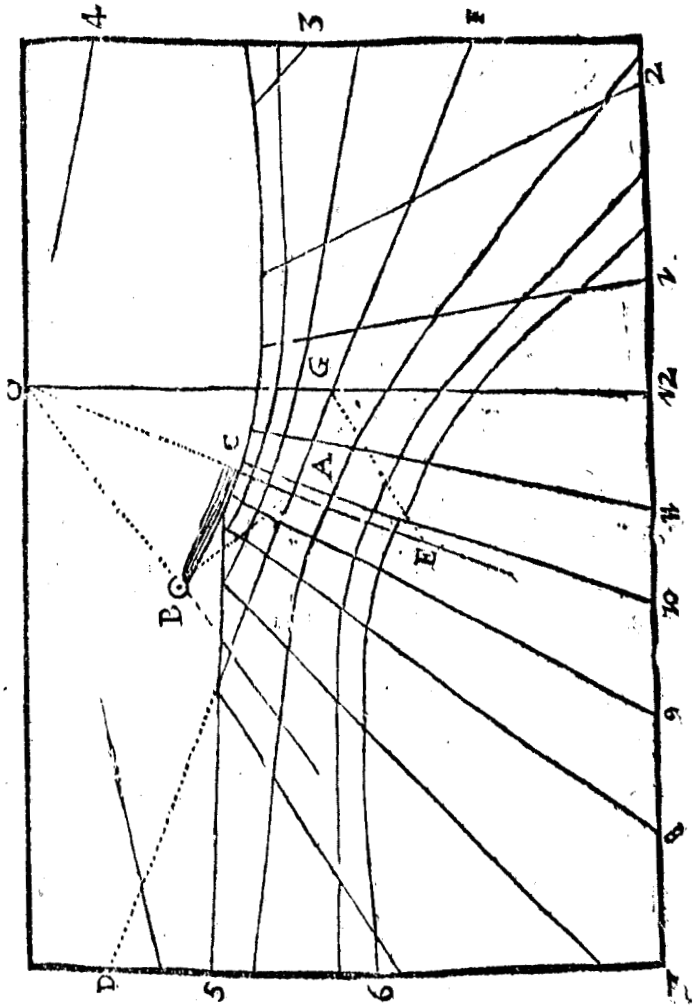


perpendicularis B A, quæ secat lineam horæ 12 in puncto A, eritque A B radius, sive semidiameter æquinoctialis.

Per quod ducenda linea Æquinoctialis D F, faciens cum hora 12 angulum rectum, estque horæ sextæ parallela: Reliqua signa Zodiaci ex Trigono describes, in hunc modum.

Autores vulgo longitudinem perpendicularis A B transponunt in substilarem (quæ hic est hora 12) ab A in O centrũ æquinoctialis: atq; radios horarios sive intercapedines quæ sunt ab hoc O centro, usque ad singulas horariarum linearum cum æquinoctiali intersectiones, transferunt in lineam æquatoris Trigoni C D, à C versus D, ut in polaribus dictum. Sed in majoribus Sciatericis construendis, qualia augustis ædibus affiguntur, multo commodius illæ intercapedines intersectorum punctorum à centro O transferuntur in Trigono, beneficio Tabularum Secantium: ut sequitur.

Primum radium Æquinoctialis A B, divide in 1000 partes æquales, & per illas



illas partes mensurato puncta horaria in lineam æquatoris Trigoni C D, à C versus D: eodem modo, ut in Polaribus horologiis declaratũ est. Consequenter in Axe Trigoni à centro C usque in punctũ E, præfinita stili C B longitudo coaptetur, idque versus partes ♋, pro Horizontalibus, sed ad partes ♑, pro verticalibus, in acclinatis & reclinatis superficiebus. Punctum illud E referet Polum, ex quo per puncta horaria in Trigoni C D linea notata, lineæ egrediantur horariæ: harum linearum portiones inter Canc. & Capric. lineas comprehensas in Horologii protypo ad horarias lineas

homogeneas transferes, semper ab æquatoris linea inchoando: signa Septentrionalia in horizontali superficie sursum versus centrum erunt statuenda, Australia vero signa deorsum: secus fiet in omnibus erectis superficiebus: in eis enim Australia signa superiorem habebunt locum, Septentrionalia vero inferiorem occupabunt situm. Tandem puncta respondentia curvis jungantur lineis, quæ signorum initia referent. Ad eundem quoque modum licebit etiam decimum quemque signorum gradum inscribere.

De Horizontis linea.

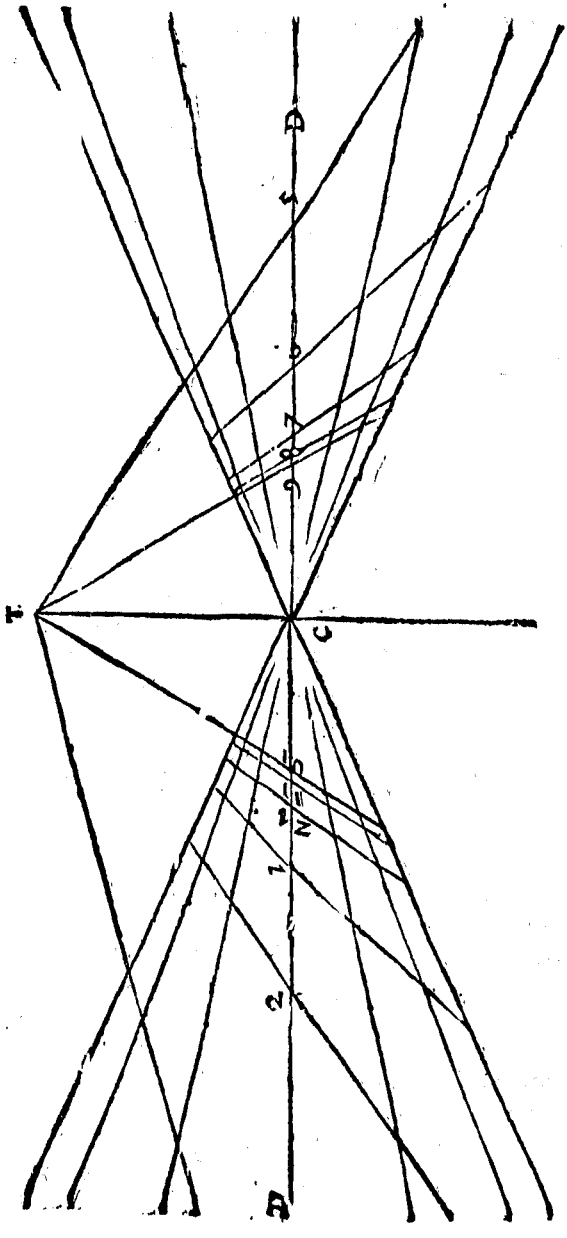
Cum Horizontalis superficies plano Horizontis æquabilis est, in ea horizontis linea non depingitur: in erectis directis superficiebus per stilinodulum B eadem erit ipsi æquatori G F parallela ducenda, faciens cum linea horæ 12 angulum rectum.

Verticalibus declinantibus, tum erectis inclinantibus & reclinantibus & reclinantibus horologiis signa Zodiaci inscribere.

In his ferè eadem est ratio quæ in verticalibus directis. Omnis enim plana superficies à nostro Meridiano declinans, alicui semper regioni est verticalis præcisè meridiem spectans, atque ibi substilaris est linea horæ 12, & ad horizontem perpendicularis, atque istius regionis latitudinem styli elevatio manifestat.

Unde inscriptio signorum parum differt ab ea, quæ de descriptione verticalium à nobis tradita est.

In primis describenda in protypo horologii linea substylaris O E, una cum stilo O B: atque in stili linea præfinita ejus longitudo usque in nodulum, B, determinanda; descendetque ex nodulo B perpendicularis B A, secans substilarem in A, eritque B A semidiameter, sive radius Æquinoctialis. Per idem punctum A transeat ipsi substilari ad angulos rectos recta linea Æquatorem referens D F. Porro longitudo radii B A coaptetur in substilari ab A in E centrum Æquinoctialis, à quo imaginare rectas duci ad usque singulas horariarum linearum cum æquinoctiali intersectiones; rectas illas appellavimus radios, quos transferes in Trigono duplicato, ita ut à C puncto versus D statuantur radii horarum antemerid versus B verò radii horarum pomerid. ut est in schemate. Horum radiorum intervalla facile ex tab Secantium depromes in partibus rectę A B 100000, idque hoc modo. Ex hoc E centro ducatur



catur recta E G, usque nimirum ad intersectionem Æquinoctialis & lineæ horæ 12. Angulus quoque, quem hæc linea cum substilari facit, utpote ang. A E G diligenter inquirendus, quem pag. 76. docuimus invenire. Hoc angulo reperto, facilè puncta horaria, in Æquinoct. ipsius Trig. C D linea dimetieris.

