TRAITÉ

DE

RPENTAGE

DU TOISÉ.

National Oceanic and Atmospheric Administration

Rare Books from 1600-1800

ERRATA NOTICE

One or more conditions of the original document may affect the quality of the image, such as:

Discolored pages
Faded or light ink
Biding intrudes into text

This has been a co-operative project between NOAA central library, the Climate Database Modernization Program, National Climate Data Center (NCDC) and the NOAA 200th Celebration. To view the original document, please contact the NOAA Central Library in Silver Spring, MD at (301) 713-2607 x 124 or at Library.Reference@noaa.gov

TRAITÉ
DE L'ARPENTAGE
ET DU TOISÉ,

OU

MÉTHODE courte et facile pour arpenter et partager toutes sortes de terreins, et toiser toutes sortes d'étendues,

Par feu M. OZANAM.

Nouvelle édition, revue, corrigée et augmentée sur celle de M. AUDIERNE, et à laquelle on a joint une Instruction sur les Nouvelles Mesures, tirée de l'ouvrage de CH. HAROS, Géomètre.

A PARIS,

Chez FIRMIN DIDOT, Libraire pour les Mathématiques, l'Architecture, la Marine, et les Éditions stéréotypes, rue de Thionville, n° 116.
Madame PLAUZOLES, Libraire, rue de l'Arbre-sec, n° 189.

AN XII — 1803.

AVIS DE L'ÉDITEUR.

Le Traité de l'Arpentage et du Toisé de M, Ozanam, est un ouvrage que le Public a toujours bien accueilli, si l'on en juge par les nombreuses éditions qui en ont été faites.

Cet Ouvrage, écrit avec clarté et mis à la portée du plus grand nombre des lecteurs, renferme tout ce qu'il importe de savoir pour faire un bon arpentage, et pour toiser les bâtiments et les bois de charpente.

Nous avons fait de très-légers changements à l'édition de M. Audierne. Nous avons refait en entier la Théorie des Fractions, et nous avons terminé l'Ouvrage par une Notice succincte sur le système des Nouvelles Mesures, extraite de l'ouvrage de Ch. Haros.

Par respect pour la mémoire de M. Ozanam, nous avons cru devoir conserver sa méthode. Nous osons espérer que le Public nous saura gré de lui avoir transmis, presque dans son intégrité, l'ouvrage d'un Savant, dont les écrits ont été l'école de plusieurs de nos célèbres Géomètres.

TRAITÉ DE L'ARPENTAGE ET DU TOISÉ.

L'ARPENTAGE et le Toisé sont tellement utiles à toutes les classes de la société, qu'on peut se dispenser d'en recommander l'étude, même aux personnes qui veulent faire bâtir, ou à celles qui ont des biens à vendre ou à acquérir : car il est trop avantageux d'en pouvoir apprécier le contenu, pour ne pas s'en rapporter toujours aux arpenteurs et aux toiseurs.

Quand on veut, par exemple, acheter ou vendre quelque terrain, comme un pré, une vigne, un bois, une pièce de terre labourable, etc., il faut en connoître la superficie (1), c'est-à-dire, combien il contient de mesures quarrées qui sont d'usage dans le pays où il est situé, afin qu'étant convenu de ce qu'on doit donner ou recevoir pour le prix de chacune de ces mesures, on puisse savoir au juste celui de la totalité.

(1) La superficie se nomme aussi *surface* et *aire*.

On détermine le plus ordinairement la grandeur d'un terrain, par le nombre des *arpents* qu'il contient. L'arpent est un quarré qui a toujours 10 *perches* de longueur sur 10 perches de largeur, et dont, par conséquent, la surface contient toujours 100 perches quarrées ; c'est-à-dire, 100 surfaces quarrées, qui ont chacune une perche de long sur une perche de large. Mais la perche n'est point par-tout d'une même longueur : elle varie suivant les différents pays, comme on le dira dans la suite (1).

C'est parce que la mesure la plus ordinaire des terrains se nomme *arpent*, que l'on a donné le nom d'*Arpentage* à la science qui apprend à les mesurer, et qui est si utile et si nécessaire dans la vie civile. On lui a aussi donné le nom de *Planimétrie*, parce que ce sont presque toujours des surfaces planes que l'on a à mesurer. Il s'en trouve cependant quelques-unes qui sont *convexes*, et d'autres qui sont *concaves*. Une calotte est convexe en dehors et concave en dedans.

Pareillement, lorsque l'on veut faire transporter des terres d'un lieu en un autre, faire creuser quelque fouille, faire bâtir un mur, etc., il faut connoître combien

(1) L'usage des nouveaux poids et des nouvelles mesures, qui sera obligatoire au premier vendémiaire an x, fera disparoître cette différence.

Nous en donnerons un traité élémentaire à la fin de cet ouvrage.

les ouvrages que l'on veut entreprendre contiennent de mesures cubiques qui sont d'usage dans le pays où ces ouvrages sont situés, afin qu'étant convenu avec un entrepreneur de ce que l'on doit donner pour le prix de l'une de ces mesures, on sache au juste celui de la totalité.

On détermine ordinairement le volume de ces sortes d'ouvrages, par le nombre des *toises* cubiques qu'ils contiennent. La toise cubique est un solide qui ressemble à un dez à jouer, et qui a une toise courante en tout sens, c'est-à-dire, en longueur, en largeur et en épaisseur. La toise courante contient toujours 6 pieds courants. Mais on verra dans la suite, que la longueur du pied, et par conséquent celle de la toise, varie suivant les différents pays.

C'est aussi parce que la mesure dont on se sert le plus ordinairement pour mesurer tous les travaux, se nomme *toise*, laquelle est courante, quarrée ou solide, selon le genre de l'étendue qu'il faut mesurer, que l'on a donné le nom de *Toisé* à la science qui apprend à faire ces sortes de mesurages, et qui est d'une si grande utilité, tant dans l'architecture civile, que dans la navale et la militaire.

A l'égard des qualités qu'un Arpenteur doit avoir pour se bien acquitter de tout ce qui concerne le toisé et l'arpentage, il faut qu'il sache les principales règles de l'arithmétique, les éléments de la géométrie, et autant de trigonométrie qu'il est nécessaire pour, dans le besoin, mesurer une distance inaccessible.

Ainsi, nous commencerons ce traité par des abrégés de l'Arithmétique, de la Géométrie et de la Trigonométrie, afin que l'on ne soit point obligé d'aller puiser dans d'autres livres tout ce qu'il faut indispensablement connoître de ces trois sciences, pour être en état d'arpenter exactement toutes sortes de terrains, et de toiser de même toutes sortes de travaux.

Enfin, les instruments dont un Arpenteur ne peut absolument point se passer, consistent en des piquets, avec une chaîne divisée tout au moins en pieds, pour mesurer sur le terrain les lignes qui sont accessibles : en un graphomètre, ou une planchette ; et en une boussole, pour orienter les terrains, lorsqu'il devra en faire le plan.

Il doit aussi avoir un rapporteur, un compas et une règle de cuivre sur laquelle il y ait une échelle divisée en parties égales, afin de s'en servir pour tracer fidèlement sur le papier le plan de ce qu'il aura levé sur le terrain.

ABRÉGÉ
DE
L'ARITHMÉTIQUE.

De la nature et des différentes espèces de nombres.

On nomme *grandeur* ou *quantité* tout ce qui est susceptible d'augmentation ou de diminution. Un poids, une somme d'argent, etc. sont des quantités, parce qu'on peut leur ajouter ou en ôter.

Pour être en état de déterminer une quantité, nous avons besoin de la comparer à une autre de la même espèce. Nous ne pouvons évaluer une somme d'argent, par exemple, qu'en regardant comme connue une pièce de monnoie, et en cherchant combien de fois celle-ci est contenue dans ladite somme. Cette pièce, à laquelle on compare la somme d'argent, se nomme *unité*.

On appelle *nombre* l'assemblage de deux ou plusieurs unités.

L'*Arithmétique est la science des nombres.* Elle apprend à les combiner entr'eux de quatre manières principales, savoir : par *addition*, par *soustraction*, par *multiplication* et par *division.*

Mais avant de parler de ces quatre règles, nous définirons les différentes espèces de nombres qui font l'objet de l'Arithmétique.

Il y a des *nombres entiers* et des *nombres fractionnaires.* Un *nombre* est *entier* lorsqu'il est composé d'*unités entières* ; il est fractionnaire lorsqu'il est composé d'*unités* et de parties d'unités.

Une ou plusieurs parties égales d'un entier se nomment *fractions.*

Un nombre est *abstrait* lorsqu'on l'énonce sans désigner l'espèce des unités, comme 7, 12, etc. ; et il est *concret* quand on énonce l'espèce des unités : 6 l., 8 toises, par exemple, sont des nombres *concrets.*

Un nombre est dit *simple* ou *incomplexe* lorsqu'il ne représente qu'une seule espèce d'unités, comme 12 l., 7 toises ; et il est *complexe* lorsque ces parties sont rapportées à différentes unités, tels que seroient les nombres 9 l. 6 s. 4 d., et 4 toises 5 pieds 7 pouces, etc.

ARTICLE PREMIER.

De la Numération.

CETTE partie de l'Arithmétique, qui enseigne la manière d'exprimer tous les nombres, s'appelle la *numération*. Elle se subdivise en deux parties, dont la première apprend à les dénommer, et la seconde à les représenter.

De la Dénomination des Nombres.

Si l'on avoit été obligé de créer autant de noms qu'il y a de nombres différents, la numération auroit été renfermée entre des bornes bien étroites, puisque la mémoire ne peut avoir qu'une certaine étendue, et que la multitude des nombres est infinie. Mais, en s'y prenant de la manière suivante, on est parvenu avec très-peu de noms, à les dénommer tous, quels qu'ils soient.

On est convenu *premièrement*, que l'on ne compteroit jamais que jusqu'à *neuf* inclusivement avec les noms suivants: *un*, *deux*, *trois*, *quatre*, *cinq*, *six*, *sept*, *huit* et *neuf*.

Secondement, que lorsque l'on auroit à dénommer un nombre qui exprimât *neuf* et *une unité* de plus, on considéreroit ces *neuf* et *un* de plus, comme ne faisant qu'un seul tout, auquel on donneroit le nom de *dixaine*.

Par ce moyen, on peut dénommer tous les nombres, depuis *une dixaine* jusqu'à *neuf dixaines et neuf* inclusivement.

Troisièmement, que lorsqu'il s'agiroit de dénommer un nombre qui exprimât *une* unité de plus que *neuf dixaines* et *neuf*, c'est-à-dire, *neuf dixaines* et *une dixaine* de plus, on considéreroit ces *neuf dixaines* et *une dixaine* de plus, comme ne formant qu'un seul tout, auquel on donneroit le nom de *centaine*.

Par ce moyen, on peut dénommer tous les nombres depuis *une centaine* jusqu'à *neuf centaines*, *neuf dixaines* et *neuf* inclusivement.

Quatrièmement, que lorsque l'on voudroit dénommer un nombre qui exprimât *une* unité de plus que *neuf centaines*, *neuf dixaines* et *neuf*, c'est-à-dire, *neuf centaines*, *neuf dixaines* et *une dixaine* de plus, on considéreroit ces *neuf centaines*, *neuf dixaines* et *une dixaine* de plus, comme un seul tout, auquel on donneroit le nom de *mille*.

Par ce moyen, on peut dénommer tous les nombres, depuis *un mille* jusqu'à *neuf mille*, *neuf centaines*, *neuf dixaines* et *neuf* inclusivement.

Et si, lorsque l'on aura une unité de

plus que ces *neuf mille, neuf centaines, etc.*, on forme des *dixaines de mille* avec cette unité, et ces *neuf mille, neuf centaines, etc.*, on pourra dénommer tous les nombres, depuis *une dixaine de mille*, jusqu'à *neuf dixaines de mille, neuf mille, neuf centaines, neuf dixaines* et *neuf*.

Pareillement, si lorsque l'on aura une unité de plus que ces *neuf dixaines de mille, neuf mille, etc.*, on forme des *centaines de mille* avec cette *unité* et ces *neuf dixaines de mille, neuf mille, etc.*, on pourra dénommer tous les nombres, depuis *une centaine de mille*, jusqu'à *neuf centaines de mille, neuf dixaines de mille, neuf mille, neuf centaines, neuf dixaines* et *neuf*.

Cinquièmement, enfin que l'on continueroit de la même manière à dénommer tous les autres nombres, comme on le voit par le tableau de la numération, qui est à la fin de cet article.

Au lieu de ces expressions, *une dixaine, deux dixaines, trois dixaines, quatre dixaines, etc.*, *une centaine*, on se sert de celles-ci, *dix, vingt, trente, quarante, cinquante, soixante, soixante-dix, quatre-vingt, quatre vingt-dix* et *cent*.

De la manière de représenter les Nombres.

Au lieu d'écrire en toutes lettres ces mots, *un, deux, trois, quatre, cinq, six*, *sept*, *huit* et *neuf*, qui sont les noms primitifs de tous les nombres, on est convenu de les représenter par ces neuf caractères, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, et 9 (1), auxquels on a donné le nom de *chiffres*.

Et, pour faire connoître si les nombres que ces caractères représentent, sont des *unités*, ou des *dixaines*, ou des *centaines*, ou des *mille*, ou *etc.*, on est aussi convenu que les *unités* seroient représentées par un de ces caractères écrit seul; que les *dixaines* le seroient par un de ces caractères qui en précéderoit un seul autre; que les *centaines* le seroient par un de ces caractères qui en précéderoit deux autres; que les *mille* le seroient par un de ces mêmes caractères qui en précéderoit trois autres; et ainsi de suite. Par conséquent, chaque chiffre a deux valeurs; savoir, une qui est *absolue*, et une autre qui est *relative*.

Par exemple, ce chiffre 4 présente toujours l'idée de quatre choses, quelles qu'elles soient; et c'est cette valeur qui est constante, que l'on appelle valeur *absolue*. Mais ces quatre choses sont, ou quatre *unités*, ou quatre *dixaines*, ou quatre *centaines*, ou *etc.*, suivant le rang auquel ce chiffre 4 est placé; et c'est cette autre valeur qui est variable, que l'on nomme valeur *relative*.

Enfin, il faut souvent représenter des

(1) Ces neuf caractères sont des lettres de l'alphabet arabe, un peu défigurées.

dixaines, des *centaines*, des *mille*, *etc.*; et quelques-unes des espèces inférieures (1), ou même toutes ces espèces, manquent; par exemple, on veut représenter des *dixaines*, et l'on n'a point d'*unités*; des *centaines*, et l'on n'a ni *unités* ni *dixaines*; ou l'on a des *unités* et l'on n'a point de *dixaines*, ou des *dixaines* et point d'*unités*. Alors on marque le rang de chaque espèce qui manque, par ce caractère o, que l'on appelle *un zéro*.

Par exemple, si n'ayant point d'*unités*, on veut représenter *quatre dixaines*, on écrit un o à la place que les unités occuperoient si l'on en avoit; et le chiffre 4, se trouvant par ce moyen au second rang, exprime des *dixaines*, et l'on écrit 40.

Pareillement, si n'ayant ni *unités* ni *dixaines*, on veut représenter *quatre centaines*, on écrit deux o, savoir, l'un à la place des unités, et l'autre au rang des dixaines; et le chiffre 4, qui par ce moyen se trouve au troisième rang, exprime des *centaines*, et l'on écrit 400.

Enfin, si l'on veut représenter ce nombre, par exemple, *quatre cents cinq*, on écrit un 5 à la place des unités, un o au rang des dixaines, et un 4 à celui des cen-

(1) Les unités sont des *espèces inférieures* relativement aux dixaines, aux centaines, aux mille, etc.; les dixaines en sont relativement aux centaines, aux mille, aux dixaines de mille, etc; et ainsi de suite.

taines, en cette manière, 405. Or, il en seroit de même de tout autre exemple.

Ainsi, dans tous les cas auxquels quelques-unes des espèces inférieures, ou même toutes les espèces inférieures, manquent, le zéro est un caractère qui sert à déterminer le rang que chaque chiffre doit occuper, relativement au nombre qu'il doit exprimer.

TABLEAU de la Numération.

37. 904. 863. 621. 704. 638.

3	7.	9	0	4.	8	6	3.	6	2	1.	7	0	4.	6	3	8.
Dixaines de quatrillions, &c.	Unités de quatrillions.	Centaines de trillions.	Dixaines de trillions.	Unités de trillions.	Centaines de billions.	Dixaines de billions.	Unités de billions	Centaines de millions.	Dixaines de millions.	Unités de millions.	Centaines de mille.	Dixaines de mille.	Unités de mille.	Centaines d'unités.	Dixaines d'unités.	Unités.

Si l'on réfléchit avec quelque attention à tout l'art qu'il y a dans cette manière si simple de dénommer tous les nombres avec aussi peu de noms, et de les représenter avec aussi peu de caractères, on verra que ce ne peut être qu'un génie du premier ordre qui en ait été l'auteur.

Quoique nous nous soyons proposé de n'enseigner ici de toute l'arithmétique, que ce qu'un Arpenteur et un Toiseur sont indispensablement obligés d'en savoir pour l'exercice de leur profession, nous avons cependant traité avec assez d'étendue de tout ce qui concerne la numération, parce que, si l'on n'en a pas une connoissance exacte, on ne peut jamais avoir que des idées fort obscures de tout le calcul, dont elle est le principe fondamental.

ARTICLE II.

De l'Addition.

AJOUTER ensemble plusieurs nombres, c'est en chercher un qui exprime seul la valeur de tous ces nombres. Le résultat s'appelle *somme*. La règle qui enseigne la manière de le trouver se nomme l'*addition*. Elle est *incomplexe* ou *complexe*, selon que les nombres qu'il faut additionner sont de même espèce ou de différente espèce. On apprendra par les exemples suivants, à faire l'une et l'autre.

De l'Addition incomplèxe.

Premier Exemple. Il faut ajouter ensemble les nombres suivants, 9658, 839, 7692 et 3720.

On commence par écrire ces nombres les uns au-dessous des autres, de manière que les unités soient sous les unités, les dixaines sous les dixaines, les centaines sous les centaines, etc. Car il faut inviolablement observer de ne jamais comparer entr'elles que des choses de même dénomination. On tire ensuite au dessous de ces nombres une ligne horizontale, comme on le voit ici.

$$\begin{array}{r} 9658 \\ 839 \\ 7692 \\ 3720 \\ \hline 21909 \end{array}$$

Lorsque cela est fait, on ajoute successivement les unités aux unités, les dixaines aux dixaines, les centaines aux centaines, etc., en disant: 8 unités et 9 unités font 17 unités; 17 unités et 2 unités font 19 unités. Or, 19 unités valent une dixaine et 9 unités. Ainsi l'on écrit un 9 au dessous des unités, et l'on retient la dixaine pour la joindre aux dixaines précédentes.

On dit ensuite: une dixaine que l'on vient de retenir et 5 dixaines font 6 dixaines; 6 dixaines et 3 dixaines font 9 dixaines; 9 dixaines et 9 dixaines font 18 dixaines; 18 dixaines et 2 dixaines font 20 dixaines. Or, 20 dixaines valent précisément 2 centaines. Ainsi l'on écrit un 0 au-dessous des dixaines, pour marquer qu'il n'y en a point, et l'on retient les 2 centaines pour les joindre aux autres centaines.

On passe ensuite à la colonne des centaines, et l'on dit: 2 centaines que l'on vient de retenir et 6 centaines font 8 centaines; 8 centaines et 8 centaines font 16 centaines; 16 centaines et 6 centaines font 22 centaines; 22 centaines et 7 centaines font 29 centaines. Or, 29 centaines valent 2 mille et 9 centaines. Ainsi, l'on écrit un 9 au-dessous des centaines, et l'on retient les 2 mille pour les joindre aux autres mille.

Enfin, on passe à la colonne des mille, et l'on dit : 2 mille que l'on vient de retenir et 9 mille font 11 mille; 11 mille et 7 mille font 18 mille ; 18 mille et 3 mille font 21 mille. Or 21 mille valent deux dixaines de mille et 1 mille. Ainsi l'on écrit un 1 au-dessous des mille ; et comme il n'y a plus d'autres nombres à additionner, on écrit un 2 au rang des dixaines de mille.

Par conséquent, les quatre nombres proposés étant pris ensemble, valent 21,909 ; ou, ce qui exprime la même chose, la *somme* de ces quatre nombres est 21,909.

Second Exemple. On propose de trouver la somme des cinq nombres suivants, 7329, 4573, 6237, 916 et 75.

$$\begin{array}{r}7329\\4573\\6237\\916\\75\\\hline 19130\end{array}$$

Après avoir disposé ces nombres de la manière dont on a dit dans l'exemple précédent qu'il le falloit faire, et comme on le voit ci-à-côté, on ajoute de même les unités aux unités, les dixaines aux dixaines, etc., en disant : 9 unités et 3 unités font 12 unités ; 12 unités et 7 unités font 19 unités; 19 unités et 6 unités font 25 unités;

25 unités et 5 unités en font 30. Or, 30 unités valent précisément 3 dixaines. Ainsi, l'on écrit un 0 au-dessous des unités, pour indiquer qu'il n'y en a point, et l'on retient les 3 dixaines pour les joindre aux autres dixaines.

On dit ensuite : 3 dixaines que l'on vient de retenir et 2 dixaines font 5 dixaines ; 5 dixaines et 7 dixaines font 12 dixaines ; 12 dixaines et 3 dixaines font 15 dixaines ; 15 dixaines et 1 dixaine font 16 dixaines ; 16 dixaines et 7 dixaines font 23 dixaines. Or, 23 dixaines valent 2 centaines et 3 dixaines. Ainsi, l'on écrit un 3 au-dessous des dixaines, et l'on retient 2 centaines pour les joindre aux centaines de la colonne précédente.

On passe ensuite à cette troisième colonne, et l'on dit : 2 centaines que l'on vient de retenir et 3 centaines font 5 centaines ; 5 centaines et 5 centaines font 10 centaines ; 10 centaines et 2 centaines font 12 centaines ; 12 centaines et 9 centaines font 21 centaines. Or, 21 centaines valent 2 mille et 1 centaine. Ainsi, l'on écrit un 1 au-dessous des centaines, et l'on retient 2 mille pour les ajouter aux mille précédents.

Enfin on passe à la colonne des mille, et l'on dit : 2 mille que l'on vient de retenir et 7 mille font 9 mille ; 9 mille et 4 mille font 13 mille ; 13 mille et 6 mille font 19 mille. Or, 19 mille valent 9 mille et une dixaine de mille. Ainsi, l'on écrit un 9 au-dessous des mille ; et comme il n'y a plus d'autres nombres à additionner, on écrit un 1 au rang des dixaines de mille.

Par conséquent, la somme des cinq nombres proposés est 19,130.

De l'Addition complexe.

Pour faire ces sortes de règles, il faut savoir *premièrement*, que la livre se partage en 20 parties égales que l'on nomme des *sous*, et chaque sou en 12 parties égales, que l'on appelle des *deniers*. Ainsi 12 deniers font 1 sou, et 20 sous font une livre.

Secondement, que la toise se divise en 6 parties égales que l'on nomme des *pieds* ; chaque pied, en 12 parties égales que l'on nomme des *pouces* ; chaque pouce en 12 parties égales que l'on nomme des *lignes* ; enfin chaque ligne, en 12 parties égales, que l'on appelle des *points*. Ainsi 12 points font une ligne, 12 lignes font un pouce, 12 pouces font un pied, et 6 pieds font une toise. Cela posé :

Premier Exemple. On propose d'ajouter ensemble les quatre sommes suivantes, 9275l. 17 s. 9 d., 1839l. 9 s. 7 d., 464 l. 18 s. 10 d., et 703l. 12 s. 8 d.

Après avoir écrit ces sommes les unes au-dessous des autres, de manière que les deniers soient sous les deniers, les sous sous les sous, et les livres sous les livres, comme on le voit ci-à-côté, on ajoute les deniers aux deniers, les sous aux sous, et les livres aux livres, en disant : 9 deniers

9275 l.	17 s.	9 d.
1839	9	7
464	18	10
703	12	8
12283 l.	18 s.	10 d.

et 7 deniers font 16 deniers ; 16 deniers et 10 deniers font 26 deniers ; 26 deniers et 8 deniers font 34 deniers. Or, 34 deniers valent 2 sous et 10 deniers. Ainsi, l'on écrit 10 deniers au-dessous de la colonne des deniers, et l'on retient 2 sous pour les ajouter aux autres sous.

On passe ensuite à la colonne des unités de sous : et l'on dit : 2 sous que l'on vient de retenir et 7 sous font 9 sous ; 9 sous et 9 sous font 18 sous ; 18 sous et 8 sous font 26 sous ; 26 sous et 2 sous font 28 sous. Or, 28 sous valent 8 sous et 2 dixaines de sous. Ainsi, l'on écrit un 8 au-dessous des unités de sous, et l'on retient 2 dixaines de sous pour les joindre aux dixaines précédentes.

On passe à la colonne des dixaines de sous, et l'on dit : 2 dixaines que l'on vient de retenir et une dixaine font 3 dixaines ; 3 dixaines et une dixaine font 4 dixaines ; 4 dixaines et une dixaine font 5 dixaines. Or, 5 dixaines de sous valent une dixaine de sous et 2 livres. Ainsi, l'on écrit un 1 au rang des dixaines de sous, et l'on retient 2 livres pour les ajouter aux livres précédentes.

Enfin, on passe à la colonne des unités de livres, et l'on dit : 2 livres que l'on vient de retenir et 5 livres font 7 livres ; 7 livres et 9 livres font 16 livres ; 16 livres et 4 livres font, etc. ; et l'on continue d'ajouter les autres nombres, comme on a enseigné à le faire dans les exemples précédents.

Ainsi, la somme des cinq nombres proposés est 12,283 l. 18 s. 10 d.

Il faut remarquer que les deniers, de même que les pouces, les lignes, etc. ne se comptent point par dixaines, mais par douzaines. Ainsi, il faut ajouter leur nombre tel qu'il est, c'est-à-dire, sans le partager en dixaines et en unités. C'est par cette raison que, dans cet exemple, en ajoutant les deniers, on a dit, 16 *deniers et 10 deniers font 26 deniers*.

Second Exemple. On demande combien de toises, pieds, pouces et lignes font les quatre nombres suivans, 624 toises 4 pieds 8 pouces 6 lignes ; 312 toises 5 pieds 7 pouces 11 lignes ; 164 toises 0 pieds 2 pouces 5 lignes ; et 25 toises 3 pieds 11 pouces 10 lignes ?

Après avoir écrit ces quatre nombres les uns au-dessous des autres, de manière que les lignes soient sous les lignes, les pouces sous les pouces, les pieds sous les pieds, et les toises sous les toises, comme on le voit ci-dessus,

624 t.	4 p.	8 p.	6 l.
312	5	7	11
164	0	2	5
23	3	11	10
1125 t.	2 p.	6 p.	8 l.

on ajoute les lignes aux lignes, les pouces aux pouces, les pieds aux pieds et les toises aux toises, en disant : 6 lignes et 11 lignes font 17 lignes ; 17 lignes et 5 lignes font 22 lignes ; 22 lignes et 10 lignes font 32 lignes. Or, 32 lignes valent 2 pouces et 8 lignes. Ainsi, l'on écrit un 8 au-dessous de la colonne des lignes, et l'on retient 2 pouces pour les ajouter aux pouces précédents.

On passe à la colonne des pouces, et l'on dit : 2 pouces que l'on vient de retenir et 8 pouces font 10 pouces ; 10 pouces et 7 pouces font 17 pouces ; 17 pouces et 2 pouces font 19 pouces ; 19 pouces et 11 pouces font 30 pouces. Or, 30 pouces valent 2 pieds et 6 pouces. Ainsi, l'on écrit un 6 au-dessous de la colonne des pouces ; et l'on retient 2 pieds pour les ajouter aux autres pieds.

On passe ensuite à la colonne des pieds, et l'on dit : 2 pieds que l'on vient de retenir et 4 pieds font 6 pieds ; 6 pieds et 5 pieds font 11 pieds; 11 pieds et 3 pieds font 14 pieds. Or, 14 pieds valent 2 toises et 2 pieds. Ainsi, l'on écrit 2 pieds au-dessous de la colonne des pieds, et l'on retient 2 toises pour les ajouter aux toises précédentes.

Enfin, on passe à la colonne des unités de toises, et l'on dit: 2 toises que l'on vient de retenir et 4 toises font 6 toises; 6 toises et 2 toises font 8 toises; et le reste comme dans les exemples précédents.

Ainsi la somme demandée est 1125 toises 2 pieds 6 pouces et 8 lignes.

Les quatre exemples précédents suffisent pour enseigner la manière d'ajouter ensemble toutes sortes de choses, lorsque l'on sait en combien de parties égales chacune de ces choses se divise.

De la Preuve de l'Addition.

La manière la plus ordinaire de faire la preuve de l'addition, c'est d'additionner une seconde fois les mêmes nombres proposés, mais de le faire dans un ordre renversé; c'est-à-dire, que si pour faire la première addition on a compté en allant du haut de chaque colonne au bas; pour faire la seconde, il faut compter en allant du bas de la colonne au haut. Si l'on ne s'est point trompé, les deux additions donneront précisément la même somme.

ARTICLE III.

De la Soustraction.

OTER un petit nombre d'un plus grand, c'est chercher un nombre qui exprime de combien le plus petit *diffère* du plus grand; et par conséquent, de combien le plus grand *surpasse* le plus petit. Le résultat s'appelle, *reste*, ou *excès*, ou *différence*. La règle qui enseigne la manière de le trouver, se nomme la *soustraction*. Elle est incomplexe ou complexe, de même que l'addition, et par les mêmes raisons. Les exemples suivants enseignent la manière de faire l'une et l'autre.

De la Soustraction incomplexe.

Premier Exemple. On propose de retrancher 4653 de 7859.

De	7859
ôtez	4653
il reste	3206

Après avoir écrit le plus petit nombre au-dessous du plus grand, de manière que les unités soient sous les unités, les dixaines sous les dixaines, etc. comme on le voit ci-à-côté, on retranche les unités des unités, les dixaines des dixaines, etc. en disant : de 9 unités ôtez 3 unités, il reste 6 unités. Ainsi, l'on écrit un 6 au-dessous des unités.

On retranche ensuite les dixaines des dixaines, en disant : de 5 dixaines ôtez 5 dixaines, il ne reste rien. Ainsi, l'on écrit un 0 au-dessous des dixaines, pour indiquer qu'il n'y en a point.

On passe aux centaines, et l'on dit : de 8 centaines ôtez 6 centaines, il reste 2 centaines. Ainsi, l'on écrit un 2 au dessous des centaines.

Enfin, on passe aux mille, et l'on dit : de 7 mille ôtez 4 mille, il reste 3 mille. Ainsi, l'on écrit un 3 au rang des mille, et l'opération est finie.

Par conséquent, 7859 surpassent 4653 de 3206 ; ou, ce qui est la même chose, la différence de 4653 à 7859, est 3206.

Second Exemple. Si de 3947 on retranche 562, combien reste-t-il ?

De	3947
ôtez	562
il reste	3385

Après avoir écrit le plus petit de ces deux nombres au-dessous du plus grand, comme on le voit ci-à-côté, on dit, de même que dans l'exemple précédent : de 7 unités ôtez 2 unités, il reste 5 unités. Ainsi, l'on écrit un 5 au-dessous des unités.

On passe ensuite aux dixaines, et l'on dit : de 4 dixaines ôtez 6 dixaines, cela n'est pas possible. Ainsi, l'on prend une des 9 centaines qui précèdent ces 4 dixaines, laquelle centaine on ajoute à ces 4 dixaines, ce qui fait 14 dixaines; et l'on dit ensuite: de 14 dixaines ôtez 6 dixaines, il reste 8 dixaines. Ainsi, l'on écrit un 8 au-dessous des dixaines.

Comme on a pris une centaine sur les 9 centaines qui précèdent les 4 dixaines dont il s'agit, il faudroit de ces 9 centaines retrancher premièrement cette centaine, et du reste, qui est 8 centaines, retrancher ensuite les 5 centaines qui sont au-dessous. Mais au lieu de faire successivement ces deux soustractions, on retranche tout d'un coup 6 centaines de ces 9 centaines; et il en reste 3, que l'on écrit au rang des centaines (1).

Enfin on passe aux mille, et l'on dit: de 3 mille n'ôtez rien, il reste 3 mille. Ainsi, l'on écrit un 3 au-dessous des mille, et la soustraction est faite.

Par conséquent, le reste demandé est 3385.

Troisième Exemple. Il faut retrancher 7438 de 42005.

(1) Il est évident que retrancher premièrement 1 d'un nombre quelconque, et retrancher ensuite 5 du reste, c'est la même chose que de retrancher tout d'un coup 6 du même nombre. Ce qu'il faut bien comprendre, parce que nous en ferons toujours usage dans la suite.

Après

Après avoir écrit le plus petit de ces deux nombres au-dessous du plus grand, comme on le voit ci-à-côté, on dit : de 5 unités ôtez 8 unités, cela est impossible. Ainsi, l'on prend une dixaine sur les 200 dixaines qui précèdent ces 5 unités, laquelle dixaine on ajoute à ces 5 unités, ce qui fait 15 unités ; et l'on dit ensuite : de 15 unités ôtez 8 unités, il reste 7 unités, que l'on écrit sous les unités.

De	42005
ôtez	7438
il reste	34567

Comme on a pris une dixaine sur les 200 dixaines qui précèdent les 5 unités dont il s'agit, il faudroit de ces 200 dixaines retrancher premièrement cette dixaine, et du reste retrancher ensuite les 3 dixaines du nombre à soustraire. Mais on laisse subsister ces 200 dixaines en entier ; et, par les mêmes raisons que l'on a dites dans l'exemple précédent, on augmente d'une dixaine les 3 dixaines du nombre qu'il faut soustraire. Ainsi, au lieu de 3 dixaines, ce seront 4 dixaines que l'on aura à ôter.

On passe aux dixaines, et l'on dit : de 0 dixaines ôtez 4 dixaines, cela est impossible. Ainsi, l'on prend une centaine sur les 20 centaines qui précèdent le rang des dixaines, laquelle centaine vaut 10 dixaines ; et l'on dit ensuite : de dix dixaines ôtez 4 dixaines, il reste 6 dixaines, que l'on écrit au rang des dixaines. Or, par les mêmes raisons que ci-dessus, au lieu de 4 centaines qu'il auroit fallu soustraire de 20 centaines, il faudra en soustraire 5.

On passe ensuite aux centaines, et l'on dit: de 0 centaines ôtez 5 centaines, cela n'est point possible. Ainsi, l'on prend un mille sur les 2 mille qui précèdent le rang des centaines, lequel mille vaut dix centaines; et l'on dit ensuite: de 10 centaines ôtez 5 centaines, il reste 5 centaines, que l'on écrit au rang des centaines. Or, au lieu de 7 mille qu'il auroit fallu soustraire de 42 mille, il faudra en soustraire 8. On passe ensuite aux mille, et l'on dit: de 2 mille ôtez 8 mille cela est impossible. Ainsi l'on prend une des 4 dixaines de mille qui précèdent ces 2 mille, laquelle dixaine de mille on ajoute aux 2 mille, ce qui fait 12 mille; et l'on dit: de 12 mille ôtez 8 mille, il reste 4 mille, que l'on écrit au rang des mille.

Enfin, de 4 dixaines de mille, on ôte la dixaine de mille que l'on vient d'ajouter aux deux mille suivants; et il reste 3 dixaines de mille, que l'on écrit au-dessous des dixaines de mille.

Par conséquent, si de 42.005 on retranche 7.438, le reste est 34.567.

De la Soustraction complexe.

Premier Exemple. Un particulier devoit 1375 l. 18 s. 10 d.; il a payé à compte sur cette somme celle de 843 l. 13 s. 6 d. Combien redoit-il encore?

Après avoir écrit la paye au-dessous de la dette, de manière que les deniers soient sous les deniers, les sous sous les sous et les livres sous les livres, comme on le voit ci-dessous:

Dette.	1375 l.	18 s.	10 d.
Paye.	843	13	6
Reste.	532 l.	5 s.	4 d.

on dit: de 10 deniers ôtez 6 deniers, il reste 4 deniers. Ainsi l'on écrit un 4 au-dessous des deniers.

On passe aux sous, et l'on dit: de 18 sous ôtez 13 sous, il reste 5 sous. Ainsi, l'on écrit un 5 au-dessous des sous.

Enfin on passe aux livres, et l'on en fait la soustraction, comme on a enseigné à la faire par les exemples précédents.

Par conséquent, il reste encore à payer 532 livres 5 sous 4 deniers.

Second Exemple. Un négociant avoit dans sa caisse 17923 l. 4 s. 6 d.; il en a tiré 8471 l. 17 s. 9 d. pour payer différentes lettres. Combien y reste-t-il encore?

Après avoir écrit le plus petit nombre au-dessous du plus grand, comme ici,

De	17923 l.	4 s.	6 d.
ôtez	8471	17	9
il reste	9451 l.	6 s.	9 d.

on dit : de 6 deniers ôtez-en 9, cela est impossible. Ainsi, l'on prend un sou sur les 4 sous qui précèdent ces 6 deniers, lequel sou on ajoute aux 6 deniers suivants, ce qui fait 18 deniers. On dit ensuite : de 18 deniers ôtez 9 deniers, il reste 9 deniers, que l'on écrit au-dessous des deniers.

Comme on a pris un sou sur les 4 sous qui précèdent les 6 deniers dont il s'agit, il faudroit de ces 4 sous en retrancher premièrement ce sou, et du reste retrancher ensuite les 17 sous qui sont au-dessous. Mais au lieu de faire successivement ces deux soustractions, on retranche tout d'un coup 18 sous, en disant : de 4 sous ôtez 18 sous, cela est impossible. Ainsi, on prend une des 3 livres qui précèdent ces 4 sous, laquelle livre on ajoute à ces 4 sous, ce qui fait 24 sous ; et l'on dit : de 24 sous ôtez 18 sous, il reste 6 sous, que l'on écrit au rang des sous.

On passe ensuite aux livres ; et au lieu d'ôter des 3 livres qui y sont écrites, premièrement la livre que l'on vient d'en emprunter pour l'ajouter aux 4 sous suivants, et de retrancher ensuite du reste la livre qui est au dessous de ces trois livres, on en retranche tout d'un coup 2 livres, en disant: de 3 livres ôtez 2 livres, il reste une livre. Ainsi, l'on écrit un 1 au-dessous des unités de livres. On achève ensuite la règle, comme on doit avoir appris à le faire par les exemples précédents.

Par conséquent, il doit encore rester dans la caisse de ce négociant, 9.451 livres 6 sous 9 deniers.

Troisième Exemple. De 3000 l. il faut ôter 853 l. 7 s. 9 d. Combien restera-t-il?

Après avoir écrit les deux nombres proposés comme on le voit ci-dessous,

De	3000 l.	s.	d.
ôtez	853	7	9
il reste	2146 l.	12 s.	3 d.

on dit: de 0 deniers ôtez 9 deniers, cela est impossible. Ainsi, l'on emprunte un sou, c'est-à-dire, 12 deniers, et l'on dit: de 12 deniers ôtez 9 deniers, il en reste 3, que l'on écrit au rang des deniers. Mais, comme on a emprunté un sou, ce seront 8 sous au lieu de 7 sous qu'il faudra soustraire de 3000 livres.

On passe au rang des sous, et l'on dit: de 0 sous ôtez 8 sous, cela n'est pas possible. Ainsi, l'on emprunte une livre, c'est-à-dire, 20 sous, et l'on dit: de 20 sous ôtez 8 sous, il reste 12 sous, que l'on écrit au rang des sous. Or, comme on a emprunté une livre, ce seront 854 livres au lieu de 853 qu'il faudra soustraire de 3000 livres.

On passe aux unités de livres, et l'on dit : de 0 livres ôtez 4 livres, cela est impossible. Ainsi, l'on emprunte une dixaine, c'est à-dire, dix unités, et l'on dit : de 10 unités ôtez 4 unités, il en reste 6, que l'on écrit au rang des unités. Or, comme on a emprunté une dixaine, ce seront 860 dixaines au lieu de 850, qu'il faudra soustraire de 300 dixaines.

On passe ensuite aux dixaines, et l'on dit : de 0 dixaines ôtez 6 dixaines, cela ne se peut point. Ainsi l'on emprunte une centaine, c'est-à-dire, 10 dixaines; et l'on dit: de 10 dixaines ôtez 6 dixaines, il reste 4 dixaines, que l'on écrit au rang des dixaines. Or, comme on a emprunté une centaine, ce seront 9 centaines au lieu de 8 qu'il faudra soustraire de 30 centaines.

Enfin, on passe aux centaines, et l'on dit : de 0 centaines ôtez 9 centaines, cela n'est pas possible. Ainsi l'on emprunte un mille, c'est-à-dire, 10 centaines, et l'on dit: de dix centaines ôtez 9 centaines, il reste une centaine. Ainsi, l'on écrit un 1 au rang des centaines. Or, comme on a emprunté un mille, on le soustrait des 3 mille qui l'ont prêté, et l'on écrit au-dessous le reste 2 mille.

Par conséquent, le reste demandé est 2.146 livres 12 sous 3 deniers.

Quatrième Exemple. Enfin on propose de retrancher 432 toises 4 pieds 7 pouces, de 514 toises 2 pieds 3 pouces.

Après avoir écrit les deux nombres proposés comme on le voit ci-dessous,

De	514t	2pi	3po
ôtez	432	4	7
il reste	81t	3pi	8po

on dit : de 3 pouces ôtez 7 pouces, cela ne se peut point. Ainsi, l'on emprunte un pied, c'est-à-dire 12 pouces; on ajoute ensuite ces 12 pouces à ces 3 pouces, et l'on dit : de 15 pouces ôtez 7 pouces, il reste 8 pouces, que l'on écrit au rang des pouces. Mais, comme on a emprunté un pied, ce seront 5 pieds au lieu de 4, qu'il faudra soustraire.

On passe aux pieds, et l'on dit : de 2 pieds ôtez 5 pieds, cela est impossible. Ainsi, l'on emprunte une toise, laquelle, avec les deux pieds précédents, fait 8 pieds; et l'on dit : de 8 pieds ôtez 5 pieds, il reste 3 pieds, que l'on écrit au rang des pieds. Mais comme on a emprunté une toise, ce seront 3 toises au lieu de 2 qu'il faudra soustraire. Le reste, comme on a appris à le faire par les exemples précédents.

Ainsi, la différence demandée est 81 toises 3 pieds 8 pouces.

De la Preuve de la Soustraction.

Pour faire la preuve de la soustraction, on ajoute le reste au plus petit nombre ; et si la somme est égale au plus grand nombre, on est sûr que l'on ne s'est point trompé.

ARTICLE IV.

De la Multiplication.

MULTIPLIER un nombre par un autre, c'est chercher un nombre qui soit autant de fois le nombre à multiplier qu'il y a d'unités dans celui par lequel on le multiplie. La règle qui enseigne la manière de le trouver, se nomme la *multiplication*. Elle est incomplexe ou complexe, de même que l'addition et la soustraction. Le nombre à multiplier s'appelle le *multiplicande*, celui par lequel on multiplie, se nomme le *multiplicateur*, et les deux ensemble s'appellent les *produisants*, les *facteurs* et les *racines*. Enfin, le nombre qui résulte de la multiplication du multiplicande par le multiplicateur, se nomme le *produit*. Mais, avant que d'enseigner la manière dont on doit s'y prendre pour faire cette règle, il faut remarquer,

Premièrement, que pour multiplier par 10 un nombre quelconque, par exemple ce nombre 24, il ne faut qu'écrire un 0 à sa droite; y en écrire deux pour le multiplier par 100; y en écrire trois, pour le multiplier par 1000; et ainsi de suite, comme on peut le voir par cet exemple, 240, 2400, 24000, etc. Ce qui est conforme à ce que l'on a dit à l'article de la numération.

Secondement, qu'un produit est toujours de même genre que le multiplicande. Ce qui est évident, puisqu'un produit n'est jamais que le multiplicande pris un certain nombre de fois, ou une partie du multiplicande.

Troisièmement, qu'un multiplicateur ne doit jamais être considéré que comme un nombre abstrait, et qui ne fait qu'indiquer ce qu'il faut faire du multiplicande. Si ayant à payer, par exemple, 4 toises d'ouvrage, à raison de 12 livres pour chaque toise, on veut savoir combien il faut donner d'argent pour ces 4 toises, on ne diroit pas 4 toises de fois 12 livres, parce que cela n'auroit aucun sens. Mais on feroit ce raisonnement : puisque chaque toise vaut 12 livres, les 4 toises valent 4 fois 12 livres, ce qui fait 48 livres; où il faut bien remarquer que le nombre 4 des toises ne fait qu'indiquer qu'il faut prendre 4 fois le multiplicande 12.

Quatrièmement. Enfin, qu'il faut s'appliquer à retenir par cœur, le plutôt possible, le produit des deux nombres multipliés l'un par l'autre, depuis 2 fois 2 jusqu'à 9 fois 12 inclusivement. On pourra, en attendant, le connoître par la Table suivante, en observant de le chercher toujours par le plus petit des deux produisants, lorsqu'ils sont inégaux. Si l'on veut savoir par cette table combien font, par exemple, 8 fois 6, il faut y chercher 6 fois 8, et vis-à-vis on trouve 48 pour le produit de ces deux nombres.

TABLE de Multiplication.

2 fois

2	font	4
3		6
4		8
5		10
6		12
7		14
8		16
9		18

2 fois

10	font	20
11		22
12		24

3 fois

3	font	9
4		12
5		15

3 fois

6	font	18
7		21
8		24
9		27
10		30
11		33
12		36

4 fois

4	font	16
5		20
6		24
7		28
8		32
9		36
10		40
11		44
12		48

5 fois

5	font	25
6		30
7		35
8		40
9		45
10		50
11		55
12		60

6 fois

6	font	36
7		42
8		48
9		54
10		60
11		66
12		72

7 fois

7	font	49
8		56
9		63
10		70
11		77
12		84

8 fois

8	font	64

8 fois

9	font	72
10		80
11		88
12		96

9 fois

9	font	81
10		90
11		99
12		108

Nous n'avons porté cette table que jusqu'à 9 fois 12, parce que l'on vient de voir que pour connoître quel est le produit d'un nombre quelconque multiplié par 10, il n'y a qu'à supposer un o écrit à la droite de ce nombre; et que tout ce qu'il suffit de retenir de plus, c'est que 11 fois 11 produisent 121.

De la Multiplication incomplexe.

Premier Exemple. On propose de multiplier 3967 par 4.

Il s'agit de prendre 4 fois 3967. Mais, comme il n'est pas possible de le faire tout d'un coup, on le fait par parties. Pour cet effet, on écrit le multiplicande 4 au-dessous du multiplicateur 3967; et après avoir tiré une ligne horizontale, comme on le voit ci-à-côté, on dit: 4 fois 7 unités font 28 unités. Or, 28 unités valent 2 dixaines et 8 unités. Ainsi, l'on écrit un 8 au-dessous des unités, et l'on retient les deux dixaines pour les ajouter au produit des dixaines précédentes.

$$\begin{array}{r} 3967 \\ 4 \\ \hline 15868 \end{array}$$

On passe aux dixaines, et l'on dit: 4 fois 6 dixaines font 24 dixaines, qui avec les 2 dixaines que l'on a retenues, en font 26. Or, 26 dixaines valent 2 centaines et 6 dixaines. Ainsi, l'on écrit un 6 au rang des dixaines, et l'on retient les 2 centaines pour les ajouter au produit des autres centaines.

On passe ensuite aux centaines, et l'on dit : 4 fois 9 centaines font 36 centaines, lesquelles avec les 2 centaines que l'on a retenuès, font 38 centaines. Or, 38 centaines valent 3 mille et 8 centaines. Ainsi, l'on écrit un 8 au rang des centaines, et l'on retient les trois mille pour les ajouter au produit des autres mille.

Enfin, on passe aux mille, et l'on dit : 4 fois 3 mille font 12 mille, qui avec les 3 mille que l'on a retenus, en font 15. Ainsi, l'on écrit un 5 au rang des mille, et un 1 à celui des dixaines de mille, et la multiplication est faite.

Par conséquent, le produit de 3.967 multipliés par 4, est 15.868 ; ou, ce qui est la même chose, 4 fois 3.967 valent 15.868.

Second Exemple. Quel est le produit de 8695 multipliés par 73 ?

Il s'agit de prendre 73 fois 8695. Mais, comme on ne peut pas le faire tout d'un coup, on le fait par parties. Ainsi l'on commence par le prendre 3 fois, de la même manière dont on a dit qu'il falloit le faire dans l'exemple précédent; et on le prendra ensuite 70 fois.

Pour cet effet, on écrit le multiplica-

```
  8695
    73
------
 26085
60865.
------
634735
```

leur au-dessous du multiplicande, comme on le voit ci-à-côté, et l'on dit : 3 fois 5 unités en font 15. Ainsi, l'on écrit un 5 au rang des unités, et l'on retient une dixaine. On dit ensuite : 3 fois 9 dixaines font 27 dixaines, qui avec celle que l'on a retenue, en font 28. Ainsi l'on écrit un 8 au rang des dixaines, et l'on retient les 2 centaines.

On passe aux centaines, et l'on dit : 3 fois 6 centaines font 18 centaines, lesquelles, avec les 2 que l'on a retenues, en font 20. Or, 20 centaines valent précisément 2 mille. Ainsi, l'on écrit un 0 au rang des centaines, pour indiquer qu'il n'y en a point, et l'on retient 2 mille. Enfin, on passe aux mille, et l'on dit : 3 fois 8 mille font 24 mille, lesquels avec les 2 mille que l'on a retenus, en font 26. Ainsi, l'on écrit un 6 au rang des mille, et un 2 à celui des dixaines de mille.

Il s'agit à présent de prendre 70 fois 8695. Mais cela seroit trop difficile. Ainsi, on le prend seulement 7 fois. Et comme le produit seroit 10 fois trop petit, on en écrit les unités au rang des dixaines, les dixaines à celui des centaines, et ainsi de suite ; et par ce moyen on le rend 10 fois plus grand. Ainsi, l'on dit : 7 fois 5 unités font 35 unités. Or, 35 unités valent 3 dixaines et 5 unités. Ainsi, l'on écrit ces 5 unités au rang des dixaines, et l'*on* retient les 3 dixaines pour les ajouter au produit des dixaines précédentes.

On dit ensuite : 7 fois 9 dixaines font 63 dixaines, lesquelles avec les trois que l'on a retenues, font 66 dixaines. Or, 66 dixaines valent 6 centaines et 6 dixaines. Ainsi, l'on écrit ces 6 dixaines au rang des centaines, et l'on retient les 6 centaines pour les ajouter au produit des centaines précédentes. Et ainsi de suite.

Enfin, on ajoute ensemble les deux produits particuliers, qui sont 26.085 et 608.650, et leur somme 634.735 est le produit demandé.

Troisième Exemple. On propose de multiplier 7308 par 906.

Il s'agit de prendre 906 fois 7308. Mais comme on ne peut pas le faire tout d'un coup, on le fait par parties. Ainsi, l'on commence par le prendre 6 fois, de la manière dont on a dit qu'il falloit le faire dans les exemples précédents, et on le prendra ensuite 900 fois.

$$\begin{array}{r} 7308 \\ 906 \\ \hline 43848 \\ 65772\,.\,. \\ \hline 6621048 \end{array}$$

Pour cet effet, on écrit le multiplicateur au-dessous du multiplicande, comme on le voit ci-à-côté, et l'on dit : 6 fois 8 unités font 48 unités. Or, 48 unités valent 4 dixaines et 8 unités. Ainsi, l'on écrit un 8 au-dessous des unités, et l'on retient 4 dixaines pour les ajouter au produit des dixaines précédentes. On dit ensuite : 6 fois 0 ne font rien. Ainsi, l'on écrit au rang des dixaines les 4 que l'on a retenues, et l'on passe aux centaines, en disant : 6 fois 3 centaines font 18 centaines. Or, 18 centaines valent un mille et 8 centaines. Ainsi, l'on écrit un 8 au rang des centaines, et l'on retient un mille; etc.

Il s'agit à présent de prendre 900 fois 7308. Mais cela seroit trop difficile. Ainsi, on le prend seulement 9 fois; et comme le produit seroit 100 fois trop petit, on en écrit les unités au rang des centaines, les dixaines à celui des mille, et ainsi de suite, comme on le voit par l'exemple ci-dessus; et par ce moyen on rend ce produit 100 fois plus grand.

Enfin, on ajoute ensemble les deux produits particuliers, qui sont 43.848 et 6.577.200; et leur somme 6.621.048 est le produit des deux nombres proposés.

Quatrième Exemple. Enfin, si l'on multiplie 3045 par 2768, quel sera le produit?

Il s'agit de prendre 2768 fois 3045.

3045
2768
24360
18270.
21315..
6090...
8428560

Mais, comme on ne peut pas le faire tout d'un coup, on le fait par parties. Ainsi, l'on commence par le prendre 8 fois, de la manière dont on a enseigné à le faire dans le premier exemple. On le prend ensuite 60 fois, suivant ce qui est dit dans le second exemple. On le prend ensuite 700 fois, comme le troisième exemple enseigne à le faire. Enfin, on le prend 2000 fois, de la manière dont on doit conclure qu'il faut s'y prendre, par ce que l'on a dit dans le second exemple et dans le troisième.

On ajoute ensuite ensemble les quatre produits particuliers, qui sont 24360, 182700, 2131500 et 6090000 ; et leur somme 8.428.560 est le produit demandé.

De la Multiplication complexe.

Il y a plusieurs manières de faire les multiplications complexes. Mais, comme ces manières exigent la connoissance de principes qui ne peuvent point entrer dans un abrégé, nous allons seulement enseigner ici comment il faut s'y prendre pour faire ces sortes de règles, lorsque le multiplicateur est incomplexe, et ne surpasse point le nombre 12. Nous donnerons à la fin de l'article suivant, un moyen de les faire toutes, quelles qu'elles soient, sans avoir recours à d'autres principes que ceux que nous y établirons.

Premier Exemple. On demande quel est le produit de 759 liv. 18 s. 7 d. multipliés par 8; c'est-à-dire, combien de livres, de sous et de deniers, produisent 8 fois 759 l. 18 s. 7 deniers ?

759 l.	18 s.	7 d.
8		
6079 l.	8 s.	8 d.

Il s'agit de prendre 8 fois 759 livres 18 sous 7 deniers. Ainsi, après avoir écrit le multiplicateur au-dessous du multiplicande, comme on le voit ci-à-côté, on dit: 8 fois 7 deniers font 56 deniers. Or, 56 deniers valent 4 sous et 8 deniers. Ainsi, l'on écrit un 8 au rang des deniers, et l'on retient les 4 sous pour les ajouter au produit des sous précédents.

On dit ensuite: 8 fois 8 sous font 64 sous, lesquels avec les 4 que l'on vient de retenir, en font 68. Or, 68 sous valent 8 sous et 6 dixaines de sous. Ainsi, l'on écrit un 8 au rang des unités de sous, et l'on retient les 6 dixaines pour les ajouter au produit des dixaines de sous précédentes.

On passe aux dixaines de sous, et l'on dit: 8 fois une dixaine de sous font 8 dixaines de sous, lesquelles avec les 6 que l'on vient de retenir, font 14 dixaines de sous. Or, 14 dixaines de sous valent précisément 7 livres. Ainsi, l'on n'écrit rien au rang des dixaines de sous, et l'on retient les 7 livres pour les ajouter au produit des unités de livres.

Enfin, on passe aux unités de livres, et l'on dit : 8 fois 9 livres font 72 livres, lesquelles avec les 7 que l'on vient de retenir, font 79 livres. Or, 79 livres valent 9 livres et 7 dixaines de livres. Ainsi, l'on écrit un 9 au rang des unités de livres, et l'on retient les 7 dixaines pour les ajouter au produit des dixaines de livres précédentes. Le reste comme dans les exemples précédents.

Par conséquent, le produit des deux nombres proposés est 6079 livres 8 sous 8 deniers.

Second Exemple. On propose de multiplier 307 l. 7 s. 11 d. par 12.

Il s'agit de prendre 12 fois 307 livres 7 sous 11 deniers. Ainsi, après avoir écrit le multiplicateur au-dessous du multiplicande, comme on doit toujours le faire, et comme on le voit ci-à-côté, on

307 l.	7 s.	11 d.
12		
3688 l.	15 s.	0 d.

dit : 12 fois 11 produisent le même nombre que 11 fois 12 ; et par conséquent, 12 fois 11 deniers valent précisément 11 sous. Ainsi, l'on écrit un 0 au rang des deniers, et l'on retient les 11 sous pour les ajouter au produit des sous précédents.

On passe aux sous, et l'on dit: 12 fois 7 sous font 84 sous, lesquels avec les 11 que l'on vient de retenir, en font 95. Or, 95 sous valent 4 livres 15 sous. Ainsi, l'on écrit 15 au rang des sous, et l'on retient les 4 livres pour les ajouter au produit des unités de livres.

On passe ensuite aux unités de livres, et l'on dit; 12 fois 7 livres font 84 livres, lesquelles avec les 4 que l'on vient de retenir, font 88 livres. Or, 88 livres valent 8 livres et 8 dixaines de livres. Ainsi, l'on écrit un 8 au rang des unités de livres, et l'on retient les 8 dixaines de livres pour les ajouter au produit des dixaines de livres précédentes.

Enfin, on passe aux dixaines de livres, et l'on dit: 12 fois 0 ne font rien. Ainsi, l'on écrit au rang des dixaines de livres les 8 dixaines que l'on a retenues. Le reste comme dans les exemples précédents.

Par conséquent, le produit des deux nombres proposés, est 3.688 livres 15 sous 0 deniers.

Troisième Exemple. Combien de toises, pieds, pouces et lignes produisent 11 fois 94 toises 3 pieds 11 pouces 9 lignes?

Il s'agit de prendre 11 fois 94 toises 3 pieds 11 pouces 9 lignes. Ainsi, après avoir écrit le multiplicateur au-dessous du multiplicande, comme on le voit ci-à-côté, on dit : 11 fois 9 lignes font 99 lignes. Or, 99 lignes valent 8 pouces et 3 lignes. Ainsi, l'on écrit un 3 au rang des lignes, et l'on retient les 8 pouces pour les ajouter au produit des pouces précédents.

$$\begin{array}{llll} 94^{t} & 3^{pi} & 11^{po} & 9^{l} \\ 11 & & & \\ \hline 1041^{t} & 1^{pi} & 9^{po} & 3^{l} \end{array}$$

On passe à la colonne des pouces, et l'on dit : 11 fois 11 pouces font 121 pouces, lesquels avec les 8 que l'on vient de retenir, en font 129. Or, 129 pouces valent 10 pieds et 9 pouces. Ainsi, l'on écrit un 9 au rang des pouces, et l'on retient les 10 pieds pour les ajouter au produit des pieds précédents.

On passe à la colonne des pieds, et l'on dit : 11 fois 3 pieds font 33 pieds, lesquels avec les 10 que l'on vient de retenir, en font 43. Or, 43 pieds valent 7 toises et 1 pied. Ainsi, l'on écrit un 1 au rang des pieds, et l'on retient les 7 toises pour les ajouter au produit des unités de toises.

On passe ensuite à la colonne des unités de toises, et l'on dit : 11 fois 4 toises font 44 toises, lesquels avec les 7 que l'on vient de retenir, en font 51. Or, 51 toises valent une toise et 5 dixaines de toises. Ainsi l'on écrit un 1 au rang des unités de toises, et l'on retient les 5 dixaines pour les ajouter au produit des dixaines de toises précédentes.

Enfin, on passe à la colonne des dixaines de toises, et l'on dit : 11 fois 9 dixaines font 99 dixaines, lesquelles avec les 5 que l'on vient de retenir, en font 104. Or, 104 dixaines valent dix centaines et 4 dixaines. Ainsi, l'on écrit un 4 au rang des dixaines de toises, et l'on retient les 10 centaines. Mais, comme 10 centaines valent précisément un mille, pour le chiffrer on écrit un o au rang des centaines, pour indiquer qu'il n'y en a point, et à côté de ce o on écrit un 1, qui par ce moyen se trouve au rang des mille.

Par conséquent, 11 fois 94 toises 3 pieds 11 pouces 9 lignes, produisent 1.041 toises 1 pied 9 pouces 3 lignes.

Quatrième Exemple. Enfin, on propose de multiplier 63 toises 5 pieds 11 pouces 11 lignes par le nombre 12.

Il s'agit de prendre 12 fois 63 toises 5 pieds 11 pouces 11 lignes. Ainsi, après avoir écrit à l'ordinaire le multiplicateur au-dessous du multiplicande, comme on le voit ci-à-côté, on dit : 12 fois 11 lignes valent précisément 11 pou-

63^{t}	5^{pi}	11^{po}	11^{l}
12			
767^{t}	5^{pi}	11^{po}	0^{l}

ces. Ainsi, l'on écrit un 0 au rang des lignes, et l'on retient les 11 pouces pour les ajouter au produit des pouces précédents.

On dit ensuite: 12 fois 11 pouces valent précisément 11 pieds. Ainsi, l'on écrit au rang des pouces les 11 pouces que l'on vient de retenir, et l'on retient les 11 pieds pour les ajouter au produit des pieds précédents.

On passe à la colonne des pieds, et l'on dit: 12 fois 5 pieds valent 60 pieds, lesquels avec les 11 que l'on vient de retenir, en font 71. Or, 71 pieds valent 11 toises et 5 pieds. Ainsi, l'on écrit un 5 au rang des pieds, et l'on retient les 11 toises pour les ajouter au produit des unités de toises.

Enfin, on passe à la colonne des unités de toises, et l'on dit: 12 fois 3 toises font 36 toises, lesquelles avec les 11 que l'on vient de retenir, en font 47. Or, 47 toises valent 7 toises et 4 dixaines de toises. Ainsi, l'on écrit un 7 au rang des unités de toises, et l'on retient les 4 dixaines de toises pour les ajouter au produit des dixaines de toises précédentes. Le reste comme dans les exemples précédents.

Par conséquent le produit des deux nombres proposés est 767 toises 5 pieds 11 pouces.

De la Preuve de la Multiplication.

Pour faire la preuve de la multiplication, on divise le produit par le multiplicateur; et si par cette division on trouve précisément le même nombre que le multiplicande, on est sûr que l'on ne s'est point trompé. Ainsi, l'on voit que, pour pouvoir faire cette preuve, il faut savoir la division.

Des Usages de la Multiplication.

La multiplication est celle des règle sde l'arithmétique dont on fait le plus fréquemment usage, après l'addition et la soustraction. Toute la suite de ce Traité fera suffisamment connoître les différents cas dans lesquels on doit l'employer. Ainsi, nous ne donnerons ici que la manière dont on s'en sert pour réduire les espèces supérieures en leurs espèces inférieures, et pour trouver le plus petit nombre incomplexe dans lequel un nombre complexe puisse être changé.

De la Réduction des Espèces supérieures en leurs Espèces inférieures.

Premier Exemple. Combien faut-il de sous pour faire 267 livres, ou, ce qui fait la même question, combien 267 livres valent-elles de sous?

Pour

Pour répondre à cette demande, on fait ce raisonnement : puisqu'une livre vaut 20 sous, 267 livres doivent valoir 267 fois 20 sous. Or 267 fois 20 produisent le même nombre que 20 fois 267. Ainsi, l'on multiplie 267 par 20, et le produit 5340 est le nombre des sous demandé.

$$\begin{array}{r} 267\ \text{l.} \\ 20 \\ \hline 5340\ \text{s.} \end{array}$$

On doit voir par cet exemple, que si l'on demandoit combien il faut de deniers pour faire 267 livres, ou, ce qui est la même chose, combien 267 livres valent de deniers, on diroit, par un raisonnement pareil au précédent : puisqu'une livre vaut 240 deniers, 267 livres doivent valoir 267 fois 240 deniers. Or, 267 fois 240 produisent le même nombre que 240 fois 267. Ainsi, l'on multiplieroit 267 par 240, ou 240 par 267, suivant qu'on le jugeroit plus commode, et le produit 64080 seroit le nombre des deniers demandé. On doit voir aussi par le même exemple, que si l'on demandoit combien il faut de deniers pour faire 94 sous, ou, ce qui fait la même question, combien 94 sous valent de deniers, on diroit :

$$\begin{array}{r} 267\ \text{l.} \\ 240 \\ \hline 10680 \\ 534.. \\ \hline 64080\ \text{d.} \end{array}$$

puisqu'un sou vaut 12 deniers, 94 sous doivent valoir 94 fois 12 deniers. Or, 94 fois 12, ou 12 fois 94, produisent le même nombre. Ainsi l'on multiplieroit 94 par 12, et le produit 1128 seroit le nombre des deniers demandé.

94 s.
12
1128 d.

Second Exemple. Combien faut-il de pieds pour faire 49 toises ; ou, ce qui revient au même, combien 49 toises valent-elles de pieds?

Pour répondre à cette question, on dit: puisqu'une toise vaut 6 pieds, 49 toises doivent valoir 49 fois 6 pieds. Or, 49 fois 6, ou 6 fois 49, produisent le même nombre. Ainsi, l'on multiplie 49 par 6, et le produit 294 est le nombre des pieds demandé.

49 t.
6
294 p.

On voit par cet exemple et par les exemples précédents, comment il faut s'y prendre pour réduire les toises, soit en pouces, soit en lignes, soit, etc. ; les pieds en pouces, ou en lignes, ou etc. ; les pouces en lignes ou en points, et les lignes en points.

De la manière de trouver le plus petit nombre incomplexe en lequel un nombre complexe puisse être changé.

C'est par la multiplication que l'on fait évanouir les espèces inférieures. Or, celles qui rendent complexes les nombres qui entrent dans les calculs des Arpenteurs et des Toiseurs, sont les pieds, les pouces et les lignes, les sous et deniers. Ainsi, il est facile de trouver les plus petits multiplicateurs qui les font évanouir. Nous allons cependant les donner, afin d'épargner aux commençants la peine de les chercher.

Les plus petits multiplicateurs qui font évanouir les pieds, sont 2, si l'on a 3 pieds; 3, si l'on en a 2 ou 4; et 6, si l'on en a 1 ou 5.

Les plus petits multiplicateurs qui font évanouir les pouces, les lignes, les points et les deniers, sont 2, si l'on en a 6; 3, si l'on en a 4 ou 8; 4, si l'on en a 3 ou 9; 6, si l'on en a 2 ou 10; et 12, si l'on en a 1, 5, 7 ou 11.

Enfin, les plus petits multiplicateurs qui font évanouir les sous, sont 2, si l'on en a 10; 4, si l'on en a 5 ou 15; 5, si l'on en a 4, 8, 12 ou 16; 10, si l'on en a 2, 6, 14 ou 18; et 20, si l'on en a 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17 ou 19.

Si l'on trouvoit trop difficile de multiplier tout d'un coup un nombre par 20, on le multiplieroit d'abord par 4 ou par 5, on multiplieroit ensuite le produit par 5 ou par 4; et le second produit seroit le même que si on l'avoit multiplié tout d'un coup par 20. Cela posé :

Premier Exemple. Il faut trouver le plus petit nombre incomplexe en lequel ce nombre 87 livres 13 sous 4 deniers peut être changé; ou, ce qui revient au même, il faut faire évanouir les espèces inférieures de ce nombre 87 livres 13 sous 4 deniers.

Pour faire évanouir les 4 deniers, on commence par multiplier par 3 le nombre proposé; et comme après cette première multiplication il ne reste plus d'espèces inférieures, le produit 263 est le nombre demandé.

87 l	13 s	4 d
3		
263		

Second Exemple. On propose de faire évanouir les espèces inférieures de ce nombre, 58 livres 9 sous 2 deniers.

Pour le faire, on commence par multiplier par 6 le nombre proposé 58 livres 9 sous 2 deniers, afin d'en faire évanouir les 2 deniers : on multiplie ensuite par 4 le produit 230 livres 15 sous, afin de ne plus avoir de sous; et l'on a pour second produit le nombre 923, qui est le nombre incomplexe demandé.

38 l	9 s	2 d
6		
230 l	15 s	0 d
4		
923		

Troisième Exemple. On demande quel

est le plus petit nombre incomplexe en lequel on peut changer ce nombre, 53 toises 3 pieds 11 pouces.

Pour répondre à cette question, on commence par multiplier par 12 le nombre proposé 53 toises 3 pieds 11 pouces, afin d'en faire évanouir les 11 pouces. On multiplie ensuite par 6 le produit 643 toises 5 pieds, afin de ne plus avoir de pieds, et l'on a pour second produit le nombre 3.863, qui est le nombre incomplexe demandé.

53t	3p	11p
12		
643t	5p	0p
6		
3863		

Quatrième Exemple. Enfin, on propose de faire évanouir les espèces inférieures de ce nombre, 49 toises 0 pieds 8 pouces.

Pour y parvenir, on commence par multiplier par 3 le nombre proposé 49 toises 0 pieds 8 pouces, afin d'en faire évanouir les 8 pouces. Ensuite on multiplie encore par 3 le produit 147 toises 2 pieds, afin de ne plus avoir de pieds, et l'on a pour second pro-

49t	0p	8p
3		
147t	2p	0p
3		
442		

duit le nombre 442, qui est le nombre incomplexe demandé.

On peut observer que l'on auroit eu le même nombre 442 par une seule opération, en multipliant tout d'un coup par 9 le nombre proposé 49 toises 0 pieds 8 pouces. Nous faisons cette remarque, afin que l'on puisse en faire usage toutes les fois que le produit des deux multiplicateurs ne surpassera pas le nombre 12.

Nous ferons très-souvent usage dans la suite, de ce qui est enseigné par ces quatre derniers exemples.

ARTICLE V.

De la Division, et de la Multiplication complexe.

Diviser un nombre par un autre, c'est chercher combien de fois le premier de ces nombres contient le second. La règle qui enseigne la manière de le trouver, se nomme la *division*. Elle est incomplexe ou complexe, de même que les règles précédentes. Mais on ne doit considérer comme complexe, que celle dont le nombre par lequel on divise est lui-même un nombre complexe. Le nombre à diviser se nomme le *dividende*, celui par lequel on divise se nomme le *diviseur ;* et celui qui exprime le nombre de fois que le dividende contient le diviseur, s'appelle le *quotient*. Ce dernier nom est dérivé du mot latin *quoties*, qui signifie *combien de fois*. On apprendra par les exemples suivants, la manière dont il faut s'y prendre pour faire ces sortes de règles.

De la Division incomplexe.

Pour diviser un nombre par un autre, il faut commencer par écrire le dividende, poser ensuite le diviseur à sa droite, et séparer les deux nombres par une accolade, comme on le voit dans les exemples suivants; et après les avoir ainsi disposés, on écrira successivement sous le diviseur les chiffres du quotient, à mesure qu'on les trouvera, comme on va le voir par ces exemples.

Premier Exemple. Il faut diviser par 4 le nombre 9728.

Après avoir écrit le dividende et le diviseur comme on le voit ci-dessous,

Dividende	Diviseur	
9728	4	
17	2432	Quotient.
12		
08		
0		

on cherche combien de fois le second est contenu dans chaque partie du premier. Car il seroit impossible de voir tout d'un coup combien de fois il l'est dans le total; et toute la science de l'arithmétique consiste à savoir faire par parties, ce que l'on ne peut point faire tout d'un coup.

Or, pour le trouver, on commence par prendre dans le dividende une partie à sa gauche, qui soit capable de contenir le diviseur, et on la sépare du reste par un point, afin de ne plus s'occuper que d'elle seule. Dans l'exemple ci-dessus, cette partie est le nombre indiqué par le chiffre 9.

On cherche ensuite combien de fois le diviseur 4 est contenu dans le nombre 9, et l'on trouve qu'il y est contenu 2 fois. Ainsi, l'on écrit un 2 au quotient; après quoi l'on fait ce raisonnement: puisque 4 sont contenus 2 fois dans 9, on peut de 9 ôter 2 fois 4. Or, ôter 2 fois 4, c'est ôter 8. Ainsi, de 9 on retranche 8, et l'on écrit le reste 1 au-dessous du même 9. D'où l'on voit que 4 sont contenus 2 fois dans 9 avec 1 de reste. Mais, comme le 9 dont il s'agit ici exprime 9 mille, le 2 du quotient exprime 2 mille.

Pour trouver le second chiffre du quotient, on abaisse à côté du reste 1 le 7 qui est à côté du 9 du dividende, ce qui forme le nombre 17, duquel seul on doit s'occuper. On cherche ensuite combien de fois le diviseur 4 est contenu dans le nombre 17, et l'on trouve qu'il y est contenu 4 fois. Ainsi, l'on écrit un 4 au quotient, à côté du 2 qui y est déjà; après quoi l'on fait ce raisonnement: puisque 4 sont contenus 4 fois dans 17, on peut de 17 ôter 4 fois 4. Or, ôter 4 fois 4, c'est ôter 16. Ainsi, de 17 on retranche 16, et l'on écrit le reste 1 au-dessous du chiffre 7 de 17. D'où l'on voit que 4 sont contenus 4 fois dans 17, avec 1 de reste. Mais, le 4 que l'on vient d'écrire au quotient marque 4 centaines, par la raison que les 17 du dividende sont 17 centaines.

Pour trouver le troisième chiffre du quotient, on abaisse à côté du second reste 1 le chiffre 2 qui est à côté du 7 du dividende, ce qui forme le nombre 12, duquel seul il faut s'occuper. On cherche ensuite combien de fois le diviseur 4 est contenu dans le nombre 12, et l'on trouve qu'il y est contenu 3 fois. Ainsi, l'on écrit un 3 au quotient, à côté du chiffre 4 qui y est déjà; après quoi l'on fait ce raisonnement: puisque 4 sont contenus 3 fois dans 12, on peut de 12 ôter 3 fois 4. Or, ôter 3 fois 4 c'est ôter 12. Ainsi, des 12 du dividende on retranche ce produit 12; et comme il ne reste rien, on le marque par un 0, que l'on écrit au-dessous du chiffre 2 de 12. D'où l'on voit que 4 sont contenus 3 fois dans 12, sans aucun reste. Mais le 3 que l'on a écrit au quotient indique 3 dixaines, par la raison que les 12 du dividende sont 12 dixaines.

Enfin, pour trouver le dernier chiffre du quotient, on abaisse à côté du reste 0 le chiffre 8, qui est le dernier du dividende, et duquel seul on doit s'occuper. On cherche ensuite combien de fois le diviseur 4 est contenu dans le nombre 8, et l'on trouve qu'il y est contenu 2 fois. Ainsi, l'on écrit un 2 au quotient à côté du 3 qui y est déjà; après quoi l'on fait ce raisonnement: puisque 4 sont contenus 2 fois dans 8, on peut de 8 ôter 2 fois 4. Or, ôter 2 fois 4, c'est ôter 8. Ainsi, des 8 du dividende on retranche ce produit 8; et comme il ne reste rien, on l'indique par un 0, que l'on écrit au-dessous de ce dernier chiffre 8. D'où l'on voit que 4 sont contenus 2 fois dans 8 sans aucun reste. Mais le 2 que l'on a écrit au quotient n'indique que des unités, par la raison que le 8 du dividende ne représente aussi que des unités.

Ainsi, le quotient de 9728 divisés par 4, est précisément 2.432; ou, ce qui exprime la même chose, le nombre 4 est contenu exactement 2.432 fois dans le nombre 9.728.

Il faut remarquer, *premièrement*, que pour trouver tous les chiffres du quotient qui suivent le premier, on a toujours opéré de la même manière dont on s'y étoit pris pour trouver ce premier chiffre, et que l'on a aussi toujours répété ensuite le même raisonnement. Mais, si l'on a fait toutes ces répétitions, c'est non-seulement pour rendre familier aux commençants le mécanisme de cette règle de l'arithmétique, que l'on a le préjugé de regarder comme étant la plus difficile, mais aussi pour leur apprendre les raisons sur lesquelles ce mécanisme est fondé. On va voir par les exemples suivants, que c'est toujours de la même manière, établie sur les mêmes principes, que l'on fait toutes les divisions, quels que soient et le diviseur et le dividende.

Secondement, qu'à l'égard des divisions dont le diviseur ne surpasse point le nombre 12, on les fait ordinairement d'une manière beaucoup plus courte que celle que nous venons d'enseigner. Nous allons nous servir du même nombre 9728 et du même diviseur 4, pour faire voir comment on s'y prend alors pour faire ces sortes de règles.

Supposez donc que l'on ait ce nombre 9728 à diviser par 4, voici le raisonnement que l'on fait pour en trouver le quotient: *Le quart de* 9 *est* 2 *pour celui de* 8, *ainsi il reste* 1, *qui avec le chiffre suivant fait* 17; *le quart de* 17 *est* 4 *pour celui de* 16, *ainsi il reste* 1, *qui avec le chiffre suivant fait* 12; *le quart de* 12 *est* 3 *précisément, ainsi il ne reste rien, enfin le quart de* 8 *est* 2 *précisément, ainsi il ne reste* *encore rien. Par conséquent, le quotient de* 9.728 *divisés par* 4, *ou, ce qui exprime précisément la même chose, le quart de* 9.728 *est* 2.432.

Nous avons cru qu'il n'étoit pas nécessaire d'avertir que l'on écrit au quotient ces quarts particuliers, 2, 4, 3 et 2, à mesure qu'on les prononce.

Second Exemple. On propose de diviser par 72 le nombre 485.208.

Il s'agit de trouver le nombre qui exprime combien de fois le diviseur 72 est contenu dans le nombre à diviser 485208. Mais, comme on ne peut pas le connoître tout d'un coup, on cherche successivement combien de fois le premier qui est 72, est contenu dans chaque partie du second.

485.208	72
532	6739
280	
648	
.0	

On commence donc par disposer ces deux nombres comme on le voit ci-à-côté, et l'on prend ensuite dans le premier une partie à sa gauche, qui soit capable de contenir le second. Or, cette partie est 485. Ainsi, on la sépare des autres chiffres par un point, afin de n'avoir plus à s'occuper que d'elle seule.

Il s'agit à présent de savoir combien de fois le diviseur 72 est contenu dans le nombre 485. Mais, comme on ne peut pas le voir tout d'un coup, on cherche combien de fois la plus grande partie du second, laquelle est 7 dixaines, est contenue dans la plus grande partie du premier, laquelle est 48 dixaines; ou simplement, combien de fois 7 est contenu dans 48; et de ce que l'on trouve qu'il n'y est contenu que 6 fois, on en conclut que 72 ne peut point être contenu plus de 6 fois dans 485. Ainsi, l'on écrit un 6 au quotient; après quoi l'on fait ce raisonnement : si 72 est contenu 6 fois dans 485, on pourra de 485 ôter 6 fois 72; c'est-à-dire, 6 fois 2 unités, et 6 fois 7 dixaines. Or, pour le faire, on dit : 6 fois 2 unités font 12 unités : de 5 unités ôtez 12 unités, cela ne se peut point; ainsi; conformément à ce qui a été dit dans l'article de la soustraction, on emprunte une dixaine, laquelle avec ces 5 unités fait 15 unités. On dit ensuite : de 15 unités ôtez 12 unités, il en reste 3, que l'on écrit au-dessous du 5, et l'on retient la dixaine que l'on a empruntée. Enfin, on dit : 6 fois 7 dixaines, plus celle que l'on a retenue, font 43 dixaines : de 48 dixaines ôtez 43 dixaines, il en reste 5, que l'on écrit au-dessous du 8. D'où l'on voit que 72 sont contenus 6 fois dans 485, avec 53 de reste.

Pour trouver le second chiffre du quotient, ou abaisse le 2 du dividende à côté, du reste 53, et l'on cherche ensuite combien de fois le diviseur 72 est contenu dans le nombre 532. Mais, comme on ne peut pas le voir tout d'un coup, on cherche combien de fois la plus grande partie du second, laquelle est 7 dixaines, est contenue dans la plus grande partie du premier, laquelle est 53 dixaines; ou simplement, combien de fois 7 est contenu dans 53; et de ce que l'on trouve qu'il n'y est contenu que 7 fois, on en conclut que 72 ne peut point être contenu plus de 7 fois dans 532. Ainsi, l'on écrit un 7 au quotient; après quoi l'on fait ce raisonnement: si 72 est contenu 7 fois dans 532, on pourra de 532 ôter 7 fois 72, c'est-à-dire 7 fois 2 unités et 7 fois 7 dixaines. Or, pour le faire, on dit: 7 fois 2 unités font 14 unités: de 2 unités ôtez 14 unités, cela n'est point possible; ainsi, l'on emprunte 2 dixaines, lesquelles avec ces 2 unités valent 22 unités. On dit ensuite: de 22 unités ôtez 14 unités, il en reste 8, que l'on écrit au-dessous du 2, et l'on retient les 2 dixaines, que l'on a empruntées. Enfin, on dit: 7 fois 7 dixaines, plus les 2 que l'on a retenues, font 51 dixaines: de 53 dixaines ôtez 51 dixaines, il en reste 2, que l'on écrit au-dessous du 3. D'où l'on voit que 72 est contenu 7 fois dans 532, avec 28 de reste.

Pour trouver le troisième chiffre du quotient, on abaisse auprès du reste 28 le 0 qui est à côté du 2 du dividende; et l'on cherche ensuite combien de fois le diviseur

72 est contenu dans le nombre 280. Mais, comme on ne peut pas le voir tout d'un coup, on cherche combien de fois la plus grande partie du diviseur, laquelle est 7 dixaines, est contenue dans la plus grande partie du second dividende, laquelle est 28 dixaines; ou simplement, combien de fois 7 est contenu dans 28; et l'on trouve qu'il y est contenu 4 fois précisément. Mais, comme la seconde partie du diviseur, laquelle est 2, n'est point contenue 4 fois dans la seconde partie du dividende, laquelle est 0, on en conclut que 72 ne peut point être contenu 4 fois dans 280. Ainsi, l'on n'écrit qu'un 3 au quotient; après quoi l'on fait ce raisonnement: si 72 est contenu 3 fois dans 280, on pourra de 280 ôter 3 fois 72, c'est-à-dire, 3 fois 2 unités et 3 fois 7 dixaines. Or, pour le faire, on dit: 3 fois 2 unités font 6 unités: de 0 ôtez 6 unités, cela n'est point possible; ainsi l'on emprunte une dixaine, laquelle avec ce 0 vaut 10 unités. On dit ensuite: de 10 unités ôtez 6 unités, il en reste 4, que l'on écrit au-dessous du 0; et l'on retient la dixaine que l'on a empruntée. Enfin, on dit: 3 fois 7 dixaines, plus celle que l'on vient de retenir, valent 22 dixaines; de 28 dixaines ôtez 22 dixaines, il en reste 6, que l'on écrit au-dessous du 8. D'où l'on voit que 72 est contenu 3 fois dans 280, avec 64 de reste.

Enfin, pour trouver le dernier chiffre

du quotient, on abaisse à côté du reste 64 le dernier chiffre 8 du dividende; et l'on cherche ensuite combien de fois le diviseur 72 est contenu dans le nombre 648. Mais comme on ne peut pas le voir tout d'un coup, on cherche combien de fois la plus grande partie du second, laquelle est 7 dixaines, est contenue dans la plus grande partie du premier, laquelle est 64 dixaines; ou simplement, combien de fois 7 est contenu dans 64; et comme on trouve qu'il n'y est contenu que 9 fois, on en conclut que 72 ne peut point être contenu plus de 9 fois dans 648. Ainsi, l'on écrit un 9 au quotient; après quoi l'on fait ce raisonnement: si 72 est contenu 9 fois dans 648, on pourra de 648 ôter 9 fois 72, c'est-à-dire, 9 fois 2 unités et 9 fois 7 dixaines. Or, pour le faire, on dit: 9 fois 2 unités font 18 unités: de 8 unités ôtez 18 unités, cela est impossible; ainsi, l'on emprunte une dixaine, laquelle avec ces 8 unités vaut 18 unités. On dit ensuite: de 18 unités ôtez 18 unités, il ne reste rien; ce que l'on indique par un o que l'on écrit au-dessous du 8, et l'on retient la dixaine que l'on a empruntée. Enfin, on dit: 9 fois 7 dixaines, plus celle que l'on vient d'emprunter, font 64 dixaines: de 64 dixaines ôtez 64 dixaines, il ne reste rien; ce que l'on marque ici par un point, par la raison qu'il n'y a plus d'autres chiffres.

Par conséquent, le quotient de 485.208

divisés par 72, est exactement 6.739.