Verbi gratia.

Detur superficies declinans à Meridie ad Ortum 30 grad. idque ad elevationem Poli 53 grad. Erit in hoc Horologio declinatio stili 20 grad. 26 min. Elevatio ejusdem 31 grad. 10 min. angulus A E G 35 gr. 45 min. Hisce datis describatur Horologium Sciatericum, inque eo substilaris O E & stilus O B una cum AEquinoctiali D F linea delineantur, ut jam docuimus, quæ tamen peracto opere deleri debent, excepta æquinoctiali linea.

Ad inscribendum in hoc horologio Zodiacum, autores ut plurimum duplicato utuntur Trigono, inque uno depingunt horas respectu substilaris Orientales, in altero Occidentales. Vt Orientales Trigono inscribantur. Quantitatem rectæ E G coapta in æquatoris linea Trigoni à C usque ad 12. Deinde ad angulum A E G 35 gr. 45 min. adde 15 gr. fiunt 50 gr. 45 min. hujus numeri Secans 1580 dabit distantiam horæ 1 pom. quando ad Occasum declinat superficies: si ad Ortum declinaverit, erit mensura horæ 11 antemerid. Illa igitur ex partibus radii æquatoris A B in 1000 partes divisi desumenda, & coaptanda in Trigono à C usque in 1; Similiter ipsis 35 grad. 45 minut. adde 30, vel quod idem, ipsi facto 50 grad 45 min. adde 15 gr. producuntur utroque modo 65 gr. 45 min. Secans 2435 præbet distantiam horę 2 in Trigono à C versus D coaptandam: pro hora 3 assume 45, & adde ipsi 35 grad. 45 min. vel producto 65 gr 45 min. adde 15 exurgunt 80 grad. 45 min. quorum Secans dabit distantiam horæ 3. Vt horas antemeridianas in Occidentalibus, & pomerid in Orientalibus declinantibus assequaris Tunc ex grad. ang. A E G, utpote 35 gr. 45 min. subduc 15 gr. residui 20 grad. 45 min. Secans 1069, erit distantia horę 11 à C in eodem Trigono versus D signanda: Similiter ex 35 gr. 45 min. subduc 30 gr. vel ex residuo 20 gr. 45 min. aufer 15 gr. residui 5 gr 45 min Secans 1005 subministrat distantiam horæ 10. Et hæ sunt horæ, quæ respectu substilaris lineæ in protypo horologii Orientales existunt: reliquæ antemeridianæ horæ sunt Occidentales, ergo in altero Trigono signandæ. Quare ut hora 9 isti Trigono inscribatur, assume grad. 45 qui non possunt subduci ex 35 gr. 45 min ergo subtrahe hos ex 45 gr. & residui 9 gr. 15 min. Secans 1013 dabit distantiam horæ nonæ in altero Trigono à C usque 9 signandam. Vlterius isti residuo 9 grad 15 m. adde 15 gr. vel quod idem 35 gr. 45 min. aufer ex eo, colliges utrimque 24 grad. 15 min. quorum Secans dabit distantiam horæ 8. ipsis 24 gr. 15 m. adde rursus 15 gr. producto 39 gr. 15 min. Secans est distantia horæ 7: Rursus ad productum 39 gr. 15 min. adde 15 gr. fiunt 54 gr. 15 min. & hujus facti Secans præbet distantiam horæ 6, atque ita reliquarum horarum distantias per continuam 15 grad. additionem colligere potes: quas deinde dimetire in Trigoni C D linea, à C versus D.

Quando ita in utroque Trigono puncta fuerint assignata, transferes prę finitam stili O B longitudinem in utriusque Trigoni à C usque in E polum mundi, ex quo egrediantur per puncta horaria in utroque Trigono assignata Lineæ horariæ, quarum portiones quas uterque Trigonus comprehendit, transferri debent in protypo horologii ad lineas homogeneas sursum, hoc est ab æqua-

tore

tore versus centrum Australia signa: & deorsum septentrionalia constituenda erunt, ut in verticalibus directis, & in schemate videre est.

De Horizontalis linea.

Horizon ducitur per centrum stili perpendicularis, & per communem horę 6 & æquinoctialis intersectionem, facietque cum linea horæ 12 angulum rectum. Centrum stili perpendicularis ostendit recta, quæ ex nodo stili B orthogonaliter ducitur ad substilarem, in punctum & centrum desideratum, C.

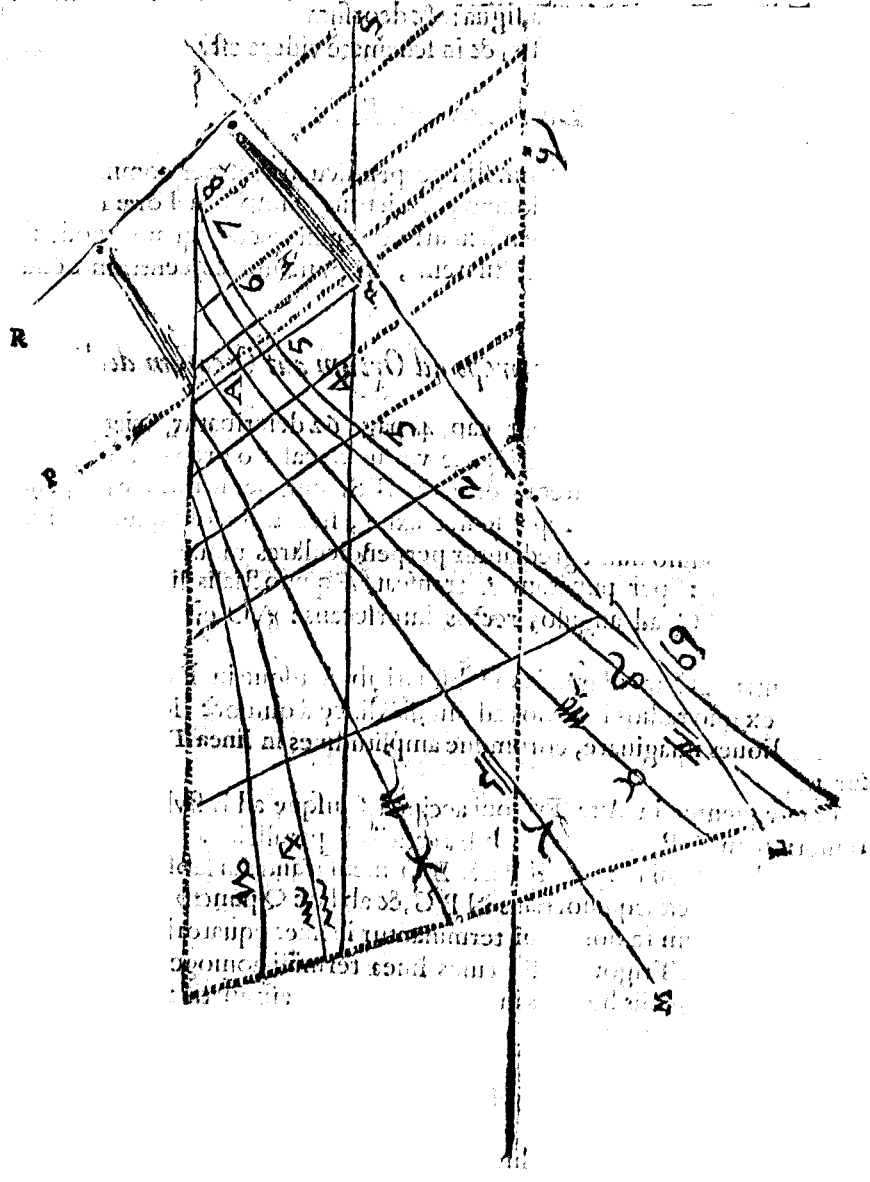
De Superficiebus, quæ prope ad Ortum aut Occasum declinant.