On doit assez voir par ces deux exemples les raisons sur lesquelles tout le mécanisme de la division est fondé. Ainsi, nous ne répéterons plus que dans l'exemple suivant les raisonnements précédents, en les abrégeant cependant le plus qu'il sera possible.

Troisième Exemple. Il faut diviser par 803 ce nombre 7.264.486 livres 14 sous 4 deniers.

Après avoir écrit le diviseur à côté du dividende, comme on le voit ci-dessous,

```
7.264.486 l. 14 s. 4 d. } 803
                        } ------------------
 .3748                  } 9046 l. 13 s. 8 d.
   5366
    548
     20
 ------
  10960
     14
 ------
  10974
   2944
    535
     12
 ------
   6420
      4
 ------
   6424
   ...0
```

on prend sur la gauche du premier une partie qui soit capable de contenir le diviseur : on sépare des autres chiffres par un point cette partie, laquelle est 7264; et l'on cherche ensuite combien de fois 8 centaines sont contenues dans 72 centaines. Or, comme on trouve qu'elles y sont contenues 9 fois, on écrit un 9 au quotient, et l'on dit ensuite : 9 fois 3 unités font 27 unités; de 34 ôtez 27, il reste 7, que l'on écrit au-dessous du 4 : 9 fois 0 ne font rien; mais, comme on a emprunté 3 dixaines pour faire 34, on retranche ces 3 dixaines des 6 qui précèdent les 4 unités, et l'on écrit le reste 3 au-dessous de ce 6. Enfin, on dit : 9 fois 8 centaines font 72 centaines; de 72 ôtez 72, il ne reste rien; ce que l'on marque seulement par un point au-dessous du 2, par la raison qu'il n'y a point d'autres chiffres qui précèdent.

On abaisse ensuite le 4 du dividende à côté du reste 37, et l'on cherche combien de fois les 8 centaines du diviseur sont contenues dans les 3 centaines du dividende. Comme elles n'y sont point contenues, on l'indique par un 0 que l'on écrit au quotient.

On abaisse le 8 du dividende à côté du reste 374, et l'on cherche ensuite combien de fois 8 centaines sont contenues dans 37 centaines. Or, comme on trouve qu'elles y sont contenues 4 fois, on écrit un 4 au quotient, et l'on dit ensuite : 4 fois 3 unités font 12 unités ; de 18 ôtez 12, il reste 6 que l'on écrit au-dessous du 8 : 4 fois o ne font rien ; mais, comme on a emprunté une dixaine pour faire 18, on la retranche des 4 dixaines précédentes, et l'on écrit les 3 de reste au-dessous de ce 4. Enfin, on dit : 4 fois 8 centaines font 32 centaines ; de 37 centaines ôtez-en 32, il en reste 5 que l'on écrit au-dessous du 7.

Enfin, on abaisse auprès du reste 536 le dernier chiffre 6 du dividende, et l'on cherche combien de fois 8 centaines sont contenues dans 53 centaines. Or, comme on trouve qu'elles y sont contenues 6 fois, on écrit un 6 au quotient, et l'on dit ensuite : 6 fois 3 unités font 18 unités ; de 26 unités ôtez 18 unités, il en reste 8 que l'on écrit au-dessous du 6 : 6 fois o ne font rien ; mais, comme on a emprunté 2 dixaines pour faire 26, on les retranche des 6 dixaines précédentes, et l'on écrit les 4 de reste au-dessous de ce 6. Enfin, on dit : 6 fois 8 centaines font 48 centaines ; de 53 ôtez 48, il reste 5, que l'on écrit au-dessous du 3.

Par conséquent, 803 sont contenus 9046 fois dans le nombre proposé, avec 548 liv. 14 sous 4 deniers de reste.

Il s'agit à présent de savoir ce que l'on doit faire de ces 548 livres 14 sous 4 deniers. Or, comme ces 548 qui restent sont des livres, on les multiplie par 20, afin de les réduire en sous : on ajoute au produit les 14 sous suivants : on divise ensuite la somme 10.974 par le même diviseur 803; et l'on trouve le nombre 13 pour quotient, avec 535 de reste.

Enfin, comme ce dernier reste est des sous, on le multiplie par 12, afin de le réduire en deniers: on ajoute au produit les 4 deniers du dividende: on divise ensuite la somme 6.424 encore par le même diviseur 803, et l'on trouve 8 pour quotient, sans aucun reste.

Par conséquent, le quotient exact du nombre proposé, divisé par 803, est 9.046 livres 13 sous 8 deniers.

Nous croyons inutile de remarquer, que si le reste 548 avoit été des toises, on l'auroit multiplié par 6, afin de le réduire en pieds: de même, si le reste 535 avoit été des pieds, on l'auroit multiplié par 12, afin de le réduire en pouces; et ainsi de toutes les autres espèces.

De la Division complexe.

Nous déduisons tout le mécanisme de la division complexe, du principe que si l'on multiplie le diviseur et le dividende chacun par un même nombre, on ne change point la manière dont le premier est contenu dans le second. Il est en effet très-évident qu'une chose est contenue dans une autre, comme le double de cette chose l'est dans le double de cette autre; comme le triple de l'une l'est dans le triple de l'autre; comme le centuple de l'une l'est dans le centuple de l'autre ; et ainsi de suite. Cela posé :

Premier Exemple. Il faut diviser 2.757 par 57 livres 8 sous 9 deniers..

Comme on ne peut point diviser par un nombre complexe, on commence par faire évanouir les espèces inférieures du diviseur 57 liv. 8 sous 9 deniers, en le multipliant par 4 ; ce qui produit 229 livres 15 sous, qu'il faut aussi multiplier par 4, afin d'avoir pour diviseur le nombre incomplexe 919.

On multiplie ensuite le dividende par les mêmes multiplicateurs par lesquels on vient de multiplier le diviseur ; c'est-à-dire, premièrement par 4, et le produit 11.028 aussi par 4 ; ce qui donne 44.112 pour le nombre à diviser.

Enfin, on divise ce dernier produit par le diviseur 919 ; et l'on trouve 48 pour le quotient exact de 2757, divisés par 57 livres 8 sous 9 deniers.

Second Exemple. Il faut diviser 1.351 livres 13 sous 9 deniers, par 49 toises 2 pieds 8 pouces.

Comme il y a des espèces inférieures au diviseur, on commence par les faire évanouir en le multipliant par 3 ; ce qui produit 148 toises 2 pieds, que l'on multiplie aussi par 3, afin d'avoir pour diviseur le nombre incomplexe 445.

On multiplie ensuite le dividende par les mêmes multiplicateurs par lesquels on a multiplié le diviseur; ou plutôt, on le multiplie ici tout d'un coup par 9, par la raison que 3 fois 3 font 9, ce qui produit 12.165 livres 3 sous 9 deniers pour le nombre à diviser.

Enfin, on divise ce dernier produit par le diviseur 445; et l'on trouve 27 livres 6 sous 9 deniers pour le quotient exact de 1.351 livres 13 sous 9 deniers, divisés par 49 toises 2 pieds 8 pouces.

Troisième Exemple. On propose de diviser 755 toises 4 pieds 10 pouces 4 lignes, par 42 toises 5 pieds 6 pouces.

Comme le diviseur est complexe, on en fait évanouir les espèces inférieures en le multipliant par 2; ce qui produit le nombre 85 toises 5 pieds, qu'il faut ensuite multiplier par 6, afin d'avoir pour diviseur le nombre incomplexe 515.

On multiplie ensuite le dividende par les mêmes multiplicateurs, qui ont servi à multiplier le diviseur; ou plutôt on le multiplie ici par 12, par la raison que 2 fois 6 font 12; ce qui produit 9.069 toises 4 pieds 4 pouces, pour le nombre à diviser.

Enfin, on divise ce dernier produit par le diviseur 515; et l'on trouve 17 toises 3 pieds 8 pouces pour le quotient exact de 755 toises 4 pieds 10 pouces 4 lignes, divisés par 42 toises 5 pieds 6 pouces.

Quatrième Exemple. Quel est le quotient de 23 toises 2 pieds 5 pouces 3 lignes, divisés par 4 pieds 6 pouces?

Quoique le diviseur ne soit ici composé que d'espèces inférieures, on commence toujours par les faire évanouir en le multipliant par 2; ce qui produit 1 toise 3 pieds, que l'on multiplie aussi par 2, afin d'avoir pour diviseur le nombre 3 qui est incomplexe.

On multiplie ensuite le dividende par le produit 4 des multiplicateurs du diviseur, et l'on a 93 toises 3 pieds 9 pouces pour le nombre à diviser.

Enfin, on divise ce dernier nombre par le diviseur 3, et l'on trouve 31 toises 1 pied 3 pouces pour le quotient exact de 23 toises 2 pieds 5 pouces 3 lignes, divisés par 4 pieds 6 pouces.

Cinquième Exemple. Enfin, on propose de diviser 8 toises 2 pieds 9 pouces 2 lignes, par 17 toises 5 pieds 6 pouces.

Pour faire évanouir les espèces inférieures du diviseur, on le multiplie par 2; ce qui produit 35 toises 5 pieds, qu'il faut multiplier par 6, afin d'avoir pour diviseur le nombre incomplexe 215.

On multiplie ensuite le dividende par le produit 12 des multiplicateurs 2 et 6 du diviseur; ce qui produit 101 toises 3 pieds deux pouces pour le nombre à diviser.

Il s'agit à présent de diviser 101 toises 3 pieds 2 pouces par 215. Mais, comme le diviseur 215 n'est point contenu dans 101 toises, on réduit ces toises en pieds, en les multipliant par 6: on ajoute au produit les 3 pieds suivants : on divise ensuite la somme 609 par le diviseur 215, et l'on trouve le nombre 2 pieds pour quotient, avec 179 pieds de reste.

On réduit en pouces ces 179 pieds de reste, en les multipliant par 12 : on ajoute au produit les 2 pouces suivants: on divise la somme 2150 par le même diviseur 215, et l'on trouve pour quotient le nombre 10 pouces, sans aucun reste.

Par conséquent, le quotient exact de 8 toises 2 pieds 9 pouces 2 lignes, divisés par 17 toises 5 pieds 6 pouces, est 2 pieds 10 pouces.

Usages de la Division.

Comme la suite de cet abrégé fait assez connoître les différents usages de la division, il suffit de faire voir ici comment on se sert de cette règle pour changer des espèces inférieures en leurs espèces supérieures; et pour partager un nombre quelconque en un nombre déterminé de parties égales. Or, c'est ce que nous allons faire par les deux exemples suivants.

Premier Exemple. Lorsqu'il s'agit de changer des espèces inférieures en leurs espèces

espèces supérieures, de connoître, par exemple, combien il faut d'écus de 6 livres chacun, pour faire 2.743 livres, on fait ce raisonnement: *Puisqu'il faut* 6 *livres pour faire un de ces sortes d'écus, autant que l'on trouvera de fois* 6 *dans* 2.743, *autant il faudra de ces mêmes écus pour faire cette somme.* Ainsi, l'on divise 2.743 par 6, et le quotient 457, avec 1 de reste, indique qu'il faut 457 écus de 6 livres chacun, et une livre de plus, pour faire la somme proposée.

Ce raisonnement fait voir, que pour trouver combien il y a de livres dans un certain nombre de sous, il faut le diviser par 20.

Que pour trouver combien il y a de sous dans un certain nombre de deniers, il faut le diviser par 12.

Enfin, que pour trouver combien il y a de livres dans un certain nombre de deniers, il faut le diviser par 240.

Pareillement, que pour trouver combien il y a de toises dans un certain nombre de pieds, il faut le diviser par 6.

Mais, que pour trouver combien il y a de toises dans un certain nombre de pouces, il faut le diviser par 72. Or, il en est de même à l'égard du changement des autres espèces inférieures.

Second Exemple. Lorsqu'il s'agit de partager un nombre quelconque en un certain nombre de parties égales, par exemple, de distribuer également 5.681 livres 9 sous 6 deniers à 18 personnes, on fait ce raisonnement : *Puisque la somme proposée doit être partagée entre* 18 *personnes, chacune doit en avoir la* 18e *partie. Or, la* 18e *partie de* 18 *est* 1 ; *donc la* 18e *partie d'un nombre quelconque est autant de fois* 1 *que* 18 *sont contenus de fois dans ce nombre.* Ainsi, l'on divise 5.681 livres 9 sous 6 deniers par 18, et le quotient 315 livres 12 sous 9 deniers est la part que chaque personne doit avoir.

De la Multiplication complexe.

Premier Exemple. Combien doit-on payer pour 79 toises d'un certain ouvrage, à raison de 52 livres 18 sous 8 deniers pour chaque toise ?

Puisqu'une seule toise vaut 52 livres 18 sous 8 den., les 79 toises doivent valoir 79 fois 52 livres 18 sous 8 deniers. Ainsi, pour trouver cette dernière valeur, il faut multiplier 52 liv. 18 sous 8 deniers par 79.

Or, pour le faire, on peut s'y prendre de deux manières différentes. Mais nous ne parlerons qu'une seule fois de la première ; parce que dans la suite nous nous servirons toujours de la seconde, qui est beaucoup plus simple, et plus à la portée de nombre de personnes.

Première Manière. On commence par multiplier 52 livres par 79 ; ce qui produit 4.108. On multiplie ensuite les 18 sous par 79; ce qui produit 1.422 sous, qui valent 71 livres 2 sous. Enfin, on multiplie les 8 deniers aussi par 79; ce qui produit 632 deniers, qui valent 52 sous 8 deniers, c'est-à-dire 2 livres 12 sous 8 deniers. On additionne ensuite ces trois produits, et leur somme 4.181 livres 14 sous 8 deniers, est le prix demandé.

Seconde Manière. On fait évanouir les espèces inférieures du multiplicande, en le multipliant par 3; ce qui produit 158 livres 16 sous, qu'il faut ensuite multiplier par 5, afin d'avoir pour multiplicande le nombre incomplexe 794. On multiplie enfin ce dernier nombre par 79; ce qui produit 62.726.

Mais il faut observer que ce nombre 794 est le quintuple du triple de celui qu'il falloit multiplier; et que par conséquent il est 15 fois trop grand. Donc, le produit 62.726 est aussi 15 fois trop grand. Ainsi, on le divise par 15; et le quotient 4.181 livres 14 sous 8 deniers, est le produit juste de 52 livres 18 sous 8 deniers multipliés par 79.

Second Exemple. Il faut multiplier 34 toises 5 pieds 3 pouces par 67.

Pour faire évanouir les espèces inférieures du multiplicande, on le multiplie par 4; ce qui produit 139 toises 3 pieds, qu'il faut multiplier par 2, afin d'avoir pour multiplicande le nombre incomplexe 279.

On multiplie ensuite ce dernier nombre par 67 ; ce qui produit 18.693.

Enfin, comme ce dernier produit est 8 fois trop grand, par la raison que le nombre 279 que l'on vient de multiplier, est le double du quadruple de celui qu'il falloit multiplier, on le divise par 8; et le quotient 2.336 toises 3 pieds 9 pouces, est le produit juste de 34 toises 5 pieds 3 pouces multipliés par 67.

Troisième Exemple. Combien doivent coûter 13 toises 4 pieds 8 pouces, à raison de 43 livres 16 sous 9 deniers pour le prix de chaque toise ?

Il s'agit de multiplier 43 livres 16 sous 9 deniers par 13 toises 4 pieds 8 pouces. Ainsi, l'on commence par faire évanouir les espèces inférieures du multiplicande, en le multipliant par 4; ce qui produit 175 liv. 7 sous, que l'on multiplie ensuite par 20, afin d'avoir le nombre incomplexe 3.507. On fait aussi évanouir les espèces inférieures du multiplicateur, en le multipliant par 3 ; ce qui produit 41 toises 2 pieds, que l'on multiplie aussi par 3; afin d'avoir cet autre nombre incomplexe 124.

On multiplie ensuite 3.507 par 124, ce qui produit 434.868. Mais on doit voir par ce que nous avons dit dans les deux exemples précédents, qu'en multipliant 3.507 par 124, on a multiplié un nombre 80 fois trop grand, par un multiplicateur 9 fois trop grand, et que par conséquent le produit 434.868 est 720 fois trop grand. Ainsi, on le divise par 720; et le quotient 603 livres 19 sous 8 deniers, est le produit juste de 43 livres 16 sous 9 deniers multipliés par 13 toises 4 pieds 8 pouces, et par conséquent le prix demandé.

Quatrième Exemple. Il faut multiplier 39 toises 5 pieds 8 pouces par 17 toises 2 pieds 10 pouces.

Comme c'est toujours par notre même principe que nous voulons faire toutes les multiplications complexes, quelles qu'elles soient, nous répétons aussi toujours le même raisonnement. Ainsi, pour trouver le produit demandé, on commence par faire évanouir les espèces inférieures du multiplicande, en le multipliant par 3; ce qui produit 119 toises 5 pieds, que l'on multiplie ensuite par 6, afin d'avoir pour multiplicande le nombre incomplexe 719.

On fait aussi évanouir les espèces inférieures du multiplicateur, en le multipliant par 6; ce qui produit 104 toises 5 pieds, que l'on multiplie aussi par 6, afin d'avoir pour multiplicateur le nombre incomplexe 629.

On multiplie ensuite 719 par 629, ce qui produit 452.251. Mais, en multipliant

719 par 629, on a multiplié un nombre 18 fois trop grand par un multiplicateur 36 fois trop grand. Donc, puisque 36 fois 18 font 648, le produit 452.251 est 648 fois trop grand. Ainsi, on le divise par 648; et le quotient 697 toises 5 pieds 6 pouces 1 ligne 4 points, est le produit juste des deux nombres proposés.

Cinquième Exemple. Il faut multiplier 17 toises 5 pieds 6 pouces, par 2 pieds 10 pouces.

On commence par faire évanouir les espèces inférieures du multiplicande, en le multipliant par 2; ce qui produit 35 toises 5 pieds, que l'on multiplie ensuite par 6, afin d'avoir pour multiplicande le nombre incomplexe 215.

Quoique le multiplicateur ne soit composé que d'espèces inférieures, il faut cependant les faire aussi toujours évanouir. Ainsi, on le multiplie par 6; ce qui produit 2 toises 5 pieds, que l'on multiplie aussi par 6, afin d'avoir pour multiplicateur le nombre incomplexe 17.

On multiplie ensuite 215 par 17; ce qui produit 3.655. Mais en multipliant 215 par 17, on a multiplié un nombre 12 fois trop grand par un multiplicateur 36 fois trop grand. Donc, puisque 36 fois 12 font 432, le produit 3655 est 432 fois trop grand. Ainsi, on le divise par 432; et le quotient 8 toises 2 pieds 9 pouces 2 lignes, est le produit juste de 17 toises 5 pieds 6 pouces, multipliés par 2 pieds 10 pouces.

Sixième Exemple. On propose de multiplier 3 pieds 5 pouces 4 lignes par 8 pouces 9 lignes.

Comme il faut toujours faire évanouir toutes les espèces inférieures, on multiplie le multiplicande par 3, le produit 1 toise 4 pieds 4 pouces aussi par 3, et le produit 5 toises 1 pied par 6, afin d'avoir pour multiplicande le nombre incomplexe 31.

On multiplie ensuite le multiplicateur par 4, le produit 2 pieds 11 pouces par 12, et le produit 5 toises 5 pieds par 6, afin d'avoir pour multiplicateur le nombre incomplexe 35.

Enfin, on multiplie 31 par 35, ce qui produit 1.085. Mais, en multipliant 31 par 35, on a multiplié un nombre 54 fois trop grand par un multiplicateur 288 fois trop grand (1). Ainsi, puisque 288 fois 54 font 15.552, le produit 1.085 est 15.552 fois trop grand, et par conséquent il faut le diviser par 15.552. Mais ce diviseur n'est point contenu dans le dividende 1.085. Ainsi l'on multiplie ce dividende par 6, afin de le réduire en pieds; et comme le produit 6.510 ne contient point encore le

(1) Le nombre 31 est 54 fois trop grand, par la raison que le produit des multiplicateurs 3, 3 et 6 du nombre à multiplier, est 54; et le nombre 35 est 288 fois trop grand, parce que 288 sont le produit des nombres 4, 12 et 6, par lesquels on a multiplié le multiplicateur.

diviseur, on multiplie par 12 ce dernier produit, afin d'avoir 78.120 pouces. Or, le diviseur est contenu 5 fois dans ce dernier produit, avec 360 de reste. Ainsi, l'on écrit un 5 au quotient, au rang des pouces; et l'on multiplie le reste par 12, afin de le réduire en lignes.

Mais, comme le diviseur n'est point contenu dans le produit, lequel est 4.320 lignes, on écrit un 0 au quotient, au rang des lignes, afin d'indiquer qu'il n'y en a pas; et l'on multiplie par 12 ces 4.320 lignes, afin de les réduire en points.

Or, le diviseur est contenu 3 fois dans le produit, lequel est 51.840, avec 5.184 points de reste. Ainsi, l'on écrit un 3 au quotient, au rang des points.

Enfin, comme les points sont la plus petite espèce inférieure en laquelle on est convenu de subdiviser les toises, on écrit sur une ligne ce reste 5.184; et au dessous, le diviseur 15.552, de cette manière $\frac{5184}{15552}$.

Par conséquent, le produit de 3 pieds 5 pouces 4 lignes, multipliés par 8 pouces 9 lignes, est 5 pouces 0 lignes 3 points, avec 5.184 points de reste, que l'on ne peut partager en 15.552 parties égales.

Remarque. Quoique, dans toutes les divisions précédentes, on ait toujours eu des diviseurs qui n'ont laissé aucun reste, cependant cela ne se rencontre que très-rarement. Mais on doit voir par ce dernier exemple, que ces restes sont toujours des quantités si petites, que l'on peut les négliger sans aucune conséquence, principalement dans le toisé, où l'on ne compte presque jamais les lignes; et dans l'arpentage, dont les plus petites mesures sont les pieds.

Septième Exemple. On demande combien on doit payer pour 5 pieds 3 pouces d'un certain ouvrage, à raison de 14 sous 8 deniers pour le prix de chaque toise.

Il s'agit de multiplier 14 sous 8 deniers par 5 pieds 3 pouces. Ainsi, on commence par faire évanouir les espèces inférieures du multiplicande, en le multipliant par 3; ce qui produit 2 livres 4 sols, que l'on multiplie par 5, afin d'avoir pour multiplicande le nombre incomplexe 11.

On multiplie ensuite le multiplicateur par 4; ce qui produit 3 toises 3 pieds, que l'on multiplie ensuite par 2, afin d'avoir pour multiplicateur le nombre incomplexe 7.

Enfin, on multiplie 11 par 7, ce qui produit 77. Mais, en multipliant 11 par 7, on a multiplié un nombre 15 fois trop grand par un multiplicateur 8 fois trop grand. Ainsi le produit 77 est 120 fois trop grand; et par conséquent, il faut le diviser par 120; ce qui donne 12 sous 10 deniers, pour réponse à ce que l'on a demandé.

Remarque. Quelques personnes diront que l'on peut faire plusieurs des multiplications précédentes, d'une manière plus abrégée que celle que nous venons de prescrire. Nous avouons que cela est quelquefois vrai. Mais nous prions ces personnes de faire attention que nous n'avons composé cet abrégé que pour mettre tous ceux qui n'ont aucune connoissance de l'Arithmétique, en état de faire cependant tous les calculs qui concernent le Toisé et l'Arpentage.

De la Preuve de la Division.

Pour faire la preuve de la division, on multiplie le quotient par le diviseur; et si le produit est égal au dividende, on est certain que l'on ne s'est point trompé (1).

ARTICLE VI.

Des Fractions.

QUAND on divise en plusieurs parties égales une quantité quelconque qu'on prend pour *unité*, une, ou deux, ou plusieurs de ces parties se nomment *fraction*, ou *nombre rompu*. C'est ainsi que la livre

(1) Lorsqu'en faisant une division on a un reste, on ajoute ce reste au produit du quotient par le diviseur, et l'on doit retrouver le dividende.

étant divisée en vingt parties égales, une ou plusieurs de ces parties, qu'on nomme *sous*, ou *vingtièmes* de *livre*, sont des fractions de la livre. De même la toise étant partagée en six parties égales, une ou plusieurs de ces parties, qu'on appelle *pieds*, sont des *fractions* de la toise (1).

De-là naissent deux manières de représenter les *fractions*. La première consiste à les écrire comme des nombres entiers, en les accompagnant d'un signe particulier; ainsi, pour représenter cinq parties, dont on en conçoit vingt dans la livre, on écrit 5 sous.

La seconde manière consiste à représenter une *fraction* par deux nombres écrits l'un au-dessus de l'autre, et séparé par un trait horizontal, le nombre inférieur, qu'on appelle dénominateur, désigne en combien de parties égales l'unité a été partagée; et le supérieur, qu'on appelle numérateur, indique combien on prend de ces mêmes parties. Ainsi, pour représenter les cinq parties dont on vient de parler, on écrit $\frac{5}{20}$, qu'on prononce *cinq vingtièmes*; de même pour représenter trois parties dont on en conçoit six dans la toise, on écrit $\frac{3}{6}$, et l'on prononce *trois sixièmes*.

(1) Les *deniers* sont des fractions du sou et de la livre. Les *pouces* sont aussi des fractions du *pied* et de la *toise*. Les *lignes* sont des fractions du *pouce*, du *pied* et de la *toise*: ainsi des autres subdivisions.

On ajoute la terminaison *ième* à tous les dénominateurs des fractions, excepté seulement à ceux des fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, qu'on prononce *demi* ou *moitié*, *tiers* et *quarts*.

Lorsque le numérateur d'une fraction est égal au dénominateur, la fraction équivaut à une unité; les fractions suivantes, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{20}{20}$, etc. sont chacunes égales à l'unité.

Lorsque le numérateur surpasse le dénominateur, ces sortes d'expressions sont des entiers joints à des fractions: ainsi $\frac{7}{5}$ expriment un entier et deux cinquièmes; $\frac{19}{8}$ valent deux entiers et trois huitièmes. Donc lorsqu'on aura des fractions de cette dernière forme, il faudra en extraire les entiers qu'elles contiennent; et l'on y parviendra en divisant le numérateur par le dénominateur; et le reste sera le numérateur d'une nouvelle fraction qui aura pour dénominateur le dénominateur primitif. Ainsi pour savoir ce que valent $\frac{19}{8}$, je dis: en 19 combien de fois 8, il y est deux fois et trois de reste, qui étant divisé par 8, donne la fraction $\frac{3}{8}$, et l'on écrit $2\frac{3}{8}$. Réciproquement, si j'avois cette expression $2\frac{3}{8}$, je la convertirois en *huitièmes*, en disant: 2 entiers valent $\frac{16}{8}$, qui ajoutés aux trois huitièmes suivants, donnent $\frac{19}{8}$. Donc, *pour convertir un entier et une fraction, tout en fraction*, il faut multiplier l'entier par le dénominateur de la fraction, ajouter à ce produit le numérateur, et écrire cette somme au-dessus du dénominateur de la fraction qui accompagne l'entier. De même $6\frac{1}{7}$ égalent $\frac{41}{7}$.

On peut mettre un entier sous la forme de fraction, en lui donnant l'unité pour dénominateur: 8, 12, 15, par exemple, peuvent être mis sous la forme fractionnaire de cette manière: $\frac{8}{1}$, $\frac{12}{1}$, $\frac{15}{1}$. Tout nombre peut être converti en tiers, en quarts, en huitièmes, etc., en multipliant chacune de ses unités par trois, par quatre, par huit, etc., et en donnant pour dénominateur à la somme de ces divers produits, le nombre ou trois, ou quatre, ou huit, etc. *Exemple:* Je veux convertir le nombre 12 en tiers; je dis: chaque unité vaut trois tiers, donc 12 unités valent $\frac{36}{3}$; de même le nombre 6, converti en cinquièmes, donnera $\frac{30}{5}$, ainsi de suite.

Des changemens qu'on peut faire subir aux deux termes d'une fraction, sans changer la valeur de cette fraction.

La valeur d'une fraction n'est autre chose que le quotient du numérateur divisé par le dénominateur. En se rappelant que le quotient d'un nombre divisé par un autre est toujours le même lorsqu'on double, ou triple, ou quadruple le dividende, pourvu qu'en même temps on double, ou triple, ou quadruple le diviseur, on sentira aisément, 1°. qu'on peut multiplier les deux termes d'une fraction par deux, par trois, par quatre, et en général par un même nombre, sans que la fraction change de valeur. Si l'on multiplie, par exemple, les deux termes de la fraction $\frac{2}{3}$, par deux, par trois, par six, nous aurons dans le premier cas, la fraction $\frac{4}{6}$; dans le second, $\frac{6}{9}$; et dans le troisième, $\frac{12}{18}$, qui sont chacunes égales à $\frac{2}{3}$: de même si l'on multiplie par trois les deux termes de la fraction $\frac{1}{2}$, le résultat sera $\frac{3}{6}$, de même valeur que $\frac{1}{2}$. Ainsi $\frac{1}{4}$ est égal à $\frac{2}{8}$, ou à $\frac{4}{16}$.

Donc, 1°. une fraction ne change pas de valeur lorsqu'on multiplie ses deux termes par un même nombre.

2°. La valeur d'une fraction reste toujours la même lorsqu'on divise ses deux termes par un même nombre. Pour le prouver, nous ferons un raisonnement inverse du précédent; un quotient indiquant en général combien de fois le dividende contient le diviseur, il est évident qu'il ne changera pas lorsqu'on rendra le dividende, deux, trois, quatre fois plus petit, pourvu qu'on rende aussi le diviseur le même nombre de fois plus petit; ainsi les deux termes de la fraction $\frac{8}{12}$ étant divisés chacun par deux, par quatre, donneront successivement les deux fractions, $\frac{4}{6}$ et $\frac{2}{3}$, qui sont égales à $\frac{8}{12}$. En divisant les deux termes de la fraction $\frac{5}{15}$ par 5, nous aurons $\frac{1}{3}$, qui est de même valeur que $\frac{5}{15}$: ainsi $\frac{4}{8}$ égale $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$. Donc, 2°. on n'altère pas la valeur d'une fraction en divisant ses deux termes par un même nombre.

Réduction de deux ou plusieurs fractions à un même dénominateur.

Réduire deux ou plusieurs fractions à un même dénominateur, c'est faire en sorte qu'elles expriment chacune des parties de même espèce ; c'est-à-dire, ou des demis, ou des tiers, ou des quarts, ou des douzièmes, ou, etc.

Pour réduire les deux fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$ au même dénominateur, il faut multiplier les deux termes 2 et 3 de la première par 5, dénominateur de la seconde, ce qui donnera $\frac{10}{15}$; ensuite multiplier les deux termes 4 et 5 de la seconde par 3, dénominateur de la première, ce qui donnera $\frac{12}{15}$. Par ce procédé nous aurons les deux nouvelles fractions $\frac{10}{15}$ et $\frac{12}{15}$, qui auront le même dénominateur, puisque 15 résulte de 3 fois 5, ou de 5 fois 3, et qui de plus seront égales aux fractions primitives, chacune à chacune : car nous venons de voir qu'on peut multiplier les deux termes d'une fraction par un même nombre, sans changer la valeur de cette fraction. De même les fractions $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$, réduites au même dénominateur, donneront la première $\frac{4}{8}$, et la seconde $\frac{6}{8}$. En général, pour réduire plusieurs fractions au même dénominateur, il faut multiplier les deux termes de chacune par le produit des dénominateurs des autres.

Si l'on avoit, par exemple, à réduire au même dénominateur les trois fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{7}$, on multiplieroit, 1°. les deux termes de la première par 28, produit des dénominateurs des deux autres. 2°. On multiplieroit les deux termes de la seconde par 14, produit des dénominateurs de la première et de la troisième. 3°. Enfin, on multiplieroit les deux termes de la troisième par 8, produit des dénominateurs de la première et de la seconde, et l'on auroit les trois fractions $\frac{28}{56}$, $\frac{42}{56}$ et $\frac{40}{56}$, chacune de même valeur que la fraction primitive qui lui correspond, et qui auroient toutes les trois le même dénominateur; ainsi de suite si l'on avoit plus de trois fractions.

Lorsque deux fractions ont le même dénominateur, celle qui a un plus grand numérateur est la plus grande, parce qu'elle exprime plus de parties : c'est ainsi que $\frac{4}{5}$ sont plus grands que $\frac{3}{5}$; et réciproquement, lorsque deux fractions ont le même numérateur, celle qui a un plus grand dénominateur est la plus petite; ainsi la fraction $\frac{4}{6}$ est plus petite que la fraction $\frac{4}{5}$; car les sixièmes sont plus petits que les cinquièmes.

Réduction des fractions à leur plus simple expression.

Réduire une fraction à sa plus simple expression, c'est faire en sorte que ses deux termes soient exprimés par les plus petits nombres possibles ; et l'on ne peut y parvenir que lorsque son numérateur et son dénominateur sont divisibles chacun par un même nombre.

Soit la fraction $\frac{36}{360}$ qu'il s'agit de réduire à une plus simple expression : il faut d'abord diviser son numérateur et son dénominateur par 2, ce qui donne $\frac{18}{180}$; ensuite par 2, et l'on a $\frac{9}{90}$; encore par 3, il vient $\frac{3}{30}$; et divisant de nouveau par 3, on obtient la fraction $\frac{1}{10}$, de même valeur que $\frac{36}{360}$; car nous avons vu qu'une fraction ne change pas de valeur, quand on divise ses deux termes par un même nombre.

Lorsque les deux termes d'une fraction sont terminés par un chiffre pair, ils sont divisibles chacun par 2, ou par un multiple de 2 (1). La fraction $\frac{28}{44}$ est dans ce cas, et donne $\frac{7}{11}$.

Tout nombre terminé par 0 est divisible par 5 ou par 10 ; ainsi la fraction $\frac{10}{20}$ se ré-

(1) On entend par *multiple* d'un nombre, celui qui le contient un certain nombre exact de fois : ainsi 12 est multiple de 6, de 4, de 3, et de 2, qui, à leur tour, sont *sous-multiples* de 12, parce qu'ils sont contenus exactement dans ce dernier. 9 est un *multiple* de 3 ; 27 l'est de 9 et de 3.

duit à $\frac{1}{6}$. Tout nombre terminé par 5 est divisible par 5; la fraction $\frac{15}{35}$, en divisant ses deux termes par 5, donne $\frac{3}{7}$.

Lorsque les chiffres du numérateur d'une fraction, ajoutés ensemble comme des *unités simples*, font 3 ou un multiple de 3; et que la même chose a lieu pour les chiffres de son dénominateur, les deux termes de la fraction sont alors divisibles, chacun par 3 *ou par un* multiple de 3: *ainsi* la fraction $\frac{21}{66}$ se réduit à $\frac{7}{22}$, et la suivante $\frac{45}{117}$ donne $\frac{5}{13}$ pour sa plus simple expression, après quoi elle est irréductible (1).

On peut encore *réduire une fraction à sa plus simple expression*, en employant la méthode du *plus grand commun diviseur*. Elle consiste à trouver un nombre qui divise exactement les deux termes d'une fraction; et pour y parvenir, il faut diviser le plus grand nombre par le plus petit; et si la division se fait exactement, le plus petit nombre est le *plus grand com-*

(1) Une fraction est irréductible lorsque ses deux termes ne sont plus divisibles par un même nombre; et cela a lieu, ou quand les deux termes sont des *nombres premiers*, ou lorsqu'ils sont *premiers* entre eux.

Un nombre est dit *premier* quand il n'a d'autre *diviseur* que lui-même ou l'*unité* : tels sont les nombres 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, etc., qu'il ne faut pas confondre avec les *mombres impairs*. Deux nombres sont *premiers* entr'eux, lorsqu'étant comparés ensemble, ils n'ont d'autre diviseur commun que l'*unité* : 7 et 12, 13 et 15 sont premiers entre eux. On appelle *nombre composé*, celui qui peut se diviser par un autre nombre que lui-même, ou que l'unité. Tels sont les nombres 4, 15, 27, 39, 48, etc.

mun diviseur. Si au contraire on a un reste, il faut diviser le plus petit nombre par ce reste; et si l'on a un quotient exact, ce reste sera le *plus grand commun diviseur*. Si l'on a encore un reste, il faudra diviser le premier par le second, qui sera le plus grand commun diviseur si la division réussit. Si le dernier reste est l'unité, la fraction est irréductible. Eclaircissons ce principe par des exemples.

1°. Soit la fraction $\frac{31}{93}$ qu'il s'agit de réduire à sa plus simple expression. Je divise 93 par 31, et j'ai 3 pour quotient exact; d'où je conclus que 31 est le *plus grand commun diviseur* entre les deux termes de la fraction proposée; je dis qu'il est d'abord *leur commun diviseur*, car 31 divise exactement 93, et de plus il se divise lui-même; en second lieu, il est *le plus grand*, car un nombre plus grand que 31, en supposant qu'il pût diviser 93, ne sauroit jamais diviser 31. En divisant donc les deux termes de la fraction $\frac{31}{93}$ par 31, j'ai la nouvelle fraction $\frac{1}{3}$ d'une forme plus simple et de même valeur que la première.

2°. On veut réduire la fraction $\frac{462}{616}$ à sa plus simple expression, il faut diviser 616 par 462, et l'on a l'unité pour quotient, et 154 pour reste; ensuite divisant 462 par le reste 154, on obtient 3 pour quotient exact; d'où l'on conclut que 154 est le plus grand commun diviseur entre 616 et 462; en opérant comme dans l'exemple précédent, on a la fraction $\frac{3}{4}$ de même valeur que $\frac{462}{616}$.

3°. Enfin, soit la fraction $\frac{2184}{3822}$ qu'on se propose de réduire à sa plus simple expression, en employant toujours la méthode du plus grand commun diviseur. Divisant 3822 par 2184, on a l'unité pour premier quotient, et 1638 pour reste. Si l'on divise 2184 par 1638, il vient encore l'unité pour quotient, et pour reste 546; essayant de diviser le premier reste 1638 par le second 546, on obtient 3 pour quotient exact; donc 546 est le plus grand commun diviseur des deux termes de la fraction proposée; et opérant comme dans les deux exemples précédents, nous aurons la nouvelle fraction $\frac{4}{7}$, de même valeur que $\frac{2184}{3822}$.

Addition des fractions.

On fait sur les fractions les mêmes opérations que sur les nombres entiers: on les ajoute ensemble; on les soustrait les unes des autres; on les multiplie et on les divise les unes par les autres, etc.

Pour ajouter ensemble deux ou plusieurs fractions, il faut les *réduire d'abord au même dénominateur; ensuite de la somme des numérateurs des fractions ainsi réduites, faites-en le numérateur d'une nouvelle fraction qui ait le dénominateur commun* (1).

(1) On prescrit de réduire les fractions au même déno-

Exemples : $\frac{1}{4}$ et $\frac{5}{9}$ ajoutés ensemble, égalent $\frac{29}{36}$: car les fractions $\frac{1}{4}$ et $\frac{5}{9}$ réduites au même dénominateur, donnent pour la première $\frac{9}{36}$, et pour la seconde $\frac{20}{36}$, égales chacune aux fractions primitives, et la somme des deux nouvelles fractions équivaut à $\frac{29}{36}$.

Pour ajouter ensemble les trois fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{7}$ et $\frac{5}{8}$, je les réduis au même dénominateur ; la première donne $\frac{56}{112}$, la seconde $\frac{48}{112}$, la troisième $\frac{70}{112}$, et leur somme égale $\frac{174}{112}$, ou $1\,\frac{62}{112}$, en extrayant les entiers. Si l'on avoit plus de trois fractions à ajouter ensemble, on opéreroit comme il vient d'être dit, c'est-à-dire, qu'on les réduiroit au même dénominateur, et qu'on donneroit à la somme de leurs numérateurs le dénominateur commun.

Lorsqu'on a des entiers joints à des fractions, on ajoute leur somme à celle des fractions. *Exemple*, $1\,\frac{1}{3}$ ajoutés à $3\,\frac{2}{5}$ donnent pour somme $4\,\frac{11}{15}$; car $\frac{1}{3}$ équivaut à $\frac{5}{15}$, et $\frac{2}{5}$ égalent $\frac{6}{15}$. De même en cherchant la somme de $5\,\frac{3}{4}$ et de $7\,\frac{1}{12}$, on obtient $12\,\frac{40}{48}$, ou $12\,\frac{5}{6}$. La somme de $6\,\frac{2}{3}$, de $8\,\frac{4}{7}$ et de $11\,\frac{5}{9}$ égale $\frac{358}{189}$, ou $1\,\frac{169}{189}$, ou enfin $1\,\frac{17}{21}$.

Soustraction des fractions.

Pour soustraire une fraction d'une autre, il faut, comme dans leur addition, les *réduire au même dénominateur*, ensuite *retrancher le numérateur de la pre-*

minateur, parce qu'on ne peut ajouter ensemble que des quantités *homogènes* ou de même espèce.

mière du numérateur de la seconde, et donner au reste le dénominateur commun. *Exemple.* S'agit-il de soustraire $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{5}$, on réduira ces deux fractions à celles-ci, $\frac{5}{10}$ et $\frac{6}{10}$; et en prenant la différence de leurs numérateurs, on aura pour reste $\frac{1}{10}$. $\frac{2}{3}$ soustraits de $\frac{6}{7}$, donnent pour reste $\frac{4}{21}$: car $\frac{2}{3}$ valent $\frac{14}{21}$, et $\frac{6}{7}$ sont égaux à $\frac{18}{21}$.

On a souvent deux ou plusieurs fractions à soustraire de deux ou plusieurs fractions; il faut alors, pour connoître leur différence, faire la somme des premières et celle des secondes; réduire ces deux dernières fractions au même dénominateur, et opérer ensuite, comme il vient d'être dit. Veut-on, par exemple, soustraire $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3}$, plus $\frac{3}{8}$, on dira $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{5}$ valent en somme $\frac{13}{20}$; $\frac{1}{3}$ et $\frac{3}{8}$ ajoutés ensemble, donnent $\frac{17}{24}$: réduisant $\frac{13}{20}$ et $\frac{17}{24}$ au même dénominateur, et soustrayant à l'ordinaire, on aura pour reste $\frac{18}{140}$ ou $\frac{7}{121}$: on se conduira de même lorsqu'on aura un plus grand nombre de fractions.

Si l'on a des nombres entiers joints à des fractions à soustraire d'autres nombres entiers joints à des fractions, on cherchera *la différence qui existe entre les nombres entiers, et on l'ajoutera à celle des fractions.* Soit proposé de soustraire 3 $\frac{1}{3}$ de 5 $\frac{4}{9}$; en procédant comme il vient d'être dit, on aura pour reste 2 $\frac{3}{27}$ ou 2 $\frac{1}{9}$; autrement: 3 $\frac{1}{3}$ égalent $\frac{10}{3}$ ou $\frac{30}{9}$, qui soustraits de 5 $\frac{4}{9}$ ou de $\frac{49}{9}$, donnent pour reste $\frac{19}{9}$ égaux à 2 $\frac{1}{9}$. De même lorsqu'on a à soustraire $4 \frac{1}{2}$ de $5 \frac{1}{4}$, il faut nécessairement réduire le tout en fraction, et l'on a alors $\frac{18}{4}$ à retrancher de $\frac{21}{4}$; la différence cherchée est $\frac{3}{4}$. Si l'on avoit enfin une fraction à soustraire d'un entier, on réduiroit l'entier en fraction, et l'on opéreroit comme si l'on cherchoit la différence entre deux fractions : c'est ainsi que $\frac{5}{7}$ ôtés de 8, donnent pour reste $\frac{51}{7}$ ou $7 \frac{2}{7}$. On peut encore poser la question de cette manière : $\frac{5}{7}$ ôtés de $7 \frac{7}{7}$, où l'on voit que la différence est toujours $7 \frac{2}{7}$.

Multiplication des fractions.

Lorsqu'on a à multiplier une fraction par un entier, l'opération consiste à *multiplier le numérateur de la fraction par l'entier, et à écrire ce produit au-dessus du dénominateur. Exemples :* $\frac{2}{3}$ multipliés par 4, donnent pour produit $\frac{8}{3}$ ou $2 \frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$ multipliés par 6, produisent $\frac{18}{5}$ ou $3 \frac{3}{5}$. L'opération est la même, lorsqu'on a un entier à multiplier par une fraction. Ainsi 4 multipliés par $\frac{1}{2}$, donne au produit $\frac{4}{2}$ ou 2. Le nombre 12, multiplié par $\frac{2}{3}$, égale $\frac{24}{3}$ ou 8.

Pour multiplier une fraction par une fraction, il faut *multiplier le numérateur de la première par le numérateur de la seconde, et diviser ce produit par celui des dénominateurs. Exemples :* $\frac{3}{7}$ multipliés par $\frac{5}{9}$, donnent $\frac{15}{63}$ ou $\frac{5}{21}$. Le produit de $\frac{4}{11}$, multipliés par $\frac{1}{2}$, sera de $\frac{4}{22}$ ou $\frac{2}{11}$; ce qui doit être, puisqu'en multipliant $\frac{4}{11}$ par $\frac{1}{2}$, c'est prendre la moitié de $\frac{4}{11}$. En multipliant $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, on aura au produit $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$.

Lorsque dans la multiplication des fractions, le multiplicateur est une fraction, le produit est toujours plus petit que le multiplicande, puisqu'on ne prend qu'une partie de ce dernier. Ainsi, dans les deux exemples, 4 multiplié par $\frac{1}{2}$, et $\frac{3}{7}$ multipliés par $\frac{5}{9}$, le premier produit $\frac{4}{2}$ ou 2 n'est que la moitié du multiplicande 4; et le second produit $\frac{15}{63}$ ou $\frac{5}{21}$ n'est que les *cinq neuvièmes* de $\frac{3}{7}$. Cette vérité est facile à comprendre, si l'on se rappelle qu'un produit contient le multiplicande autant de fois que le multiplicateur contient l'unité. Dans les exemples précités, le multiplicateur n'étant qu'une fraction de l'unité, le produit ne doit donc être qu'une portion du multiplicande.

Si l'on a des entiers joints à des fractions à multiplier par des entiers joints à des fractions, il faut, avant d'opérer, convertir en fraction le multiplicande et le multiplicateur : si vous avez $4\frac{1}{5}$ à multiplier par $3\frac{1}{4}$, réduisez $4\frac{1}{5}$ et $3\frac{1}{4}$, chacun en fraction, et vous aurez alors $\frac{21}{5}$ à multiplier par $\frac{13}{4}$, ce qui donne au produit $\frac{273}{20}$ ou $13\frac{13}{20}$.

Lorsque l'entier par lequel on multiplie une fraction est un diviseur exact du dénominateur de cette dernière, on abrège l'opération en divisant le dénominateur par cet entier. *Exemple :* $\frac{7}{16}$ multipliés par

par 4, égalent $\frac{7}{4}$ ou 1 $\frac{3}{4}$. De même $\frac{3}{15}$ multipliés par 5, donnent 1 pour produit.

On simplifie le calcul dans la multiplication des fractions, lorsque le numérateur de la première est égal au dénominateur de la seconde, ou lorsque le dénominateur de la première est égal au numérateur de la seconde, en effaçant les termes égaux de part et d'autre. C'est ainsi que $\frac{6}{11}$, multipliés par $\frac{5}{6}$, donnent pour produit $\frac{5}{11}$, et celui de $\frac{3}{7}$, multipliés par $\frac{7}{13}$, sera $\frac{3}{13}$.

Division des fractions.

Pour diviser une fraction par un entier, *multipliez le dénominateur de la fraction par l'entier, et ce produit écrit sous le numérateur sera le quotient cherché. Exemples :* $\frac{5}{6}$ divisés par 2 donnent $\frac{5}{12}$ au quotient. De même $\frac{3}{4}$, divisés par 3, égalent $\frac{3}{12}$ ou $\frac{1}{4}$; et en effet, diviser $\frac{3}{4}$ par 3, c'est en prendre le tiers ; or le tiers de $\frac{3}{4}$ est un $\frac{1}{4}$.

Si l'on a un entier à diviser par une fraction, l'opération se fait comme dans les deux exemples précédents ; avec cette différence qu'on écrit le produit au-dessus du numérateur. *Exemples :* 4 divisé par $\frac{1}{2}$ donne au quotient $\frac{8}{1}$ ou 8 ; ce qui doit être, car 4 entiers valent $\frac{8}{2}$; or $\frac{8}{2}$ contiennent $\frac{1}{2}$, huit fois.

Pour diviser une fraction par une fraction, *multipliez le numérateur de la première par le dénominateur de la seconde,* *et divisez ce produit par celui que vous donnera le numérateur de la première, multiplié par le dénominateur de la seconde. Exemples :* $\frac{2}{3}$ divisés par $\frac{3}{5}$, donnent au quotient $\frac{2 \text{ multip. par } 5}{3 \text{ multip. par } 3}$ qui valent $\frac{10}{9}$ ou $1\frac{1}{9}$. $\frac{4}{12}$ divisés par $\frac{5}{9}$ donnent d'abord $\frac{4 \text{ multiplié par } 9}{12 \text{ multiplié par } 5}$ et ensuite $\frac{36}{60}$ ou $\frac{3}{5}$ pour quotient.

Dans la division des fractions le quotient est toujours plus grand que le dividende, lorsque le diviseur est une fraction. L'exemple suivant va nous servir de démonstration. Soit $\frac{1}{2}$ à diviser par $\frac{3}{4}$, on a pour quotient $\frac{1 \text{ multip. par } 4}{2 \text{ multip. par } 3,}$ qui donne pour quotient $\frac{4}{6}$ ou $\frac{2}{3}$; où l'on voit que le quotient $\frac{2}{3}$ est plus grand que le dividende $\frac{1}{2}$. Car dans toute division le dividende contient le quotient autant de fois que le diviseur contient l'unité : or ici le diviseur $\frac{3}{4}$ n'étant que les *trois quarts* de l'unité, le dividende ne doit être que les trois quarts du quotient ; donc celui-ci est plus grand que le dividende.

Dans la division des fractions comme dans celle des nombres entiers le quotient est bon, lorsqu'étant multiplié par le diviseur il reproduit le dividende. Dans l'exemple précédent, $\frac{2}{3}$ est le vrai quotient ; car en le multipliant par le diviseur $\frac{3}{4}$, on a $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$.

Si l'on avoit à diviser $2\frac{1}{3}$ par $1\frac{3}{5}$, il faudroit convertir le dividende et le diviseur, chacun en fraction, et diviser ensuite à l'ordinaire. Dans ce cas on auroit $\frac{7}{3}$ à diviser par $\frac{8}{5}$, et pour quotient $\frac{7 \text{ multiplié par } 5}{3 \text{ multiplié par } 8}$, qui égale $\frac{35}{24}$ ou $1\frac{11}{24}$.

On appelle *fraction de fraction* une portion de fraction, comme seroient par exemple les $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{8}$, et les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$. On obtient ces sortes de résultats en multipliant les fractions l'une par l'autre. Si l'on demande quelle est la moitié de trois quarts, on multiplie $\frac{1}{2}$ par $\frac{3}{4}$, et on a $\frac{3}{8}$ pour produit, ce qui est en effet; car $\frac{3}{4}$ valent $\frac{6}{8}$, et la moitié de $\frac{6}{8}$ est évidemment $\frac{3}{8}$; maintenant les $\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{8}$ égalent $\frac{6}{40}$ ou $\frac{3}{20}$; et les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ donnent pour résultat $\frac{10}{36}$ ou $\frac{5}{18}$.

Lorsque la fraction dividende a le même dénominateur que la fraction diviseur, le quotient est égal à la fraction composée des deux numérateurs : c'est ainsi que $\frac{7}{8}$, divisés par $\frac{5}{8}$, donnent pour quotient $\frac{7}{5}$ ou $1\frac{2}{5}$: et celui de $\frac{4}{9}$, divisés par $\frac{2}{9}$, sera $\frac{4}{2}$ ou 2.

(*N. B.*) D'après le système actuel des nouveaux poids et des nouvelles mesures, l'unité fondamentale qu'on appelle *mètre*, étant divisée et subdivisée en parties toujours dix fois plus petites, il est indispensable de connoître le calcul *décimal*. On en trouvera un abrégé à la fin de ce volume ; nous l'avons extrait de l'ouvrage de Ch. *Haros*, ayant pour titre : *Instruction abrégée sur les nouvelles Mesures*, à Paris, chez Firmin Didot, rue de Thionville.

ARTICLE VII.

De l'Extraction des Racines.

On appelle *première puissance* d'un nombre quelconque, ce nombre même : *seconde puissance* d'un nombre, le produit de ce nombre multiplié par lui-même : *troisième puissance*, le produit de la seconde multipliée par la première : *quatrième puissance*, le produit de la troisième multipliée par la première : *cinquième puissance*, le produit de la quatrième multipliée par la première : et ainsi de suite.

Par exemple, 5 est la *première puissance* du nombre 5 : 25, la *seconde puissance* : 125, la *troisième* : 625, la *quatrième* : 3125, la *cinquième* : et ainsi de suite.

On appelle au contraire *racine première* d'un nombre quelconque, ce nombre même : *racine seconde* d'un nombre, celui dont ce nombre est la seconde puissance : *racine troisième* d'un nombre, celui dont ce nombre est la troisième puissance : *racine quatrième* d'un nombre, celui dont ce nombre est la quatrième puissance : *racine cinquième* d'un nombre, celui dont ce nombre est la cinquième puissance ; et ainsi de suite.

Ainsi, 5 est la *racine première* du nombre 5: la *racine seconde* de 25: la *racine troisième* de 125: la *racine quatrième* de 625: la *racine cinquième* de 3.125: et ainsi de suite.

La seconde et la troisième puissance d'un nombre quelconque se nomment, l'une le *quarré* de ce même nombre, et l'autre son *cube*. Il en est de même de la racine seconde et de la racine troisième. On donne ordinairement à la première le nom de racine *quarrée*, et celui de racine *cubique* à la seconde.

Or, de toutes les puissances des nombres, ces deux dernières sont, dans la pratique, les seules dont on est quelquefois obligé de chercher les racines. Ainsi, nous n'enseignons la manière de les extraire que de ces deux puissances seulement.

De la manière d'extraire les racines des secondes et des troisièmes puissances.

Extraire la racine quarrée ou la racine cubique d'un certain nombre, c'est chercher celui dont ce certain nombre est le quarré ou le cube. Il est complexe ou incomplexe. S'il est incomplexe, on le laisse tel qu'il est; mais s'il est complexe, on le change en un autre qui soit incomplexe. Après quoi, voici ce que l'on fait pour extraire la racine de l'un ou de l'autre.

On partage en plusieurs tranches celui

de ces deux nombres dont on cherche la racine. Mais pour faire ce partage, on compte les chiffres en allant de la droite à la gauche, et l'on en renferme deux dans chaque tranche, s'il s'agit de la racine quarrée; et trois s'il est question de la racine cubique. Par ce moyen, on a toujours autant de tranches que la racine cherchée doit avoir de chiffres; et dont le premier sera toujours celui dont le quarré ou le cube (1) est égal au nombre renfermé dans la première tranche de la gauche, ou diffère le moins de ce nombre. Ainsi, pour le trouver, on extrait la racine quarrée ou la racine cubique de ce nombre.

Pour trouver ensuite successivement chacun des autres chiffres de cette racine cherchée: 1°. On forme le quarré ou le cube de la racine déjà trouvée, et on le soustrait des premières tranches de la gauche.

2°. On abaisse auprès du reste le premier chiffre de la tranche suivante, et l'on prend la moitié, ou le tiers du nombre que ce chiffre forme avec ce reste, en négligeant ce qui peut quelquefois rester.

3°. Enfin, on divise cette moitié ou ce tiers par la racine déjà trouvée, ou par le quarré de cette racine, et le quotient est le chiffre cherché.

(1) C'est-à-dire, ici comme dans la suite de cet article, le *quarré*, lorsqu'il s'agit d'une racine quarrée; et le *cube*, lorsqu'il est question d'une racine cubique.

Les exemples suivants ne laisseront rien à desirer de ce qui concerne la pratique de ces sortes de règles.

Exemples de l'extraction des racines quarrées.

Premier exemple. On propose d'extraire la racine quarrée du nombre incomplexe 1369.

On commence par diviser en tranches le nombre proposé, en allant de droite à gauche, et ne renfermant que deux chiffres dans chaque tranche, parce qu'il s'agit d'une racine quarrée. On trace ensuite une accolade à la droite, comme on le voit ci-à-côté; et de ce que l'on a deux tranches, on en conclut que la racine cherchée est composée de deux chiffres.

$$\left.\begin{array}{l} 13,69 \\ \underline{\;9\;\;\;\;\;} \\ \;4,6 \\ \;\;2\,3 \\ 13\,69 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Racine} \\ 37 \end{array}$$

Or, pour trouver le premier de ces deux chiffres, on extrait la racine quarrée de la première tranche de la gauche, c'est-à-dire, que l'on cherche le nombre qui, étant multiplié par lui-même, produit ou 13, ou le plus grand quarré contenu dans 13 (1) : et comme on trouve que ce nombre

(1) En faveur des commençants, on a mis à la fin de cet article une table des quarrés et des cubes des neuf premiers nombres.

est 3, on en conclut que 3 est ce premier chiffre; ainsi l'on écrit un 3 à la racine.

Pour trouver le second chiffre, 1°. on forme le quarré 9 de cette racine 3 que l'on vient de trouver : on écrit ce quarré au-dessous de la première tranche de la gauche, c'est-à-dire, au-dessous du nombre 13 : de ce dernier nombre on retranche ce même quarré 9, et l'on écrit le reste 4 au-dessous du chiffre 9.

2°. On abaisse à côté de ce reste le 6 qui est le premier chiffre de la tranche suivante, ce qui forme le nombre 46: on prend ensuite la moitié de ce nombre, ce qui donne 23 pour cette moitié.

3°. On divise cette moitié 23 par la racine 3 déjà trouvée, et le quotient 7 est ce second chiffre; ainsi l'on écrit un 7 à la racine.

Pour s'assurer si 37 est la racine quarrée de 1369, on multiplie 37 par lui-même (ce qui s'appelle quarrer 37); et comme il vient 1369 pour produit, l'on conclut que 37 est la racine demandée.

Second exemple. On propose d'extraire la racine quarrée du nombre incomplexe 527.076.

On commence par diviser en plusieurs tranches le nombre proposé, en allant de la droite à la gauche; et ne renfermant que deux chiffres dans chaque tranche, parce qu'il s'agit d'une racine quarrée. On trace ensuite une accolade à la droite, comme on le voit ci-à-côté; et de ce que l'on a trois tranches, on en conclut que la racine cherchée est composée de trois chiffres.

52,70,76 } Racine 726
49
———
3,7
1 8
51 84
———
86,7
45 3

Or, pour trouver le premier de ces trois chiffres, on extrait la racine quarrée de la première tranche de la gauche; c'est-à-dire, que l'on cherche le nombre qui étant multiplié par lui-même, produit ou 52, ou le plus grand quarré contenu dans 52; et comme on trouve que ce nombre est 7, on en conclut que 7 est ce premier chiffre. Ainsi, on écrit un 7 à la racine.

Pour trouver le second chiffre, 1°. on forme le quarré 49 de cette racine 7 que l'on vient de trouver : on écrit ce quarré au-dessous de la première tranche de la gauche, c'est-à-dire au-dessous du nombre 52 : de ce dernier nombre on retranche ce même quarré 49, et l'on écrit le reste 3 au-dessous du chiffre 9.

2°. On abaisse auprès de ce reste le 7 qui est le premier chiffre de la tranche suivante, ce qui forme le nombre 37 : on prend ensuite la moitié de ce nombre, ce qui donne le nombre 18 pour cette moitié, avec une unité de reste, que l'on néglige.

3°. On divise cette moitié 18 par la racine 7 déjà trouvée, et le quotient 2 est ce second chiffre. Ainsi, on écrit un 2 à la racine.

Enfin, pour trouver le troisième chiffre, et même successivement le quatrième, le cinquième, etc., si la racine cherchée doit les avoir, on s'y prend toujours précisément de la même manière dont on vient de le faire pour trouver le second. Ainsi, 1°. on forme le quarré 5184 de la racine 72 que l'on a déjà trouvée: on écrit ce quarré au-dessous des deux premières tranches de la gauche, c'est-à-dire au-dessous du nombre 5270: de ce dernier nombre on retranche ce même quarré 5184, et l'on écrit le reste 86 au-dessous de 84.

2°. On abaisse auprès de ce reste le 7 qui est le premier chiffre de la tranche suivante, ce qui forme le nombre 867: l'on prend ensuite la moitié de ce nombre; ce qui donne le nombre 433 pour cette moitié, avec une unité de reste, que l'on néglige.

3°. Enfin, on divise cette moitié 433 par la racine 72 déjà trouvée, et le quotient 6 est ce dernier chiffre. Ainsi l'on écrit un 6 à la racine.

Par conséquent, le nombre 726 est la racine demandée.

Troisième exemple. On demande quelle est la racine quarrée du nombre complexe 1457 toises 4 pieds 0 pouces 6 lignes ?

Pour délivrer de ses espèces inférieures le nombre proposé, on le multiplie par 2 : on multiplie ensuite par 12 le produit 2875 toises 2 pieds 1 pouce : et enfin par 6, le produit 34504 toises 1 pied de cette seconde multiplication. Par ce moyen on a le nombre incomplexe 207025, qui est celui dont il faut extraire la racine.

Ainsi, l'on divise en plusieurs tranches ce dernier produit, en allant de la droite à la gauche, et ne renfermant que deux chiffres dans chaque tranche, parce qu'il s'agit d'une racine quarrée. On trace ensuite une accolade à la droite, comme on le voit ci-à-côté ; et de ce que l'on n'a que trois tranches, on en conclut que la racine cherchée n'est composée que de trois chiffres.

```
20,70,25 } Racine
16       }  455
--------
 4,7
 2 5
 2 025
----------
     45,2
     22 6
```

Or, pour trouver le premier de ces trois chiffres, on extrait la racine quarrée de la première tranche de la gauche ; c'est-à-dire, que l'on cherche le nombre qui, étant multiplié par lui-même, produit 20, ou le plus grand quarré contenu dans 20 : et comme on trouve que ce nombre est 4, on en conclut que 4 est ce premier chiffre. Ainsi, l'on écrit un 4 à la racine.

Pour trouver le second chiffre, 1°. on

forme le quarré 16 de cette racine 4 que l'on vient de trouver : on écrit ce quarré au-dessous de la première tranche de la gauche, c'est-à-dire, au-dessous du nombre 20 : de ce dernier nombre on retranche ce même quarré 16, et l'on écrit le reste 4 au-dessous du chiffre 6.

2°. On abaisse auprès de ce reste le 7 qui est le premier chiffre de la tranche suivante; ce qui forme le nombre 47 : on prend ensuite la moitié de ce nombre ; ce qui donne le nombre 23 pour cette moitié, avec une unité de reste, que l'on néglige.

3°. On divise cette moitié 23 par la racine 4 déjà trouvée, et le quotient 5 est le second chiffre cherché. Ainsi, l'on écrit un 5 à la racine.

Enfin, pour trouver le troisième chiffre, 1°. on forme le quarré 2025 de la racine 45 que l'on a déjà trouvée : on écrit ce quarré au-dessous des deux premières tranches de la gauche, c'est-à-dire au-dessous du nombre 2070 : de ce dernier nombre on retranche ce même quarré 2025, et l'on écrit le reste 45 au-dessous de 25.

2°. On abaisse auprès de ce reste le 2 qui est le premier chiffre de la tranche suivante; ce qui forme le nombre 452 : on prend ensuite la moitié de ce nombre; ce qui donne le nombre 226 pour cette moitié, sans aucun reste.

3°. Enfin, on divise cette moitié 226 par la racine 45 déjà trouvée, et le quotient 5 est ce dernier chiffre cherché. Ainsi, l'on écrit un 5 à la racine.

Par conséquent, on a le nombre 455 pour la racine quarrée du nombre incomplexe 207025, qui est 144 fois plus grand que le nombre proposé. On va voir ce qu'il faut faire pour réduire cette racine à sa juste valeur.

Les exemples des multiplications complexes, que nous avons donnés dans l'article précédent, ont fait voir la raison pour laquelle, après avoir rendu incomplexes les nombres que l'on a à multiplier, il faut toujours diviser le produit de ces nombres incomplexes, par celui de tous les multiplicateurs que l'on a employés pour faire évanouir les espèces inférieures. Mais, lorsqu'il s'agit d'un nombre complexe dont il faut extraire la racine quarrée ou la racine cubique, alors le produit de tous ces multiplicateurs est toujours le quarré ou le cube du produit de tous ceux dont on seroit obligé de se servir, si l'on vouloit faire évanouir les espèces inférieures de la racine demandée. Or, l'extraction des racines est une espèce de division qui doit détruire ce que la multiplication auroit produit. Ainsi, après avoir extrait la racine du nombre incomplexe en lequel on a changé le nombre proposé, il ne faut la diviser que par la racine pareille du produit de tous les multiplicateurs que l'on a employés.

Par *conséquent*, *puisque le produit de* tous les multiplicateurs 2, 12 et 6, dont on s'est servi dans cet exemple, est 144, qui a 12 pour racine quarrée, il faut diviser par ce dernier nombre la racine 455 du nombre incomplexe 207025, en lequel on a changé le nombre proposé; et le quotient 37 toises 5 pieds 6 pouces, est la juste valeur de la racine demandée.

Lorsque le nombre complexe dont il faut extraire la racine quarrée ou la racine cubique est un nombre quarré ou un nombre cube, il en est de même du produit des multiplicateurs dont on est obligé de se servir pour le changer en un nombre incomplexe. Ainsi les deux exemples précédents suffisent pour faire voir comment il faut extraire les racines de ces sortes de nombres. Mais il est très-rare de rencontrer des nombres qui soient tels. Il arrive presque toujours que celui que l'on se propose est précisément un nombre qui n'a point la racine que l'on veut trouver. Ce qu'il faut faire alors, c'est de chercher la racine d'un nombre quarré, ou celle d'un nombre cube, dont la différence à celle du nombre proposé soit si peu considérable, que l'on puisse la négliger sans aucune conséquence. Or, ces sortes de racines s'appellent des racines *approchées*; et pour les trouver, voici ce que l'on fait.

Si le nombre dont il faut extraire la racine quarrée ou la racine cubique est un nombre incomplexe, on le multiplie par le quarré ou par le cube d'un nombre décimal (1) que l'on prend à volonté, mais qui soit cependant d'autant plus grand que l'on veut avoir une plus petite différence: du produit, on extrait la racine proposée: on divise cette racine par le nombre décimal dont on a pris le quarré ou le cube pour multiplicateur; et le quotient est un nombre qui différeroit si peu de celui qui seroit la racine du nombre proposé, s'il étoit possible qu'il en eût une, que l'on peut n'avoir aucun égard à la différence.

Mais si le nombre dont il faut extraire la racine quarrée ou la racine cubique est un nombre complexe, on commence toujours par le changer en un nombre incomplexe. On multiplie ensuite et ce nombre incomplexe, et le produit de tous les multiplicateurs, chacun par le quarré ou par le cube de tel nombre décimal que l'on veut: on extrait de ces deux produits les racines proposées, chacune de chacun: on divise la racine du premier par celle du second; et le quotient est un nombre qui différeroit si peu de celui qui seroit la racine du nombre proposé, s'il étoit possible qu'il en eût une, que la différence n'est d'aucune conséquence. Les deux exemples suivans font voir com-

(1) On appelle nombre *décimal*, tout nombre qui commence par l'unité suivie d'un ou de plusieurs zéros. Chacun de ces nombres 10, 100, 1000, 10000, etc. est un nombre décimal.

ment on fait ces sortes d'approximations.

Quatrième exemple. On propose de trouver la racine quarrée du nombre incomplexe 738.

Si le nombre proposé n'est point un nombre quarré, il ne peut avoir qu'une racine approchée. Mais, pour savoir si un nombre est un nombre quarré ou un nombre cube, il faut ou l'avoir formé par la multiplication, ou en avoir extrait la racine quarrée ou la racine cubique. Ainsi, dans l'incertitude de ce qu'est le nombre proposé 738, on le multiplie par le quarré d'un nombre décimal quelconque, par exemple, par le quarré 10000 du nombre décimal 100, comme on le voit ci-dessous.

7,38,00,00	Racine
4	2716
3,3	
1 6	
7 29	
9,0	
4 5	
734 41	
359,0	
179 5	

On extrait ensuite la racine quarrée du produit 7380000, et l'on trouve 2716 pour cette racine. Enfin, on divise cette racine par le nombre décimal 100, dont on a pris le quarré pour multiplicateur, et le quotient 27 toises o pieds 11 pouces 6 lignes et très-peu moins de 3 points, est la racine approchée du nombre 738.

Remarque. Le quarré du nombre 2.716 que l'on vient de trouver pour la racine du produit 7380000, est 7376656; et le quarré du nombre 2717 plus grand seulement d'une unité que le nombre 2716, est 7382089. Or, de ces deux quarrés, le premier est plus petit que le produit 7380000, et le second est plus grand. Donc, la racine quarrée de ce produit, s'il pouvoit en avoir une, seroit un nombre plus grand que 2716, et plus petit que 2717. Ainsi, puisque la racine quarrée du nombre proposé 738 ne doit être que la centième partie de celle de ce même produit, elle ne doit être que la centième partie d'un nombre plus grand que 2716, et plus petit que 2717. Mais la différence d'un nombre plus grand que 2716 à un nombre plus petit que 2717, n'est pas d'une unité. Donc, la différence de la centième partie du premier à la centième partie du second, n'est pas de la centième partie d'une unité. Par conséquent, puisque le nombre 27 toises o pieds 11 pouces, etc. que l'on vient de trouver pour la racine quarrée du nombre proposé 738, est la centième partie de ce nombre 2.716, on ne perd pas sur cette racine la centième partie d'une toise.

Or, on pourra toujours se convaincre par un pareil raisonnement, que la perte que l'on fera sur une racine approchée, ne sera jamais de la partie d'une toise, exprimée par la racine quarrée ou par la racine cubique du produit de tous les nombres par lesquels on aura multiplié le nombre dont on aura extrait la racine.

Cinquième exemple. On demande la racine quarrée du nombre complexe 27 toises 5 pieds 4 pouces.

Comme il faut toujours commencer par faire évanouir les espèces inférieures, on multiplie d'abord par 3 le nombre proposé. On multiplie ensuite le produit 83 toises 4 pieds aussi par 3; et l'on a le nombre 251 qui est incomplexe.

Mais comme on ignore si ce nombre est un nombre quarré, on le multiplie encore par le quarré d'un nombre décimal quelconque, par exemple, par le quarré 10000 du nombre décimal 100; et l'on a pour produit le nombre 2510000. Enfin, on extrait la racine quarrée de ce dernier produit, et l'on trouve pour cette racine le nombre 1584.

Mais comme les multiplicateurs par lesquels on a multiplié le nombre proposé sont 3,3 et 10000, le produit 2510000 est 90000 fois trop grand. Ainsi, la racine que l'on vient de trouver est 300 fois trop grande (1). Par conséquent, on la

(1) 300 sont la racine quarrée du produit 90000 de

divise par 300; et le quotient 5 toises 1 pied 8 pouces 1 ligne et très-peu plus de 11 points, est la racine approchée du nombre proposé 27 toises 5 pieds 4 pouces.

Enfin, lorsque le nombre complexe dont il faut extraire la racine quarrée ou la racine cubique n'a point celle de ces deux racines que l'on cherche, il en est souvent de même du produit de tous les multiplicateurs que l'on a employés pour le changer en un nombre incomplexe. Alors, quoique l'on soit parvenu à changer en un nombre incomplexe le nombre proposé, il faut encore multiplier et ce nombre incomplexe, et le produit de tous les multiplicateurs, chacun par un même nombre qui puisse changer ce dernier produit en un autre qui ait la racine demandée. Ainsi:

Sixième exemple. Quelle est la racine quarrée du nombre complexe 32 toises 3 pieds 6 pouces?

Pour répondre à cette question, on commence par multiplier par 2 le nombre proposé, afin d'en faire évanouir les espèces inférieures. On multiplie ensuite par 6 le produit 65 toises 1 pied; et l'on a le nombre incomplexe 391, qui est 12 fois plus grand que celui dont on propose d'extraire la racine. Ainsi, lorsque l'on aura trouvé celle de ce nombre 391, il faudra la

tous les nombres 3, 3 et 10000, par lesquels on a multiplié le nombre proposé.

diviser par la racine quarrée de 12, afin d'avoir au quotient celle qui est demandée.

Mais ce nombre 12 n'a point de racine. Il faut donc chercher le nombre par lequel on doit le multiplier, afin que le produit soit un nombre quarré. Or, on trouve facilement que ce nombre est 3, puisque 3 fois 12 font 36, dont la racine quarrée est 6. Ainsi, l'on multiplie par 3 chacun des deux nombres 391 et 12, et les produits sont 1173 et 36.

Mais, comme on ignore si le premier de ces deux produits est un nombre quarré, on les multiplie encore chacun par le quarré d'un nombre décimal quelconque, par exemple, par le quarré 10000 du nombre décimal 100; et l'on a pour nouveaux produits les nombres 11730000 et 360000.

Enfin, on extrait la racine quarrée de chacun de ces deux derniers produits; et l'on trouve 3424 pour celle du premier, et 600 pour celle du second. On divise ensuite la première de ces deux racines par la seconde; et le quotient 5 toises 4 pieds 2 pouces 10 lignes et très-peu moins de 7 points, est la racine approchée du nombre proposé 32 toises 3 pieds 6 pouces.

Pour quarrer une fraction, il faut quarrer son numérateur et son dénominateur; et pour extraire la racine quarrée d'une fraction, on extrait la racine du numérateur, et on l'écrit sur celle du dénominateur.

Exemples : la racine quarrée de $\frac{4}{9}$ est $\frac{2}{3}$, celle de $\frac{1}{25}$ est $\frac{1}{5}$; et la racine quarrée de $\frac{16}{49}$ est $\frac{4}{7}$: celle de $\frac{1}{4}$ seroit $\frac{1}{2}$.

Ces exemples ne présentent aucune difficulté, parce que les deux termes de chaque fraction sont des quarrés parfaits. Il n'en est pas de même lorsque le numérateur ou le dénominateur d'une fraction, ou tous les deux à-la-fois, ne sont pas des quarrés parfaits.

Supposons donc qu'on demande la racine quarrée de $\frac{2}{9}$, il faut dans ce cas multiplier le numérateur 2 et le dénominateur 9, chacun par le quarré d'un nombre décimal, c'est-à-dire, ou par 100 ou par 10000, selon qu'on veut avoir plus d'exactitude dans la racine. On a pour lors à extraire la racine quarrée de $\frac{20000}{90000}$, de même valeur que $\frac{2}{9}$; et faisant l'opération, on trouve $\frac{141}{300}$ ou $\frac{47}{100}$, pour la racine quarrée de $\frac{2}{9}$. Il ne s'en faut pas de la centième partie d'une unité que $\frac{47}{100}$ ne soient la véritable racine de $\frac{2}{9}$. Ces sortes de racines s'appellent des *racines approchées.*

Lorsque le numérateur d'une fraction est un quarré parfait, et que le dénominateur ne l'est pas, il faut multiplier les deux termes de cette fraction chacun par le dénominateur, afin de rendre ce dernier un quarré parfait. On tombe alors dans le cas précédent. C'est ainsi que la racine quarrée de $\frac{4}{5}$ est $\frac{447}{500}$, ou $\frac{89}{100}$, à très-peu-prés. Enfin, lorsque ni le numérateur ni le dénominateur ne sont des quarrés parfaits, on multiplie l'un et l'autre par le dénominateur; on rend alors ce dernier un quarré parfait, et on procède comme dans le cas précédent. Si l'on cherche la racine quarrée de $\frac{3}{10}$, on trouvera qu'elle est $\frac{54}{100}$, d'une manière très-approchée. Observons que la racine d'une fraction est toujours plus grande que cette dernière.

Exemples de l'extraction des racines cubiques.

Premier exemple. Soit proposé d'extraire la racine cubique du nombre 13824.

On commence par diviser en deux tranches le nombre proposé, en allant de la droite à la gauche, et renfermant trois chiffres dans chaque tranche, parce qu'il s'agit d'une racine cubique; en observant néanmoins que la première tranche à gauche peut quelquefois n'avoir que deux chiffres, comme dans ce cas. On trace ensuite une accolade à la droite du cube proposé, comme on le voit ci-dessous; et de ce que l'on a deux tranches, il faut conclure que la racine cherchée a deux chiffres :

Cube.	Racine.
13,824	24
8	
5,8	
19 } 4	

Pour trouver le premier de ces deux chiffres, on extrait la racine cubique de la première tranche de la gauche; c'est-à-dire, que l'on cherche le nombre dont le cube est 13, ou celui dont le cube diffère le moins de 13; et comme on trouve que ce nombre est 2, on en conclut que 2 est ce premier chiffre; ainsi l'on écrit un 2 à la racine.

Pour trouver le second chiffre, 1°. on forme le cube 8 de cette racine 2 que l'on vient de trouver; on écrit ce cube au-dessous de la première tranche de la gauche, c'est-à-dire au-dessous du nombre 13: de ce dernier nombre on retranche ce même cube, et l'on écrit au-dessous le reste 5.

2°. On abaisse à côté de ce reste le 8 qui est le premier chiffre de la tranche suivante; ce qui forme le nombre 58, dont on prend le tiers, ce qui donne le nombre 19, avec une unité de reste qu'on néglige.

3°. On divise ce tiers par le quarré 4 de la racine 2 déjà trouvée, et le quotient 4 est ce second chiffre. Ainsi l'on écrit un 4 à la racine.

Second exemple. On propose d'extraire la racine cubique du nombre incomplexe 796597983.

On commence par diviser en plusieurs tranches le nombre proposé, en allant de la droite à la gauche, et renfermant trois chiffres dans chaque tranche, parce qu'il s'agit d'une racine cubique. On trace ensuite une accolade à la droite, comme on le voit ci-dessous; et de ce que l'on a trois tranches, on en conclut que la racine cherchée a trois chiffres.

796,597,983	Racine.
729	.927
67,5	
225	81
778688	
17909,9	
59699 ...	8464

Pour trouver le premier de ces trois chiffres, on extrait la racine cubique de la première tranche de la gauche; c'est-à-dire, que l'on cherche le nombre dont le cube est 796, ou le nombre dont le cube diffère le moins de 796. Et comme on trouve que ce nombre est 9, on en conclut que 9 est ce premier chiffre. Ainsi on écrit un 9 à la racine.

Pour trouver le second chiffre, 1°. on forme le cube 729 de cette racine 9 que l'on vient de trouver: on écrit ce cube au-dessous de la première tranche de la gauche, c'est-à-dire au-dessous du nombre 796: de ce dernier nombre on retranche ce même cube, et l'on écrit au-dessous le reste 67.

2°. On abaisse auprès de ce reste le 5 qui est le premier chiffre de la tranche suivante; ce qui forme le nombre 675: et l'on prend

prend le tiers de ce nombre, ce qui donne le nombre 225.

3°. On divise ce tiers par le quarré 81 de la racine 9 déjà trouvée; et le quotient 2 est ce second chiffre. Ainsi, l'on écrit un 2 à la racine.

Enfin, pour trouver le troisième chiffre, et même successivement le quatrième, le cinquième, etc. si la racine cherchée doit les avoir, on s'y prend toujours de la même manière dont on vient de le faire pour trouver le second. Ainsi, 1°. on forme le cube 778688 de la racine 92 que l'on a déjà trouvée: on écrit ce cube au-dessous des deux premières tranches de la gauche, c'est-à-dire au-dessous du nombre 796597: de ce dernier nombre on retranche ce même cube, et l'on écrit au-dessous le reste 17909.

2°. On abaisse auprès de ce reste le 9 qui est le premier chiffre de la tranche suivante; ce qui forme le nombre 179099; et l'on prend le tiers de ce nombre; ce qui donne le nombre 59699 pour ce tiers, avec 2 unités de reste, que l'on néglige.

3°. Enfin, on divise ce tiers par le quarré 8464 de la racine 92 déjà trouvée; et le quotient 7 est ce dernier chiffre. Ainsi, l'on écrit un 7 à la racine.

Par conséquent, le nombre 927 est la racine demandée.

Troisième exemple. On demande quelle

est la racine cubique du nombre complexe 13396 toises 2 pieds 10 pouces 10 lignes 6 points.

Comme on ne peut extraire la racine d'aucun nombre, s'il n'est incomplexe, on multiplie par 2 le nombre proposé : on multiplie ensuite par 4 le produit 26792 toises 5 pieds 9 pouces 9 lignes : on multiplie aussi par 4 le produit 107171 toises 5 pieds 3 pouces : enfin, on multiplie par 2 le produit 428687 toises 3 pieds ; et l'on a le nombre 857375 qui est incomplexe.

On partage ce nombre de trois chiffres en trois chiffres, comme on le voit ci-à-côté, et de ce que l'on n'a que deux tranches, on en conclut que sa racine n'est composée que de deux chiffres.

857,375	{	Racine
729		9,5
128,3		
427	}	81

Pour trouver le premier de ces deux chiffres, on extrait la racine cubique de la première tranche de la gauche ; c'est-à-dire, que l'on cherche le nombre dont le cube est 857, ou celui dont le cube diffère le moins de 857. Et comme on trouve que ce nombre est 9, on en conclut que 9 est ce premier chiffre. Ainsi, l'on écrit un 9 à la racine.

Pour trouver le second chiffre, 1°. on forme le cube 729 de cette racine 9 que l'on vient de trouver : on écrit ce cube au-dessous de la première tranche de la gauche, c'est-à-dire au-dessous du nombre 857 : de ce dernier nombre on retranche ce même cube, et l'on écrit au-dessous le reste 128.

2°. On abaisse auprès de ce reste le 3 qui est le premier chiffre de la tranche suivante ; ce qui forme le nombre 1283 ; et l'on prend le tiers de ce nombre ; ce qui donne le nombre 427, avec deux unités de reste, que l'on néglige.

3°. Enfin, on divise ce tiers par le quarré 81 de la racine 9 déjà trouvée ; et le quotient 5 est ce second chiffre. Ainsi, l'on écrit un 5 à la racine ; ce qui forme le nombre 95 pour celle du produit 857375.

Mais ce produit est 64 fois trop grand, puisqu'il est celui du nombre proposé multiplié successivement par les nombres 2, 4, 4 et 2. Donc, sa racine 95 est quatre fois trop grande (1). Par conséquent, on la divise par 4 ; et le quotient 23 toises 4 pieds 6 pouces, est la racine demandée.

Quatrième exemple. Enfin, il faut extraire la racine cubique du nombre complexe 742 toises 5 pieds 11 pouces.

Pour faire évanouir les espèces inférieures du nombre proposé, on le multiplie premièrement par 12 : on multiplie ensuite par 6 le produit 8915 toises 5 pieds ; et l'on a le nombre incomplexe 53495 qui est 72 fois plus grand que celui dont on demande la racine. Ainsi, lors-

(1) 4 est la racine cubique de 64.

que l'on aura trouvé celle de ce nombre 53495, il faudra la diviser par la racine cubique de 72, afin d'avoir au quotient celle qui est demandée.

Mais ce nombre 72 n'a point de racine. Il faut donc chercher le nombre par lequel on doit le multiplier, afin que le produit soit un nombre cube. Or, on trouve que ce nombre est 3; puisque 3 fois 72 produisent 216, dont la racine cubique est 6. Ainsi, l'on multiplie par 3 chacun des deux nombres 53495 et 72; et les produits sont 160485 et 216.

Mais, comme on ne sait point si le premier de ces deux produits est un nombre cube, on les multiplie encore l'un et l'autre par le cube d'un nombre décimal quelconque: par exemple, par le cube 1000000 du nombre décimal 100; et l'on a pour nouveaux produits les nombres 160485000000 et 216000000.

Enfin, on extrait les racines cubiques de chacun de ces deux derniers produits; et l'on trouve 5434 pour celle du premier, et 600 pour celle du second. On divise ensuite la première de ces deux racines par la seconde; et le quotient 9 toises 0 pieds 4 pouces et très-peu moins d'une ligne, est la racine cubique approchée du nombre proposé 742 toises 5 pieds 11 pouces.

```
160,485,000,000 { Racine
125             { 5434
---------
 35,4
 118...... } 25
157 464
---------
  3021,0
  10070... } 2916
160103007
---------
   381993,0
   1273310 } 294849
```

De la preuve de l'extraction des racines.