Primò secundum 7 præcept. cap. 4. pag. 62 describatur Sciatericum declinans, exempli gratia, à Meridie versus Occas. 80 gr. 30 min. in quo recta P B Q refert substilarem, & recta R S, quæ per utriusque perpendicularis stili nodulos transit, repræsentat axim, sive stilum obliquum. Ex quo ab utroque nodulo duæ egrediantur perpendiculares usque ad A & B puncta substilaris: per punctum A transeat Æquinoctialis linea A M, ipsam substilarem P Q ad angulos rectos intersecans: A O est Radius Æquinoctialis.

Distantia A O mensuranda in substilari ab A usque in P centrum æquinoctialis, ex quo radios horarios ad singulas lineę æquinoct. M A cum horariis intersectiones imaginare, eorumque amplitudines in linea Trigoni C D mensurato,

Consequenter in Axe Trigoni accipe à C usque ad E stylorum in substilari remotionem A P, ducaturque ab E recta E F parallela ipsi C D. Deindè in protypo horologii perpendicularis B O mensuranda in substylari à B usque in Q Centrum lineæ æquinoctialis N B G, & ab hoc Q puncto mensurato itidem singulos horarum radios, qui terminantur in linea æquatoris N B G, eosque transfer in linea Trigoni E F, cujus lineæ termini homogenii jungantur cum terminis homogeniis horariis in linea D C antea assignatis: Partes harum linearum in Trigono comprehensæ ad lineas horarum homogenias in protypo Sciaterici transferendæ: & correspondentia puncta curvis lineis jungenda, quæ initia signorum zodiaci referent, quemadmodum in prioribus demonstratum.

Radiorum longitudines in lineis C D & E F mensurandæ, facilè ex tabulis Secantium depromuntur; idque in partibus radiorum A O & B O ut sequitur.


R
P

Recta quæ ex centro Æquatoris P ad communem Merid. & Æquinoctialis intersectionem ducitur, facit cum substilari angulum 82 gr. 20 min. juxta præcept. pag. 76 explicatum. Per hunc angulum facilè distantias horarias in Trigono cognosces, secundum partes, qualium A O radius 1000 habet. Num. enim Secans 82 grad. 20 min. est distantia horæ 12. Porro ex 82 gr. 20 min. aufer 15 gr. relinquuntur 67 grad. 20 min. quorum N: Secans 259491 præbet distantiam horæ undecimæ.

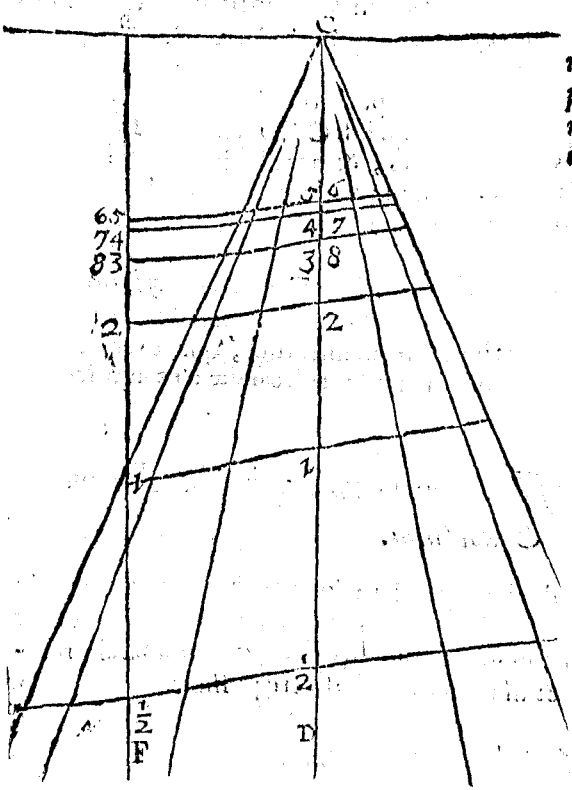


Tabella distantias horarias in Trigono continens, pro superficie declinante à Meridie versus Ortum 82 gr. 20 min.

12	
11	259491
10	163648
9	125767
8	108109
7	100825
6	100902
5	108370
4	126330

Ex residuo 67 grad. 20 min. aufer rursus 15 gr & residui 52 grad 20 min Secans, utpote 163648, exhibet distantiam 10 horæ: Similiter ex residuo 52 gr. 20 m. aufer 15. relinquuntur 37 grad. 20 m. quorum Secans 125767 est distantia horæ 9: ablatis ex residuo denuo 15 gr. N. Secans residui 22 grad. 20 min. utpote 108109 dat distantiam horæ 8. Tandem & ex 23 grad 20 min. subtrahe 15 grad. relinquuntur 7 grad. 20 min. quorum Tangens 100825 dabit horam 7.

Ex residuo 7 grad. 20 min. non possunt auferri 15 gr. quare residuum il-

lud auferendum ex 15. relinquuntur 7 grad. 40 min. & eorum num. Secans 100902 dat distantiam horæ 6.

Reliquas horas deinceps per continuam 15 grad. additionem acquires: quare residuo 7 gr. 40 min. adde 15 grad. fiunt 22 grad. 40 min. quorum Num. Secans 108370 præbet distantiam horæ 5, ad residuum 22 gr. 40 min. adde 15 gr. producuntur 37 grad. 40 min. & eorum Num. Secans 126330 dabit distantiam horę 4.

Hisce distantiis ita comparatis, divides radium Æquinoctialis A O in 1000 partes; & per illas partes constitues in linea Trigoni C D à C versus D puncta horaria, ut in superioribus demonstratum est.

Deinde in Axe Trigoni assumatur distantia punctorum A B, substilaris, idque à C usque in E, ducaturque E F parallela ipsi C D æquatori. Longitudinem radii B C divide in partes 1000 æquales, & per illas in eadem E F linea coaptantur secundum distantias horarum supra acquisitas puncta horaria ab E versus F: tandem per correspondentia puncta in C D & E F lineis constituta, rectæ ducantur lineæ: quarum partes, quæ in Trigono comprehenduntur, ad lineas horarum homogeneas in Sciatericio transferendæ, & correspondentia puncta curvis lineis jungenda: atque sic initia signorum erunt constituta, ut in prioribus Sciatericis: In hisce partes horariarum linearum, quæ extra Tropicum ♋ & ♑ comprehenduntur, tanquam inutiles resecandæ: ut in orientalibus & occidentalibus dictum est.

De duodecim anni mensibus, una cum longitudine dierum & noctium.

Parallelis Zodiaci notatis, depinguntur lato in margine juxta eos menses diesque anni, una cum ortu & occasu Solis, quod facilius intelligi potest ex schemate majori quam multa lectione. Verum hęc iis, qui astrolabii aliorumque instrumentorum fabricam & usum callent, sufficere possunt.

De Norinbergensium horis.

Norinbergenses ac nonnullę Germaniæ civitates numerant horas ab ortu Solis, quæ facilè horologiis quoque inseri possunt, si paralleli Zodiaci aut longitudines dierum habeantur: nam assumes duos parallelos, in quibus Sol præcisè ad completam horam oritur & occidit, efficiens longitudinem diei ęqualium horarum, veluti in nostra Poli elevatione, sunt paralleli ♊ & ♌, quibus Sol

Sol oritur hor. 4. occidit 8. describens diem 16 horar. Etiam in principio Tauri & Virg. Sol oritur, 5, occidit 7 hor. In æquinoctiali Sol semper oritur & occidit hora 6. In Sagit. & Aquar. Sol oritur 8, occidit 4. Itaque ad notandum has lineas horarias: fige in parallelo Sagit, punctum, eo loco, quo linea horæ 9 eum intersecat, nam in eo parallelo hora 9 est prima Babilonica hora, quia Sol 8 oritur. Similiter signa punctum in parallelo principii Scorp. seu Pisc. in intersectione horæ 8, quę ibi est 2, quia Sol oritur 7, per hęc puncta linea recta ducta erit prima Babilonica hora, transiens Æquinoctialem in intersectione horæ 7. Ad notandum horam 2, nota in parallelo Sagit punctum in intersectione horæ 10, & duc lineam per intersectionem 9. horæ in parallelo Scorpii & Piscium, quæ æquinoctialem transibit in 8 hor. præbetque 2 Babilonicam horam. Tertia Babilonica hora ducitur incipiendo in parallelo Sagit. ab intersectione 11 horæ, transeundo Æquinoctialem per intersectionem 9 horæ, usque ad parallelum Scorp. sive Pisc. in quo linea horæ 11 intersecatur. Et sic deinceps alię Babilonicæ horę sunt describendę.

De lineis horariis Athenienſium & Italorum.

Hodiè in Italia (ut olim Athenis) numerant horas ab occasu Solis, incipiendo ab 1. 2. 3. usque ad 24 horas. Nam Sole occidente, est 24 hora: hæ lineę horarię etiam per parallelos denotantur, eodem modo ut Chaldæorum, excepto eo quod in parallelo Gemin. & Leon. ubi hora quarta matutina eundem parallelum intersecat, ibi incipiat 8 hora Italorum: quoniam in nostro climate Sol tunc hora octava occidit, quocirca hora nona vespertina est hora prima: decima, secund. &c. Et hora matutina quarta est hora octava ab occasu numerata, hora quinta est nona: sexta est decima, & sic deinceps puncta poteris adnotare & adscribere, dein nota eadem puncta in Æquinoctiali linea, in qua hora quarta matutina est decima Italorum hora, quinta undecima, & sic deinceps. Et sic per puncta, quæ sunt earundem horarum, Italicæ horæ facile possunt inscribi.

De horis Planetarum inæqualibus.

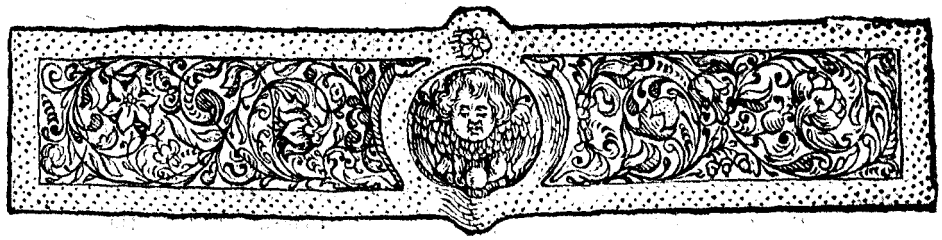
Per horas inęquales intellige cujuslibet dici artificialis partem duodecimam: Chaldæi ut & Babilonii suas secundum Planetarum ordinem numerabant horas, ut hora duodecim. semper in horologio indicet horam sextam completam, estque initium horæ septimæ. Itaque in ęquinoctiali linea horę planetarum

respondent horis horologii ęqualibus, atque punctum intersectionis horæ antemeridianę in æquatore ostendit primam horam planetariam completam: Punctum intersectionis horę 8 indicat planetariam horam secundam punctumque horæ 9 refert horam tertiam, & sic deinceps horam horę conferendo. In aliis Zodiaci parallelis horæ planetarum sunt inæquales: in parallelis Borealibus sunt eædem majores horis nostris vulgaribus: in Australibus minores, & unius horæ amplitudinem in quolibet parallelo facilè per auream proportionis regulam cognosces, arcum semidiurnum per 6 horas dividendo: *Verbi gratia* Sole existente in principio ♈ vel ♒, arcus semidiurnus est 4. hor. quibus per 6 divisi 5 fiunt $\frac{4}{6}$ sive $\frac{2}{3}$ quæ 40 min. hor. efficiunt.

Verbi gratia.

In primo parallelo Sagit. & Aquar. una hora Planetaria continet 40 *minut. sive* $\frac{2}{3}$ *horæ artificialis. Vnde si septimam Planetariam inscribere velis, numerabis in parallelo Aquar. vel Sagit.* 40 *min. horaria, sive* $\frac{2}{3}$ *unius horæ, idque inter lineas horarum pomeridianarum ab hora* 12 *inchoando, perque punctum illud, & per communem linea Æquinoctialis cum linea horæ primæ pomeridianæ intersectionem, usque in Tropicum Cancri & Capricorni, recta ducenda linea, quæ horam septimam completam referet, secabitque parall.* ♋ *&* ♑ *in puncto* 20 *m. at linea horæ* 1 *distante; quia hora planetaria ibidem valet* $1\frac{1}{3}$ *hor. æqual. Pro hora* 8 *inscribenda, numerabis ab hora* 7, *jam signata, itidem* 40 *min. sive à linea horæ* 12, *hor.* $1\frac{1}{3}$. *per hujus spacii finem, perque intersectionem æquatoris & horæ secundæ, duces lineam à Tropico usque ad Tropicum horæ octavæ accommodandam, quæ transibit Gemin. & Leon. in horam* $2\frac{2}{3}$. *Haud secus inscribes alias horas inæquales, utpote nonam, decimam, undecimam & duodecimam, ubi omnes haberi possunt. Horas vero antemeridianas numerabis eodem modo à lineà meridiei incipiendo, idque inter lineas horarum antemeridianarum.*

FINIS.



Index Capitum
ARITHMETICAE
ET
GEOMETRIAE.

Capita Libri 1. Arith.

1. *De Arith. definit. & divisione, & vulgarium numerorum notatione.* pag. 1
2. *De vulgar. numerorũ additione.* 3
3. *De subductione vulg. num.* 5
4. *De multiplicatione vulg. num.* 8
5. *De divisione vulg. num.* 14
6. *De notatione Geom. mensurarũ.* 24
7. *De additione Geomet. mens.* 25
8. *De subductione Geom. mens.* 26
9. *De multiplicatione decempedarum mensur.* 27
10. *De multiplic. duodecempedar.* 28
11. *De divisione decemped.* 30
12. *De alio multiplicandi & dividendi decemped. modo.* 31
13. *De divisione decempedarum.* 32
14. *De quindecemped. octodecemp. aliarumque mensurarũ numeratione.* 33
15. *De notatione Physica sive Astronomica.* 33
16. *De additione & subductione Astronomica.* 34
17. *De multiplicatione Astron.* 35
18. *De divisione Astron.* 39
19. *De distinctione vulg. numer. quatenus solummodo per se primi vel compositi.* 43
20. *De numerorum invicem relatione quatenus nimirum inter se collati sunt vel primi vel compositi* 45
21. *De inveniendo datorum numerorum maxima communi mensura.* 45
22. *De inveniendo datorum numer. minimo communi dividuo.* 46
23. *De notatione fractorum vulgar. numerorum.* 48
24. *De accidentali fractionum numeratione & continet hoc Cap. praecepta novem. 1. Fractiones ut scribendae 2. Aestimatio fractionis. 3. Utra duar. fract. sit major ut cognoscatur. 4. Reductio fractionis ad alias. 5. De ponderum & mensurar. reductione. 6. Fractionem magnam ad minorem ferè aequipollentem reducere.*

ducere. 7. *Reductio fractionis ad integra & contra.* 8. *Reductio fractionis ad minimam nomenclaturam.* 9. *Reductio fractorum ad eandem denominationem.* 50

25. *De essentiali fractorum numeratione & additione eorundem.* 53

26. *De subductione fractor. num.* 55

27. *De multiplicatione fract. num.* 56

28. *De divisione fract. num.* 59

Cap. Lib. 2. Arith.

1. *De aurea proportionis regula directa exemplis illustrata.* 60

2. *De proportione reciproca.* 66

3. *De notatione figuratorum numerorum, utpote quadrato, cubo, biquadr. solido, &c.* 68

4. *De inveniendis quorumlibet figur. Lateribus via quadam generali.* 72

5. *Inter duos numeros, tum unum, tum duos medios sub eadem ratione continuè proportionales reperire.* 87

Recapitulatio præceptorum Trigonometriæ Planorum.