Pour faire la preuve de l'extraction des racines, on forme le quarré ou le cube de la racine que l'on a trouvée, et si ce quarré ou ce cube est égal au nombre proposé, on est sûr que l'on ne s'est point trompé.

Mais, si ce quarré ou ce cube est plus petit que le nombre proposé, alors on augmente d'une unité la racine que l'on a trouvée: on forme ensuite le quarré ou le cube de cette racine ainsi augmentée; et si ce nouveau quarré ou ce nouveau cube surpasse le nombre proposé, il est certain que l'on a bien calculé; mais la racine trouvée n'est qu'une racine approchée.

TABLE des Racines, des Quarrés et des Cubes.

Racines.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quarrés.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubes.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

ARTICLE VIII.

Des Logarithmes.

On a vu dans l'article précédent, qu'un nombre est toujours lui-même sa première puissance; que la seconde puissance d'un nombre est le produit de sa première puissance multipliée par elle-même; que sa troisième puissance est le produit de sa seconde puissance multipliée par sa première; et ainsi de suite. Or, celui de ces nombres 1, 2, 3, 4, 5, etc. par lequel on indique qu'un certain nombre est une telle puissance d'un autre nombre, est ce que l'on appelle l'*exposant* ou le *logarithme* de ce certain nombre.

Par exemple, le nombre 4 qui indique que 81 est la quatrième puissance du nombre 3, est le logarithme de 81. Pareillement, le nombre 9 qui indique que 19683 est la neuvième puissance de ce même nombre 3, est le logarithme de 19683; et il en est de même de tous les autres.

Par conséquent, on peut dire qu'un logarithme est un nombre qui indique le rang qu'un autre nombre tient dans la suite des puissances d'un certain nombre; et c'est-à-peu-près ce que signifie le nom grec *logarithme*.

Ces sortes de nombres, dont on doit l'invention au baron Néper, sont d'une très-grande commodité, principalement dans la trigonométrie. Ainsi nous allons enseigner la manière dont il faut s'en servir. Mais comme il seroit très-difficile d'en donner une idée qui soit bien claire, si l'on n'avoit pas sous les yeux au moins le commencement d'une espèce de table des logarithmes, nous nous servirons de la table suivante, qui ne peut cependant avoir d'autre utilité que celle de nous faciliter les moyens de faire comprendre d'une manière très-courte et très-facile, tout ce qui concerne les logarithmes.

Supposé présentement que l'on veuille multiplier l'un par l'autre les deux nombres, par exemple: 243 et 6561; on cherche ces deux nombres dans la table ci-après, et l'on y trouve que le nombre 5 est le logarithme du premier, et que le nombre 8 est celui du second; ce qui indique que le premier est la cinquième puissance d'un certain nombre, et que le second en est la huitième puissance. Or, si l'on multiplie la cinquième puissance d'un nombre par la huitième puissance du même nombre, le produit en est la treizième puissance. Ainsi, l'on cherche dans la table, vis-à-vis du logarithme 13, quelle est cette treizième puissance, et l'on y trouve le nombre 1594323 pour le produit des deux nombres 243 et 6561 multipliés l'un par l'autre.

Puissances.	Logarith.
3	1
9	2
27	3
81	4
243	5
729	6
2187	7
6561	8
19683	9
59049	10
177147	11
531441	12
1594323	13
4782969	14
14348907	15
43046721	16
etc.	etc.

Pareillement, si l'on veut savoir quel est le produit des deux nombres; par exemple, 729 et 59049, on cherche ces deux nombres dans la table, et l'on y trouve le nombre 6 pour le logarithme du premier, et le nombre 10 pour celui du second : on ajoute ensemble ces deux logarithmes; ce qui donne le nombre 16 pour le logarithme du produit demandé. Ainsi, l'on cherche ce dernier nombre dans la colonne des logarithmes; et l'on trouve à côté dans la colonne des puissances, ce nombre 43046721 pour le *produit que l'on* vouloit *connoître*.

Il suit de ces deux exemples, que le quarré et le cube d'un nombre quelconque ont pour logarithmes, l'un le double et *l'autre le triple du logarithme de ce même* nombre.

Par conséquent, pour connoître le quarré d'un nombre par le moyen des tables, il faut doubler son logarithme; et pour *trouver son cube* par la *même voie*, il faut tripler ce même logarithme.

Réciproquement, si l'on veut diviser l'un par l'autre les nombres; par exemple, 531441 et 19683, on cherche ces deux *nombres dans* la table, et l'on y trouve que le premier est la douzième puissance d'un certain nombre dont le second est la neuvième puissance. Or, si l'on divise la *douzième puissance d'un nombre par* la neuvième puissance du même nombre, le quotient en est la troisième puissance. Ainsi, l'on cherche dans la table, vis-à-vis du logarithme 3, quelle est cette troisième *puissance; et l'on y trouve* le *nombre* 27 pour le quotient du nombre 531441 divisé par 19683.

Pareillement, si l'on veut savoir quel est le quotient des deux nombres; par exemple, 14348907 et 177147 divisés l'un par l'autre, on cherche ces deux nombres dans la table, et l'on y trouve 15 pour le logarithme du premier, et le nombre 11 pour celui du second : on soustrait le logarithme 11 du logarithme 15, et la différence 4 est le logarithme du quotient demandé. Ainsi, l'on cherche cette différence dans la colonne des logarithmes, et l'on trouve à côté dans la colonne des puissances, le nombre 81 pour le quotient que l'on vouloit connoître.

Il suit aussi de ces deux exemples, que la racine quarrée et la racine cubique d'un nombre quelconque, ont pour logarithme, l'une la moitié, et l'autre le tiers du logarithme de ce même nombre.

Par conséquent, pour trouver la racine quarrée d'un nombre, par le moyen des tables, il faut prendre la moitié de son logarithme : et pour connoître sa racine cubique par la même voie, il faut prendre le tiers de ce même logarithme.

On voit par tous ces exemples, que si l'on avoit une table qui contînt les logarithmes de tous les nombres, depuis celui de l'unité jusqu'à celui d'un certain nombre; par exemple, jusqu'à celui du nombre 10000 (1), on pourroit, lorsqu'on le voudroit, changer la multiplication en une simple addition, et la division en une simple soustraction; ce qui abrégeroit de

(1) Les tables ordinaires ne s'étendent que jusqu'à ce nombre, parce qu'il est suffisant pour la pratique. *Voyez* les Tables stéréotypes de *J. Lalande*, imprimées par Firmin Didot. Paris, an X.

beaucoup les calculs, particulièrement lorsque l'on seroit obligé d'opérer sur de très-grands nombres, comme on est contraint de le faire dans la trigonométrie. Mais si cette table n'étoit que pareille à celle que nous donnons ici pour exemple, elle ne seroit pas d'une grande utilité, puisqu'il ne s'y trouve aucun des nombres qui sont compris entre 3 et 9, entre 9 et 27 etc. Ainsi, voici ce que l'on a fait pour en avoir une qui soit complette; c'est-à-dire, qui contienne les logarithmes de tous les nombres, depuis le logarithme du nombre 1, jusqu'à celui du nombre 10000.

On a préféré le nombre 10 à tout autre, pour être le nombre *radical;* et cela par plusieurs raisons, dont la première est la facilité avec laquelle on calcule les nombres décimaux: la seconde, parce que sa quatrième puissance, qui est 10000, donne *aux tables une étendue suffisante* pour faire, par le moyen des logarithmes, tous les calculs qui peuvent se rencontrer dans la pratique: la troisième enfin, parce que le nombre qui est à la *gauche d'un logarithme*, et qui est séparé des autres chiffres par un point, étant toujours plus petit d'une unité que le nombre des chiffres dont est composé le nombre auquel ce logarithme appartient, il fait toujours connoître la quotité de ces chiffres. Ce nombre ainsi séparé, et à la gauche d'un logarithme, se nomme la *caractéristique.*

Mais, en laissant au nombre 10 cette propriété d'être lui-même sa première puissance, 100 est sa seconde puissance, 1000 sa troisième, et 10000 sa quatrième. Ainsi, les logarithmes de ces quatre nombres sont, 1, 2, 3 et 4. Or, entre ces quatre derniers nombres, il n'y en a point d'autres. Par conséquent, tant que l'on considérera le nombre 10 comme n'étant qu'une première puissance, on ne pourra jamais déterminer le degré de puissance d'aucun des nombres qui sont inférieurs à 10, ni d'aucun de ceux qui sont compris entre 10 et 100, entre 100 et 1000, etc.

Pour rendre donc possible ce qui n'auroit jamais pu l'être, en supposant que le nombre 10 étoit lui-même sa première puissance, on a pris le parti de le considérer comme étant la dix-millionième puissance d'un certain nombre, quel qu'il soit; car il est absolument inutile de le connoître. Alors 100 devient une vingt-millionième puissance, 1000 une trente-millionième, et 10000 une quarante-millionième. Or, entre ces nombres 10000000, 20000000, etc. il paroît possible d'en trouver qui expriment relativement à ce certain nombre inconnu, tous les différents degrés de puissance que l'on ne pouvoit pas déterminer tant qu'on laissoit subsister la première supposition. Il est cependant vrai que les nombres que l'on trouve n'expriment point rigoureusement ces différents degrés de puissance. Mais ils diffèrent de si peu de ceux qui les exprimeroient rigoureusement, s'il étoit possible d'en trouver qui le fissent, que la différence ne peut jamais causer une erreur de la dix-millionième partie d'une unité dans tous les calculs que l'on fait, en se servant des logarithmes.

Nous ne disons rien de la manière de trouver ces différents nombres; cela n'est point du ressort d'un abrégé.

Mais, comme les tables des logarithmes ne contiennent point ceux des nombres complexes, et que plusieurs ne renferment pas ceux des nombres qui surpassent 10000, nous terminerons cet article par enseigner la manière de trouver les logarithmes qui appartiennent à ces sortes de nombres; et réciproquement, les nombres auxquels ces sortes de logarithmes appartiennent.

De la manière de trouver les logarithmes des nombres complexes.

Les exemples font plus facilement comprendre ce que l'on veut enseigner, que tous les raisonnements par lesquels on les fait ordinairement précéder. Ainsi, ce ne sera que par des exemples que nous ferons connoître ce qu'il faut faire pour résoudre les propositions suivantes. Mais nous donnerons, autant qu'il le sera nécessaire, les raisons des calculs que nous y prescrirons.

Premier Exemple. On propose de trouver le logarithme du nombre complexe 47 toises 4 pieds 3 pouces.

Comme les logarithmes de ces sortes de nombres ne se trouvent point dans les tables, il faut changer le nombre proposé 47 toises 4 pieds 3 pouces, en un autre qui soit incomplexe. Or, pour cet effet, on le multiplie d'abord par 4; ce qui produit 190 toises 5 pieds : on multiplie ensuite par 6 ce produit, et l'on a le nombre incomplexe 1145, qui est 24 fois plus grand que le nombre proposé. Ainsi, si l'on divisoit ce dernier nombre par 24, le quotient seroit ce même nombre proposé.

Mais, on a vu que si l'on veut se servir des logarithmes pour diviser un nombre par un autre, il faut du logarithme du dividende soustraire le logarithme du diviseur, et que le reste est le logarithme du quotient. Donc, si du logarithme 3,0588055 du dividende 1145, on soustrait le logarithme 1,3802112 du diviseur 24, le reste 1,6785943 est le logarithme du quotient; et par conséquent le logarithme du nombre proposé, puisque l'on vient de voir que ce nombre proposé est le quotient de 1145 divisés par 24.

Second Exempte. On demande quel est le logarithme du nombre complexe 2973 toises 5 pieds 10 pouces.

On commence, comme dans l'exemple

précédent, par changer le nombre 2973 toises 5 pieds 10 pouces en un autre qui soit incomplexe. Ainsi, on le multiplie premièrement par 6 : on multiplie ensuite encore par 6 le produit 17843 toises 5 pieds ; et l'on a le nombre incomplexe 107063, qui est 36 fois plus grand que le nombre proposé. Ainsi, du logarithme de ce nombre 107063, il faut retrancher le logarithme du nombre 36 ; et le reste sera le logarithme demandé. Mais le logarithme du premier de ces deux nombres ne se trouve point dans la plupart des tables, par la raison qu'elles ne s'étendent que jusqu'au nombre 10000 ; et que par conséquent tous les nombres qui sont composés de plus de quatre chiffres ne pouvant point y être, il en est nécessairement de même de leurs logarithmes. Or, voici la manière de trouver les logarithmes de ces sortes de nombres.

On retranche de leur droite autant de chiffres qu'il le faut pour n'en laisser que quatre à leur gauche (1). On cherche ensuite dans les tables le logarithme du nombre qui est exprimé par ces quatre chiffres : on soustrait ce logarithme de celui que l'on trouve immédiatement au-dessous : on multiplie le reste par le nombre exprimé par les chiffres que l'on a retranchés :

(1) Retrancher des chiffres de la droite d'un nombre, c'est le diviser par un nombre décimal composé d'autant de *zéro* que l'on a retranché de chiffres.

on divise le produit par un nombre décimal composé d'autant de zéro que l'on a retranché de chiffres : enfin, on ajoute le quotient au logarithme que l'on a trouvé : on ajoute aussi à la caractéristique du même logarithme autant d'unités que l'on a retranché de chiffres ; et cette dernière somme est le logarithme du nombre qui ne se trouvoit point dans les tables, par la raison qu'il surpasse le nombre 10000, lequel, comme on l'a déjà dit, est le plus grand de tous ceux qui y sont contenus.

Ainsi, pour trouver le logarithme du nombre 107063 dont il s'agit ici, on en retranche les deux chiffres de la droite, et il reste 1070. On cherche dans les tables le logarithme de ce reste, et l'on y trouve le nombre 3,0293838 pour ce logarithme. On le soustrait du logarithme 3,0297895 que l'on trouve immédiatement au-dessous, et il reste 4057. On multiplie ce reste par le nombre 63 que l'on a retranché, et l'on a pour produit le nombre 255591. On divise ce produit par le nombre décimal 100 ; et le quotient est 2555, ou plutôt 2556, par la raison que les 91 qui restent du dividende, valent plus de la moitié du diviseur. Enfin, on ajoute ce quotient au logarithme 3,0293838 du nombre 1070. On ajoute aussi deux unités à la caractéristique 3 de ce même logarithme ; et la somme 5,0296394 est le logarithme du nombre proposé 107063.

Or, lorsqu'on a trouvé ce dernier logarithme, on en soustrait le logarithme 1,5563025 du *nombre* 36, et le reste 3,4733369 est le logarithme demandé.

De la manière de trouver les nombres auxquels appartiennent les logarithmes qui ne se trouvent point dans les tables.

Lorsque l'on ne trouve point dans les tables un logarithme dont la caractéristique ne surpasse point le nombre 3, c'est par la seule raison qu'il appartient à un nombre complexe. Mais, lorsque la caractéristique d'un logarithme surpasse ce nombre 3, alors il n'est point dans les tables par la raison qu'il appartient à un nombre plus grand que 10000, qui est celui jusqu'auquel les tables s'étendent. Les exemples suivants font connoître la manière de trouver les nombres auxquels ces logarithmes appartiennent.

Premier Exemple. Quel est le nombre auquel appartient le logarith. 1,6785943?

Comme ce logarithme a le chiffre 1 pour caractéristique, il appartient à un nombre composé de deux chiffres. Ainsi, l'on cherche ce logarithme dans les tables, vis-à-vis des nombres qui ne sont composés que de deux chiffres; et l'on y trouve qu'il est plus grand que le logarithme 1,6720979 du nombre 47, et plus petit que le logarithme 1,6812412 du nombre 48. D'où l'on conclut que le nombre demandé surpasse 47, et diffère de 48 ; et que par conséquent il est interposé entre ces deux nombres.

Or, pour le trouver, du logarithme du nombre 48 on soustrait celui du nombre 47, et il reste 91433. On soustrait aussi du logarithme proposé celui du même nombre 47, et il reste 64964. On divise ensuite ce second reste par le premier, et l'on trouve 4 pieds 3 pouces 2 lignes pour quotient. Enfin, on ajoute ce quotient à 47, et la somme 47 toises 4 pieds 3 pouces 2 lignes est le nombre demandé.

Second Exemple. On demande le nombre auquel appartient le logarith. 5,0296394.

Comme ce logarithme a le nombre 5 pour caractéristique, il appartient à un nombre composé de six chiffres, et qui, par conséquent, surpasse le plus grand de tous ceux qui sont dans les tables.

Or, pour trouver les nombres auxquels ces sortes de logarithmes appartiennent, on commence toujours par les considérer comme s'ils n'avoient que le nombre 5 pour caractéristique. On cherche ensuite, comme on vient d'apprendre à le faire par l'exemple précédent, quel est le nombre auquel ils appartiendroient, si ce nombre 5 étoit effectivement leur caractéristique. Enfin, lorsque l'on a trouvé ce nombre, on le multiplie par un nombre décimal, composé d'autant de zéro qu'il a fallu retrancher d'unités de la caractéristique du logarithme proposé, pour supposer qu'elle n'étoit plus que le nombre 3; et le produit est le nombre demandé.

Ainsi, pour trouver le nombre auquel appartient le logarithme 5,0296394 dont il est ici question, on suppose qu'il n'a que le nombre 3 pour caractéristique, et l'on cherche quel seroit, dans cette supposition, le nombre auquel il appartiendroit. Or, on trouve qu'il appartiendroit à 1070 toises 3 pieds 9 pouces 4 lignes 4 points. Ainsi, l'on multiplie ce nombre par le nombre décimal 100; par la raison qu'il a fallu retrancher deux unités de la caractéristique 5, pour la réduire à n'être plus que le nombre 3; et le produit 107063 est le nombre auquel le logarithme proposé appartient. Les différences sont si petites, qu'on les néglige.

ARTICLE IX.

De la manière de se servir des règles précédentes pour résoudre les questions les plus ordinaires sur les proportions.

Lorsque l'on compare une chose à une autre, ce que la chose que l'on compare est à l'égard de celle à laquelle on la compare, s'appelle une *raison*, ou plus généralement un *rapport.*

Par exemple, le rapport général d'une ligne de 12 pieds à une de 4 pieds, est d'être *grande* relativement à cette ligne de 4 pieds; et celui d'une ligne de 4 pieds à une de 12, est d'être *petite* relativement à cette dernière.

Mais si, pour déterminer plus particulièrement le rapport de cette ligne de 12 pieds à celle de 4, on examine la manière dont la première contient la seconde, alors, de ce que l'on trouve qu'elle la contient 3 fois, on dit que le rapport particulier de cette ligne de 12 pieds à celle de 4, est d'en être le triple.

Pareillement, si pour déterminer le rapport d'une ligne de 4 pieds à une de 12, on examine la manière dont la première contient la seconde; alors, de ce qu'elle n'en contient que le tiers, on dit que le rapport particulier d'une ligne de 4 pieds à une de 12, est d'en être le tiers.

Ainsi, par le rapport d'une chose à une autre, nous n'entendons ici que la manière dont la chose que l'on compare, contient celle à laquelle on la compare.

La chose que l'on compare se nomme le premier terme, ou l'*antécédent* du rapport; et celle à laquelle on la compare en est le second terme, ou le *conséquent*. On sépare les deux termes par deux points.

Lorsqu'une chose en contient une autre, précisément de la même manière dont une troisième en contient une quatrième, le rapport qui est entre les deux premières, est le même que celui qui existe entre les deux dernières. Or, l'égalité qui se trouve entre ces deux rapports, est ce que l'on appelle une *proportion*.

Et de ce qu'une proportion consiste en l'égalité de deux rapports, il suit qu'elle doit avoir quatre termes. Or, le premier et le dernier se nomment les *extrêmes*; les deux autres s'appellent les *moyens* : et pour exprimer que ces quatre termes constituent une proportion, on dit des quantités qui les composent, qu'elles sont proportionnelles. Mais pour l'indiquer par écrit, on met quatre points entre le premier et le second rapport.

Par exemple, pour faire connoître que le rapport de 12 à 4 est égal à celui de 18 à 6, on écrit ainsi ces deux rapports, 12:

4 :: 18 : 6. Et pour exprimer cette égalité, on dit que 12 est à 4 ce que 18 est à 6 ; ou que 12 contient 4, de la même manière dont 18 contient 6.

Les questions que l'on fait le plus ordinairement sur les proportions, se réduisent à trouver celui qui manque des quatre termes d'une proportion dont on n'en connoît que trois. Nous allons enseigner par des exemples, suivant notre usage, comment on doit s'y prendre pour le trouver. Mais auparavant, il faut faire les quatre observations suivantes.

Première. La règle qui enseigne à trouver ce quatrième terme, se nomme ordinairement *règle de proportion*. Mais on lui donne aussi les noms de *règle de trois*, parce qu'elle a toujours trois termes de connus ; et de *règle d'or*, relativement à sa grande utilité.

Seconde. Le premier et le second terme d'une proportion, doivent toujours être de même genre ; et il en est de même du troisième et du quatrième. Mais on la propose si ordinairement d'une manière qui fait du troisième terme le second, et du second le troisième, que pour nous conformer à l'usage, nous donnerons toujours le nom de second terme à celui qui est en effet le troisième ; et le nom de troisième terme à celui qui ne doit être que le second.

Troisième. Avant que d'entreprendre

de chercher le quatrième terme d'une proportion dont les trois premiers sont connus, il faut toujours commencer par voir si ces termes connus sont rangés dans l'ordre où ils doivent l'être, ou s'ils ne le sont pas. Or, pour le connoître, on examine par ce qui doit suivre de ce qui est proposé, si le premier terme étant plus petit ou plus grand que le troisième, le second doit aussi être plus petit ou plus grand que le quatrième, qui est toujours le terme inconnu; ou si le premier terme étant de même plus petit ou plus grand que le troisième, le second doit au contraire être plus grand ou plus petit que le quatrième. Dans le premier cas, on dit que la proportion dont il s'agit, est une proportion *directe*; et dans le second, on lui donne les noms de proportion *indirecte* ou *inverse*.

Quatrième. Enfin, on propose souvent de trouver le quatrième terme d'une proportion dont les autres termes ne sont pas connus immédiatement, mais dépendent de certaines circonstances par le moyen desquelles on peut les trouver. Alors les rapports qui constituent ces sortes de proportions, sont des rapports *composés*; et par cette raison on donne le même nom à ces sortes de proportions. Elles sont aussi ou *directes* ou *inverses*, de même que les précédentes, que l'on appelle proportions *simples*, pour les distinguer de ces dernières. Il est toujours facile de connoître si les rapports qui forment une proportion sont composés. Car alors la question est aussi toujours composée de plus de trois termes. Dans ce cas, on la nomme règle de *cinq*, de *sept*, de *neuf*, etc., selon la quotité des termes qui sont donnés.

De la manière de trouver le quatrième terme d'une proportion simple et directe.

Premier Exemple. Si 34 aunes d'une certaine étoffe ont coûté 218 livres 14 sous 6 deniers, combien doivent coûter 85 aunes de la même étoffe?

Cette proportion est simple, puisque l'on connoît immédiatement ses trois premiers termes: et elle est directe, puisque l'on voit par ce qui est proposé, que son premier terme étant plus petit que le troisième, son second terme doit aussi être plus petit que le quatrième.

Or, toutes les fois qu'il s'agit de trouver le quatrième terme d'une proportion qui est simple et directe, c'est-à-dire de faire une règle de trois simple et directe, on multiplie son second terme par le troisième: on divise ensuite le produit par le premier; et le quotient est ce quatrième terme que l'on cherche.

Ainsi, pour résoudre la question proposée, on multiplie 218 livres 14 sous 6 deniers par 85, ce qui produit 18591 livres 12 sous 6 deniers: on divise ensuite ce produit par 34; et le quotient 546 livres

livres 16 sous 3 deniers est le prix demandé.

Remarque. Pour faire conformément aux principes que nous avons donnés, la multiplication et ensuite la division prescrites l'une et l'autre dans l'exemple précédent, on a multiplié 218 livres 14 sous 6 deniers par 2 : on a ensuite multiplié par 20 le produit 437 livres 9 sous : enfin, on a multiplié par 85 le second produit 8.749 ; ce qui a donné pour troisième produit le nombre 743.665. On a ensuite divisé ce dernier produit par 40, et l'on a trouvé 18.591 livres 12 sous 6 deniers pour quotient. Enfin, on a subdivisé ce quotient par 34 ; et l'on a trouvé 546 livres 16 sous 3 deniers pour le terme que l'on cherchoit.

Mais lorsqu'il s'agit de faire ainsi des divisions, et ensuite des subdivisions, il est toujours plus simple, et par conséquent plus facile, de multiplier le premier diviseur par le second ; ou, ce qui revient au même, de multiplier successivement le second diviseur par tous les multiplicateurs dont le premier diviseur est le produit, et de diviser ensuite le premier dividende par le produit qui résulte de cette multiplication.

Ainsi, dans l'exemple précédent, au lieu de diviser par 40 le premier dividende qui est 743.665, et de subdiviser ensuite par 34 le quotient 18.591 livres 12 sous 6 deniers, on multiplie par 40, ou successivement par les multiplicateurs 2 et 20 qui l'ont produit, le second diviseur qui est 34: on divise ensuite par le produit 1.360 qui résulte de cette multiplication, le premier dividende 743.665; et l'on trouve par une seule division le même quotient 546 livres 16 sous 3 deniers, que l'on n'avoit pu avoir que par une double division.

Et c'est de cette manière dont il faut s'y prendre, toutes les fois qu'il s'agit de faire une division, et ensuite une subdivision.

La raison en est que, diviser un nombre par 40, et subdiviser ensuite le quotient par 34, c'est prendre la trente-quatrième partie de la quarantième partie de ce nombre, et par conséquent sa 1.360e partie. Pour rendre ceci encore plus sensible, diviser un nombre, par exemple 36, par 4, et subdiviser ensuite le quotient 9 par 3, c'est prendre le tiers du quart de 36, et par conséquent sa douzième partie, laquelle est 3.

Second Exemple. Si pour 739 livres 13 sous 8 deniers, on a fait faire 71 toises 5 pieds 10 pouces d'un certain ouvrage, combien de toises, pieds, pouces, etc. d'un pareil ouvrage, fera-t-on faire pour 554 livres 15 sous 3 deniers?

Cette proportion est encore simple, puisque ses trois premiers termes sont connus immédiatement: et elle est directe, puisque, suivant ce qui est proposé, son premier terme étant plus grand que le troisième, son second terme doit aussi être plus grand que le quatrième. Ainsi, l'on multiplie ce second terme par le troisième: on divise ensuite le produit par le premier terme; et le nombre 53 toises 5 pieds 10 pouces et 6 lignes, que l'on trouve pour le quotient, est le prix demandé.

Il faut remarquer, si l'on fait cette règle, que les nombres par lesquels on multipliera successivement le second terme et le troisième, pour les préparer à être multipliés l'un par l'autre, seront 6 et 6 pour le premier, 4 et 20 pour le second; et que par conséquent, pour préparer la division, il faudra nécessairement multiplier le premier terme successivement par les mêmes nombres 6, 6, 4 et 20. Si l'on a bien compris nos principes, on doit voir qu'il en devra toujours être de même dans tous les cas pareils.

De la manière de trouver le quatrième terme d'une proportion simple et indirecte.

Premier Exemple. Si 54 hommes ont été 75 jours à faire un certain ouvrage, en combien de temps 90 hommes feront-ils un pareil ouvrage?

Cette proportion est simple, puisque ses trois premiers termes sont connus immédiatement. Mais elle est inverse, par la raison que 90 hommes ne doivent pas employer

75 jours à faire ce que 54 hommes ont fait en un pareil temps; et que par conséquent, le premier terme de cette proportion étant plus petit que le troisième, le second terme doit au contraire être plus grand que le quatrième.

Ces proportions ne sont nommées inverses que parce que leurs termes sont mal rangés, en ce que leur troisième terme y est mis à la place du premier, et leur premier terme à celle du troisième. Ainsi, si l'on transposoit ces deux termes, la proportion deviendroit directe. Mais on les laisse ordinairement dans le même rang qu'ils ont été proposés ; et alors, pour trouver le quatrième terme, on multiplie le second par le premier : on divise ensuite le produit par le troisième, et le quotient est le quatrième terme cherché.

Par conséquent, pour répondre à la question proposée, on multiplie 75 par 54 : on divise ensuite par 90 le produit 4.050; et le quotient 45 jours est le temps demandé.

Second Exemple. Si pour tapisser un certain appartement, il faut 266 aunes d'une étoffe qui a 4 pieds 3 pouces de large, combien faudra-t-il d'aunes d'une autre étoffe qui n'a de large que trois pieds 2 pouces?

Pour répondre à cette question, il faut

commencer par en disposer les termes de la manière suivante :

Si 4 pieds 3 pouces exigent 266 aunes, combien 3 pieds 2 pouces en demandent-ils ?

Or, cette proportion est encore simple, puisque ses trois premiers termes sont connus immédiatement. Mais elle est aussi indirecte, par la raison que pour couvrir une même surface, il faut un plus grand nombre d'aunes d'une étoffe qui est étroite que d'une autre qui est large ; et que par conséquent, le premier terme de la proportion dont il s'agit étant plus grand que le troisième, le second doit au contraire être plus petit que le quatrième.

Ainsi, pour répondre à la question proposée, on multiplie 266 aunes par quatre pieds 3 pouces : on divise ensuite le produit par 3 pieds 2 pouces ; et le quotient 357 aunes est la réponse à ce qui est demandé.

Remarque. Pour faire la multiplication et ensuite la division, prescrites l'une et l'autre dans cet exemple, il suffit de changer les 4 pieds 3 pouces en 51 pouces, et les 3 pieds 2 pouces en 38 pouces ; de multiplier les 266 aunes par 51 : et de diviser par 38 le produit 13.566. Par ce moyen on trouve le même quotient que, si pour préparer la multiplication et la division, on avoit fait entièrement évanouir les espèces inférieures du multiplicateur et du diviseur. Nous faisons cette remarque, afin que l'on puisse s'en servir en des cas pareils.

De la manière de trouver les quatrièmes termes des proportions, ou directes, ou inverses, qui sont formées par des rapports composés.

Premier Exemple. Si 38 ouvriers ont fait en 9 jours 23 toises 5 pieds 4 pouces d'un certain ouvrage, combien 57 ouvriers feront-ils de toises, etc. d'un pareil ouvrage en 24 jours ?

Pour juger de la grandeur de l'ouvrage qui est à faire par la grandeur de celui qui est fait, il faut comparer le nombre des ouvriers qui ont travaillé au premier, au nombre de ceux que l'on veut employer à faire le second; et la durée du temps pendant lequel les premiers ouvriers ont travaillé, à celle du temps pendant lequel on veut que le second ouvrage soit fait. Ainsi, le rapport de la grandeur du premier ouvrage à celle du second, est un rapport qui est composé de celui du nombre des premiers ouvriers au nombre des seconds, et de celui de la durée du premier temps à la durée du second. Or, pour trouver quel est ce rapport composé, on fait ce raisonnement:

38 hommes qui travaillent pendant 9 jours, doivent faire autant d'ouvrage que

9 fois 38 hommes qui travaillent pendant un jour. Pareillement 57 hommes qui travaillent pendant 24 jours, doivent faire ce que 24 fois 57 hommes font en un jour. Ainsi, l'on multiplie 38 par 9, et 57 par 24; ce qui produit 342 et 1.368; et par ce moyen la question proposée se réduit à celle-ci :

Si 432 *ouvriers font* 23 *toises* 5 *pieds* 4 *pouces d'un certain ouvrage, combien* 1.368 *ouvriers feront-ils de toises, etc. d'un pareil ouvrage?*

Ce qui est une proportion simple et directe. Par conséquent, on multiplie 23 toises 5 pieds 4 pouces par 1.368 : on divise ensuite le produit par 432 ; et le quotient 75 toises 3 pieds 10 pouces 8 lignes, est le nombre demandé.

Second Exemple. Si, dans la saison pendant laquelle le travail est de 12 heures chaque jour, 42 ouvriers ont fait un certain ouvrage en 2 mois 18 jours, combien 26 *ouvriers auroient-ils été de temps à* faire ce même ouvrage, lorsque la durée du travail n'est plus que de huit heures par jour?

Par des raisons pareilles à celles que l'on vient de donner dans l'exemple précédent, on multiplie 42 par 12, et 26 par 8; ce qui produit 504 et 208; et par ce moyen la question proposée est réduite à celle ci :

Si 504 *ouvriers ont fait un certain ouvrage en* 2 *mois* 18 *jours, combien* 208 *ouvriers auroient-ils été de temps à faire ce même ouvrage ?*

Ce qui est une proportion simple, mais indirecte. Par conséquent, on multiplie 2 mois 18 jours par 504 : on divise ensuite le produit par 208 ; et le quotient 6 mois 9 jours est le temps demandé.

De la Règle de Compagnie.

Cette règle enseigne la manière de partager un nombre en parties qui soient proportionnelles aux parties d'un autre nombre qui sont connues. On lui donne le nom de *règle de compagnie*, parce que son usage le plus ordinaire est de servir à partager, proportionnellement aux sommes que différents particuliers ont mises en société, le gain ou la perte qui a résulté de l'emploi qu'ils ont fait de ces différentes sommes. Elle consiste à faire autant de règles de proportion qu'il y a d'associés ; et ces proportions sont, de même que les précédentes, ou simples, ou composées. Les deux exemples suivants font connoître tout ce qu'il est nécessaire de savoir de la règle de compagnie.

Premier Exemple. Trois personnes ont fait une société dans laquelle la première a mis 124 livres 6 sous 3 deniers : la seconde, 165 livres 15 sols : et la dernière, 179 livres 11 sous 3 deniers. Elles ont gagné 328 livres 14 sous 9 deniers. Combien en doit-il revenir à chaque associé ?

Le rapport du gain de chaque particulier à sa mise, doit être le même que celui du gain total à la mise totale. Ainsi, pour répondre à la question proposée, on ajoute ensemble les trois mises particulières ; et l'on trouve pour leur somme 469 livres 12 sous 6 deniers : on cherche ensuite les quatrièmes termes de ces trois proportions. Si 469 livres 12 sous 6 deniers ont gagné 328 livres 14 sous 9 deniers, combien doivent gagner, *premièrement*, 124 livres 6 sous 3 deniers ; *secondement*, 165 livres 15 sous ; *troisièmement* enfin, 179 livres 11 sous 3 deniers ? Et l'on trouve 87 livres 0 sous 4 deniers $\frac{1}{2}$, pour le gain du premier associé ; 116 livres 0 sous 6 deniers, pour celui du second ; et 125 livres 13 sous 10 deniers $\frac{1}{2}$, pour celui du dernier.

Enfin, pour faire la preuve de cette règle, on ajoute ensemble ces trois réponses ; et comme leur somme est précisément égal au gain total, on est sûr que l'on ne s'est point trompé.

Second Exemple. Trois personnes ont mis en société, savoir : l'une, 118 livres 6 sous 9 deniers ; l'autre, 197 livres 15 sous 8 deniers ; et la dernière, 455 livres 0 sous 3 deniers. L'argent de la première y a resté pendant 7 mois ; celui de la seconde, pendant 4 mois 15 jours ; et celui de la troisième, pendant 1 mois 20 jours. Elles ont gagné 289 livres 3 sous 6 deniers. Quelle part chaque associé doit-il en avoir ?

Le gain particulier de chaque associé doit être proportionné et à la grandeur de la somme qu'il a mise dans la société, et à la longueur du temps pendant lequel cette somme y est restée. Ainsi, conformément à ce que nous avons dit dans le premier exemple que nous avons donné sur la manière de trouver les quatrièmes termes des proportions dont les rapports *sont composés*, on multiplie chaque *mise* par la durée du temps pendant lequel elle a été dans la société; ce qui donne ces trois produits, 828 livres 7 sous 3 deniers, 890 liv. 0 sous 6 den., et 758 liv. 7 sous 1 denier : on les ajoute ensuite ensemble; ce qui donne pour leur somme 2.476 liv. 14 sous 10 deniers. Enfin, on cherche les quatrièmes termes de ces trois proportions. Si 2.476 livres 14 sous 10 deniers ont gagné 289 livres 3 sous 6 deniers, combien doivent gagner, *premièrement*, 828 livres 7 sous 3 deniers; *secondement*, 890 livres 0 sous 6 deniers; *troisièmement* enfin, 758 liv. 7 sous 1 denier? Et l'on trouve 96 liv. 14 sous 4 deniers (*) pour le gain du pre-

(*) Nous mettons 4 deniers à la première réponse, autant à la seconde, et 10 à la troisième. Mais, en rigueur, ce doivent être à la première, 3 d. et 283.608 parties, telles qu'il en faut 297109 pour faire un denier; à mier associé, 105 livres 18 sous 4 deniers pour celui du second, et 88 livres 16 sous 10 deniers pour celui du troisième.

Enfin, pour faire la preuve de cette règle, on additionne les trois réponses; et comme leur somme est précisément égale au gain total, on est sûr d'avoir calculé juste.

De la preuve des Règles de Proportion.

Lorsqu'on est parvenu à connoître le quatrième terme d'une proportion, on peut toujours de cette même proportion en conclure trois autres. Par exemple, lorsque l'on a trouvé que si 9 aunes d'une certaine étoffe coûtent 24 livres, on doit avoir 15 aunes de la même étoffe pour 40 livres, on peut de cette même proportion en conclure les trois suivantes: *Premièrement*, si 15 aunes de l'étoffe dont il s'agit ont coûté 40 livres, on ne doit en avoir que 9 aunes pour 24 livres: *Secondement*, si pour 24 livres on a 9 aunes de cette étoffe, pour 40 livres on doit en avoir 15 aunes: *Troisièmement* enfin, si pour 40 livres on a 15 aunes de cette même étoffe, pour 24 livres on n'en aura que 9 aunes.

Par conséquent, après avoir trouvé le

la seconde, 3 deniers 246.555; et à la troisième, 9 deniers et 64.255. Or, toutes ces parties prises ensemble valent précisémeut 2 deniers.

quatrième terme, par exemple, de la première des quatre proportions précédentes, si l'on veut s'assurer que l'on ne s'est point trompé, on cherche, comme si on ne le connoissoit pas, le quatrième terme de celle que l'on veut des trois proportions suivantes; et si l'on n'a point fait d'erreur, on doit trouver pour le quatrième terme, précisément le même nombre que l'on feignoit d'ignorer.

Fin de l'Arithmétique.

ABRÉGÉ DE LA GÉOMÉTRIE PRATIQUE.

NOUS divisons cet abrégé en quatre articles. Le premier contient les définitions des termes les plus ordinaires de la Géométrie, et les noms des principales figures. Le second enseigne les propriétés les plus essentielles de ces figures. Le troisième prescrit ce qu'il faut faire pour tracer ces mêmes figures, soit sur le papier, soit sur le terrein. Enfin, le quatrième traite de la pratique de la trigonométrie rectiligne, c'est-à-dire, de la manière de mesurer sur le terrein les angles et les distances que l'on peut voir, mais que l'on ne peut point parcourir.

ARTICLE PREMIER.

Définitions des termes les plus ordinaires de la Géométrie.

LA *Géométrie* est une science qui considère l'étendue.

Ce qui est étendu peut ne l'être qu'en un sens, il peut l'être en deux sens, enfin il peut l'être en trois sens.

Ce qui n'est étendu qu'en un sens, c'est-à-dire, ce qui n'a que de la longueur, s'appelle une *ligne :* la distance d'un lieu à un autre est une ligne.

Ce qui n'est étendu qu'en deux sens, c'est-à-dire, ce qui n'a que de la longueur et de la largeur, se nomme une *surface* ou une *superficie.*

Enfin, on donne le nom de *corps*, de *volume* ou de *solide*, à ce qui est étendu en trois sens, c'est-à-dire, à ce qui a une longueur, une largeur et une épaisseur.

On donne aussi quelquefois le nom de *hauteur* à la largeur, et celui de *profondeur* à l'épaisseur.

La longueur, la largeur et l'épaisseur se nomment chacune *dimension*; parce que ce sont elles qui déterminent la grandeur d'une étendue.

On nomme *point*, ce que l'on considère dans l'étendue, comme n'ayant aucunes parties : les extrémités d'une ligne sont des points.

Les lignes se divisent en lignes *droites* et en lignes *courbes*. Les lignes droites sont celles qui vont directement d'un point à un autre. Les lignes courbes, au contraire, sont celles qui, en allant d'un point à un autre, se détournent continuellement de la ligne droite.

A l'égard des surfaces, on les divise en surfaces planes et en surfaces courbes. On nomme surfaces *planes*, celles que tous les points d'une ligne droite toucheroient au même instant, en quelque sens que l'on appliquât cette ligne à cette surface. On appelle au contraire surfaces *courbes*, celles que tous les points d'une ligne droite ne toucheroient point au même instant, si l'on posoit cette ligne sur cette surface, en un certain sens.

Les surfaces planes se nomment aussi des *plans*. Les surfaces courbes se subdivisent en surfaces *convexes* et surfaces *concaves*. Nous avons déjà dit que le dessus d'une calotte est convexe, et que le dedans est concave.

Lorsque l'on considère la manière dont une ligne droite peut être posée à l'égard d'une autre, il ne peut arriver que l'un ou l'autre de ces deux cas; le premier, que l'une de ces lignes soit par-tout également éloignée de l'autre; le second, qu'elle s'en approche plus d'un côté que de l'autre.

Lorsque deux lignes sont par-tout également éloignées l'une de l'autre, on dit qu'elles sont *parallèles*; et cette dénomination convient également à celles qui sont droites comme à celles qui sont courbes. Les lignes AB et IK sont parallèles. Fig. 15.

Mais lorsque deux lignes droites, telles que le sont les lignes AB et BC, s'approchent plus d'un côté que de l'autre, il Fig. 5. est certain qu'étant prolongées autant qu'il le sera nécessaire, elles se rencontreront à quelque point. Or, lorsque cela arrive, l'écart ou l'ouverture de ces deux lignes se nomme un *angle;* le point B auquel ces deux lignes concourent, s'appelle le *sommet* de cet angle, et ces deux lignes en sont les *côtés.*

Ainsi, l'on doit définir un angle, *l'écart ou l'ouverture de deux lignes qui ont un point de commun.*

On indique les angles par trois lettres, dont la seconde est toujours celle du sommet. Mais, lorsqu'un angle est isolé, le mieux est de ne l'indiquer que par une seule lettre. Pour indiquer les angles de la figure 7, il faut dire, l'angle ABD, pour celui qui est à la droite; et l'angle ABC, pour celui qui est à la gauche. Mais, pour indiquer l'angle de la figure 5, qui est seul, il suffit de dire, l'angle B.

Puisqu'un angle est l'ouverture de deux lignes qui ont un point de commun, sa grandeur ne dépend que de la manière dont les deux lignes qui le forment sont posées l'une à l'égard de l'autre. Or, quelque augmentation ou quelque diminution que l'on fasse à ces deux lignes, on ne change rien à cette manière. Donc, la grandeur d'un angle ne dépend point de la longueur de ses côtés, mais seulement de la grandeur de leur ouverture. Plus les lignes qui forment un angle sont écartées l'une de l'autre, plus l'angle est grand; et moins elles le sont, plus l'angle est petit.

Par exemple, prolongez ou raccourcissez, autant que vous le voudrez, les côtés BA et BC de l'angle B; cela ne changera rien à la position respective de ces côtés, ni par conséquent à la grandeur de cet angle. Fig. 5.

Lorsqu'une ligne droite qui en rencontre une autre, forme avec cette autre, prolongée s'il est nécessaire, deux angles égaux, on dit que ces lignes sont réciproquement *perpendiculaires* l'une à l'autre, et que les angles qu'elles forment sont des angles *droits*.

Ainsi, une ligne perpendiculaire à une autre, est une ligne qui forme avec cette autre, prolongée s'il est nécessaire, deux angles égaux : et un angle droit, est un angle dont l'un des côtés est perpendiculaire à l'autre.

Par exemple, la ligne AB est perpendiculaire à la ligne CD; et les angles ABC et ABD sont deux angles droits. Fig. 6.

Mais, lorsqu'une ligne droite qui en rencontre une autre, forme avec cette autre, prolongée s'il est nécessaire, deux angles inégaux, on dit que ces lignes sont réciproquement *obliques* l'une à l'autre; que le plus petit de ces deux angles est un angle *aigu*; et que le plus grand est un angle *obtus*.

Ainsi, une ligne oblique à une autre, est une ligne qui forme avec cette autre, prolongée s'il est nécessaire, deux angles inégaux : un angle aigu est un angle qui est plus petit qu'un angle droit, c'est-à-dire, moins ouvert; et un angle obtus, est un angle qui est plus grand qu'un angle droit, c'est-à-dire, plus ouvert. Ces deux angles se nomment aussi en général, des angles *obliques* (1).

Fig. 7. Par exemple, la ligne AB étant oblique à la ligne CD : l'angle ABC est un angle aigu; l'angle ABD un angle obtus; et ces deux angles sont des angles obliques.

Enfin, lorsqu'une ligne droite en rencontre deux autres qui sont parallèles, elle forme avec ces autres, différents angles. Or, on appelle réciproquement angles *alternes*, deux quelconques de ces angles pris, l'un d'un côté de la ligne sécante, et l'autre de l'autre côté de la même ligne; mais tous les deux en dedans des parallèles, ou tous les deux en dehors. Les angles
Fig. 15. AFC et KCF s'appellent réciproquement, des angles alternes.

Dénomination des principales figures de la Géométrie.

On nomme *figure*, un espace qui est terminé de tous les côtés.

Les figures sont, en général, *régulières* ou *irrégulières* ; *rectilignes* , *curvilignes*

(1) L'angle droit vaut 90 degrés : l'angle aigu moins de 90 degrés ; et l'angle obtus vaut plus de 90 degrés.

ou *mixtilignes*; *semblables* ou *dissemblables*; *équiangles* ou *non équiangles*.

On appelle figures *régulières*, celles dont tous les angles sont égaux, de même que tous les côtés. Les *irrégulières* sont celles où il y a des inégalités.

On nomme figures *rectilignes*, celles dont tous les côtés sont des lignes droites; figures *curvilignes*, celles qui ne sont terminées que par des lignes courbes; et figures *mixtilignes*, celles qui sont terminées en partie par des lignes droites, et en partie par des lignes courbes.

Les figures *semblables* sont celles dont les angles sont égaux aux angles, chacun à chacun, et dont les côtés pareils sont proportionnels. Les *dissemblables*, au contraire, sont celles qui n'ont point ces deux conditions.

Enfin, on dit que des figures sont *équiangles*, lorsque tous leurs angles sont égaux, chacun à chacun. Mais elles sont *non-équiangles*, lorsque cette égalité ne s'y rencontre point.

Mais, lorsqu'il s'agit de la dénomination particulière d'une figure, on la tire du nombre de ses côtés, ou de celui de ses angles.

Lorsque l'on tire la dénomination d'une figure du nombre de ses côtés, on nomme *trilatère* ou *triligne*, une figure qui n'a que trois côtés; *quadrilatère* ou *quadriligne*, celle qui en a quatre; *figure de dix côtés*, celle qui en a dix; *de dix-huit côtés*, celle qui en a dix-huit, etc. et en général, *multilatère*, toute figure qui a plusieurs côtés.

Et lorsque l'on tire la dénomination d'une figure du nombre de ses angles, on appelle *trigone* ou *triangle*, une figure qui a trois angles; *tétragone*, celle qui en a quatre; *pentagone*, celle qui en a cinq; *hexagone*, celle qui en a six; *heptagone*, celle qui en a sept; *octogone*, celle qui en a huit; *ennéagone*, celle qui en a neuf; *décagone*, celle qui en a dix; *endécagone*, celle qui en a onze; *dodécagone*, celle qui en a douze; *pentédécagone*, celle qui en a quinze; et en général *polygone*, toute figure qui a plusieurs angles.

On dénomme aussi les triangles relativement à leurs côtés, ou relativement à leurs angles.

Lorsque l'on dénomme un triangle relativement à ses côtés, on appelle triangle *équilatéral*, celui dont tous les côtés sont égaux; triangle *isoscèle*, celui qui n'a que deux côtés d'égaux; et triangle *scalène*, celui dont tous les côtés sont inégaux. La figure 8 est un triangle équilatéral; la figure 9, un triangle isoscèle; et la figure 10, un triangle scalène.

Mais, lorsque l'on dénomme un triangle relativement à ses angles, on appelle triangle *rectangle*, celui qui a un angle droit; triangle *obtusangle*, celui qui a un angle obtus; et triangle *acutangle*, celui dont tous les angles sont aigus. La figure 11 est un triangle rectangle; la figure 12, un triangle obtusangle; et la figure 13, un triangle acutangle.

A l'égard des quadrilatères, leur dénomination dépend tout à-la-fois et de leurs côtés et de leurs angles.

Ainsi, l'on nomme *quarré*, un quadrilatère dont les quatre côtés sont égaux, et dont tous les angles sont des angles droits: *quarré long*, un quadrilatère dont tous les angles sont aussi des angles droits, mais qui n'a que ses côtés opposés d'égaux: *rhombe* ou *losange*, un quadrilatère dont tous les côtés sont égaux, mais dont les angles ne sont pas droits; et *rhomboïde*, un quadrilatère qui n'a que ses côtés opposés d'égaux, et dont les angles ne sont point droits.

Ces quatre figures se nomment aussi en général, des *parallélogrammes*; parce que leurs côtés opposés sont parallèles: et l'on donne le nom de *rectangles* à la première; par la raison que tous ses angles sont des angles droits.

Tout quadrilatère qui n'est point un des quatre que l'on vient de définir, se nomme *trapèze*. A l'égard des figures qui ont plus de quatre côtés, elles n'ont point de noms particuliers. On les désigne par le nombre de leurs côtés, ou par les noms indéfinis de multilatères ou de polygones.

Toute ligne droite qui est tirée d'un angle d'une figure à un angle opposé de cette même figure, s'appelle une *diagonale*.

Enfin, on nomme *hauteur* d'un triangle, d'un quadrilatère, et généralement d'une figure plane quelconque, une perpendiculaire qui est abaissée de l'un des angles de cette figure, au côté de cette même figure qui est opposé à cet angle, et que l'on prolonge s'il est nécessaire. Alors ce même côté s'appelle la *base* de cette figure. Par exemple, les perpendiculaires CD aux
Fig. 13. et 14. côtés AB, prolongés lorsque les perpendiculaires ne les rencontrent point, sont les *hauteurs des triangles ABC; et la perpen-*
Fig. 16. diculaire DE au côté AB, est la hauteur du parallélogramme AC. Alors, les côtés AB sont les bases de ces mêmes figures, chacun de chacune.

On appelle *cercle*, une figure plane qui est terminée par une seule ligne, dont tous les points son également éloignés d'un certain point de cette même figure.

La ligne qui termine le cercle en est la *circonférence*. On la divise toujours en 360 parties égales, que l'on nomme des *degrés*. Chaque degré se subdivise en 60 parties égales, que l'on appelle des *minutes*. Chaque minute en 60 parties égales, que l'on nomme des *secondes*; et ainsi de suite. Comme un degré est la 360e partie de la circonférence d'un cercle, il est évident que sa grandeur dépend de celle de la circonférence dont il est une partie.

Toute partie de la circonférence d'un cercle, quelle qu'elle soit, se nomme un *arc* de cercle.

Le point qui est également éloigné de tous les points de la circonférence d'un cercle, se nomme le *centre* de ce cercle.

Toute ligne droite qui passe par le centre d'un cercle, et se termine de part et d'autre à la circonférence, est un *diamètre* de ce cercle; et toute ligne droite qui est tirée du centre d'un cercle à la circonférence, est un *rayon* de ce même cercle.

Ainsi, le rayon d'un cercle est toujours la moitié d'un diamètre du même cercle; et c'est par cette raison que le rayon se nomme aussi un *demi-diamètre*.

On appelle *corde* d'un cercle, toute ligne droite qui est tirée d'un point quelconque de la circonférence d'un cercle, à un autre point quelconque de la même circonférence.

Toute corde divise le cercle en deux parties, que l'on nomme des *segments* de cercle. Lorsque cette corde n'est point un diamètre, ces segments sont inégaux. Celui qui est plus de la moitié d'un cercle, se nomme un grand segment: celui au contraire qui ne vaut pas cette moitié, s'appelle un petit segment. Mais, lorsque cette corde est un diamètre, ces segments sont égaux. On les nomme alors des *demi-cercles*; et leurs moitiés, des *quarts de cercles*.

Si du centre d'un cercle on tire à la circonférence deux rayons, ils divisent le cercle en deux parties que l'on nomme des *secteurs*. Il y a aussi un grand secteur et un petit secteur.

Ainsi, un segment de cercle est une partie d'un cercle qui est terminée par un arc et par une corde; et un secteur est une partie d'un cercle qui est terminée par un arc et par deux rayons.

Enfin, on nomme *tangente* d'un cercle, toute ligne droite qui a un point de commun avec la circonférence de ce cercle, et qui étant prolongée autant qu'on le voudra, ne peut avoir que ce seul point de commun avec cette même circonférence. On appelle au contraire, *sécante* d'un cercle, toute ligne droite qui a, ou peut avoir plus d'un point de commun avec la circonférence de ce même cercle.

Si l'on veut avoir des exemples de tout ce que nous venons de dire du cercle et de ce qui lui est relatif, on n'a qu'à jeter les yeux sur la figure 40. Cette figure est un *cercle*. La ligne courbe AEKBA en est la *circonférence* : les parties EG, GI, etc. de cette courbe, sont des *arcs* de cercle : le point C est le *centre* de ce même cercle : la ligne droite EB en est le *diamètre* ; et les lignes droites CE, CG, CK, etc. en sont les rayons : la ligne droite AE en est une *corde* : la partie EKBDAE est un *grand segment* ; et la partie ELA, un *petit segment* :

ment : les parties EKB et EAB sont des *demi-cercles ;* et les parties ECK, BCK, etc. sont des *quarts de cercles :* la partie CAEKBC est un *grand secteur ;* et la partie ACBDA, un *petit secteur.* Enfin, la ligne droite BH est une *tangente ;* et la ligne droite CH une *sécante.*

On nomme *prisme,* un solide qui est terminé de deux côtés par deux plans quelconques, égaux, semblables et parallèles ; et de chaque autre côté, par un parallélogramme. Les figures 77, 78, 80 et 81 sont des prismes.

Les *bases* d'un prisme sont les deux plans égaux, semblables et parallèles, qui le terminent.

On appelle *prismes droits,* ceux dont les plans des parallélogrammes qui les terminent, sont perpendiculaires aux plans des bases de ces mêmes prismes.

On dit d'un prisme, qu'il est *triangulaire, quadrangulaire, pentagone, etc.* et généralement *polygone,* suivant le nombre des angles de l'une de ses bases.

Lorsque les plans parallèles et égaux qui terminent un prisme sont des cercles, alors ce prisme s'appelle un *cylindre.* Si la figure 69 n'étoit pas creuse, elle seroit un cylindre.

La ligne droite qui seroit tirée du centre de l'un des deux cercles qui terminent un cylindre, au centre de l'autre cercle, se nomme l'*axe* de ce cylindre. Lorsque cet axe est perpendiculaire aux plans de ces deux cercles, on dit que ce cylindre est un *cylindre droit.* Mais lorsque cet axe est incliné à ces plans, alors ce cylindre s'appelle un *cylindre oblique.*

Les *bases* des cylindres sont les deux plans parallèles qui le terminent.

On nomme *pyramide*, un solide terminé par plus de deux plans triangulaires, qui ont chacun le même point pour sommet; et dont les côtés qui sont opposés à ce point, sont chacun dans le même plan. Les figures 84, 86 et 88 sont des pyramides.

Le sommet commun de tous les angles plans qui terminent une pyramide, est aussi le sommet de cette même pyramide; et le plan qui est opposé à ce sommet commun, est la *base* de ce solide. Les points C et D sont les sommets des trois pyramides précédentes; et les plans ABDE, ABD et ABEC sont les *bases* de ces mêmes figures, chacun de chacune.

On dit aussi des pyramides, qu'elles sont *triangulaires*, *quadrangulaires*, *pentagones*, *etc.* et en général *polygones*, suivant le nombre des angles de leur base.

Lorsque la base d'une pyramide est une figure régulière, la ligne droite qui seroit tirée du sommet de cette pyramide au centre de cette base, se nomme l'*axe* de cette pyramide. Si cet axe est perpendiculaire au plan de cette base, on dit que cette pyramide est une pyramide *droite*. Mais si cet axe est incliné à ce plan, alors on donne à cette pyramide le nom de pyramide *oblique*.

Lorsqu'une pyramide est coupée par un plan parallèle à sa base, la partie de ce solide qui est comprise entre ce plan et cette base, se nomme une pyramide *tronquée*. La figure 87 est une pyramide tronquée.

Lorsque la base d'une pyramide est un cercle, on donne à cette pyramide le nom de *cône*. La figure 85 est un cône. Un pain de sucre, considéré relativement à sa figure, est un cône.

L'*axe* d'un cône est une ligne droite qui seroit tirée du sommet de ce solide au centre du cercle qui en est la base. Lorsque cet axe est perpendiculaire au plan de cette base, on dit que ce cône est un cône *droit*. Mais si cet axe est incliné à la base, alors ce cône s'appelle un cône *oblique*.

Enfin, lorsqu'un cône est coupé par un plan parallèle à sa base, la partie de ce solide qui est comprise entre ce plan et cette base, se nomme un cône *tronqué*.

La *hauteur* d'un prisme, d'un cylindre, d'une pyramide, et généralement d'un solide quelconque, est une ligne droite perpendiculaire au plan sur lequel ce solide est posé; et abaissée à ce plan, de la partie la plus élevée de ce même solide, ou d'un point quelconque aussi éleve que cette partie. Les perpendiculaires IF, FD et ED sont les hauteurs des solides représentés par les figures 82, 84 et 87.

Lorsqu'un cylindre ou un cône est coupé par un plan parallèle à sa base, la section est un cercle. Mais si le plan qui coupe l'un ou l'autre de ces deux solides est incliné à la base, de manière cependant qu'il soit terminé de tous les côtés par la surface convexe du solide qu'il coupe, alors la section est un cercle alongé, que l'on appelle une *ellipse*. La figure curviligne
Fig. 19. ABCD est une ellipse. On la nomme ordinairement un *ovale*, mais assez mal-à-propos; parce que la figure de l'ovale est différente de celle de l'ellipse.

La ligne droite AC qui détermine la longueur de l'ellipse, en est le grand *axe*, ou le grand diamètre; et la ligne droite BD qui coupe le grand axe par le milieu et perpendiculairement, se nomme le petit axe ou le petit diamètre: il détermine la largeur de cette même figure.

Si de l'une des extrémités du petit axe d'une ellipse, par exemple, de son extrémité B, et avec la moitié AE ou EC du grand axe prise pour rayon, on décrit deux arcs qui coupent le même grand axe à des points F et G, ces deux points se nomment les *foyers*.

Mais si le plan qui coupe un cône est parallèle à l'un de ses côtés, alors la section est une figure plane, indéterminée par l'un de ses bouts, et à laquelle on donne le nom de *parabole*. Sa circonférence courbe est la ligne que décrivent tous les corps qui sont lancés parallèlement ou obliquement à l'horizon. La figure ABC est une parabole. Fig. 20.

La ligne droite BD qui partage en deux parties égales l'espace parabolique ABC, est l'*axe* de la parabole ABC: le point B est l'*origine* de cet axe, et le *sommet* de la parabole. Il y a sur ce même axe un certain point F, que l'on appelle le *foyer*. Nous en parlerons lorsque nous donnerons la manière de tracer cette courbe. Enfin, toute ligne droite, telle que MH ou MG, LK ou LI, etc. perpendiculaire à l'axe, et comprise entre ce même axe et la courbe ABC, se nomme une *ordonnée*.

La *sphère*, le *globe*, ou la *boule*, est un solide terminé par une seule surface dont tous les points sont également éloignés d'un certain point de ce solide. Ce point est le *centre* de la sphère. Toute ligne droite qui passe par ce centre, et se termine de part et d'autre à la surface, est un *diamètre*. Enfin, toute ligne droite qui est tirée du centre à la surface, est un *rayon*. Les figures 57, 58 et 91, sont des sphères.

Lorsqu'une sphère est coupée par un plan, la section est un cercle, que l'on appelle grand cercle, si le plan coupant passe par le centre de la sphère ; et petit cercle, lorsqu'il n'y passe point.

Si des plans qui coupent une sphère sont parallèles entr'eux, les parties de cette sphère qui sont comprises entre ces plans, se nomment des *zônes*. La partie ABCD de la sphère GIHK, est une zône. On donne
Fig. 58. aussi le même nom à la partie AID.

Un plan qui coupe une sphère, la divise en deux parties, qui sont égales ou inégales.

Lorsque ces deux parties sont égales, on les nomme chacune *demi-sphère* ou *hémisphère*. Mais lorsqu'elles sont inégales, la plus grande s'appelle le grand segment ; et l'autre, le petit segment. Toute partie d'une sphère coupée par un plan, se nomme en général, un *segment*.

Enfin, on appelle *secteur* de sphère, une partie d'une sphère, telle que la partie
Fig. 91. ABCD, laquelle est composée d'un segment ADC, et d'un cône ABC, dont le sommet est le centre B de la sphère, et la base, le cercle qui sert aussi de base à ce même segment.

On nomme *sphéroïde*, une sphère alon-
Fig. 92. gée ou applatie, telle que la figure ABCD. On le conçoit comme étant formé par la révolution d'une ellipse sur l'un de ses axes. La ligne droite BD s'appelle le grand axe ; et la ligne droite AC, le petit axe.

Sans compter la sphère, qui est le plus parfait de tous les corps, il y en a cinq autres que l'on appelle les *corps réguliers.* Il est démontré qu'il est impossible qu'il y en ait dans la nature un plus grand nombre qui le soient.

Le *tétraëdre* qui est le premier, fig. 86, est terminé par quatre triangles équilatéraux : *l'octaëdre* qui est le second, fig. 88, est terminé par huit triangles équilatéraux : l'*exaëdre* ou le *cube* qui est le troisième, fig. 77, est terminé par six quarrés : le *dodécaëdre* qui est le quatrième, fig. 89, est terminé par 12 pentagones : enfin, *l'icosaëdre* est le dernier, fig. 90 ; il est terminé par vingt triangles équilatéraux.

ARTICLE II.

Propriétés les plus essentielles des principales figures de la Géométrie.

Propriétés des lignes droites qui sont parallèles.

1. PUISQUE deux lignes parallèles doivent être par-tout à une égale distance l'une de l'autre, il est évident qu'étant prolongées, même à l'infini, elles ne se rencontreront jamais.

2. Lorsque deux lignes droites AB et CD qui sont parallèles, sont coupées par Fig. 21.

une ligne droite quelconque FE, qu'on nomme *sécante, premièrement,* les deux angles alternes intérieurs AGF et DHE, et les deux angles alternes extérieurs EGB et FHC, sont tous égaux. Il en est de même des quatre angles BGF et CHE, AGE et DHF.

Secondement. Chaque angle extérieur est égal à l'intérieur qui lui est opposé. Ainsi, l'angle BGE est égal à l'angle DHE; l'angle AGE, à l'angle CHE; l'angle CHF, à l'angle AGF; et l'angle DHF, à l'angle BGF.

Troisièmement. Enfin, deux angles intérieurs, pris chacun du même côté de la *sécante*, valent ensemble autant que deux angles droits; et il en est de même de deux angles extérieurs pris aussi chacun du même côté de la *sécante*. Ainsi les angles AGF et CHE valent ensemble autant que deux angles droits; et il en est de même des angles BGF et DHE, AGE et CHF, BGE et DHF.

Réciproquement, lorsque deux lignes droites qui sont coupées par une troisième, ont quelqu'une des trois propriétés précédentes, on en conclut qu'elles sont parallèles. Ce qui est très-utile sur le terrein, pour connoître si des lignes sont parallèles.

3. Lorsque deux lignes droites quel-
Fig. 21. conques HG et IK s'entrecoupent entre deux parallèles AB et CD, leurs parties

sont réciproquement proportionnelles (1); et, par conséquent, le rectangle fait des parties de la première, est égal au rectangle fait des parties de la seconde. Ainsi, l'on a cette proportion, GO : IO :: OK : OH. Donc la surface du rectangle qui auroit la partie GO pour l'un de ses côtés, et la partie OH pour son autre côté, seroit égale à celle d'un rectangle dont les parties IO et OK seroient les côtés. Ces deux propriétés sont fondées sur ce que les triangles IOG et KOH sont équiangles.

Propriétés des Triangles.

1. Dans tout triangle, un plus grand côté est toujours opposé à un plus grand angle; et réciproquement, un plus grand angle à un plus grand côté. D'où il suit, 1°. que si dans un triangle deux angles sont égaux, les côtés qui sont opposés à ces deux angles sont aussi égaux; et réciproquement, que si deux côtés sont égaux, les angles qui sont opposés à ces deux côtés sont aussi égaux. 2°. Que si tous les angles d'un même triangle sont égaux, tous les côtés le sont aussi; et réciproquement, que si tous les côtés sont égaux, tous les angles le sont aussi.

2. Les trois angles d'un triangle quel-

(1) On dit que des quantités sont *réciproquement* proportionnelles, lorsqu'il faut renverser l'un ou l'autre des deux rapports pour les rendre égaux.

conque étant pris ensemble, valent toujours autant que deux angles droits.

On verra dans la suite, qu'un angle droit est de 90 degrés. Ainsi, les trois angles d'un triangle quelconque, valent toujours ensemble 180 degrés. Par conséquent, lorsque l'on connoît deux de ces trois angles, il est facile de trouver la valeur de celui qui est inconnu, puisqu'il n'y a qu'à soustraire de 180 degrés la somme des deux qui sont connus.

3. Or, puisque dans tout triangle les trois angles valent toujours ensemble deux angles droits, 1°. si un triangle a un angle droit, ou un angle obtus, chacun des deux autres est nécessairement un angle aigu. 2°. Chaque angle d'un triangle équilatéral est de 60 degrés. 3°. Enfin, chaque angle aigu d'un triangle qui est rectangle et isocèle, est de 45 degrés.

4. Si dans un triangle le quarré de l'un des côtés est égal à la somme des quarrés des deux autres côtés, l'angle qui est opposé à ce premier côté, est un angle droit. Si au contraire ce premier quarré vaut plus que la somme des deux autres, l'angle opposé est un angle obtus. Enfin, si ce même premier quarré ne vaut pas la somme des deux autres, l'angle opposé est un angle aigu. Ainsi, l'on peut toujours par ce moyen, connoître sur le terrein, de quelle espèce est chaque angle d'un triangle dont on a mesuré les trois côtés.

5. Si de l'un des angles d'un triangle scalène, par exemple, de l'angle B du triangle scalène ABC, on abaisse une perpendiculaire BD sur le côté AC qui est opposé à cet angle, cette perpendiculaire passera dans ce triangle, lorsque les deux angles A et C adjacents à ce côté, seront de même espèce. Mais si l'un de ces deux angles, par exemple, l'angle A, est obtus, alors cette perpendiculaire sera hors de ce même triangle. Fig. 22 et 23. Fig. 22. Fig. 23.

Or, lorsque la perpendiculaire BD passe dans le triangle, on a cette proportion, *la base* AC *est à la somme des côtés* AB *et* BC, *ce que la différence de ces mêmes côtés est à celle des segments* AD *et* DC *de cette même base.* Fig. 22.

Mais lorsque la perpendiculaire BD passe hors du triangle, alors on a cette autre proportion, *la base* AC *est à la somme des côtés* AB *et* BC, *ce que la différence de ces mêmes côtés est à la somme des segments de cette même base, lesquels sont alors les lignes* CD *et* AD. Fig. 23.

6. Les triangles qui ont la même base ou des bases égales, et dont les hauteurs sont égales, ont leurs surfaces égales.

Tout triangle est la moitié d'un rectangle qui a la même base et la même hauteur que ce triangle. *Voyez* les figures 22 et 23.

Propriétés des Quadrilatères.

1. Les quatre angles de tout quadrilatère étant pris ensemble, valent toujours autant que quatre angles droits; ce qui est évident, puisque tout quadrilatère peut toujours être divisé en deux triangles par une diagonale. *Voyez* la figure 17.

2. Dans tout quadrilatère, lorsque deux angles opposés, étant ajoutés ensemble, valent autant que deux angles droits, le rectangle fait des deux diagonales, est égal à la somme des deux rectangles faits chacun des côtés opposés de ce même quadrilatère.

3. Lorsque, dans un quadrilatère, deux côtés sont égaux et parallèles, les deux autres côtés sont aussi égaux et parallèles. Ainsi, ce quadrilatère est parallélogramme. Par conséquent, ses angles opposés sont égaux, chacun à chacun; et sa diagonale le partage en deux triangles qui sont entièrement égaux.

4. Lorsqu'un parallélogramme a un angle droit, tous ses autres angles sont aussi des angles droits: lorsqu'il a deux côtés de suite égaux, tous les quatre le sont: enfin, lorsqu'il a un angle droit et deux côtés de suite égaux, il est quarré.

5. Les parallélogrammes qui ont la même base ou des bases égales, et dont les hauteurs sont égales, ont leurs surfaces égales.

6. Lorsqu'un trapèze a deux côtés parallèles, sa surface est égale à celle d'un triangle qui auroit la même hauteur que ce trapèze, et dont la base seroit une ligne droite égale à la somme de ces deux côtés parallèles.

7. Enfin, la surface de tout trapèze est égale à celle d'un triangle qui auroit pour base la diagonale de ce quadrilatère; et pour hauteur, une ligne droite égale à la somme des deux perpendiculaires abaissées à cette même diagonale, du sommet de chaque angle qui lui est opposé.

Propriétés des Polygones.

1. Tous les angles d'un polygone quelconque étant pris ensemble, valent autant de fois deux angles droits que ce polygone a de côtés, moins deux. Ainsi, tous les angles d'un pentagone valent trois fois deux angles droits, c'est-à dire, six; tous les angles d'un hexagone valent ensemble quatre fois deux angles droits, c'est-à-dire, huit; et ainsi des autres.

2. Dans tout polygone régulier, l'angle au centre est égal au quotient de 360 degrés divisés par le nombre des côtés de ce même polygone; et l'angle à la circonférence est égal à la différence de l'angle au centre à deux angles droits. Ainsi, en divisant 360 par 5, on trouve que, dans le pentagone régulier, l'angle au centre est

de 72 degrés; et que, par conséquent, l'angle à la circonférence est de 108 degrés. Pareillement, si l'on divise 360 par 6, on trouve que l'angle au centre de l'hexagone régulier, est de 60 degrés; et que, par conséquent, l'angle à la circonférence du même polygone, est de 120 degrés. Or, il en est de même à l'égard de tous les autres polygones.

3. La perpendiculaire abaissée du centre d'un polygone régulier à l'un des côtés, divise ce côté en deux parties égales; et la surface du polygone est égale à celle d'un triangle qui auroit pour hauteur cette perpendiculaire, et pour base une ligne droite égale à la somme de tous les côtés de ce même polygone. Ainsi, la surface
Fig. 18. du pentagone ABCDE est égale à celle d'un triangle qui auroit pour hauteur la perpendiculaire FG au côté AE; et pour base, une ligne droite égale à la somme de tous les côtés de ce pentagone; c'est-à-dire, une ligne droite quintuple du côté AE.

Propriétés du Cercle.

1. Dans le cercle, un angle qui a son sommet au centre, a pour mesure tout l'arc sur lequel il s'appuie. Mais un angle qui a son sommet à la circonférence, n'a pour mesure que la moitié de cet arc.

2. Ainsi, *premièrement*, tous les angles

ABD, ACD, etc. qui sont inscrits dans un même segment ABCD, sont égaux; puisqu'ils ont chacun pour mesure la moitié du même arc AED sur lequel ils s'appuient. Fig. 24.

Secondement. Un angle C qui est inscrit dans un demi-cercle ABCD, est un angle droit. Car, puisque le segment ABCD est un demi-cercle, l'arc AED est une demi-circonférence. Or, l'angle C n'a pour mesure que la moitié de cet arc AED. Donc, il n'a pour mesure que le quart d'une circonférence. Par conséquent il est un angle droit, puisque le quart d'une circonférence est la mesure d'un angle droit. Fig. 24.

Troisièmement. Enfin, un angle qui est inscrit dans un segment plus grand qu'un demi-cercle, est un angle aigu; et un angle qui est inscrit dans un segment plus petit qu'un demi cercle, est un angle obtus. La raison en est, que le premier a pour mesure moins que le quart d'une circonférence, et le second plus que le quart.

3. Archimède a trouvé que le rapport du diamètre du cercle à sa circonférence, étoit à-peu-près celui de 7 à 22; et c'est celui dont on se sert ordinairement dans la pratique. Le rapport de 100 à 314 est plus juste; mais celui de 113 à 355 est le plus exact de tous.

4. La surface d'un cercle est égale à celle d'un rectangle qui auroit pour hauteur le rayon de ce cercle; et pour base,

une ligne droite égale à la moitié de sa circonférence. Ainsi, la surface d'un quarré
Fig. 24. KIHG circonscrit à un cercle ACDE, c'est-à-dire, le quarré du diamètre AD de ce cercle, est à la surface de ce même cercle, à-peu-près ce que 1000 est à 785.

Propriétés de l'Ellipse.

1. Une des principales propriétés de l'ellipse, est que, si d'un point quelconque
Fig. 19. que H de sa circonférence, on tire à ses foyers F et G deux lignes droites HF et HG, la somme de ces deux lignes est toujours égale à son grand axe AC.

C'est encore une des propriétés les plus considérables de cette figure, que si une balle est poussée de l'un quelconque des deux foyers vers un point quelconque de sa circonférence, par exemple, du foyer E vers le point H, la courbe repoussera cette balle au foyer G. Ainsi, si l'on met un corps lumineux à l'un des deux foyers, tous les rayons de lumière iront se réunir à l'autre foyer.

3. La surface d'une ellipse est égale à celle d'un cercle qui auroit pour diamètre une ligne droite moyenne proportionnelle entre les deux axes de cette même ellipse. Ainsi, le rapport de la surface du rectangle fait des deux axes AC et BD d'une ellipse quelconque ABCD, à la surface de cette ellipse, est le même que celui du

quarré du diamètre d'un cercle à la surface de ce même cercle ; c'est-à-dire, qu'il est à-peu-près celui de 1000 à 785.

Propriétés de la Parabole.

1. Si l'on prolonge vers E l'axe BD d'une parabole, jusqu'à ce que le prolongement BE soit égal à la distance BF du sommet B au foyer F, la distance EM du point E à une ordonnée quelconque MG à cet axe, sera toujours égale à la distance FG du foyer F à l'extrémité G de cette même ordonnée. Ainsi, les lignes droites FG et FH seront toujours égales chacune à la distance EM; les lignes droites FI et FK, à la distance EL; et ainsi des autres. Fig. 20.

2. Si une balle est poussée du foyer F d'une parabole vers un point quelconque G de cette courbe, elle sera repoussée par cette même courbe, suivant une direction GP, parallèle à l'axe BD. Si au contraire elle est poussée vers la courbe, suivant une direction PG parallèle à l'axe, et d'un point quelconque P pris dans la parabole, elle ira au foyer F. Or, il en sera de même des rayons lancés par un corps lumineux qui seroit placé au foyer F, ou à un autre point quelconque P pris dans la parabole.

3. Enfin, si l'on fait un rectangle AONC qui ait pour base une perpendiculaire AC à l'axe BD, et ce même axe pour hauteur, la surface de ce rectangle

sera à celle de l'espace parabolique ABC terminé par cette perpendiculaire AC, ce que 3 est à 2. Ainsi, la surface de cet espace est les deux tiers de celle de ce rectangle.

Propriétés des Prismes, des Pyramides, des Cylindres et des Cônes.

1. La surface d'un prisme droit, est égale à celle d'un rectangle dont la hauteur seroit la même que celle de ce prisme, et qui auroit pour base une ligne droite égale au contour du polygone qui est la base de ce même prisme.

2. Ainsi, la surface d'un cylindre droit est aussi égale à celle d'un rectangle dont la hauteur seroit la même que celle de ce cylindre, et qui auroit pour base une ligne droite égale à la circonférence du cercle qui est la base de ce même cylindre.

3. La surface d'une pyramide droite, est égale à celle d'un triangle qui auroit pour base une ligne droite égale au contour de la base de cette pyramide; et pour hauteur, une autre ligne droite égale à la perpendiculaire abaissée du sommet de cette même pyramide sur le côté de l'un quelconque des triangles qui la terminent.

4. Par conséquent, la surface d'un cône droit, est aussi égale à celle d'un triangle qui auroit pour base une ligne droite égale à la circonférence du cercle qui est la base

de ce cône; et pour hauteur, une autre ligne droite égale à celle qui seroit tirée du sommet de ce même cône à un point quelconque de la circonférence de sa base.

5. La solidité d'une pyramide est le tiers de celle d'un prisme qui auroit la même base et la même hauteur que cette pyramide.

6. Ainsi, la solidité d'un cône est aussi le tiers de celle d'un cylindre qui auroit la même base et la même hauteur que ce cône.

Propriétés de la Sphère et du Sphéroïde.

La surface d'une sphère est le quadruple de celle de l'un des grands cercles de cette même sphère. Ainsi, elle est égale à celle d'un rectangle qui auroit pour hauteur le diamètre de cette sphère; et pour base, une ligne droite égale à la circonférence de l'un de ses grands cercles. Par conséquent, le quarré du diamètre d'une sphère, est à la surface de cette sphère, à peu de chose près, ce que 100 sont à 314.

2. La surface d'une zône est égale à celle d'un rectangle qui auroit pour base une ligne droite égale à la circonférence de l'un quelconque des grands cercles de la sphère dont cette zône est une partie; et pour hauteur, une autre ligne droite égale à l'épaisseur de cette même zône.

3. La solidité d'une sphère est les deux

tiers de celle d'un cylindre qui auroit pour hauteur le diamètre de cette sphère ; et pour base, l'un quelconque des grands cercles de cette même sphère. Ainsi elle est le tiers de la solidité d'un cylindre dont la base seroit égale à la surface de cette sphère, et qui auroit pour hauteur le tiers du rayon de cette même sphère. Par conséquent, le cube du diamètre d'une sphère, est à la solidité de cette sphère, à-peu-près ce que 300 sont à 157.

4. La solidité d'un sphéroïde est à celle d'une sphère qui auroit pour diamètre l'axe de circonvolution de ce sphéroïde, ce que le quarré de l'autre axe est au quarré du même axe de circonvolution. Ainsi, la solidité d'un sphéroïde, est à celle d'un prisme qui auroit pour hauteur l'axe de circonvolution, et pour base le quarré de l'autre axe, à-peu-près ce que 157 sont à 300.

ARTICLE III.

De la manière de décrire sur le papier, et de tracer sur le terrein les principales figures de la Géométrie.

Il faut connoître la grandeur d'un angle, si l'on veut en tracer un autre qui lui soit égal. Ainsi nous sommes obligés de commencer cet article, par faire voir ce qui doit être la mesure des angles, et par enseigner ensuite la manière dont il faut s'y prendre pour les mesurer.

Nous avons dit qu'un angle étoit l'ouverture, c'est-à-dire, l'écart de deux lignes qui avoient un point de commun. Ainsi, la grandeur d'un angle dépend de celle de cet écart. Par conséquent, pour juger de la grandeur d'un angle, il faut examiner de combien l'un de ses côtés est écarté de l'autre.

Or, on peut toujours considérer un angle quelconque ABC, comme ayant été formé par une ligne droite BA, qui, après avoir été couchée sur une autre ligne droite BC, s'en seroit écartée vers A, en tournant autour d'un point fixe B, qui est le sommet de cet angle; et en décrivant avec ses autres points, E, A, etc. des arcs de cercle DE, CA, etc. Fig. 25.

Ainsi, chacun de ces arcs DE, CA, etc. est le chemin que chaque point de la ligne BA auroit parcouru pendant que cette ligne se seroit écartée de la ligne BC. Donc, la grandeur de l'écart de ces deux lignes, est déterminée par celle de chacun de ces arcs. Par conséquent, la mesure naturelle d'un angle quelconque ABC, est un arc de cercle quelconque DE, ou CA, ou etc. décrit du sommet B de cet angle, pris pour centre, et compris entre les côtés BC et BA de ce même angle; et le nombre des degrés que cet arc contient, est sa valeur. Ceci posé :

PROBLÈME I.

Mesurer un angle.

Fig. 25. Il faut mesurer un angle ABC.

L'angle qu'il faut mesurer, est sur le papier ou sur le terrein.

Fig. 25. PREMIÈREMENT. Lorsque l'angle ABC qu'il faut mesurer, est sur le papier :

Prenez un rapporteur, et le posez sur l'angle ABC, de manière que le centre de cet instrument soit sur le sommet B de cet angle, et le diamètre, sur le côté BC. Alors l'arc du rapporteur qui se trouve compris entre le diamètre et le côté BA, prolongé s'il est nécessaire, indique par le nombre des degrés qu'il contient, la valeur de l'angle proposé.

Autre manière. Du sommet B de l'angle proposé, pris pour centre, et avec un rayon BD pris à volonté, décrivez entre les côtés de cet angle un arc de cercle DE. Ouvrez un compas de proportion (1), de manière que le compas ordinaire restant toujours ouvert de la grandeur du rayon BD, ses pointes soient sur les points

(1) Le compas de proportion est un instrument de cuivre qui ressemble assez à un pied ordinaire. Il est d'un très-grand usage dans la pratique de la géométrie, lorsqu'il s'agit d'opérer sur le papier.

correspondants 60 et 60 des lignes des cordes, chacune sur chacun. Prenez ensuite avec un compas ordinaire, l'amplitude de l'arc DE, c'est-à-dire, la distance du point D au point E; et ce compas restant toujours ouvert de la grandeur de cette distance, faites en glisser légèrement les pointes sur la surface du compas de proportion, jusqu'à ce que ces deux pointes tombent sur des nombres pareils des lignes des cordes; c'est-à-dire, l'une sur un certain nombre de l'une de ces deux lignes; et l'autre, sur le pareil nombre de l'autre de ces deux mêmes lignes. Alors chacun de ces derniers nombres indique la valeur de l'angle ABC.

SECONDEMENT. Lorsque l'angle ABC qu'il faut mesurer, est sur le terrein. Fig. 25.

On distingue de deux sortes d'angles sur le terrein; savoir, ceux dans lesquels on peut entrer, et ceux dans lesquels il n'est point possible d'entrer.

Premièrement. Lorsque l'on peut entrer dans l'angle ABC qu'il faut mesurer; Fig. 25.

On fait planter un piquet sur le côté BC de cet angle, un autre piquet sur son côté BA, et l'on met un graphomètre sur son sommet B. On dispose ensuite cet instrument de manière qu'en regardant au travers des pinnules qui sont aux extrémités de son diamètre, on apperçoive le premier piquet. On assure le graphomètre dans cette position, en serrant la vis qui est à son genou. On dirige vers le second piquet la règle qui est mobile: et lorsqu'en regardant au travers des pinnules qui sont aussi aux extrémités de cette règle, on est parvenu à appercevoir ce second piquet, alors l'arc du demi-cercle du graphomètre, qui se trouve compris entre le diamètre et cette même règle, indique par le nombre des degrés qu'il contient, la valeur de l'angle proposé.

Il faut observer que ces sortes d'opérations seront toujours d'autant plus exactes, que les piquets seront plus éloignés du sommet B de l'angle qu'il faudra mesurer.

Il faut aussi avoir l'attention de faire toujours poser les piquets le plus perpendiculairement qu'il est possible.

Secondement. Lorsque l'on ne peut point
Fig. 26. entrer dans l'angle ABC qu'il faut mesurer :

Prolongez indéfiniment, l'un vers E et l'autre vers D, les côtés AB et CB de l'angle proposé. Supposez une ligne droite DE tirée du point D au point E. Mesurez, de la manière dont on vient de dire qu'il le falloit faire, les angles D et E qui sont accessibles (1). Enfin, ajoutez ensemble les valeurs de ces deux angles, et de 180 sous-

(1) Pour mesurer ces angles, on fait mettre un piquet au point E, et un graphomètre au point D; et ensuite un piquet au point D, et le graphomètre au point E.

trayez

trayez leur somme; le reste sera la valeur de l'angle ABC.

Ainsi, si l'on trouve que l'angle D soit, par exemple, de 60 degrés, et l'angle E de 20 degrés, on en conclut que l'angle B est de 100 degrés.

La manière la plus sûre de trouver la valeur de ces angles, est de mesurer exactement les trois côtés du triangle DBE; et de chercher ensuite celle de l'angle B, par ce qui sera dit à ce sujet dans la Trigonométrie.

PROBLÊME II.

Décrire sur une ligne droite donnée, un angle qui soit d'une grandeur aussi donnée, et qui ait pour sommet un point donné sur cette même ligne.

Il faut décrire sur la ligne droite BC un angle qui ait son sommet au point B; et qui soit, par exemple, de 43 degrés. Fig. 25.

La ligne sur laquelle il faut décrire cet angle, est ou sur le papier, ou sur le terrein.

Premièrement. Lorsque la ligne BC est sur le papier. Fig. 25.

Posez un rapporteur sur la ligne BC, de manière que son diamètre soit sur cette ligne, et son centre sur le point B. Cherchez ensuite sur le demi-cercle de cet instrument le degré demandé, qui, dans cet exemple, est le quarante-troisième degré. Marquez sur le papier un point vis-à-vis de ce degré. Enfin, tirez du point B par ce point une ligne droite indéfinie BA. L'angle ABC, que cette ligne forme avec la ligne BC, est l'angle demandé.

Autre manière. Pour décrire sur la ligne
Fig. 28. droite AB un angle qui ait le point A pour sommet, et qui soit par exemple, de 57 degrés.

Du point A pris pour centre, et avec un rayon AH pris à volonté, décrivez un arc de cercle indéfini HI. Ouvrez ensuite un compas de proportion, de manière que le compas ordinaire restant toujours ouvert de la grandeur du rayon AH, ses pointes soient sur les points correspondants 60 et 60 des lignes des cordes, chacune sur chacun. Le compas de proportion restant ainsi ouvert, prenez sur les mêmes lignes des cordes, avec le compas ordinaire, la distance du point 57 de l'une au pareil point 57 de l'autre. Du point H pris pour centre, et avec cette distance prise pour rayon, décrivez un arc qui coupe l'arc HI à un point K. Enfin, tirez du point A par ce point K, une ligne droite indéfinie AL. L'angle LAB que cette ligne forme avec la ligne AB, est un angle de 57 degrés, comme on l'a demandé.

Fig. 25. *Secondement.* Lorsque la ligne BC est sur le terrein.

On fait planter un piquet sur cette ligne BC; et l'on met un graphomètre sur le point B. On dispose ensuite cet instrument de manière qu'en regardant au travers des pinnules qui sont aux extrémités de son diamètre, on apperçoive le piquet précédent. On assure le graphomètre dans cette position: on tourne sa règle mobile, de manière que l'arc du demi-cercle compris entre elle et le diamètre, contienne le nombre des degrés demandés, c'est-à-dire, dans cet exemple, 57 degrés. En regardant au travers des pinnules qui sont aux extrémités de cette règle, on fait planter un piquet dans la direction du rayon visuel qui passe par ces deux pinnules. Enfin, on tire du point B par ce second piquet, une ligne droite indéfinie BA. L'angle ABC que cette ligne forme avec la ligne BC, est un angle de 57 degrés, tel qu'on le demandoit.

PROBLÊME III.

Décrire sur une ligne droite donnée, un angle qui ait pour sommet un point donné sur cette même ligne, et qui soit égal à un angle aussi donné.

Il faut décrire sur la ligne droite AB un angle qui soit égal à l'angle B, et qui ait le point A pour sommet. Fig. 27 et 28.

Cette ligne et cet angle sont l'une et

l'autre ou sur le papier, ou sur le terrein.

Premièrement. Lorsque la ligne AB et l'angle B sont l'une et l'autre sur le papier.

Du sommet B de l'angle donné, pris pour centre, et avec un rayon BD pris à volonté, décrivez entre les côtés de cet angle un arc de cercle DE. Du point donné A pris pour centre, et avec le même rayon précédent BD, décrivez un arc de cercle indéfini HI. Du point H pris pour centre, et avec un rayon égal à la distance du point D au point E, décrivez un arc qui coupe le précédent à un point K. Enfin, tirez du point A par le point K, une ligne droite indéfinie AL. L'angle A que cette ligne forme avec la ligne AB, est égal à l'angle donné B.

Autre manière. Mesurez avec un rapporteur la grandeur de l'angle B. Avec ce même instrument, faites au point A et sur la ligne AB, un angle LAB qui soit d'autant de degrés que vous en aurez trouvé pour la grandeur de l'angle B; et cet angle LAB sera l'angle demandé.

Fig. 27 et 28. *Secondement.* Lorsque la ligne AB et l'angle B sont l'une et l'autre sur le terrein.

Mesurez l'angle B, de la manière dont on a dit dans le premier problême qu'il faut mesurer les angles qui sont sur le terrein. Faites ensuite au point A de la ligne donnée AB, suivant ce qui vient d'être dit dans le problême précédent, un angle BAL qui soit d'autant de degrés que vous en aurez trouvé pour la grandeur de l'angle B; et cet angle BAL sera l'angle demandé.

PROBLÈME IV.

Diviser une ligne droite en deux parties qui soient égales.

Il faut trouver le milieu de la ligne droite AB. Fig. 29.

Cette ligne dont il faut trouver le milieu, est ou sur le papier, ou sur le terrein.

Premièrement. Lorsque la ligne AB est Fig. 29.
sur le papier.

Des extrémités A et B de la ligne AB prises pour centres, et avec un rayon pris à volonté, mais cependant plus grand que la moitié de la ligne proposée, décrivez deux arcs qui se coupent à un point C. Des deux mêmes extrémités prises pour centres, et avec le même rayon précédent, ou avec un autre quelconque, mais toujours plus grand que la moitié de la ligne AB, décrivez deux arcs qui se coupent à un point D. Enfin, tirez du point C au point D une ligne droite CD. Cette ligne coupera la ligne AB en deux parties AE et EB qui seront égales.

Secondement. Lorsque la ligne AB est Fig. 30.
sur le terrein.

Avec un pied, avec une toise, ou même avec un bâton, mesurez la longueur de la ligne AB. En partant ensuite de l'une de ces extrémités, et en vous servant de la même mesure, mesurez sur la même ligne une longueur égale à la moitié de celle que vous aurez trouvée pour la longueur entière. Cela vous donnera le point E pour le milieu que vous vouliez trouver.

Remarque. Si la ligne proposée est inaccessible, il faut avoir recours à ce que nous dirons dans la Trigonométrie. Car presque toutes les méthodes que l'on donne pour résoudre ce problême, quoique très-praticables sur le papier, où elles sont inutiles, sont absolument impraticables sur le terrein.

PROBLÊME V.

D'un point donné hors d'une ligne droite, tirer une parallèle à cette ligne.

Fig. 15. Il faut tirer du point C une ligne qui soit parallèle à la ligne droite AB.

Cette ligne et ce point sont l'une et l'autre ou sur le papier, ou sur le terrein.

Fig. 15. *Premièrement*. Lorsque la ligne AB et le point C sont l'une et l'autre sur le papier.

Du point C pris pour centre, décrivez un arc de cercle DG qui touche la ligne AB à un seul point, et ne puisse la toucher qu'à ce seul point. D'un point F pris à volonté sur cette même ligne AB, et avec le même rayon précédent, décrivez un autre arc de cercle GH. Enfin, tirez par le point C une ligne droite indéfinie IK qui ne touche aussi l'arc GH qu'à un seul point. Cette ligne sera la parallèle demandée.

Autre manière. Prenez sur la ligne AB un point F à volonté. Tirez du point C à ce point F une ligne droite CF. Enfin, faites sur cette ligne CF un angle FCK qui soit égal à l'angle CFA, et qui ait le point C pour sommet. Le côté CK de cet angle FCK, prolongé s'il est nécessaire, sera la parallèle demandée.

Secondement. Lorsque la ligne AB et le point C sont l'une et l'autre sur le terrein. Fig. 15.

Faites planter un piquet au point C, un autre piquet sur la ligne AB, et mettre un graphomètre sur un point quelconque F de cette même ligne. Mesurez avec cet instrument l'angle CFA formé par la ligne AB et par une ligne CF, que l'on imagine être tirée du point C au point F (1). Faites planter un piquet au point F, et transporter le graphomètre à la place du piquet C. Enfin, avec ce même instrument, faites à ce point et sur la ligne CF, un angle FCK qui soit égal à l'angle CFA. Le côté CK de cet angle FCK, prolongé s'il est nécessaire, sera la parallèle demandée.

Remarque. Si la ligne donnée est inaccessible, il faut avoir recours à la Trigo-

(1) Ces sortes de lignes se nomment des *rayons visuels.*

nométrie, pour les mêmes raisons que nous avons dites dans la remarque précédente.

PROBLÊME VI.

D'un point donné sur une ligne droite, élever une perpendiculaire à cette ligne.

Fig. 32. Il faut élever du point C une perpendiculaire à la ligne droite AB.

Cette ligne est ou sur le papier, ou sur le terrein.

Fig. 32. *Premièrement.* Lorsque la ligne AB est sur le papier.

Du point C pris pour centre, et avec un rayon CD pris à volonté, décrivez deux arcs qui coupent, l'un à un point D, et l'autre à un point E, la ligne droite AB, prolongée, s'il est nécessaire. Des points D et E pris pour centres, et avec un rayon pris aussi à volonté, mais cependant plus grand que le rayon CD, décrivez deux arcs qui se coupent à un point F. Enfin, tirez du point C par le point F une ligne droite indéfinie CF. Elle sera la perpendiculaire demandée.

Autre manière. Pour élever du point
Fig. 33. donné A une perpendiculaire à la ligne droite AB.

Du point A pris pour centre, et avec un rayon AC pris à volonté, décrivez un arc de cercle indéfini CDE. Portez sur cette circonférence le rayon AC, de C en D et de D en E. Des points D et E pris pour centres, et avec tel rayon que vous voudrez, mais cependant plus grand que la moitié de la distance du point D au point E, décrivez deux arcs qui se coupent à un point F. Enfin, tirez du point A par le point F une ligne droite indéfinie AF; elle sera la perpendiculaire demandée.

Autre manière. D'un point quelconque D pris pour centre au-dessus de la ligne AB, et avec un rayon égal à la distance de ce point au point donné A, décrivez un arc de cercle indéfini CAF. Du point C auquel cet arc coupe la ligne AB, tirez par le centre D, le diamètre CF. Enfin, tirez du point A par le point F, auquel ce diamètre rencontre l'arc CAF, la ligne droite indéfinie AF; elle sera la perpendiculaire demandée. Fig. 33.

On se sert de l'une ou de l'autre de ces deux dernières constructions, particulièrement lorsque le point duquel il faut élever une perpendiculaire, est à l'une des extrémités de la ligne donnée.

Secondement. Lorsque la ligne AB est sur le terrein. Fig. 32.

Avec une mesure quelconque, ou même avec un bâton, prenez sur la ligne AB, et de part et d'autre du point donné C, deux distances CD et CE, de telle grandeur que vous voudrez, mais qui soient égales entre elles. Prenez ensuite deux cordes qui soient aussi de telle longueur qu'il vous plaira, mais cependant égales l'une à l'autre. Attachez au point D le bout de l'une de ces cordes, et au point E, le bout de l'autre. Enfin, prenez ces deux cordes chacune par son autre bout, et reculez-vous vers F, jusqu'à ce qu'elles soient également tendues. Cela vous donnera le point F, duquel vous tirerez au point C la ligne droite FC; elle sera la perpendiculaire demandée.

Fig. 33. *Autre manière.* Pour élever du point A une perpendiculaire à la ligne droite AB. Prenez pour mesure telle longueur qu'il vous plaira; et en partant du point A, portez-la quatre fois sur la ligne AB; ce qui vous donnera un point C. Attachez au point A le bout d'une corde qui contienne trois de ces mêmes mesures; et au point C, le bout d'une autre corde qui en contienne cinq. Enfin, prenez ces deux cordes, chacune par son autre bout; et reculez-vous vers F, jusqu'à ce que ces deux cordes soient également tendues. Cela vous donnera le point F, duquel vous tirerez au point A la ligne droite FA. Elle sera la perpendiculaire demandée.

Fig. 33. *Autre manière.* Placez un graphomètre au point A; et faites-y sur la ligne AB un angle FAB qui soit de 90 degrés.

On est obligé de se servir de l'une ou de l'autre de ces deux dernières constructions, lorsque le point A est donné à l'une des extrémités de la ligne AB.

PROBLÈME VII.

D'un point donné hors d'une ligne droite, abaisser une perpendiculaire à cette ligne.

Il faut abaisser du point C une perpendiculaire à la ligne droite AB. Fig. 34.

Cette ligne et ce point sont ou sur le papier, ou sur le terrein.

Premièrement. Lorsque la ligne AB et le point C sont sur le papier. Fig. 34.

Du point C pris pour centre, et avec un rayon pris à volonté, mais cependant plus grand que la distance de ce point à la ligne AB, décrivez deux arcs qui coupent, l'un à un point D et l'autre à un point E, cette ligne prolongée s'il est nécessaire. Des points D et E pris pour centres, et avec un rayon pris à volonté, mais cependant plus grand que la moitié de la distance du point D au point E, décrivez deux arcs qui se coupent à un point F. Enfin, tirez du point C par le point F une ligne droite indéfinie CF. Elle sera la perpendiculaire demandée.

Autre manière. Pour abaisser du point F une perpendiculaire à la ligne droite AB. Fig. 33. Tirez du point F à un point quelconque C de la ligne AB une ligne droite FC. Divisez cette ligne en deux parties égales DC et DF. Du point D pris pour centre, et avec l'une de ces deux parties prise pour rayon, décrivez un arc qui coupe la ligne AB à un point A. Enfin, tirez de ce point au point F, la ligne droite AF. Elle sera la perpendiculaire demandée.

Fig. 34. *Secondement. Lorsque la ligne* AB *et le point* C *sont sur le terrein.*

Si le point C est fort près de la ligne AB, attachez à ce point le bout d'une corde qui soit assez longue pour qu'elle puisse couper cette ligne à deux points quelconques. Par le moyen de cette corde, marquez sur cette même ligne deux points D et E qui soient également éloignés chacun du point C. Enfin, tirez de ce dernier point par le milieu G de la partie DE la ligne droite CF. Elle sera la perpendiculaire demandée.

Fig, 35. Mais si le point F étoit trop éloigné de la ligne AB pour que l'on puisse se servir d'une corde, alors faites mettre un piquet au point F, et un graphomètre sur un point quelconque C de la ligne AB. Mesurez avec cet instrument l'angle ACF, que cette même ligne formeroit avec un rayon visuel CF qui seroit tiré du point C au point F. Transportez ensuite le graphomètre au point F; et faites-y sur le rayon CF, un angle CFA qui soit égal à la différence de l'angle ACF à 90 degrés. Le côté FA de cet angle CFA, sera la perpendiculaire demandée.

Si l'angle ACF étoit, par exemple, de 60 degrés, il faudroit faire l'angle CFA de 30.

Troisièmement. Enfin, si la ligne AB étoit inaccessible. Fig. 51.

Par le point C, duquel il faut abaisser une perpendiculaire à la ligne AB, on tireroit une ligne EF qui lui fût parallèle; comme nous enseignerons à le faire dans la Trigonométrie. Du même point C on éléveroit une perpendiculaire CG à cette parallèle; et cette perpendiculaire seroit celle qui est demandée.

PROBLÊME VIII.

Prolonger sur le terrein une ligne qui y est située.

On peut parcourir librement le terrein sur lequel il faut prolonger une ligne droite donnée; ou ce terrein est embarrassé par quelque objet qui s'oppose à ce prolongement.

PREMIÈREMENT. Lorsque la ligne donnée est sur un terrein où rien ne s'oppose à son prolongement.

On fait planter un piquet à celui des bouts de cette ligne par lequel on veut la prolonger. A quarante ou cinquante pas de distance de ce piquet, et sur la même ligne, on en fait planter un second. Du côté vers lequel ce prolongement se doit faire, et à une distance d'où l'on puisse appercevoir facilement ces deux piquets, on cherche un endroit où étant placé, le premier piquet empêche de voir le second. Lorsque l'on est parvenu à trouver cette position, on est sûr d'être dans l'alignement de la ligne proposée. Mais, pour s'en assurer encore plus positivement, on fait planter un piquet à cet endroit, et l'on s'en éloigne ensuite de quelques pas, afin d'y examiner si ce même piquet empêche aussi de voir les deux autres. Enfin, lorsqu'il les cache exactement, on ne doit plus craindre de s'être trompé.

S'il faut prolonger encore plus loin la ligne proposée, on cherche un point qui soit d'alignement à ce dernier piquet et aux deux autres, de la même manière dont on vient de s'y prendre pour trouver le point auquel on a planté ce dernier piquet. Et ainsi de suite, pour prolonger de plus en plus sur le terrein une ligne droite quelconque.

Autre manière. Au lieu de faire planter un second piquet sur la ligne qu'il faut prolonger, on y place un graphomètre, qui soit de même éloigné de quarante à cinquante pas du piquet que l'on aura fait mettre au bout de cette ligne. On dirige l'une des règles de cet instrument, de manière qu'en regardant au travers des pinnules qui sont aux extrémités de cette règle, on voie ce piquet. On fait ensuite transporter ce même piquet aussi loin qu'on le veut; et on l'y fait planter à un point où l'on puisse l'appercevoir en regardant au travers de ces deux mêmes pinnules, que l'on aura bien pris garde de déranger. Il sera alors d'alignement à la ligne donnée.

Remarque. Lorsqu'il s'agit de mesurer effectivement sur le terrein une distance quelconque, il faut, en y appliquant la mesure, ne s'écarter ni à droite ni à gauche de la ligne qui va directement de l'un des bouts de cette distance à l'autre: ce qui est facile, lorsque cette distance est petite; mais il n'en est plus de même lorsqu'elle est un peu considérable. Ainsi, pour éviter alors toute erreur, on fait planter un piquet à chaque bout de cette distance. Entre ces deux piquets, on en fait planter d'autres qui leur soient d'alignement. A l'égard de leur nombre, on en met autant qu'il en est nécessaire pour diviser cette même distance en parties qui soient assez petites pour que l'on puisse les mesurer sans craindre de s'écarter de la ligne droite. Or, pour interposer des piquets entre deux autres, on s'y prend de la même manière dont nous venons de dire qu'il faut le faire pour prolonger sur le terrein une ligne droite quelconque.

SECONDEMENT. Lorsque la ligne donnée est sur un terrein où il se rencontre quelque obstacle à son prolongement.

Fig. 35. Il faut prolonger au-delà du mur CD la ligne droite AB, qui est, par exemple, une rangée d'arbres.

La face ID du mur CD, est ou libre ou embarrassée.

Premièrement. Lorsque l'on peut opérer librement sur la face ID.

Mesurez sur cette face une longueur qui, à compter du point I, soit égale à la distance du point C à celui auquel la ligne AB rencontre le mur CD, ou le rencontreroit, si elle étoit prolongée. De l'extrémité de cette longueur, tirez une ligne droite et horizontale, qui forme avec la partie BD de ce mur, un angle égal à celui que la ligne AB, prolongée, s'il étoit nécessaire, formeroit avec l'autre partie BI du même mur. Cette ligne sera le prolongement demandé.

On aura aussi le même prolongement demandé, si l'on tire la ligne horizontale précédente, de manière que les angles qui seront formés, l'un par cette ligne et par la partie BI du mur CD, et l'autre par la même partie BI et par la ligne AB prolongée, s'il est nécessaire, fassent ensemble 180 degrés.

Secondement. Lorsque la face ID du mur CD est embarrassée.

Faites planter un piquet à un point H

pris à volonté au-delà du mur CD; et d'un point quelconque B de la ligne AB, élevez une perpendiculaire indéfinie BE à cette même ligne. Prenez ensuite sur cette perpendiculaire, prolongée autant qu'il le sera nécessaire, un point E duquel vous puissiez voir le piquet H. Mesurez avec un graphomètre l'angle BEH, formé par cette même perpendiculaire et par le rayon visuel tiré du point E au piquet H. Faites au même point E et sur la même perpendiculaire, un angle BEA d'autant de degrés que vous en aurez trouvé pour la grandeur de l'angle BEH. Faites planter un piquet sur le point A auquel le rayon visuel EA coupe la ligne AB. Mesurez la distance EA du point E au point A. Enfin, prenez sur le rayon visuel EH une partie EF égale à cette distance. L'extrémité F de cette partie sera un point du prolongement demandé.

Faites ensuite transporter le piquet H à un autre endroit; et cherchez-y un nouveau point, de la même manière dont vous venez de vous y prendre pour trouver le point F. Enfin, tirez une ligne droite qui passe par ce nouveau point et par le point F. Elle sera le prolongement demandé.

PROBLÈME IX.

Décrire une ellipse dont les deux axes sont donnés.

Il faut décrire une ellipse dont les lignes
Fig. 19. droites AC et BD soient les axes.

Les lignes AC et BD sont ou sur le papier, ou sur le terrein.

Premièrement. Lorsque les lignes AC et BD sont sur le papier (1).

De l'extrémité B du petit axe BD prise pour centre, et avec la moitié EC du grand axe AC prise pour rayon, décrivez deux arcs qui coupent le grand axe, l'un au point F, et l'autre au point G. Ces deux points seront les foyers de l'ellipse demandée.

Après avoir ainsi trouvé ces deux points, il faut aussi chercher tous ceux par lesquels la courbe que l'on propose de décrire doit passer. Or, pour les trouver, on divise la moitié EC du grand axe en tel nombre de parties que l'on veut; en observant cependant que moins ces parties seront grandes, plus la courbe sera exacte. Si nous ne la divisons ici qu'en trois parties EO, OG

(1) On donne ici ces deux lignes posées respectivement comme le doivent être les axes d'une ellipse. Mais lorsque cela n'est pas, on en tire deux autres qui leur soient égales, chacune à chacune; et qui se coupent réciproquement par le milieu et perpendiculairement.

et GC, c'est afin de ne point surcharger la figure. On prend ensuite pour rayon, premièrement la partie AG; et l'on décrit, du foyer F pris pour centre, deux arcs, l'un vers *q* et l'autre vers *r*; et du foyer G pris pour centre, deux autres arcs, l'un vers *n* et l'autre vers *p*: secondement la partie GC; et l'on décrit du foyer F pris pour centre, deux arcs qui coupent les arcs *n* et *p*, l'un au point *n* et l'autre au point *p*; et du foyer G pris pour centre, deux autres arcs qui coupent les arcs *q* et *r*, l'un au point *q*, et l'autre au point *r*: troisièmement, la partie AO; et l'on décrit du foyer F pris pour centre, deux arcs, l'un vers H et l'autre vers *s*; et du foyer G pris pour centre, deux autres arcs, l'un vers *u* et l'autre vers *t*: quatrièmement enfin, la partie OC; et l'on décrit du foyer F pris pour centre, deux arcs qui coupent les arcs *u* et *t*, l'un au point *u* et l'autre au point *t*; et du foyer G pris pour centre, deux autres arcs qui coupent les arcs H et *s*, l'un au point H et l'autre au point *s*.

On trace ensuite une courbe qui passe par les points A, *n*, *u*, B, H, *q*, etc; et l'espace qu'elle renferme est l'ellipse demandée.

Secondement. Lorsque les lignes AC et BD sont sur le terrein. Fig. 19.

On commence par déterminer les deux foyers F et G, de la même manière dont on vient de le faire; excepté qu'au lieu d'un compas, on se sert d'une corde qui soit de même longueur que le demi-axe EC.

On prend ensuite une corde dont la longueur soit égale à celle de l'axe AC. On attache l'un des bouts de cette corde au foyer F, et l'autre bout au foyer G. Enfin, en tenant cette même corde toujours tendue, par le moyen d'un bâton un peu pointu, on s'avance de A vers *n*, de *n* vers *u*, de *u* vers B; et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'on soit revenu au même point A duquel on est parti. La courbe que la pointe de ce bâton aura tracée sur le terrein, y déterminera l'ellipse demandée.

PROBLÊME X.

Décrire une parabole dont le paramètre (1) *est donné.*

Il faut décrire la parabole dont la ligne
Fig. 20. BN est le paramètre.

Tirez une ligne droite indéfinie ED: et prenez sur cette ligne deux parties EB et BF, égales chacune au quart du paramètre BN. La ligne indéfinie BD sera l'axe de la parabole demandée; et le point F en sera le foyer.

(1) Le *paramètre* d'une parabole est une ligne droite
Fig. 20. quadruple de la distance du foyer F de cette courbe à son sommet B. La grandeur d'une parabole dépend de celle de son paramètre, de même que la grandeur d'un cercle dépend de celle de son diamètre.

Prenez ensuite sur cet axe autant de parties DM, ML, LR, etc. que vous voudrez ; en observant cependant que moins ces parties seront grandes, plus la courbe sera exacte. De chacun des points D, M, L, etc. élevez à ce même axe les perpendiculaires indéfinies AC, GH, IK, etc. Enfin, du foyer F pris pour centre, et avec la partie ED prise pour rayon, décrivez deux arcs qui coupent la perpendiculaire AC, l'un au point A, et l'autre au point C : du même foyer F pris pour centre, et avec la partie EM prise pour rayon, décrivez deux arcs qui coupent la perpendiculaire GH, l'un au point G, et l'autre au point H : du même foyer F toujours pris pour centre, et avec la partie EL prise pour rayon, décrivez deux arcs qui coupent la perpendiculaire IK, l'un au point I, et l'autre au point K, etc.

Continuez à trouver ainsi des points entre le sommet B de la parabole que vous voulez décrire, et les points A et C où vous voulez la terminer. Tracez ensuite une courbe qui passe par tous les points A, G, I, Q, B, etc ; et cette courbe sera la parabole demandée.

PROBLÈME XI.

Construire les Echelles qui sont nécessaires pour faire les plans.

On appelle *échelle*, une ligne droite

d'une longueur arbitraire, et qui est divisée en un certain nombre de parties, dont les unes représentent la mesure avec laquelle on a effectivement mesuré sur le terrein; et les autres, une certaine quotité de ces mesures. Mais, lorsqu'une échelle doit servir à faire le plan d'un terrein un peu considérable, il est souvent difficile, et quelquefois même impossible, de diviser une ligne droite en parties aussi petites qu'il le seroit alors nécessaire. Il est cependant indispensable d'avoir une échelle sur laquelle ces petites parties soient marquées distinctement; ainsi, il faut alors la construire de la manière suivante.

Supposez que l'on veuille construire une échelle qui représente, par exemple, 100 toises.

Fig. 56. On tire une ligne droite AM, dont on proportionne la longueur à la grandeur que l'on veut donner au plan auquel elle doit servir d'échelle. On divise cette ligne en deux parties égales AF et FM, qui représenteront chacune 50 toises. On subdivise ensuite chacune de ces deux parties en deux autres AD et DF, FB et BM, qui représenteront chacune 25 toises. Enfin, comme 5 divisent exactement 25, on subdivise encore la partie AD en 5 parties égales, qui représenteront chacune 5 toises.

Il ne s'agiroit plus que de subdiviser aussi en cinq parties égales l'une de ces cinq parties, afin d'en avoir cinq autres qui représentassent chacune une toise; mais ces cinq dernières parties seroient si petites, qu'il ne seroit point possible de les marquer assez séparées chacune de chacune, pour que l'on puisse facilement les distinguer.

Ainsi, de l'extrémité A de la ligne AM, on élève à cette ligne une perpendiculaire AC. On porte cinq fois sur cette perpendiculaire la cinquième partie A1 de la partie AD, ce qui donne le point C. De ce point et des points 1, 2, 3, etc. de cette même perpendiculaire, on tire les parallèles CK, 1 *l*, 2 *r*, etc. à la ligne AM; et des points D, F, B et M, les parallèles DG, FH, BE et MK à la perpendiculaire AC. On porte ensuite sur la parallèle CK cinq fois la même partie A1 que l'on a portée sur la perpendiculaire AC. Enfin, on tire du point 1 au point C la transversale 1 C; du point 2 au point *n*, la transversale 2 *n*; du point 3 au point *r*, la transversale 3 *r*; et ainsi de suite; et la figure AK est une échelle qui marque distinctement les petites parties que l'on n'auroit pu déterminer que trop confusément sur la ligne droite AM.

A l'égard de la manière de se servir de cette échelle, il suffit de faire remarquer que la partie, par exemple, 6 *t*, représente 26 toises; que la partie *qs* représente 54 toises; etc.

Autre manière de construire une Echelle.

Supposez que vous voulez construire une échelle qui représente, par exemple, 24 toises.

Fig. 37. Tirez une ligne droite DC, dont vous déterminerez la longueur relativement à la grandeur que vous voudrez donner au plan auquel elle doit servir d'échelle. Des extrémités D et C de cette ligne, élevez à cette même ligne les perpendiculaires indéfinies DA et CB. Avec une ouverture de compas prise à volonté, marquez sur chacune de ces perpendiculaires six parties égales D*m*, *ml*, etc. C*o*, *op*, etc. Tirez des points A, *f*, *h*, etc. aux points B, *g*, *i*, etc. les lignes droites AB, *fg*, *hi*, etc. Divisez la ligne AB en quatre parties égales, A6, 6*n*, *n*18 et 18B; et la ligne DC en deux parties égales, D*q* et *q*C. Enfin, tirez du point 6 aux points D et *q*, les lignes droites 6D et 6*q*; et du point 18 aux points *q* et C, les lignes droites 18*q* et 18C. La figure DB sera l'échelle que l'on se proposoit de faire.

Pour connoître la manière dont on se sert de cette échelle, il suffit de remarquer que les parties, par exemple, *h*4, *h*8, *h*16, etc. représentent, l'une 4 toises, l'autre 8, et la dernière 16; etc.

PROBLÊME

PROBLÈME XII.

De la manière de lever les Plans et de les faire.

Faire un plan, c'est décrire sur une ligne droite donnée, une figure qui soit semblable à celle d'un terrein dont on a levé le plan. Or, ce terrein peut être parcouru librement dans toute son étendue: ou l'on n'est point le maître de le parcourir en tous les sens qui seroient nécessaires pour y mesurer de certaines distances; mais, du sommet de chacun des angles qui sont aux extrémités de l'un quelconque de ses côtés, on peut voir les piquets que l'on auroit fait planter aux sommets de ses autres angles: ou enfin, on ne peut ni le parcourir en tous les sens qui seroient nécessaires, ni appercevoir ces piquets. Ainsi, ce problême a trois cas.

Premier Cas. Lorsque l'on peut parcourir librement dans toute son étendue, le terrein dont il faut lever le plan.

Supposez qu'il faille lever le plan du terrein ABCDE, que l'on peut parcourir Fig. 38.
en tel sens que l'on veut.

On commence par examiner en général la figure du terrein proposé. Or, comme celui dont il s'agit ici a cinq côtés, on trace au hasard sur un morceau de papier, une figure qui ait aussi cinq côtés. Car c'est-là toute la ressemblace qu'il est nécessaire que cette figure, que l'on appelle un *canevas*, ait à celle du terrein dont on veut lever le plan. On suppose ensuite que ce même terrein est divisé en plusieurs triangles, par des diagonales BE et BD, tirées du sommet B de l'un quelconque de ses angles, aux sommets E et D de ses autres angles. On tire aussi de pareilles diagonales sur le canevas. Enfin, on fait mesurer les côtés AB, BE, BD, etc. de tous ces triangles; et l'on écrit la valeur de chacun sur la ligne du canevas qui le représente.

Pour faire ensuite le plan de ce terrein, on construit une échelle dont on proportionne la longueur à la grandeur que l'on veut donner à ce plan. On tire sur le papier une ligne droite FG, à laquelle on donne pour longueur autant de parties de l'échelle que le côté AB contient de fois la mesure dont on s'est servi pour le mesurer. (Nous supposerons toujours que cette mesure sera, par exemple, une toise.) Du point F pris pour centre, et avec un rayon qui contienne autant de parties de l'échelle que le côté AE contient de toises, on décrit un arc vers K; et du point G pris pour centre, et avec un rayon qui contienne autant de parties de l'échelle que la diagonale BE contient de toises, un arc qui coupe le précédent à un point K. De ce point pris pour centre, et avec un rayon qui contienne autant de parties de l'échelle que le côté ED contient de toises, on décrit un arc vers I; et du point G pris pour centre, et avec un rayon qui contienne autant de parties de l'échelle que la diagonale BD contient de toises, un arc qui coupe le précédent à un point I. Enfin, de ce point pris pour centre, et avec un rayon qui contienne autant de parties de l'échelle que le côté DC contient de toises, on décrit un arc vers H; et du point G pris toujours pour centre, et avec un rayon qui contienne autant de parties de l'échelle que le côté BC contient de toises, un arc qui coupe le précédent à un point H.

Lorsque l'on a ainsi trouvé les points K, I et H, on tire du point F au point K la ligne droite FK; du point K au point I, la ligne droite KI; du point I au point H, la ligne droite IH; enfin, du point H au point G, la ligne droite HG; et la figure FKIHG que ces lignes forment avec la ligne FG, est le plan du terrein proposé.

Second Cas. Lorsque le terrein dont il faut lever le plan, est tel que du sommet de chacun des angles qui sont aux extrémités de l'un de ses côtés, on peut voir les piquets que l'on aura fait planter aux sommets de ses autres angles.

Il faut lever le plan du terrein ABCDE, qui est tel que du sommet de chacun des angles, par exemple A et B, on peut voir Fig 38.

les piquets que l'on aura fait mettre aux sommets des angles E, D et C.

Après avoir fait aussi mettre un piquet au point B, on place un graphomètre au point A, et l'on y mesure les angles BAC, BAD et BAE. On fait ensuite planter un piquet au point A, et transporter le graphomètre au point B. De ce dernier point on mesure les angles ABE, ABD et ABC. Enfin, on fait mesurer le côté AB; et l'on écrit sur un canevas la valeur de chacun de ces angles, et celle de ce côté.

Pour faire ensuite le plan de ce terrein, on construit une échelle proportionnée à la grandeur que l'on veut donner à ce plan. On tire une ligne droite FG, à laquelle on donne pour longueur autant de parties de cette échelle que le côté AB contient de fois la mesure dont on s'est servi pour le mesurer. A l'extrémité F de cette ligne, on fait les angles GFH, GFI et GFK, égaux aux angles BAC, BAD et BAE, chacun à chacun. Enfin, à l'autre extrémité G de cette même ligne, on fait les angles FGK, FGI et FGH, égaux aux angles ABE, ABD et ABC, chacun à chacun.

Les côtés FK, FI, etc. GK, GI, etc. de ces angles, déterminent par leurs intersections les points K, I et H, d'où l'on tire les lignes droites KF, IK, etc; et la figure que ces lignes forment avec la ligne FG, est le plan du terrein proposé.

Troisième Cas. Lorsque le terrein dont il faut lever le plan, est tel que l'on ne peut ni le parcourir en tous les sens qui seroient nécessaires, ni appercevoir des extrémités d'aucun de ses côtés les piquets que l'on auroit fait planter aux sommets de ses angles.

Supposez qu'il faille lever le plan du terrein ABCDE, qui est, par exemple, un bois. Fig. 39.

On néglige trois angles à volonté, mais pris de suite; par exemple, les angles E, EDC et DCB. On mesure ensuite les autres angles A et ABC, et tous les côtés AB, BC, CD, etc. et l'on *écrit sur un canevas* la valeur de chacun de ces deux angles, et celle de chacun de ces côtés.

Pour faire ensuite le plan de ce terrein, on fait une échelle proportionnée à la grandeur que l'on veut donner à ce plan. On tire une ligne droite HI, à laquelle on donne autant de parties de l'échelle que le côté AB contient de toises. A l'extrémité H de cette ligne, on fait un angle OHI égal à l'angle A; et l'on donne à la ligne HO autant de parties de l'échelle que le côté AE contient de toises. On fait aussi à l'autre extrémité I de la même ligne HI, un angle HIL égal à l'angle ABC; et l'on donne de même à la ligne IL autant de parties de l'échelle que le côté BC contient de toises. Enfin, du point O pris pour centre, et avec un rayon qui contienne autant de parties de l'échelle que le côté ED contient de toises, on décrit un arc vers N; et du point L pris pour centre, et avec un rayon qui contienne autant de parties de l'échelle que le côté CD contient de toises, un arc qui coupe le précédent à un point N. On tire de ce point aux points O et L, les lignes droites NO et NL; et la figure que ces lignes forment avec les précédentes, est le plan du terrein proposé.

Si le terrein dont on veut lever le plan avoit un plus grand nombre de côtés, il faudroit, avant que de chercher le point N, faire à l'extrémité O de la ligne HO, un angle O égal à l'angle E; à l'extrémité L de la ligne IL, un angle ILN égal à l'angle BCD; et ainsi de suite, autant qu'il le seroit nécessaire. Lorsque l'on n'a point de graphomètre, ce qui rend le travail beaucoup plus pénible, on prolonge à volonté les côtés de l'angle que l'on veut
Fig. 59. lever, par exemple, les côtés BC et DC de l'angle C, s'il s'agit de cet angle. Des points G et F où se terminent les prolongements CG et CF, on tire aux extrémités D et B de ces côtés, ou même à d'autres points pris à volonté sur ces mêmes côtés, les lignes droites GD et FB. On mesure ensuite les côtés des triangles CGD et CFB que ces lignes forment avec les précédentes. Enfin, on rapporte ces triangles sur le papier, par le moyen d'une échelle;

et l'on a les triangles LMN et LKI, qui donnent l'angle ILN égal à l'angle BCD.

On ne trace point effectivement sur le terrein les prolongements CG et CF, ni les lignes GD et FB. Il suffit d'y faire marquer par des piquets les points G et F auxquels on veut que ces prolongements se terminent; et les points D et B auxquels on croit qu'il est le plus commode de faire aboutir les lignes GD et FB.

Il y a beaucoup d'autres manières de résoudre tous ces problêmes, et auxquelles on est même obligé d'avoir recours en de certaines circonstances; mais elles ne sont point susceptibles d'être mises dans un abrégé. De plus, il se rencontre quelquefois sur le terrein des obstacles que le traité, même le plus complet, ne peut pas prévoir, et dont par conséquent il ne peut rien dire.

TRAITÉ DE L'ARPENTAGE ET DU TOISÉ.

On appelle *Arpentage* ou *Toisé*, cette partie de la Géométrie qui enseigne à mesurer l'étendue. On lui donne le premier nom, lorsqu'elle a pour objet les différents terreins de la campagne, c'est-à-dire, les terres labourables, les bois, les prés, les *vignes*, *etc*; et le second, lorsqu'il s'agit de la maçonnerie, de la charpente, des terreins sur lesquels il y a des bâtiments, ou sur lesquels on projette d'en construire; des cours, des distances, etc. Au surplus, cette différente dénomination n'est relative qu'à la différence des mesures par lesquelles on détermine la grandeur des objets que l'on a mesurés. Car *arpenter* une étendue, ou la *toiser*, ne signifie jamais autre chose que la mesurer. Or, quel que soit l'objet que l'on mesure, et quelque grandeur que l'on prenne pour en être la mesure, on agit toujours en conséquence des mêmes principes; et l'on opère toujours à peu près de la même manière.

Cependant, comme l'arpentage et le toisé ont chacun des usages qui leur sont propres, et que le dernier s'étend à beaucoup plus d'objets que le premier, nous traiterons de chacun séparément. Mais, afin de ne rien omettre de tout ce qui peut contribuer à la clarté, il faut, avant toute autre chose, donner la définition de ce qu'on appelle *mesures*; faire voir qu'il y en a trois genres, et faire connoître les différences locales qui existent entre elles; enseigner enfin la manière dont on s'en sert.

Des Mesures et de leur différent genre.

Lorsque l'on juge qu'une chose est grande ou petite, ce ne peut être que relativement à quelqu'autre à laquelle on la compare. Ainsi, les hommes sont convenus entre eux de certaines étendues auxquelles ils compareroient les autres, afin de pouvoir déterminer leur grandeur par ce qui résulteroit de la comparaison qu'ils feroient de ces dernières à celles dont ils seroient convenus. Or, ces étendues de convention sont ce que l'on appelle des *mesures*.

Mais, comme il n'y a aucun rapport entre des choses qui ne sont point du même genre, on ne peut comparer les longueurs qu'à des longueurs, les surfaces qu'à des surfaces, et les solides qu'à des solides. Ainsi, il a fallu établir des mesures linéaires, pour mesurer les longueurs; des mesures superficielles, pour mesurer les surfaces; et des mesures solides, pour mesurer les solides. Les premières, qui sont des lignes droites, se nomment des mesures courantes; les autres s'appellent des mesures quarrées, parce qu'elles sont des quarrés; et l'on donne aux dernières le nom de mesures cubiques, parce qu'elles sont des cubes.

Si l'on a pris des lignes droites pour être les mesures de toutes sortes de distances, des quarrés pour être celles de toutes sortes de surfaces, et des cubes pour être celles de toutes sortes de solides, c'est parce que la ligne droite est la vraie distance d'un point à un autre; que la longueur et la largeur d'un quarré étant égales, cette figure détermine également et en même temps les deux dimensions des surfaces; enfin, que la longueur, la largeur et l'épaisseur d'un cube étant aussi égales, cette dernière figure mesure aussi également et en même temps, les trois dimensions des solides.

De la différence des mesures, relativement aux différents endroits dans lesquels elles sont en usage.

Comme les mesures sont des choses de convention, leur grandeur est arbitraire. Ainsi, elles sont différentes, non seulement dans les différents pays, mais souvent même dans le même lieu (1). Par conséquent, lorsque l'on a quelque étendue à mesurer, il faut toujours commencer par se bien informer de la grandeur de la mesure qui est en usage dans le lieu où il s'agit de faire ce mesurage; et spécifier ensuite celle dont on s'est servi.

La *mesure fondamentale en France*, et à laquelle on y compare toutes les autres, se nomme une *toise*. Elle est, ou courante, ou quarrée, ou cubique. La première se divise en 6 parties égales, que l'on appelle des pieds; la seconde en 36, que l'on nomme des pieds quarrés; et la dernière en 216, auxquelles on donne le nom de pieds cubes.

Pour avoir une idée juste de la division de la toise quarrée en 36 pieds quarrés, il faut observer que puisqu'une toise quarrée est une surface AC qui a 6 pieds de longueur sur autant de largeur, on peut la Fig. 3.

(1) L'usage des nouveaux poids et des nouvelles mesures fera disparoître cette différence par leur uniformité.

diviser d'abord en 6 rectangles, tels que *Af*, *eh*, etc. qui auront chacun un pied de largeur sur 6 pieds de longueur, et subdiviser ensuite chacun de ces 6 rectangles en 6 autres, tels que *ek*, *ki*, etc. dont chacun aura un pied en tout sens, et sera par conséquent un pied quarré.

On verra, par un semblable raisonnement, que puisqu'un pied courant a 12 pouces de longueur; un pouce courant, 12 lignes, etc; le pied quarré doit contenir 144 pouces quarrés; le pouce quarré, 144 lignes quarrées, etc.

On démontre à peu près de la même manière, qu'une toise cube est composée de 216 pieds cubes. Car, puisqu'une toise
Fig. 4 cube AD est un solide qui a 6 pieds en tout sens, on peut la partager d'abord en 6 solides tels que A*h*, *g*6, etc. qui auront chacun un pied d'épaisseur, sur 6 pieds de hauteur et autant de longueur. Ainsi l'on pourra subdiviser chacun de ces 6 solides en 6 autres, tels que *gk*, *li*, etc. qui auront chacun un pied d'épaisseur et autant de longueur, sur 6 pieds de hauteur. Enfin, on pourra subdiviser ensuite chacun de ces six derniers solides encore en 6 autres, tels que A*n*, *n m*, etc. dont chacun aura un pied en tout sens, et sera par conséquent un pied cube.

On démontre par une pareille analyse, qu'un pied cube contient 1728 pouces cubes; etc.

Mais, pour la facilité du calcul, et afin que les rapports de chacune de ces différentes sortes de toises à ses différentes espèces inférieures soient les mêmes pour les unes comme pour les autres, on est convenu que dans la pratique on diviseroit en 6 parties égales la toise quarrée, de même que la toise cube. Ainsi, ces parties de la première sont des rectangles tels que *Af*, *eh*, etc. qui ont chacun un pied de largeur sur 6 de longueur; et qui, par conséquent, contiennent chacun 6 pieds quarrés. On donne à ces rectangles le nom de pieds de toise quarrée, ou toise-pied. Fig. 3.

Et les parties de la seconde sont des solides tels que *Ah*, *g*6, etc. qui ont chacun un pied d'épaisseur sur 6 pieds de hauteur et autant de longueur. Ainsi, ils contiennent chacun 36 pieds cubes. On donne à ces solides le nom de pieds de toise cube. Fig. 4.

On est aussi convenu que l'on subdiviseroit en 12 parties égales chaque pied de toise quarrée, de même que chaque pied de toise cube. Ainsi, ces parties du pied de toise quarrée sont des rectangles qui ont chacun un pouce de largeur sur une toise de longueur; et contiennent, par conséquent, chacun 72 pouces quarrés. On les nomme des pouces de toise quarrée, ou toise-pouce.

Et ces parties du pied de toise cube sont des solides qui ont chacun un pouce d'épaisseur, sur une toise de hauteur et autant de longueur. Ainsi, ils contiennent chacun 5184 pouces cubes, et par conséquent 3 pieds cubes. On les nomme des pouces de toise cube.

On subdivise encore en 12 parties égales chaque pouce de toise quarrée, de même que chaque pouce de toise cube. Les premières sont des rectangles qui ont une ligne de largeur sur une toise de longueur; et les autres sont des solides qui ont une ligne d'épaisseur, sur une toise de hauteur et autant de longueur. On nomme les premières, des lignes de toise quarrée ou toise-ligne; et les dernières, des lignes de toise cube; et ainsi des autres subdivisions.

Par cette manière de diviser en sixièmes les toises quarrées et les toises cubes, et de subdiviser ensuite en douzièmes chacun de ces sixièmes, et ainsi de suite, on calcule les espèces inférieures de ces mesures avec autant de facilité que si l'on opéroit sur des toises courantes; ce qui, comme on vient de le dire, est très-commode dans la pratique.

La *perche* est la mesure qui est le plus en usage dans l'arpentage. On lui donne différents noms; et sa grandeur varie depuis 18 pieds jusqu'à 28. Dans l'Anjou, le Poitou, la Touraine, le Maine, etc. on l'appelle *chaîne* ou *corde*, et elle est de 25 pieds. A Clermont en Beauvaisis, on la nomme *verge*, et elle contient 26 pieds.

Dans le Languedoc, la Provence, etc. où elle n'est que de 5 pieds 10 pouces, on lui donne le nom de *canne*; et ainsi des autres pays (1).

L'*arpent* est une étendue de terrein qui a ordinairement 10 perches de longueur sur autant de largeur; et qui, par conséquent, contient 100 perches quarrées; c'est-à-dire, 100 quarrés qui ont chaçun une perche en tout sens. Ainsi, sa grandeur est relative à celle de la perche. On le divise en 4 parties égales, que l'on appelle des *quartiers*; et l'on subdivise chaque quartier en deux demi-quartiers.

Conformément aux Ordonnances de 1575 et de 1669, il n'est jamais permis de se servir d'autre mesure que de la perche de 22 pieds, dans tout ce qui concerne les Eaux et Forèts. Ainsi, l'arpent contient toujours alors 48.400 pieds quarrés, qui font 1.344 $\frac{4}{9}$ toises quarrées. On donne à cet arpent le nom d'*arpent des Eaux et Forêts*.

A Paris, la perche est de 18 pieds. Ainsi, l'arpent contient 32.400 pieds quarrés; et par conséquent, 900 toises quarrées.

Dans la Normandie, l'arpent est de 100 perches quarrées, et la perche de 22 pieds courants. On y mesure les vignes et

(1) Nous n'avons pas jugé à propos devoir changer les noms des ci-devant provinces; nous laissons au lecteur le soin de consulter à ce sujet la nouvelle division de la France.

les vergers, par quartiers de 25 perches chacun. Mais les prés et les terres labourables s'y mesurent par *acres*. Or, l'acre contient 160 perches quarrées, et se divise en 4 *vergées* de 40 perches chacune. Ainsi, l'acre est de 2.151 $\frac{1}{9}$ toises quarrées; et la vergée est de 537 $\frac{7}{9}$.

Dans la Bourgogne, les bois se mesurent par arpents de 440 perches quarrées; mais la perche courante n'est que de 9 $\frac{1}{2}$ pieds. Ainsi, l'arpent ne contient que 39.710 pieds quarrés, qui font 1.103 $\frac{2}{3}$ toises quarrées. Les terres labourables, les vignes et les prés s'y mesurent par *journaux*. Le journal est de 360 perches quarrées, qui valent 32.490 pieds quarrés; et par conséquent, 902 $\frac{1}{2}$ toises quarrées. On les y mesure aussi par *ouvrées*.

Dans la Bretagne, on mesure aussi par journaux; mais il y a le grand journal et le petit journal. Le grand contient 80 cordes ou chaînes quarrées; et la corde ou chaîne courante est de 24 pieds. Ainsi, le journal est de 46.080 pieds quarrés, qui font 1.280 toises quarrées. L'autre se divise en 22 $\frac{1}{3}$ *sillons*, que l'on subdivise chacun en 6 *raies*, et chaque raie en 2 $\frac{1}{2}$ *gaules*. Or, la gaule est de 12 pieds quarrés; ainsi la raie est de 30 pieds quarrés, le sillon de 180, et le journal de 4.020, qui font 111 $\frac{2}{3}$ toises quarrées.

A Clermont en Beauvaisis, l'arpent est de 100 verges quarrées; et la verge, de

26 pieds courants. Ainsi, il contient 67.600 pieds quarrés, qui font $1.877\frac{7}{9}$ toises quarrées.

Dans la Lorraine et le Bar, l'arpent est de 100 verges quarrées; mais la verge courante n'y est que de 20 pieds, et le pied de 10 pouces. Ainsi, l'arpent contient 40.000 pieds quarrés, mesure de Lorraine, qui font $27.777\frac{7}{9}$ pieds de roi; et par conséquent, $771\frac{49}{81}$ toises quarrées. Mais le journal y est la mesure des terres labourables. Il contient 250 toises quarrées, mesure de Lorraine, qui ne font que $173\frac{11}{18}$ toises quarrées, mesure de roi.

Dans le Dauphiné on mesure par *sesterées*. Chaque sesterée contient 900 cannes quarrées; et chaque canne courante est de 5 pieds 10 pouces. Ainsi, chaque sesterée est de 30.625 pieds quarrés, qui font $850\frac{25}{36}$ toises quarrées. La sesterée se divise en 4 *cartelées*; chaque cartelée se subdivise en 4 *civadiers*, et chaque civadier en 4 *picotins*.

Dans le Languedoc, on mesure par *saumées*. Une saumée contient 4 sesterées; et chaque sesterée est de 400 cannes quarrées. Ainsi, une saumée contient 1.600 cannes quarrées, qui font $54.444\frac{4}{9}$ pieds quarrés, et par conséquent, $1.512\frac{28}{81}$ toises quarrées.

Dans la Provence, on mesure aussi par saumées; mais chaque saumée n'y est que de 1.500 cannes quarrées, et ne contient par conséquent que 51.041 $\frac{2}{3}$ pieds quarrés, qui font 1.417 $\frac{5}{6}$ toises quarrées. On y divise chaque saumée en 2 $\frac{1}{2}$ cartelées de 600 cannes chacune. La cartelée s'y subdivise aussi en 4 civadiers, et le civadier en 4 picotins.

Dans le Béarn, l'arpent est de 144 *escats* quarrés. L'escat courant est de 6 compas, le compas de 7 $\frac{1}{3}$ *pans*, et le pan de 8 pouces, dont 11 $\frac{1}{4}$ font un pied de roi. Ainsi, l'arpent contient 140.975 pieds quarrés, qui font 3.916 toises quarrées.

Enfin, dans l'Anjou, l'arpent est de 100 chaînes quarrées, et la chaîne de 25 pieds courants : ainsi il contient 62.500 pieds quarrés, qui font 1.736 $\frac{1}{9}$ toises quarrées. A l'égard des terres labourables, on les y mesure par *septerées* et par *boisselées*.

La septerée est l'étendue de terrein qu'un septier de bled peut ensemencer ; et la boisselée est celle pour laquelle il n'en faut qu'un boisseau. Ainsi, l'on ne peut alors déterminer la grandeur de ces terreins que relativement à celle de ces mesures, qui sont si différentes les unes des autres, souvent dans le même canton, que leur grandeur n'est guère connue que dans le lieu même où elles sont en usage.

Il en est de même des *bicherées*, des *ânées*, des *méaux*, des *charrées*, des *ou-*

vrées, des *fosserées*, des *poses*, et de nombre d'autres dont on se sert en différents endroits, particulièrement dans la principauté de Dombes, le Lyonnois, la Bresse, le Bugey, le pays de Gex, etc. C'est pourquoi l'on ne peut trop recommander aux arpenteurs, de ne jamais entreprendre aucun arpentage, sans s'être bien informés de la mesure qui est en usage dans le lieu même où sont situés les terreins sur lesquels ils doivent travailler; et de ne jamais oublier de déterminer dans leurs procès-verbaux la grandeur des mesures locales, par celle d'une autre mesure qui soit constante et connue.

De la manière de se servir des Mesures.

Mesurer une étendue, c'est examiner combien elle contient de parties, égales chacune à une autre étendue que l'on a prise pour mesure. Ainsi, mesurer une longueur, c'est examiner combien cette longueur contient de parties, égales chacune à la ligne droite que l'on a prise pour mesure. Mesurer une surface, c'est examiner combien cette surface contient de quarrés; égaux chacun à celui que l'on a pris pour mesure. Enfin, mesurer un solide, c'est examiner combien ce solide contient de cubes, égaux chacun au cube que l'on a pris pour mesure. Donc :

Premièrement. Pour mesurer une ligne droite, on applique successivement sur cette ligne celle que l'on a prise pour mesure; et autant de fois que l'on peut l'y appliquer, autant de fois celle que l'on veut mesurer contient celle qui en est la mesure.

Mais il faut remarquer, que si la longueur que l'on veut mesurer est une ligne courbe, il n'est point possible de lui appliquer une ligne droite. Par conséquent, on ne peut mesurer immédiatement que les seules lignes droites.

Secondement. Pour mesurer une surface, il faudroit lui appliquer successivement le quarré que l'on auroit pris pour mesure. Mais, comme cela ne seroit point praticable, il faut résoudre ce problème sans se servir d'un quarré pour mesure actuelle. Or, voici la manière de le faire.

Supposez qu'il faille mesurer la surface
Fig. 1. du rectangle AC.

On prend une mesure courante, égale au côté du quarré qui doit servir de mesure; et l'on examine combien de fois cette mesure courante est contenue tant dans la longueur AB du rectangle proposé, que dans sa largeur AD. Or, si cette mesure courante est contenue, par exemple, 6 fois dans la longueur AB, on pourroit diviser le rectangle AC en 6 autres, tels que A*f*, *gh*, etc. qui auroient chacun la même largeur que la mesure quarrée dont on se serviroit. Et si cette même mesure courante est contenue, par exemple, 4 fois dans la largeur AD, on pourroit subdiviser chacun des 6 rectangles *Af*, *gh*, etc. en 4 autres tels que *gi*, *n*4, etc. qui auroient aussi la même longueur que cette même mesure quarrée. Ainsi, l'on pourroit diviser le rectangle AC en 6 fois 4 ou 24 quarrés, égaux chacun à celui que l'on auroit pris pour mesure; et par conséquent ce rectangle contient 24 fois cette mesure.

D'où l'on conclut cette règle générale, que pour mesurer la surface d'un rectangle, il faut multiplier le nombre des mesures courantes qui sont contenues dans sa longueur, par celui des mêmes mesures qui le sont dans sa largeur.

Mais il faut aussi observer que si tous les angles de la surface que l'on veut mesurer ne sont pas des angles droits, il n'est pas possible de la diviser en quarrés; et que par conséquent, on ne peut aussi mesurer immédiatement que les seuls rectangles.

Troisièmement. Nous venons de dire que mesurer un solide, c'étoit examiner combien ce solide contenoit de cubes, égaux chacun à celui que l'on avoit pris pour mesure. Or, pour le trouver, voici la manière dont on s'y prend.

Supposez qu'il faille mesurer le solide rectangle AD. Fig. 1.

On prend une mesure courante, égale au côté du cube qui doit servir de mesure;

et l'on examine combien de fois cette mesure courante est contenue dans la longueur AB, la hauteur AF et l'épaisseur FE du solide proposé. Or, premièrement, si cette mesure courante est contenue, par exemple 5 fois, dans cette longueur, on pourroit diviser le solide AD en 5 autres, tels que A*f*, *gh*, etc. qui auroient chacun la même longueur que la mesure cubique dont on se seroit servi. Secondement, si cette mesure courante étoit contenue, par exemple 4 fois, dans la hauteur AF, on pourroit subdiviser chacun des 5 solides A*f*, *gh*, etc. en 4 autres, tels que *kf*, etc. qui auroient chacun la même longueur et la même hauteur que la même mesure cubique. Troisièmement enfin, si cette même mesure courante étoit contenue, par exemple 3 fois, dans l'épaisseur FE, on pourroit encore subdiviser chaque solide *kf*, etc. en 3 autres, tels que *no*, *nm*, *m*E, qui auroient chacun la même longueur, la même hauteur et la même épaisseur que le cube que l'on auroit pris pour mesure; et qui, par conséquent, seroient égaux à ce même cube.

Ainsi, le solide AD pourroit être divisé en 5 solides, tels que A*f*, *gh*, etc; chacun de ces 5 solides pourroit être subdivisé en 4 autres, tels que *kf*, etc; et chacun de ces derniers pourroit l'être en 3 autres, tels que *no*, *nm*, *m*E. Donc le solide total AD pourroit être divisé en 60 solides, égaux chacun à la mesure cubique qui auroit servi à le mesurer; et contiendroit, par conséquent, 60 fois cette mesure.

D'où l'on conclut la règle générale, que pour mesurer un solide rectangle, il faut multiplier sa longueur par sa hauteur; et multiplier ensuite le produit, par son épaisseur.

Mais il faut aussi observer que si tous les angles du solide qu'il faut mesurer ne sont pas des angles droits, il est impossible de le diviser en cubes; et que, par conséquent, on ne peut mesurer immédiatement que les seuls solides rectangles.

DE L'ARPENTAGE.

Il ne suffit pas à un arpenteur de savoir seulement mesurer un terrein, il est encore souvent obligé d'en faire le partage entre plusieurs héritiers. Ainsi, nous diviserons ce Traité en deux articles. Dans le premier, nous enseignerons la manière de mesurer toutes sortes de surfaces planes; et dans le second, nous dirons comment on doit s'y prendre pour partager en tel nombre de parties égales que l'on voudra, une figure plane quelconque.

ABRÉGÉ DE LA TRIGONOMÉTRIE.

La Trigonométrie a, de même que les autres parties des Mathématiques, ses définitions, ses principes, ses problêmes et ses différents usages. Il est très-utile de les bien entendre, et de s'en rendre la pratique familière, le plus qu'il est possible. Cette partie des Mathématiques bien sue, diminue considérablement le travail que l'arpenteur est obligé de faire sur le terrein, et rend ses opérations bien plus certaines.

DÉFINITIONS.

On juge de la valeur d'un angle par le nombre des degrés que contient un arc de cercle quelconque, compris entre les côtés de cet angle, et décrit de son sommet pris pour centre; et la Trigonométrie détermine ce nombre par la grandeur de la moitié de la corde qui soutend le double de cet arc. Or, pour cet effet, elle suppose que les angles qu'elle considère sont tous mesurés par des arcs dont les rayons sont composés

composés d'un même nombre de parties égales.

Ces demi-cordes qui déterminent la grandeur des arcs, s'appellent des *sinus*. Ainsi, le sinus d'un angle, ou, ce qui revient au même, de l'arc qui mesure cet angle, est la moitié de la corde qui soutend le double de cet arc (1).

L'arc BD est la mesure de l'angle BCD; l'arc BDA est le double de l'arc BD; la corde BFA est celle qui soutend ce dernier arc; enfin, la perpendiculaire BF est la moitié de cette corde: donc cette perpendiculaire est le sinus de cet angle. Fig. 40.

Mais cette corde soutend aussi l'arc BGA: donc cette même perpendiculaire BF est aussi le sinus de la moitié de BKG de cet arc; c'est-à-dire, de ce qui manque à l'arc BD pour valoir la moitié DBKG de la circonférence. Or, ce qui manque à un arc pour valoir une demi-circonférence, s'appelle le *supplément* de cet arc. Ainsi, un arc et le supplément de cet arc, ont chacun le même sinus.

On nomme *complément* d'un arc, la différence de cet arc au quart de la circonférence. Ainsi, l'arc IK est le com-

(1) Le sinus de 30 degrés (30°) est égal à la moitié du rayon, car le sinus de 30° est la moitié de la corde qui soutend un arc de 60°; or, la corde qui soutend ce dernier arc est égale au côté de l'hexagone régulier, qui lui-même est égal au rayon; donc le sinus de 30° égale la moitié du rayon.

plément de l'arc BI; et réciproquement, l'arc BI est celui de l'arc IK (1).

Il suit de la définition que nous venons de donner des sinus, que le rayon d'un cercle est le sinus d'un angle droit; c'est-à-dire d'un arc de 90 degrés. Car la demi-circonférence est l'arc qui est le double de celui de 90 degrés. Or, le diamètre est la corde qui soutend la demi-circonférence; et le rayon est la moitié de cette corde. Donc, le rayon est le sinus de l'arc de 90 degrés; et par conséquent, le sinus d'un angle droit.

Mais le diamètre est la plus grande de toutes les cordes. Donc le rayon est le plus grand de tous les sinus; et c'est par cette raison qu'on lui a donné le nom de *sinus total*.

On appelle *tangente* d'un angle, ou, ce qui revient au même, de l'arc qui en est la mesure, une ligne droite perpendiculaire au rayon qui termine cet arc par l'une de ses extrémités, et qui est comprise entre cette même extrémité et une autre ligne droite qui seroit tirée du centre de ce même arc par son autre extrémité. Ainsi, la
Fig. 40. ligne BH est la tangente de l'angle BCH (2).

(1) On nomme *cosinus* d'un angle ou d'un arc le sinus du complément de cet arc.

(2) La tangente de 45° est égale au rayon. En effet, si dans la figure 40, l'angle BCH est de 45°, l'angle BHC est aussi de 45°, puisque le triangle BCH est rectangle en B. Donc le côté BH est égal au côté BC, parce

Il suit de cette définition, que la tangente d'un arc et celle du supplément de cet arc, sont égales (1).

On nomme *sécante* d'un angle, c'est-à-dire, de l'arc qui en est la mesure, une ligne droite telle que CH, qui est tirée du centre C d'un arc BI, et terminée par la tangente BH de cet arc (2).

Afin de pouvoir également connoître la valeur d'un arc par la grandeur de son sinus comme par celle de sa tangente, on est convenu que le rayon de cet arc seroit toujours considéré comme étant composé de 10.000.000 de parties égales entre elles. Ainsi, l'on a cherché combien, relativement à cette convention, il devoit y avoir de ces parties égales dans le sinus et dans la tangente de chaque arc, depuis celui d'une minute jusqu'à celui de 90 degrés; et à mesure que l'on a trouvé les nombres qui l'expriment, on les a écrits l'un et l'autre vis-à-vis de celui qui indique la valeur de l'arc auquel ils appartiennent.

Et comme les nombres qui expriment les valeurs des sinus et celles des tangentes surpassent le nombre 10.000, qui est

qu'à des angles égaux répondent des côtés égaux; mais BC est le rayon lui-même; donc, etc.

(1) La tangente du complément d'un angle ou d'un arc se nomme *cotangente* de cet angle ou de cet arc.

(2) On appelle *cosécante* d'un angle ou d'un arc, la sécante du complément de cet arc.

celui auquel les tables ordinaires des logarithmes se terminent, on a aussi cherché le logarithme de chacun de ces grands nombres; et l'on a écrit ce logarithme vis-à-vis de celui de ces mêmes grands nombres auquel il appartient.

Enfin, on a fait un recueil de tous ces nombres, auquel on a donné le nom de *Tables des Sinus*, *des Tangentes*, *etc.* Il est le même que celui qui contient la table des logarithmes, et dont nous avons déjà parlé. *Arith. pag.* 130.

A l'égard de la *Trigonométrie*, on la définit ordinairement, la science de mesurer les angles et les côtés des triangles qui peuvent être soumis à des principes constants.

PRINCIPES
DE LA TRIGONOMÉTRIE.

Il y a six choses à considérer dans un triangle, qui sont les trois angles et les trois côtés. Or, il y a trois circonstances dans lesquelles il suffit de connoître trois de ces six parties, pour pouvoir trouver les trois autres. *Premièrement*, lorsque l'on connoît un côté et deux angles, ou deux côtés et un angle opposé à l'un de ces côtés: *Secondement*, lorsque l'on connoît un angle et les deux côtés qui le forment : *Troisièmement* enfin, lorsque l'on connoît les trois côtés. La manière de trouver les trois parties inconnues, dépend des trois principes suivants.

Premier Principe. Dans tout triangle, *les côtés sont proportionnels aux sinus des angles qui leur sont opposés.*

Ainsi, dans le triangle ACB le sinus de l'angle C est au sinus de l'angle A, comme le côté AB est au côté CB : et le sinus de l'angle C est au sinus de l'angle B, comme le côté AB est au côté CA. Fig. 44.

Second Principe. Dans tout triangle, *la somme de deux côtés quelconques est à la différence de ces deux côtés, comme la tangente de la moitié de la somme des angles qui sont opposés à ces deux mêmes côtés, est à la tangente de la moitié de la différence de ces deux mêmes angles.*

Ainsi, dans le triangle ACB, la somme des côtés, par exemple AB et AC, est à la différence de ces deux côtés, comme la tangente de la moitié de la somme des angles C et B, est à la tangente de la moitié de la différence de ces deux mêmes angles. Fig. 44.

Troisième Principe. Enfin, dans tout triangle, *le rectangle de deux côtés quelconques, est au rectangle des différences de ces deux mêmes côtés à la moitié de la somme des trois côtés, comme le quarré du sinus total est au quarré du sinus de la* *moitié de l'angle compris par ces deux premiers côtés.*

Fig. 44. Ainsi, dans le triangle ACB, le rectangle des côtés, par exemple AB et AC, est au rectangle des différences de ces deux mêmes côtés à la moitié de la somme des trois côtés AB, AC et CB, comme le quarré du sinus total est au quarré du sinus de la moitié de l'angle A, qui est formé par les côtés AB et AC.

PROBLÊME I.

Trouver les deux côtés inconnus, dans un triangle dont on ne connoît qu'un seul côté et deux angles.

Fig. 44. On donne dans le triangle ACB, le côté AC de 430 toises; l'angle A, de 53 degrés 8 minutes; et l'angle B, de 28 degrés 4 minutes. Il faut trouver la valeur de chacun des côtés CB et AB.

Suivant ce qui vient d'être dit dans le premier principe, le sinus de l'angle B est au sinus de l'angle A, comme le côté AC est au côté CB: et le sinus de l'angle B est au sinus de l'angle C, comme le côté AC est au côté AB.

Or, on a vu que, pour trouver le quatrième terme d'une proportion dont les trois premiers termes sont connus, il faut multiplier le second terme par le troisième, et diviser ensuite le produit par le premier terme.

Ainsi, pour trouver, premièrement, la valeur du côté CB, on cherche dans la table des sinus celui de 53 degrés 8 minutes, et l'on y trouve que ce sinus est 80003.38. On multiplie ce nombre par 430, ce qui produit 3440.145.340. On divise ensuite ce produit par le sinus 47049.86 de 28 degrés 4 minutes, que l'on a aussi trouvé dans la même table; et le quotient 731 toises 1 pied, est la valeur du côté CB, à peu de chose près.

Pour trouver ensuite la valeur du côté AB, on commence par chercher celle de l'angle C. Ainsi, de 180 degrés on soustrait la somme 81 degrés 12 minutes des angles A et B. Il reste 98 degrés 48 minutes pour cette valeur, dont le sinus est le même que celui de 81 degrés 12 minutes, qui sont le supplément de 98 degrés 48 minutes. On cherche donc dans la table des sinus celui de 81 degrés 12 min. et l'on y trouve ce nombre 98822.83. On le multiplie par 430, et l'on a pour produit de ce nombre 4.249.381.690. On divise ensuite ce produit par le sinus 47049.86 de 28 degrés 4 minutes, que l'on a déjà trouvé pour la proportion précédente; et le quotient 903 toises et quelques pouces, est la valeur du côté AB.

Le motif de ne rien laisser à desirer de ce qui concerne la pratique de la Trigonométrie, nous a déterminés à nous servir des sinus dans les deux proportions précédentes. Mais on a entièrement abandonné ces nombres, par la raison qu'ils exigent un calcul trop pénible ; et l'on ne fait plus à présent d'usage que de leurs logarithmes. Or, pour trouver par le moyen de ces derniers nombres les quatrièmes termes de toutes les proportions que la Trigonométrie prescrit, on ajoute ensemble les logarithmes du second et du troisième termes de celle dont il s'agit : de la somme de ces deux logarithmes, on soustrait celui du premier terme de la même proportion ; et il reste le logarithme du terme cherché.

Ainsi, pour trouver par le moyen des logarithmes la valeur de chacun des deux
Fig. 44. mêmes côtés inconnus CB et AB dans le triangle précédent, on s'y prend de la manière suivante.

Premièrement. Pour trouver le côté CB, on ajoute le logarithme 2.6334685 de 430 toises au logarithme 9.9031084 de 53 deg. 8 min. De la somme 12.5365769 de ces deux logarithmes, on soustrait le logarithme 9.6725583 de 28 degrés 4 minutes ; et le reste 2.8640186, est le logarithme du côté CB. Par conséquent, on cherche ce logarithme dans la table des logarithmes ; et le nombre 731 auquel on trouve qu'appartient le logarithme 2.8639174, qui est celui qui diffère le moins du logarithme cherché, est la valeur de ce côté.

Secondement. Pour trouver le côté AB, on ajoute ensemble les logarith. 2.6334685 et 9.9948573 de 430 toises et de 81 degrés 12 minutes. De la somme 12.6283258 de ces deux logarithmes, on soustrait le logarithme 9.6725583 de 28 degrés 4 minutes; et le reste 2.9557675, est le logarithme du côté AB. Ainsi, l'on cherche ce logarithme dans la table des logarithmes; et le nombre 903 auquel on trouve qu'appartient le logarithme 2.9556877, qui est celui qui diffère le moins du logarithme cherché, est la valeur de ce côté.

Remarque. 1. De toutes les manières de faire les calculs qui sont nécessaires pour résoudre les problèmes de la Trigonométrie, la suivante est la plus courte.

On cherche dans les tables le logarithme du premier terme de la proportion dont il s'agit. Mais, au lieu d'écrire ce logarithme, on écrit son *complément arithmétique*, c'est-à-dire, ce qui lui manque pour valoir le nombre décimal qui lui est immédiatement supérieur. On écrit ensuite au-dessous de ce complément, les logarithmes du second et du troisième termes de cette même proportion, et l'on ajoute ensemble ces trois nombres. Enfin, on supprime le chiffre 1 qui se trouve à la gauche de leur somme, et le reste est le logarithme cherché.

Par exemple, pour trouver de cette

manière la valeur du même côté inconnu
Fig. 44. CB dans le triangle précédent, on cherche dans la table le logarithme 9.6725583 de 28 degrés 4 minutes. Mais au lieu d'écrire ce nombre, on écrit son complément arithmétique, lequel est 0,3274417. On écrit ensuite au-dessous de ce complément, les logarithmes 9.9031084 et 2.6334685 de 53 degrés 8 minutes et de 430 toises. Enfin, on ajoute ensemble ces trois nombres, ce qui donne cette somme 12.8640186 : on supprime le chiffre 1 qui se trouve à la gauche de cette même somme ; et le reste 2.8640186 est le logarithme du côté CB. On dispose ces sortes de calculs comme on le voit ci dessous. *

Comp. du log. de 28 *deg.* 4 *m.*	0.3274417.
Logarithme de 53 *deg.* 8 *m.* .	9.9031084.
Logarithme de 730 *toises.* . . .	2.6334685.
Logarithme du côté CB.	12.8640186.

2. Tout ce qu'il faut faire pour avoir le complément arithmétique d'un nombre quelconque, consiste à écrire, au lieu des chiffres dont ce nombre est composé, ce qui manque à chacun de ces chiffres pour valoir 9 : mais on excepte le dernier des chiffres à droite, au lieu duquel on écrit sa différence au nombre 10. Ainsi, au lieu d'écrire un 0, on écrit un 9 ; au lieu d'é-

crire un 9, on écrit un 0; au lieu d'écrire un 8, *on écrit un* 1 ; *au lieu d'écrire un* 7, on écrit un 2 ; et ainsi des autres.

3. Lorsque le premier terme de la proportion a pour logarithme celui du sinus total, on le supprime entièrement. Ainsi, l'on ajoute seulement ensemble le second et le troisième termes, et l'on supprime le chiffre 1 qui se trouve à la gauche de leur somme. Mais, lorsque ce même logarithme du sinus total, est celui du second ou du troisième termes, on le supprime aussi entièrement, et la somme des deux autres termes est alors le logarithme cherché.

4. Lorsque la caractéristique du logarithme que l'on aura trouvé par les calculs précédents sera inférieure au nombre 3, on supposera qu'il a ce nombre 3 pour caractéristique ; et relativement à cette supposition, on le cherchera parmi les logarithmes dont ce même nombre est aussi la caractéristique. Mais lorsqu'on l'aura trouvé, on retranchera de la droite du nombre auquel il appartiendra, autant de chiffres qu'il y aura d'unités dans la différence de la caractéristique du premier logarithme au nombre 3. On fera de ces chiffres que l'on aura retranchés, le numérateur d'une fraction, à laquelle on donnera pour dénominateur un nombre décimal composé d'autant de zéros que l'on aura retranché de chiffres; et par ce moyen

on aura, plus exactement qu'il n'est même ordinairement nécessaire dans la pratique, le nombre auquel appartient ce logarithme, dont la caractéristique est inférieure au nombre 3.

Nous nous conformerons à ces remarques, dans tous les calculs suivants.

PROBLÈME II.

Trouver les deux angles inconnus, dans un triangle dont on ne connoît que deux côtés, et un angle opposé à l'un de ces deux côtés.

Fig. 43. On donne dans le triangle ACB, le côté AB de 588 toises, le côté AC, de 337 toises, et l'angle C de 78 degrés 26 minutes. Il faut trouver la valeur de chacun des angles B et A.

Suivant ce qui a été dit dans le premier principe, le côté AB est au côté AC, comme le sinus de l'angle C est au sinus de l'angle B.

Ainsi, l'on ajoute ensemble le complément arithmétique 7.2306227 du logarithme 2.7693773 de 588 toises, et les logarithmes 2.5276299 et 9.9910896 de 337 toises et de 78 degrés 26 minutes. On supprime le chiffre 1 qui se trouve à la gauche de la somme 19.7493422 de ces trois nombres, et le reste 9.7493422 est le logarithme du sinus de l'angle B. Par conséquent, on cherche ce nombre dans la table des logarithmes des sinus; et l'on y trouve 34 degrés 9 minutes et quelques secondes pour la valeur de cet angle, s'il est aigu; ou pour celle de son supplément, s'il est obtus. Car on a dit que le même sinus appartient également à l'un comme à l'autre.

Lorsque l'on connoît les angles C et B, il est facile de trouver l'angle A; puisque les trois, pris ensemble, valent toujours 180 degrés.

Si l'on vouloit connoître la valeur du côté CB, on la chercheroit par ce qui est dit dans le problême précédent.

PROBLÊME III.

Trouver les deux angles inconnus, dans un triangle dont on ne connoît qu'un angle et les deux côtés qui le forment.

On donne dans le triangle ACB l'angle A de 63 degrés 34 minutes, le côté AB, de 718 toises, et le côté AC, de 543 toises. Il faut trouver la valeur de chacun des angles C et B. Fig. 43.

Suivant ce qui a été dit dans le second principe, la somme des côtés AB et AC est à la différence de ces mêmes côtés, comme la tangente de la moitié de la somme des angles C et B est à la tangente de leur demi-différence.

Ainsi, l'on ajoute ensemble 718 et 543, ce qui donne 1.261 on soustrait ensuite 543 de 718, et il reste 175: on soustrait de même 63 degrés 34 minutes de 180 degrés, et il reste 116 degrés 26 minutes: enfin, on prend la moitié de ce reste, et l'on a 58 degrés 13 minutes.

Cette préparation étant faite, on ajoute ensemble le complément arithmétique 6.8992849 du logarithme 3.1007151 de 1261, le logarithme 2.2430380 de 175, et la tangente 10.2078720 de 58 degrés 13 minutes. On supprime le chiffre 1 qui se trouve à la gauche de la somme 19.3501949 de ces trois nombres; et le reste 9.3501949 est le logarithme de la tangente de la demi-différence des angles C et B. Ainsi, l'on cherche ce nombre dans la table des logarithmes des tangentes, et l'on y trouve 12 degrés 37 minutes et quelques secondes pour cette demi-différence.

Enfin, on ajoute cette demi-différence à la demi-somme 58 degrés 13 minutes des angles C et B. De cette même demi-somme on soustrait cette même demi-différence; et l'on a 70 degrés 50 minutes pour l'angle C qui est opposé au plus grand côté AB; et 45 degrés 36 minutes pour l'angle B (1).

(1) Etant données la somme de deux quantités et leur différence, ou la moitié de leur somme et la moitié de leur différence, la plus grande quantité est égale à la moitié de la somme, plus la moitié de la dif-

Si l'on veut ensuite connoître la valeur du côté CB, on la trouvera par ce qui a été dit dans le premier problème.

PROBLÊME IV.

Trouver les trois angles inconnus, dans un triangle dont on ne connoît que les trois côtés.

On donne dans le triangle ABC le côté AC de 42 toises, le côté AB de 39 toises, et le côté BC de 45 toises. Il faut trouver la valeur de chacun des angles A, B et C. Fig. 45.

Suivant ce qui a été dit dans le troisième principe, le rectangle des côtés AC et AB est au rectangle des différences des deux mêmes côtés à la moitié de la somme des trois côtés AC, AB et BC, comme le quarré du sinus total est au quarré du sinus de la moitié de l'angle A.

Ainsi, l'on ajoute ensemble les trois nombres 42, 39 et 45, et l'on prend la moitié 63 de leur somme, qui est 126; de cette moitié on soustrait 42, et il reste 21: de cette même moitié on soustrait aussi 39, et il reste 24.

Après avoir fait cette préparation, on ajoute ensemble les compléments arithmétiques 8.3767507 et 8.4089354 des logarithmes 1.6232493 et 1.5910646 des

férence, et la plus petite est égale à la moitié de la somme, moins la moitié de la différence.

deux côtés 42 et 39, et les logarithmes 1.3222193 et 1.3802112 des deux différences 21 et 24. On prend ensuite la moitié 9.7440583 de la somme 19.4881166 de ces quatre nombres. Enfin, on cherche cette moitié dans la table des logarithmes des sinus; et l'on y trouve 33 degrés 41 minutes et quelques secondes pour la valeur de la moitié de l'angle A. D'où l'on conclut que cet angle est de 67 degrés 22 minutes.

Or, lorsque l'on a ainsi trouvé la valeur de cet angle, on cherche celle de chacun des deux autres, par ce qui vient d'être dit dans le problême précédent.

Usages de la Trigonométrie.

C'est par le moyen de la Trigonométrie que l'on mesure les distances qui sont inaccessibles. Or, on distingue de deux sortes de ces distances, savoir, celles qui ne sont accessibles que par l'une de leurs extrémités, et celles qui sont entièrement inaccessibles. Ainsi, ce problême a deux cas.

Premier Cas. *Mesurer une distance qui n'est accessible que par l'une de ses extrémités.*

Fig. 45. *Premier Exemple.* On est au point A, et l'on veut savoir la distance de ce point au point B.

On fait planter un piquet à un point quelconque C, auquel on puisse aller directement du point A. On pose un graphomètre à ce même point A; et l'on y mesure la grandeur de l'angle A formé par les rayons visuels AC et AB. On ôte ensuite le graphomètre du point A, et l'on fait mettre un piquet à sa place. On mesure la distance du point A au point C. Enfin, *on fait ôter le piquet du point C*, et l'on y pose le graphomètre, afin d'y mesurer la grandeur de l'angle C formé par les rayons visuels CA et CB.

Par ce moyen, on connoît dans le triangle ABC, le côté AC, et les angles A et C qui sont aux extrémités de ce côté. Ainsi, l'on cherche la valeur de la distance AB, par ce qui a été dit dans le premier problême.

Second Exemple. On veut connoître la hauteur CB d'un objet quelconque, au pied duquel on peut aller. Fig. 41.

Choisissez l'endroit qui vous paroîtra le plus commode, par exemple, le point A; et placez-y un graphomètre. Disposez-le de manière que son diamètre soit parfaitement vertical. Or pour cet effet, présentez à l'extrémité de la pinnule supérieure de ce diamètre, un fil librement tendu par un plomb, et observez si, étant ainsi posé, il rase l'extrémité de la pinnule inférieure. Cet instrument étant ainsi préparé, dirigez la règle mobile, de manière qu'en regardant au travers des pinnules qui sont à ses extrémités, vous appercevriez le sommet C de la hauteur que vous voulez mesurer. Alors, l'arc compris entre le diamètre du graphomètre et la règle mobile, vous indiquera la grandeur de l'angle DAC formé par la verticale DA et par le rayon visuel AC; d'où vous conclurez celle de son complément CAB, formé par le même rayon visuel AC et par le rayon horizontal AB. Enfin, mesurez la ligne horizontale AB.

Par ce moyen vous connoîtrez dans le triangle ACB, le côté AB, l'angle A et l'angle B, qui dans ce cas est toujours de 90 degrés. Ainsi, vous chercherez la valeur de la hauteur CB, par ce qui a été dit dans le premier problême.

Second Cas. *Mesurer une distance qui est entièrement inaccessible.*

Premier Exemple. Il faut mesurer la Fig. 31. distance AB, qui est entièrement inaccessible.

Choisissez dans la campagne deux points C et D, qui soient tels que vous puissiez aller directement de l'un de ces points à l'autre, et voir de chacun les extrémités A et B de la distance proposée. Faites mettre un piquet au point D, et un graphomètre au point C. Avec cet instrument placé à ce point, mesurez la grandeur de chacun des angles ACD et BCD, formés par les rayons visuels tirés du point C aux points A, B et D. Otez le graphomètre, et faites mettre un piquet à sa place. Mesurez la distance du point C au piquet D. Otez ce second piquet, et substituez-lui le graphomètre. Enfin, avec cet instrument placé à ce dernier point, mesurez la grandeur de chacun des angles BDC et ADC formés par les rayons visuels tirés du point D aux points B, A et C.

Par ce moyen, vous connoîtrez premièrement, dans le triangle CAD, le côté CD, et les angles ACD et ADC. Ainsi, vous chercherez la valeur du côté CA, par ce qui a été enseigné dans le premier problème.

Secondement, dans le triangle CBD, le même côté CD, et les angles BCD et BDC. Ainsi, vous chercherez la valeur du côté CB, par le même premier problème.

Troisièmement, dans le triangle CAB, l'angle ACB, et les côtés CA et CB que vous viendrez de trouver. Ainsi, vous chercherez la valeur de chacun des angles CAB et CBA, par ce qui a été dit dans le troisième problème.

Quatrièmement enfin, dans le même triangle CAB, tous les angles, avec les côtés CA et CB. Ainsi, vous chercherez le côté AB, encore par le même premier problème.

Fig. 31. Si l'on vouloit tirer par le point C une parallèle à une ligne droite inaccessible AB, on feroit précisément toutes les mêmes opérations précédentes, afin de connoître l'angle CBA. On poseroit ensuite un graphomètre au point C; et par le moyen de cet instrument, on y feroit sur le rayon visuel CB, un angle BCF égal à l'angle CBA.

Second Exemple. On demande de combien est la hauteur BD d'un objet quelconque, dont on ne peut point approcher.

Fig. 46.