Primum præceptum. Canon, Triangulorum partium proportionem determinatam ostendit. 2. *Per auream Arith. proport. regulam Triangula resolvit.* 3. *&* 4. *Continent Sinus, Tangentes, & Secantes singulorum gradum, scrupulorumque primorum decimas in partibus Radij 100000.* pag. 89. 5. *Usum Canonis per lateralem & arealem ingressum.* 6. *Per lateralem ingressum Sinus, Tangentes & Secantes cujusvis propositi arcus vel etiam complementi.* 7. *Per arealem ingressum, ipsum arcum vel complementi arcum proposito Sinui, Tangenti vel Secanti respondentem.* pag. 91. 8. 9. 10. 11. 12. *Sinus versus & subtensas* pag. 92

Axiomata duo plana rectang. Triangula solventia

1. *Si basis assumatur ut circuli Radius, crura anguli recti sunt Sinus oppositorum angulorum.* pag. 93

2. *Si Trianguli crus alterutrum ex angulo acuto fiat circuli Radius, reliquum est ejusdem anguli Tangens, & Basis erit ejusdem Secans.* pag. 95

Recapitulatio Probl Triang. rectangulor in quibus sciendum quod dato unico angulo acuto, reliquus sit compl. ad quadrant.

Investigatur crus. pag. 98.

1. *Ex basi & angulo acuto alterutro per 1. axiom. vel per 2. axiom Consect. 5.*

2. *Ex crure alterutro & angulo per 1. Consect. axiom. 2. vel per 3. Consect. axiom. 1.*

3. *Ex basi & crure alterutro per penult. 1. Eucl. vel per Canonem Triang.*

Investig. ang. recti Basis. pag. 99

1. *Ex ang. acuto & crure alterutro per 3. Consect. axio. 2. vel per 4. Consect. axiom. 1.*

2. *Ex crure utroque dato per penult. 1. Eucl. vel per Canonem.*

Investigatur angulus.

1. *Ex basi & crure alterutro per 2. Consect. axiom. 1. vel per Consectar. 4. axiom. 2.*

2. *Ex crure utroque per 2. Consect. axiom. 2.*

Axiomata

Axiomata Tria obliquangula Triang. Solventia pag. 100.

1. *In Triangulis Planis universis latera se habeat ad invicem, ut sinus ang. ipsis oppositorum.*

2. *Vt Summa duorum laterum, ad differentiam eorundem: ita Tangens dimidii summæ duorum ang. oppositorum ad Tangentem differentiæ insta vel supra dimidium.* pag. 101

3. *Si Trianguli obliquang. latus minus sit circuli radius; & ex ejus angulari puncto describatur circulus secans basin & latus majus: erit basis ad summam laterum, ut segmentum lateris ad segmentum basis.*

Ex his resolutio obliquangulorum perficitur.

1. *Ex ang. duobus cum latere per 1. Axiom.* pag. 103

2. *Ex lateribus duobus & ang. non ab eis comprehenso per 1. Ax.* pag. 104

3. *Ex lateribus duobus & ang ab eis comprehenso per 2. Ax.* pag. 105

4. *Ex tribus lat. per 3. Ax.* pag. 106

Solutio Geodætica per canonem.

1. *Quæritur area Triang. cujusvis plani rectilinei, ex datis cruribus & angulo ab eis comprehenso.* pag. 108

2. *Quæritur Trapezii area ex datis 4 lateribus, & angulis duobus sibi mutuo oppositis.* 109

Sequuntur Capita Geometriæ & singula eorundem præcepta.

Cap. 1.

Libri primi definitionem & divisionem Geometriæ continet, habetque præcep. 4.

1. *Geometria quid* pag. 1

2. *Quid benè metiri* 1

3. *De subjecto Geomet. & magnitudinis definitione.* 2

4. *De magnitudinis divisione in lineam, superficiem & corpus: unde doctrina nostra distinguitur in Longemetriam, Planemetriam, & Stereometriam.* 2

Cap. 2. agit de Lineis, continetque 12. præcepta.

1. *De puncto & linea genesi* 3

2. *De Linea divisione quatenus per se considerata sit Recta vel obliqua.* 4

3. *Definitio lineæ rectæ, & de Fabrica & examine Lineæ rectæ* 4

4. *De peripheriæ definitione.*

5. *Ejusdemque fabrica.*

6. *Arcum periph., datum integre complere, & per data tria puncta peripheriam describere.* 5

7. *De lineis inter se consideratis, quatenus eæ sint homogeneæ vel Heterogeneæ.* 6

8. *De Heterogen. quatenus recta peripheriæ vel inscripta, vel adscripta sit, ubi Sinus tangent. & Secantes explicantur.* 6

9. *De homogen. quatenus sunt parallelæ.* 7

10. *Parall. definitio.*

11. *Fabrica parallelarum in data distantia.* 8

12. *Fabrica parall. à dato puncto.* 9

Cap. 3. agit de Angulis, continet præcepta 13.

1. *Definitio & divisio Anguli in rectilineum, curvilineum, & utrinsque generis mixtum.* 9

2. *Definitio Anguli rectilinei.* 10

3. *Quid Crura anguli.* 10

4. *Divisio Anguli in Rectum & Obliquum.*

5. *Constructio Anguli recti per normam ejusque examen.* 11

6. *Ex puncto in recta dato Angulum excitare rectum.* 12

7. *Aliter quando punctum datur in extremitate lineæ.* 13

8. *Ex puncto extra rectam dato Perpendicularem demittere.* 14

9. *Aliter quando punctum datur juxta Plani extremum.* 15

10. *Anguli Obliqui definitio & divisio.* 16

11. *Mensura Anguli rectilinei.* 16

12. *Angulum datum in quotvis æquales partes secare.* 17

13. *Ad datam rectam, Anguloque dato, æqualem angulum ex certo puncto constituere.* 17

Sequuntur Axiomata 6. quorum magnus in Geometria usus.

1. *Recta linea recta insistens, facit aut duos Angulos rectos, aut duobus rectis æquales; quare alterutro Angulorum cognitio reliquum innotescit.* 18

2. *Linea recta rectam intersecans, efficiet aut quatuor rectos, aut quatuor rectis æquales, & qui ex iis inter se sunt verticales, existunt æquales.* 19

3. *In parallelas rectas recta incidens & alternatim angulos inter se æquales efficit, & similes similiterque sitos.*

4. *Si lineæ rectæ parallelis pluribus intersecentur, intersegmenta erunt proportionalia.*

5. *Si parallelæ conterminent parallelas oppositæ æquabuntur.* 20

6. *Si crura rectilinei anguli parallelis intersecentur, parallelæ segmentis conterminis erunt proportionales.* 23

Cap. 4.

1. *De Linearum in partes æquales sectione.*

2. *Partes centesimas vel millesimas ex linea data accipere.* pag. 24

3. *Ex linea data partem imperatam auferre.* 25

4. *Lineam datam in duas partes secundum proportionem datam secare.*

5. *Datam rectam extrema & media ratione secare.* 26

6. *Datis duabus rectis tertiam proportionalem invenire.* 27

7. *Datis tribus rectis quartam proportionalem inquirere.* 28

8. *Datis duabus rectis mediam proportionalem invenire.*

9. *Datis duabus rectis, duas medias proportionales inquirere.* pag. 29

10. *Peripheriam in 360 part. distribuere.* 30

11. *In periph. data arcum quotlibet graduum constituere, & contra.* 32

12. Ad

12. *Ad datam rectam ang. quotlibet graduum obliquum constituere: & contra dati anguli amplitudinem indagare.* 34

13. *Angulos Horarios Sciatericorum parietibus inscribere.* 36

15. *Stilum parieti juxta angulum datum infigere.*

Cap. 5. de figuris, præc. habet 6.

1. *Figura quid.* 38

2. *De figura terminis.* 38

3. *De 5. partibus figura, ut sunt centrum, perimeter, radius diameter & altitudo,* 39

4. *De tribus affectionibus in figura absolutè consideratis, ut primatus, ordinatio, & ratio.* 40

5. *De figuris invicem collatis, quatenus Isoperimetra, æquialta, & similes.* 42

6. *Quatuor nobilissima axiomata explicantur. Primum ex Isoperimetris figuris ordinatius est majus minus ordinato: ex heterogeneis ordinatis terminatius. 2. Figuræ primæ, vel æquemultiplices à primis æquealtæ sunt, ut ipsarum bases, & contra. 3. Si eadem fuerint reciprocæ basi & altitudine erunt æquales, & contra. 4. Figuræ similes habent rationem homologorum laterum æquemultiplicatam dimentionibus, & medium proportionale una dimentione minus.* 46

Cap. 6. de Superficiebus planis rectilineis, habet præc. 3.