Pour répondre à cette question, on choisit dans la campagne deux points C et A; le premier à volonté, et le second dans l'alignement du même premier point et du pied D de la hauteur que l'on veut mesurer. On met un graphomètre au point A; et après l'y avoir disposé de la manière dont on a dit dans le second exemple précédent qu'il falloit le faire, on mesure avec cet instrument ainsi préparé, la grandeur de l'angle BAD formé par le rayon visuel AB et par le rayon horizontal AD. On transporte ensuite le graphomètre au point C; et de la même manière dont on s'y est pris au point A pour connoître la grandeur de l'angle BAD, on mesure celle de l'angle BCD formé par le rayon visuel CB et par le rayon horizontal CD. Enfin, on mesure la distance du point C au point A.

Par ce moyen, on connoît premièrement dans le triangle ABC, le côté AC, l'angle BAC qui est le supplément de l'angle BAD, et l'angle BCD que l'on a mesuré. Ainsi, l'on cherche la valeur du côté BC, par le premier problême.

Secondement, dans le triangle BDC, le côté BC que l'on vient de trouver, l'angle BCD que l'on a mesuré, et l'angle D qui, dans ce cas, est toujours de 90 degrés. Ainsi, l'on cherche la valeur de la hauteur BD, par le même premier problême.

ARTICLE PREMIER.

De la manière de mesurer les Surfaces planes.

Il n'y a presque aucune figure plane dont on puisse mesurer la surface, sans avoir auparavant divisé cette figure en plusieurs triangles, et l'on ne peut guère déterminer la grandeur de la surface d'un triangle, si l'on ne connoît pas le nombre des mesures courantes que contient la perpendiculaire abaissée de l'un quelconque des angles de ce triangle, au côté qui est opposé à cet angle. Ainsi, nous commencerons cet article par enseigner la manière de trouver ce nombre, dans tous les différents cas qui peuvent se rencontrer. Mais, comme on ne peut faire aucun arpentage, sans mesurer effectivement quelques distances sur le terrein dont on veut connoître la grandeur, nous allons, avant toute autre chose, dire comment on doit s'y prendre pour mesurer effectivement sur le terrein la distance d'un point à un autre. Ainsi:

Mesurer effectivement sur le terrein la distance d'un point à un autre.

Lorsqu'il s'agit de mesurer effectivement une distance sur le terrein, on se fait accompagner par un aide qui porte un certain nombre de piquets (1), et l'on se place à l'une des extrémités de cette distance. On y prend par l'un de ses bouts la chaîne dont on veut se servir, et l'aide la prend par son autre bout. Il s'avance ensuite sur cette distance, jusqu'à ce que cette chaîne soit parfaitement tendue; et il marque alors par un piquet qu'il enfonce dans la terre, le point où cette même chaîne se termine.

Lorsque cela est fait, l'aide qui tient toujours la chaîne par le même bout, s'avance sur la distance que l'on mesure. On le suit, jusqu'à ce que l'on soit arrivé au piquet qu'il a enfoncé dans la terre; et lorsque la chaîne vient à être parfai-

(1) Ces sortes de piquets sont de petites verges de fer qui sont pointues par un bout, et qui ont environ 2 à 3 pieds de longueur.

tement tendue, il marque par un second piquet, qu'il enfonce de même qu'il a fait le premier, le point où cette chaîne se termine.

On lève ensuite le premier piquet, et l'aide s'avance sur la distance dont il s'agit, sans jamais s'en écarter ni à droite ni à gauche. On le suit, jusqu'à ce que l'on soit arrivé au second piquet; et lorsque la chaîne est parfaitement tendue, l'aide marque par un troisième piquet le point où la chaîne se termine.

On lève le second piquet, de même que l'on a levé le premier. L'aide s'avance ensuite sur la distance dont il s'agit, pour y marquer par un quatrième piquet le point où la chaîne se termine; et l'on continue d'opérer de la même manière, jusqu'à ce que l'on soit parvenu à l'autre extrémité de la distance que l'on vouloit mesurer. Alors, on compte les piquets que l'on a levés; et le nombre de ces piquets est le même que celui des chaînes qui sont contenues dans cette distance.

Si l'aide n'avoit point marqué par un piquet l'extrémité de cette même distance, comme cela arrive ordinairement, il faudroit compter une chaîne de plus.

Trouver la longueur de la perpendiculaire d'un triangle.

Il faut trouver la longueur de la perpendiculaire BD du triangle ABC. Fig. 45.

Le terrein sur lequel il faut opérer est libre, ou il est embarrassé par différens obstacles.

Premièrement. Lorsque le terrein sur lequel il faut opérer est libre.

1. Mesurez avec un graphomètre celui des deux angles A ou C qui vous sera le plus commode, par exemple, l'angle C, et faites aussi mesurer le côté BC qui est adjacent à cet angle. Ajoutez ensuite le logarithme du sinus de ce même angle, au logarithme de la valeur de ce côté. Supprimez le chiffre 1 qui se trouvera à la gauche de leur somme, et cherchez le reste dans la table des logarithmes. Le nombre auquel vous y trouverez que ce reste appartiendra, exprimera la valeur cherchée.

Si l'on a trouvé que l'angle C soit, par exemple, de 31 degrés 14 minutes, et le côté BC, de 143 toises, on ajoutera ensemble le logarithme 9.7147693 de 31 deg. 14 min., et le logarith. 2.1553360 de 143 toises. On supprimera l'unité qui se trouve à la gauche de leur somme 11.8701053. On cherchera ensuite le reste 1.8701053 dans la table des logarithmes; et le nombre 74 toises 0 pieds 10 pouces et 9 lignes, auquel on y trouvera que ce reste appartient, sera la longueur de la perpendiculaire BD.

2. Mais si, relativement à quelque obstacle, on ne pouvoit appercevoir le

sommet

sommet de l'angle B, ni du sommet de l'angle C, ni celui de l'angle A, on examineroit si l'on ne pourroit pas trouver, dans l'alignement du côté AC, quelque point d'où l'on puisse voir le sommet de cet angle B; et si l'on en trouvoit un, on opéreroit sur la distance de ce point à ce sommet, et sur l'angle formé par cette même distance et par cet alignement, de la même manière dont on vient de le faire sur le côté BC et sur l'angle C.

3. Enfin, si au lieu d'un graphomètre on n'a qu'un bâton d'arpenteur (1), on fait mettre un piquet au sommet de l'angle B, et un autre piquet au sommet de celui des deux autres angles qui paroît être le plus commode; par exemple, au sommet de l'angle C. On place le bâton sur le côté AC; et on le dirige de manière qu'en regardant au travers de deux de ses pinnules opposées, on apperçoive le piquet C. L'instrument restant dans cette position, on examine si en regardant au travers de ses deux autres pinnules, on voit le piquet B. Si on l'apperçoit, on est au point où la perpendiculaire rencontre·

(1) Le bâton d'arpenteur est un cercle de cuivre posé sur un piquet pointu par l'un de ses bouts, et long de 4 à 5 pieds. Ce cercle est divisé en quatre parties égales, par quatre petites platines perpendiculaires à son plan, et qui ont chacune une petite fente au travers de laquelle on regarde, afin de diriger le rayon visuel.

roit le côté AC. Si au contraire on ne le voit pas, on promène le bâton sur le côté AC, jusqu'à ce que l'on soit enfin parvenu à rencontrer le point D duquel on l'apperçoit. Alors, on mesure effectivement la distance de ce point au point B; et la longueur de cette distance est celle que l'on vouloit connoître.

Secondement. Lorsque le terrein sur lequel il faut opérer est embarrassé.

Lorsqu'il se rencontre sur le terrein quelque obstacle qui empêche d'y faire les opérations précédentes, alors on mesure, le plus exactement qu'il est possible, chaque côté du triangle dont on veut connoître la perpendiculaire; et l'on fait ensuite les calculs suivants, qui dépendent des cinquième et quatrième propriétés des triangles, *pages* 179 et 178.

On multiplie par leur différence la somme de deux quelconques des côtés du triangle proposé, et l'on divise leur produit par le troisième côté. On ajoute ensuite au troisième côté le quotient qui résulte de cette division, et l'on prend la moitié de la somme. On forme le quarré de cette moitié, et celui du plus grand des deux premiers côtés. Enfin, du plus grand de ces deux quarrés on soustrait le plus petit; et la racine quarrée du reste est la longueur cherchée.

Supposez, pour exemple, qu'ayant me-
Fig. 45. suré les côtés du triangle ABC dont on

veut connoître la perpendiculaire BD, on ait trouvé 38 toises pour le côté AB, 46 toises pour le côté BC, et 48 toises pour le côté AC.

On multiplie par leur différence 8 la somme 84 des deux côtés AB et BC. On divise ensuite par le troisième côté AC leur produit 672; et le quotient 14 est la différence des segments AD et DC. Ainsi, l'on ajoute cette différence à ce même troisième côté, c'est-à-dire au diviseur 48; et la moitié 31 de leur somme 62 est la longueur du segment DC.

Par ce moyen, on connoît dans le triangle BDC qui est rectangle en D, le côté DC et l'hypothénuse BC que l'on a mesurée. Ainsi, l'on forme le quarré 961 de ce côté, et le quarré 2116 de cette hypothénuse: du plus grand de ces deux quarrés on soustrait le plus petit; et le reste 1155 est le quarré de la perpendiculaire BD. Par conséquent, on extrait la racine de ce quarré; et l'on trouve 33 toises 5 pieds 10 pouces et 6 lignes pour la longueur de cette perpendiculaire.

Supposez, pour second exemple, que ayant aussi mesuré les côtés du triangle ABC, on ait trouvé 60 toises pour le côté AB, 102 toises pour le côté BC, et 54 toises pour le côté AC. Fig. 46.

On multiplie par leur différence 42 la somme 162 des deux côtés AB et BC. On divise ensuite par le troisième côté AC leur produit 6804; et le quotient 126 est la différence des segments DA et DC. Ainsi, l'on ajoute cette différence au diviseur 54; et la moitié 90 de leur somme 180, est la valeur du segment DC.

Par ce moyen, on connoît dans le triangle BDC qui est rectangle en D, le côté DC et l'hypothénuse BC que l'on a mesurée. Ainsi, l'on forme le quarré 8100 de ce côté, et le quarré 10.404 de cette hypothénuse. Du plus grand de ces deux quarrés on soustrait le plus petit; et le reste 2.304 est le quarré de la perpendiculaire BD. Par conséquent, on extrait la racine de ce quarré; et l'on trouve 48 toises pour la longueur de cette perpendiculaire.

Première Remarque. La différence de deux quarrés quelconques, est égale au produit de la somme des côtés de ces deux quarrés, multipliée par la différence de ces deux mêmes côtés; et la différence des quarrés des segments de l'hypothénuse d'un triangle rectangle, est la même que celle des quarrés des deux autres côtés de ce même triangle. Ainsi, l'on peut, relativement à ces deux propriétés, trouver la différence des segments de la base d'un triangle quelconque, de la manière suivante.

On forme les quarrés de deux des côtés de ce triangle: du plus grand de ces deux quarrés on soustrait le plus petit; on divise ensuite le reste par le troisième côté ; et le quotient est cette différence cherchée.

Ainsi, pour trouver par cette manière la différence des segments AD et DC du triangle ABC, on forme le quarré 1.444 du côté AB, et le quarré 2.116 du côté BC. Du plus grand de ces deux quarrés on soustrait le plus petit. On divise ensuite le reste 672 par le troisième côté AC; et le quotient 14 est cette différence que l'on vouloit connoître. Fig. 45.

Cette manière de trouver la différence des segments de la base d'un triangle, est plus simple que la précédente. Mais nous les donnons toutes les deux, par la raison qu'elles sont également en usage, et que d'ailleurs on pourra s'assurer de l'exactitude des calculs que l'on aura faits conformément à l'une, par le résultat de ceux que l'on fera conformément à l'autre.

Seconde Remarque. Le grand segment de la base d'un triangle, est toujours la somme de cette même base, et de la différence des segments. Il n'en est pas de même du petit segment. Pour en déterminer la grandeur, il faut savoir si la perpendiculaire passe dans le triangle, ou si elle est hors du triangle. Mais il est toujours facile de le connoître par le quotient de la division que l'on a faite pour trouver la différence des segments : car, lorsque ce quotient est plus petit que le diviseur, la perpendiculaire passe dans le triangle; et elle est au contraire hors du triangle, lorsque ce quotient est plus grand que ce même diviseur. Or, dans le premier cas, le petit segment est la moitié de la différence du quotient au diviseur; et dans le second, il est au contraire la moitié de celle du diviseur au quotient.

Ainsi, pour trouver la valeur du petit
Fig. 45. segment AD de la base du triangle ABC, on cherche, de même qu'on l'a fait dans le premier exemple, la différence 14 des segments AD et DC. Mais, au lieu d'ajouter cette différence au diviseur 48, on la soustrait de ce même diviseur; et la moitié 17 du reste 34, est la valeur de ce segment AD.

Et pour connoître ensuite, par le moyen de ce segment, la perpendiculaire BD, on forme le quarré 289 de ce même segment, et le quarré 1.444 du côté AB, qui est l'hypothénuse du triangle rectangle BDA: du plus grand de ces deux quarrés on soustrait le plus petit; et il reste pour le quarré de cette perpendiculaire, le même nombre 1.155 que l'on a trouvé dans ce premier exemple.

Mais pour trouver la valeur du petit
Fig. 46. segment DA de la base du triangle ABC, on cherche de la même manière dont on l'a fait dans le second exemple, la différence 126 des segments DA et DC. Or, comme

cette différence est plus grande que le diviseur 54, on soustrait de cette différence ce diviseur 54; et la moitié 36 du reste 72, est la valeur de ce segment DA.

Et pour connoître ensuite, par le moyen de ce segment, la perpendiculaire BD, on forme le quarré 1.296 de ce même segment, et le quarré 3.600 du côté AB, qui est l'hypothénuse du triangle rectangle BDA : du plus grand de ces deux quarrés on soustrait le plus petit; et il reste pour le quarré de cette perpendiculaire, le même nombre 2.304 que l'on a trouvé dans ce second exemple.

Troisième Remarque. Lorsque le triangle dont on veut connoître la perpendiculaire est isocèle, la plus commode est celle qui passeroit entre les côtés égaux ; parce que alors chaque segment de la base seroit la moitié de cette même base, qui seroit connue puisqu'on l'auroit mesurée.

Par exemple, dans le triangle isocèle ACB, les segments AD et DB de la base AB, sont chacun la moitié de cette même base. Fig. 47.

Quatrième Remarque, Enfin, plusieurs arpenteurs, après avoir mesuré le plus exactement qu'il leur a été possible les côtés d'un triangle dont ils veulent connoître la perpendiculaire, se contentent de rapporter ce triangle sur le papier, par le moyen d'une échelle; et de juger ensuite de la grandeur de la perpendiculaire du triangle qui est sur le terrein, par le nombre des parties de cette même échelle que contient la perpendiculaire du triangle qu'ils ont tracé sur le papier. Ils font ordinairement la même chose à l'égard de tout le terrein qu'ils veulent mesurer; et c'est ce qu'ils appellent le réduire au *petit-pied;* mais il est rare que, par cette manière de mesurer, on parvienne à un résultat qui soit fort exact.

Mesurer la surface d'un parallélogramme.

Lorsqu'il s'agit de mesurer la surface d'un parallélogramme, il faut toujours commencer par examiner si ce parallélogramme est rectangle. Car, s'il est un parallélogramme incliné ABCD, quels que soient ses côtés AB et AD, sa surface ne sera égale qu'à celle d'un rectangle EFCD, qui auroit pour longueur une ligne droite EF égale à la base AB de ce parallélogramme; et pour largeur, la perpendiculaire de ce même parallélogramme; c'est-à-dire, une ligne droite DE perpendiculaire à cette base AB, et comprise entre cette même base et le côté DC. Par conséquent, ce sera alors la surface de ce rectangle qu'il faudra mesurer.

Fig. 16.

Or, nous avons dit, dans la manière de se servir des mesures, que pour mesurer la surface d'un rectangle, il faut multiplier le nombre des mesures courantes qui sont contenues dans sa longueur, par celui des mêmes mesures qui le sont dans sa largeur ; et que le produit exprime le nombre des mesures quarrées que cette surface contient.

Ainsi, pour mesurer la surface d'un parallélogramme rectangle AC, dont la longueur AB est, par exemple, de 253 toises 5 pieds, et la largeur AD de 192 toises 4 pieds : on multiplie le premier de ces deux nombres par le second ; et le produit 48.905 toises 1 pied 4 pouces, est le nombre des toises quarrées que cette surface contient. Fig. 1.

Mais s'il s'agit de mesurer la surface d'un parallélogramme incliné ABCD, dont la base AB est, par exemple, de 157 toises 2 pieds, et le côté AD de 89 toises : il faut commencer par chercher de combien doit être la perpendiculaire DE de ce parallélogramme. Or, supposé que, par quelqu'une des manières que nous venons d'enseigner, on trouve que cette perpendiculaire soit, par exemple, de 81 toises 3 pieds, on multiplie la base 157 toises 2 pieds par cette perpendiculaire 81 toises 3 pieds ; et le produit 12.822 toises 4 pieds, est le nombre des toises quarrées que contient la surface de ce parallélogramme incliné. Fig. 16.

Nous avons donné la longueur du côté AD. Mais on voit qu'elle ne contribue en rien à faire trouver la grandeur du parallélogramme ABCD. Ainsi, il n'est nécessaire de connoître cette longueur, de même que la grandeur de l'angle A, que dans le cas auquel on veut se servir de la trigonométrie pour trouver la longueur de la perpendiculaire DE.

Mesurer la surface d'un Triangle.

Fig. 22. Lorsqu'un triangle ABC et un parallélogramme ACEF ont chacun la même base AC et la même hauteur BD, le triangle n'est que la moitié du parallélogramme. Or, on vient de voir que, pour mesurer la surface d'un parallélogramme, il faut en multiplier la base par la hauteur. Donc, pour mesurer la surface d'un triangle, il ne faut multiplier sa base que par la moitié de sa hauteur; ou, si l'on multiplie la base par toute la hauteur, il ne faut prendre que la moitié du produit.

Ainsi, pour mesurer la surface d'un
Fig. 22. triangle ABC, dont la base AC est, par exemple, de 71 toises 5 pieds; et la perpendiculaire BD, de 63 toises 1 pied; on multiplie 71 toises 5 pieds par la moitié 31 toises 3 pieds 6 pouces, de 63 toises 1 pied; et le produit 2.268 toises 4 pieds 5 pouces, est le nombre des toises quarrées que la surface de ce triangle contient.

Si l'on avoit multiplié 71 toises 5 pieds par 63 toises un pied, il auroit fallu prendre la moitié du produit 4.537 toises 2 pieds 10 pouces; et l'on auroit trouvé le même nombre que le précédent, pour la grandeur de la surface du triangle ABC.

Mesurer la surface d'un Trapèze.

Lorsqu'il s'agit de mesurer la surface d'un trapèze, on le considère comme s'il étoit partagé en deux triangles par une ligne diagonale. Ainsi, l'on mesure séparément la surface de chacun de ces deux triangles. On ajoute ensuite ensemble les deux résultats; et leur somme indique le nombre des mesures quarrées que contient la surface que l'on vouloit connoître.

Supposez, pour exemple, qu'il faille mesurer la surface du trapèze ABCD, Fig. 48. dont le côté AB est de 30 toises; le côté BC, de 32; le côté CD, de 27 toises 1 pied 9 pouces; le côté AD, de 63 toises; et la diagonale BD, de 51.

Premièrement. Pour mesurer la surface du triangle ABD, 1°. on soustrait du quarré 2.601 de la diagonale BD, le quarré 900 du côté AB: on divise ensuite le reste 1.701 par le côté AD; et le quotient 27 est la différence des segments AE et ED. Ainsi, l'on ajoute cette différence à ce dernier côté; et la moitié 45 de leur somme 90, est la valeur de ce dernier segment.

2°. On soustrait du même quarré 2.601

de la diagonale BD, le quarré 2.025 de ce dernier segment : on extrait ensuite la racine quarrée du reste 576 ; et le nombre 24 que l'on trouve pour cette racine, est la valeur de la perpendiculaire BE.

3°. Enfin, on multiplie la base AD par la moitié 12 de cette perpendiculaire ; et le produit 756 est le nombre des toises quarrées que la surface de ce triangle contient.

Secondement. Pour mesurer la surface du triangle BCD, 1°. on soustrait du quarré 2.601 de la diagonale BD, le quarré 745 (1) du côté CD : on divise ensuite le reste 1.856 par le côté BC, et le quotient 58 est la somme des segments BF et FC. Ainsi, l'on ajoute cette somme à ce dernier côté, ce qui donne le nombre 90, dont la moitié 45 est la valeur de ce premier segment.

2°. On soustrait encore du même quarré 2.601 de la diagonale BD, le quarré 2.025 de ce premier segment : on extrait ensuite la racine quarrée du reste 576 ; et le nombre 24 que l'on trouve pour cette racine, est la valeur de la perpendiculaire DF.

3°. On multiplie la base BC par la moitié 12 de cette perpendiculaire, et le produit 384 est le nombre des toises quarrées

(1) Ce nombre surpasse de si peu le quarré de 27 toises 1 pied 9 pouces, que cela ne peut causer aucune erreur.

que la surface de cet autre triangle contient.

4°. Enfin, on ajoute ce nombre à celui que l'on a trouvé pour la surface du triangle ABD, et la somme 1.140 est le nombre de toises quarrées qui sont contenues dans la surface du trapèze ABCD.

Si le terrein étoit embarrassé par un bois, ou par un étang, ou enfin par quelqu'autre obstacle, de manière que l'on ne pût pas y mesurer effectivement la diagonale BD, alors on mesureroit quelqu'un des angles, par exemple l'angle A. Par ce moyen, on auroit un triangle ABD, dans lequel on connoîtroit un angle avec les deux côtés qui le forment. Ainsi, on chercheroit la longueur du troisième côté BD, par le troisième problême de la Trigonométrie.

Enfin, comme le trapèze dont nous venons de mesurer la surface a deux côtés parallèles AD et BC, on auroit trouvé le même nombre 1.140 pour la grandeur de cette surface, en multipliant la somme 95 de ces deux côtés par la moitié 12 de la perpendiculaire BE, ou DF. Or, il en est de même de tous les trapèzes qui sont dans le même cas.

Mesurer la surface d'un Polygone régulier.

La surface d'un polygone régulier est égale à celle d'un triangle qui auroit pour hauteur la perpendiculaire abaissée du centre de ce polygone à l'un de ses côtés, et pour base une ligne droite égale à la circonférence de ce même polygone. Ainsi, pour mesurer cette surface, il faut multiplier cette perpendiculaire par la moitié de cette circonférence.

Supposez qu'il faille mesurer la surface
Fig. 18. du pentagone ABCDE, dont le côté AE est, par exemple, de 80 toises.

On divise 360 degrés par le nombre 5, qui est celui des côtés du polygone proposé ; et le quotient 72 fait connoître que l'angle AFE, qui est l'angle au centre de ce polygone, est de ce nombre de degrés ; et que par conséquent, l'angle AFG du triangle rectangle AGF, est de 36 degrés. Or, puisque cet angle est de 36 degrés, et que le côté AG de ce triangle est donné de 40 toises, on trouve, par le premier problême de la Trigonométrie, que la perpendiculaire FG est de 55 $\frac{1}{10}$ toises. Ainsi, l'on multiplie cette perpendiculaire par la moitié 200 de la circonférence du polygone dont il s'agit ; et le produit 11.010 est le nombre des toises quarrées que la surface de ce même polygone contient.

Remarque. Lorsqu'il s'agit de trouver la valeur de l'un des côtés adjacents à l'angle droit d'un triangle rectangle, dont l'autre côté adjacent au même angle et l'un quelconque des angles aigus sont connus, on peut s'y prendre de la manière suivante, qui est la plus courte.

Au logarithme du côté connu, on ajoute le logarithme de la tangente de l'angle qui est opposé au côté que l'on veut connoître; on supprime le chiffre 1 qui se trouve à la gauche de leur somme; et le reste est le logarithme de ce dernier côté.

Ainsi, pour trouver par cette manière la valeur du côté FG du triangle rectangle AGF, dont le côté AG est de 40 toises, et l'angle FAG de 54 degrés; au logarithme 1.6020600 de 40 toises, on ajoute le logarithme 10.1387390 de la tangente de 54 degrés: on supprime ensuite le chiffre 1 qui se trouve à la gauche de leur somme 11.7407990; et le reste 1.7407990 est le logarithme de ce côté. Enfin, comme on trouve que ce logarithme appartient au nombre 55 $\frac{1}{10}$, on en conclut que ce même côté est de 55 $\frac{1}{10}$ toises. Fig. 18.

Mesurer la surface d'un Polygone irrégulier.

1. Lorsqu'un polygone dont il faut mesurer la surface est irrégulier, on le considère comme s'il étoit partagé en plusieurs triangles par des diagonales BE, BD, etc; et l'on mesure séparément la surface de chacun de ces triangles. On ajoute ensuite ensemble les résultats de ces mesurages Fig. 38.

particuliers ; et la somme est le nombre des mesures quarrées que la surface de ce polygone contient.

2. Mais lorsqu'un polygone irrégulier a plus de cinq ou six côtés, il est souvent plus commode de le partager de la manière suivante.

On choisit dans ce polygone les deux
Fig. 49. angles C et G qui sont les plus éloignés l'un de l'autre ; et l'on tire du point C au point G, la ligne droite CG ; et des points D, B, E, etc. les perpendiculaires DH, BI, EK, etc. à cette ligne CG. On mesure ensuite la surface de chacun des triangles et celle de chacun des trapèzes en lesquels cette ligne et ces perpendiculaires ont divisé le polygone. Enfin, on ajoute ensemble les résultats de tous ces mesurages particuliers, et leur somme est le nombre des mesures quarrées que la surface de ce polygone contient.

3. On rencontre souvent des terreins qui sont embarrassés de manière que l'on ne peut point les parcourir, ni par conséquent mesurer les lignes qu'il seroit nécessaire d'y supposer. Cela arrive lorsqu'il s'agit de mesurer l'étendue d'un bois, d'un étang, d'un terrein sur lequel il y a des bâtiments, etc. Alors il faut s'y prendre comme on va le voir par l'exemple suivant.

Supposez qu'il faille mesurer l'étendue d'un terrein dans lequel on ne peut point entrer, par exemple, celle d'un bois dont le polygone ABCDEF est le plan. Fig. 50.

On choisit celui des côtés de ce polygone qui paroît être le plus commode, par exemple, le côté AF; mais on préfère le plus grand, lorsqu'il est possible de le faire. Des sommets des angles B et E qui sont les plus avancés, l'un vers la gauche et l'autre vers la droite, on abaisse les perpendiculaires BG et EH à ce côté prolongé autant qu'il est nécessaire : du sommet C de l'angle qui est le plus éloigné de ce même côté, on abaisse les perpendiculaires CI et CK aux perpendiculaires précédentes, prolongées aussi autant qu'il est nécessaire. Enfin, du sommet de l'angle D, on abaisse la perpendiculaire DL à la ligne HK.

Cette préparation étant faite, on mesure séparément la surface du trapèze DCKL, de même que celle de chacun des triangles EDL, FEH, GBA et BIC; et l'on ajoute ensemble les résultats de tous ces mesurages particuliers. On mesure aussi la surface du rectangle GHKI. Enfin, du nombre des mesures quarrées que cette dernière surface contient, on soustrait la somme de toutes les surfaces précédentes; et le reste est le nombre des mesures quarrées qui sont contenues dans la surface du polygone ABCDEF.

Remarques. 1. Un grand nombre de terreins sont terminés, soit de tous les côtés, soit seulement en partie, par des lignes courbes qui sont fort irrégulières. Les mares, les étangs, les pièces de terre qui aboutissent à des chemins, à des ruisseaux, à des rivières, sont souvent dans ce cas.

Lorsque cela est ainsi, on fait planter sur la circonférence courbe du terrein que l'on veut mesurer, des piquets qui soient assez près les uns des autres pour que chaque partie de cette courbe, qui se trouvera comprise entre deux de ces piquets, ne diffère pas sensiblement d'une ligne droite. Alors, si l'on a fait mettre autant de piquets qu'il en étoit nécessaire, la surface du polygone rectiligne qui sera terminé par autant de côtés que l'on aura employé de piquets, différera si peu de celle de ce terrein, que l'on pourra prendre l'une pour l'autre, sans craindre de faire une erreur qui puisse être de quelque conséquence. Ainsi, si l'on mesure la surface de ce polygone, le nombre des mesures quarrées qu'elle contiendra, sera, à très-peu de chose près, le même que celui des pareilles mesures qui seront contenues dans la surface du terrein qu'il falloit mesurer. *Voyez* la fig. 51.

2. Les îles, les royaumes, les provinces, etc. ont généralement des figures si irrégulières, que pour en mesurer l'étendue, on est obligé de les renfermer dans des polygones rectilignes. Or, pour cet

effet, on se sert de la carte qui les représente; et sur cette carte on tire des lignes droites, que l'on y dispose de manière que les parties qu'elles ajoutent à l'étendue que l'on veut mesurer, compensent celles qu'elles en retranchent. *Voyez* la fig. 52.

Mesurer la surface d'un Cercle.

La surface d'un cercle est égale à celle d'un triangle qui auroit le rayon de ce cercle pour hauteur; et pour base, une ligne droite égale à la circonférence de ce même cercle. Ainsi, pour trouver la valeur de cette surface, il faut multiplier ce rayon par la moitié de cette circonférence.

Supposez, pour exemple, qu'il faille mesurer la surface du cercle ABCD, dont le diamètre AC est donné de 30 pieds. Fig. 53.

Suivant ce que l'on a dit, *page* 183, le rapport de 100 à 314 est un rapport assez exact pour, dans la pratique, servir à trouver la circonférence d'un cercle dont on connoît le diamètre. Ainsi, pour trouver celle du cercle proposé, on fait la règle de proportion suivante: *Si* 100 *pieds de diamètre donnent* 314 *pieds de circonférence, combien doivent donner* 30 *pieds de diamètre?* et l'on trouve 94 $\frac{1}{5}$ pieds pour cette circonférence. On multiplie ensuite la moitié de cette circonférence par la moitié de ce diamètre; c'est-à-dire 47 $\frac{1}{10}$ par 15; et le produit 706 $\frac{1}{2}$, est le nombre des pieds quarrés qui sont contenus dans la surface qu'il falloit mesurer.

Autre manière. On a aussi vu, à la page 184, que le rapport du quarré du diamètre d'un cercle à la surface du même cercle, est celui de 1.000 à 785. Ainsi, l'on fait la règle de proportion suivante : *Si* 1.000 *donnent* 785, *combien doit donner le quarré* 900 *d'un diamètre de* 30 *pieds ?* et l'on trouve pour le nombre des pieds quarrés qui sont contenus dans la surface du cercle ABCD, le même nombre 706 $\frac{1}{2}$ que l'on avoit trouvé par la manière precédente.

Remarque. Si au lieu de donner 30 pieds
Fig. 53. pour le diamètre AC du cercle précédent, on avoit donné 94 $\frac{1}{5}$ pieds pour la circonférence de ce même cercle, on auroit cherché le diamètre par la règle de proportion suivante : *Si* 314 *pieds de circonférence donnent* 100 *pieds de diamètre, combien doivent donner* 94 $\frac{1}{5}$ *pieds ?* et l'on auroit trouvé le même nombre 30 pour le diamètre cherché : on auroit ensuite cherché la surface de la même manière dont on vient de le faire.

Mesurer la surface d'un secteur de Cercle.

La surface du secteur d'un cercle, est égale à celle d'un triangle qui auroit le rayon de ce cercle pour hauteur; et pour base, une ligne droite égale à l'arc qui est la base de ce même secteur. Ainsi, pour trouver la grandeur de cette surface, il faut connoître la grandeur de ce rayon, et celle de cet arc.

Or, c'est en mesurant effectivement le rayon que l'on en connoît la grandeur; mais pour trouver celle de l'arc, par exemple, celle de l'arc ADC, il faut aussi mesurer effectivement la corde AC, et chercher ensuite, par le quatrième problême de la Trigonométrie, la grandeur de l'angle AEC du triangle AEC, dont on connoîtra alors les trois côtés AE, EC et AC. Fig. 55.

Supposez, pour exemple, que l'on veuille mesurer la surface du secteur DABCD. Fig. 54.

On mesure le rayon AD et la corde AC, afin de connoître les trois côtés AD, DC et AC du triangle ADC; et l'on cherche ensuite par la Trigonométrie, la grandeur de l'angle D. Or, si l'on trouve que ce rayon soit, par exemple, de 30 pieds, et cette corde, de 35 pieds et un peu plus de 3 pouces, la Trigonométrie fera connoître que l'angle D est de 72 degrés.

Cette préparation étant faite, on cherche combien il y a de pieds dans la circonférence d'un cercle qui en a 60 de diamètre; et l'on trouve que cette circonférence en contient 188 $\frac{2}{5}$. On fait ensuite la règle de proportion suivante, afin de connoître la partie de ces 188 $\frac{2}{5}$ pieds qui appartient à un arc de 72 degrés: *Si* 360 *degrés valent* 188 $\frac{2}{5}$ *pieds: combien* 72 *degrés en doivent-ils valoir?* et l'on trouve pour réponse qu'il en contient 37 $\frac{17}{25}$; d'où l'on conclut que l'arc ABC est de 150 $\frac{18}{25}$ pieds. Enfin, on multiplie la moitié de cet arc par le rayon, c'est-à-dire 75$\frac{9}{25}$ par 30; et le produit 2.260 $\frac{4}{5}$ est le nombre des pieds quarrés qui sont contenus dans la surface du secteur proposé. Or, 2.260 $\frac{4}{5}$ pieds quarrés valent 62 $\frac{4}{5}$ toises quarrées.

Autre manière. La surface d'un cercle est à celle d'un secteur du même cercle, ce que la circonférence entière est à l'arc de ce même secteur.

Ainsi, après avoir trouvé, de la même manière dont on vient de le faire, que
Fig. 54. l'arc ABC est de 288 degrés, et que la circonférence d'un cercle qui a 60 pieds de diamètre, en contient 188 $\frac{2}{5}$, on multiplie la moitié de ce diamètre par la moitié de cette circonférence, c'est-à-dire, 30 pieds par 94 $\frac{1}{5}$, afin d'avoir 2826 pieds quarrés pour la surface de ce cercle; on fait ensuite la règle de proportion suivante: *Lorsque* 360 *degrés sont réduits à* 288, *à combien* 2826 *pieds quarrés doivent-ils être réduits?* et l'on trouve le même nombre 2.260 $\frac{4}{5}$, que l'on a trouvé par les calculs

précédents, pour le nombre des pieds quarrés que la surface du secteur DABCD contient.

Mesurer la surface d'un segment de Cercle.

Il faut mesurer la surface du segment ADCA. Fig. 55.

Mesurez effectivement le rayon AE et la corde AC, afin de connoître l'hypothénuse AE et le côté AF du triangle rectangle AFE. Du quarré de cette hypothénuse soustrayez celui de ce côté, et tirez la racine quarrée du reste. Cette racine sera la valeur de la perpendiculaire EF du triangle isocèle AEC. Ainsi, multipliez cette perpendiculaire par ce même côté; et le produit exprimera la valeur de la surface de ce dernier triangle.

Mesurez aussi, comme on vient d'enseigner à le faire, la surface du secteur AECD; et de la surface de ce secteur soustrayez celle du triangle AEC, le reste sera la valeur de celle qu'il falloit mesurer.

Si l'on avoit proposé de mesurer la surface du grand segment ABC, alors il auroit fallu mesurer celle du grand secteur EABCE, et à la surface de ce secteur ajouter celle du même triangle AEC.

Remarques. Si le segment ADC étoit séparé de son cercle, de manière que l'on n'en eût point le rayon; alors, après avoir mesuré la corde AC, on lui éleve-roit de son milieu F une perpendiculaire FD, que l'on mesureroit aussi. On feroit de cette perpendiculaire le premier terme d'une règle de proportion à laquelle on donneroit la demi-corde AF (1) pour second et pour troisième termes. On chercheroit ensuite le quatrième terme de cette proportion, auquel on ajouteroit cette même perpendiculaire; et la somme seroit la valeur du diamètre BD.

Supposez, pour exemple, que la demi-corde AF soit de $37\frac{1}{2}$ pieds; et la perpendiculaire FD, de 10, on fait la règle de proportion suivante: *Si la flèche* FD *du petit segment, laquelle est de* 10 *pieds, donne* $37\frac{1}{2}$ *pieds pour sa demi-corde* AF, *combien cette même demi-corde doit-elle donner de pieds pour la flèche* FB *du grand segment?* On trouve pour réponse $140\frac{5}{8}$ pieds, auxquels on ajoute les 10 pieds de la flèche FD; et la somme $150\frac{5}{8}$ pieds est la valeur du diamètre BD.

S'il s'agissoit du grand segment ABC, alors la ligne FB seroit la perpendiculaire; et la ligne FD, le quatrième terme de la proportion.

Cette pratique est fondée sur ce qu'une perpendiculaire AF au diamètre d'un cercle, est toujours moyenne proportionnelle entre les parties FD et FB de ce diamètre.

(1) Les parties FD et FB d'un diamètre perpendiculaire à une corde AC, se nomment les flèches des segments dans lesquels elles sont inscrites.

2. Comme les côtés AE, AF, et même l'angle AEF du triangle AFE qui est rectangle en F, sont connus, on peut chercher par la Trigonométrie la valeur de la perpendiculaire EF.

Mesurer la surface d'une Couronne (1).

Il faut mesurer la surface de la couronne comprise entre les deux circonférences concentriques ABCD et EFGH. Fig. 56.

Mesurez la surface du cercle ABCD, et celle du cercle EFGH : de la plus grande de ces deux surfaces soustrayez la plus petite, et le reste sera la valeur de la surface proposée.

Mesurer la surface d'une Ellipse.

Il faut mesurer la surface de l'ellipse ABCD. Fig. 19.

On a dit, *page* 184, que la surface d'un rectangle IKLM, fait des deux axes AC et BD d'une ellipse, est à la surface de cette ellipse, ce que le quarré du diamètre d'un cercle est à la surface de ce même cercle ; et par conséquent, ce que 1.000 est à 785. Ainsi, pour trouver la valeur de la surface de l'ellipse proposée, il faut mesurer effectivement ses deux axes ; et

(1) On appelle couronne, l'espace compris entre deux cercles concentriques et décrits sur le même plan.

faire de leur produit le troisième terme d'une règle de proportion, dont 1.000 et 785 soient les deux premiers termes.

Supposez, pour exemple, que l'axe AC soit de 65 pieds, et l'axe BD de 40 pieds, on multiplie ces deux nombres l'un par l'autre, et l'on a 2.600 pour le nombre des pieds quarrés qui sont contenus dans la surface du rectangle IKLM : on fait ensuite la règle de proportion suivante : *Si* 1.000 *donnent* 785, *combien* 2.600 *doivent-ils donner ?* et le nombre 2.041 que l'on trouve pour réponse, est celui des pieds quarrés qui sont contenus dans la surface qu'il falloit mesurer. Or, 2.041 pieds quarrés valent 56 toises quarrées et 4 $\frac{1}{6}$ pieds de toise quarrée.

Mesurer la surface d'une Parabole.

On propose de mesurer la surface de la
Fig. 20. parabole ABC.

On a vu, *page* 186, que la surface d'une parabole est les $\frac{2}{3}$ de celle d'un rectangle AONC, qui a pour hauteur l'axe BD de cette parabole; et pour base, une ligne droite AC qui est perpendiculaire à cet axe, et termine cette même parabole par sa partie inférieure. Ainsi, pour trouver la valeur de la surface d'une parabole, il faut mesurer effectivement son axe et sa base, et prendre les $\frac{2}{3}$ de leur produit.

Supposez, pour exemple, que l'axe BD

soit de 324 pieds, et la base AC, de 432 pieds; on multiplie ces deux nombres l'un par l'autre, ce qui produit 139.968 pour le nombre des pieds quarrés qui sont contenus dans la surface du rectangle AONC. On prend ensuite les $\frac{2}{3}$ de ce nombre; et l'on trouve 93.312 pieds quarrés pour l'étendue de la surface qu'il falloit mesurer. Or, 93.312 pieds quarrés valent 2.592 toises quarrées.

Cette courbe, qui est celle que décrit un corps lancé parallèlement ou obliquement à l'horizon, n'est pas d'un grand usage dans l'arpentage.

ARTICLE II.

De la manière de diviser les Terreins.

PROBLÊME I.

Diviser un Triangle en autant de parties égales que l'on veut, par des lignes droites tirées du sommet de l'un de ses angles.

IL faut partager en trois parties égales le triangle ACB, par des lignes droites tirées du sommet de l'angle C. Fig. 109.

Divisez le côté AB en autant de parties égales que vous voulez que le triangle proposé le soit, c'est-à-dire ici, en trois parties égales AD, DE et EB; et du sommet de l'angle C, tirez aux points D et E les lignes droites CD et CE. Ces lignes diviseront le triangle ACB, comme il est demandé.

Si le côté AB est, par exemple, de 120 toises, on en donnera 40 à chacune des parties AD, DE et EB.

PROBLÈME II.

Diviser un triangle en autant de parties égales que l'on veut, par des lignes parallèles à l'un de ses côtés.

Il faut partager en trois parties égales
Fig. 110. le triangle ACB, par des lignes parallèles à son côté AB.

Cherchez une moyenne proportionnelle entre le côté AC et le tiers de ce côté; et une autre moyenne proportionnelle entre ce même côté et ses deux tiers. Prenez ensuite sur ce même côté la partie CD égale à la première de ces deux moyennes proportionnelles; et la partie CF égale à la dernière. Enfin, par les points D et F tirez les parallèles DE et FG au côté AB. Ces parallèles diviseront le triangle ACB, comme il est proposé.

On aura le même partage, si au lieu du côté AC on prend le côté BC.

Si le côté AC est, par exemple, de

150 toises, on cherchera une moyenne proportionnelle entre ce nombre et son tiers; et une autre moyenne proportionnelle entre le même nombre et ses deux tiers. Or, pour trouver une moyenne proportionnelle entre deux nombres quelconques, on multiplie ces deux nombres l'un par l'autre, et l'on tire la racine quarrée de leur produit. Ainsi, pour trouver la moyenne proportionnelle, par exemple, entre 150 et son tiers 50, on multiplie 150 par 50: on extrait ensuite la racine quarrée du produit 7500; et le nombre 86 et un peu plus de $\frac{1}{2}$, que l'on trouve pour cette racine, est cette *moyenne proportionnelle*.

PROBLÈME III.

Diviser un triangle en autant de parties égales que l'on veut, par des perpendiculaires à l'un de ses côtés.

Il faut partager en trois parties égales le triangle ACB, par des perpendiculaires à son côté AB. Fig. 111, 112 et 113.

Du sommet de l'angle C opposé au côté AB, abaissez à ce côté la perpendiculaire CD; et mesurez exactement les segments AD et DB.

L'un de ces segments est égal au tiers du côté AB, ou plus grand que ce tiers, ou enfin plus petit que ce même tiers.

Fig. 111. *Premièrement.* Si le segment AD est le tiers du côté AB, le triangle ACD est aussi le tiers du triangle ACB, et par conséquent le triangle DCB en est les deux tiers. Ainsi, il ne s'agit plus que de partager en deux parties égales ce dernier triangle, par une perpendiculaire au segment DB.

Or, pour trouver le point d'où il faut élever cette perpendiculaire, cherchez une moyenne proportionnelle entre le segment DB et sa moitié. Prenez ensuite sur ce segment la partie BE égale à cette moyenne. Enfin, du point E élevez la perpendiculaire EF à ce même segment; et le triangle ACB sera divisé comme il est demandé.

Si le côté AB étant, par exemple, de 324 toises, le segment AD est de 108, qui sont le tiers de 324, le triangle ACD est aussi le tiers du triangle ACB, et le segment DB est de 216 toises. Ainsi, pour trouver le point E d'où il faut élever une perpendiculaire qui partage en deux parties égales le triangle DCB, on multiplie 216 par sa moitié 108: on tire ensuite la racine quarrée du produit 23.328, et l'on trouve 152 toises et un peu plus de 4 pieds, pour la longueur de la partie BE.

Secondement. Si le segment AD est plus
Fig. 112. grand que le tiers du côté AB.

Cherchez une moyenne proportionnelle

entre ce segment et le tiers de ce côté ; et une autre moyenne proportionnelle entre le segment DB, et encore le tiers du même côté. Prenez ensuite sur le premier de ces deux segments la partie AE égale à la première de ces deux moyennes proportionnelles, et sur le second la partie BG égale à la seconde de ces deux mêmes moyennes. Enfin, des points E et G, élevez les perpendiculaires EF et GH au côté AB. Ces perpendiculaires diviseront le triangle ACB comme il est demandé.

Troisièmement. Enfin, si le segment AD Fig. 113.
est plus petit que le tiers du côté AB.

Cherchez une moyenne proportionnelle entre le segment DB et le tiers du côté AB; et une autre moyenne proportionnelle entre le même segment et les deux tiers du même côté. Prenez ensuite sur ce même segment la partie BE égale à la première de ces deux moyennes proportionnelles, et la partie BG égale à la seconde. Enfin, des points E et G, élevez les perpendiculaires EF et GH au côté AB. Ces perpendiculaires diviseront le triangle ACB comme il est demandé.

Si le côté duquel on proposeroit d'élever les perpendiculaires étoit adjacent à un angle obtus, le problême seroit impossible, lorsque les perpendiculaires passeroient hors du triangle.

PROBLÈME IV.

Diviser un Triangle en autant de parties égales que l'on veut, par des lignes droites tirées d'un point donné sur l'un des côtés de ce triangle.

Fig. 114. 115 et 116. Il faut partager en trois parties égales le triangle ACB, par des lignes droites tirées du point D, qui est donné sur le côté AB.

L'une des parties AD et DB est égale au tiers du côté AB, ou plus grande que ce tiers, ou enfin plus petite que ce même tiers.

Fig. 114. *Premièrement.* Si la partie AD est le tiers du côté AB.

Tirez du point D au sommet de l'angle C, la ligne droite DC: alors le triangle ACD sera aussi le tiers du triangle ACB; et par conséquent le triangle DCB en sera les deux tiers. Ainsi, il ne s'agira plus que de partager en deux parties égales ce dernier triangle, par une ligne droite tirée du même point D.

Or, pour cet effet, divisez le côté BC en deux parties égales BE et EC; et tirez du point D au point E la ligne droite DE. Les deux lignes DC et DE diviseront le triangle ACB comme il est demandé.

Fig. 115. *Secondement.* Si la partie AD est plus grande que le tiers du côté AB.

Faites une première règle de proportion dont le triple de la partie AD soit le premier terme, et dont les côtés AB et AC soient les second et troisième termes: faites ensuite une seconde règle de proportion, à laquelle vous donnerez le triple de la partie DB pour premier terme, et les côtés AB et BC pour second et troisième termes. Prenez sur le côté AC la partie AE égale au quatrième terme de la première de ces deux proportions; et sur le côté BC, la partie BF égale au quatrième terme de la seconde. Enfin, tirez du point D aux points E et F les lignes droites DE et DF. Ces lignes diviseront le triangle ACB comme il est demandé.

Troisièmement. Enfin, si la partie AD est plus petite que le tiers du côté AB. Fig. 116.

Faites une règle de proportion à laquelle vous donnerez le triple de la partie DB pour premier terme, et les côtés AB et BC pour second et troisième termes. Prenez ensuite sur le côté BC les parties BE et EF, égales chacune au quatrième terme de cette proportion. Enfin, tirez du point D aux points E et F les lignes droites DE et DF. Ces lignes diviseront le triangle ACB comme il est demandé.

PROBLÈME V.

Trouver dans un Triangle le point d'où les lignes droites tirées à chacun de ses angles, le divisent en trois parties égales.

Fig. 118. Il faut trouver dans le triangle ACB le point duquel les lignes droites tirées à chacun des angles A, B et C, partagent ce triangle en trois parties égales.

Sur l'un des côtés du triangle proposé, par exemple, sur le côté AB, prenez une partie AE qui soit le tiers de ce côté. Par le point E tirez une parallèle EF au côté AC. Divisez cette parallèle en deux parties égales ED et DF. Enfin, du point D tirez aux sommets des angles A, B et C, les lignes droites DA, DB et DC. Ces lignes diviseront le triangle ACB, comme il est demandé.

Pour tirer du point E la parallèle EF au côté AC, le plus commode sur le terrein, c'est de prendre sur le côté CB la partie CF qui soit aussi le tiers de ce côté CB; et de tirer du point E au point F la ligne droite EF.

PROBLÈME VI.

Diviser un parallélogramme en trois parties égales, par des lignes droites tirées du sommet de l'un de ses angles.

Il faut partager en trois parties égales le parallélogramme ABCD, par des lignes droites tirées du sommet de l'angle A. Fig. 117.

Du sommet de l'angle C qui est opposé à l'angle A, prenez sur le côté DC une partie CF qui soit le tiers de ce côté DC. Faites la même chose à l'égard du côté BC, c'est-à-dire, prenez sur le côté BC une partie CE qui soit le tiers de ce côté BC. Enfin, tirez du sommet de l'angle A aux points F et E, les lignes droites AF et AE. Ces lignes diviseront le parallélogramme ABCD comme il est demandé.

PROBLÈME VII.

Diviser un parallélogramme en trois parties égales, par des lignes droites tirées du milieu de l'un de ses plus grands côtés.

Il faut partager en trois parties égales le parallélogramme ABCD, par des lignes droites tirées du milieu E de son plus grand côté AB. Fig. 119.

Sur le côté DC opposé au côté AB, prenez les parties DF et CG qui soient chacune la sixième partie de ce même côté DC; et tirez du point E aux points F et G, les lignes droites EF et EG. Ces lignes diviseront le parallélogr. ABCD, comme il est demandé.

PROBLÈME VIII.

Diviser un trapèze en trois parties égales, par des lignes droites tirées du sommet de l'angle opposé à son plus grand côté.

Il faut partager en trois parties égales
Fig. 124). le trapèze ABCD, par des lignes droites tirées du sommet de l'angle D qui est opposé à son plus grand côté AB.

Des sommets des angles D et C abaissez les perpendiculaires DE et CF au côté AB; et mesurez exactement ces deux perpendiculaires et les segments EB et AF. Faites ensuite une règle de proportion à laquelle vous donnez le triple de la perpendiculaire DE pour premier terme; et le segment EB avec l'autre perpendiculaire CF, pour second et troisième termes. Prenez sur le côté AB les parties AG et GH égales chacune à la somme du quatrième terme de cette proportion et du tiers de l'autre segment AF. Enfin, tirez du sommet de l'angle D aux points G et H, les lignes droites DG et DH. Ces lignes diviseront le trapèze ABCD comme il est demandé.

Remarque. Nous n'avons pu donner ici que les premiers éléments de la division des champs. Les différentes figures des terreins qu'il faut diviser, le nombre des parties en lesquelles il faut les partager, et les conditions avec lesquelles il faut le faire, donnent souvent lieu à des problêmes qui demandent toute l'attention d'un bon géomètre ; et nous supposons que l'on ne sait de la Géométrie que ce que l'on en aura vu au commencement de ce traité. Ce que nous venons d'enseigner sur la manière de faire ces sortes de partages, pourra cependant suffire en beaucoup d'occasions ; mais les personnes qui voudront en savoir davantage sur cette matière, pourront consulter ce que M. Ozanam en a dit. On le trouve à la fin de son *Usage du Compas de proportion*. On peut consulter encore la *Géodésie* de Lalmand.

Des Bornes.

Pour fixer d'une manière qui soit invariable les limites des différents domaines, et celles des differents héritages, on plante des pierres de taille aux endroits les plus remarquables, et particulièrement aux bords des chemins, et aux angles que forment les lignes qui terminent ces domaines et ces héritages. On a donné à ces pierres le nom de *bornes*, relativement à leur destination.

Elles doivent être d'une grosseur qui les rende capables de résister à tous les accidents qui pourroient les rompre ; et d'une longueur qui permette de les enfoncer dans la terre si profondément qu'elles ne puissent être déplacées qu'avec beaucoup de difficultés, et en laisse cependant une partie assez saillante pour être vue facilement.

Il faut, autant qu'on le peut, n'en mettre qu'aux angles des terreins qu'elles déterminent, parce qu'il seroit inutile qu'il y en eût plusieurs sur une même ligne; et faire aussi en sorte qu'elles soient toutes semblables entr'elles, et disposées de manière que de l'une on puisse voir l'autre. Celles qui sont sur les bords des chemins doivent généralement être plus grandes que les autres.

Sur la partie de ces bornes qui est hors de terre, on fait graver non-seulement la date de l'année en laquelle on les plante, mais aussi les lettres initiales des noms des propriétaires.

Pour faire connoître dans la suite, que c'est dans l'endroit même où l'on trouvera ces mêmes bornes qu'elles auront été primitivement plantées, on casse en deux ou trois morceaux une tuile ou une pierre plate: on enterre ensuite séparément chacun de ces morceaux, soit au-dessous de la borne pour laquelle on les destine, soit autour de son pied, et l'on en fait une mention expresse dans le procès-verbal.

Ce procès-verbal doit aussi contenir la forme de ces bornes, leurs inscriptions, et leurs distances de quelques objets considérables qui ne puissent pas changer facilement dans la suite des temps ; comme sont, par exemple, une fontaine, un ruisseau, un grand chemin, etc.

On ne peut faire planter des bornes que judiciairement, et du consentement volontaire ou forcé des personnes qui possèdent des terreins adjacents à ceux que l'on veut faire borner. Ainsi, l'on ne doit jamais l'entreprendre qu'après les y avoir appelées, afin qu'elles se transportent aux endroits où l'on veut faire placer ces bornes, ou y envoient quelqu'un fondé de leur procuration. Alors, en la présence des juges des lieux où ces terreins sont situés, on examine les titres de part et d'autre, afin que personne ne soit lésé. On plante ensuite les bornes, et l'on dresse du tout un procès-verbal, que l'on joint aux titres des héritages, pour y avoir recours en cas de besoin.

DU TOISÉ.

Il n'y a que trois genres d'étendues, savoir, les lignes, les surfaces, et les corps ou solides. On a vu dans le Traité précédent comment il faut mesurer les lignes et les surfaces planes ; ainsi, pour donner une connoissance du toisé qui soit complète, il ne s'agit plus que d'enseigner la manière de mesurer les surfaces courbes, et les corps ou solides, et d'appliquer ensuite au toisé de plusieurs objets en particulier, ce que l'on aura dit du toisé en général.

Pour cet effet, nous divisons ce traité d'abord en deux articles. Dans le premier, nous enseignons la manière de mesurer les surfaces courbes, et les corps ou solides ; et dans le second, nous appliquons au toisé des différents travaux en particulier, tout ce qui a été précédemment dit en général sur la manière de mesurer.

Et comme les bois de charpente se mesurent d'une manière différente de celle dont on mesure les autres solides, nous ajoutons un troisième article, pour y traiter du toisé particulier à ces sortes de bois.

ARTICLE PREMIER.

De la manière de mesurer les Surfaces courbes, et les Corps ou Solides.

Comme on a vu dans le Traité de l'Arpentage la manière de mesurer les surfaces planes, nous ne parlerons point de la surface des solides qui sont terminés par des surfaces planes.

Mesurer la solidité d'un Prisme.

Fig. 78. Il faut mesurer la solidité du prisme AF.

La solidité d'un prisme est égale au produit de la surface de la base de ce prisme, multipliée par sa hauteur. Ainsi, pour trouver cette solidité, il faut multiplier l'une par l'autre la longueur et la largeur du prisme que l'on veut mesurer; et multiplier ensuite par la hauteur du même prisme, le produit de ces deux premières dimensions.

Supposez, pour exemple, que la longueur AD du prisme AF soit de 95 toises; la largeur AB, de 15 toises 2 pieds; et la hauteur CF, de 3 toises 5 pieds.

Multipliez 95 toises par 15 toises 2 pieds: multipliez ensuite par 3 toises 5 pieds le produit 1.456 toises 4 pieds; et vous trouverez 5.583 toises cubes, et 5 pieds 4 pouces de toise cube, pour la solidité du prisme proposé.

Remarques. 1. S'il s'agissoit de mesurer la solidité de quelqu'un des prismes BE, DC ou HC, il faudroit observer que le premier a le triangle ADE pour base, et la ligne droite AB pour hauteur: le second, le triangle DEF pour base, et la ligne droite DA pour hauteur: enfin le dernier, la ligne droite GH pour longueur; la perpendiculaire KD à cette ligne, pour largeur; et la perpendiculaire GE ou IF au plan de la base, pour hauteur. Fig. 80. 81 et 82.

2. Quoique les parallélogrammes BE et AF soient parallèles, de même que les trapèzes BD et GF, le solide BF n'est cependant point un prisme, par la raison que les deux parallélogrammes AG et CF Fig. 79.

sont plus près l'un de l'autre dans leur partie supérieure que dans leur partie inférieure, et forment par conséquent un talus de part et d'autre de ce solide. Mais, lorsque ces trapèzes sont perpendiculaires aux plans des parallélogrammes BE et AF, on ne laisse pas de considérer ce solide comme s'il étoit réellement un prisme, dont la base seroit l'un quelconque de ces deux trapèzes; et qui auroit pour hauteur une perpendiculaire abaissée d'un point quelconque de l'un de ces deux mêmes trapèzes, au plan de l'autre. Ainsi, l'on mesure sa solidité de la même manière dont nous venons de dire que l'on mesure celle des prismes.

Mesurer la solidité d'une Pyramide.

Il faut mesurer la solidité de la pyramide CAEDB. Fig. 84.

La solidité de toute pyramide est le tiers de celle d'un prisme qui auroit la même base et la même hauteur que cette pyramide. Ainsi, pour trouver la solidité de la pyramide proposée, il ne faut multiplier la surface de la base ABDE, que par le tiers de la hauteur FD; ou, ce qui reviendra au même, il faut multiplier la surface de cette base par toute la hauteur, et prendre ensuite le tiers du produit.

Mesurer la solidité d'une Pyramide tronquée.

Il faut mesurer la solidité de la pyramide tronquée ABCD. Fig. 87.

La solidité d'une pyramide tronquée est égale à celle d'une pyramide qui auroit pour hauteur celle de cette pyramide tronquée; et pour base, un plan égal aux deux bases de cette dernière pyramide, plus un plan moyen proportionnel entre ces deux bases.

Ainsi, pour trouver la solidité d'une pyramide tronquée, il faut mesurer les surfaces des deux bases de cette pyramide; multiplier ces deux surfaces l'une par l'autre; tirer la racine quarrée du produit; ajouter ces deux surfaces à cette racine; multiplier la somme par la hauteur; et prendre le tiers du produit.

Supposez, pour exemple, que la hauteur ED de la pyramide proposée soit de 54 pieds, et que l'on ait trouvé 576 pieds quarrés pour la surface de la base AD, et 256 pour celle de la base BC.

Multipliez 576 par 256, et tirez la racine quarrée du produit 147.456: à cette racine, que vous trouverez être de 384, ajoutez les deux bases 576 et 256: multipliez la somme 1.216 par la hauteur 54; enfin, prenez le tiers du produit 65.664, et vous trouverez 21.888 pieds cubes pour la solidité demandée. Or, ce nombre de pieds cubes vaut 101 toises cubes, et 2 pieds de toise cube.

Mesurer la surface convexe et la solidité d'un Cylindre.

Il faut mesurer la surface convexe et
Fig. 83. la solidité du cylindre ABCD.

Premièrement, la surface d'un cylindre est égale à celle d'un rectangle, dont la hauteur seroit la même que celle de ce cylindre; et qui auroit pour base une ligne droite égale à la circonférence du cercle qui est la base de ce même cylindre.

Ainsi, pour trouver la valeur de la surface du cylindre proposé, il faut chercher de combien doit être la circonférence du cercle dont la ligne droite AD est le diamètre, et multiplier ensuite la valeur de cette circonférence par la hauteur AB de ce même cylindre.

Secondement. Un cylindre est un prisme dont la base est un cercle. Or, pour trouver la solidité d'un prisme, il faut multiplier la surface de la base de ce prisme par la hauteur de ce même prisme. Ainsi, pour trouver la solidité du cylindre proposé, il faut multiplier par la hauteur AB la surface du cercle dont la ligne droite AD est le diamètre.

Supposez, pour exemple, que le diamètre AD soit de 27 pouces; et la hauteur AB, de 10 pieds 5 pouces, c'est-à-dire, de 125 pouces.

Cherchez de combien doit être la surface d'un cercle dont le diamètre est de 27 pouces; et vous trouverez qu'elle est de $572 \frac{51}{100}$ pouces quarrés. (1). Multipliez ce nombre par les 125 pouces de la hauteur AB; et le produit $71.535 \frac{1}{8}$ sera le nombre des pouces cubes qui sont contenus dans la solidité du cylindre proposé. Or, ce nombre de pouces cubes vaut 41 pieds cubes, et 4 pouces $9 \frac{3}{11}$ lignes de toise cube.

Autre manière. Faites une règle de proportion, à laquelle vous donnerez 1.000 pour premier terme, 785 pour second terme, et pour troisième terme, le produit 91.125 du quarré du diamètre AD, multiplié par la hauteur AB. Vous trouverez pour quatrième terme, le même nombre $71.533 \frac{1}{8}$ que vous avez trouvé par le calcul précédent.

Mesurer la surface convexe et la solidité d'un Cône.

Il faut mesurer la surface convexe et la solidité du cône BAECD. Fig. 85.

(1) L'auteur emploie, dans ce calcul, ainsi que dans les suivants, pour rapport du diamètre à la circonférence d'un cercle, celui de 100 à 314, plus juste que celui de 7 à 22, et moins exact que celui de 113 à 355, comme il le dit lui-même dans sa Géométrie.

Premièrement. La surface d'un cône droit est égale à celle d'un triangle qui auroit pour hauteur une ligne droite tirée du sommet de ce cône à un point quelconque de la circonférence de sa base ; et pour base, une autre ligne droite égale à cette circonférence. Ainsi, pour trouver la surface d'un cône droit, il faut multiplier la moitié de la circonférence de la base de ce cône, par une ligne droite quelconque tirée du sommet de ce cône à cette circonférence.

Supposez, pour exemple, que le côté AB du cône proposé soit de 25 pouces, et le diamètre AC de la base, de $7\frac{2}{3}$ pouces.

Cherchez de combien doit être la circonférence d'un cercle qui a 25 pouces de diamètre; et vous trouverez qu'elle est de $78\frac{1}{2}$ pouces. Multipliez ensuite par $7\frac{2}{3}$ la moitié $39\frac{1}{4}$ de cette circonférence ; et le produit $300\frac{11}{12}$ sera le nombre des pouces quarrés qui sont contenus dans la surface du cône proposé.

Si le cône étoit incliné, il faudroit ajouter ensemble la plus grande et la plus petite des lignes droites que l'on pourroit tirer du sommet de ce cône à la circonférence de sa base ; et multiplier ensuite la moitié de cette somme par la moitié de cette circonférence.

Secondement. Un cône est une pyramide dont la base est un cercle. Or, pour trouver la solidité d'une pyramide, il faut multiplier la surface de la base de cette pyramide par le tiers de sa hauteur. Donc, pour trouver la solidité d'un cône quelconque, il faut multiplier la surface du cercle qui est la base de ce cône, par le tiers de la hauteur de ce même cône.

Mesurer la surface convexe et la solidité d'un Cône tronqué.

Il faut mesurer la surface convexe et la solidité du cône tronqué ABCD. Fig. 61.

Premièrement. La surface d'un cône tronqué est égale à celle d'un trapèze qui auroit la même largeur que cette surface; et deux côtés parallèles, dont l'un seroit une ligne droite égale à la circonférence de la base inférieure de ce cône; et l'autre, une autre ligne droite égale à la circonférence de la base supérieure du même cône.

Ainsi, pour trouver la valeur de la surface d'un cône tronqué, il faut chercher de combien doivent être la circonférence de la base inférieure de ce cône, et la circonférence de sa base supérieure : ajouter ensuite ensemble ces deux circonférences : prendre la moitié de la somme; et multiplier cette moitié par la largeur de cette surface.

Supposez, pour exemple, que le côté AB du cône tronqué ABCD, soit de 20 pouces; le diamètre AD de la base AKD, de

26 pouces; et le diamètre BC de la base BEC, de 16 pouces.

Cherchez de combien doivent être la circonférence d'un cercle qui a 26 pouces de diamètre, et celle d'un cercle qui en a 16 pouces: vous trouverez que la circonférence du premier est de 81 $\frac{16}{25}$ pouces; et que celle du second est de 50 $\frac{6}{25}$: ajoutez ensemble ces deux nombres, et prenez la moitié de leur somme: multipliez ensuite cette moitié par le côté AB, et le produit 1.318 $\frac{4}{5}$ sera le nombre des pouces quarrés qui sont contenus dans la surface proposée. Or, ce nombre de pouces quarrés vaut 9 pieds quarrés et 22 $\frac{4}{5}$ pouces quarrés.

Si le cône tronqué dont on propose de mesurer la surface est incliné, il faut prendre pour la largeur de cette surface, la moitié de la somme de sa plus grande et de sa plus petite largeur.

Secondement. Comme un cône tronqué n'est autre chose qu'une pyramide tronquée, dont les bases sont des cercles, on les mesure l'un et l'autre précisément de la même manière. Cependant, lorsqu'il s'agit de mesurer un cône tronqué, il est plus court de le faire de la manière suivante.

Ajoutez ensemble les diamètres des deux bases du cône tronqué dont vous voulez connoître la solidité; et formez le quarré de leur somme: de ce quarré soustrayez le produit

produit des deux mêmes diamètres multipliés l'un par l'autre : multipliez ensuite le reste par la hauteur du cône tronqué : enfin, du produit qui résultera de cette multiplication, faites-en le troisième terme d'une règle de proportion, à laquelle vous donnerez les nombres 3.000 et 785 pour premier et second termes. Le nombre que vous trouverez pour le quatrième terme, sera celui des mesures cubiques qui seront contenues dans le solide que vous voulez mesurer.

Supposez, pour exemple, que le diamètre AD soit de 16 pouces ; le diamètre BC, de 9 pouces ; et la hauteur IK, de 45 pouces. Fig. 61.

Ajoutez ensemble les deux diamètres 16 et 9, et formez le quarré 625 de leur somme 25 : de ce quarré soustrayez le produit 144 des deux mêmes diamètres : multipliez le reste 481 par la hauteur IK qui est donnée de 45 pouces : avec le produit 21.645 qui résultera de cette multiplication, faites la règle de proportion suivante : Si 3.000 *donnent* 785, *combien doivent donner* 21.645? Le nombre 5.663 $\frac{31}{40}$ que vous trouverez pour le quatrième terme, sera celui des pouces cubes qui sont contenus dans le cône tronqué ABCD.

Mesurer la surface et la solidité d'une Sphère.

Il faut mesurer la surface et la solidité
Fig. 58. de la sphère GIHK.

Premièrement. La surface d'une sphère, et celle d'un cylindre dans lequel cette sphère seroit inscrite, sont également quadruples, l'une et l'autre, de celle de l'un quelconque des grands cercles de cette même sphère. D'où l'on conclut que la surface d'une sphère est égale à celle d'un cylindre dans lequel cette sphère seroit inscrite (1); et par conséquent à celle d'un rectangle qui auroit pour hauteur le diamètre de cette sphère; et pour base, une ligne droite égale à la circonférence de l'un quelconque des grands cercles de cette même sphère. Ainsi, pour trouver la valeur de cette surface, il faut chercher de combien doit être la circonférence d'un cercle qui a le même diamètre que cette sphère, et multiplier ensuite cette circonférence par ce même diamètre.

Supposez, pour exemple, que le diamètre IK de la sphère proposée soit de 45 pouces.

Cherchez de combien doit être la cir-

(1) L'auteur veut dire la surface convexe d'un cylindre, non comprises les bases supérieure et inférieure qui sont chacune égales à la surface d'un des grands cercles de la sphère inscrite à ce cylindre.

conférence d'un cercle dont le diamètre est de 45 pouces; et vous trouverez pour cette circonférence 141 $\frac{3}{10}$ pouces: multipliez ce nombre par le même diamètre 45; et le produit 6.358 $\frac{1}{2}$ sera le nombre des pouces quarrés qui sont contenus dans la surface proposée.

Autre manière. Le rapport du quarré du diamètre d'une sphère à la surface de cette sphère, est le même que celui du diamètre d'un cercle à la circonférence de ce cercle. Ainsi, formez le quarré 2.025 du diamètre donné, et faites ensuite la règle de proportion suivante: *Si* 100 *donnent* 314, *combien doivent donner* 2.025? Vous trouverez pour quatrième terme le même nombre 6.358 $\frac{1}{2}$ que vous avez trouvé par la manière précédente.

Secondement. La solidité d'une sphère est les deux tiers de celle d'un cylindre qui auroit pour hauteur le diamètre de cette sphère; et pour base, l'un quelconque des grands cercles de cette même sphère. Ainsi, pour connoître cette solidité, il faut chercher de combien doit être la surface d'un cercle qui a le même diamètre que cette sphère, et multiplier ensuite cette surface par les deux tiers de ce diamètre; ou, ce qui revient au même, multiplier cette surface par le double du diamètre, et prendre ensuite le tiers du produit.

Supposez, pour exemple, que le diamètre IK soit de 22 pouces. Fig. 58.

Cherchez de combien doit être la surface d'un cercle qui a 22 pouces de diamètre ; et vous trouverez pour cette surface 379 $\frac{47}{50}$ pouces quarrés : multipliez ce nombre par le diamètre qui est donné de 22 pouces : prenez les deux tiers du produit 8.358 $\frac{17}{25}$; et le nombre 5.572 $\frac{34}{75}$ que vous trouverez pour ces deux tiers, sera le nombre des pouces cubes qui sont contenus dans la sphère proposée.

Autre manière. Le cube du diamètre d'une sphère est à la solidité de cette même sphère, ce que 300 sont à 157. Ainsi, l'on trouvera le même nombre précédent par la règle de proportion suivante : Si 300 *donnent* 157, *combien doivent donner* 10.648, qui sont le cube du diamètre donné ?

Mesurer la surface et la solidité d'un segment de Sphère.

Il faut mesurer la surface et la solidité
Fig. 58. du segment BIC de la sphère GIHK.

Premièrement. La surface d'un segment de sphère est égale à celle d'un rectangle qui auroit pour hauteur l'épaisseur de ce segment ; et pour base, une ligne droite égale à la circonférence d'un grand cercle de cette même sphère.

Ainsi, pour trouver la surface du segment proposé, il faut multiplier par la flèche IF la circonférence du grand cercle AIHKG.

Pareillement, pour trouver celle du segment AID, il faut multiplier par la flèche IE la même circonférence précédente. Il en est de même de tout autre segment de sphère.

Autre manière. La surface d'un segment de sphère est aussi égale à celle d'un cercle qui auroit pour rayon la corde de la moitié de l'arc qui divise cette surface en deux parties égales. Par exemple, la surface du segment GBH de la sphère ABCD, est égale à celle d'un cercle dont le rayon seroit la corde BH de la moitié de l'arc GBH qui divise cette surface en deux parties égales. Fig. 55.

Ainsi, pour connoître la surface de ce segment, il faut mesurer effectivement sa flèche BL, et le diamètre GH du cercle qui est la base de ce même segment : au quarré de la moitié LH, de ce diamètre, ajouter le quarré de cette flèche, afin d'avoir celui de la corde BH ; et chercher enfin la surface du cercle dont la racine de ce dernier quarré est le rayon.

Secondement. De toutes les différentes manières de trouver la solidité d'un segment de sphère, la suivante est la plus courte.

Mesurez effectivement la flèche et le diamètre de la base du segment dont vous voulez connoître la grosseur ; et faites de cette flèche, et de la moitié de ce diamètre, les trois premiers termes d'une règle de proportion : ajoutez à la flèche le quatrième terme, et prenez la moitié de la somme : enfin, de cette moitié soustrayez la même flèche, et le reste sera la différence de cette même flèche au rayon.

Cette préparation étant faite, ajoutez cette différence au diamètre, et multipliez la somme par la flèche : multipliez ensuite par le quarré du diamètre de la base du segment le produit qui résultera de cette première multiplication : enfin, faites de ce dernier produit le troisième terme d'une règle de proportion, à laquelle vous donnerez toujours pour premier terme 600 fois la différence de la flèche au diamètre; et pour second terme, le nombre 157. Le quatrième terme sera le nombre des mesures cubiques qui seront contenues dans le segment que vous voudrez mesurer.

Supposez, pour exemple, que la flèche FD soit de 6 pouces; et le diamètre AC du segment ADC, de 52 pouces.

Faites une règle de proportion, à laquelle vous donnerez pour premier terme les 6 pouces de la flèche FD; et pour second et troisième termes les 16 pouces du demi-diamètre de la base AC. Le nombre $42\frac{2}{3}$ que vous trouverez pour le quatrième terme, sera la valeur de la partie BF du diamètre BD : d'où vous conclurez que ce diamètre est de $48\frac{2}{3}$ pouces; que le rayon

ED est de 24 $\frac{1}{3}$ pouces; et que la différence E F de la flèche FD à ce rayon est de 18 $\frac{1}{3}$ pouces.

Cette préparation étant faite, ajoutez à cette différence les 48 $\frac{2}{3}$ pouces du diamètre, et multipliez par les 6 pouces de la flèche la somme 67 de cette addition: multipliez ensuite par le quarré 1.024 du diamètre AC, le produit 402 qui résultera de cette première multiplication; et par 600 la partie BF du diamètre BD, laquelle est ici de 42 $\frac{2}{3}$ pouces. Ces deux dernières multiplications vous donneront ces deux produits 411.648 et 25.600, avec lesquelles vous ferez la règle de proportion suivante: *Si 25.600 donnent 157, combien 411.648 doivent-ils donner?* Le nombre 2.524 $\frac{14}{25}$ que vous trouverez pour réponse, sera celui des pouces cubes qui sont contenus dans le segment proposé.

Mesurer la surface et la solidité d'une Zône.

Il faut mesurer la surface et la solidité de la zône ABCD. Fig. 58.

Premièrement. La surface d'une zône, de même que celle d'un segment de sphère, est égale à la surface d'un rectangle qui auroit pour hauteur une ligne droite égale à l'épaisseur de cette zône; et pour base, une autre ligne droite égale à la circonférence de l'un quelconque des grands cercles de la sphère.

Ainsi, pour connoître la surface de la zône proposée, il faut chercher de combien doit être la circonférence du grand cercle GIHK; et multiplier ensuite cette circonférence par l'épaisseur FE de cette même zône.

Lorsqu'il s'agit de mesurer une partie de la surface d'une sphère, et que cette partie n'est point comprise entre deux cercles parallèles, par exemple, la partie ADHG de la sphère GIHK, on mesure la surface du segment AID, celle du segment GKH, et celle de toute la sphère; et de cette dernière surface on soustrait les deux autres.

Secondement. Pour trouver la solidité d'une zône, on cherche celle de la sphère entière, et celle de chacun des segments en lesquels cette sphère est partagée par cette zône. Ensuite on soustrait de la solidité de cette sphère, celle de ces deux segments.

Ainsi, pour connoître la solidité de la zône ABCD, on cherche celle de chacun des segments BIC et AKD. Ensuite, on soustrait de la solidité de la sphère GIHK celle de ces deux segments; et le reste est le nombre des mesures cubiques qui sont contenues dans la zône proposée.

Mais, pour connoître la solidité de la partie ADHG qui n'est point une zône, par la raison que les cercles dont les diamètres sont les lignes droites AD et GH ne sont point parallèles, on cherche la solidité du segment AID et celle du segment GKH; et de la solidité de la sphère on soustrait celle de ces deux segments.

Mesurer la solidité d'un secteur de Sphère.

Il faut mesurer la solidité du secteur de sphère ABCD. Fig. 91.

La solidité d'un secteur de sphère est égale à celle d'un cône qui auroit pour hauteur le rayon de la sphère dont ce secteur est une partie; et pour base, un plan égal à la surface sphérique qui est la base de ce même secteur.

Ainsi, pour connoître la solidité du secteur proposé, il faut chercher la valeur de la surface du segment de sphère ADC; et multiplier ensuite cette valeur par le tiers de celle du rayon AB.

Mesurer la solidité d'un Sphéroïde.

Il faut mesurer la solidité du sphéroïde ABCD. Fig. 92.

La solidité d'un sphéroïde est à celle d'un prisme qui auroit pour hauteur l'axe de circonvolution, et pour base le quarré de l'autre axe, à peu-près ce que 157 sont à 300. Ainsi, pour connoître la solidité d'un sphéroïde, il faut multiplier l'axe de circonvolution par le quarré de l'autre axe, et faire du produit le troisième terme d'une règle de proportion dont les nombres

300 et 157 soient le premier et le second termes.

Supposez, pour exemple, que l'axe BD de circonvolution soit de 25 toises; et l'axe AC de 14 toises.

Formez le quarré 196 du nombre 14: multipliez ensuite ce quarré par les 25 toises de l'axe de circonvolution; et avec le produit 4.900 qui résultera de cette multiplication, faites la règle de proportion suivante : *Si* 300 *donnent* 157, *combien* 4.900 *doivent-ils donner?* Le nombre 2.564 $\frac{1}{3}$ que vous trouverez pour réponse, sera celui des toises cubiques qui sont contenues dans le sphéroïde proposé.

Mesurer la solidité d'un segment de Sphéroïde.

Fig 93. Il faut mesurer le segment ADC du sphéroïde ABCD.

Le segment de sphéroïde se mesure précisément de la même manière dont on mesure un segment de sphère.

Ainsi, supposez pour exemple, que l'axe BD de circonvolution soit de 36 pouces; la flèche FD de 6 pouces; et le diamètre AC du segment ADC, de 20 pouces.

Alors, le demi-axe ED sera de 18 pouces; la différence EF de la flèche FD à ce demi-axe, sera de 12 pouces; et la partie BF de l'axe BD, sera de 30 pouces. Cela posé :

Ajoutez à l'axe BD la différence 12 de la flèche au demi-axe, et multipliez par les 6 pouces de la flèche la somme 48 de cette addition : multipliez ensuite par le quarré 400 du diamètre AC, le produit 288 qui résultera de cette première multiplication ; et par 600 la partie BF de l'axe BD, laquelle est ici de 30 pouces. Ces deux dernières multiplications vous donneront ces deux produits 115.200 et 18.000, avec lesquels vous ferez la règle de proportion suivante : *Si* 18.000 *donnent* 157, *combien* 115.200 *doivent-ils donner*? Le nombre 1.004 $\frac{4}{5}$ que vous trouverez pour réponse, sera celui des pouces cubes qui sont contenus dans le segment proposé.

Mesurer la solidité des cinq Corps réguliers.

1. On a vu ce qu'il falloit faire pour mesurer la solidité des pyramides et celle des prismes. Or, le tétraëdre est une pyramide, et l'hexaëdre ou le cube est un prisme. *Voyez les figures* 86 et 77. Ainsi, l'on sait mesurer la solidité de chacun de ces deux corps réguliers.

2. L'octaëdre est un solide DABEC Fig. 88. terminé par huit triangles équilatéraux et égaux, CDE, EDB, etc. Or, ces triangles forment deux pyramides qui sont parfaitement égales et semblables, et qui ont pour base commune le quarré CEBA de

l'un quelconque des côtés de ces mêmes triangles. Ainsi, pour connoître la solidité d'un octaëdre, il ne s'agit que de chercher celle de ces deux pyramides.

Pour la trouver, on mesure effectivement l'un quelconque des côtés de ce quarré, par exemple, le côté CE : on mesure aussi la distance DF du sommet D de l'une de ces pyramides, au milieu F de ce même côté : du quarré de cette distance on soustrait celui du demi-côté CF : on extrait la racine quarrée du reste : enfin, on multiplie par cette racine le quarré de ce même côté CE; et les deux tiers du produit sont le nombre des mesures cubiques qui sont contenues dans l'octaëdre dont on veut connoître la solidité.

3. Pour mesurer la solidité du dodécaëdre, on considère ce corps comme divisé en autant de pyramides qu'il a de faces, par des lignes droites tirées de son centre à chacun de ses angles; et comme toutes ces pyramides sont égales entre elles, il suffit de chercher la solidité d'une seule, et de multiplier ensuite cette solidité par 12, pour avoir celle du dodécaëdre. Mais, pour trouver la solidité de cette pyramide, il faudroit mesurer sa base et sa hauteur. Or, il est facile de mesurer la base, c'est-à-dire, le pentagone ABCDE; mais il
Fig. 89. s'en faut de beaucoup qu'il en soit de même de la hauteur.

Ainsi, lorsque l'on aura à mesurer la

solidité d'un dodecaëdre, le plus court sera de faire une règle de proportion à laquelle on donnera pour premier terme le nombre 10.000; pour second terme, le nombre 76.636 ; et pour troisième terme, le cube du côté de l'une des faces de ce même solide ; par exemple, le cube du côté ED. Le quatrième terme sera la solidité que l'on voudra connoître.

4. Il en est de même de l'icosaëdre. Ainsi, pour en trouver la solidité, on fera une règle de proportion à laquelle on donnera pour premier terme le nombre 10.000 ; pour second terme, le nombre 21.814 ; et pour troisième terme, le cube du côté de l'une des faces de ce même solide ; par exemple, le cube du côté BC. Le quatrième terme sera la solidité de ce dernier des cinq corps réguliers. Fig. 90.

Mesurer la solidité des Corps irréguliers.

1. On a vu que lorsqu'il s'agit de mesurer la surface d'un polygone irrégulier, on divise cette surface en parallélogrammes, en trapèzes et en triangles, qui sont tous des figures que l'on sait mesurer. Il en est de même des corps irréguliers, lorsqu'il faut en chercher la solidité. On est obligé de les considérer comme partagés en prismes, en pyramides, en pyramides tronquées, enfin, en quelques-uns des corps dont le toisé est connu ; et de mesurer en-

suite séparément chacune des parties. Mais il s'en trouve quelquefois de si irréguliers, qu'après y avoir supposé toutes ces différentes figures, il y reste encore des parties qui sont absolument irréductibles, et dont on ne peut juger du volume que par estime. Ainsi l'on est forcé alors de se contenter d'un à-peu-près.

2. Cependant, lorsque le corps dont on veut connoître la solidité n'est que d'une certaine grosseur, on choisit un vase d'une figure régulière, par exemple, un cylindre : on y verse de l'eau suffisamment pour que ce corps puisse en être submergé, et l'on mesure la hauteur de cette eau : on met ensuite ce même corps dans ce vase, et l'on mesure la hauteur à laquelle cette eau sera montée : enfin, on multiplie par cette dernière hauteur la surface de cette même eau ; et le produit est la solidité que l'on veut connoître.

3. Lorsque l'on peut peser un corps, et que l'on sait combien pèse un certain volume de la matière dont il est composé, on peut aussi trouver sa solidité par sa pesanteur. Pour cet effet, il ne faut que diviser la pesanteur de ce corps par celle de ce certain volume de matière : et le quotient exprimera la solidité que l'on veut connoître.

Supposez, pour exemple, qu'une masse de fer pèse 1.674 livres, et qu'un pied cube de ce métal pèse 558 livres ; on divise 1.674

par 558; et le quotient 3 fait connoître qu'il y a 3 pieds cubes de fer dans cette masse.

C'est par cette raison que l'on a cherché avec la plus grande exactitude la pesanteur d'un pied cube de chacune des matières qui sont le plus d'usage; et que l'on en a composé la Table suivante.

Table du poids d'un pied cube de chacune des différentes matières suivantes.

		Livres.
Un pied cube.	d'Or. . . . . *pèse*	$1326\frac{1}{4}$.
	de Vif-argent.	$946\frac{5}{8}$.
	de Plomb.	$802\frac{1}{8}$.
	d'Argent..	$720\frac{3}{4}$.
	de Cuivre.	$627\frac{3}{4}$.
	de Fer.	558.
	d'Etain.	$516\frac{1}{8}$.
	de Marbre blanc.. . . .	$188\frac{3}{4}$.
	d'autre Marbre.	252.
	de Pierre de taille. . . .	$139\frac{1}{2}$.
	de Pierre commune. . .	140.
	de Pierre de Saint-Leu.	115.
	de Pierre de Liais. . . .	165.
	d'Ardoise.	156.
	de Briques. . . . . . . ,	130.
	de Terre.	$95\frac{1}{3}$.
	de Sable-terrain.	129.
	de Sable de rivière. . .	132.
	de Chaux.	59.
	de Mortier.	120.
	de Plâtre.	86.
	d'Eau de Seine.	$69\frac{3}{4}$.