1. *Distinguitur rectilineum planum in Triangulum, Quadrangulum, & Multangulum.* 41

2. *De Triangulo figura prima, & Triangulato, cujus latera sunt binario plura Triangulis.* 41

3. *In plano rectilineo anguli interni simul sumpti æquivalent bis tot angulis rectis, quot sunt Triangula planum ipsum componentia.* 52

Cap. 7. Speciatim de Triangulis, continet præc. 8.

1. *Distinguitur Triangulum à lateribus, in Isopleuron, Isosceles, & scalenum: Ab Angulis, in rectangulum, obtusang. & acutang.* 53

2. *Super rectam datam æquilaterum Triang. constituere.*

3. *Super rectam Isosceles construere.* 53

4. *Triang. constituere habens tria latera tribus rectis datis æqualia.* 54

5. *Triangulum simile & æquale triangulo dato conficere.* 55

6. *Triangulum æquale parallelogrammo dato constituere, idque in angulo dato.* 56

7. *Triangulum rectangulum æquale circulo ut fiat.* 57

8. *Triangul. æquilaterum circulo dato æquale constituere.* 58

Proponuntur 12. nobiliß: de Triangulis axiomata. 1. Trianguli anguli tres æquivalent duobus rectis: quare cognitis in Triangulo duobus angulis, si eosdem à duobus rectis, i. 180. gr. subduxeris, reliquus innotescet. 2. Isoscelium Triang. anguli super basin sunt æquales:

& contra. Quare & omne Triang. æquilaterum est æquiangulum, & contra. 3. Angulus Trianguli æquilateri valet duabus tertiis recti. id. 60. gr. 4. Trianguli duo qualibet latera sunt majora reliquo. 5. Triang. majus latus subtendit majorem angulum, & contra. 6. Si ad unum Triang. latus recta parallela ducatur, secabit eadem Triang. latera proportionaliter: & contra. 7. Perpendicularis quæ ab angulo recto Trianguli rect. in basin demittitur, est medium proportionale inter duo basis segmenta, & Crus utrumlibet anguli recti est medium proportionale inter basin & basis segmentum conterminum. 8. In Triang. Rectan. quadratum basis æquatur quadratis Crurum. Hinc datis ang. recti cruribus basis cognoscetur, vel data basi cum crure, reliquum crus vestigamus. 9. In Triangulo rectang. rectilineum super basin descriptum, æquale est rectilineis priori illi similibus, & similiterque ad ejusdem ang. recti Crura utraque sitis. 10. Triang. æquilatera sunt æquiangula. 11. Si bini anguli duorum Triang. æquantur reliqui æquales sunt. 12. Triangula æquealta sunt ut bases ipsorum. 13. Triang. æquiangula latera habent circũ æquales angulos proportionalia. pag. 65

Cap. 8 de Quadrangulis, habens præcepta 17.

1. Divisio quadranguli in Parallelogrammum & Trapezium. Parallelogrammum est vel Rectangulum: ut Quadratum & Oblongum: vel Obliquangulum, ut Rhombus, Rhomboides. 67

1. Fabrica quadrati ad datam rectam. 52

2. Quadratum quotcunque quadratis propositis æquale constituere. 52

3. Quadratum æquale Triangulo dato ut fiat. 68

4. Quadratum cuicunque rectilineo dato æquale constituere. 53

5. Quadratum circulo dato æquale conficere, 53

6. Oblongum rectang. ex duabus rectis datis ut fiat. 54

7. Oblongum rectang. in optata altitudine ut æquale Triangulo dato fiat 71

8. Oblongum rectang. ut cuilibet rectilineo ad datam lineam æquale fiat. 72

9. Oblongum rectang. ut Circulo dato in optata altitudine quam proxime æquale fiat.

10. Rhombum ad rectam & in angulo dato conficere. 73

11. Rhomboidem ad duas rectas datas in angulo dato conficere.

12. Rhombum vel Rhomboidem similem similiterque situm dato constituere ad rectam datam. 74

13. Parallelogrammum in angulo dato æquale Triangulo constituere. 75

14. Parallelogrammum in angulo dato, & ad datam rectam æquale Triangulo constituere. 76

15. Parallelogrammum ad rectam, & in angulo dato cuilibet rectilineo æquale constituere. 77

16. Trapezium simile similiterque situm

situm dato ad datam rectam constituere. 78

Cap. 9. de Multangulis rectilineis, habet præc. 12.

1. *Definito Multanguli.* 78

2. *Multangulum simile similiterque situm dato ad rectam datam constituere.* 79

3. *Rectilineum quodvis in quavis proportione datâ augere vel minuere.* 80

4. *Quadratum in æquimultiplici proportione expeditè augere vel minuere.* 82

5. *Dato rectilineo simile similiterque situm, & alteri dato æquale constituere.* 83

6. *Pentagonum & Decagonum ordinatum circulo inscribere.* 84

7. *Hexagonum ordinatum circulo inscribere.* 85

8. *Quodlibet multangulum ordinatum circulo inscribere.* 86

9. *Octogonum ordinatum in data altitudine ut fiat.* 86

10 *Super rectam datam in multangulum ordinatum quodlibet describere.* 87

11. *Circa datum Circulum quodcunque multangulum ordinatum describere.* 87

Cap. 10. de Circulo, complectens præc. 7.

1. *Circulus quid.* 88

2. *Circulum in Triangulum ordinatum revocare quam proxime.*

3. *Circulum dato quadrato quam proxime æqualem constituere.*

4. *Circulum cuique rectilineo datò æqualem fabricare.* 89

5. *Circulum æqualem pluribus datis circulis describere.*

6. *Circulum in quavis proportione augere vel minuere.*

7. *Circulum duplicare, triplicare, &c.* 90

Cap. 11. de Superficiebus Gibbis, habens præc. 2.

1. *Gibba superficies dividitur in Sphæricum & varium.* 91

2. *Varium subdividitur in Conicum & Cylindracium.* 91

Cap. 12. de Solidis planis, continet præcepta 11.

1. *Solidū, & terminus solidi quid.* 92

2. *Solidum distinguitur in Planum & Gibbum.*

3. *Planum solidum distinguitur in Pyramidem & Pyramidatum.*

4. *Pyramis quid, & de numero hedrarum ejus.*

5. *De Tetraedro, hoc est, ordinata pyramide ejusque fabrica.* 93

6. *Fabrica inordinatarum pyramidum.* 93

7. *Pyramidatum quid, ejusque in Prisma & Poliedrum mixtum distributione.* 94

8. *Prisma quid, & quot habeat hedras respectu angulorum basis.* 94

9. *Prisma distinguitur in Pentaedrum Hexaedrum & Poliedrum.* 95

10. *Fabrica Pentaedri & Poliedri.* 95

11. *Hexaedri distinctio in Parallelepipedum & Trapezium, & Parallelo-*

pipedum distinguitur in rectangulum (ut cubus & oblongum) & Obliquangulum (ut Rhombus & Rhomboides) quorum omnium fabrica sequitur. 99

12. De Poliedris mistis ordinatis, eorundemque fabrica.

Cap. 13. de Solidis Gibbis.

1. Solidum Gibbum quid, ejusque in Spheram & Varium divisio. 102

2. Sphera quid, ejusque fabrica.

3. De solido vario Cono & Cylindro, eorundemque definitio & fabrica. 103

4. Tabella solidorum divisionem comprehendens. 104

Cap. 14. De Transmutandis, augendis, minuendisve corporibus.