		Livres.
Un pied cube.	d'Eau de Mer.	72.
	de Vin.	$68\frac{7}{16}$.
	de Cire.	$66\frac{1}{4}$.
	d'Huile.	64.
	de Miel.	$104\frac{2}{3}$.
	de Bois d'aubier.	$37\frac{7}{12}$.
	de Bois de chêne vert. .	60.
	de Bois de chêne sec. .	$58\frac{1}{4}$.
	de Bois de noyer. . . .	$41\frac{3}{4}$.
	le muid de Bled-Froment, mesure de Paris. . . .	2640.

A l'égard de la division des poids, le *quintal* pèse 100 *livres*; et la livre de Paris se divise en 2 *marcs*; le marc en 8 *onces*, l'once en 8 *gros*; le gros en 3 *deniers*; et le denier en 24 *grains* ou *karats*.

Le denier se subdivise aussi quelquefois en 2 *mailles* ou *oboles*; une maille en 12 *grains*; un grain en 24 *primes* ou *carobes*; une prime en 24 *minutes*; et une minute, en 24 *pueilles*.

ARTICLE II.

Application du Toisé aux différents travaux.

Ce que nous venons d'enseigner du toisé dans l'article précédent, ne seroit pas d'une grande utilité, si l'on n'étoit pas obligé de s'en servir pour mesurer les différents travaux, et juger de ce qu'ils doivent coûter par le nombre des mesures qu'ils contiennent. Ainsi, pour faire voir l'usage que l'on fait de tout ce que nous avons dit jusqu'à présent, nous allons l'appliquer dans cet article au toisé de la maçonnerie, et à celui des différents objets qui en dépendent. Nous donnerons suffisamment d'exemples pour mettre les personnes à qui cette science peut être utile ou nécessaire, en état de faire tous les toisés qu'elles jugeront à propos; excepté cependant celui des bois de charpente, que nous réservons pour l'article suivant.

Mesurer un mur.

Il faut mesurer la surface et la solidité du mur CGD. Fig. 25.

Lorsqu'un mur n'a qu'une certaine épaisseur, on le mesure à la toise quarrée, parce que l'entrepreneur sait par expérience à combien doit lui revenir la toise de ces sortes d'ouvrages, et se règle là-dessus pour en faire le prix. Mais lorsqu'il s'agit de murs qui ont des fardeaux à supporter, ou des terres à soutenir, comme il faut leur donner une épaisseur proportionnée aux efforts auxquels ils ont à résister, on doit alors les mesurer à la toise cube.

Ainsi, pour toiser un mur dont on ne

considère que la surface, on multiplie la longueur de ce mur par sa hauteur; et le produit est le nombre des toises quarrées qui sont contenues dans cette surface, ou, comme on le dit ordinairement, dans ce mur.

Par exemple, si la longueur de la muraille CGD est de 56 toises; et sa hauteur GH, de 2 toises 3 pieds, on multiplie 56 toises par 2 toises 3 pieds; et le produit 140 est le nombre des toises quarrées que cette muraille contient.

Mais si l'on doit aussi avoir égard à l'épaisseur de cette même muraille, il faut encore multiplier par cette épaisseur le nombre des toises quarrées de la surface. Ainsi, si l'épaisseur du mur proposé est, par exemple, de 1 pied 8 pouces, il faut encore multiplier par ces 1 pied 8 pouces le produit 140 des deux premières dimensions; et le produit 38 toises 5 pieds 8 pouces de cette seconde multiplication, sera le nombre des toises cubes, et des pieds et pouces de toise cube, qui seront contenus dans le mur proposé.

Remarques. 1. Les murs diminuent assez ordinairement d'épaisseur à mesure qu'ils s'élèvent en hauteur. Mais lorsque la différence n'est pas considérable, on n'y a aucun égard; et on les toise comme s'ils étoient par-tout d'une épaisseur égale à celle de leur base.

2. Dans la coutume de Paris, les murs

de moellon et ceux de pierre de taille se toisent tant plein que vide; c'est-à-dire que l'on ne rabat rien pour le vide que laissent les fenêtres et les portes cochères qui ont un seuil de pierre. Mais lorsque ces portes n'en ont pas, on rabat moitié de leur grandeur. On n'y est point aussi dans l'usage de toiser les tranchées et les rigoles. On ne laisse cependant pas que de les payer, parce que les entrepreneurs font leur calcul sur la dépense qu'ils auront à faire.

Mesurer la Solidité d'une muraille circulaire.

Il faut mesurer la solidité du mur de la tour ABCD. Fig. 59.

Mesurez effectivement le diamètre intérieur ou le diamètre extérieur de la tour proposée ; mesurez aussi la hauteur et l'épaisseur du mur de cette même tour.

Si vous avez mesuré le diamètre intérieur, ajoutez-lui le double de l'épaisseur du mur, et la somme sera le diamètre extérieur : mais, si c'est le dernier diamètre que vous ayez mesuré, soustrayez-en ce même double, et le reste sera le diamètre intérieur. Par le moyen de ces deux diamètres, cherchez la surface de la couronne qui est la base du mur dont vous voulez connoître la solidité. Multipliez ensuite cette surface par la hauteur de ce mur;

et le produit vous exprimera cette solidité.

Supposez, pour exemple, que le diamètre extérieur AD de la tour proposée soit de 17 toises 2 pieds; que la hauteur AB du mur de cette tour soit de 12 toises; et que son épaisseur soit de 1 pied 4 pouces.

Du diamètre AD qui est donné de 17 toises 2 pieds, soustrayez 2 pieds 8 pouces, qui sont le double de l'épaisseur du mur; le reste 16 toises 5 pieds 4 pouces sera la longueur du diamètre intérieur. Cherchez de combien doit être la surface d'un cercle qui a 17 toises 2 pieds de diamètre; et celle d'un autre cercle dont le diamètre est de 16 toises 5 pieds 4 pouces: vous trouverez 235 toises 5 pieds 1 pouce (1) pour la première, et 223 toises 5 pieds 5 pouces pour la seconde. Du plus grand de ces deux nombres soustrayez le plus petit; le reste 11 toises 5 pieds 8 pouces sera le nombre des toises quarrées de la surface de la couronne qui est la base du mur dont vous voulez connoître la solidité. Enfin, multipliez cette surface par les 12 toises de la hauteur AB; et le produit 143 toises 2 pieds sera le nombre des toises cubes qui sont contenues dans le mur proposé.

Une tour est une espèce de cylindre qui est creux.

(1) Dans ces sortes de calculs, on néglige les fractions des pouces.

Mesurer la solidité des terres que l'on a enlevées pour creuser un puits; et celle du revêtement de ce même puits.

Il faut mesurer la solidité des terres que l'on a enlevées pour creuser le puits ABCD; et celle du revêtement de ce même puits. Fig. 83.

Lorsque les bases supérieure et inférieure du vide qui aura été laissé par les terres que l'on aura enlevées pour creuser un puits, seront des surfaces égales, semblables et parallèles, ce vide sera une espèce de prisme qui aura ces mêmes surfaces pour bases; et pour hauteur, la profondeur de ce même vide. Or, on sait que pour mesurer la solidité d'un prisme, il faut multiplier par la hauteur de ce prisme la surface de l'une des bases de ce même prisme, quelle que soit la figure de cette base.

A l'égard du mur qui entoure le vide d'un puits et soutient les terres adjacentes, on en toise la solidité de la même manière dont on vient de voir qu'il faut mesurer celle d'une muraille circulaire. Ainsi, pour mesurer la solidité de la maçonnerie qui revêt le puits ABCD, il faut mesurer chacune des surfaces supérieures BFC et EG; de la plus grande de ces deux surfaces soustraire la plus petite; et multiplier ensuite le reste par la profondeur AB de ce puits.

Remarque. Lorsque l'on veut faire construire un puits, on s'adresse ordinairement à un entrepreneur; et l'on convient avec lui d'une certaine somme, pour le prix de chaque toise cube. Or cette toise cube doit comprendre l'excavation et l'enlèvement des terres, la *margelle* (1); la pierre de taille que l'on met sur le *rouet* (2); et tout le reste.

Mesurer la capacité d'un Bassin de Fontaine.

Lorsque l'on veut connoître la capacité d'un bassin de fontaine, il faut multiplier la surface de la base de ce bassin par la profondeur de ce même bassin.

Supposez, pour exemple, que l'on veuille savoir la quantité de l'eau qui peut être contenue dans le bassin d'une fontaine qui auroit 3 pieds de profondeur, et dont la base seroit un cercle de 50 pieds de diamètre.

Cherchez de combien doit être la surface d'un cercle qui a 50 pieds de diamètre, et vous trouverez 1.962 $\frac{1}{2}$ pieds quarrés, pour l'étendue de cette surface: multipliez ensuite ce nombre par la profondeur qui est donnée de 3 pieds; et le

(1) *Margelle* est le nom que l'on donne à la pierre de taille qui couronne le revêtement.

(2) Le *rouet* est la pièce de charpente que l'on met sous le revêtement.

produit 5.887 $\frac{1}{2}$ pieds cubes exprimera la quantité de l'eau qui peut être contenue dans le bassin proposé.

Mesurer la solidité de la maçonnerie d'un Clocher.

Il faut mesurer la solidité de la maçonnerie des clochers ABCDE et ABCD. Fig. 60. et 61.

Quelle que soit la figure de la base du clocher dont il faudra mesurer la maçonnerie, ce clocher se terminera en pointe, ou il sera coupé par un plan parallèle à sa base. Or, soit qu'il se termine en pointe, soit qu'il soit coupé par un plan parallèle à sa base, on le considérera toujours comme une pyramide qui seroit creuse; mais avec cette différence que, dans le premier cas, cette pyramide creuse seroit entière; et que, dans le second, elle seroit coupée par le plan qui seroit parallèle à sa base. Or, on a vu la manière de mesurer la solidité de ces deux sortes de pyramides.

Ainsi, pour trouver la solidité de la maçonnerie du clocher ABCDE, cherchez la solidité du cône ABCDE; et celle du cône intérieur FGH : de la première de ces deux solidités soustrayez la dernière; et le reste sera celle que vous vouliez connoître. Fig. 60.

Et pour trouver la solidité de la maçonnerie du clocher ABCD, cherchez la soli- Fig. 61.

dité du cône tronqué ABCD, et celle du cône tronqué intérieur *Ln*: de la première de ces deux solidités soustrayez la dernière; et le reste sera la solidité cherchée.

Mesurer la surface et la solidité d'une voûte, avec celles des murs qui la soutiennent.

Il faut mesurer la surface et la solidité
Fig. 95. de la voûte BDH, avec celles des murs BO et QE qui la soutiennent.

Premièrement. Si la voûte que l'on veut mesurer est à *plein-cintre*, c'est-à-dire, si les deux arcs entre lesquels l'épaisseur de cette voûte est comprise, sont chacun une demi-circonférence de cercle, on cherche la longueur de chacune de ces deux demi-circonférences par le moyen de leurs diamètres que l'on mesure effectivement. Mais si la courbure de ces deux arcs n'est point celle d'une circonférence de cercle, on mesure leur longueur par le moyen d'une corde; car il n'est pas possible alors de le faire autrement. On ajoute ensuite ensemble ces deux arcs, et l'on prend la moitié de leur somme: à cette moitié on ajoute le double de la hauteur des murs qui soutiennent la voûte dont il s'agit. Enfin, on multiplie cette dernière somme par la longueur de cette voûte; et le produit est le nombre des mesures quarrées qui sont contenues tant dans

dans cette voûte que dans les murs qui la soutiennent.

Ainsi, supposez que le diamètre intérieur LI de la voûte BDH soit de 12 pieds; que la longueur NO de cette voûte soit de 25 toises; que la hauteur AB des murs BO et QE qui la soutiennent, soit de 4 $\frac{1}{2}$ pieds; enfin, que l'épaisseur BL de ces mêmes murs soit de 2 pieds.

Puisque le diamètre intérieur LI est de 12 pieds, et que l'épaisseur BL des murs est de 2 pieds, le diamètre extérieur BH sera de 16 pieds. Ainsi, cherchez de combien doivent être la demi-circonférence d'un cercle qui a 12 pieds de diamètre; et celle d'un autre cercle dont le diamètre est de 16 pieds. Vous trouverez que la première est de 18 $\frac{21}{25}$ pieds; que la seconde en contient 25 $\frac{3}{25}$; et que, par conséquent, la moitié de la somme de ces deux demi-circonférences est de 21 $\frac{49}{50}$ pieds. Ajoutez à cette moitié le double de la hauteur AB, qui est donnée de 4 $\frac{1}{2}$ pieds. Multipliez ensuite la somme 30 $\frac{49}{50}$ pieds par les 25 toises de la longueur NO; et le produit 129 toises 6 pouces sera le nombre des toises quarrées et des pouces quarrés qui sont contenus dans la surface tant de la voûte BDH que des murs BO et QE.

Secondement. Mais, si l'on veut aussi connoître la solidité d'une voûte et des murs qui la soutiennent, alors il faut mesurer la surface de leur *profil*, (1) c'est-à-dire de leur épaisseur, et multiplier ensuite cette surface par leur longueur.

Ainsi, supposez que les dimensions de la voûte BDH et des murs BO et QE soient les mêmes que les précédentes.

Après avoir trouvé, de la même manière dont on vient de le faire, que la demi-somme des deux circonférences ABCHG et NLMIQ du profil NABCHGQ est de 30 $\frac{42}{50}$ pieds, multipliez cette demi somme par les 2 pieds de la largeur BL de ce profil, et le produit 61 $\frac{14}{25}$ sera le nombre des pieds quarrés qui sont contenus dans la surface de ce même profil. Multipliez ensuite cette surface par les 25 toises de la longueur NO; et vous trouverez 43 toises cubes et 2 pouces de toise cube, pour la solidité cherchée.

Remarques. 1. Lorsqu'une voûte n'a pas une même largeur dans toute sa longueur, ce qui arrive lorsque les murs qui la soutiennent ne sont point parallèles, alors, si l'on veut connoître le nombre des toises cubes qui sont contenues dans sa maçonnerie, on ajoute ensemble les surfaces des profils de ses deux bouts; et l'on multiplie la moitié de leur somme par la longueur de la voûte. Or, cette longueur se mesure depuis le milieu de la largeur de cette voûte à l'un de ses bouts, jusqu'au milieu de la

(1) Le profil se nomme aussi *coupe*.

largeur de cette même voûte à son autre bout.

2. Mais, si l'on ne cherchoit à connoître que le nombre des toises quarrées que la maçonnerie de cette même voûte contient, alors on ajouteroit ensemble les quatre circonférences des deux profils; et l'on multiplieroit le quart de leur somme par la longueur, toujours prise du milieu de la largeur de l'un des bouts, jusqu'au milieu de la largeur de l'autre bout, comme on vient de le dire. Il faut observer que chaque circonférence d'un profil ne doit comprendre que la longueur de l'arc, et le double de la hauteur du mur.

3. Enfin, si les arcs ne sont point des demi-circonférences, on se sert d'une corde pour mesurer leur longueur. Mais, lorsqu'ils sont des arcs de cercle, on peut trouver cette longueur, de la même manière dont on a vu que l'on cherche celle d'un secteur, *page* (284).

Mesurer la surface et la solidité d'un pignon, avec celles du mur qui le soutient.

Il faut mesurer la surface et la solidité du pignon ACB, avec celles du mur ABED qui le soutient. Fig. 96.

On mesure effectivement la longueur de la distance du sommet du pignon à sa base, la hauteur du mur, et la largeur du même mur. On multiplie ensuite par cette largeur la somme de la seconde de ces trois longueurs et de la moitié de la première ; et le produit est le nombre des mesures quarrées qui sont contenues dans la surface du pignon proposé et du mur qui le soutient.

Supposez, pour exemple, que la hauteur CI du pignon ACB soit de 2 toises 4 pieds; que la hauteur AD du mur qui le soutient, soit de 34 toises 3 pieds ; et que la largeur DE de ce mur, qui est égale à la base AB du pignon, soit de 8 toises 2 pieds.

Ajoutez aux 34 toises 3 pieds de la hauteur AD, 1 toise 2 pieds pour la moitié de la hauteur CI du pignon ACB: multipliez ensuite la somme 35 toises 5 pieds par la largeur DE qui est donnée de 8 toises 2 pieds ; et le produit 298 toises 3 pieds 8 pouces sera le nombre des toises quarrées, et des pieds et pouces de toise quarrée qui sont contenus dans la surface du pignon et du mur proposés.

Et si l'on vouloit aussi connoître la solidité de ce même pignon et de ce même mur, il faudroit mesurer aussi leur épaisseur. Or, supposez que cette épaisseur soit, par exemple, d'un pied 8 pouces.

On multiplieroit par ces 1 pied 8 pouces les 298 toises 3 pieds 8 pouces que l'on vient de trouver pour la grandeur de la surface ; et le produit 82 toises 5 pieds $8\frac{4}{9}$ pouces, seroit le nombre des toises cubes, et des pieds et pouces de toise cube, qui seroient contenus dans le pignon et le mur proposés.

Mesurer la surface extérieure et la solidité des quatre murs qui forment un pavillon.

Il faut mesurer la surface extérieure et la solidité des quatre murs du pavillon DG. Fig. 97.

Mesurez effectivement la largeur de deux faces adjacentes, et leur hauteur commune: ajoutez ensemble ces deux largeurs, et doublez leur somme: multipliez ensuite ce double par la hauteur commune; et le produit sera le nombre des toises quarrées qui sont contenues dans les quatre surfaces proposées.

Supposez, pour exemple, que les largeurs IH et HG des deux faces adjacentes BI et BG soient, l'une de 40 pieds, et l'autre de 32, les deux faces opposées seront aussi, l'une de 40 pieds, et l'autre de 32. Ainsi, tout le circuit extérieur du pavillon proposé, sera de 144 pieds; c'est-à-dire, de 24 toises. Supposez aussi que la hauteur commune BH soit de 3 toises 2 pieds.

Multipliez les 24 toises du circuit par les 3 toises 2 pieds de la hauteur commune; et le produit 80 sera le nombre des toises quarrées qui sont contenues dans la surface extérieure du pavillon DG.

Si l'on vouloit connoître par le circuit extérieur la grandeur de la surface intérieure, il faudroit soustraire de ce circuit 8 fois l'épaisseur des murs; et multiplier le reste par la hauteur commune. Mais si l'on vouloit, au contraire, trouver par le moyen du circuit intérieur la grandeur de la surface extérieure, alors il faudroit ajouter à ce circuit intérieur 8 fois l'épaisseur des mêmes murs; et multiplier la somme toujours par la hauteur commune.

Enfin, si l'on veut aussi savoir quelle est la solidité des quatre mêmes murailles, il faut ajouter au circuit intérieur le quadruple de l'épaisseur des murs, ou le soustraire du circuit extérieur: multiplier la somme, ou le reste, par cette même épaisseur; et multiplier ensuite par la hauteur commune le produit de cette première multiplication.

Ainsi, supposez que l'épaisseur des murs du pavillon dont il s'agit, soit de 18 pouces.

Des 24 toises du circuit de ce pavillon, soustrayez 4 fois 18 pouces; c'est-à-dire, une toise: multipliez par ces mêmes 18 pouces les 23 toises qui resteront: multipliez ensuite par les 3 toises 2 pieds de la hauteur commune le produit 5 toises 4 pieds 6 pouces de cette première multiplication; et vous trouverez 19 toises cubes et un pied de toise cube pour la solidité que vous vouliez connoître.

Mesurer les surfaces intérieure et extérieure d'un dôme, et sa solidité.

Il faut mesurer les deux surfaces et la solidité du dôme ABC. Fig. 98.

Un dôme est un hémisphère creux, et par conséquent, une espèce de calotte. Ainsi, sa surface concave est égale à celle d'un hémisphère qui auroit le même diamètre que cette surface concave : il en est de même de la surface convexe, elle vaut celle de l'hémisphère dont le diamètre seroit le même que celui de cette surface convexe : enfin, sa solidité est égale à la différence des solidités de ces deux mêmes hémisphères. Or, on a vu ce qu'il faut faire pour mesurer la surface et la solidité d'une sphère.

Supposez, pour exemple, que le diamètre intérieur DE du dôme ABC soit de 6 toises 4 pieds ; et que l'épaisseur AD de sa maçonnerie soit de 16 pouces.

Puisque le diamètre intérieur DE est de 6 toises quatre pieds, et que l'épaisseur AD de la maçonnerie est de 16 pouces, le diamètre extérieur AC sera de 7 toises 8 pouces. Ainsi, cherchez de combien doivent être la surface d'un cercle qui a 6 toises 4 pieds de diamètre ; et celle d'un autre cercle dont le diamètre est de 7 toises 8 pouces. Vous trouverez 34 toises 5 pieds 4 pouces pour la surface du premier ; et 39 toises 4 pieds 2 pouces, pour celle du dernier. Or, le double 69 toises 4 pieds 8 pouces du premier de ces deux nombres, est le nombre des toises quarrées et des parties de toise quarrée qui sont contenues dans la surface intérieure du dôme proposé; et le double 79 toises 2 pieds 4 pouces du dernier de ces deux mêmes nombres, est le nombre des pareilles mesures que la surface extérieure contient.

Pour trouver ensuite la solidité de la *maçonnerie*, multipliez par le diamètre intérieur la surface concave: multipliez de même par le diamètre extérieur la surface convexe: du plus grand des deux produits soustrayez le plus petit; prenez la sixième partie du reste; et cette sixième partie que vous trouverez de 16 toises 3 pieds $4\frac{1}{2}$ pouces, sera le nombre des toises cubes et des parties de toise cube qui sont contenues dans la maçonnerie du dôme proposé.

Mesurer la couverture d'un bâtiment.

Tous les bâtiments sont ordinairement couverts de tuile ou d'ardoise; mais, quelle que soit la matière de leur couverture, on la mesure toujours à la toise quarrée.

Il y a de deux sortes de toits; savoir, des toits *simples*, et des toits en *croupe*.

On appelle toits simples ceux qui s'appuient seulement sur deux pignons. Le toit EDCA, qui n'est soutenu que par le pignon ACB et par le pignon opposé, est un toit simple. Fig. 99.

On donne, au contraire, les noms de toits en croupe, toits *coupés*, et toits à la *mansarde*, à ceux dont chaque face est effectivement coupée en deux parties, dont la supérieure est de beaucoup plus inclinée à l'horizon que l'inférieure. Le toit AGFDCB est un toit en croupe. Fig. 100.

Mais un toit simple, comme un toit en croupe, ne forme jamais que des parallélogrammes AEDC, HFED, etc. des triangles GFH, etc. et des trapèzes AGHB, BHDC, etc. Or, on a vu la manière de mesurer toutes ces sortes de figures. Fig. 99. et 100.

Remarque. Toutes les couvertures de bâtiments se mesurent toujours comme si elles étoient pleines, quoiqu'il s'y rencontre souvent des *lucarnes*.

Les lucarnes sont des ouvertures que l'on fait aux toits pour donner de l'air et du jour. Il y en a de trois sortes, savoir les lucarnes en *œil de bœuf*, les lucarnes *flamandes* ou à *lunettes*, et les lucarnes *demoiselles*.

On les appelle œils de bœuf, lorsqu'elles sont rondes ou ovales; lunettes, lorsqu'elles ont la figure d'une petite fenêtre; et demoiselles, lorsqu'elles sont en triangle.

On les mesure quelquefois séparément; mais le plus souvent on compte 18 pieds quarrés, pour un œil de bœuf ordinaire; une toise quarrée, pour une lucarne flamande qui n'a point de *fronton*; et une toise et demie, aussi quarrée, lorsqu'elle en a un.

Mesurer la maçonnerie d'une cheminée.

Toutes les parties d'une cheminée sont les deux *jambages*, le *manteau* et le *tuyau*. On les mesure à la toise quarrée.

Les deux jambages sont deux prismes
Fig. 101. rectangles A*i* et *c*C; mais dont on ne considère point l'épaisseur. Ainsi, pour connoître le nombre des toises quarrées qu'ils contiennent, on multiplie par leur hauteur commune A*i* la somme de leurs bases; c'est-à-dire, des distances des points A et C au gros mur contre lequel la cheminée est appuyée.

Pour trouver le nombre des pareilles mesures qui sont contenues dans la partie B*c* du *manteau*, on multiplie sa longueur BD par sa largeur B*o*.

Enfin, pour savoir combien le tuyau *o*H contient de pareilles toises, soustrayez de son circuit le double de l'épaisseur de ce même tuyau; et multipliez le reste par la hauteur GE. Mais on ne fait point cette soustraction lorsqu'il ne s'agit que de peinture.

A l'égard des *âtres* ou *foyers* qui sont la partie du plancher sur laquelle on fait du feu, on l'évalue à un tiers de toise quarrée.

Mesurer la surface et la solidité d'une colonne.

Il faut mesurer la surface et la solidité de la colonne AC. Fig. 102. et 103.

Si les colonnes étoient d'une même grosseur dans toute leur longueur, elles seroient des cylindres. Ainsi, l'on mesureroit leur surface et leur solidité, comme nous avons dit qu'il falloit mesurer celles de ces sortes de figures.

Mais elles diminuent ordinairement de grosseur; les unes, depuis une certaine hauteur jusqu'à leur sommet; et les autres, depuis cette certaine hauteur jusqu'à leur sommet, d'un côté; et de l'autre, jusqu'à leur base.

Or, *premièrement*, si la colonne AC dont on veut mesurer la surface et la solidité est d'une grosseur égale depuis sa base AB jusqu'à la hauteur, par exemple, GH, et diminue ensuite de grosseur depuis cette hauteur jusqu'au sommet DC; alors la partie AH de cette colonne est un cylindre; et l'on considère son autre partie GC comme si elle étoit un cône tronqué. Ainsi, l'on mesure la surface et la solidité de la partie AH, de la même manière dont on mesure la surface et la solidité d'un cylindre; mais à l'égard de la partie Fig. 102.

GC, on en mesure la surface et la solidité comme on mesure la surface et la solidité
Fig. 103 d'un cône tronqué.

Secondement. Si la colonne AC dont on veut connoître la solidité, diminue de grosseur depuis EF, qui est ordinairement le tiers de la hauteur, et de part et d'autre jusqu'à la base AB et au sommet DC, alors on considère les deux parties AF et FD comme si elles étoient deux cônes tronqués; et l'on mesure leur surface et leur solidité de la même manière dont on mesure la surface et la solidité de ces sortes de cônes.

Remarque. Comme on ne diminue pas
Fig. 103. ordinairement de beaucoup la grosseur d'une colonne AC qui sert à soutenir le faîtage d'un bâtiment, on peut alors, sans craindre de faire une erreur qui puisse être de quelque conséquence, considérer les parties AF et FD de ces sortes de colonnes, comme si ces parties étoient des cylindres qui auroient pour base, l'un le cercle GH, qui divise la hauteur AE en deux parties égales AG et GE; et l'autre le cercle IK, qui partage de même en deux parties égales EI et ID la hauteur ED.

Mesurer un atelier.

Fig. 104. Il faut mesurer l'atelier ABDC.

On donne le nom d'*ateliers* aux endroits dont on a enlevé la terre pour la transporter ailleurs. Or, lorsque l'on veut connoître la quantité de cette terre, c'est le vide même qu'elle a laissé qu'il faut mesurer; par la raison que la terre occupe beaucoup plus de place après avoir été remuée, qu'elle n'en occupoit auparavant. Mais, afin que l'on puisse le faire avec autant de précision que ces sortes de mesurages en sont susceptibles, les terrassiers ont soin de laisser dans tous les endroits où le terrein qu'ils creusent a le plus de hauteur, et dans tous ceux où il en a le moins, des espèces de piliers de terre E, F, etc. que l'on appelle des *témoins*, et dont l'exemple suivant fait voir l'usage.

Ainsi, supposez que la base AD d'un atelier que l'on veut mesurer soit un parallélogramme dont la longueur soit, par exemple, de 59 toises 4 pieds; et la largeur, de 43 toises 2 pieds. Supposez aussi que la hauteur du témoin E soit de 4 toises 1 pied 7 pouces; celle du témoin F, de 3 toises 2 pieds 3 pouces; enfin, celle du témoin G, de 2 toises 5 pieds 2 pouces.

Ajoutez ensemble les hauteurs de ces témoins, et divisez la somme par leur nombre, qui dans cet exemple est le nombre 3. Les 3 toises 3 pieds que vous trouverez pour quotient, seront la hauteur moyenne de l'atelier proposé.

Cette préparation étant faite, multipliez par les 43 toises 2 pieds de la largeur du parallélogramme AD les 59 toises 4 pieds de sa longueur; le produit 2.585 toises

3 pieds 4 pouces, sera le nombre des toises quarrées et des parties de toise quarrée qui sont contenues dans la surface de ce parallélogramme : multipliez ensuite par les 3 toises 3 pieds de la hauteur moyenne le produit de cette première multiplication; et le nombre 9.049 toises 2 pieds 8 pouces, que vous trouverez par cette seconde multiplication, sera celui des toises cubes et des parties de toise cube qui sont contenues dans l'atelier ABDC; et par conséquent dans la terre qui en aura été enlevée.

Mesurer un rempart.

On appelle *rempart* cette masse de terre que l'on élève autour d'une place de guerre, non-seulement pour empêcher l'ennemi d'y pénétrer, mais encore pour mettre ceux qui la défendent à portée de le découvrir dans la campagne, et de tirer sur lui d'aussi loin que leurs armes peuvent porter.

Il est composé d'un terre-plein, qui est le terrein sur lequel on marche; et de deux talus qui empêchent la terre de s'ébouler. L'un est intérieur, et l'autre est extérieur; mais lorsque le rempart est revêtu de maçonnerie, le talus extérieur est peu considérable relativement au talus intérieur.

Un rempart ne forme que des *bastions* et des *courtines*. Or, comme tous ces ouvrages sont pareils, il suffit de savoir comment on mesure la moitié d'un bastion et d'une courtine, pour avoir une connoissance assez générale de la manière dont on toise toutes les différentes parties d'une fortification. Au surplus, ce toisé concerne particulièrement les ingénieurs.

Supposez donc que la fig. ABCDEFA soit le plan de la moitié d'un bastion et d'une courtine; la partie comprise entre les parallèles HMVQ et BCDE, sera la base du talus extérieur: la partie comprise entre les parallèles AF et GI, sera la base du talus intérieur; et le reste de la figure sera la base du terre-plein. Fig. 105.

Or, si l'on divise la base du talus extérieur en trois rectangles BO, NS et TQ, deux trapèzes CM et ST, et un triangle RQE; les parties du talus qui seront sur ces rectangles, seront des prismes dont chacun aura pour l'un de ses côtés celui de ces rectangles auquel il correspondra; et pour base, un triangle rectangle de même hauteur que le rempart, et dont la base sera la largeur commune HB de ce même talus.

La partie du talus qui sera sur le trapèze CM, sera les deux tiers d'un prisme qui aura aussi la même hauteur que le rempart, et ce trapèze pour base.

Enfin, la partie du talus qui sera sur le trapèze ST, et celle qui sera sur le triangle RQE, seront deux pyramides qui auront aussi chacune la même hauteur que le rempart; et dont les bases seront le trapèze ST pour la première, et le triangle RQE pour la dernière.

Pareillement, si l'on divise le talus intérieur AI en un rectangle GF et un triangle FKI, la partie du talus qui sera sur ce rectangle, sera un prisme qui aura ce même rectangle pour l'un de ses côtés, et dont la base sera un triangle rectangle de même hauteur que le rempart, et dont la base sera la largeur AG de ce même talus.

La partie du talus qui sera sur le triangle FKI, sera une pyramide de même hauteur que le rempart, et qui aura ce triangle pour base.

Enfin, le terre-plein qui sera sur le polygone irrégulier GHMVQIG, sera une espèce de prisme qui aura ce polygone pour base, et dont la hauteur sera celle que nous venons toujours de nommer *hauteur du rempart*.

Or, on a vu la manière de mesurer toutes ces espèces de solides.

Remarque. On peut voir, par ce que nous venons de dire, comment on doit s'y prendre pour toiser un *parapet* avec sa *banquette*, les terres d'un fossé et d'un *glacis*, la maçonnerie d'un rempart, etc. Mais c'est aux ingénieurs à faire une étude particulière du toisé de tous ces ouvrages.

Mesurer la capacité d'un tonneau.

Il faut mesurer la capacité du tonneau ABDE. Fig. 106.

Jauger un tonneau, c'est-à-dire en mesurer la capacité, c'est chercher combien de fois il contient une certaine mesure que l'on nomme assez généralement une *pinte*. Mais comme la grandeur de la pinte est différente suivant les différents endroits, il faudra toujours, lorsque l'on aura quelque *jaugeage* à faire, s'informer de la capacité de la mesure dont on devra se servir. La pinte de Paris est de 48 pouces cubes.

Si tous les tonneaux étoient semblables, il seroit facile, lorsque l'on connoîtroit la capacité d'un seul, de trouver celle de chacun des autres, puisqu'ils seroient alors entr'eux comme les cubes de leurs côtés pareils. Mais ils ont presque tous des figures différentes; et s'ils paroissent quelquefois ressembler les uns à deux cônes tronqués, et les autres à des sphéroïdes aussi tronqués, la ressemblance n'est jamais suffisante pour que l'on puisse les prendre effectivement pour ces sortes de solides. Ainsi, la Géométrie ne peut point donner de règles certaines pour les mesurer exactement; et par conséquent, on est forcé de se contenter d'un à-peu-près, que l'on trouve de la manière suivante.

Supposez que la longueur GH du tonneau ABDE, comprise entre ses deux fonds, soit de 51 pouces : supposez aussi que les diamètres AB et ED de ces deux mêmes fonds, soient chacun de 16 pouces ; et que la plus grande grosseur FC qui est ordinairement vers le bondon, soit de 22 pouces.

Prenez pour grosseur moyenne la moitié 19 de la somme 38 de la plus grande et de la plus petite grosseur ; et cherchez de combien doit être la surface d'un cercle qui a 19 pouces de diamètre : multipliez ensuite par la longueur GH qui est donnée de 51 pouces, les $283 \frac{77}{100}$ pouces quarrés que vous trouverez pour la grandeur de cette surface : enfin, divisez par les 48 pouces que la pinte de Paris contient, les $14.452 \frac{117}{100}$ pouces cubes qui résulteront de cette multiplication ; et le nombre 301 et presque $\frac{1}{10}$ que vous trouverez pour quotient, sera le nombre des pintes de Paris qui sont contenues dans le tonneau proposé.

Mais, comme cette manière de mesurer la capacité d'un tonneau exige un certain temps et un certain calcul, on a inventé en faveur des *jaugeurs*, un instrument avec lequel on peut trouver cette capacité très-promptement, et par un calcul très-facile.

Cet instrument, auquel on a donné le nom de *jauge*, consiste en une verge de fer IKLM qui est recourbée par l'un de ses bouts; et dont l'une des faces est divisée en parties égales, et l'autre l'est en parties inégales. Or, pour trouver la longueur de chacune de ces différentes parties, voici la manière dont on s'y prend. Fig. 107.

On verse une pinte d'eau, ou de toute autre liqueur, dans un vase cylindrique et parfaitement régulier OPQR; et l'on mesure le plus exactement qu'il est possible, le diamètre intérieur OR de ce vase, et la *hauteur OS à laquelle l'eau y aura* monté. On cherche ensuite sur la face de la jauge, qui est sous la partie ML, un point N qui réponde perpendiculairement à l'extrémité M de cette partie; et en commençant à compter de ce point, on prend sur cette face autant de parties N*a*, *ab*, *bc*, etc. égales chacune à la hauteur OS que cette même face peut le permettre. Cette face sera celle à laquelle on donnera le nom de *côtés des hauteurs*.

Pour trouver ensuite la longueur de chacune des autres parties, on tire une ligne droite et indéfinie VZ, et l'on élève à cette ligne une perpendiculaire VX. On prend sur cette même ligne, sur cette perpendiculaire et sur l'autre face de la jauge, les parties V1, VX et I*d*, égales chacune au diamètre OR. Cela étant fait, on tire du point X au point 1 la ligne droite X1, et l'on prend sur la ligne VZ et sur la jauge, les parties V2 et I2, égales chacune à cette ligne X1 : on tire du point X au point 2 la ligne droite X2, et l'on prend sur la ligne VZ et sur la jauge, les parties V3 et I3, égales chacune à cette ligne V2 : on tire du point X au point 3 la ligne droite V3, et l'on prend sur la ligne VZ et sur la jauge, les parties V4 et I4, égales chacune à cette ligne X3. Enfin, on continue de la même manière à trouver autant de divisions inégales qu'on le croit nécessaire. Les parties I2, I3, I4, etc. seront les diamètres des bases doubles, triples, quadruples, etc. de la base qui a la partie I*d* pour diamètre; et l'on donne à cette dernière face le nom de *côtés des diamètres*.

La jauge étant ainsi construite, on s'en sert de la manière suivante.

Fig. 106. On applique sur la longueur GH du tonneau proposé, la jauge IKLM, de manière que le bout M du crochet ML touche l'un des deux fonds, par exemple, le fond AB; et l'on remarque à quel nombre du côté des hauteurs répond le fond opposé ED. On pose ensuite successivement le bout I de la jauge sur les points A et E des parties des douves qui sortent hors des fonds, et l'on observe à quel nombre du côté des diamètres répondent les points B et D qui sont diamétralement opposés aux points A et E. Enfin, on fait entrer dans le tonneau, par l'ouverture C du bondon, une partie de la même jauge,

jusqu'à ce que le même bout I s'appuie sur le point F qui est diamétralement opposé à cette ouverture ; et l'on examine aussi à quel nombre du même côté des diamètres répond le point C.

Or, supposez que par ce mesurage on ait trouvé le nombre 15 pour la longueur GH ; le nombre 16, pour chacun des petits diamètres AB et ED ; enfin le nombre 26, pour le plus grand diamètre FC.

On ajoute ensemble le plus grand et le plus petit diamètres, c'est-à-dire, les nombres 26 et 16 ; on multiplie ensuite la moitié 21 de leur somme par le nombre 15 des hauteurs ; et le produit 315 est le nombre des pintes qui sont contenues dans le tonneau proposé.

Remarque. Les tonneaux qui servent pour les liqueurs ont des noms différents et des grandeurs différentes, selon les différents pays.

A Paris on les nomme *muids* ; et l'on y divise chaque muid en deux *demi-muids* ; chaque demi-muid en deux *quartauts*, et chaque quartaut en deux *demi-quartauts*.

On y divise aussi le muid en 36 *setiers* qui contiennent chacun 8 *pintes*. Or, la pinte contient 2 *chopines*, la chopine 2 *demi-setiers*, et le demi-setier 2 *poissons*. Ainsi, le muid de Paris contient 288 pintes.

En Bourgogne, les tonneaux se nomment des *queues*. Chaque queue contient deux muids, que l'on appelle aussi des *poinçons*; chaque poinçon contient 2 *feuillettes*, et chaque feuillette 9 setiers. Ainsi, chaque feuillette contient 72 pintes, chaque poinçon 144 pintes, et chaque queue 288 pintes.

La demi-queue de Baune contient 28 setiers et 6 pintes; et par conséquent 230 pintes.

La demi-queue d'Orléans contient 30 setiers, et par conséquent 240 pintes.

La demi-queue de Champagne ne contient que 24 setiers; et par conséquent elle n'est que de 192 pintes.

Enfin, dans l'Anjou, on donne le nom de *pipe* aux tonneaux. La pipe contient 54 setiers, et se divise en deux demi-pipes, que l'on appelle des *bussarts*. Ainsi, chaque pipe contient 432 pintes, et chaque bussart 216.

ARTICLE III.

Du Toisé des Bois de charpente, suivant la coutume de Paris.

DÉFINITIONS.

Tous les bois qui sont destinés à la construction des bâtiments, se nomment *bois de charpente*; et l'on appelle *charpente* les ouvrages qui en sont construits. Toutes les pièces de ces sortes de bois ont chacune, avant que d'être mises en œuvre, une longueur qui est déterminée; et quelque partie que l'on soit obligé d'en couper pour les employer, elles sont toujours comptées au charpentier pour être de cette même longueur déterminée, afin que les parties qui en auront été retranchées ne soient point antant de perte pour lui.

Chaque pièce de bois de charpente est toujours taillée quarrément; et par conséquent elle a toujours quatre faces dans toute sa longueur. Ainsi, lorsqu'elle n'a point de *flaches* (1), et que les surfaces de ses deux bouts sont également longues et également larges, elle est un parallélipipède rectangle CF, dont la ligne AF est Fig. 108.
la longueur; la ligne AB, la largeur; et la ligne BC, l'épaisseur.

Cette manière dont tous les bois de charpente sont taillés, fait qu'on les appelle aussi bois *quarrés*, et bois *équarris* ou *refaits*; et que l'on donne à leur grosseur le nom d'*équarrissage*. Ainsi, pour exprimer la grosseur d'une pièce de bois de charpente, on dit qu'elle a *tant* d'équarrissage; ou, pour le faire encore plus particulièrement, on dit qu'elle en a *tant* sur *tant*.

(1) On dit d'une pièce de bois qu'elle a des *flaches* lorsqu'elle a des inégalités, ou lorsqu'elle est vermoulue.

On n'appelle cependant bois *quarrés*, que ceux dont l'équarrissage est au moins de 6 pouces. Ceux qui en ont moins se nomment bois de *sciage*, lorsqu'ils ont été équarris à la scie; et bois de *brin*, lorsqu'ils l'ont été à la hache. Les bouts de ces derniers ne sont presque jamais égaux.

Les bois dont la largeur est plus grande que l'épaisseur, se nomment bois *mi-plats*. On les appelle aussi bois *à deux faces*, parce qu'ils n'ont que leurs faces opposées qui soient égales.

On donne le nom d'*aubier* ou de *bois-blanc*, au nouveau bois qui pendant le cours de chaque année se forme autour de l'ancien, et augmente la grosseur de l'arbre.

Les bois en *grume* sont ceux qui ont encore leur écorce. Ils servent ordinairement à faire des pilotis.

Enfin, on appelle *redants*, les parties d'une pièce de bois, qui ont moins de grosseur que cette pièce, et que l'on n'a point enlevées en l'équarrissant; mais on dit qu'elle est *cariée*, lorsqu'elle est gâtée ou pourrie.

Des qualités que le bois doit avoir pour être mis en œuvre.

De toutes les différentes espèces de bois, c'est le chêne qui, par la fermeté de sa

consistance,

consistance, est le plus propre pour les bâtiments. On l'y emploie également bien pour la charpente des toits, pour les poutres, les solives, les boiseries, etc. Il est aussi très-bon pour le pilotage, parce qu'il se durcit dans l'eau et s'y conserve très-long-temps. On sait par expérience, que s'il a été coupé dans une saison convenable, sa durée est de cinq à six cents ans, lorsqu'il est employé dans un bâtiment qui n'est point trop exposé aux injures du temps; et de douze à quinze cents lorsqu'il sert au pilotage.

On prétend qu'un chêne est cent années à croître, et cent années dans son état de perfection; mais qu'ensuite il ne fait plus que dépérir. Ainsi, pour être mis en œuvre, il ne doit avoir ni moins de cent ans, ni plus de deux cents. Dans le premier cas, il est trop gras, et il a trop de force et de feu, ce qui est souvent cause qu'il se fend d'un bout à l'autre. Dans le second, comme il commence à manquer de nourriture, il se dessèche, s'échauffe, et se gâte en très-peu de temps.

Or, pour savoir l'âge qu'un arbre peut avoir, on le fait scier perpendiculairement à sa tige; et l'on compte ensuite le nombre des cercles qui paroissent sur la coupe de l'une ou de l'autre de ses deux parties. Comme chaque sève produit une nouvelle enveloppe, il se forme chaque année un nouveau cercle; et par conséquent, un arbre a toujours autant d'années que l'on compte de cercles depuis le centre de sa coupe jusqu'à l'écorce. On peut remarquer que les cercles sont toujours plus distincts du côté qui étoit vers le nord, que de celui qui regardoit le midi; par la raison que la végétation est toujours plus lente du côté qui est le plus exposé au froid.

Les arbres qui sont situés à l'orient ou au nord sont les meilleurs: les plus mauvais, au contraire, sont ceux dont la situation les expose à l'humidité des vents qui soufflent de l'occident.

L'hiver est la saison la plus convenable pour abattre les arbres dont on veut faire du bois de charpente. C'est durant les mois de décembre, de janvier et de février qu'ils ont le moins de sève: ainsi, c'est le bois de ceux qui auront été abattus pendant le cours de ces trois mois, qui sera le moins sujet à se gâter. D'ailleurs, l'aubier est alors plus ferme que dans toute autre saison, et fait plus de corps avec l'ancien bois.

Les arbres nouvellement abattus ne sont point propres à être mis en œuvre. Il faut leur donner au moins trois ou quatre mois de temps pour se raffermir et jeter toute leur eau. On peut cependant les employer plutôt lorsqu'on a pu les laisser debout.

Enfin, pour qu'une pièce de bois soit

d'une bonne qualité, il faut qu'elle ne soit point grasse, qu'elle n'ait que peu d'aubier et peu de nœuds; sur-tout qu'elle soit de droit fil; et qu'en approchant l'oreille de l'un de ses bouts, et en faisant frapper sur l'autre avec un doigt, on entende un son clair. C'est ce son qui fait connoître si le bois est sain et d'une ferme consistance.

Les personnes qui desireront en savoir davantage sur cette matière, pourront consulter le *Traité général des bois de charpente*, par M. Mesange.

De la manière de mesurer la solidité d'une pièce de bois de charpente.

Mesurer une pièce de bois de charpente, c'est chercher combien cette pièce contient de solides égaux chacun à un certain prisme rectangle qui a une toise de longueur sur 72 pouces d'équarrissage, et auquel on a donné le nom de *solive*. Ainsi, une solive contient 3 pieds cubes, qui font 5.184 pouces cubes; et par conséquent, elle est la 72ᵉ partie d'une toise cube. Chaque solive se divise en 6 parties égales, que l'on appelle *pieds de solives*, et qui ont chacune une toise de longueur sur 12 pouces d'équarrissage. Chaque pied de solive se subdivise en 12 parties égales, que l'on nomme *pouces de solives*, et qui ont chacune une toise de longueur sur un pouce d'équarrissage ; et ainsi de suite.

On vient de voir qu'une pièce de bois de charpente est un prisme. Ainsi, pour en connoître la solidité, on multiplie la surface de la base de cette pièce par sa longueur ; et le produit est le nombre des toises cubes et des parties de toise cube qui sont contenues dans cette même pièce.

Mais la toise cube n'est point la mesure des bois de charpente. On n'exprime leur solidité que par le nombre des solives qu'ils contiennent. Ainsi, après avoir trouvé le nombre des toises cubes qui détermine cette solidité, il faut absolument changer ce nombre de toises cubes en un autre nombre qui exprime combien toutes ces toises cubes valent de solives. Or, de toutes les manières de le faire, la suivante est la plus simple.

On réduit en pouces chacune des dimensions de la pièce que l'on veut mesurer ; et l'on divise ensuite par 5.184 le produit de toutes ces dimensions.

Supposez, pour exemple, que l'on veuille savoir combien il y a de solives dans une pièce de bois de charpente qui contient 31 pieds de longueur ; et 14 pouces sur 20 d'équarrissage.

On multiplie l'une par l'autre les deux dimensions de l'équarrissage ; c'est-à-dire, 14 pouces par 20 pouces ; ce qui produit 280 pouces quarrés : on change ensuite en 372 pouces les 31 pieds de la longueur, et l'on multiplie par ces derniers pouces les 280 pouces précédents; ce qui donne ce second produit 104.160 pouces cubes: enfin, on divise par 5.184 ce dernier produit; et le quotient 20 solives 0 pieds 6 pouces et 8 lignes, sont le nombre des solives et des parties de solive qui sont contenues dans la pièce proposée.

Autre Exemple. On demande combien il y a de solives dans une poutre qui a 52 pieds de longueur, et 15 pouces sur 17 d'équarrissage.

On multiplie l'une par l'autre les deux dimensions 15 et 17 de l'équarrissage; ce qui produit 255 pouces quarrés: on change ensuite en 624 pouces les 52 pieds de la longueur, et l'on multiplie par ces 624 pouces les 255 pouces précédents; ce qui donne ce second produit 159.120 pouces cubes: enfin, on divise par 5.184 ce dernier produit; et le quotient 30 solives 4 pieds 2 pouces, est le nombre des solives demandé.

Mesurer la solidité d'une pièce de bois en grume.

Une pièce de bois en grume, c'est-à-dire, qui a encore son écorce, est ordinairement un cône tronqué; parce que les cercles de ses deux bouts sont rarement égaux. Or, comme il faudra, pour l'équarrir, enlever une partie de son bois, on ne doit point comprendre cette partie dans la solidité. Par conséquent, on ne doit compter pour équarrissage, que la surface du quarré qui seroit inscrit dans un cercle dont la circonférence seroit celle de cette même pièce prise au milieu de sa longueur; et c'est par cette raison que, pour trouver la solidité d'une pièce de ces sortes de bois, on la cherche de la manière suivante.

Avec une chaîne ou avec une corde, on mesure effectivement la circonférence de cette pièce prise au milieu de sa longueur; et l'on cherche de combien de pouces doit être le diamètre de cette circonférence: on forme ensuite le quarré de ce diamètre; et l'on prend la moitié de ce même quarré: on multiplie cette moitié par le nombre des toises de la longueur de cette même pièce: enfin, on divise par 72 le produit de cette multiplication; et le quotient exprime le nombre des solives qui sont contenues dans la pièce dont on vouloit connoître la solidité.

Supposez, pour exemple, que l'on veuille trouver la solidité d'une pièce de bois en grume, dont la longueur est de 51 pieds, et dont la circonférence, mesurée au milieu de cette longueur, est de $78\frac{1}{2}$ pouces.

On cherche de combien de pouces doit être le diamètre d'un cercle qui en a $78\frac{1}{2}$

de circonférence, et l'on trouve qu'il est de 25 pouces: on forme le quarré 625 de ce nombre, et l'on prend la moitié $312\frac{1}{2}$ de ce quarré: on change en $8\frac{1}{2}$ toises les 51 pieds de la longueur; et l'on multiplie par ces $8\frac{1}{2}$ toises les $312\frac{1}{2}$ pouces précédents: enfin, on divise par 72 le produit $2.656\frac{1}{4}$ de cette multiplication; et le quotient 36 solives 5 pieds 4 pouces 3 lignes est le nombre des solives et des parties de solive qui sont contenues dans la pièce proposée.

Si, pour faire la multiplication, on avoit réduit en pouces les 51 pieds de la longueur, il auroit fallu diviser par 5.184 le produit qui en auroit résulté.

Remarques. 1. Lorsqu'une pièce de bois de charpente qu'il faut mesurer a des redants, on mesure séparément chaque redant et chaque partie interposée. On ajoute ensuite ensemble les résultats de tous ces toisés particuliers.

2. Si une pièce est cariée, on rabat non-seulement les parties cariées, mais aussi tout le bois sain qui répond à ces parties cariées.

3. Enfin, lorsqu'une pièce n'a point le même équarrissage à chacun de ses bouts, on ajoute ordinairement ensemble les deux équarrissages; et l'on prend la moitié de leur somme, pour servir d'équarrissage moyen. Mais cette manière est peu exacte; et le plus juste est de mesurer l'équarris-

sage de ces sortes de pièces au milieu de la longueur de ces mêmes pièces.

TABLES de la réduction des bois équarris.

QUOIQUE les calculs qu'il faut faire pour trouver la solidité des bois équarris n'aient aucune difficulté, comme on peut en juger par les exemples que nous venons de proposer, cependant plusieurs personnes aiment mieux trouver cette solidité toute calculée, ou n'avoir, pour la connoître, que quelques nombres à additionner. Ainsi, M. Mesange a composé en leur faveur trois différentes Tables qui s'entre-aident réciproquement, et dans lesquelles on trouve ces calculs tout faits. La première contient les solidités des différentes pièces de bois équarris, exprimées par solives, pieds, pouces et lignes de solive. La seconde contient les solidités des pièces qui n'ont qu'une toise de longueur, et dont les équarrissages sont depuis 1 pouce sur 12, jusqu'à 12 sur 25. Enfin, la dernière comprend tous les pouces de solive, depuis 12 jusqu'à 7.488, réduits en solives et pieds de solive. Nous allons les donner l'une après l'autre, en les faisant précéder chacune par la manière de s'en servir.

Manière de se servir de la première Table.

Chaque page de cette Table est divisée en deux parties, dont chacune est subdivisée en deux colonnes. La plus étroite de ces deux colonnes contient les longueurs des pièces, depuis 1 pied de longueur jusqu'à 60 pieds ; et l'équarrissage de ces mêmes pièces est écrit au haut de chacune de ces deux parties. Dans la colonne adjacente, et vis-à-vis de chaque longueur, on trouve le nombre des solives, des pieds, des pouces et des lignes de solive que contient la pièce à laquelle cette longueur appartient. Enfin, au bas de cette même colonne, on a marqué la solidité qui convient à la longueur d'un quart de pied, à celle d'un demi-pied, et à celle de trois quarts de pied.

Comme il faut quelquefois mesurer de certaines membrures, des planches ou d'autres bois de sciage, cette Table commence par les pièces qui n'ont qu'un pied de longueur, et 2 pouces sur 2 pouces de grosseur ; et elle s'étend jusqu'aux pièces qui ont 60 pieds de longueur, et 24 pouces sur 24 pouces d'équarrissage ; n'y ayant guère de pièces qui soient plus longues, ni qui aient plus de grosseur.

Le premier des quatre exemples suivants va faire voir comment on doit chercher dans cette Table la solidité d'une pièce dont la longueur et l'équarrissage y sont marqués; et les trois derniers apprendront la manière de trouver, par le moyen de cette même Table, la solidité d'une pièce dont ni la longueur ni la grosseur n'y est comprise.

Premier Exemple. Il faut trouver la solidité d'une pièce de bois de charpente qui a 13 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 7 pouces sur 11.

On cherche dans la Table l'équarrissage de 7 pouces sur 11; et vis-à-vis de la longueur de 13 pieds, on y trouve 2 *solives* 1 *pied* 10 *pouces et* 10 *lignes*, pour le nombre des solives et des parties de solive qui sont contenues dans la pièce proposée.

Pareillement, si l'on veut connoître la solidité d'une pièce qui a 54 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 15 pouces sur 18.

On cherche dans la Table l'équarrissage de 15 pouces sur 18; et vis-à-vis de la longueur de 54 pieds, on y trouve 33 *solives* 4 *pieds et* 6 *pouces* pour la solidité cherchée.

Enfin, si l'on demande quelle est la solidité d'une pièce qui a 17¼ pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 21 pouces sur 23.

On cherche dans la Table l'équarrissage de 21 pouces sur 23; et vis-à-vis de la longueur de 17 pieds, on y trouve 19 *solives* o *pieds* o *pouces et* 6 *lignes*, pour la solidité d'une pièce de cette longueur. Mais, comme la pièce proposée a $\frac{3}{4}$ de pied de longueur de plus qu'une pièce dont la longueur n'est que de 17 pieds, il faut ajouter à la solidité de cette première pièce, 5 *pieds* o *pouces et* $4\frac{1}{2}$ *lignes*, que l'on trouve au bas de la même colonne pour la solidité de ces $\frac{3}{4}$ de pied. Ainsi, l'on aura 19 *solives*, 5 *pieds*, o *pouces et* $10\frac{1}{2}$ *lignes*, pour la solidité demandée.

Second Exemple. On propose de trouver la solidité d'une pièce de charpente qui a 45 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 12 pouces sur 16.

On trouve bien dans la Table l'équarrissage de 12 pouces sur 16; mais la longueur de 45 pieds n'y est point. Ainsi, il faut partager cette longueur en deux autres que l'on puisse y trouver, et qui seront, par exemple, 42 pieds et 3 pieds. Alors, on considère la pièce de 45 pieds comme si elle étoit de deux pièces qui auroient chacune le même équarrissage de 12 pouces sur 16; mais dont l'une seroit de 42 pieds de longueur, et dont l'autre n'en auroit que 3. Or, on trouve dans la Table, vis-à-vis de 42 pieds de longueur, 18 *solives et* 4 *pieds* pour la solidité d'une pièce de cette longueur; et 1 *solive* et 2 *pouces*, vis-à-vis de 3 pieds de longueur, pour la solidité d'une pièce de cette dernière longueur. Ainsi, l'on ajoute ensemble ces deux solidités; et leur somme 20 *solives*, est le nombre de celles qui sont contenues dans la pièce proposée.

On voit, par cet exemple, que si l'on proposoit de trouver la solidité d'une pièce de bois de charpente qui auroit plus de 60 pieds de longueur, il faudroit partager cette pièce en deux autres dont la longueur de chacune fût contenue dans la Table; et l'on chercheroit ensuite, par le moyen de cette même Table, la solidité de chacune de ces deux pièces. La somme de ces deux solidités seroit le nombre des solives et des parties de solive qui seroient contenues dans la pièce proposée.

Troisième Exemple. On propose de trouver la solidité d'une pièce de bois de charpente qui a 48 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 23 pouces sur 33.

On trouve dans la Table les longueurs de 48 pieds; mais on n'y trouve point l'équarrissage de 23 pouces sur 33.

Pour savoir ce que l'on doit faire en de pareilles circonstances, il faut considérer que l'équarrissage d'une pièce de bois de charpente est un rectangle qui a pour longueur la largeur de cette pièce; et pour hauteur, l'épaisseur de cette même pièce. Ainsi, l'équarrissage proposé est un rectangle qui a 33 pouces de longueur sur 23 pouces de largeur. Or, comme on trouve dans la Table un équarrissage de 23 pouces sur 23 pouces, on voit que si d'un point pris sur la longueur de ce rectangle, à 23 pouces de distance de l'un des bouts de cette longueur, on tiroit une parallèle à la largeur, on diviseroit ce rectangle en deux autres, dont l'un auroit 23 pouces de longueur sur autant de largeur; et dont l'autre auroit 10 pouces de largeur sur 23 pouces de longueur. Par conséquent, la pièce proposée peut être considérée comme si elle étoit de deux pièces qui auroient chacune 48 pieds de longueur; mais dont la première auroit 23 pouces sur 23 pouces d'équarrissage, et dont l'équarrissage de la seconde seroit de 10 pouces sur 23. Or, on trouve dans la Table 58 *solives* 4 *pieds et* 8 *pouces* pour la solidité d'une pièce qui a 48 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 23 pouces sur 23 pouces.

Il s'agit à présent de trouver la solidité de la seconde pièce; c'est-à-dire, de celle qui a 48 pieds de longueur; et dont l'équarrissage est de 10 pouces sur 23. Or, cet équarrissage n'est point encore dans la Table; mais comme on y trouve celui de 10 pouces sur 10 pouces, on voit que si d'un point pris sur la longueur du second rectangle, à 10 pouces de distance de l'un des bouts de cette longueur, on tiroit une parallèle à la largeur, on diviseroit ce rectangle en deux autres dont l'un auroit 10 pouces de longueur sur autant de largeur; et dont l'autre auroit 10 pouces de largeur sur 13 pouces de longueur. Par conséquent, cette seconde pièce peut être considérée comme si elle étoit composée de deux autres qui auroient chacune 48 pieds de longueur; mais dont la première auroit 10 pouces sur 10 pouces d'équarrissage; et dont celui de la seconde seroit de 10 pouces sur 13 pouces. Or, on trouve dans la Table 11 *solives* 0 *pieds et* 8 *pouces*, pour la solidité d'une pièce qui a 48 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 10 pouces sur 10 pouces. On y trouve aussi 14 *solives* 2 *pieds et* 8 *pouces* pour la solidité d'une autre pièce qui a 48 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 10 pouces sur 13.

Ainsi, l'on ajoute ensemble ces trois solidités; et l'on trouve 84 *solives et* 2 *pieds* pour la solidité demandée.

Quatrième Exemple. On propose de trouver la solidité d'une pièce de bois de charpente qui a 31 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 14 pouces sur 20.

Cet équarrissage ni cette longueur n'est point dans la Table. Ainsi, conformément à ce que l'on vient de voir dans les deux exemples précédents, on prend pour équarrissage celui de 10 pouces sur 14, et pour longueurs celle de 15 pieds et celle de 16 pieds, qui sont un équarrissage et deux longueurs qui s'y trouvent. Par ce moyen, la pièce proposée est considérée comme si elle étoit de 4 pièces; savoir, de deux qui auroient chacune 15 pieds de longueur, et 10 pouces sur 14 d'équarrissage; et de deux autres qui auroient chacune 16 pieds de longueur, et le même équarrissage que chacune des deux précédentes. Or, on trouve 4 *solives* 5 *pieds et* 2 *pouces* pour la solidité de chacune des deux premières; et 5 *solives* 1 *pied* 1 *pouce et* 4 *lignes* pour celle de chacune des deux dernières. Ainsi, l'on ajoute ensemble ces deux solidités, on double leur somme; et l'on trouve 20 *solives* 0 *pieds* 6 *pouces et* 8 *lignes*, pour la solidité de la pièce proposée.

TABLE des Bois équarris, réduits en solives, pieds, pouces et lignes de solive.

Equar. 2 pouc. sur 2.					Equar. 2 pouc. sur 3.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	0	8	1	0	0	1	0
2	0	0	1	4	2	0	0	2	0
3	0	0	2	0	3	0	0	3	0
4	0	0	2	8	4	0	0	4	0
5	0	0	3	4	5	0	0	5	0
6	0	0	4	0	6	0	0	6	0
7	0	0	4	8	7	0	0	7	0
8	0	0	5	4	8	0	0	8	0
9	0	0	6	0	9	0	0	9	0
10	0	0	6	8	10	0	0	10	0
11	0	0	7	4	11	0	0	11	0
12	0	0	8	0	12	0	1	0	0
13	0	0	8	8	13	0	1	1	0
14	0	0	9	4	14	0	1	2	0
15	0	0	10	0	15	0	1	3	0
16	0	0	10	8	16	0	1	4	0
17	0	0	11	4	17	0	1	5	0
18	0	1	0	0	18	0	1	6	0
24	0	1	4	0	24	0	2	0	0
30	0	1	8	0	30	0	2	6	0
36	0	2	0	0	36	0	3	0	0
42	0	2	4	0	42	0	3	6	0
48	0	2	8	0	48	0	4	0	0
54	0	3	0	0	54	0	4	6	0
60	0	3	4	0	60	0	5	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	2	$\frac{1}{4}$	0	0	0	3
$\frac{1}{2}$	0	0	0	4	$\frac{1}{2}$	0	0	0	6
$\frac{3}{4}$	0	0	0	6	$\frac{3}{4}$	0	0	0	9

Equar. 2 pouc. sur 4.					Equar. 2 pouc. sur 5.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	*pié.*	*pou.*	*lig.*		*Soli.*	*pié.*	*pou.*	*lig.*
1	0	0	1	4	1	0	0	1	8
2	0	0	2	8	2	0	0	3	4
3	0	0	4	0	3	0	0	5	0
4	0	0	5	4	4	0	0	6	8
5	0	0	6	8	5	0	0	8	4
6	0	0	8	0	6	0	0	10	0
7	0	0	9	4	7	0	0	11	8
8	0	0	10	8	8	0	1	1	4
9	0	1	0	0	9	0	1	3	0
10	0	1	1	4	10	0	1	4	8
11	0	1	2	8	11	0	1	6	4
12	0	1	4	0	12	0	1	8	0
13	0	1	5	4	13	0	1	9	8
14	0	1	6	8	14	0	1	11	4
15	0	1	8	0	15	0	2	1	0
16	0	1	9	4	16	0	2	2	8
17	0	1	10	8	17	0	2	4	4
18	0	2	0	0	18	0	2	6	0
24	0	2	8	0	24	0	3	4	0
30	0	3	4	0	30	0	4	2	0
36	0	4	0	0	36	0	5	0	0
42	0	4	8	0	42	0	5	10	0
48	0	5	4	0	48	1	0	8	0
54	1	0	0	0	54	1	1	6	0
60	1	0	8	0	60	1	2	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	4	$\frac{1}{4}$	0	0	0	5
$\frac{1}{2}$	0	0	0	8	$\frac{1}{2}$	0	0	0	10
$\frac{3}{4}$	0	0	1	0	$\frac{3}{4}$	0	0	1	3

Equar. 2 pouc. sur 6.					Equar. 2 pouc. sur 7.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	2	0	1	0	0	2	4
2	0	0	4	0	2	0	0	4	8
3	0	0	6	0	3	0	0	7	0
4	0	0	8	0	4	0	0	9	4
5	0	0	10	0	5	0	0	11	8
6	0	1	0	0	6	0	1	2	0
7	0	1	2	0	7	0	1	4	4
8	0	1	4	0	8	0	1	6	8
9	0	1	6	0	9	0	1	9	0
10	0	1	8	0	10	0	1	11	4
11	0	1	10	0	11	0	2	1	8
12	0	2	0	0	12	0	2	4	0
13	0	2	2	0	13	0	2	6	4
14	0	2	4	0	14	0	2	8	8
15	0	2	6	0	15	0	2	11	0
16	0	2	8	0	16	0	3	1	4
17	0	2	10	0	17	0	3	3	8
18	0	3	0	0	18	0	3	6	0
24	0	4	0	0	24	0	4	8	0
30	0	5	0	0	30	0	5	10	0
36	1	0	0	0	36	1	1	0	0
42	1	1	0	0	42	1	2	2	0
48	1	2	0	0	48	1	3	4	0
54	1	3	0	0	54	1	4	6	0
60	1	4	0	0	60	1	5	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	6	$\frac{1}{4}$	0	0	0	7
$\frac{1}{2}$	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	1	2
$\frac{3}{4}$	0	0	1	6	$\frac{3}{4}$	0	0	1	9

Equar. 2 pouc. sur 8.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	2	8
2	0	0	5	4
3	0	0	8	0
4	0	0	10	8
5	0	1	1	4
6	0	1	4	0
7	0	1	6	8
8	0	1	9	4
9	0	2	0	0
10	0	2	2	8
11	0	2	5	4
12	0	2	8	0
13	0	2	10	8
14	0	3	1	4
15	0	3	4	0
16	0	3	6	8
17	0	3	9	4
18	0	4	0	0
24	0	5	4	0
30	1	0	8	0
36	1	2	0	0
42	1	3	4	0
48	1	4	8	0
54	2	0	0	0
60	2	1	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	8
$\frac{1}{2}$	0	0	1	4
$\frac{3}{4}$	0	0	2	0

Equar. 2 pouc. sur 9.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	3	0
2	0	0	6	0
3	0	0	9	0
4	0	1	0	0
5	0	1	3	0
6	0	1	6	0
7	0	1	9	0
8	0	2	0	0
9	0	2	3	0
10	0	2	6	0
11	0	2	9	0
12	0	3	0	0
13	0	3	3	0
14	0	3	6	0
15	0	3	9	0
16	0	4	0	0
17	0	4	3	0
18	0	4	6	0
24	1	0	0	0
30	1	1	6	0
36	1	3	0	0
42	1	4	6	0
48	2	0	0	0
54	2	1	6	0
60	2	3	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	9
$\frac{1}{2}$	0	0	1	6
$\frac{3}{4}$	0	0	2	3

Equar. 2 pouc. sur 10.					Equar. 2 pouc. sur 11.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	3	4	1	0	0	3	8
2	0	0	6	8	2	0	0	7	4
3	0	0	10	0	3	0	0	11	0
4	0	1	1	4	4	0	1	2	8
5	0	1	4	8	5	0	1	6	4
6	0	1	8	0	6	0	1	10	0
7	0	1	11	4	7	0	2	1	8
8	0	2	2	8	8	0	2	5	4
9	0	2	6	0	9	0	2	9	0
10	0	2	9	4	10	0	3	0	8
11	0	3	0	8	11	0	3	4	4
12	0	3	4	0	12	0	3	8	0
13	0	3	7	4	13	0	3	11	8
14	0	3	10	8	14	0	4	3	4
15	0	4	2	0	15	0	4	7	0
16	0	4	5	4	16	0	4	10	8
17	0	4	8	8	17	0	5	2	4
18	0	5	0	0	18	0	5	6	0
24	1	0	8	0	24	1	1	4	0
30	1	2	4	0	30	1	3	2	0
36	1	4	0	0	36	1	5	0	0
42	1	5	8	0	42	2	0	10	0
48	2	1	4	0	48	2	2	8	0
54	2	3	0	0	54	2	4	6	0
60	2	4	8	0	60	3	0	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	10	$\frac{1}{4}$	0	0	0	11
$\frac{1}{2}$	0	0	1	8	$\frac{1}{2}$	0	0	1	10
$\frac{3}{4}$	0	0	2	6	$\frac{3}{4}$	0	0	2	9

Equar. 2 pouc. sur 12.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	4	0
2	0	0	8	0
3	0	1	0	0
4	0	1	4	0
5	0	1	8	0
6	0	2	0	0
7	0	2	4	0
8	0	2	8	0
9	0	3	0	0
10	0	3	4	0
11	0	3	8	0
12	0	4	0	0
13	0	4	4	0
14	0	4	8	0
15	0	5	0	0
16	0	5	4	0
17	0	5	8	0
18	1	0	0	0
24	1	2	0	0
30	1	4	0	0
36	2	0	0	0
42	2	2	0	0
48	2	4	0	0
54	3	0	0	0
60	3	2	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	0
$\frac{1}{2}$	0	0	2	0
$\frac{3}{4}$	0	0	3	0

Equar. 3 pouc. sur 3.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	1	6
2	0	0	3	0
3	0	0	4	6
4	0	0	6	0
5	0	0	7	6
6	0	0	9	0
7	0	0	10	6
8	0	1	0	0
9	0	1	1	6
10	0	1	3	0
11	0	1	4	6
12	0	1	6	0
13	0	1	7	6
14	0	1	9	0
15	0	1	10	6
16	0	2	0	0
17	0	2	1	6
18	0	2	3	0
24	0	3	0	0
30	0	3	9	0
36	0	4	6	0
42	0	5	3	0
48	1	0	0	0
54	1	0	9	0
60	1	1	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	$4\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	0	9
$\frac{3}{4}$	0	0	1	$1\frac{1}{2}$

Equar. 3 pouc. sur 4.					Equar. 3 pouc. sur 5.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	2	0	1	0	0	2	6
2	0	0	4	0	2	0	0	5	0
3	0	0	6	0	3	0	0	7	6
4	0	0	8	0	4	0	0	10	0
5	0	0	10	0	5	0	1	0	6
6	0	1	0	0	6	0	1	3	0
7	0	1	2	0	7	0	1	5	6
8	0	1	4	0	8	0	1	8	0
9	0	1	6	0	9	0	1	10	6
10	0	1	8	0	10	0	2	1	0
11	0	1	10	0	11	0	2	3	6
12	0	2	0	0	12	0	2	6	0
13	0	2	2	0	13	0	2	8	6
14	0	2	4	0	14	0	2	11	0
15	0	2	6	0	15	0	3	1	6
16	0	2	8	0	16	0	3	4	0
17	0	2	10	0	17	0	3	6	6
18	0	3	0	0	18	0	3	9	0
24	0	4	0	0	24	0	5	0	0
30	0	5	0	0	30	1	0	3	0
36	1	0	0	0	36	1	1	6	0
42	1	1	0	0	42	1	2	9	0
48	1	2	0	0	48	1	4	0	0
54	1	3	0	0	54	1	5	3	0
60	1	4	0	0	60	2	0	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	6	$\frac{1}{4}$	0	0	0	$7\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	1	3
$\frac{3}{4}$	0	0	1	6	$\frac{3}{4}$	0	0	1	$10\frac{1}{2}$

Equar. 3 pouc. sur 6.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	3	0
2	0	0	6	0
3	0	0	9	0
4	0	1	0	0
5	0	1	3	0
6	0	1	6	0
7	0	1	9	0
8	0	2	0	0
9	0	2	3	0
10	0	2	6	0
11	0	2	9	0
12	0	3	0	0
13	0	3	3	0
14	0	3	6	0
15	0	3	9	0
16	0	4	0	0
17	0	4	3	0
18	0	4	6	0
24	1	0	0	0
30	1	1	6	0
36	1	3	0	0
42	1	4	6	0
48	2	0	0	0
54	2	1	6	0
60	2	3	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	9
$\frac{1}{2}$	0	0	1	6
$\frac{3}{4}$	0	0	2	3

Equar. 3 pouc. sur 7.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	3	6
2	0	0	7	0
3	0	0	10	6
4	0	1	2	0
5	0	1	5	6
6	0	1	9	0
7	0	2	0	6
8	0	2	4	0
9	0	2	7	6
10	0	2	11	0
11	0	3	2	6
12	0	3	6	0
13	0	3	9	6
14	0	4	1	0
15	0	4	4	6
16	0	4	8	0
17	0	4	11	6
18	0	5	3	0
24	1	1	0	0
30	1	2	9	0
36	1	4	6	0
42	2	0	3	0
48	2	2	0	0
54	2	3	9	0
60	2	5	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	$10\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	1	9
$\frac{3}{4}$	0	0	2	$7\frac{1}{2}$

Equar. 3 pouc. sur 8.

Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	4	0
2	0	0	8	0
3	0	1	0	0
4	0	1	4	0
5	0	1	8	0
6	0	2	0	0
7	0	2	4	0
8	0	2	8	0
9	0	3	0	0
10	0	3	4	0
11	0	3	8	0
12	0	4	0	0
13	0	4	4	0
14	0	4	8	0
15	0	5	0	0
16	0	5	4	0
17	0	5	8	0
18	1	0	0	0
24	1	2	0	0
30	1	4	0	0
36	2	0	0	0
42	2	2	0	0
48	2	4	0	0
54	3	0	0	0
60	3	2	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	0
$\frac{1}{2}$	0	0	2	0
$\frac{3}{4}$	0	0	3	0

Equar. 3 pouc. sur 9.

Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	4	6
2	0	0	9	0
3	0	1	1	6
4	0	1	6	0
5	0	1	10	6
6	0	2	3	0
7	0	2	7	6
8	0	3	0	0
9	0	3	4	6
10	0	3	9	0
11	0	4	1	6
12	0	4	6	0
13	0	4	10	6
14	0	5	3	0
15	0	5	7	6
16	1	0	0	0
17	1	0	4	6
18	1	0	9	0
24	1	3	0	0
30	1	5	3	0
36	2	1	6	0
42	2	3	9	0
48	3	0	0	0
54	3	2	3	0
60	3	4	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	$1\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	2	3
$\frac{3}{4}$	0	0	3	$4\frac{1}{2}$

Equar. 3 pouc. sur 10.					Equar. 3 pouc. sur 11.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	5	0	1	0	0	5	6
2	0	0	10	0	2	0	0	11	0
3	0	1	3	0	3	0	1	4	6
4	0	1	8	0	4	0	1	10	0
5	0	2	1	0	5	0	2	3	6
6	0	2	6	0	6	0	2	9	0
7	0	2	11	0	7	0	3	2	6
8	0	3	4	0	8	0	3	8	0
9	0	3	9	0	9	0	4	1	6
10	0	4	2	0	10	0	4	7	0
11	0	4	7	0	11	0	5	0	6
12	0	5	0	0	12	0	5	6	0
13	0	5	5	0	13	0	5	11	6
14	0	5	10	0	14	1	0	5	0
15	1	0	3	0	15	1	0	10	6
16	1	0	8	0	16	1	1	4	0
17	1	1	1	0	17	1	1	9	6
18	1	1	6	0	18	1	2	3	0
24	1	4	0	0	24	1	5	0	0
30	2	0	6	0	30	2	1	9	0
36	2	3	0	0	36	2	4	6	0
42	2	5	6	0	42	3	1	3	0
48	3	2	0	0	48	3	4	0	0
54	3	4	6	0	54	4	0	9	0
60	4	1	0	0	60	4	3	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	3	$\frac{1}{4}$	0	0	1	$4\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	2	6	$\frac{1}{2}$	0	0	2	9
$\frac{3}{4}$	0	0	3	9	$\frac{3}{4}$	0	0	4	$1\frac{1}{2}$

Equar. 3 pouc. sur 12.					Equar. 4 pouc. sur 4.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	6	0	1	0	0	2	8
2	0	1	0	0	2	0	0	5	4
3	0	1	6	0	3	0	0	8	0
4	0	2	0	0	4	0	0	10	8
5	0	2	6	0	5	0	1	1	4
6	0	3	0	0	6	0	1	4	0
7	0	3	6	0	7	0	1	6	8
8	0	4	0	0	8	0	1	9	4
9	0	4	6	0	9	0	2	0	0
10	0	5	0	0	10	0	2	2	8
11	0	5	6	0	11	0	2	5	4
12	1	0	0	0	12	0	2	8	0
13	1	0	6	0	13	0	2	10	8
14	1	1	0	0	14	0	3	1	4
15	1	1	6	0	15	0	3	4	0
16	1	2	0	0	16	0	3	6	8
17	1	2	6	0	17	0	3	9	4
18	1	3	0	0	18	0	4	0	0
24	2	0	0	0	24	0	5	4	0
30	2	3	0	0	30	1	0	8	0
36	3	0	0	0	36	1	2	0	0
42	3	3	0	0	42	1	3	4	0
48	4	0	0	0	48	1	4	8	0
54	4	3	0	0	54	2	0	0	0
60	5	0	0	0	60	2	1	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	6	$\frac{1}{4}$	0	0	0	8
$\frac{1}{2}$	0	0	3	0	$\frac{1}{2}$	0	0	1	4
$\frac{3}{4}$	0	0	4	6	$\frac{3}{4}$	0	0	2	0

Equar. 4 pouc. sur 5.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	3	4
2	0	0	6	8
3	0	0	10	0
4	0	1	1	4
5	0	1	4	8
6	0	1	8	0
7	0	1	11	4
8	0	2	2	8
9	0	2	6	0
10	0	2	9	4
11	0	3	0	8
12	0	3	4	0
13	0	3	7	4
14	0	3	10	8
15	0	4	2	0
16	0	4	5	4
17	0	4	8	8
18	0	5	0	0
24	1	0	8	0
30	1	2	4	0
36	1	4	0	0
42	1	5	8	0
48	2	1	4	0
54	2	3	0	0
60	2	4	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	0	10
$\frac{1}{2}$	0	0	1	8
$\frac{3}{4}$	0	0	2	6

Equar. 4 pouc. sur 6.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	4	0
2	0	0	8	0
3	0	1	0	0
4	0	1	4	0
5	0	1	8	0
6	0	2	0	0
7	0	2	4	0
8	0	2	8	0
9	0	3	0	0
10	0	3	4	0
11	0	3	8	0
12	0	4	0	0
13	0	4	4	0
14	0	4	8	0
15	0	5	0	0
16	0	5	4	0
17	0	5	8	0
18	1	0	0	0
24	1	2	0	0
30	1	4	0	0
36	2	0	0	0
42	2	2	0	0
48	2	4	0	0
54	3	0	0	0
60	3	2	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	0
$\frac{1}{2}$	0	0	2	0
$\frac{3}{4}$	0	0	3	0

Equar. 4 pouc. sur 7.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	4	8
2	0	0	9	4
3	0	1	2	0
4	0	1	6	8
5	0	1	11	4
6	0	2	4	0
7	0	2	8	8
8	0	3	1	4
9	0	3	6	0
10	0	3	10	8
11	0	4	3	4
12	0	4	8	0
13	0	5	0	8
14	0	5	5	4
15	0	5	10	0
16	1	0	2	8
17	1	0	7	4
18	1	1	0	0
24	1	3	4	0
30	1	5	8	0
36	2	2	0	0
42	2	4	4	0
48	3	0	8	0
54	3	3	0	0
60	3	5	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	2
$\frac{1}{2}$	0	0	2	4
$\frac{3}{4}$	0	0	3	6

Equar. 4 pouc. sur 8.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	5	4
2	0	0	10	8
3	0	1	4	0
4	0	1	9	4
5	0	2	2	8
6	0	2	8	0
7	0	3	1	4
8	0	3	6	8
9	0	4	0	0
10	0	4	5	4
11	0	4	10	8
12	0	5	4	0
13	0	5	9	4
14	1	0	2	8
15	1	0	8	0
16	1	1	1	4
17	1	1	6	8
18	1	2	0	0
24	1	4	8	0
30	2	1	4	0
36	2	4	0	0
42	3	0	8	0
48	3	3	4	0
54	4	0	0	0
60	4	2	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	4
$\frac{1}{2}$	0	0	2	8
$\frac{3}{4}$	0	0	4	0

Equar. 4 pouc. sur 9.					Equar. 4 pouc. sur 10.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	6	0	1	0	0	6	8
2	0	1	0	0	2	0	1	1	4
3	0	1	6	0	3	0	1	8	0
4	0	2	0	0	4	0	2	2	8
5	0	2	6	0	5	0	2	9	4
6	0	3	0	0	6	0	3	4	0
7	0	3	6	0	7	0	3	10	8
8	0	4	0	0	8	0	4	5	4
9	0	4	6	0	9	0	5	0	0
10	0	5	0	0	10	0	5	6	8
11	0	5	6	0	11	1	0	1	4
12	1	0	0	0	12	1	0	8	0
13	1	0	6	0	13	1	1	2	8
14	1	1	0	0	14	1	1	9	4
15	1	1	6	0	15	1	2	4	0
16	1	2	0	0	16	1	2	10	8
17	1	2	6	0	17	1	3	5	4
18	1	3	0	0	18	1	4	0	0
24	2	0	0	0	24	2	1	4	0
30	2	3	0	0	30	2	4	8	0
36	3	0	0	0	36	3	2	0	0
42	3	3	0	0	42	3	5	4	0
48	4	0	0	0	48	4	2	8	0
54	4	3	0	0	54	5	0	0	0
60	5	0	0	0	60	5	3	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	6	$\frac{1}{4}$	0	0	1	8
$\frac{1}{2}$	0	0	3	0	$\frac{1}{2}$	0	0	3	4
$\frac{3}{4}$	0	0	4	6	$\frac{3}{4}$	0	0	5	0

Equar. 4 pouc. sur 11.					Equar. 4 pouc. sur 12.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	7	4	1	0	0	8	0
2	0	1	2	8	2	0	1	4	0
3	0	1	10	0	3	0	2	0	0
4	0	2	5	4	4	0	2	8	0
5	0	3	0	8	5	0	3	4	0
6	0	3	8	0	6	0	4	0	0
7	0	4	3	4	7	0	4	8	0
8	0	4	10	8	8	0	5	4	0
9	0	5	6	0	9	1	0	0	0
10	1	0	1	4	10	1	0	8	0
11	1	0	8	8	11	1	1	4	0
12	1	1	4	0	12	1	2	0	0
13	1	1	11	4	13	1	2	8	0
14	1	2	6	8	14	1	3	4	0
15	1	3	2	0	15	1	4	0	0
16	1	3	9	4	16	1	4	8	0
17	1	4	4	8	17	1	5	4	0
18	1	5	0	0	18	2	0	0	0
24	2	2	8	0	24	2	4	0	0
30	3	0	4	0	30	3	2	0	0
36	3	4	0	0	36	4	0	0	0
42	4	1	8	0	42	4	4	0	0
48	4	5	4	0	48	5	2	0	0
54	5	3	0	0	54	6	0	0	0
60	6	0	8	0	60	6	4	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	10	$\frac{1}{4}$	0	0	2	0
$\frac{1}{2}$	0	0	3	8	$\frac{1}{2}$	0	0	4	0
$\frac{3}{4}$	0	0	5	6	$\frac{3}{4}$	0	0	6	0

Equar. 5 pouc. sur 5.					Equar. 5 pouc. sur 6.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou	lig.
1	0	0	4	2	1	0	0	5	0
2	0	0	8	4	2	0	0	10	0
3	0	1	0	6	3	0	1	3	0
4	0	1	4	8	4	0	1	8	0
5	0	1	8	10	5	0	2	1	0
6	0	2	1	0	6	0	2	6	0
7	0	2	5	2	7	0	2	11	0
8	0	2	9	4	8	0	3	4	0
9	0	3	1	6	9	0	3	9	0
10	0	3	5	8	10	0	4	2	0
11	0	3	9	10	11	0	4	7	0
12	0	4	2	0	12	0	5	0	0
13	0	4	6	2	13	0	5	5	0
14	0	4	10	4	14	0	5	10	0
15	0	5	2	6	15	1	0	3	0
16	0	5	6	8	16	1	0	8	0
17	0	5	10	10	17	1	1	1	0
18	1	0	3	0	18	1	1	6	0
24	1	2	4	0	24	1	4	0	0
30	1	4	5	0	30	2	0	6	0
36	2	0	6	0	36	2	3	0	0
42	2	2	7	0	42	2	5	6	0
48	2	4	8	0	48	3	2	0	0
54	3	0	9	0	54	3	4	6	0
60	3	2	10	0	60	4	1	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	$0\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0	1	3
$\frac{1}{2}$	0	0	2	1	$\frac{1}{2}$	0	0	2	6
$\frac{3}{4}$	0	0	3	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	0	3	9

Equar. 5 pouc. sur 7.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	5	10
2	0	0	11	8
3	0	1	5	6
4	0	1	11	4
5	0	2	5	2
6	0	2	11	0
7	0	3	4	10
8	0	3	10	8
9	0	4	4	6
10	0	4	10	4
11	0	5	4	2
12	0	5	10	0
13	1	0	3	10
14	1	0	9	8
15	1	1	3	6
16	1	1	9	4
17	1	2	3	2
18	1	2	9	0
24	1	5	8	0
30	2	2	7	0
36	2	5	6	0
42	3	2	5	0
48	3	5	4	0
54	4	2	3	0
60	4	5	2	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	$5\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	2	11
$\frac{3}{4}$	0	0	4	$4\frac{1}{2}$

Equar. 5 pouc. sur 8.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	6	8
2	0	1	1	4
3	0	1	8	0
4	0	2	2	8
5	0	2	9	4
6	0	3	4	0
7	0	3	10	8
8	0	4	5	4
9	0	5	0	0
10	0	5	6	8
11	1	0	1	4
12	1	0	8	0
13	1	1	2	8
14	1	1	9	4
15	1	2	4	0
16	1	2	10	8
17	1	3	5	4
18	1	4	0	0
24	2	1	4	0
30	2	4	8	0
36	3	2	0	0
42	3	5	4	0
48	4	2	8	0
54	5	0	0	0
60	5	3	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	8
$\frac{1}{2}$	0	0	3	4
$\frac{3}{4}$	0	0	5	0

Equar. 5 pouc. sur 9.					Equar. 5 pouc. sur 10.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	7	6	1	0	0	8	4
2	0	1	3	0	2	0	1	4	8
3	0	1	10	6	3	0	2	1	0
4	0	2	6	0	4	0	2	9	4
5	0	3	1	6	5	0	3	5	8
6	0	3	9	0	6	0	4	2	0
7	0	4	4	6	7	0	4	10	4
8	0	5	0	0	8	0	5	6	8
9	0	5	7	6	9	1	0	3	0
10	1	0	3	0	10	1	0	11	4
11	1	0	10	6	11	1	1	7	8
12	1	1	6	0	12	1	2	4	0
13	1	2	1	6	13	1	3	0	4
14	1	2	9	0	14	1	3	8	8
15	1	3	4	6	15	1	4	5	0
16	1	4	0	0	16	1	5	1	4
17	1	4	7	6	17	1	5	9	8
18	1	5	3	0	18	2	0	6	0
24	2	3	0	0	24	2	4	8	0
30	3	0	9	0	30	3	2	10	0
36	3	4	6	0	36	4	1	0	0
42	4	2	3	0	42	4	5	2	0
48	5	0	0	0	48	5	3	4	0
54	5	3	9	0	54	6	1	6	0
60	6	1	6	0	60	6	5	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	$10\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0	2	1
$\frac{1}{2}$	0	0	3	9	$\frac{1}{2}$	0	0	4	2
$\frac{3}{4}$	0	0	5	$7\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	0	6	3

Equar. 5 pouc. sur 11.					Equar. 5 pouc. sur 12.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	9	2	1	0	0	10	0
2	0	1	6	4	2	0	1	8	0
3	0	2	3	6	3	0	2	6	0
4	0	3	0	8	4	0	3	4	0
5	0	3	9	10	5	0	4	2	0
6	0	4	7	0	6	0	5	0	0
7	0	5	4	2	7	0	5	10	0
8	1	0	1	4	8	1	0	8	0
9	1	0	10	6	9	1	1	6	0
10	1	1	7	8	10	1	2	4	0
11	1	2	4	10	11	1	3	2	0
12	1	3	2	0	12	1	4	0	0
13	1	3	11	2	13	1	4	10	0
14	1	4	8	4	14	1	5	8	0
15	1	5	5	6	15	2	0	6	0
16	2	0	2	8	16	2	1	4	0
17	2	0	11	10	17	2	2	2	0
18	2	1	9	0	18	2	3	0	0
24	3	0	4	0	24	3	2	0	0
30	3	4	11	0	30	4	1	0	0
36	4	3	6	0	36	5	0	0	0
42	5	2	1	0	42	5	5	0	0
48	6	0	8	0	48	6	4	0	0
54	6	5	3	0	54	7	3	0	0
60	7	3	10	0	60	8	2	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	2	$3\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0	2	6
$\frac{1}{2}$	0	0	4	7	$\frac{1}{2}$	0	0	5	0
$\frac{3}{4}$	0	0	6	$10\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	0	7	6

Equar. 6 pouc. sur 6.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	6	0
2	0	1	0	0
3	0	1	6	0
4	0	2	0	0
5	0	2	6	0
6	0	3	0	0
7	0	3	6	0
8	0	4	0	0
9	0	4	6	0
10	0	5	0	0
11	0	5	6	0
12	1	0	0	0
13	1	0	6	0
14	1	1	0	0
15	1	1	6	0
16	1	2	0	0
17	1	2	6	0
18	1	3	0	0
24	2	0	0	0
30	2	3	0	0
36	3	0	0	0
42	3	3	0	0
48	4	0	0	0
54	4	3	0	0
60	5	0	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	6
$\frac{1}{2}$	0	0	3	0
$\frac{3}{4}$	0	0	4	6

Equar. 6 pouc. sur 7.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	7	0
2	0	1	2	0
3	0	1	9	0
4	0	2	4	0
5	0	2	11	0
6	0	3	6	0
7	0	4	1	0
8	0	4	8	0
9	0	5	3	0
10	0	5	10	0
11	1	0	5	0
12	1	1	0	0
13	1	1	7	0
14	1	2	2	0
15	1	2	9	0
16	1	3	4	0
17	1	3	11	0
18	1	4	6	0
24	2	2	0	0
30	2	5	6	0
36	3	3	0	0
42	4	0	6	0
48	4	4	0	0
54	5	1	6	0
60	5	5	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	1	3
$\frac{1}{2}$	0	0	3	9
$\frac{3}{4}$	0	0	5	6

Equar. 6 pouc. sur 8.				
Pieds de long	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig
1	0	0	8	0
2	0	1	4	0
3	0	2	0	0
4	0	2	8	0
5	0	3	4	0
6	0	4	0	0
7	0	4	8	0
8	0	5	4	0
9	1	0	0	0
10	1	0	8	0
11	1	1	4	0
12	1	2	0	0
13	1	2	8	0
14	1	3	4	0
15	1	4	0	0
16	1	4	8	0
17	1	5	4	0
18	2	0	0	0
24	2	4	0	0
30	3	2	0	0
36	4	0	0	0
42	4	4	0	0
48	5	2	0	0
54	6	0	0	0
60	6	4	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	2	0
$\frac{1}{2}$	0	0	4	0
$\frac{3}{4}$	0	0	6	0

Equar. 6 pouc. sur 9.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	9	0
2	0	1	6	0
3	0	2	3	0
4	0	3	0	0
5	0	3	9	0
6	0	4	6	0
7	0	5	3	0
8	1	0	0	0
9	1	0	9	0
10	1	1	6	0
11	1	2	3	0
12	1	3	0	0
13	1	3	9	0
14	1	4	6	0
15	1	5	3	0
16	2	0	0	0
17	2	0	9	0
18	2	1	6	0
24	3	0	0	0
30	3	4	6	0
36	4	3	0	0
42	5	1	6	0
48	6	0	0	0
54	6	4	6	0
60	7	3	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	2	3
$\frac{1}{2}$	0	0	4	6
$\frac{3}{4}$	0	0	6	9

Equar. 6 pouc. sur 10.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig
1	0	0	10	0
2	0	1	8	0
3	0	2	6	0
4	0	3	4	0
5	0	4	2	0
6	0	5	0	0
7	0	5	10	0
8	1	0	8	0
9	1	1	6	0
10	1	2	4	0
11	1	3	2	0
12	1	4	0	0
13	1	4	10	0
14	1	5	8	0
15	2	0	6	0
16	2	1	4	0
17	2	2	2	0
18	2	3	0	0
24	3	2	0	0
30	4	1	0	0
36	5	0	0	0
42	5	5	0	0
48	6	4	0	0
54	7	3	0	0
60	8	2	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	2	6
$\frac{1}{2}$	0	0	5	0
$\frac{3}{4}$	0	0	7	6

Equar. 6 pouc. sur 11.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Sol.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	11	0
2	0	1	10	0
3	0	2	9	0
4	0	3	8	0
5	0	4	7	0
6	0	5	6	0
7	1	0	5	0
8	1	1	4	0
9	1	2	3	0
10	1	3	2	0
11	1	4	1	0
12	1	5	0	0
13	1	5	11	0
14	2	0	10	0
15	2	1	9	0
16	2	2	8	0
17	2	3	7	0
18	2	4	6	0
24	3	4	0	0
30	4	3	6	0
36	5	3	0	0
42	6	2	6	0
48	7	2	0	0
54	8	1	6	0
60	9	1	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	2	9
$\frac{1}{2}$	0	0	5	6
$\frac{3}{4}$	0	0	8	3

Equar. 6 pouc. sur 12.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	0	0
2	0	2	0	0
3	0	3	0	0
4	0	4	0	0
5	0	5	0	0
6	1	0	0	0
7	1	1	0	0
8	1	2	0	0
9	1	3	0	0
10	1	4	0	0
11	1	5	0	0
12	2	0	0	0
13	2	1	0	0
14	2	2	0	0
15	2	3	0	0
16	2	4	0	0
17	2	5	0	0
18	3	0	0	0
24	4	0	0	0
30	5	0	0	0
36	6	0	0	0
42	7	0	0	0
48	8	0	0	0
54	9	0	0	0
60	10	0	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	3	0
$\frac{1}{2}$	0	0	6	0
$\frac{3}{4}$	0	0	9	0

Equar. 6 pouc. sur 13.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	1	0
2	0	2	2	0
3	0	3	3	0
4	0	4	4	0
5	0	5	5	0
6	1	0	6	0
7	1	1	7	0
8	1	2	8	0
9	1	3	9	0
10	1	4	10	0
11	1	5	11	0
12	2	1	0	0
13	2	2	1	0
14	2	3	2	0
15	2	4	3	0
16	2	5	4	0
17	2	0	5	0
18	3	1	6	0
24	4	2	0	0
30	5	2	6	0
36	6	3	0	0
42	7	3	6	0
48	8	4	0	0
54	9	4	6	0
60	10	5	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	3	3
$\frac{1}{2}$	0	0	6	6
$\frac{3}{4}$	0	0	9	9

Equar. 7 pouc. sur 7.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	8	2
2	0	1	4	4
3	0	2	0	6
4	0	2	8	8
5	0	3	4	10
6	0	4	1	0
7	0	4	9	2
8	0	5	5	4
9	1	0	1	6
10	1	0	9	8
11	1	1	5	10
12	1	2	2	0
13	1	2	10	2
14	1	3	6	4
15	1	4	2	6
16	1	4	10	8
17	1	5	6	10
18	2	0	3	0
24	2	4	4	0
30	3	2	5	0
36	4	0	6	0
42	4	4	7	0
48	5	2	8	0
54	6	0	9	0
60	6	4	10	0
$\frac{1}{4}$	0	0	2	$0\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	4	1
$\frac{3}{4}$	0	0	6	$1\frac{1}{2}$

Equar. 7 pouc. sur 8.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	9	4
2	0	1	6	8
3	0	2	4	0
4	0	3	1	4
5	0	3	10	8
6	0	4	8	0
7	0	5	5	4
8	1	0	2	8
9	1	1	0	0
10	1	1	9	4
11	1	2	6	8
12	1	3	4	0
13	1	4	1	4
14	1	4	10	8
15	1	5	8	0
16	2	0	5	4
17	2	1	2	8
18	2	2	0	0
24	3	0	8	0
30	3	5	4	0
36	4	4	0	0
42	5	2	8	0
48	6	1	4	0
54	7	0	0	0
60	7	4	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	2	4
$\frac{1}{2}$	0	0	4	8
$\frac{3}{4}$	0	0	7	0

Equar. 7 poue. sur 9.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	10	6
2	0	1	9	0
3	0	2	7	6
4	0	3	6	0
5	0	4	4	6
6	0	5	3	0
7	1	0	1	6
8	1	1	0	0
9	1	1	10	6
10	1	2	9	0
11	1	3	7	6
12	1	4	6	0
13	1	5	4	6
14	2	0	3	0
15	2	1	1	6
16	2	2	0	0
17	2	2	10	6
18	2	3	9	0
24	3	3	0	0
30	4	2	3	0
36	5	1	6	0
42	6	0	9	0
48	7.	0	0	0
54	7	5	3	0
60	8	4	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	2	$7\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	5	3
$\frac{3}{4}$	0	0	7	$10\frac{1}{2}$

Equar. 7 pouc. sur 10.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	0	11	8
2	0	1	11	4
3	0	2	11	0
4	0	3	10	8
5	0	4	10	4
6	0	5	10	0
7	1	0	9	8
8	1	1	9	4
9	1	2	9	0
10	1	3	8	8
11	1	4	8	4
12	1	5	8	0
13	2	0	7	8
14	2	1	7	4
15	2	2	7	0
16	2	3	6	8
17	2	4	6	4
18	2	5	6	0
24	3	5	4	0
30	4	5	2	0
36	5	5	0	0
42	6	4	10	0
48	7	4	8	0
54	8	4	6	0
60	9	4	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	2	11
$\frac{1}{2}$	0	0	5	10
$\frac{3}{4}$	0	0	8	9

Equar. 7 pouc. sur 11.					Equar. 7 pouc. sur 12.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	0	10	1	0	1	2	0
2	0	2	1	8	2	0	2	4	0
3	0	3	2	6	3	0	3	6	0
4	0	4	3	4	4	0	4	8	0
5	0	5	4	2	5	0	5	10	0
6	1	0	5	0	6	1	1	0	0
7	1	1	5	10	7	1	2	2	0
8	1	2	6	8	8	1	3	4	0
9	1	3	7	6	9	1	4	6	0
10	1	4	8	4	10	1	5	8	0
11	1	5	9	2	11	2	0	10	0
12	2	0	10	0	12	2	2	0	0
13	2	1	10	10	13	2	3	2	0
14	2	2	11	8	14	2	4	4	0
15	2	4	0	6	15	2	5	6	0
16	2	5	1	4	16	3	0	8	0
17	3	0	2	2	17	3	1	10	0
18	3	1	3	0	18	3	3	0	0
24	4	1	8	0	24	4	4	0	0
30	5	2	1	0	30	5	5	0	0
36	6	2	6	0	36	7	0	0	0
42	7	2	11	0	42	8	1	0	0
48	8	3	4	0	48	9	2	0	0
54	9	3	9	0	54	10	3	0	0
60	10	4	2	0	60	11	4	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	3	$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0	3	6
$\frac{1}{2}$	0	0	6	5	$\frac{1}{2}$	0	0	7	0
$\frac{3}{4}$	0	0	9	$7\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	0	10	6

Equar. 7 pouc. sur 13.					Equar. 8 pouc. sur 8.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	3	2	1	0	0	10	8
2	0	2	6	4	2	0	1	9	4
3	0	3	9	6	3	0	2	8	0
4	0	5	0	8	4	0	3	6	8
5	1	0	3	10	5	0	4	5	4
6	1	1	7	0	6	0	5	4	0
7	1	2	10	2	7	1	0	2	8
8	1	4	1	4	8	1	1	1	4
9	1	5	4	6	9	1	2	0	0
10	2	0	7	8	10	1	2	10	8
11	2	1	10	10	11	1	3	9	4
12	2	3	2	0	12	1	4	8	0
13	2	4	5	2	13	1	5	6	8
14	2	5	8	4	14	2	0	5	4
15	3	0	11	6	15	2	1	4	0
16	3	2	2	8	16	2	2	2	8
17	3	3	5	10	17	2	3	1	4
18	3	4	9	0	18	2	4	0	0
24	5	0	4	0	24	3	3	4	0
30	6	1	11	0	30	4	2	8	0
36	7	3	6	0	36	5	2	0	0
42	8	5	1	0	42	6	1	4	0
48	10	0	8	0	48	7	0	8	0
54	11	2	3	0	54	8	0	0	0
60	12	3	10	0	60	8	5	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	3	$9\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0	2	8
$\frac{1}{2}$	0	0	7	7	$\frac{1}{2}$	0	0	5	4
$\frac{3}{4}$	0	0	11	$4\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	0	8	0

Equar. 8 pouc. sur 9.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	0	0
2	0	2	0	0
3	0	3	0	0
4	0	4	0	0
5	0	5	0	0
6	1	0	0	0
7	1	1	0	0
8	1	2	0	0
9	1	3	0	0
10	1	4	0	0
11	1	5	0	0
12	2	0	0	0
13	2	1	0	0
14	2	2	0	0
15	2	3	0	0
16	2	4	0	0
17	2	5	0	0
18	3	0	0	0
24	4	0	0	0
30	5	0	0	0
36	6	0	0	0
42	7	0	0	0
48	8	0	0	0
54	9	0	0	0
60	10	0	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	3	0
$\frac{1}{2}$	0	0	6	0
$\frac{3}{4}$	0	0	9	0

Equar. 8 pouc. sur 10.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	1	4
2	0	2	2	8
3	0	3	4	0
4	0	4	5	4
5	0	5	6	8
6	1	0	8	0
7	1	1	9	4
8	1	2	10	8
9	1	4	0	0
10	1	5	1	4
11	2	0	2	8
12	2	1	4	0
13	2	2	5	4
14	2	3	6	8
15	2	4	8	0
16	2	5	9	4
17	3	0	10	8
18	3	2	0	0
24	4	2	8	0
30	5	3	4	0
36	6	4	0	0
42	7	4	8	0
48	8	5	4	0
54	10	0	0	0
60	11	0	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	3	4
$\frac{1}{2}$	0	0	6	8
$\frac{3}{4}$	0	0	10	0

Equar. 8 pouc. sur 11.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	2	8
2	0	2	5	4
3	0	3	8	0
4	0	4	10	8
5	1	0	1	4
6	1	1	4	0
7	1	2	6	8
8	1	3	9	4
9	1	5	0	0
10	2	0	2	8
11	2	1	5	4
12	2	2	8	0
13	2	3	10	8
14	2	5	1	4
15	3	0	4	0
16	3	1	6	8
17	3	2	9	4
18	3	4	0	0
24	4	5	4	0
30	6	0	8	0
36	7	2	0	0
42	8	3	4	0
48	9	4	8	0
54	11	0	0	0
60	12	1	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	3	8
$\frac{1}{2}$	0	0	7	4
$\frac{3}{4}$	0	0	11	0

Equar. 8 pouc. sur 12.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	4	0
2	0	2	8	0
3	0	4	0	0
4	0	5	4	0
5	1	0	8	0
6	1	2	0	0
7	1	3	4	0
8	1	4	8	0
9	2	0	0	0
10	2	1	4	0
11	2	2	8	0
12	2	4	0	0
13	2	5	4	0
14	3	0	8	0
15	3	2	0	0
16	3	3	4	0
17	3	4	8	0
18	4	0	0	0
24	5	2	0	0
30	6	4	0	0
36	8	0	0	0
42	9	2	0	0
48	10	4	0	0
54	12	0	0	0
60	13	2	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	4	0
$\frac{1}{2}$	0	0	8	0
$\frac{3}{4}$	0	1	0	0

Equar. 8 pouc. sur 13.					Equar. 8 pouc. sur 14.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	5	4	1	0	1	6	8
2	0	2	10	8	2	0	3	1	4
3	0	4	4	0	3	0	4	8	0
4	0	5	9	4	4	1	0	2	8
5	1	1	2	8	5	1	1	9	4
6	1	2	8	0	6	1	3	4	0
7	1	4	1	4	7	1	4	10	8
8	1	5	6	8	8	2	0	5	4
9	2	1	0	0	9	2	2	0	0
10	2	2	5	4	10	2	3	6	8
11	2	3	10	8	11	2	5	1	4
12	2	5	4	0	12	3	0	8	0
13	3	0	9	4	13	3	2	2	8
14	3	2	2	8	14	3	3	9	4
15	3	3	8	0	15	3	5	4	0
16	3	5	1	4	16	4	0	10	8
17	4	0	6	8	17	4	2	5	4
18	4	2	0	0	18	4	4	0	0
24	5	4	8	0	24	6	1	4	0
30	7	1	4	0	30	7	4	8	0
36	8	4	0	0	36	9	2	0	0
42	10	0	8	0	42	10	5	4	0
48	11	3	4	0	48	12	2	8	0
54	13	0	0	0	54	14	0	0	0
60	14	2	8	0	60	15	3	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	4	4	$\frac{1}{4}$	0	0	4	8
$\frac{1}{2}$	0	0	8	8	$\frac{1}{2}$	0	0	9	4
$\frac{3}{4}$	0	1	1	0	$\frac{3}{4}$	0	1	2	0

Equar. 9 pouc. sur 9.

Pieds de long.	Solidités. Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	1	6
2	0	2	3	0
3	0	3	4	6
4	0	4	6	0
5	0	5	7	6
6	1	0	9	0
7	1	1	10	6
8	1	3	0	0
9	1	4	1	6
10	1	5	3	0
11	2	0	4	6
12	2	1	6	0
13	2	2	7	6
14	2	3	9	0
15	2	4	10	6
16	3	0	0	0
17	3	1	1	6
18	3	2	3	0
24	4	3	0	0
30	5	3	9	0
36	6	4	6	0
42	7	5	3	0
48	9	0	0	0
54	10	0	9	0
60	11	1	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	3	$4\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	6	9
	0	0	10	$1\frac{1}{2}$

Equar. 9 pouc. sur 10.

Pieds de long.	Solidités. Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	3	0
2	0	2	6	0
3	0	3	9	0
4	0	5	0	0
5	1	0	3	0
6	1	1	6	0
7	1	2	9	0
8	1	4	0	0
9	1	5	3	0
10	2	0	6	0
11	2	1	9	0
12	2	3	0	0
13	2	4	3	0
14	2	5	6	0
15	3	0	9	0
16	3	2	0	0
17	3	3	3	0
18	3	4	6	0
24	5	0	0	0
30	6	1	6	0
36	7	3	0	0
42	8	4	6	0
48	10	0	0	0
54	11	1	6	0
60	12	3	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	3	9
$\frac{1}{2}$	0	0	7	6
$\frac{3}{4}$	0	0	11	3

Equar. 9 pouc. sur 11.					Equar. 9 pouc. sur 12.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	4	6	1	0	1	6	0
2	0	2	9	0	2	0	3	0	0
3	0	4	1	6	3	0	4	6	0
4	0	5	6	0	4	1	0	0	0
5	1	0	10	6	5	1	1	6	0
6	1	2	3	0	6	1	3	0	0
7	1	3	7	6	7	1	4	6	0
8	1	5	0	0	8	2	0	0	0
9	2	0	4	6	9	2	1	6	0
10	2	1	9	0	10	2	3	0	0
11	2	3	1	6	11	2	4	6	0
12	2	4	6	0	12	3	0	0	0
13	2	5	10	6	13	3	1	6	0
14	3	1	3	0	14	3	3	0	0
15	3	2	7	6	15	3	4	6	0
16	3	4	0	0	16	4	0	0	0
17	3	5	4	6	17	4	1	6	0
18	4	0	9	0	18	4	3	0	0
24	5	3	0	0	24	6	0	0	0
30	6	5	3	0	30	7	3	0	0
36	8	1	6	0	36	9	0	0	0
42	9	3	9	0	42	10	3	0	0
48	11	0	0	0	48	12	0	0	0
54	12	2	3	0	54	13	3	0	0
60	13	4	6	0	60	15	0	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	4	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0	4	6
$\frac{1}{2}$	0	0	8	3	$\frac{1}{2}$	0	0	9	0
$\frac{3}{4}$	0	1	0	$4\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	1	1	6

Equar. 9 pouc. sur 13.

Pieds de long.	Solidités. Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	7	6
2	0	3	3	0
3	0	4	10	6
4	1	0	6	0
5	1	2	1	6
6	1	3	9	0
7	1	5	4	6
8	2	1	0	0
9	2	2	7	6
10	2	4	3	0
11	2	5	10	6
12	3	1	6	0
13	3	3	1	6
14	3	4	9	0
15	4	0	4	6
16	4	2	0	0
17	4	3	7	6
18	4	5	3	0
24	6	3	0	0
30	8	0	9	0
36	9	4	6	0
42	11	2	3	0
48	13	0	0	0
54	14	3	9	0
60	16	1	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	4	$10\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	9	9
$\frac{3}{4}$	0	1	2	$7\frac{1}{2}$

Equar. 9 pouc. sur 14.

Pieds de long.	Solidités. Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	9	0
2	0	3	6	0
3	0	5	3	0
4	1	1	0	0
5	1	2	9	0
6	1	4	6	0
7	2	0	3	0
8	2	2	0	0
9	2	3	9	0
10	2	5	6	0
11	3	1	3	0
12	3	3	0	0
13	3	4	9	0
14	4	0	6	0
15	4	2	3	0
16	4	4	0	0
17	4	5	9	0
18	5	1	6	0
24	7	0	0	0
30	8	4	6	0
36	10	3	0	0
42	12	1	6	0
48	14	0	0	0
54	15	4	6	0
60	17	3	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	5	3
$\frac{1}{2}$	0	0	10	6
$\frac{3}{4}$	0	1	3	9

Equar. 10 pouc. sur 10.					Equar. 10 pouc. sur 11.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	4	8	1	0	1	6	4
2	0	2	9	4	2	0	3	0	8
3	0	4	2	0	3	0	4	7	0
4	0	5	6	8	4	1	0	1	4
5	1	0	11	4	5	1	1	7	8
6	1	2	4	0	6	1	3	2	0
7	1	3	8	8	7	1	4	8	4
8	1	5	1	4	8	2	0	2	8
9	2	0	6	0	9	2	1	9	0
10	2	1	10	8	10	2	3	3	4
11	2	3	3	4	11	2	4	9	8
12	2	4	8	0	12	3	0	4	0
13	3	0	0	8	13	3	1	10	4
14	3	1	5	4	14	3	3	4	8
15	3	2	10	0	15	3	4	11	0
16	3	4	2	8	16	4	0	5	4
17	3	5	7	4	17	4	1	11	8
18	4	1	0	0	18	4	3	6	0
24	5	3	4	0	24	6	0	8	0
30	6	5	8	0	30	7	3	10	0
36	8	2	0	0	36	9	1	0	0
42	9	4	4	0	42	10	4	2	0
48	11	0	8	0	48	12	1	4	0
54	12	3	0	0	54	13	4	6	0
60	13	5	4	0	60	15	1	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	4	2	$\frac{1}{4}$	0	0	4	7
$\frac{1}{2}$	0	0	8	4	$\frac{1}{2}$	0	0	9	2
$\frac{3}{4}$	0	1	0	6	$\frac{3}{4}$	0	1	1	9

Equar. 10 pouc. sur 12.					Equar. 10 pouc. sur 13.				
Pied de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	8	0	1	0	1	9	8
2	0	3	4	0	2	0	3	7	4
3	0	5	0	0	3	0	5	5	0
4	1	0	8	0	4	1	1	2	8
5	1	2	4	0	5	1	3	0	4
6	1	4	0	0	6	1	4	10	0
7	1	5	8	0	7	2	0	7	8
8	2	1	4	0	8	2	2	5	4
9	2	3	0	0	9	2	4	3	0
10	2	4	8	0	10	3	0	0	8
11	3	0	4	0	11	3	1	10	4
12	3	2	0	0	12	3	3	8	0
13	3	3	8	0	13	3	5	5	8
14	3	5	4	0	14	4	1	3	4
15	4	1	0	0	15	4	3	1	0
16	4	2	8	0	16	4	4	10	8
17	4	4	4	0	17	5	0	8	4
18	5	0	0	0	18	5	2	6	0
24	6	4	0	0	24	7	1	4	0
30	8	2	0	0	30	9	0	2	0
36	10	0	0	0	36	10	5	0	0
42	11	4	0	0	42	12	3	10	0
48	13	2	0	0	48	14	2	8	0
54	15	0	0	0	54	16	1	6	0
60	16	4	0	0	60	18	0	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	5	0	$\frac{1}{4}$	0	0	5	6
$\frac{1}{2}$	0	0	10	0	$\frac{1}{2}$	0	0	10	10
$\frac{3}{4}$	0	1	3	0	$\frac{3}{4}$	0	1	4	3

Equar. 10 pouc. sur 14.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	11	4
2	0	3	10	8
3	0	5	10	0
4	1	1	9	4
5	1	3	8	8
6	1	5	8	0
7	2	1	7	4
8	2	3	6	8
9	2	5	6	0
10	3	1	5	4
11	3	3	4	8
12	3	5	4	0
13	4	1	3	4
14	4	3	2	8
15	4	5	2	0
16	5	1	1	4
17	5	3	0	8
18	5	5	0	0
24	7	4	8	0
30	9	4	4	0
36	11	4	0	0
42	13	3	8	0
48	15	3	4	0
54	17	3	0	0
60	19	2	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	5	10
$\frac{1}{2}$	0	0	11	8
$\frac{3}{4}$	0	1	5	6

Equar. 10 pouc. sur 15.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	2	1	0
2	0	4	2	0
3	1	0	3	0
4	1	2	4	0
5	1	4	5	0
6	2	0	6	0
7	2	2	7	0
8	2	4	8	0
9	3	0	9	0
10	3	2	10	0
11	3	4	11	0
12	4	1	0	0
13	4	3	1	0
14	4	5	2	0
15	5	1	3	0
16	5	3	4	0
17	5	5	5	0
18	6	1	6	0
24	8	2	0	0
30	10	2	6	0
36	12	3	0	0
42	14	3	6	0
48	16	4	0	0
54	18	4	6	0
60	20	5	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	6	3
$\frac{1}{2}$	0	1	0	6
$\frac{3}{4}$	0	1	6	9

Equar. 11 pouc. sur 11.					Equar. 11 pouc. sur 12.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	8	2	1	0	1	10	0
2	0	3	4	4	2	0	3	8	0
3	0	5	0	6	3	0	5	6	0
4	1	0	8	8	4	1	1	4	0
5	1	2	4	10	5	1	3	2	0
6	1	4	1	0	6	1	5	0	0
7	1	5	9	2	7	2	0	10	0
8	2	1	5	4	8	2	2	8	0
9	2	3	1	6	9	2	4	6	0
10	2	4	9	8	10	3	0	4	0
11	3	0	5	10	11	3	2	2	0
12	3	2	2	0	12	3	4	0	0
13	3	3	10	2	13	3	5	10	0
14	3	5	6	4	14	4	1	8	0
15	4	1	2	6	15	4	3	6	0
16	4	2	10	8	16	4	5	4	0
17	4	4	6	10	17	5	1	2	0
18	5	0	3	0	18	5	3	0	0
24	6	4	4	0	24	7	2	0	0
30	8	2	5	0	30	9	1	0	0
36	10	0	6	0	36	11	0	0	0
42	11	4	7	0	42	12	5	0	0
48	13	2	8	0	48	14	4	0	0
54	15	0	9	0	54	16	3	0	0
60	16	4	10	0	60	18	2	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	5	$0\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0	5	6
$\frac{1}{2}$	0	0	10	1	$\frac{1}{2}$	0	0	11	0
$\frac{3}{4}$	0	1	3	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	1	4	6

Equar. 11 pouc. sur 13.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	1	11	10
2	0	3	11	8
3	0	5	11	6
4	1	1	11	4
5	1	3	11	2
6	1	5	11	0
7	2	1	10	10
8	2	3	10	8
9	2	5	10	6
10	3	1	10	4
11	3	3	10	2
12	3	5	10	0
13	4	1	9	10
14	4	3	9	8
15	4	5	9	6
16	5	1	9	4
17	5	3	9	2
18	5	5	9	0
24	7	5	8	0
30	9	5	7	0
36	11	5	6	0
42	13	5	5	0
48	15	5	4	0
54	17	5	3	0
60	19	5	2	0
$\frac{1}{4}$	0	0	5	$11\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	0	11	11
$\frac{3}{4}$	0	1	5	$10\frac{1}{2}$

Equar. 11 pouc. sur 14.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié	pou.	lig.
1	0	2	1	8
2	0	4	3	4
3	1	0	5	0
4	1	2	6	8
5	1	4	8	4
6	2	0	10	0
7	2	2	11	8
8	2	5	1	4
9	3	1	3	0
10	3	3	4	8
11	3	5	6	4
12	4	1	8	0
13	4	3	9	8
14	4	5	11	4
15	5	2	1	0
16	5	4	2	8
17	6	0	4	4
18	6	2	6	0
24	8	3	4	0
30	10	4	2	0
36	12	5	0	0
42	14	5	10	0
48	17	0	8	0
54	19	1	6	0
60	21	2	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	6	5
$\frac{1}{2}$	0	1	0	10
$\frac{3}{4}$	0	1	7	3

Equar. 11 pouc. sur 15.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	2	3	6
2	0	4	7	0
3	1	0	10	6
4	1	3	2	0
5	1	5	5	6
6	2	1	9	0
7	2	4	0	6
8	3	0	4	0
9	3	2	7	6
10	3	4	11	0
11	4	1	2	6
12	4	3	6	0
13	4	5	9	6
14	5	2	1	0
15	5	4	4	6
16	6	0	8	0
17	6	2	11	6
18	6	5	3	0
24	9	1	0	0
30	11	2	9	0
36	13	4	6	0
42	16	0	3	0
48	18	2	0	0
54	20	3	9	0
60	22	5	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	6	$10\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	1	1	9
$\frac{3}{4}$	0	1	8	$7\frac{1}{2}$

Equar. 12 pouc. sur 12.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	2	0	0
2	0	4	0	0
3	1	0	0	0
4	1	2	0	0
5	1	4	0	0
6	2	0	0	0
7	2	2	0	0
8	2	4	0	0
9	3	0	0	0
10	3	2	0	0
11	3	4	0	0
12	4	0	0	0
13	4	2	0	0
14	4	4	0	0
15	5	0	0	0
16	5	2	0	0
17	5	4	0	0
18	6	0	0	0
24	8	0	0	0
30	10	0	0	0
36	12	0	0	0
42	14	0	0	0
48	16	0	0	0
54	18	0	0	0
60	20	0	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	6	0
$\frac{1}{2}$	0	1	0	0
$\frac{3}{4}$	0	1	6	0

Equar. 12 pouc. sur 13.					Equar. 12 pouc. sur 14.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Sol.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	2	2	0	1	0	2	4	0
2	0	4	4	0	2	0	4	8	0
3	1	0	6	0	3	1	1	0	0
4	1	2	8	0	4	1	3	4	0
5	1	4	10	0	5	1	5	8	0
6	2	1	0	0	6	2	2	0	0
7	2	3	2	0	7	2	4	4	0
8	2	5	4	0	8	3	0	8	0
9	3	1	6	0	9	3	3	0	0
10	3	3	8	0	10	3	5	4	0
11	3	5	10	0	11	4	1	8	0
12	4	2	0	0	12	4	4	0	0
13	4	4	2	0	13	5	0	4	0
14	5	0	4	0	14	5	2	8	0
15	5	2	6	0	15	5	5	0	0
16	5	4	8	0	16	6	1	4	0
17	6	0	10	0	17	6	3	8	0
18	6	3	0	0	18	7	0	0	0
24	8	4	0	0	24	9	2	0	0
30	10	5	0	0	30	11	4	0	0
36	13	0	0	0	36	14	0	0	0
42	15	1	0	0	42	16	2	0	0
48	17	2	0	0	48	18	4	0	0
54	19	3	0	0	54	21	0	0	0
60	21	4	0	0	60	23	2	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	6	6	$\frac{1}{4}$	0	0	7	0
$\frac{1}{2}$	0	1	1	0	$\frac{1}{2}$	0	1	2	0
$\frac{3}{4}$	0	1	7	6	$\frac{3}{4}$	0	1	9	0

Equar. 12 pouc. sur 15.					Equar. 12 pouc. sur 16.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	2	6	0	1	0	2	8	0
2	0	5	0	0	2	0	5	4	0
3	1	1	6	0	3	1	2	0	0
4	1	4	0	0	4	1	4	8	0
5	2	0	6	0	5	2	1	4	0
6	2	3	0	0	6	2	4	0	0
7	2	5	6	0	7	3	0	8	0
8	3	2	0	0	8	3	3	4	0
9	3	4	6	0	9	4	0	0	0
10	4	1	0	0	10	4	2	8	0
11	4	3	6	0	11	4	5	4	0
12	5	0	0	0	12	5	2	0	0
13	5	2	6	0	13	5	4	8	0
14	5	5	0	0	14	6	1	4	0
15	6	1	6	0	15	6	4	0	0
16	6	4	0	0	16	7	0	8	0
17	7	0	6	0	17	7	3	4	0
18	7	3	0	0	18	8	0	0	0
24	10	0	0	0	24	10	4	0	0
30	12	3	0	0	30	13	2	0	0
36	15	0	0	0	36	16	0	0	0
42	17	3	0	0	42	18	4	0	0
48	20	0	0	0	48	21	2	0	0
54	22	3	0	0	54	24	0	0	0
60	25	0	0	0	60	26	4	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	7	6	$\frac{1}{4}$	0	0	8	0
$\frac{1}{2}$	0	1	3	0	$\frac{1}{2}$	0	1	4	0
$\frac{3}{4}$	0	1	10	6	$\frac{3}{4}$	0	2	0	0

Equar. 13 pouc. sur 13.					Equar. 13 pouc. sur 14.				
Pieds de long.	Solidité.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	2	4	2	1	0	2	6	4
2	0	4	8	4	2	0	5	0	8
3	1	1	0	6	3	1	1	7	0
4	1	3	4	8	4	1	4	1	4
5	1	5	8	10	5	2	0	7	8
6	2	2	1	0	6	2	3	2	0
7	2	4	5	2	7	2	5	8	4
8	3	0	9	4	8	3	2	2	8
9	3	3	1	6	9	3	4	9	0
10	3	5	5	8	10	4	1	3	4
11	4	1	9	10	11	4	3	9	8
12	4	4	2	0	12	5	0	4	0
13	5	0	6	2	13	5	2	10	4
14	5	2	10	4	14	5	5	4	8
15	5	5	2	6	15	6	1	11	0
16	6	1	6	8	16	6	4	5	4
17	6	3	10	10	17	7	0	11	8
18	7	0	3	0	18	7	3	6	0
24	9	2	4	0	24	10	0	8	0
30	11	4	5	0	30	12	3	10	0
36	14	0	6	0	36	15	1	0	0
42	16	2	7	0	42	17	4	2	0
48	18	4	8	0	48	20	1	4	0
54	21	0	9	0	54	22	4	6	0
60	23	2	10	0	60	25	1	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	7	$0\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	0	7	7
$\frac{1}{2}$	0	1	2	1	$\frac{1}{2}$	0	1	3	2
$\frac{3}{4}$	0	1	9	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	1	10	9

Equar. 13 pouc. sur 15.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	2	8	6
2	0	5	5	0
3	1	2	1	6
4	1	4	10	0
5	2	1	6	6
6	2	4	3	0
7	3	0	11	6
8	3	3	8	0
9	4	0	4	6
10	4	3	1	0
11	4	5	9	6
12	5	2	6	0
13	5	5	2	6
14	6	1	11	0
15	6	4	7	6
16	7	1	4	0
17	7	4	0	6
18	8	0	9	0
24	10	5	0	0
30	13	3	3	0
36	16	1	6	0
42	18	5	9	0
48	21	4	0	0
54	24	2	3	0
60	27	0	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	8	$1\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	1	4	3
$\frac{3}{4}$	0	2	0	$4\frac{1}{2}$

Equar. 13 pouc. sur 16.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	2	10	8
2	0	5	9	4
3	1	2	8	0
4	1	5	6	8
5	2	2	5	4
6	2	5	4	0
7	3	2	2	8
8	3	5	1	4
9	4	2	0	0
10	4	4	10	8
11	5	1	9	4
12	5	4	8	0
13	6	1	6	8
14	6	4	5	4
15	7	1	4	0
16	7	4	2	8
17	8	1	1	4
18	8	4	0	0
24	11	3	4	0
30	14	2	8	0
36	17	2	0	0
42	20	1	4	0
48	23	0	8	0
54	26	0	0	0
60	28	5	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	8	8
$\frac{1}{2}$	0	1	5	4
$\frac{3}{4}$	0	2	2	0

Equar. 13 pouc. sur 17.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	3	0	10
2	1	0	1	8
3	1	3	2	6
4	2	0	3	4
5	2	3	4	2
6	3	0	5	0
7	3	3	5	10
8	4	0	6	8
9	4	3	7	6
10	5	0	8	4
11	5	3	9	2
12	6	0	10	0
13	6	3	10	10
14	7	0	11	8
15	7	4	0	6
16	8	1	1	4
17	8	4	2	2
18	9	1	3	0
24	12	1	8	0
30	15	2	1	0
36	18	2	6	0
42	21	2	11	0
48	24	3	4	0
54	27	3	9	0
60	30	4	2	0
$\frac{1}{4}$	0	0	9	$2\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	1	6	5
$\frac{3}{4}$	0	2	3	$7\frac{1}{2}$

Equar. 14 pouc. sur 14.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	2	8	8
2	0	5	5	4
3	1	2	2	0
4	1	4	10	8
5	2	1	7	4
6	2	4	4	0
7	3	1	0	8
8	3	3	9	4
9	4	0	6	0
10	4	3	2	8
11	4	5	11	4
12	5	2	8	0
13	5	5	4	8
14	6	2	1	4
15	6	4	10	0
16	7	1	6	8
17	7	4	3	4
18	8	1	0	0
24	10	5	4	0
30	13	3	8	0
36	16	2	0	0
42	19	0	4	0
48	21	4	8	0
54	24	3	0	0
60	27	1	4	0
$\frac{1}{4}$	0	0	8	2
$\frac{1}{2}$	0	1	4	4
$\frac{3}{4}$	0	2	0	6

Equar. 14 pouc. sur 15.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	2	11	0
2	0	5	10	0
3	1	2	9	0
4	1	5	8	0
5	2	2	7	0
6	2	5	6	0
7	3	2	5	0
8	3	5	4	0
9	4	2	3	0
10	4	5	2	0
11	5	2	1	0
12	5	5	0	0
13	6	1	11	0
14	6	4	10	0
15	7	1	9	0
16	7	4	8	0
17	8	1	7	0
18	8	4	6	0
24	11	4	0	0
30	14	3	6	0
36	17	3	0	0
42	20	2	6	0
48	23	2	0	0
54	26	1	6	0
60	29	1	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	8	9
$\frac{1}{2}$	0	1	5	6
$\frac{3}{4}$	0	2	2	3

Equar. 14 pouc. sur 16.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	3	1	4
2	1	0	2	8
3	1	3	4	0
4	2	0	5	4
5	2	0	6	8
6	3	0	8	0
7	3	3	9	4
8	4	0	10	8
9	4	4	0	0
10	5	1	1	4
11	5	4	2	8
12	6	1	4	0
13	6	4	5	4
14	7	1	6	8
15	7	4	8	0
16	8	1	9	4
17	8	4	10	8
18	9	2	0	0
24	12	2	8	0
30	15	3	4	0
36	18	4	0	0
42	21	4	8	0
48	24	5	4	0
54	28	0	0	0
60	31	0	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	9	4
$\frac{1}{2}$	0	1	6	8
$\frac{3}{4}$	0	2	4	0

Equar. 14 pouc. sur 17.					Equar. 14 pouc. sur 18.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	3	3	8	1	0	3	6	0
2	1	0	7	4	2	1	1	0	0
3	1	3	11	0	3	1	4	6	0
4	2	1	2	8	4	2	2	0	0
5	2	4	6	4	5	2	5	6	0
6	3	1	10	0	6	3	3	0	0
7	3	5	1	8	7	4	0	6	0
8	4	2	5	4	8	4	4	0	0
9	4	5	9	0	9	5	1	6	0
10	5	3	0	8	10	5	5	0	0
11	6	0	4	4	11	6	2	6	0
12	6	3	8	0	12	7	0	0	0
13	7	0	11	8	13	7	3	6	0
14	7	4	3	4	14	8	1	0	0
15	8	1	7	0	15	8	4	6	0
16	8	4	10	8	16	9	2	0	0
17	9	2	2	4	17	9	5	6	0
18	9	5	6	0	18	10	3	0	0
24	13	1	4	0	24	14	0	0	0
30	16	3	2	0	30	17	3	0	0
36	19	5	0	0	36	21	0	0	0
42	23	0	10	0	42	24	3	0	0
48	26	2	8	0	48	28	0	0	0
54	29	4	6	0	54	31	3	0	0
60	33	0	4	0	60	35	0	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	9	11	$\frac{1}{4}$	0	0	10	6
$\frac{1}{2}$	0	1	7	10	$\frac{1}{2}$	0	1	9	0
$\frac{3}{4}$	0	2	5	9	$\frac{3}{4}$	0	2	7	6

Equar. 15 pouc. sur 15.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	3	1	6
2	1	0	3	0
3	1	3	4	6
4	2	0	6	0
5	2	3	7	6
6	3	0	9	0
7	3	3	10	6
8	4	1	0	0
9	4	4	1	6
10	5	1	3	0
11	5	4	4	6
12	6	1	6	0
13	6	4	7	6
14	7	1	9	0
15	7	4	10	6
16	8	2	0	0
17	8	5	1	6
18	9	2	3	0
24	12	3	0	0
30	15	3	9	0
36	18	4	6	0
42	21	5	3	0
48	25	0	0	0
54	28	0	9	0
60	31	1	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	9	$4\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	1	6	9
$\frac{3}{4}$	0	2	4	$1\frac{1}{2}$

Equar. 15 pouc. sur 16.				
Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	3	4	0
2	1	0	8	0
3	1	4	0	0
4	2	1	4	0
5	2	4	8	0
6	3	2	0	0
7	3	5	4	0
8	4	2	8	0
9	5	0	0	0
10	5	3	4	0
11	6	0	8	0
12	6	4	0	0
13	7	1	4	0
14	7	4	8	0
15	8	2	0	0
16	8	5	4	0
17	9	2	8	0
18	10	0	0	0
24	13	2	0	0
30	16	4	0	0
36	20	0	0	0
42	23	2	0	0
48	26	4	0	0
54	30	0	0	0
60	33	2	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	10	0
$\frac{1}{2}$	0	1	8	0
$\frac{3}{4}$	0	2	6	0

Equar. 15pouc. sur 17.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	3	6	6
2	1	1	1	0
3	1	4	7	6
4	2	2	2	0
5	2	5	8	6
6	3	3	3	0
7	4	0	9	6
8	4	4	4	0
9	5	1	10	6
10	5	5	5	0
11	6	2	11	6
12	7	0	6	0
13	7	4	0	6
14	8	1	7	0
15	8	5	1	6
16	9	2	8	0
17	10	0	2	6
18	10	3	9	0
24	14	1	0	0
30	17	4	3	0
36	21	1	6	0
42	24	4	9	0
48	28	2	0	0
54	31	5	3	0
60	35	2	6	0
$\frac{1}{4}$	0	0	10	$7\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	1	9	3
$\frac{3}{4}$	0	2	7	$10\frac{1}{2}$

Equar. 15pouc. sur 18.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	3	9	0
2	1	1	6	0
3	1	5	3	0
4	2	3	0	0
5	3	0	9	0
6	3	4	6	0
7	4	2	3	0
8	5	0	0	0
9	5	3	9	0
10	6	1	6	0
11	6	5	3	0
12	7	3	0	0
13	8	0	9	0
14	8	4	6	0
15	9	2	3	0
16	10	0	0	0
17	10	3	9	0
18	11	1	6	0
24	15	0	0	0
30	18	4	6	0
36	22	3	0	0
42	26	1	6	0
48	30	0	0	0
54	33	4	6	0
60	37	3	0	0
$\frac{1}{4}$	0	0	11	3
$\frac{1}{2}$	0	1	10	6
$\frac{3}{4}$	0	2	9	9

Equar. 16 pouc. sur 16.					Equar. 16 pouc. sur 17.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	3	6	8	1	0	3	9	4
2	1	1	1	4	2	1	1	6	8
3	1	4	8	0	3	1	5	4	0
4	2	2	2	8	4	2	3	1	4
5	2	5	9	4	5	3	0	10	8
6	3	3	4	0	6	3	4	8	0
7	4	0	10	8	7	4	2	5	4
8	4	4	5	4	8	5	0	2	8
9	5	2	0	0	9	5	4	0	0
10	5	5	6	8	10	6	1	9	4
11	6	3	1	4	11	6	5	6	8
12	7	0	8	0	12	7	3	4	0
13	7	4	2	8	13	8	1	1	4
14	8	1	9	4	14	8	4	10	8
15	8	5	4	0	15	9	2	8	0
16	9	2	10	8	16	10	0	5	4
17	10	0	5	4	17	10	4	2	8
18	10	4	0	0	18	11	2	0	0
24	14	1	4	0	24	15	0	8	0
30	17	4	8	0	30	18	5	4	0
36	21	2	0	0	36	22	4	0	0
42	24	5	4	0	42	26	2	8	0
48	28	2	8	0	48	30	1	4	0
54	32	0	0	0	54	34	0	0	0
60	35	3	4	0	60	37	4	8	0
$\frac{1}{4}$	0	0	10	8	$\frac{1}{4}$	0	0	11	4
$\frac{1}{2}$	0	1	9	4	$\frac{1}{2}$	0	1	10	8
$\frac{3}{4}$	0	2	8	0	$\frac{3}{4}$	0	2	10	0

Equar. 16 pouc. sur 18.					Equar. 16 pouc. sur 19.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	4	0	0	1	0	4	2	8
2	1	2	0	0	2	1	2	5	4
3	2	0	0	0	3	2	0	8	0
4	2	4	0	0	4	2	4	10	8
5	3	2	0	0	5	3	3	1	4
6	4	0	0	0	6	4	1	4	0
7	4	4	0	0	7	4	5	6	8
8	5	2	0	0	8	5	3	9	4
9	6	0	0	0	9	6	2	0	0
10	6	4	0	0	10	7	0	2	8
11	7	2	0	0	11	7	4	5	4
12	8	0	0	0	12	8	2	8	0
13	8	4	0	0	13	9	0	10	8
14	9	2	0	0	14	9	5	1	4
15	10	0	0	0	15	10	3	4	0
16	10	4	0	0	16	11	1	6	8
17	11	2	0	0	17	11	5	9	4
18	12	0	0	0	18	12	4	0	0
24	16	0	0	0	24	16	5	4	0
30	20	0	0	0	30	21	0	8	0
36	24	0	0	0	36	25	2	0	0
42	28	0	0	0	42	29	3	4	0
48	32	0	0	0	48	33	4	8	0
54	36	0	0	0	54	38	0	0	0
60	40	0	0	0	60	42	1	4	0
$\frac{1}{4}$	0	1	0	0	$\frac{1}{4}$	0	1	0	8
$\frac{1}{2}$	0	2	0	0	$\frac{1}{2}$	0	2	1	4
$\frac{3}{4}$	0	3	0	0	$\frac{3}{4}$	0	3	2	0

Equar. 17 pouc. sur 17.					Equar. 17 pouc. sur 18.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	4	0	2	1	0	4	3	0
2	1	2	0	4	2	1	2	6	0
3	2	0	0	6	3	2	0	9	0
4	2	4	0	8	4	2	5	0	0
5	3	2	0	10	5	3	3	3	0
6	4	0	1	0	6	4	1	6	0
7	4	4	1	2	7	4	5	9	0
8	5	2	1	4	8	5	4	0	0
9	6	0	1	6	9	6	2	3	0
10	6	4	1	8	10	7	0	6	0
11	7	2	1	10	11	7	4	9	0
12	8	0	2	0	12	8	3	0	0
13	8	4	2	2	13	9	1	3	0
14	9	2	2	4	14	9	5	6	0
15	10	0	2	6	15	10	3	9	0
16	10	4	2	8	16	11	2	0	0
17	11	2	2	10	17	12	0	3	0
18	12	0	3	0	18	12	4	6	0
24	16	0	4	0	24	17	0	0	0
30	20	0	5	0	30	21	1	6	0
36	24	0	6	0	36	25	3	0	0
42	28	0	7	0	42	29	4	6	0
48	32	0	8	0	48	34	0	0	0
54	36	0	9	0	54	38	1	6	0
60	40	0	10	0	60	42	3	0	0
$\frac{1}{4}$	0	1	0	$0\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	1	0	9
$\frac{1}{2}$	0	2	0	1	$\frac{1}{2}$	0	2	1	6
$\frac{3}{4}$	0	3	0	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	3	2	3

Equar. 17 pouc. sur 19.					Equar. 18 pouc. sur 18.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	4	5	10	1	0	4	6	0
2	1	2	11	8	2	1	3	0	0
3	2	1	5	6	3	2	1	6	0
4	2	5	11	4	4	3	0	0	0
5	3	4	5	2	5	3	4	6	0
6	4	2	11	0	6	4	3	0	0
7	5	1	4	10	7	5	1	6	0
8	5	5	10	8	8	6	0	0	0
9	6	4	4	6	9	6	4	6	0
10	7	2	10	4	10	7	3	0	0
11	8	1	4	2	11	8	1	6	0
12	8	5	10	0	12	9	0	0	0
13	9	4	3	10	13	9	4	6	0
14	10	2	9	8	14	10	3	0	0
15	11	1	3	6	15	11	1	6	0
16	11	5	9	4	16	12	0	0	0
17	12	4	3	2	17	12	4	6	0
18	13	2	9	0	18	13	3	0	0
24	17	5	8	0	24	18	0	0	0
30	22	2	7	0	30	22	3	0	0
36	26	5	6	0	36	27	0	0	0
42	31	2	5	0	42	31	3	0	0
48	35	5	4	0	48	36	0	0	0
54	40	2	3	0	54	40	3	0	0
60	44	5	2	0	60	45	0	0	0
$\frac{1}{4}$	0	1	1	$5\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	1	1	6
$\frac{1}{2}$	0	2	2	11	$\frac{1}{2}$	0	2	3	0
$\frac{3}{4}$	0	3	4	$4\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	3	4	6

Equar. 18 pouc. sur 19.					Equar. 18 pouc. sur 20.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	4	9	0	1	0	5	0	0
2	1	3	6	0	2	1	4	0	0
3	2	2	3	0	3	2	3	0	0
4	3	1	0	0	4	3	2	0	0
5	3	5	9	0	5	4	1	0	0
6	4	4	6	0	6	5	0	0	0
7	5	3	3	0	7	5	5	0	0
8	6	2	0	0	8	6	4	0	0
9	7	0	9	0	9	7	3	0	0
10	7	5	6	0	10	8	2	0	0
11	8	4	3	0	11	9	1	0	0
12	9	3	0	0	12	10	0	0	0
13	10	1	9	0	13	10	5	0	0
14	11	0	6	0	14	11	4	0	0
15	11	5	3	0	15	12	3	0	0
16	12	4	0	0	16	13	2	0	0
17	13	2	9	0	17	14	1	0	0
18	14	1	6	0	18	15	0	0	0
24	19	0	0	0	24	20	0	0	0
30	23	4	6	0	30	25	0	0	0
36	28	3	0	0	36	30	0	0	0
42	33	1	6	0	42	35	0	0	0
48	38	0	0	0	48	40	0	0	0
54	42	4	6	0	54	45	0	0	0
60	47	3	0	0	60	50	0	0	0
$\frac{1}{4}$	0	1	2	3	$\frac{1}{4}$	0	1	3	0
$\frac{1}{2}$	0	2	4	6	$\frac{1}{2}$	0	2	6	0
$\frac{3}{4}$	0	3	6	9	$\frac{3}{4}$	0	3	9	0

Equar. 19 pouc. sur 19.					Equar. 19 pouc. sur 20.				
Pieds de long.	Solidités.				Pieds de long.	Solidités.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	5	0	2	1	0	5	3	4
2	1	4	0	4	2	1	4	6	8
3	2	3	0	6	3	2	3	10	0
4	3	2	0	8	4	3	3	1	4
5	4	1	0	10	5	4	2	4	8
6	5	0	1	0	6	5	1	8	0
7	5	5	1	2	7	6	0	11	4
8	6	4	1	4	8	7	0	2	8
9	7	3	1	6	9	7	5	6	0
10	8	2	1	8	10	8	4	9	4
11	9	1	1	10	11	9	4	0	8
12	10	0	2	0	12	10	3	4	0
13	10	5	2	2	13	11	2	7	4
14	11	4	2	4	14	12	1	10	8
15	12	3	2	6	15	13	1	2	0
16	13	2	2	8	16	14	0	5	4
17	14	1	2	10	17	14	5	8	8
18	15	0	3	0	18	15	5	0	0
24	20	0	4	0	24	21	0	8	0
30	25	0	5	0	30	26	2	4	0
36	30	0	6	0	36	31	4	0	0
42	35	0	7	0	42	36	5	8	0
48	40	0	8	0	48	42	1	4	0
54	45	0	9	0	54	47	3	0	0
60	50	0	10	0	60	52	4	8	0
$\frac{1}{4}$	0	1	3	$0\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	1	3	10
$\frac{1}{2}$	0	2	6	1	$\frac{1}{2}$	0	2	7	8
$\frac{3}{4}$	0	3	9	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	3	11	6

Equar. 19 pouc. sur 21.					Equar. 20 pouc. sur 20.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	5	6	6	1	0	5	6	8
2	1	5	1	0	2	1	5	1	4
3	2	4	7	6	3	2	4	8	0
4	3	4	2	0	4	3	4	2	8
5	4	3	8	6	5	4	3	9	4
6	5	3	3	0	6	5	3	4	0
7	6	2	9	6	7	6	2	10	8
8	7	2	4	0	8	7	2	5	4
9	8	1	10	6	9	8	2	0	0
10	9	1	5	0	10	9	1	6	8
11	10	0	11	6	11	10	1	1	4
12	11	0	6	0	12	11	0	8	0
13	12	0	0	6	13	12	0	2	8
14	12	5	7	0	14	12	5	9	4
15	13	5	1	6	15	13	5	4	0
16	14	4	8	0	16	14	4	10	8
17	15	4	2	6	17	15	4	5	4
18	16	3	9	0	18	16	4	0	0
24	22	1	0	0	24	22	1	4	0
30	27	4	3	0	30	27	4	8	0
36	33	1	6	0	36	33	2	0	0
42	38	4	9	0	42	38	5	4	0
48	44	2	0	0	48	44	2	8	0
54	49	5	3	0	54	5	0	0	0
60	55	2	6	0	60	55	3	4	0
$\frac{1}{4}$	0	1	4	$7\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	1	4	8
$\frac{1}{2}$	0	2	9	3	$\frac{1}{2}$	0	2	9	4
$\frac{3}{4}$	0	4	1	$10\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	4	2	0

Equar. 20 pouc. sur 21.					Equar. 20 pouc. sur 22.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	0	5	10	0	1	1	0	1	4
2	1	5	8	0	2	2	0	2	8
3	2	5	6	0	3	3	0	4	0
4	3	5	4	0	4	4	0	5	4
5	4	5	2	0	5	5	0	6	8
6	5	5	0	0	6	6	0	8	0
7	6	4	10	0	7	7	0	9	4
8	7	4	8	0	8	8	0	10	8
9	8	4	6	0	9	9	1	0	0
10	9	4	4	0	10	10	1	1	4
11	10	4	2	0	11	11	1	2	8
12	11	4	0	0	12	12	1	4	0
13	12	3	10	0	13	13	1	5	4
14	13	3	8	0	14	14	1	6	8
15	14	3	6	0	15	15	1	8	0
16	15	3	4	0	16	16	1	9	4
17	16	3	2	0	17	17	1	10	8
18	17	3	0	0	18	18	2	0	0
24	23	2	0	0	24	24	2	8	0
30	29	1	0	0	30	30	3	4	0
36	35	0	0	0	36	36	4	0	0
42	40	5	0	0	42	42	4	8	0
48	46	4	0	0	48	48	5	4	0
54	52	3	0	0	54	55	0	0	0
60	58	2	0	0	60	61	0	8	0
$\frac{1}{4}$	0	1	5	6	$\frac{1}{4}$	0	1	6	4
$\frac{1}{2}$	0	2	11	0	$\frac{1}{2}$	0	3	0	8
$\frac{3}{4}$	0	4	4	6	$\frac{3}{4}$	0	4	7	0

Equar, 21 pouc. sur 21.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	1	0	1	6
2	2	0	3	0
3	3	0	4	6
4	4	0	6	0
5	5	0	7	6
6	6	0	9	0
7	7	0	10	6
8	8	1	0	0
9	9	1	1	6
10	10	1	3	0
11	11	1	4	6
12	12	1	6	0
13	13	1	7	6
14	14	1	9	0
15	15	1	10	6
16	16	2	0	0
17	17	2	1	6
18	18	2	3	0
24	24	3	0	0
30	30	3	9	0
36	36	4	6	0
42	42	5	3	0
48	49	0	0	0
54	55	0	9	0
60	61	1	6	0
$\frac{1}{4}$	0	1	6	$4\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	0	3	0	9
$\frac{3}{4}$	0	4	7	$1\frac{1}{2}$

Equar, 21 pouc. sur 22.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.
1	1	0	5	0
2	2	0	10	0
3	3	1	3	0
4	4	1	8	0
5	5	2	1	0
6	6	2	6	0
7	7	2	11	0
8	8	3	4	0
9	9	3	9	0
10	10	4	2	0
11	11	4	7	0
12	12	5	0	0
13	13	5	5	0
14	14	5	10	0
15	16	0	3	0
16	17	0	8	0
17	18	1	1	0
18	19	1	6	0
24	25	4	0	0
30	32	0	6	0
36	38	3	0	0
42	44	5	6	0
48	51	2	0	0
54	57	4	6	0
60	64	1	0	0
$\frac{1}{4}$	0	1	7	3
$\frac{1}{2}$	0	3	2	6
$\frac{3}{4}$	0	4	9	9

Equar. 21 pouc. sur 23.					Equar. 22 pouc. sur 22.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	1	0	8	6	1	1	0	8	8
2	2	1	5	0	2	2	1	5	4
3	3	2	1	6	3	3	2	2	0
4	4	2	10	0	4	4	2	10	8
5	5	3	6	6	5	5	3	7	4
6	6	4	3	0	6	6	4	4	0
7	7	4	11	6	7	7	5	0	8
8	8	5	8	0	8	8	5	9	4
9	10	0	4	6	9	10	0	6	0
10	11	1	1	0	10	11	1	2	8
11	12	1	9	6	11	12	1	11	4
12	13	2	6	0	12	13	2	8	0
13	14	3	2	6	13	14	3	4	8
14	15	3	11	0	14	15	4	1	4
15	16	4	7	6	15	16	4	10	0
16	17	5	4	0	16	17	5	6	8
17	19	0	0	6	17	19	0	3	4
18	20	0	9	0	18	20	1	0	0
24	26	5	0	0	24	26	5	4	0
30	33	3	3	0	30	33	3	8	0
36	40	1	6	0	36	40	2	0	0
42	46	5	9	0	42	47	0	4	0
48	53	4	0	0	48	53	4	8	0
54	60	2	3	0	54	60	3	0	0
60	67	0	6	0	60	67	1	4	0
$\frac{1}{4}$	0	1	8	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	1	8	2
$\frac{1}{2}$	0	3	4	3	$\frac{1}{2}$	0	3	4	4
$\frac{3}{4}$	0	5	0	$4\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	0	5	0	6

Equar. 22 pouc. sur 23.					Equar. 23 pouc. sur 23.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	1	1	0	4	1	1	1	4	2
2	2	2	0	8	2	2	2	8	4
3	3	3	1	0	3	3	4	0	6
4	4	4	1	4	4	4	5	4	8
5	5	5	1	8	5	6	0	8	10
6	7	0	2	0	6	7	2	1	0
7	8	1	2	4	7	8	3	5	2
8	9	2	2	8	8	9	4	9	4
9	10	3	3	0	9	11	0	1	6
10	11	4	3	4	10	12	1	5	8
11	12	5	3	8	11	13	2	9	10
12	14	0	4	0	12	14	4	2	0
13	15	1	4	4	13	15	5	6	2
14	16	2	4	8	14	17	0	10	4
15	17	3	5	0	15	18	2	2	6
16	18	4	5	4	16	19	3	6	8
17	19	5	5	8	17	20	4	10	10
18	21	0	6	0	18	22	0	3	0
24	28	0	8	0	24	29	2	4	0
30	35	0	10	0	30	36	4	5	0
36	42	1	0	0	36	44	0	6	0
42	49	1	2	0	42	51	2	7	0
48	56	1	4	0	48	58	4	8	0
54	63	1	6	0	54	66	0	9	0
60	70	1	8	0	60	73	2	10	0
$\frac{1}{4}$	0	1	9	1	$\frac{1}{4}$	0	1	10	0
$\frac{1}{2}$	0	3	6	2	$\frac{1}{2}$	0	3	8	1
$\frac{3}{4}$	0	5	3	3	$\frac{3}{4}$	0	5	6	1

Equar. 23 pouc sur 24					Equar. 24 pouce sur 25.				
Pieds de long.	SOLIDITÉS.				Pieds de long.	SOLIDITÉS.			
	Soli.	pié.	pou.	lig.		Soli.	pié.	pou.	lig.
1	1	1	8	0	1	1	2	0	0
2	2	3	4	0	2	2	4	0	0
3	3	5	0	0	3	4	0	0	0
4	5	0	8	0	4	5	2	0	0
5	6	2	4	0	5	6	4	0	0
6	7	4	0	0	6	8	0	0	0
7	8	5	8	0	7	9	2	0	0
8	10	1	4	0	8	10	4	0	0
9	11	3	0	0	9	12	0	0	0
10	12	4	8	0	10	13	2	0	0
11	14	0	4	0	11	14	4	0	0
12	15	2	0	0	12	16	0	0	0
13	16	3	8	0	13	17	2	0	0
14	17	5	4	0	14	18	4	0	0
15	19	1	0	0	15	20	0	0	0
16	20	2	8	0	16	21	2	0	0
17	21	4	4	0	17	22	4	0	0
18	23	0	0	0	18	24	0	0	0
24	30	4	0	0	24	32	0	0	0
30	38	[illegible]	0	0	30	40	0	0	0
36	46	0	0	0	36	48	0	0	0
42	53	4	0	0	42	56	0	0	0
48	61	2	0	0	48	64	0	0	0
54	69	0	0	0	54	72	0	0	0
60	76	4	0	0	60	80	0	0	0
$\frac{1}{4}$	0	1	11	0	$\frac{1}{4}$	0	2	0	0
$\frac{1}{2}$	0	3	10	0	$\frac{1}{2}$	0	4	0	0
$\frac{3}{4}$	0	5	9	0	$\frac{3}{4}$	0	6	0	0

Manière de se servir de la seconde Table.

Cette seconde Table contient les solidités de toutes les pièces de bois de charpente qui ont une toise de longueur ; et dont les équarrissages commencent à celui d'un pouce sur 12, et se terminent à celui de 12 pouces sur 25. Ainsi, lorsqu'on y aura trouvé le nombre des solives et des parties de solive que contient une toise d'une certaine pièce de bois qui aura quelqu'un de ces équarrissages, il sera facile de connoître par une simple addition, ou par une simple multiplication, la solidité d'une autre pièce qui aura le même équarrissage que cette certaine pièce, mais dont la longueur sera d'un certain nombre de toises. Les exemples suivants font voir la manière dont on se sert de cette Table, en tous les cas qui peuvent se rencontrer.

Premier Exemple. Il faut trouver la solidité d'une pièce de bois de charpente qui a 4 toises de longueur, et dont l'équarrissage est de 11 pouces sur 15.

On cherche dans la Table de l'équarrissage de 11 pouces sur 15; et l'on y trouve 2 *solives* 1 *pied* 9 *pouces*, pour la solidité d'une pièce qui a cet équarrissage sur une toise de longueur. Donc, puisque la pièce proposée a le même équarrissage sur 4 toises de longueur, elle doit contenir 4 fois 2 solives 1 pied 9 pouces. Ainsi, l'on additionne ce dernier nombre trois fois à lui-même, ou, ce qui est plus court, on le multiplie par 4, et l'on trouve 9 solives 1 pied pour la solidité que l'on se proposoit de connoître.

Second Exemple. On propose de trouver la solidité d'une pièce de bois de charpente qui a $3\frac{1}{2}$ toises de longueur; et dont l'équarrissage est de 17 pouces sur 21.

Cet équarrissage n'est point dans cette Table. Ainsi, conformément à ce qui a été dit *page* 372, il faut le partager en deux autres qui puissent s'y trouver. Or, si par la raison que 5 et 12 font 17, on le divise en ceux de 5 pouces sur 21, et de 12 pouces sur 21, on trouvera dans la Table, 1 *solive* 2 *pieds* 9 *pouces* vis-à-vis du premier; et 3 *solives* 3 *pieds* vis-à-vis du second. D'où l'on conclura qu'une pièce qui a une toise de longueur, et 17 pouces sur 21 d'équarrissage, contient 4 solives 5 pieds 9 pouces. Donc, puisque la pièce proposée a le même équarrissage que cette dernière pièce, et que sa longueur est de $3\frac{1}{2}$ toises, il faut multiplier 4 solives 5 pieds 9 pouces par $3\frac{1}{2}$; et le produit 17 toises 2 pieds $1\frac{1}{2}$ pouce, sera la solidité proposée.

Troisième Exemple. Une poutre a 7 toises de longueur; et son équarrissage est de 18 pouces sur 29. De combien est sa solidité ?

Cet équarrissage n'est point dans cette Table. Ainsi, conformément encore à ce qui a été dit page 372, il faut le partager en plusieurs autres qui y soient contenus.

Or, par la raison que deux fois 12 produisent 24, et que 24 et 5 font 29, les équarrissages que dans cet exemple on peut prendre le plus commodément, sont deux fois celui de 12 pouces sur 18; et une fois celui de 5 pouces sur 18. Ainsi, l'on cherche dans la Table ces deux équarrissages; et l'on y trouve 3 *solives* vis-à-vis du premier, et 1 *solive* 1 *pied* 6 *pouces* vis-à-vis du dernier. D'où l'on conclut qu'une pièce qui a une toise de longueur, et 18 pouces sur 29 d'équarrissage, contient deux fois 3 solives; plus une fois 1 solive 1 pied 6 pouces; et que par conséquent sa solidité est de 7 solives 1 pied 6 pouces. Donc, puisque la poutre proposée a le même équarrissage que cette pièce; et que sa longueur est septuple de celle de cette même pièce, elle doit contenir sept fois 7 solives 1 pied 6 pouces. Ainsi, l'on additionne ce dernier nombre six fois à lui-même, ou, ce qui est plus court, on le multiplie par 7; et la somme, ou le produit, 50 solives 4 pieds 6 pouces, est la solidité demandée.

Quatrième Exemple. On demande le nombre des solives et des parties de solive qui sont contenues dans une poutre qui a 52 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 29 pouces sur 34.

Comme cet équarrissage n'est point dans la Table, on commence par diviser 29 en deux fois 12, plus une fois 5, de même que l'on vient de le faire dans l'exemple précédent; et par ce moyen, au lieu de l'équarrissage proposé, on a deux fois celui de 12 pouces sur 34, plus une fois celui de 5 sur 34, dont aucun n'est encore dans la Table.

Mais, par la raison que 34 sont composés de 12 plus 22, on subdivise le premier de ces deux équarrissages en quatre autres; savoir, deux de 12 pouces sur 12 pouces, et deux autres de 12 pouces sur 22. On subdivise aussi le second en deux autres; savoir, un de 5 pouces sur 12, et un autre de 5 pouces sur 22. Or, on trouve dans la Table les nombres suivants: savoir, 2 *solives* vis-à-vis de 12 pouces sur 12 pouces; 3 *solives* 4 *pieds* vis-à-vis de 12 pouces sur 22 pouces; 5 *pieds* vis-à-vis de 5 pouces sur 12; et 1 *solive* 3 *pieds* 2 *pouces* vis-à-vis de 5 pouces sur 22. Ainsi, aux doubles de ces deux premiers nombres on ajoute les deux derniers; et la somme 13 solives 4 pieds 2 pouces est la solidité d'une pièce qui a une toise de longueur sur 29 fois 34 pouces d'équarrissage. Enfin, comme la pièce proposée a 52 pieds de longueur, c'est-à-dire 8 toises 4 pieds, on multiplie cette somme par $8\frac{2}{3}$; et le produit 118 solives 4 pieds 1 pouce 4 lignes, est la solidité demandée.

Remarque. Chaque dimension d'un équarrissage peut souvent se diviser de plusieurs manières; mais quelles que soient les parties en lesquelles on la partage, elles donneront toujours, étant prises toutes ensemble, le même résultat que le nombre dont elles sont les parties.

Par exemple, si au lieu de partager l'équarrissage de 17 pouces sur 21, en ceux de 5 pouces et de 12 pouces sur 21, comme on l'a fait dans le second des quatre exemples précédents, on l'avoit divisé en quelques-uns des suivants, savoir, ceux de 6 pouces et de 11 pouces sur 21; ou ceux de 7 pouces et de 10 pouces sur 21; ou enfin ceux de 8 pouces et de 9 pouces sur 21, on auroit toujours trouvé le même nombre de 4 solives 5 pieds 9 pouces, pour la solidité d'une pièce dont la longueur est d'une toise, et qui a l'un quelconque de ces équarrissages.

On trouveroit également la même solidité précédente, si l'on partageoit l'équarrissage de 17 pouces sur 21, en ceux de 9 pouces et de 12 pouces sur 17; ou ceux de 10 pouces et de 11 pouces sur 17.

Mais, lorsque l'on est obligé de partager un équarrissage, on doit préférer le nombre 12 à tous les autres pour être l'une des parties de la dimension que l'on veut diviser, par la raison que ce nombre est généralement le plus commode.

TABLE contenant les Solidités des pièces de Bois de charpente qui ont une toise de long ; et depuis 1 pouce sur 12 d'équarrissage, jusqu'à 12 pouces sur 25.

EQUAR.	SOLIDITÉ.			EQUAR.	SOLIDITÉ.		
1 pouce	Sol.	pié.	po.	3 pouces	Sol.	pié.	po.
sur 12	0	1	0	sur 12	0	3	0
13	0	1	1	13	0	3	3
14	0	1	2	14	0	3	6
15	0	1	3	15	0	3	9
16	0	1	4	16	0	4	0
17	0	1	5	17	0	4	3
18	0	1	6	18	0	4	6
19	0	1	7	19	0	4	9
20	0	1	8	20	0	5	0
21	0	1	9	21	0	5	3
22	0	1	10	22	0	5	6
23	0	1	11	23	0	5	9
24	0	2	0	24	1	0	0
25	8	2	1	25	1	0	3
2 pouces	Sol.	pié.	po.	4 pouces	Sol.	pié.	po.
sur 12	0	2	0	sur 12	0	4	0
13	0	2	2	13	0	4	4
14	0	2	4	14	0	4	8
15	0	2	6	15	0	5	0
16	0	2	8	16	0	5	4
17	0	2	10	17	0	5	8
18	0	3	0	18	1	0	0
19	0	3	2	19	1	0	4
20	0	3	4	20	1	0	8
21	0	3	6	21	1	1	0
22	0	3	8	22	1	1	4
23	0	3	10	23	1	1	8
24	0	4	0	24	1	2	0
25	0	4	2	25	1	2	4

Suite de la Table.

Equar.	Solidité.			Equar.	Solidité.		
5 pouces	Sol.	pié.	po.	7 pouces	Sol.	pié.	po.
sur 12	0	5	0	sur 12	1	1	0
13	0	5	5	13	1	1	7
14	0	5	10	14	1	2	2
15	1	0	3	15	1	2	9
16	1	0	8	16	1	3	4
17	1	1	1	17	1	3	11
18	1	1	6	18	1	4	6
19	1	1	11	19	1	5	1
20	1	2	4	20	1	5	8
21	1	2	9	21	2	0	5
22	1	3	2	22	2	0	10
23	1	3	7	23	2	1	5
24	1	4	0	24	2	2	0
25	1	4	5	25	2	2	7
6 pouces	Sol.	pié.	po.	8 pouces	Sol.	pié.	po.
sur 12	1	0	0	sur 12	1	2	0
13	1	0	6	13	1	2	8
14	1	1	0	14	1	3	4
15	1	1	6	15	1	4	0
16	1	2	0	16	1	4	8
17	1	2	6	17	1	5	4
18	1	3	0	18	2	0	0
19	1	3	6	19	2	0	8
20	1	4	0	20	2	1	4
21	1	4	6	21	2	2	0
22	1	5	0	22	2	2	8
23	1	5	6	23	2	3	4
24	2	0	0	24	2	4	0
25	2	0	6	25	2	4	8

Suite de la Table.

EQUAR.	SOLIDITÉ.			EQUAR.	SOLIDITÉ.		
9 pouces	Sol.	pié.	po.	11 pouc.	Sol.	pié.	po.
sur 12	1	3	0	sur 12	1	5	0
13	1	3	9	13	1	5	11
14	1	4	6	14	2	0	10
15	1	5	3	15	2	1	9
16	2	0	0	16	2	2	8
17	2	0	9	17	2	3	7
18	2	1	6	18	2	4	6
19	2	2	3	19	2	5	5
20	2	3	0	20	3	0	4
21	2	3	9	21	3	1	3
22	2	4	6	22	3	2	2
23	2	5	3	23	3	3	1
24	3	0	0	24	3	4	0
25	3	0	9	25	3	4	11
10 pouc.	Sol.	pié.	po.	12 pouc.	Sol.	pié.	po.
sur 12	1	4	0	sur 12	2	0	0
13	1	4	10	13	2	1	0
14	1	5	8	14	2	2	0
15	2	0	6	15	2	3	0
16	2	1	4	16	2	4	0
17	2	2	2	17	2	5	0
18	2	3	0	18	3	0	0
19	2	3	10	19	3	1	0
20	2	4	8	20	3	2	0
21	2	5	6	21	3	3	0
22	3	0	4	22	3	4	0
23	3	1	2	23	3	5	0
24	3	2	0	24	4	0	0
25	3	2	10	25	4	1	0

Manière de se servir de la troisième Table.

Toutes les pages de cette Table sont divisées de la même manière que celles des deux Tables précédentes. Les pouces qui y sont nombrés de 12 en 12 dans les colonnes les plus étroites, sont des pouces quarrés ; mais, comme ces quarrés sont les bases de pouces de solives, ils indiquent autant de ces derniers pouces qu'ils en expriment des premiers. On a mis dans les colonnes adjacentes, les nombres des solives et des pieds de solive qui appartiennent aux pouces vis-à-vis desquels ils sont posés. Ainsi, ces colonnes ne contiennent les solidités que des seules pièces qui ont une toise de longueur, et dont les équarrissages sont ou de 12 pouces, ou d'un produit de 12 multipliés par un nombre entier. Enfin, le premier des deux exemples suivants fera voir comment on trouve, par le moyen de cette Table, la solidité d'une pièce dont l'équarrissage y est contenu ; et l'on apprendra par le second ce qu'il faudra faire lorsqu'il s'agira d'une pièce dont l'équarrissage ne s'y trouvera point.

Premier Exemple. On demande la solidité d'une pièce de bois de charpente qui a 4 toises de longueur, et dont l'équarrissage est de 20 pouces sur 24.

Pour répondre à cette question, on

multiplie l'une par l'autre les deux dimensions de l'équarrissage proposé, et qui, dans cet exemple, sont 20 pouces et 24 pouces. On cherche ensuite dans la colonne des pouces le produit 480 de ces deux dimensions. Enfin, on multiplie par le nombre 4 des toises de la longueur, les 6 *solives 4 pieds* que l'on trouve dans la colonne des solives, vis-à-vis de ces 480 pouces; et le produit 26 solives 4 pieds est la solidité demandée.

On trouvera aussi pour cette solidité les mêmes 26 solives 4 pieds précédents, si l'on multiplie immédiatement par le nombre 4 des toises de la longueur, le produit 480 des deux dimensions de l'équarrissage; mais il faudra alors chercher cette solidité vis-à-vis du produit 1920 qui résultera de cette seconde multiplication.

Second Exemple. On propose de trouver la solidité d'une pièce de bois de charpente qui a 7 toises 2 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 17 pouces sur 23.

On multiplie l'une par l'autre les dimensions 17 et 23 de l'équarrissage proposé, et l'on cherche dans la Table leur produit 391; mais comme ce produit n'y est point, on prend les 5 *solives* 2 *pieds* que l'on y trouve vis-à-vis du nombre 384 qui l'y précède immédiatement: à ces 5 solives 2 pieds on ajoute les 7 pouces dont ce nombre 384 diffère de ce produit: enfin, on multiplie par le nombre $7\frac{1}{3}$ des toises de la longueur, la somme 5 solives 2 pieds 7 pouces qui résulte de cette addition, et le produit 39 solives 4 pieds 11 pouces et 4 lignes, est la solidité que l'on se proposoit de trouver.

On peut aussi trouver la même solidité précédente, en multipliant immédiatement par le nombre $7\frac{1}{3}$ des toises de la longueur, le produit 391 pouces des deux dimensions de l'équarrissage; mais il faut alors chercher cette solidité dans la Table, vis-à-vis du produit $2867\frac{1}{3}$ de cette seconde multiplication: et comme ce produit n'y est point, on prend les 39 solives 4 pieds que l'on y trouve vis-à-vis du nombre 2856 *qui l'y précède immédiatement.* A ces 39 solives 4 pieds on ajoute $11\frac{1}{3}$ pouces dont ce nombre 2856 diffère de ce produit; et la somme donne le même nombre de 39 solives 4 pieds 11 pouces et 4 lignes pour la solidité de la pièce proposée.

TABLE contenant les Solidités des pièces de Bois de charpente d'une toise de long, sur des équarissages pris de 12 en 12 pouces.