1. Data recta simile similiterque situm solidum dato describere. 105

2. Solidum quodvis augere vel minuere in proportione data. 106

3. Datis duobus similibus solidis, tertium & simile proportionale constituere. 107

4. Super quamcunque datam basin rectilineam prisma constituere, aquale prismati dato. 109

5. Super datam basin rectilineam, prisma datæ Pyramidi aquale constituere. 110

6. Super datam basin rectilineam, prisma dato solido plano aquale constituere.

7. Propositis duobus solidis planis dissimilibus, tertium uni eorum aquale, & alteri simile invenire. 111

8. Pyramidem Cono dato aqualem, & Prisma Cylindro aquale & econtra constituere. 112

9. Pyramidem vel Conum Prismati vel Cylindro sub eadem altitudine aqualem & è converso constituere: & per consectarium, Pyramidem, Conum, Prisma, vel Cylindrum in rectangulum parallelepipedum, quadratæ basis transmutare. 113

10. Datam Pyramidem, Conum, Prisma vel Cylindrum super Basin quotcunque angulorum ad certam altitudinem datam in longiorem vel breviorem revocare. 114

11. Cubum aqualem prismati dato construere, & per consectarium cuilibet solido aqualem Cubum facere. 115

12. Dato Cubo aqualem Parallelepipedum rectangulum conficere, idque in data altitudine, vel super Basin datam:

13. Et per Consectariū prisma, cylindrū, conum ac pyramidem in parallelepipedum rectangulum sub basi vel altitudine data revocare. 116

14. Datæ Sphæræ cylindrum aqualem constituere. 117

15. Ad datum circulum, vel ad altitudinem datam, cylindrum ut datæ sphæræ aqualis fiat.

16. Cubum Sphæræ datæ, & Sphæram cubo dato aqualem constituere, & per Consectarium primum, Solidum rectangulum quotlibet hedrarum, nec non & pyramidem Sphæræ datæ aqualem constituere, & contra Sphæram prismati datæ aqualiter conficere. Consectario secundo corpus quodcunque regulare in Sphæram aut cubum revocare. 118

17. Cu-

17. *Cubum æquale duobus aut pluribus Cubis datis æqualem conficere: & per Consectarium Cubum quotcunque figuris solidis datis æqualem constituere.* 102

18. *Corpus regulare quodvis cubo dato æqualem facere.*

19. *Quodvis corpus regulare, in Spheram, vel aliud regulare transmutare.* 122

20. *Ex majori Sphæra minorem Sphæram detrahere, residuoque Sphæram æqualem describere.* 123

24. *Datis duabus vel pluribus Sphæris unam Sphæram æqualem efficere.*

25. *Datum Cubum aut Parallelepipedum secundum proportionem datam secare, consequenter prisma & Cylindrum secundum proportionem secare.*

Sequuntur Capita Libri II Geometriæ.

Cap. 1. agit de definitione Geodœsiæ, ejusdemque requesitis, continetque præc. 10.

1. *De definitione Geodæsiæ.* 124

2. *De distributione Geodæsiæ in longemetriam, planemetriam, & stereometriam.*

3. *Quamlibet magnitudinem genere mensuræ cognomine mensurandam esse.* 125

4. *De mensura famosa linearum & superficierum.* 126

5. *De solidorum mensura famosa.* 127

6. *De instrumentis Geometricis.* 128

7. *De descriptiore Astrolabii.* 129

8. *De inscriptione quadrati Geometrici.*

9. *De alia quadrati descriptione.* 131

10. *De examine instrumenti Geometrici.* 133

Cap. 2. est de Longemetria, continetque præc. 11.

1. *Rei cujusvis erectæ altitudinem ex unico stationis loco inquirere absque calculi molestia.* 134

2. *Idem per Arith. numerationem expedire, stationis loco non mutato.* 137

3. *Altitudinem rei erectæ ex duplici stationis loco absque calculo indagare.* 140

4. *Eandem altitudinem via generali per calculum inquirere.* 141

5. *Per tab. Tangentium idem præstare.* 143

6. *Turris, arcis supra montem sitæ, altitudinem indagare.*

7. *Aggerum & Vallium altitudinem inquirere.* 144

8. *Puteorum profunditates inquirere.* 145

9. *De latitudine fossæ vel fluminis inquirenda.* 146

10. *Idem per Tab. Tangent. præstare.* 147

11. *Rei in conspectum sitæ distantiam invenire.* 149

12. *Alio modo expeditiori distantiam rei indagare.* 151

13. *Plurimorum locorum distantiam inquiri-*

inquisitio, & regionis in charta descriptio. 152

Cap. 3. de Superficierum, Planarum, agrorumque Geodœsia, habetque præc. 14.

1. *Area quadrang. & triang. rectanguli ut cognoscatur.* 158

2. *Area Trapizii rectang. ut cognoscatur.* 159

3. *Aream Triang. obliquanguli invenire.* 160

4. *Aream Triang. obliquang. via generali inquirere.* 161

5. *Aream Triang. apuilateri compendiose cognoscere.*

6. *De quadrang. obliquanguli inventione.* 162

7. *De multangulorum irregularium, agrorumque Geodæsia.* 164

8. *De mensuris agrorum inaccessibilium.* 167

9. *De divisionibus agrorum.* 168

10. *Figuram agri mensurati in charta delineare.* 169

11. *Figura data irregulari similem similiterque sitam in quavis proportione constituere.* 170

12. *Dato plano rectilineo simile similiterque situm, & alteri dato æquale constituere.* 173

13. *Aream figurarum regularium inquirere.* 173

14. *Dato Circuli radio latus figuræ circulo eidem inscriptæ quam proximè indagare, & contra.* 177

Cap. 4 de Circuli mensura, suntque præc. 11.

1. *Quo ingenio Circuli mensuram reperit Archimedes.* 178

2. *Ex data Circuli diametro peripheriam, & consequenter Circuli aream prope verum concludere.* 179

4. *Data peripheria Circuli, ejus diametrum & aream colligere.* 180

5. *Aream Circuli ex diametro data aliter invenire.*

6. *Ex peripheria data aream Circuli colligere.* 181

7. *Data area Circuli diametrum reddere notam.*

8. *Ex area datu peripheriam reddere notam.*

9. *Datum circuli sectorem dimetiri.*

10. *Datam circuli sectionem dimetiri.* 186

11. *Dato arcu circuli diametrum invenire.* 183

Cap. 5. Corporum cubicam mensuram perquirens: vasorumque capacitatem certa liquoris mensura definiens.

1. *De fabrica pertica ad certam liquoris mensuram.* 184

2. *De generali Pyramidum, Conorum, Prismatum, & Cylindrorum Geodesia exemplis illustrata.* 187

3. *Cautelæ in mensurandis vasculis observandæ.* 191

4, 5. *Vulgaris mensura Conicurti, & Cylindri decruncati.* 192, 193

6, 7, 8. *Alia & artificiosa Coni & Cylindri detruncati mensura.*

9. *De doliis & vasis vinariis, eorumque mensura.* 197

Cap. 6.

Cap 6. de Fabrica & usu perticę cylindraceæ, 6. habens præc.

1. *Partes latitudinis inæquales duplici modo inscribuntur: vel Geometrica delineatione, vel beneficio Tabulæ radicum quadrat.* 199

2. *De inscriptione partium longitudinum.* 202

3. *Vsus perticæ exemplis illustratur.* 203

4. *Vasorum vinariorum vera stereometria.* 204

5. *Fabrica & usus perticæ Cylindraciæ, ut festina Geodæsia vasa & dolia demetiamur.* 205

6. *Fabrica & usus regulæ Triangularis, quæ absque Arithmetica numeratione vasorum capacitatem ostendit.* 207

Cap 7. Partes Doliorum evacuatas, & liquorum in eis residuum mensurare, idque Tribus exemplis declaratur.

1. *Vbi vas ultra medietatem evacuatum.* pag. 211

2. *Vbi liquor vasis medietatem superat.* 213

3. *Vbi liquor extremitates orbiculares præ nimia paucitate antingere nequeat, vel si tantum sit infusum, ut præ abundantia eas superet.* 214

Cap. 8.

1. *De mensura Planorum regularium.* 219

Cap. 9.

1. *Constructio Perticæ, per quam Tormentum bellicum libratur.* 219

2. *Tormentorum bellicorum rationem ponderum inquirere.* 220

3. *Globum Tormenti ferrei librare,* 220

Cap. 10. de Mensura sphæræ, continetque præc. 4.

1. *Data axi convexam sphæra superficiem mensurare.* 221

2. *Data maximi Circuli peripheria superficiem Sphæra rimari.* 222

3. *Totam sphæra soliditatem inquirere.*

4. *Sphæræ mensuram per perticam Cubimetricam absolvere.*

5. *Superficiem convexam sphæræ portionis, & soliditatem sectoris, & sectionis sphæræ inquirere.* 223

6 *Datam sphæra sectorem inquirere.*

7. *Sectionem Sphæræ inquirere.* 224

8. *Sphæra segmentum à duobus planis comprehensum concludere.* 125

9. *Globi superficiem chartis obducere.* 126

Cap. 11. de Corporum omninò irregularium mensurà.

Cap. 12. de Duplicandis, Triplicandis, vel alia æqualitatis proportione augendis, minuendisve corporibus.

Recapitulatio Partis Tertiæ: de usu regulæ, & circini proportionis.

Describuntur omnes lineæ quas regula continet, sequuntur deinceps problemata 24, quibus regulæ usus pro parte absolvitur, quorum series sequitur.

Probl. 1. *In quavis recta partes 100 vel 1000 accipere.* pag. 237

2. *Partem ex linea imperatam auferre.* 239

3. *Duabus datis lineis. quot partes alterutra earum, in quas altera statuitur divisa, contineat, inquirere.* 233.

4. *Rectam datam extrema & media ratione secare.* 234

5. *Inter duas lineas duas medias proportionalem invenire.* 235

6. *In data peripheria arcum quotlibet grad. numerare & constituere: & contra, quot gradus arcus datus contineat cognoscere, atque consequenter, septimam 11. 13. vel aliam ex quavis periph. partem accipere.* 236

7. *Anguli rectilin. amplitudinem cognoscere, & construere.* 245

8. *Sinum arcus periph. investigare.* 240

9. *N. Tangentem arcus 36 gr. minoris reperire.*

10. *Dato Sinu vel Tangente, arcum ei respondentem colligere.* 241

11. *Resolutio Triangulorum rectilineorum, continet q; præcepta 8. In rectangulis 4. & in obliquang. 4* 241

Rectangula resolvuntur.

1. Ex crure utroque dato. 242 *2. Ex basi data & crure.* *3. Data basi & angulo acuto.* *4. Dato crure cum angulo acuto.* 244

Obliquangula resolvuntur.

5. Ex datis tribus lateribus. 244 *6. Ex duobus lateribus & ang. ab eis comprehenso.* 245 *7. Datis duobus lateri- & ang. non comprehenso, cum specie alterius ang. quando acutus datur.* 245 *8. Datis angulis, & latere.* 246

12. *Data circuli diametro peripheriam indagare, & contra.* 247

13. *In circulo figuram regularem describere.* 248

14. *Sphæræ corpus regulare inscribere* 249

15. *Dato circulo æquale Triangulum & quadratum Constituere: & contra.* 250

16. *Corpora quinque regularia commutare.* 251

17. *Figura Planæ similem ad quamlibet proportionem confiere.* 257

18. *Idem in corporibus præstare.* 254

19. *Stereometria cylindrorum, & vasorum vinariorum.* 258

20. *Absque arithmetica numeratione vasa mensurare.* 260

21. *Sphæram mensurare.* 261

22. *Mensura globorum in 7 metallorum generibus*

23. *Molem Torment. bellicor. vibrare.* 263

24. *Usus schalæ musicalis tribus exemplis illustratus.* 1. *Quomodo in cythara & testudine musicales toni proportione debita constituendi.* 265 2. *Organorum Pneumaticorum tibias secundum proportiones tonorum construere.* 3. *Data campana aliam juxta tonorum propor-*

proportionem majorem vel minorem efficere. 266

Sequitur linearum regulæ inscriptarum constructio.

APPENDIX

Subjicitur, quæ omnia in regula minori, beneficio circini Plani exequitur, regulam quoque proportionis auream absolvit, modum multiplicandi & dividendi per eundem circinum demonstrat.

Series præceptorum parte Quarta contentorum, quæ est de munitionibus propugnaculorum.

Series Cap. 1. de munitionibus ordinatis.

Pentagoni figuram in campi planitie exstruere, pag. 279. Munitionem propugnaculis adornare. 281. Constructio tabulæ, quæ angulorum & linearum amplitudines in quavis ordinata munitione ostendit. 283

1. *Angulorum munitionum amplitudinem inquirere.* 283

2. *De munitionum lateribus, eorumque proportione.* 285

3. *Longitudines eorundem numeris indagare.* 286

4. *Beneficio regulæ proportionalis regularem munitionem describere.* 287

5. *De fossa, vallo, lorica, thorace & aliis munitionis partibus tabella etiam exhibitis.* 290

6. *De parmulis citra cortinæ medietatem.* 291

7. *De Thorace* Contersarpe *dicto. Rerum ad munitionem spectans series, & earum per characterismos in schemate explicatio.* 293

8. *De permulis propugnacis objectis.* 294

9. *De opere corniculato.*

10. *In opere corniculato cortinam propugnaculorum faciebus æqualem constituere.* 295

Series Cap. 2. de inordinatis.

1. *Ichnographica delineatio urbium & oppidorum.* 296

2. *Oppidorũ muniendorum ratio.* 298

3. *Structura valli.* 299

APPENDIX.

Civitatem inæqualium angulorum propugnaculis sta adornare, ut pæne similia existant. Qualescunque dentur facies, alæ, anguli propugnaculi munitionisque quanta futura, & in quam cortinæ partem linea defensionis casura sit, inquirere. 303

Epilogi loco subjiciuntur ea, quę in munitionum quovis loco exstructarum, aut commodum, aut detrimentum verti poterunt.

1. *Commoda & detrimenta, quæ spectant munitiones in planitie exstructas.* 304

2. *Si munitionem in convexo montis ædificatam respicias.* 305

3. *Munitiones ad mare exstructas.* 306

3. *Quæ in littore maris existunt.*

5. *Si in paludosis locis exstruxeris.*

6. De fossis, quæ si aridæ. 7. Quæ, si navigabiles.

Capita partis quintæ, continentia problemata Astronomica Geometricè delineata, & Arithmetice resoluta.

Cap. 1.

1. Cognito Solis in ecliptica loco, hoc est, longitudine data: ascensionem rectam, & declinationem ejus Geometricæ indagare. 1

2. Data Solis declinatione, longitudinem ejus & ascensionem. Rectam concludere. 2

3. Idem numeris absolvere. 3

Cap. 2.

1. Ex data Solis vel stellæ declinatione, amplitudinem ortivam & occiduam, differentiam ascensionalem, arcum diurnum nocturnumque, in quavis poli elevatione Geometricè exquirere pag 5

2. Dato arcu semidurno aut seminoct. una cum declinatione Solis, poli elevationem inquirere. 7

3, 4, 5, 6, 7, 8. Pragmatia in numeris ad imitationem geometricæ delineationis. 7

Cap. 3. Data Longitudine & latitudine stellæ cujusdam fixæ, ejusdem Ascensionem rectam & declinationem Geometricè & numeris accipere: & contra. Duo proponuntur exempla in Arcturo, & Oculo Tauri à pag. 11 usque ad pag. 20.

Cap. 4. Ad datam horam in quavis regionis latitudine Solis supra horizontē altitudinem, ejusque verticalem circulū explorare: & contra, cognito circulo verticali, vel data Solis altitudine horam diei cognoscere, à pag. 20. usque ad 28.

Cap. 5. Idem in stellis examinare ex declinatione, & asc. recta earundem cognitis, pag. 28. 29. 30.

Cap. 6. Distantiam duarum stellarū in Cælo, vel Civitatum in terra ex longitudinibus & latitudinibus præcognitis Geometricè & Arith. vestigare, à pag. 33 usque ad finem.

Capita partis sextæ de Sciatericis horologiis superficiebus planis inscribendis,

1. De superficierum observatione, earumque species per tallam exhibita, à pag. 37 usque ad 44.

2. Superficiebus recta Sphæræ conformibus, horarias lineas inscribere. 1. æquinoctialibus superficiebus. 2. Polaribus directis. 3. Orientalibus & occidentalibus.

Cap. 2. De superficiebus Sphæræ obliquæ directis.

1. Horizontalibus horarias inscribere. 49

2. Erectis directis superficiebus. inscr. 51

Cap. 3. Lineas horarias superficiebus verticalibus, & à meridie versus ortum aut occasum declinantibus variis modis inscribere. à pag. 53 usque 67

Cap. 4. Lineas horarias inscribere superficiebus declinantibus simul & acclinantibus aut reclinantibus, à pag 67. usque. 83.

Cap. 5. Circulos Azimuth Almucantharath una cum parallelis ecliptica delineare, à pag. 63 usque. pag 100. Inscriptio horarum Norimbergensium, Italorum atque planetarum.

FINIS.