Pouces quarrés.	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié
12	0	1	300	4	1
24	0	2	312	4	2
36	0	3	324	4	3
48	0	4	336	4	4
60	0	5	348	4	5
72	1	0	360	5	0
84	1	1	372	5	1
96	1	2	384	5	2
108	1	3	396	5	3
120	1	4	408	5	4
132	1	5	420	5	5
144	2	0	432	6	0
156	2	1	444	6	1
168	2	2	456	6	2
180	2	3	468	6	3
192	2	4	480	6	4
204	2	5	492	6	5
216	3	0	504	7	0
228	3	1	516	7	1
240	3	2	528	7	2
252	3	3	540	7	3
264	3	4	552	7	4
276	3	5	564	7	5
288	4	0	576	8	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés.	Solives.	pié	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
588	8	1	876	12	1
600	8	2	888	12	2
612	8	3	900	12	3
624	8	4	912	12	4
636	8	5	924	12	5
648	9	0	936	13	0
660	9	1	948	13	1
672	9	2	960	13	2
684	9	3	972	13	3
696	9	4	984	13	4
708	9	5	996	13	5
720	10	0	1008	14	0
732	10	1	1020	14	1
744	10	2	1032	14	2
756	10	3	1044	14	3
768	10	4	1056	14	4
780	10	5	1068	14	5
792	11	0	1080	15	0
804	11	1	1092	15	1
816	11	2	1104	15	2
828	11	3	1116	15	3
840	11	4	1128	15	4
852	11	5	1140	15	5
864	12	0	1152	16	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés.	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
1164	16	1	1452	20	1
1176	16	2	1464	20	2
1188	16	3	1476	20	3
1200	16	4	1488	20	4
1212	16	5	1500	20	5
1224	17	0	1512	21	0
1236	17	1	1524	21	1
1248	17	2	1536	21	2
1260	17	3	1548	21	3
1272	17	4	1560	21	4
1284	17	5	1572	21	5
1296	18	0	1584	22	0
1308	18	1	1596	22	1
1320	18	2	1608	22	2
1332	18	3	1620	22	3
1344	18	4	1632	22	4
1356	18	5	1644	22	5
1368	19	0	1656	23	0
1380	19	1	1668	23	1
1392	19	2	1680	23	2
1404	19	3	1692	23	3
1416	19	4	1704	23	4
1428	19	5	1716	23	5
1440	20	0	1728	24	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés.	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
1740	24	1	2028	28	1
1752	24	2	2040	28	2
1764	24	3	2052	28	3
1776	24	4	2064	28	4
1788	24	5	2076	28	5
1800	25	0	2088	29	0
1812	25	1	2100	29	1
1824	25	2	2112	29	2
1836	25	3	2124	29	3
1848	25	4	2136	29	4
1860	25	5	2148	29	5
1872	26	0	2160	30	0
1884	26	1	2172	30	1
1896	26	2	2184	30	2
1908	26	3	2196	30	3
1920	26	4	2208	30	4
1932	26	5	2220	30	5
1944	27	0	2232	31	0
1956	27	1	2244	31	1
1968	27	2	2256	31	2
1980	27	3	2268	31	3
1992	27	4	2280	31	4
2004	27	5	2292	31	5
2016	28	0	2304	32	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés.	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
2316	32	1	2604	36	1
2328	32	2	2616	36	2
2340	32	3	2628	36	3
2352	32	4	2640	36	4
2364	32	5	2652	36	5
2376	33	0	2664	37	0
2388	33	1	2676	37	1
2400	33	2	2688	37	2
2412	33	3	2700	37	3
2424	33	4	2712	37	4
2436	33	5	2724	37	5
2448	34	0	2736	38	0
2460	34	1	2748	38	1
2472	34	2	2760	38	2
2484	34	3	2772	38	3
2496	34	4	2784	38	4
2508	34	5	2796	38	5
2520	35	0	2808	39	0
2532	35	1	2820	39	1
2544	35	2	2832	39	2
2556	35	3	2844	39	3
2568	35	4	2856	39	4
2580	35	5	2868	39	5
2592	36	0	2880	40	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés.	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
2892	40	1	3180	44	1
2904	40	2	3192	44	2
2916	40	3	3204	44	3
2928	40	4	3216	44	4
2940	40	5	3228	44	5
2952	41	0	3240	45	0
2964	41	1	3252	45	1
2976	41	2	3264	45	2
2988	41	3	3276	45	3
3000	41	4	3288	45	4
3012	41	5	3300	45	5
3024	42	0	3312	46	0
3036	42	1	3324	46	1
3048	42	2	3336	46	2
3060	42	3	3348	46	3
3072	42	4	3360	46	4
3084	42	5	3372	46	5
3096	43	0	3384	47	0
3108	43	1	3396	47	1
3120	43	2	3408	47	2
3132	43	3	3420	47	3
3144	43	4	3432	47	4
3156	43	5	3444	47	5
3168	44	0	3456	48	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés,	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
3468	48	1	3756	52	1
3480	48	2	4768	52	2
3492	48	3	3780	52	3
3504	48	4	3792	52	4
3516	48	5	3804	52	5
3528	49	0	3816	53	0
3540	49	1	3828	53	1
3552	49	2	3840	53	2
3564	49	3	3852	53	3
3576	49	4	3864	53	4
3588	49	5	3876	53	5
3600	50	0	3888	54	0
3612	50	1	3900	54	1
3624	50	2	3912	54	2
3636	50	3	3924	54	3
3648	50	4	3936	54	4
3660	50	5	3948	54	5
3672	51	0	3960	55	0
3684	51	1	3972	55	1
3696	51	2	3984	55	2
3708	51	3	3996	55	3
3720	51	4	4008	55	4
3732	51	5	4020	55	5
3744	52	0	4032	56	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés.	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
4044	56	1	4332	60	1
4056	56	2	4344	60	2
4068	56	3	4356	60	3
4080	56	4	4368	60	4
4092	56	5	4380	60	5
4104	57	0	4392	61	0
4116	57	1	4404	61	1
4128	57	2	4416	61	2
4140	57	3	4428	61	3
4152	57	4	4440	61	4
4164	57	5	4452	61	5
4176	58	0	4464	62	0
4188	58	1	4476	62	1
4200	58	2	4488	62	2
4212	58	3	4500	62	3
4224	58	4	4512	62	4
4236	58	5	4524	62	5
4248	59	0	4536	63	0
4260	59	1	4548	63	1
4272	59	2	4560	63	2
4284	59	3	4572	63	3
4296	59	4	4584	63	4
4308	59	5	4596	63	5
4320	60	0	4608	64	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés.	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
4620	64	1	4908	68	1
4632	64	2	4920	68	2
4644	64	3	4932	68	3
4656	64	4	4944	68	4
4668	64	5	4956	68	5
4680	65	0	4968	69	0
4692	65	1	4980	69	1
4704	65	2	4992	69	2
4716	55	3	5004	69	3
4728	65	4	5016	69	4
4740	65	5	5028	69	5
4752	66	0	5040	70	0
4764	66	1	5052	70	1
4776	66	2	5064	70	2
4788	66	3	5076	70	3
4800	66	4	5088	70	4
4812	66	5	5100	70	5
4824	67	0	5112	71	0
4836	67	1	5124	71	1
4848	67	2	5136	71	2
4860	67	3	5148	71	3
4872	67	4	5160	71	4
4884	67	5	5172	71	5
4896	68	0	5184	72	0

Suite de la Table.

POUCES quarrés.	Solives.	pié.	POUCES quarrés.	Solives.	pié.
5196	72	1	5484	76	1
5208	72	2	5496	76	2
5220	72	3	5508	76	3
5232	72	4	5520	76	4
5244	72	5	5532	76	5
5256	73	0	6544	77	0
5268	73	1	5556	77	1
5280	73	2	5568	77	2
5292	73	3	5580	77	3
5304	73	4	5592	77	4
5316	73	5	5604	77	5
5328	74	0	5616	78	0
5340	74	1	5628	78	1
5352	74	2	5640	78	2
5364	74	3	5652	78	3
5376	74	4	5664	78	4
5388	74	5	5676	78	5
5400	75	0	5688	79	0
5412	75	1	5700	79	1
5424	75	2	5712	79	2
5436	75	3	5724	79	3
5448	75	4	5736	79	4
5460	75	5	5748	79	5
5472	76	0	5760	80	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés.	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
5772	80	1	6060	84	1
5784	80	2	6072	84	2
5796	80	3	6084	84	3
5808	80	4	6096	84	4
5820	80	5	6108	84	5
5832	81	0	6120	85	0
5844	81	1	6132	85	1
5856	81	2	6144	85	2
5868	81	3	6156	85	3
5880	81	4	6168	85	4
5892	81	5	6180	85	5
5904	82	0	6192	86	0
5916	82	1	6204	86	1
5928	82	2	6216	86	2
5940	82	3	6228	86	3
5952	82	4	6240	86	4
5964	82	5	6252	86	5
5976	83	0	6264	87	0
5988	83	1	6276	87	1
6000	83	2	6288	87	2
6012	83	3	6300	87	3
6024	83	4	6312	87	4
6036	83	5	6324	87	5
6048	84	0	6336	88	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés.	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
6348	88	1	6636	92	1
6360	88	2	6648	92	2
6372	88	3	6660	92	3
6384	88	4	6672	92	4
6396	88	5	6688	92	5
6408	89	0	6696	93	0
6420	89	1	6708	93	1
6432	89	2	6720	93	2
6444	89	3	6732	93	3
6456	89	4	6744	93	4
6468	89	5	6756	93	5
6480	90	0	6768	94	0
6492	90	1	6780	94	1
6504	90	2	6792	94	2
6516	90	3	6804	94	3
6528	90	4	6816	94	4
6540	90	5	6828	94	5
6552	91	0	6840	95	0
6564	91	1	6852	95	1
6576	91	2	6864	95	2
6588	91	3	6876	95	3
6600	91	4	6888	95	4
6612	91	5	6900	95	5
6624	92	0	6912	96	0

Suite de la Table.

Pouces quarrés.	Solives.	pié.	Pouces quarrés.	Solives.	pié.
6924	96	1	7212	100	1
6936	96	2	7224	100	2
6948	96	3	7236	100	3
6960	96	4	7248	100	4
6972	96	5	7260	100	5
6984	97	0	7272	101	0
6996	97	1	7284	101	1
7008	97	2	7296	101	2
7020	97	3	7308	101	3
7032	97	4	7320	101	4
7044	97	5	7332	101	5
7056	98	0	7344	102	0
7068	98	1	7356	102	1
7080	98	2	7368	102	2
7092	98	3	7380	102	3
7104	98	4	7392	102	4
7116	98	5	7404	102	5
7128	99	0	7416	103	0
7140	99	1	7428	103	1
7152	99	2	7440	103	2
7164	99	3	7452	103	3
7176	99	4	7464	103	4
7188	99	5	7476	103	5
7200	100	0	7488	104	0

Manière de se servir de la Table générale des grosseurs des bois de charpente. Planche XI.

Il n'y a point de pièce de bois de charpente dont on ne puisse trouver facilement la solidité, par le moyen de celle des trois Tables précédentes dont on voudra se servir. Cependant on leur en a ajouté une quatrième, afin que les personnes qui auront à mesurer de ces sortes de bois, puissent choisir dans un plus grand nombre de Tables, différemment arrangées, celle qu'ils trouveront la plus commode. Au surplus, cette dernière Table ne diffère de la seconde qu'en la manière dont les chiffres y sont distribués; et en ce que les équarrissages s'y étendent depuis 3 pouces sur 3 pouces, jusqu'à 24 pouces sur 24.

Elle est composée de 253 quarrés, dont chacun est divisé en trois triangles; savoir un grand et deux petits. Le grand triangle contient le nombre des solives; on a mis le nombre des pieds dans le petit triangle supérieur, et le nombre des pouces est dans le dernier.

Enfin, les chiffres qui y sont posés perpendiculairement les uns sur les autres à la gauche des bandes horizontales, et ceux qui y sont rangés diagonalement au haut des bandes verticales, sont d'un caractère plus gros que celui des autres, par la raison que ce sont eux qui nombrent les deux dimensions des équarrissages; les premiers expriment la plus grande, et la plus petite est représentée par les derniers.

A l'égard de la manière de se servir de cette Table, on l'apprendra par les deux exemples suivants.

Premier Exemple. On propose de trouver la solidité d'une pièce de bois de charpente qui a 5 toises 3 pieds de longueur, et dont l'équarrissage est de 9 pouces sur 15.

On cherche dans la Table la colonne verticale au haut de laquelle il y a le nombre 9, qui est le plus petit des deux nombres de l'équarrissage proposé, et l'on descend ensuite dans cette même colonne, jusqu'à ce que l'on y rencontre le quarré qui lui est commun avec la colonne horizontale qui a le nombre 15 à sa gauche. Or, on trouve dans ce quarré commun 1 *solive* 5 *pieds* 3 *pouces*, pour la solidité d'une pièce qui a une toise de longueur, et dont l'équarrissage est de 9 pouces sur 15. Ainsi, l'on multiplie cette solidité par le nombre $5\frac{1}{2}$ des toises de la longueur; et le produit 10 solives 1 pied 10 pouces et 6 lignes, est le nombre des solives et des parties de solive qui sont contenues dans la pièce proposée.

Second Exemple. Une poutre a 6 toises 4 pieds 6 pouces de longueur, et son équarrissage est de 13 pouces sur 19. Quelle est la solidité de cette poutre?

On cherche dans la Table la colonne verticale au haut de laquelle il y a le nombre 13, qui est celui de la plus petite des deux dimensions de l'équarrissage proposé; et l'on descend ensuite dans cette *même colonne, jusqu'à ce que l'on y rencontre le quarré qui lui est commun avec la colonne horizontale qui a le nombre 19 à sa gauche. Or, on trouve dans ce quarré commun 3 *solives* 2 *pieds* 7 *pouces* pour la solidité d'une pièce qui a une toise de longueur, et 13 pouces sur 19 d'équarrissage. Ainsi, l'on multiplie cette solidité par le nombre $6\frac{1}{4}$ des toises de la longueur; et le produit 23 solives 0 pieds 11 pouces et 3 lignes, est le nombre des solives et des parties de solive qui sont contenues dans la poutre proposée.

Fin du Traité de l'Arpentage et du Toisé.

TRAITÉ DU NIVELLEMENT.

DÉFINITIONS.

On appelle *Niveau*, un instrument dont on se sert pour examiner si différents points de la surface de la Terre sont également éloignés de son centre, ou de combien les uns en sont plus éloignés que les autres. Ainsi, *niveler*, c'est se servir d'un niveau pour faire cet examen : *le nivellement* est l'action de niveler; et lorsque l'on dit que des points *sont de niveau*, cela signifie qu'ils sont également éloignés de ce centre.

D'où il suit, *premièrement*, qu'une ligne dont tous les points sont de niveau, est un arc de cercle qui a le même centre que la terre: *secondement*, qu'une surface dont tous les points sont de niveau, est une partie de celle d'une sphère qui a aussi ce même centre; *troisièmement* enfin, que dans les moments auxquels les eaux d'un lac ou d'un étang ne sont point agitées, tous les points de leur surface sont de niveau.

Lorsque l'on veut connoître si deux points de la surface de la terre sont également éloignés de son centre, on se sert d'un niveau pour diriger de l'un de ces points vers l'autre, un rayon visuel qui soit parfaitement parallèle à l'horizon. Or, ce rayon visuel est une tangente au globe de la terre. Ainsi, le point auquel il va se terminer est toujours plus éloigné du centre que celui auquel l'observateur est placé; et, par conséquent, ces deux points ne sont jamais de niveau. Cependant ils le paroissent, parce que l'œil ne peut point s'appercevoir de leur différent éloignement. Mais, comme ils ne le sont point en effet, on donne au premier le nom de *point de niveau apparent*, pour le distinguer du point qui est effectivement de niveau, à celui auquel l'observateur est placé, et que l'on nomme *point de vrai niveau*.

Relativement à cette distinction, on donne au rayon visuel le nom de *ligne du niveau apparent*, ou de *ligne de nivellement*; et l'on appelle *ligne du vrai niveau*, l'arc qui ayant le même centre que la terre, passe par tous les points qui sont effectivement de niveau au point auquel l'observateur est placé.

Supposez, pour exemple, que l'observateur soit placé au point A sur la surface Fig 66.

du globe terrestre FAG, et que la tangente AC est le rayon visuel qu'il a dirigé parallèlement à l'horizon. Alors, le point C sera le point de niveau apparent; et le point E, celui du vrai niveau : le rayon visuel AC sera la ligne du niveau apparent ou de nivellement ; et l'arc ADE sera celle du vrai niveau : enfin la différence EC du rayon OE à la ligne OC, sera la *hauteur* du niveau apparent ; c'est-à-dire, la quantité dont le point de niveau apparent est plus élevé que le point de vrai niveau.

On appelle *termes* d'un nivellement, les deux points que l'on compare entre eux pour connoître lequel des deux est le plus éloigné du centre de la terre. Le point d'où l'on commence à opérer est le premier terme ; et le point par lequel on termine l'opération est le dernier terme.

On nomme *station*, chaque endroit où l'on place le niveau pour diriger un rayon visuel.

Enfin, on appelle *nivellement simple*, celui que l'on peut faire en une seule station ; et *nivellement composé*, celui qui en exige plusieurs.

Trouver de combien les points de niveau apparent sont plus élevés que les points de vrai niveau.

Puisque les lignes des niveaux apparents sont parallèles à l'horizon, elles sont perpendiculaires au diamètre de la terre. Ainsi, si du centre O du globe terrestre on tire aux extrémités A et C de l'une quelconque de ces lignes, un rayon OA et une ligne droite OC, on aura un triangle OAC, qui sera rectangle au point A d'où l'observation aura été faite. Or, en tout triangle rectangle, le quarré du côté opposé à l'angle droit, vaut lui seul les quarrés des deux autres côtés. Donc, pour connoître la hauteur EC d'un point de niveau apparent C, il faut au quarré du rayon OA de la terre, ajouter le quarré de la ligne AC de ce niveau apparent; extraire ensuite la racine quarrée de leur somme, et de cette racine soustraire le même rayon OA ou OE. Fig. 66.

Supposez, pour exemple, que le point de niveau apparent C soit éloigné de 600 toises du point A d'où il a été observé; et que l'on veuille savoir de combien ce point C est plus élevé que le vrai point de niveau E.

Pour le trouver, on quarre le nombre 3.269.297, qui, selon MM. de la Hire et Picart, est celui des toises que le rayon de la terre contient: on quarre aussi la distance du point A au point C, laquelle est donnée de 600 toises: on ajoute ensuite ensemble ces deux quarrés, et l'on extrait la racine quarrée de leur somme. Enfin, on soustrait de cette racine le même rayon 3.269.297; et les 4 pouces que l'on trouve pour reste, sont la valeur de la ligne EC, et par conséquent, la quantité dont le point C est plus élevé que le point E.

On peut chercher de la même manière la hauteur de chaque point de niveau apparent, dont on connoît la distance au point d'où il a été observé. Mais comme la grandeur du rayon de la terre rendroit le calcul trop pénible, on a examiné si l'on ne pourroit pas trouver cette hauteur sans se servir de ce rayon.

Or, il s'en faut de si peu que les hauteurs des points de niveau apparent ne soient proportionnelles aux quarrés des distances de ces mêmes points au point d'où ils ont été observés, qu'en supposant qu'elles le soient effectivement, on ne fait aucune erreur qui puisse être de quelque conséquence.

Ainsi, après avoir connu par la propriété du triangle rectangle, qu'à 600 toises de distance du point auquel l'observateur est placé, la hauteur du point du niveau apparent est constamment de 4 pouces, on trouvera, par la règle de proportion, la hauteur de tout autre point de niveau apparent dont on connoîtra la distance au point d'où il aura été observé.

Par exemple, si l'on veut connoître la hauteur d'un point de niveau apparent qui est éloigné de 500 toises du point d'où il a été observé, on fait la règle de proportion suivante : *Si le quarré de* 600 *toises, donne* 4 *pouces, combien doit donner le quarré de* 500 *toises ?* et l'on trouve 2 pouces 9 lignes 4 points pour cette hauteur. C'est par un semblable calcul que M. Picart a composé la table suivante.

TABLE des Haussements du Niveau apparent.

DISTANCES.	HAUSSEMENTS.		
Toises.	Pieds.	pouces.	lignes.
50	0	0	0 $\frac{1}{3}$
100	0	0	1 $\frac{1}{3}$
150	0	0	3
200	0	0	5 $\frac{1}{3}$
250	0	0	8 $\frac{1}{3}$
300	0	1	0
350	0	1	4 $\frac{1}{3}$
400	0	1	9 $\frac{1}{3}$
450	0	2	3
500	0	2	9 $\frac{1}{3}$
550	0	3	4 $\frac{1}{3}$
600	0	4	0
650	0	4	8 $\frac{1}{3}$
700	0	5	5 $\frac{1}{3}$
750	0	6	3
800	0	7	1 $\frac{1}{3}$
850	0	8	0 $\frac{1}{3}$
900	0	9	0
950	0	10	0 $\frac{1}{3}$
1000	0	11	1 $\frac{1}{3}$
1250	1	5	4 $\frac{1}{3}$
1500	2	1	0
1750	2	10	0 $\frac{1}{3}$
2000	3	8	5 $\frac{1}{3}$
2500	5	9	5 $\frac{1}{3}$
3000	8	4	0
3500	11	4	1 $\frac{1}{3}$
4000	14	9	9 $\frac{1}{3}$

Description du Niveau d'eau.

Le niveau d'eau est celui dont on se sert le plus fréquemment ; il est composé d'un tuyau de fer blanc RBCX, de deux bouteilles RAS et TDX, d'une virole O qui sert à le poser sur son pied, et d'un genou par le moyen duquel on le dirige vers tel côté que l'on veut. Fig. 65.

Le tuyau a ordinairement 4 pieds de long sur un pouce de diamètre. Ses extrémités BR et CX sont recourbées à angles droits, et leur longueur est d'environ $2\frac{1}{2}$ pouces.

Les deux bouteilles doivent avoir été faites exprès, et du verre le plus blanc et le plus transparent. Elles sont enfoncées d'environ un pouce dans le tuyau où elles sont mastiquées, et en sortent de trois ou quatre pouces. Enfin, elles sont percées par les deux bouts, de manière qu'en versant de l'eau dans l'une, cette eau passe dans l'autre, et ne fait qu'une seule et même eau, qui donne deux surfaces parfaitement de niveau, lorsque l'instrument est posé sur son pied.

Description du Niveau de M. Huyghens.

Le niveau d'eau est le plus simple et le plus commode de tous les instruments que l'on a trouvés jusqu'à présent pour faire un nivellement. Mais il est si difficile de diriger avec ce niveau un rayon visuel qui rase exactement et dans le même instant la superficie de l'eau de chacune des bouteilles, et de voir distinctement le point auquel on vise, lorsque l'on en est éloigné de plus de 100 ou de 120 toises, que l'on a construit des instruments de toutes sortes d'espèces, dans l'espérance d'en trouver enfin un qui n'auroit aucun de ces inconvénients. Or, de tous ceux que l'on a inventés, celui de M. Huyghens est encore le moins défectueux.

La principale pièce de cet instrument consiste en une lunette d'approche dont
Fig. 68. le tuyau AB est de laiton, ou de quelqu'autre matière qui résiste aux injures de l'air. Ce tuyau a un ou deux pieds de long, et même davantage lorsque l'on veut que la lunette fasse plus d'effet; et il est soudé dans une virole D, qui tient à deux branches plates et pareilles C et E, dont chacune a environ le quart de la longueur de ce même tuyau. Il porte une autre petite virole I qui est mobile, afin que l'on puisse l'approcher ou l'éloigner du bout B autant qu'il est nécessaire pour mettre la lunette en équilibre; et dont le poids n'est tout au plus que la 80e partie de celui de la lunette et de ses branches.

Lorsque cette lunette n'a que deux verres, elle fait voir les objets plus distinctement que si elle en avoit quatre; mais ils paroissent renversés. Si l'on veut les voir dans leur situation naturelle, il faut que la lunette ait quatre verres.

A l'extrémité de chacune de ces branches, on a mis une petite pince, dont l'une des dents est solidement attachée à cette branche; et dont l'autre est mobile, afin que par le moyen d'une vis V, on puisse la serrer contre la première autant qu'il le sera nécessaire, pour retenir, de manière qu'ils ne puissent pas s'échapper, les deux bouts d'un filet qui est passé dans un anneau.

Afin de diriger le rayon visuel avec toute la précision qui est nécessaire dans le nivellement, on met au foyer du verre objectif un fil de soie, que l'on y dispose de manière qu'il soit parfaitement parallèle à l'horizon. Pour cet effet on attache ce fil, avec de la cire, à une fourchette Q Fig. 69.
qui tient par un ressort à un petit tuyau NKL, que la figure 69 représente en grand; mais dont la grosseur est proportionnée à celle du tuyau AB dans lequel il doit être mis. Ce ressort tire cette fourchette vers un écrou de laiton T, de manière cependant que l'on peut l'en éloigner jusqu'à une certaine distance, par le moyen d'une vis qui traverse cet écrou, et dont la tête répondra directement au trou H du grand tuyau lorsque le petit y sera placé. Or, c'est par ce trou que l'on peut diriger le fil parallèlement à l'hori-

zon, et tourner la vis pour hausser ou baisser ce même fil autant qu'il est nécessaire.

Lorsque cette machine est ainsi préparée, on la suspend par l'anneau de l'une de ses branches à une croix de bois qui est plate, et au haut de laquelle on a fixé, pour cet effet, un écrou qui reçoit une vis F, dont l'un des bouts se termine en crochet, et dont l'autre est un anneau O, qui sert à faire tourner cette vis lorsque l'on veut élever ou abaisser la lunette.

Et pour mettre et retenir cette même lunette dans une position qui soit parfaitement parallèle à l'horizon, on suspend à l'anneau de l'autre branche un plomb S, dont la pesanteur soit à-peu-près égale à celle de la lunette et de ses branches. Or, cette suspension se fait par le moyen d'un crochet assez long, pour que ce poids soit entièrement renfermé dans une boîte G qui tient à la croix de bois; et dont on remplit le vide avec de l'huile de noix ou de lin, ou avec quelqu'autre liqueur qui ne se gèle point durant l'hiver. Cette liqueur sert à arrêter les balancements de la lunette et du poids.

Enfin, pour mettre ce niveau à l'abri du vent et le garantir des injures de l'air, on le couvre d'une autre espèce de croix de bois M qui est creuse, et que l'on attache à la première par plusieurs crochets, Fig. 67.

de manière que le tout ne forme qu'une seule et même boîte.

A l'égard du pied sur lequel on pose cette machine lorsque l'on veut s'en servir, il consiste en une platine de fer ou de laiton, qui est ronde et un peu concave ; et dont lès pieds, qui y sont attachés par des charnières, sont au nombre de trois, et ont environ 3 ou 4 pieds de long. Cette concavité donne la facilité de diriger vers tel côté que l'on veut la boîte qui renferme le niveau, et de la disposer de manière que le poids S ait son mouvement libre dans la boîte G où il est renfermé ; ce que l'on voit par l'ouverture M qui est au couvercle. Fig. 68.

De la manière de vérifier et de rectifier le Niveau de M. Huyghens.

Pour rectifier ce niveau, on le suspend d'abord par l'une de ses branches sans y mettre le poids ; et en regardant au travers de la lunette, on vise à quelque objet éloigné, où un aide marque le point auquel le rayon de mire répond. On suspend ensuite le poids à l'autre branche ; et si, en regardant de même au travers de la lunette, le fil horizontal répond au même point, l'on est assuré que le point par lequel cette machine est suspendue, et celui auquel le poids est attaché, sont tous les deux dans la ligne droite qui seroit tirée de ce premier point au centre de la terre; et que, par conséquent, la lunette est dans une position parfaitement horizontale.

Mais, si cela ne se trouve point, on avance ou l'on recule la virole I, jusqu'à ce que l'on parvienne à rencontrer enfin cet équilibre. Alors, on suspend la lunette par la branche qui étoit en bas, on attache le poids à celle qui étoit en haut; et si étant dans cette nouvelle position, elle dirige le rayon visuel au même point que l'on avoit observé par l'opération précédente, ce sera une marque certaine que le fil horizontal est précisément au foyer du verre objectif, et que l'on peut se servir de ce niveau sans craindre qu'il puisse causer aucune erreur.

Mais si le fil ne vise pas au même point, alors, par le moyen de la vis qui est au petit tuyau, il faudra hausser ou baisser ce fil jusqu'à ce qu'il coupe exactement le milieu des deux points observés, et l'instrument sera rectifié.

Remarque. Lorsque l'on se sert d'un niveau à lunette, de l'exactitude duquel on n'est pas sûr, alors, après avoir miré, par
Fig. 70 exemple, du point B vers un objet EC, et y avoir fait marquer, par exemple, le point A que le rayon de mire aura donné, il faudra tourner la lunette, et en regardant par son autre bout, mirer encore vers le même objet. Si ce rayon donne pré-

cisément le même point, on sera sûr de la justesse de l'instrument, et que le point A est le vrai point du niveau apparent. Mais si ce rayon aboutit à un point qui soit au-dessous ou au-dessus du premier, par exemple, au point C; alors, ce sera le milieu D de la partie AC qui est comprise entre ces deux points, qui sera ce vrai point de niveau apparent. Il est toujours prudent de ne jamais faire de nivellement, sans s'être assuré, par cette pratique, de la justesse de son instrument.

De la manière de faire un Nivellement simple, en se servant du niveau d'eau.

On veut savoir de combien le point B est plus élevé que le point A. Fig. 76.

Après avoir placé pour cet effet le niveau au point A, et versé de l'eau dans l'une des bouteilles, de manière qu'il y en ait environ jusqu'aux deux tiers de chacune, on envoie au point B deux aides, dont l'un porte une toise avec un carton blanc, sur lequel on a marqué en noir un rond d'environ un pouce de diamètre; et l'autre aide est seulement pour mesurer et écrire la hauteur du point de mire, lorsqu'on l'aura déterminée.

Cette préparation étant faite, l'aide qui porte la toise la tient au point B, le plus verticalement qu'il est possible, mais d'une seule main, afin d'avoir l'autre libre pour hausser ou baisser le carton le long de la toise, suivant les signes qu'on lui fera, et dont il doit être instruit. Alors, celui qui fait le nivellement se place au bout E du niveau, et de-là il dirige vers la toise BI un rayon visuel EI, qui rase la surface de l'eau de chacune des bouteilles. Il fait en même temps signe à l'aide qui tient la toise de hausser ou de baisser le carton, jusqu'à ce qu'il parvienne à le poser de manière que le bord supérieur I du rond noir se trouve précisément dans ce rayon. Lorsqu'il a enfin rencontré ce point, on le lui fait connoître par quelque signe; et l'autre aide mesure exactement la hauteur BI que cette opération aura déterminée, et l'écrit sur des tablettes.

Supposez, pour exemple, que l'on ait trouvé 2 pieds 9 pouces pour cette hauteur, et que celle du niveau soit de 4 pieds 6 pouces; du plus grand de ces deux nombres on soustrait le plus petit, et le reste 1 pied 9 pouces est la quantité dont le point B est plus élevé que le point A.

Remarque. Comme les coups de niveau que l'on donne avec cet instrument ne peuvent guère s'étendre à des distances de plus de 100 ou de 120 toises, on peut ne point avoir d'égard au haussement du niveau apparent, parcequ'à de si petites distances ce haussement est si peu considérable, que l'on peut le négliger sans craindre de faire une erreur qui puisse être de quelque conséquence. Il est vrai que la petite portée de ces coups de niveau, oblige d'en donner plusieurs lorsque les deux endroits que l'on veut niveler sont fort éloignés l'un de l'autre; mais lorsque leur distance n'est que du double de la portée de ce niveau, on peut, en une seule station, trouver la différence de leurs hauteurs, pourvu que d'un même endroit, pris environ au milieu de cette distance, on puisse les voir tous les deux.

Supposez, pour exemple, que la distance du point A au point B soit de 200 toises, et que l'on veut savoir de combien le premier est moins élevé que le second. Fig. 64.

Après avoir posé le niveau au point C, qui est à peu près le milieu de la distance AB, celui qui fait le nivellement se place au bout R de cet instrument, et de cet endroit il dirige un rayon visuel RE vers la toise que le premier aide tient au point B, ce qui donne le point E, dont le second aide mesure la hauteur BE qu'il écrit sur des tablettes. Les deux aides se transportent ensuite avec la toise au point A, et l'observateur passe à l'autre bout S du niveau, d'où il dirige vers cette toise un rayon visuel SD; ce qui y détermine le point D, dont le second aide mesure la hauteur AD, qu'il écrit aussi sur les tablettes. Cette opération étant faite, de la plus grande de ces deux hauteurs on soustrait la plus petite, et le reste est la différence cherchée. Si la hauteur AD est, par exemple, de 7 pieds 3 pouces, et la hauteur BE de 2 pieds 4 pouces; du premier de ces deux nombres on soustrait le dernier, et il reste 4 pieds 11 pouces pour la quantité dont le point A est plus bas que le point B.

Comme il peut arriver que le point D soit élevé de plus de 6 pieds au-dessus du point A, on a une seconde toise, au bout de laquelle on a attaché un carton pareil à celui dont nous venons de parler; et l'aide qui la tient la hausse ou la baisse en la faisant glisser le long de la première, jusqu'à ce que le bord supérieur du rond noir rencontre le rayon visuel SD.

De toutes les différentes manières de niveler, c'est cette dernière qui est la moins sujette aux erreurs que le niveau ou les réfractions peuvent quelquefois causer dans les nivellements : car, puisque le point C sera *le milieu entre les points* A et B, s'il y a des erreurs, elles seront égales de part et d'autre. Ainsi, l'une compensant l'autre, les points D et E n'en seront pas moins à des distances égales du centre de la terre; et par conséquent ces deux points seront de niveau. D'ailleurs, *en s'y prenant de cette manière*, on fait beaucoup moins de stations que si l'on étoit obligé de donner plusieurs coups de niveau pour aller d'un terme à l'autre.

De

De la manière de faire avec le Niveau d'eau un Nivellement composé.

Lorsque les deux termes qu'il faut niveler sont beaucoup plus éloignés l'un de l'autre qu'on ne l'a supposé dans l'exemple précédent, alors on est obligé de faire plusieurs stations; et par conséquent le nivellement est composé.

Supposez, pour exemple, qu'il faille niveler les deux endroits A et B, qui sont éloignés l'un de l'autre de 680 toises. Fig. 71.

On commence par diviser cette distance par 200 ou par 220, afin de savoir le nombre des stations que l'on sera obligé de faire; et comme cette division donne 3 pour quotient, on voit que 3 stations seront suffisantes.

Ainsi, l'on cherche dans la distance AB les trois endroits qui paroissent être les plus commodes pour y placer le niveau, et qui, autant qu'il le sera possible, soient dans l'alignement des deux termes A et B. Or, pour cet effet, on choisit d'abord un point C qui soit à peu près au milieu de ces deux termes, et l'on y fait mettre un piquet. On en fait ensuite planter un autre à un point D pris entre les points A et C, à 100 ou 120 toises de distance du point A; et un troisième à un point E pris entre les points C et B, et dont la distance à ce dernier point soit la même que la précédente, ou n'en diffère pas de beaucoup.

Après avoir ainsi déterminé les endroits d'où l'on pourra donner tous les coups de niveau qui seront nécessaires, deux aides, dont l'un porte la toise avec le carton, vont se placer au point A; et un autre aide, qui porte aussi une toise avec un carton, mais qui ne quittera point sa place que les opérations de la première et de la seconde stations ne soient finies, va se mettre à un point F, pris à peu près au milieu de la distance du point D au point C. Alors l'observateur, placé au bout T du niveau que l'on aura posé au point D, dirige un rayon visuel TM vers la toise que le premier aide tient au point A, ce qui détermine sur cette toise un point M, dont le second aide mesure la hauteur qu'il écrit sur des tablettes. L'observateur passe ensuite à l'autre bout S du même niveau, d'où il dirige un rayon visuel SK vers la toise que le troisième aide tient au point F; ce qui détermine sur cette toise un point K, que cet aide marque seulement par un trait de crayon, parce qu'il est inutile de connoître la hauteur FK qui ne feroit qu'embarrasser.

On fait ensuite transporter le niveau à la seconde station C; et l'aide qui tenoit la toise avec le carton au point A, va se placer à un point G, pris à peu près au milieu de la distance du point C au point E, et n'en sort point que les opérations de cette station et de la troisième ne soient finies. Cette disposition étant faite, l'observateur, placé au bout Q du niveau, dirige un rayon visuel QL vers la toise que le troisième aide tient au point F; ce qui détermine sur cette toise un point L, dont le second aide mesure la distance au point K, et l'écrit sur ses tablettes. Le même observateur passe ensuite à l'autre bout R du même niveau, d'où il dirige un rayon visuel RH vers la toise que le premier aide tient au point G; ce qui détermine sur cette toise un point H, que cet aide marque seulement aussi par un trait de crayon, par la raison qu'il est inutile de connoître la hauteur GH.

On va ensuite à la troisième station, et l'on y opère précisément de la même manière dont on l'a fait dans les deux premières. Ainsi, après avoir placé le niveau au point E, et avoir envoyé au terme B l'aide qui étoit au point F, on dirige un rayon visuel PI vers la toise que le premier aide tient au point G, et un autre rayon visuel ON vers celle que le troisième aide tient au terme B; ce qui détermine le point I sur la première, et le point N sur la dernière. Enfin, l'aide qui a mesuré la hauteur AM et la distance KL, mesure aussi la distance HI et la hauteur BN, et écrit sur ses tablettes cette distance et cette hauteur.

Le nivellement sur le terrain étant ainsi terminé, on ajoute ensemble toutes les hauteurs qui précèdent la dernière : de la somme qui résulte de cette addition, on soustrait ensuite cette dernière hauteur, et le reste est la quantité dont le terme A est moins élevé que le terme B.

Si les hauteurs AM, KL, HI et BN que l'on a écrites sur les tablettes, sont, par exemple, 8 *pieds* 2 *pouces*, 3 *pieds* 6 *pouces*, 4 *pieds* 5 *pouces*, et 1 *pied* 6 *pouces*, on ajoute ensemble ces trois premiers nombres, ce qui donne 15 *pieds* 11 *pouces* pour leur somme : de cette somme on soustrait la dernière hauteur, qui est de 1 *pied* 6 *pouces*; et le reste 14 *pieds* 5 *pouces*, est la hauteur du terme B au-dessus du terme A.

Niveler avec le niveau d'eau deux termes, entre lesquels il se rencontre des hauteurs et des fonds.

Lorsqu'il s'agit de niveler deux endroits fort éloignés l'un de l'autre, il est assez ordinaire de rencontrer en chemin des hauteurs et des fonds, qui obligent d'opérer tantôt en montant et tantôt en descendant. Alors, il faut partager les tablettes en deux colonnes, afin d'écrire sur l'une toutes les hauteurs que l'on trouvera en montant; et sur l'autre, toutes celles que l'on trouvera en descendant. L'exemple suivant fera voir la manière dont on doit se conduire dans ces sortes de nivellements.

Exemple. On propose de savoir de combien le terme A est plus ou moins élevé que le terme B. Fig. 72.

Pour cet effet, on commence par poser le niveau au point 2, éloigné d'environ 100 toises des endroits A et 3, où l'on aura envoyé des aides avec des toises et des cartons. On donne ensuite les coups de niveau DC et DE, ce qui détermine les points C et E. Ainsi, l'on écrit dans la première colonne la hauteur AC, que je suppose être de 8 pieds 4 pouces; et l'aide marque le point E par un trait de crayon.

Le rideau qui se rencontre entre les points 3 et 5, ne permet pas de se placer au milieu de la distance de ces deux endroits; mais, comme ils sont peu éloignés l'un de l'autre, l'inégalité d'éloignement ne peut causer aucune erreur qui puisse être de quelque conséquence. Ainsi, supposé que le point 4 soit celui que l'on croira être le plus commode pour opérer, on y fait poser l'instrument, et l'on donne les coups de niveau GF et GH, ce qui détermine les points F et H. On écrit donc dans la première colonne la hauteur EF, que je suppose être de 7 pieds 8 pouces; et l'aide marque le point H par un trait de crayon.

On va ensuite à la station 6, d'où l'on donne les coups de niveau KI et KL, ce qui détermine les points I et L. Ainsi, l'on écrit dans la première colonne la hauteur HI, que je suppose être de 6 pieds 10 pouces, et l'aide marque le point L par un trait de crayon.

On passe à la station 8, où la roideur de la pente ne permet de donner que le seul coup de niveau NM, qui détermine le point M. Ainsi, l'on écrit dans la seconde colonne la hauteur ML, que je suppose être de 4 pieds 5 pouces; et l'on fait ôter le niveau, pour mettre à sa place une toise sur laquelle on marque par un trait de crayon la hauteur du rayon de mire NM.

On descend ensuite à la station 9, où l'on donne les coups de niveau PO et PQ, ce qui détermine les points O et Q. Ainsi, l'on écrit dans la seconde colonne la hauteur ON, que je suppose être de 2 pieds 5 pouces; et l'aide marque le point Q par un trait de crayon.

On se transporte à la station 11, d'où l'on donne les coups de niveau SR et ST, ce qui détermine les points R et T. Ainsi, l'on écrit dans la première colonne la hauteur QR, que je suppose être de 9 pouces; et l'aide marque le point T par un trait de crayon.

On va ensuite à la station 13, où l'on donne les coups de niveau XV et XY, ce qui détermine les points V et Y. Ainsi, l'on écrit dans la première colonne la hauteur TV, que je suppose être de 3 pieds

7 pouces; et l'aide marque le point Y par un trait de crayon.

On va à la station 15, et l'on y donne les coups de niveau *a Z* et *a b*, ce qui détermine les points Z et *b*. Ainsi, l'on écrit dans la première colonne la hauteur YZ, que je suppose être de 4 pieds 1 pouce; et l'on marque le point *b* par un trait de crayon.

On descend ensuite à la station 17, pour y donner les coups de niveau *dc* et *d e*, ce qui détermine les points *c* et *e*. Ainsi, l'on écrit dans la seconde colonne la hauteur *c b*, que je suppose être de 6 pieds 3 pouces; et l'on marque le point *e* par un trait de crayon.

Enfin on fait porter le niveau à la dernière station, pour y donner le coup de niveau *gf*, ce qui détermine le point *f*. Ainsi, l'on écrit dans la seconde colonne la hauteur *fe*, que je suppose être de 5 pieds 2 pouces; et l'on écrit aussi dans la même colonne la hauteur du niveau, laquelle est ordinairement de 4 pieds 6 pouces.

Toutes les opérations sur le terrain étant ainsi terminées, on ajoute ensemble tous les nombres de la première colonne; on ajoute aussi de même tous ceux de la seconde: de la plus grande des deux sommes, on soustrait ensuite la plus petite; et le reste, 8 pieds 8 pouces, est la quantité dont le terme B est plus élevé que le terme A.

Ire COLONNE.		IIde COLONNE.	
Hauteurs en montant.		*Hauteurs en descendant.*	
pieds.	pouces.	pieds.	pouces.
8	4	4	3
7	8	2	5
6	10	6	3
0	9	5	2
3	7	4	6
4	1		
Som. 31	3	Som. 22	7

Hauteurs en montant	31 pieds	3 pou.
Hauteurs en descendant	22	7
Différence des Hauteurs	8	8

Remarque. Lorsqu'il s'agit de niveler en montant, les coups de niveau deviennent ordinairement si courts, qu'il faudroit souvent en donner un grand nombre pour une petite distance. Il vaut mieux alors monter au sommet de la hauteur, et faire le nivellement en descendant, en observant d'écrire dans une colonne toutes les hauteurs que l'on trouve en allant vers un côté, et dans une autre, toutes celles que l'on trouve en allant vers un autre côté.

Supposez, pour exemple, que l'on veuille connoître la différence de hauteur des termes A et B. Fig. 72.

Comme il faudroit trop de temps et trop d'opérations pour niveler de A en B, en suivant la pratique que l'on vient d'enseigner, on fait mettre le niveau au point 6, que je suppose être le sommet de la hauteur; et l'on nivelle en descendant de 6 en A, en observant d'écrire dans une colonne toutes les hauteurs que l'on trouve en allant vers ce côté. On revient ensuite à la même station 6, d'où l'on nivelle en descendant de 6 en 10; et l'on écrit dans une autre colonne toutes les hauteurs que l'on trouve en allant vers cet autre côté.

Cela étant terminé, on se transporte au sommet 15 de la seconde hauteur, pour y niveler en descendant de 15 en 10; et l'on écrit dans la première colonne toutes les hauteurs que l'on trouve en allant vers ce côté. On revient ensuite à la même station 15, d'où l'on nivelle en descendant jusqu'au terme B; et l'on écrit dans la seconde colonne toutes les hauteurs que l'on trouve par cette dernière opération. On achève ensuite le reste comme on l'a fait dans l'exemple précédent.

On peut faire beaucoup d'ouvrage en peu de temps par cette manière de niveler, parce qu'une personne peut faire le nivellement de 6 en 10, pendant qu'une autre fera celui de 6 en A. Il en est de même à l'égard des nivellements de 15 en 10 et de 15 en B.

Manière de faire un Nivellement composé, en se servant du Niveau de M. Huyghens, ou de tout autre Niveau à lunettes; et en ayant égard à l'excès du Niveau apparent au-dessus du vrai.

Comme dans toutes les opérations précédentes on ne s'est servi que du niveau d'eau, dont les portées sont peu considérables; et que d'ailleurs on a toujours placé cet instrument ou au milieu de la distance des deux termes, ou près de ce milieu, on a négligé l'excès du niveau apparent au-dessus du vrai, parce que cet excès étant alors le même pour chacun de ces termes, il est inutile d'y avoir égard.

Mais lorsqu'on se sert d'un instrument avec lequel on donne de grands coups de niveau, et qu'on se place au premier terme, ou à d'inégales distances de deux termes, alors il faut nécessairement savoir de combien on est éloigné de chaque terme auquel on vise, et chercher ensuite le haussement du niveau apparent qui convient à chaque éloignement, afin d'ajouter ce haussement à la hauteur que l'on trouve en montant; et, au contraire, le soustraire de celle que l'on trouve en descendant, comme on va le voir par l'exemple suivant.

Exemple. On veut connoître la différence de hauteur des deux termes A et F. Fig. 74.

Pour cet effet, on place le niveau au premier terme A ; et l'on donne le coup de niveau GB, qui détermine sur le terrain un point B, auquel on envoie un aide planter un piquet. On fait ensuite mesurer la distance du point G au point B. Or, supposé que cette distance soit, par exemple, de 600 toises, on cherche ce nombre dans la Table des haussements du niveau apparent, *page* (470), et l'on y trouve 4 pouces pour la hauteur qui convient à cet éloignement. Enfin, comme le point B est plus élevé que le point A, et que par conséquent le nivellement est en montant, on ajoute 4 pouces à la hauteur de l'instrument, laquelle est ordinairement de $4\frac{1}{2}$ pieds ; et la somme est 4 pieds 10 pouces que l'on écrit sur des tablettes.

On fait ensuite transporter le niveau au point B ; et après avoir envoyé un aide tenir une perche au point C, éloigné du point B d'une distance que l'on aura jugée convenable, on donne le coup de niveau HI, qui détermine le point I, que l'aide marque par un trait de crayon. On mesure ensuite la hauteur CI. Or, supposé que cette hauteur soit, par exemple, de 2 pieds, on les soustrait des $4\frac{1}{2}$ pieds de la hauteur de l'instrument; et il reste 2 pieds 6 pouces pour la hauteur apparente du point C au-dessus du point B. On fait ensuite mesurer la distance du point H au point I; et si cette distance est, par exemple, de 380 toises, ce qui donne 1 pouce 7 lignes pour le haussement du niveau apparent, on ajoute 1 pouce 7 lignes aux 2 pieds 6 pouces précédents, par la raison que le nivellement est encore en montant; et la somme est 2 pieds 7 pouces et 7 lignes, que l'on écrit sur les tablettes, au-dessous des 4 pieds 10 pouces que la première station a donnés.

On monte ensuite au point C; et après avoir envoyé un aide tenir une perche au point D, que je suppose être celui que l'on aura jugé le plus convenable, on donne le coup de niveau KL, ce qui détermine le point L, que l'aide marque par un trait de crayon. On mesure ensuite la hauteur DL, qui sera, par exemple, de 9 pieds. Ainsi, de ces 9 pieds on soustrait les $4\frac{1}{2}$ pieds de la hauteur de l'instrument, et il en reste autant pour la hauteur apparente du point L au-dessus du point C. Enfin, on fait mesurer la distance du point K au point L: et si cette distance est, par exemple, de 460 toises, ce qui donne 2 pouces 4 lignes pour le haussement du niveau apparent, on soustrait 2 pouces 4 lignes des 4 pieds 6 pouces précédents, par la raison que le point D étant moins élevé que le point C, le nivellement est en descendant; et il reste 4 pieds 3 pouces et 8 lignes, que l'on écrit sur les tablettes, mais dans une colonne différente de celle qui contient les deux hauteurs précédentes.

On descend ensuite à la station D; et après avoir envoyé un aide tenir une perche au point E, que l'on aura jugé être le plus commode, on donne le coup de niveau MN, ce qui détermine le point N, que l'aide marque par un trait de crayon. On mesure ensuite la hauteur EN, que je suppose être, par exemple, de $10\frac{1}{2}$ pieds. Ainsi, de ces $10\frac{1}{2}$ pieds on soustrait les $4\frac{1}{2}$ pieds de la hauteur de l'instrument; et il reste 6 pieds pour la hauteur apparente du point N au-dessus du point D. Enfin, on fait mesurer la distance du point M au point N; et si cette distance est, par exemple, de 650 toises, ce qui donne 4 pouces 8 lignes pour le *haussement du niveau apparent*, on soustrait 4 pouces 8 lignes des 6 pieds précédents, par la raison que le nivellement est encore en descendant; et il reste 5 pieds 7 pouces et 4 lignes, que l'on écrit au-dessous des 4 pieds 3 pouces et 8 lignes qui ont résulté de la station précédente.

On fait enfin transporter le niveau au point E; et après avoir envoyé un aide tenir une perche au terme F, on donne le coup de niveau OP, ce qui détermine le point P, que l'aide marque par un trait de crayon. On mesure ensuite la hauteur FP, qui sera, par exemple, de 8 pieds. Ainsi, de ces 8 pieds on soustrait les 4½ pieds de la hauteur de l'instrument; et il reste 3½ pieds pour la hauteur apparente du point P au-dessus du point E. Enfin, on fait mesurer la distance du point O au point P; et si cette distance est, par exemple, de 700 toises, ce qui donne 5 pouces 5 lignes pour le haussement du niveau apparent, on soustrait 5 pouces 5 lignes des 3 pieds 6 pouces précédents, par la raison qu'il s'agit encore d'un nivellement qui est en descendant; et il reste 3 pieds 0 pouces et 7 lignes, que l'on écrit au-dessous des hauteurs que l'on a trouvées par les deux stations précédentes.

Toutes ces opérations sur le terrain étant terminées, on ajoute ensemble les hauteurs que l'on a écrites dans la première colonne: on ajoute de même celles qui le sont dans la seconde; on soustrait ensuite la plus petite des deux sommes de la plus grande, et le reste est la différence de hauteur des deux termes proposés.

Ainsi, de la somme 12 pieds 11 pouces et 7 lignes des hauteurs qui sont écrites dans la seconde colonne, on soustrait la somme 7 pieds 5 pouces et 7 lignes des hauteurs qui se trouvent dans la première, et il reste 5 pieds 6 pouces pour la quantité dont l'endroit A est plus élevé que l'endroit F.

Ire COLONNE. Hauteurs en montant.			IIde COLONNE. Hauteurs en descendant.		
pié.	pouc.	lig.	pié.	pouc.	lig.
4	10	0	4	3	8
2	7	7	5	7	4
			3	0	7
S. 7	5	7	S. 12	11	7

De	12 pieds	11 pouces	7 lignes
Otez	7	5	7
Reste	5	6	0

Remarque. Lorsque le terrain le permet, il est toujours plus court et plus commode de niveler entre deux termes, que de suivre ce que nous venons de dire, parce qu'il en est alors de même que si l'on se servoit du niveau d'eau ; c'est-à-dire qu'il n'est point nécessaire d'avoir égard à l'excès du niveau apparent au-dessus du vrai. Mais pour cet effet, il faudroit que le niveau dont on se serviroit eût deux lunettes, savoir, une pour pointer de la droite à la gauche, et une autre pour viser de la gauche à la droite.

Supposez, pour exemple, que l'on veuille connoître la différence de hauteur des deux endroits E et I. Fig. 75.

On commence par chercher le nombre

des stations que l'on sera obligé de faire pour exécuter ce que l'on se propose, et par déterminer en conséquence les endroits que l'on jugera être les plus commodes. Or, supposé que ces endroits les plus convenables soient, par exemple, les trois points F, G et H, on fera mettre un piquet à chacun, et l'on fera la première station au point A, qui est à-peu-près le milieu entre les points E et F; la seconde au point B, qui est aussi à-peu-près le milieu entre les points F et G; et de même les deux autres, aux points C et D. Au surplus, on observera toujours d'écrire dans une même colonne toutes les hauteurs que l'on trouvera en montant; et dans une autre colonne, toutes celles que l'on trouvera en descendant: mais on n'aura aucun égard à l'excès du niveau apparent au-dessus du vrai, ce qui épargnera bien du temps, des pas et du calcul.

Raisons pour lesquelles il faut ajouter le haussement du niveau apparent, lorsque le Nivellement se fait en montant, et le soustraire, au contraire, lorsqu'on nivelle en descendant.

Nous avons toujours fait ajouter la hauteur du niveau apparent, lorsque le nivellement alloit en montant; et nous l'avons au contraire toujours fait soustraire, lorsqu'il s'agissoit d'un nivellement qui étoit en descendant. Voici les raisons de ces deux pratiques opposées.

Supposez que l'on ait donné les coups de niveau BC et FG, en montant; KN et QR en descendant; et que l'on ait tiré les parallèles AD, EH, LO et PS, aux lignes BC, FG, etc. chacune à chacune. Fig. 75.

Considérez premièrement que les lignes AB et DC sont égales; qu'ainsi le point C est plus éloigné du centre de la terre que le point B, de toute la ligne ED, qui est l'excès du niveau apparent au-dessus du vrai; et que, par conséquent, il faut ajouter cet excès ED à la hauteur AB, afin que le point B soit de niveau avec le point C.

Secondement, que les lignes EF et HG sont égales; qu'ainsi le point G est plus éloigné du centre de la terre que le point F, de toute la ligne IH, qui est l'excès du niveau apparent au-dessus du vrai; et que, par conséquent, il faut ajouter cet excès IH à la hauteur EF, afin que le point G soit de niveau avec le point F.

Troisièmement, que les lignes LK et ON sont égales; qu'ainsi le point N est plus éloigné du centre de la terre que le point K, de toute la ligne PO qui est l'excès du niveau apparent au-dessus du vrai; et que, par conséquent, il faut soustraire de la hauteur ON cet excès PO, afin d'avoir sur la ligne PN un point qui soit de niveau avec le point K.

Quatrièmement, enfin, que les lignes PQ et SR sont égales; qu'ainsi le point R est plus éloigné du centre de la terre que le point Q, de toute la ligne TS, qui est l'excès du niveau apparent au-dessus du vrai; et que, par conséquent, il faut soustraire de la hauteur TR cet excès TS, afin d'avoir sur cette hauteur un point qui soit de niveau avec le point Q. Or, il en sera de même de tout autre exemple.

Remarque. On a supposé que les lignes AB et DC, EF et HG, etc. étoient parallèles, quoiqu'elles soient des prolongements des rayons de la terre; mais elles sont si éloignées du centre, que l'on ne peut faire aucune erreur sensible en les prenant pour des lignes parallèles.

CONCLUSION.

Les bornes que nous nous sommes prescrites ne nous ont pas permis de donner plus d'étendue à ce Traité du Nivellement, et l'on peut même le considérer comme n'étant qu'un abrégé de la Théorie et de la Pratique de cette Science. Mais on n'y a rien omis de ce qu'il faut savoir pour être en état d'exécuter tous les nivellements que l'on pourra proposer, quelque considérables qu'ils puissent être.

Fin du Traité du Nivellement.

TRAITÉ
DES
NOUVELLES MESURES.

Blank page retained for pagination

DES NOUVELLES MESURES. *

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

Le *Mètre*, unité fondamentale des nouvelles mesures, est la dix-millionième partie de la distance du Pôle à l'Equateur.

Sa valeur définitive est de 3 pieds 0 pouces 11 lignes $\frac{296}{1000}$, la distance du Pôle à l'Equateur étant de 5.130,740 toises.

Le Kilogramme, ou la nouvelle livre, est de 2 livres 5 gros 35 grains $\frac{15}{100}$, poids de marc.

Il est égal au poids d'un décimètre cube d'eau distillée, pesée dans le vide, à la température où l'eau est à son maximum de condensation.

Voici les douze mots avec lesquels on peut composer la nomenclature des nouvelles mesures.

Mètre, *Are*, *Stère*, *Litre*, *Gramme*,

Myria, *Kilo*, *Hecto*, *Déca*,

Déci, *Centi* et *Milli*.

* Ce Traité est extrait de l'Instruction abrégée sur les Nouvelles Mesures, par CH. HAROS, qui se trouve chez Firmin Didot,

Les cinq premiers sont les noms des différentes espèces de mesures, et que l'on considère comme unités principales.

Les quatre suivants doivent s'écrire au-devant des premiers (excepté le mot *stère*) pour exprimer 10000 ou 1000 ou 100 ou 10 de ces unités; il faut observer seulement, par rapport au mot *are*, de supprimer les voyelles finales des mots *myria*, *kilo*, *hecto*, *déca*, quand ils devront être liés avec lui.

Les trois derniers mots précèdent les cinq premiers, lorsqu'on veut exprimer ou des dixièmes, ou des centièmes, ou des millièmes d'unités principales.

Ainsi, myriamètre signifie 10000 mètres; kilomètre 1000 mètres; hectomètre 100 mètres; décamètre 10 mètres; décimètre un dixième de mètre; centimètre un centième de mètre; millimètre un millième de mètre; hectare est la même chose que 100 ares; le décalitre vaut 10 litres; le kilogramme vaut 1000 grammes; le décigramme un dixième de gramme, etc.

Des Mesures itinéraires.

Cette dénomination comprend les mesures de grande étendue, telles que le degré terrestre et la lieue. Pour exprimer la distance d'un lieu à un autre, on emploiera les mots *myriamètre* et *kilomètre*, qui peuvent être traduits par *lieue* et *mille*;

le myriamètre ou la lieue nouvelle vaut 10 kilomètres ou milles, le kilomètre ou le mille vaut 1000 mètres ou 513 toises environ.

Des Mesures linéaires.

Les petites étendues peuvent s'exprimer en *décamètres*, *mètres*, *décimètres*, *centimètres* et *millimètres*, auxquelles on a donné pour synonymes les mots *perches*, *mètres*, *palmes*, *doigts* et *traits*; le mètre étant l'unité fondamentale des mesures nouvelles, n'a point de synonyme. Le décamètre ou la perche nouvelle vaut 10 mètres; le mètre vaut 10 décimètres ou palmes; le décimètre ou le palme vaut 10 centimètres ou doigts, et le centimètre ou le doigt vaut 10 millimètres ou traits.

Le mètre et ses sous divisions remplacent la toise, le pied, le pouce, etc.; il remplace aussi l'aune; ainsi le mesurage des draps, toiles, etc. se fera en mètres, dixièmes et centièmes de mètre.

Des Mesures agraires.

Pour exprimer la surface d'un terrain, on fera usage des mots *hectare*, *are* et *centiare*, qui peuvent être traduits par *arpent*, *perche quarrée*, et *mètre quarré*. L'hectare ou l'arpent nouveau vaut 100 ares ou perches quarrées nouvelles; l'are ou la perche quarrée vaut 100 mètres quarrés. Pour les petites surfaces, le mètre quarré vaut 100 décimètres quarrés ou palmes quarrés ; le décimètre quarré ou le palme quarré vaut 100 centimètres quarrés ou doigts quarrés ; et le centimètre quarré ou le doigt quarré vaut 100 millimètres quarrés ou traits quarrés.

Des Mesures de capacité pour les liquides.

Les vins et les liqueurs se mesureront avec le *décalitre*, le *litre* et le *décilitre*, auxquels on a donné pour synonymes *veltes*, *pinte* et *verre*. Le décalitre ou la velte nouvelle vaut 10 litres ou pintes nouvelles, et le litre ou la pinte vaut 10 verres. Le litre a pour capacité un décimètre cube.

Des Mesures de capacité pour les matières sèches.

Le blé, le seigle, etc. doivent être mesurés avec le *kilolitre*, l'*hectolitre*, le *décalitre* et le *litre*, auxquels on a donné pour synonymes, *muid*, *setier*, *boisseau* et *litron*. Le kilolitre ou le muid nouveau vaut 10 hectolitres ou setiers nouveaux ; l'hectolitre ou le setier vaut 10 décalitres ou boisseaux nouveaux ; et le décalitre ou boisseau, vaut 10 litres ou litrons nouveaux.

Des

Des Mesures de solidité.

Le *mètre cube* sera désigné par le mot *stère*, lorsqu'il s'agira de mesurer les bois de chauffage et de charpente; dans ce dernier cas, le stère vaut 10 décistères ou solives nouvelles; dans l'exploitation des terres ou des pierres, et dans le toisé des corps massifs, on exprimera la solidité en mètres cubes, et en sousdivisions du mètre cube.

Des Poids.

Pour peser les marchandises, on se servira du *kilogramme*, de l'*hectogramme*, du *décagramme*, du *gramme*, du *décigramme*, etc. qui auront pour synonymes *livre*, *once*, *gros*, *denier* et *grain*. Le kilogramme ou la livre nouvelle vaut 10 hectogrammes ou onces nouvelles; l'hectogramme ou l'once vaut 10 décagrammes ou gros nouveaux; le décagramme ou le gros vaut 10 grammes ou deniers nouveaux; et le gramme ou denier vaut 10 décigrammes ou grains nouveaux.

Les fortes pesées se feront en milliers de mille livres nouvelles, et en quintaux de cent livres nouvelles.

Des Monnoies, et du titre de l'or et de l'argent.

Le *franc* remplace le mot *livre*; il vaut

10 décimes, et le décime 10 centimes; ainsi le franc vaut 100 centimes. Les pièces de cinq francs en circulation sont au titre de neuf dixièmes de fin; elles pèsent chacune 25 grammes, c'est-à-dire, que 40 pièces de cinq francs pèsent un kilogramme ou la livre nouvelle. Le franc vaut une livre et trois deniers tournois, ou 80 francs valent 81 livres tournois.

A l'égard du titre des matières d'or et d'argent, on suppose le titre le plus fin égal à l'unité, et on détermine, d'après cette hypothèse, le titre de ces deux métaux, en dixièmes, centièmes et millièmes d'unité.

Rapports très-approchés des nouvelles Mesures aux anciennes, exprimés en nombres entiers.

4 myriamèt. ou lieues nouvelles, valent	9 lieues terrestres.
82 mètres..........	69 aunes de Paris.
76 mètres..........	39 toises.
13 décimèt. ou palmes	4 pieds.
19 centimèt. ou doigts	7 pouces.
9 millimèt. ou traits	4 lignes.
24 hectares ou arpents	47 arpents (eaux et f).
24 ares ou perches qu.	47 perches qu. *Idem.*
40 hectares ou arpents	117 arpents (de Paris).

40 ares ou perches qu.	117 perches qu. *Idem.*
19 mètres quarrés...	5 toises quarrées.
38 décalitres ou veltes	51 veltes de Paris.
27 litres ou pintes...	29 pintes, *Idem.*
118 kil. ou muids de blé	63 muids de Paris.
64 hectolitr. ou setiers	41 setiers, *Idem.*
13 décal. ou boisseaux	10 boisseaux, *Idem.*
13 litres ou litrons...	16 litrons de Paris.
37 mètres cubes.....	5 toises cubes.
96 stères...........	25 cord. de b. (eaux et f.)
36 décistèr. ou solives.	35 solives (charpente).
70 kilogram. ou livres.	143 liv. (poids de marc).
11 hectogram. ou onc.	36 onces.
13 décagram. ou gros	34 gros.
14 grammes ou deniers	11 deniers.
8 décigram. ou grains	15 grains.
80 francs..........	81 livres tournois.

Du Calcul décimal.

D'après le systême de notre numération, on sait que dans un nombre composé de deux chiffres, celui de gauche exprime des unités dix fois plus grandes que celui de droite, et que la même chose a lieu pour deux chiffres voisins dans un nombre composé d'autant de chiffres qu'on voudra.

Or, si on met une virgule entre ces deux *chiffres*, et *qu'ensuite on suppose* celui de gauche contenir des unités simples ou des entiers, il est clair alors que le chiffre de droite après la virgule, exprimera des dixièmes d'unité; un nouveau chiffre *écrit* à la suite des dixièmes, exprimera donc des dixièmes de dixièmes, c'est-à-dire, des centièmes d'unité; un troisième chiffre écrit à la suite des centièmes, exprimera des *millièmes*, et *ainsi* de *suite*. Il suit de-là qu'une unité vaut dix dixièmes, ou cent centièmes, ou mille millièmes, etc.; qu'un dixième vaut dix centièmes, qu'un centième vaut dix millièmes, etc.

Par exemple, *3,5 exprime 3 entiers* et 5 dixièmes d'entier. 0,25 vaut 2 dixièmes et 5 centièmes, c'est-à-dire, 25 centièmes d'entier. 43,058 vaut 43 entiers 5 centièmes et 8 millièmes, ou 43 entiers 58 *millièmes*. *La quantité décimale* 0,0007 exprime 7 dix-millièmes d'unité.

On voit donc qu'après avoir énoncé les entiers d'un nombre qui renferme *des* décimales, on *énonce de même la partie* décimale; mais en ajoutant pour une seule décimale le mot dixième, pour deux décimales le mot centième, pour trois décimales le mot millième, pour quatre décimales le *mot dix-millième*, pour cinq décimales le mot cent-millième, et ainsi de suite.

Pour bien apprécier la valeur de la partie décimale d'un nombre donné, il faut concevoir d'abord l'unité, ou la chose que l'on prend pour unité, partagée en dix parties égales, et prendre autant de ces parties que le premier chiffre de droite après la virgule, contient d'unités; diviser ensuite une de ces nouvelles parties en dix autres pour en prendre autant que le second chiffre de droite après la virgule contient d'unités, et continuer ainsi de suite.

On peut encore concevoir l'unité partagée en 10, ou 100, ou 1000, ou 10000 parties, etc. selon que le nombre donné renferme de dixièmes ou de centièmes, etc. et prendre ensuite autant de ces parties qu'il est marqué par la partie décimale.

Ainsi, dans le nombre 7,359 mètres il y a 7 mètres. Pour se faire une idée de la valeur du chiffre suivant, il faut concevoir le mètre partagé en dix parties égales, et prendre 3 de ces parties. Pour avoir la valeur du second chiffre, on partage une de ces dernières parties en dix autres, et on en prend 5. Enfin, on partage une de ces nouvelles parties en dix autres, et on a la valeur du troisième chiffre en prenant 9 de ces parties.

Autrement, comme le nombre donné contient trois chiffres décimaux ou des millièmes, concevez l'unité partagée en 1000 parties égales, et prenez-en 359.

Voici quelques propriétés et abréviations qui découlent de notre systême de numération, et qu'il ne faut pas perdre de vue.

Un nombre qui renferme des décimales ne changera pas de valeur, si on écrit à sa droite autant de zéros qu'on voudra, ou si on efface les zéros qui pourroient affecter sa droite.

Ainsi 13,7 est la même chose que 13,70, ou 13,700, ou 13,7000, ou, etc. Réciproquement 0,8400000 valent simplement 0,84.

Un nombre entier ou un nombre qui renferme des décimales, ne changera pas de valeur, si on écrit à sa gauche autant de zéros qu'on voudra, ou si on efface les zéros qui pourroient affecter la gauche d'un nombre entier, ou la gauche du zéro qui occupe la place des entiers dans une quantité décimale.

Ainsi 135 est la même chose que 0135, ou 00135, ou, etc. 7,16. 07,16. 007,16. etc. sont des quantités égales entre elles; il en est de même des quantités 0,0137. 00,0137. 00000,0137. Réciproquement la quantité 00000000063 égale 63 entiers, et 0000,208 égale 0,208.

Ces transformations se présentent souvent dans la multiplication et la division des quantités décimales.

Pour multiplier un nombre par 10, ou 100, ou 1000, etc. il faut, lorsqu'il est entier, écrire à sa droite autant de zéros qu'il y en a au multiplicateur; si ce nombre renferme des décimales, il n'y aura qu'à avancer la virgule d'autant de chiffres vers la droite, qu'il y aura de zéros dans le multiplicateur.

Exemples.

10 fois 14 valent 140; 100 fois 343 valent 34300; 100000 fois 2900 valent 290000000; 10 fois 7,13 valent 71,3; 100 fois 0,0053 valent 0,53; 10000 fois 3,9 valent 10000 fois 3,9000 ou 39000 entiers.

Pour diviser un nombre par 10, ou 100, ou 1000, etc. il faut, lorsqu'il est entier, séparer vers la gauche par une virgule autant de chiffres qu'il y a de zéros au diviseur; si ce nombre renferme des décimales, on reculera la virgule vers la gauche d'autant de places ou chiffres qu'il y aura de zéros au diviseur.

Exemples.

Le dixième de 345, ou 345 divisé par 10, donne pour quotient 34,5; la dix-millième partie de 67, ou 00067 divisé par 10000 égale 0,0067; la centième partie de 310,07 égale 3,1007; la millième partie de 0,3513, ou 0000,3513 divisé par 1000 égale 0,0003513.

De l'Addition des quantités décimales.

Comme les sousdivisions des nouvelles

mesures ne sont autre chose que des décimales, nous pouvons les employer sur-le-champ dans les quatre premières règles.

Règle pour l'Addition des quantités décimales.

Ecrivez les quantités les unes au-dessous des autres, de manière que les virgules se répondent; faites ensuite l'addition, comme si toutes les quantités étoient des nombres entiers, et placez la virgule au même rang où elle étoit déjà dans les nombres supérieurs.

Exemples.

On doit à un particulier les sommes suivantes. Savoir, 67 francs 34 centimes, 153 francs 87 centimes, 84 francs 45 centimes, et 7 francs 5 centimes, combien lui est-il dû en tout?

En regardant le franc comme unité principale, on écrira les sommes précédentes comme il suit:

$$\begin{array}{r} 67^{f},34^{c} \\ 153,87 \\ 84,45 \\ 7,05 \\ \hline \end{array}$$

Réponse. $312^{f},71^{c}$ ou 312 fr. 71 cent.

Si parmi les nombres à ajouter il s'en trouve un ou plusieurs qui ne renferment point d'entiers, on aura l'attention d'écrire un zéro pour marquer la place des entiers.

On propose d'ajouter ensemble 2 perches 7 mètres 8 palmes; 3 mètres 4 palmes 3 doigts; 11 perches 9 palmes 6 doigts, et 3 palmes 8 doigts.

En prenant la perche pour unité, on disposera les quantités ci-dessus comme il suit, puis on fera l'addition.

perches
2,780
0,343
11,096
0,038

Réponse. 14p,257 ou 14 perch. . 2 mèt. . 5 palm. . 7 doigts.

DE LA SOUSTRACTION.

Règle pour la Soustraction des quantités décimales.

Ecrivez les deux nombres l'un sous l'autre, de manière que les virgules se répondent, et après la soustraction, qui se fait comme s'il n'y avoit que des entiers, mettez la virgule au même rang où elle est déjà dans les deux nombres supérieurs.

Exemples.

Sur une recette de 1074 francs 18 cent. on a dépensé 897 francs 65 centimes; que reste-t-il?

Ecrivez ces deux nombres comme il suit :

de.....	1074f, 18c
Soustrayez	897 , 65
Réponse :	176 , 53 ou 176fr. 53 c.

Quand l'un des deux nombres renferme moins de chiffres décimaux que l'autre, on écrit à sa droite autant de zéros qu'il est nécessaire, afin qu'il y ait de part et d'autre le même nombre de décimales.

Un lingot d'argent pesant 34 liv. 5 onc. 3 gros (poids nouveaux), contient 2 liv. 7 onc. 8 gros 3 den. 9 grains de métal impur; combien contient-il d'argent fin?

En prenant la livre pesante pour unité, il faudra

de.....	34l,5300
Soustraire	2,7839

liv. onc. gr. d. gr.

Réponse: 31l,7461 ou 31 . 7 . 4 . 6 . 1. pour la quantité d'argent fin contenue dans le lingot.

DE LA MULTIPLICATION.

Règle pour la Multiplication des quantités décimales.

Après avoir écrit les deux nombres à multiplier l'un au-dessous de l'autre, comme s'ils n'exprimoient que des entiers, en donnant, pour la commodité du calcul, la place supérieure à celui qui a le plus de chiffres, faites d'abord la multiplication à l'ordinaire, sans vous embarrasser de la virgule, séparez ensuite dans le produit, à l'aide de la virgule, autant de chiffres vers la droite, qu'il y a de décimales en tout dans le multiplicande et le multiplicateur.

Exemples.

On achète à un fermier 3 muids 7 setiers 6 boisseaux de blé (mesures nouvelles), à raison de 112 fr. 75 c. le muid; combien doit-on payer pour le tout?

Prenant le franc pour unité, l'état de la question exige que l'on prenne pour entiers du multiplicateur les muids énoncés dans la question; on aura donc:

	112f,75
à multiplier par	3,76
	67650
	78925.
	33825..
Rép.	423f,9400 ou 423 fr. 94 c.

On demande la valeur d'un lingot d'or pesant 2 liv. 8 onc. 0 gr. 2 den. 5 grains (poids nouveaux), à raison de 231 fr. 45 c. l'onc.

L'énoncé de la question exige que l'on

prenne l'once et le franc pour unités principales. On aura donc :

$$
\begin{array}{r}
251^{f},45 \\
\text{à mult. par } 28,025 \\
\hline
115725 \\
46290. \\
185160\ldots \\
46290\ldots. \\
\hline
\end{array}
$$

Rép. 6486,38625 ou 6486 fr. 39 c. env.

Il arrive souvent qu'on n'a pas toujours besoin de toutes les décimales qu'un nombre renferme : on est donc obligé d'en supprimer plusieurs, comme dans ce dernier exemple; alors pour avoir une valeur qui ne diffère pas de la véritable, d'une demi-unité de l'ordre du dernier chiffre conservé, il faut augmenter ce dernier chiffre d'une unité toutes les fois que le premier chiffre de la partie négligée sera égal à 5, ou lorsqu'il surpassera 5.

Les grandes unités se convertissent en unités plus petites par la multiplication. Cette conversion se fera promptement dans les nouvelles mesures, en faisant mouvoir la virgule vers la droite.

Proposons-nous de convertir 47 livres 3 onc. 1 gr. 8 d. 8 grains, successivement en onces, gros, deniers et grains, on aura $\overset{\text{livres}}{47,3188}$ égalent $\overset{\text{onces}}{473,188}$ égalent $\overset{\text{gros}}{4731,88}$, égalent $\overset{\text{deniers}}{47318,8}$ égalent 473188 grains (poids nouveaux).

8$^{\text{muids}}$ 5$^{\text{setiers}}$ 4$^{\text{boisseaux}}$ 9$^{\text{litrons}}$ (mesures nou-
setiers boisseaux
velles) valent 85,49 ou 854,9 ou 8549 litrons. On opérera de la même manière pour convertir toute autre espèce de mesure nouvelle.

DE LA DIVISION.

Règle pour la Division des quantités décimales.

Lorsque le diviseur est un nombre entier, faites la division à l'ordinaire sans avoir égard à la virgule du dividende, et séparez dans le quotient, au moyen de la virgule, autant de chiffres vers la droite, qu'il y a de décimales au dividende.

Exemple.

Une pièce de toile contenant 83 mètres coûte 382 fr. 63 c., on demande le prix du mètre.

La question se réduit à diviser 382,63 par 83.

Opération.

Dividende	382,63	83	diviseur
	506	4,61	quotient.
	83		
	0		

D'après la règle ci-dessus, on a retranché vers la droite du quotient autant de chiffres qu'il y avoit de décimales au dividende, ce qui donne 4f 61c pour le prix du mètre.

Si, en suivant cette règle, le quotient ne donne pas une valeur suffisamment approchée, on pourra trouver d'autres chiffres décimaux comme il suit.

Ajoutez un zéro au reste de la division, et divisez; vous aurez au quotient des unités dix fois plus petites. Voulez-vous pousser l'approximation encore plus loin? Ajoutez successivement un zèro à chaque reste, et n'arrêtez cette opération que lorsque vous aurez au quotient l'approximation que vous desirez.

On trouvera l'application de cette règle dans l'opération suivante.

Quand le diviseur contient des chiffres décimaux, avancez dans le dividende et le diviseur, la virgule vers la droite d'autant de rangs qu'il est nécessaire pour qu'elle disparoisse du diviseur; alors le diviseur étant un nombre entier, opérez comme ci-dessus.

Si le dividende ne renferme point de décimales, ou s'il en contient moins que le diviseur, on peut y suppléer en écrivant à la suite du dividende un nombre de zéros suffisant.

Exemple.

On a acheté 21 veltes 8 pintes 2 verres (mesures nouvelles) d'eau-de-vie, pour la somme de 506 francs ; on demande à combien revient la velte?

La question se réduit à diviser 506 fr. par 21,82. Comme le dividende n'a point de virgule, on peut le transformer en $506^f 00^c$. Avançant la virgule dans le dividende et le diviseur de deux rangs vers la droite, on aura 50600 fr. à diviser par 2182, le quotient sera des francs; ensuite si l'on veut avoir des décimes, des centimes, etc. on ajoutera successivement un zéro à chaque reste de division, comme on le voit dans l'opération suivante.

$$\begin{array}{l} 50600 \\ \;\;6960 \\ \;\;\;4140 \\ \;\;\;19580 \\ \;\;\;\;21240 \\ \;\;\;\;\;1602 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \;\;2182 \\ \hline 23^f,189 \end{array} \right.$$

ainsi la velte revient à 23 fr. 19 c. environ.

Après l'application de la règle précédente à deux quantités, on peut au besoin écrire à la suite du dividende autant de zéros qu'on voudra, en regardant ces zéros comme des décimales; alors l'inspection seule des décimales du dividende fera connoître combien on doit retrancher de chiffres au quotient par la virgule.

Ainsi 0,034 divisé par 7,2 est la même chose que 0,34 à diviser par 72. Si l'on veut quatre décimales au quotient, il n'y à qu'à ajouter deux zéros au dividende, alors 0,3400 divisé par 72 donnera, abstraction faite de la virgule, 47, c'est-à-dire, 0,0047 pour quotient.

On emploie la division pour convertir les petites unités en unités plus grandes. Cette conversion sera très-simple dans les nouvelles mesures, il suffira de faire mouvoir la virgule vers la gauche. Par exemple, 32839 traits valent $\overset{\text{doigts}}{3283{,}9}$, ou $\overset{\text{palmes}}{328{,}39}$, ou $\overset{\text{mètres}}{32{,}839}$, ou $\overset{\text{perches}}{3{,}2839}$ que l'on peut écrire ainsi : 3 perches 2 mètres 8 palmes 3 doigts 9 traits.

De l'évaluation des quantités décimales en sousdivisions d'une unité concrète.

La règle que nous allons donner est inutile pour l'évaluation d'une quantité décimale qui appartiendroit à une mesure nouvelle ; car supposons qu'on demande la valeur de $\overset{\text{muid nouv.}}{0{,}3895}$ en sous-division du muid, on aura sur-le-champ 3 setiers 8 boisseaux 9 litrons et 5 dixièmes.

L'évaluation d'une quantité décimale qui appartiendroit à une mesure ancienne exige plusieurs multiplications, et devient utile dans le cas où, après avoir réduit un nombre quelconque de mesures nouvelles en mesures anciennes, on voudroit connoître la valeur de la partie décimale en sousdivisions de cette mesure ancienne. Voici la règle qu'il faut suivre.

Multipliez les chiffres décimaux seulement, par le nombre qui marque en combien de parties l'unité principale se divise, puis retranchez dans le produit, par une virgule, autant de chiffres à droite qu'il y a de chiffres décimaux dans la partie multipliée, vous aurez à gauche de la virgule le nombre des premières sousdivisions. Opérez de la même manière sur les nouvelles décimales, en les multipliant par le nombre qui marque en combien de parties une de ces premières sousdivisions se divise, et retranchez toujours vers la droite le même nombre de chiffres par une virgule, vous aurez à gauche de la virgule le nombre des secondes sousdivisions. Continuez ainsi de suite pour trouver les autres.

Exemple.

Proposons-nous d'évaluer la partie décimale du nombre $\overset{\text{livres}}{17,3285}$, en onces, gros, deniers et grains poids de marc.

Il faut savoir que la livre ancienne vaut 16 onces, l'once 8 gros, le gros 3 deniers, et le denier 24 grains. On multipliera donc, d'après la règle donnée ci-dessus, 3285 par 16, et on retranchera par une virgule les quatre premiers chiffres de droite du produit, on aura $\overset{\text{onces}}{5,2560}$. Multipliant 2560 par 8, et retranchant quatre chiffres, on aura $\overset{\text{gros}}{2,0480}$. Multipliant 0480 par 3, et retranchant toujours quatre chiffres, on aura $\overset{\text{deniers}}{0,1440}$. Enfin, 1440 multipliés par 24, on aura $\overset{\text{grains}}{3,456}$. Réunissant tous ces résultats, on trouvera que $\overset{\text{livres}}{17,5285}$ valent $\overset{\text{liv}}{17} . \overset{\text{onc.}}{5} . \overset{\text{gros}}{2} . \overset{\text{den.}}{0} . \overset{\text{grains.}}{3}$ Voici l'opération:

$$
\begin{array}{r}
\text{livres} \\
17,5285 \\
16 \\
\hline
19710 \\
5285 \\
\hline
5,2560 \\
8 \\
\hline
2,0480 \\
3 \\
\hline
0,1440 \\
24 \\
\hline
5760 \\
2880 \\
\hline
3,4560
\end{array}
$$

TABLES *de réductions des mesures anciennes en mesures nouvelles, et réciproquement.*

COMME les réductions des mesures anciennes en mesures nouvelles, et réciproquement, deviennent indispensables pour celui qui veut comparer ces mesures entre elles, nous allons donner des tables de multiples, à l'aide desquelles on pourra faire ces réductions par de simples additions (1).

Pour faire usage des tables suivantes, il faut avoir l'attention d'avancer la virgule vers la droite, ou la reculer vers la gauche, d'un rang ou de deux rangs, etc. suivant qu'on voudra avoir une valeur 10 fois ou 100 fois, etc. plus grande ou plus petite que celle qui correspondra à un des chiffres de la colonne N.

Soit par exemple 7#	égal.	francs 6,91358	on aura,
70# =		69f,1358	
700# =		691f,358	
7000# =		6913f,58 cent.	
etc.		etc.	

Soit 4 francs	=4#,05	on aura,
4 décimes ou 0f 4	=0#,405	
4 centimes ou 0f04	=0#,0405	
etc.	etc.	

(1) Nous ne rapportons ici que les Tables analogues à l'Arpentage et au Toisé.

En faisant usage des Tables, il n'est pas nécessaire de prendre toutes les décimales que l'on trouvera dans les colonnes, mais bien celles qui doivent donner une approximation suffisante. Ces Tables peuvent tenir lieu d'un très-gros Barême, souvent incommode, et qui exige pareillement l'addition de plusieurs quantités; elles sont très-propres à donner une idée exacte de la valeur de chaque espèce de mesure, et elles ne deviendront inutiles que lorsque tous les citoyens pourront juger, d'après la grandeur de chaque mesure nouvelle, combien il faut de ces mesures pour leur besoin. On ne peut espérer ces heureux effets que du temps; l'introduction des nouvelles mesures dans toute la République, et l'anéantissement des anciennes doivent y concourir.

TABLE I.

Pour réduire les Toises, Pieds, Pouces, etc. en Mètres.

N.	Toises en mètres.	Pieds en mètres.	Pouces en mètres.	Lignes en mètres.
1	1,94904	0,32484	0,02707	0,00226
2	3,89807	0,64968	0,05414	0,00451
3	5,84711	0,97452	0,08121	0,00677
4	7,79615	1,29936	0,10828	0,00902
5	9,74519	1,62420	0,13535	0,01128
6	11,69422	1,94904	0,16242	0,01354
7	13,64326	2,27388	0,18949	0,01579
8	15,59230	2,59872	0,21656	0,01805
9	17,54133	2,92356	0,24363	0,02030

APPLICATION.

Un mur a 82 toises 4 pieds 8 pouces de longueur quelle est sa longueur en mètres ?

$$
\begin{array}{rcr}
 & & \text{m.} \\
80\,\text{toises} & = & 155,9230 \\
2\,\text{toises} & = & 3,8981 \\
4\,\text{pieds} & = & 1,2994 \\
8\,\text{pouces} & = & 0,2166 \\
\hline
 & & \text{m.} \\
 & & 161,3371
\end{array}
$$

Ainsi 82 toises 4 pieds 8 pouces valent 161 mètres 337 millimètres environ, ou 161 mètres 3 palmes 3 doigts et 7 traits.

TABLE II.

Pour réduire les Mètres en Toises, ou en Pieds, ou en Pouces, etc.

N.	Mètres en toises.	Mètres en pieds.	Mètres en pouces.	Mètres en lignes.
1	0,513074	3,07844	36,9413	443,296
2	1,026148	6,15689	73,8827	886,592
3	1,539222	9,23533	110,8240	1329,888
4	2,052296	12,31378	147,7653	1773,184
5	2,565370	15,39222	184,7067	2216,480
6	3,078444	18,47066	221,6480	2659,775
7	3,591518	21,54911	258,5893	3103,071
8	4,104592	24,62755	295,5306	3546,367
9	4,617666	27,70600	332,4720	3989,663

APPLICATION.

Soit proposé de réduire 809 mètres 7 palmes 3 doigts, ou 809 mètres 73 centimètres en toises.

La deuxième Table donne :

$$
\begin{array}{rcr}
800^{\text{mèt.}} & = & 410{,}459^{\text{t}} \\
9^{\text{mèt.}} & = & 4{,}618 \\
7 \text{ palmes ou } 0{,}7 & = & 0{,}359 \\
3 \text{ doigts ou } 0{,}03 & = & 0{,}015 \\
\hline
 & & 415{,}451^{\text{t.}} \\
 & & 6 \\
\hline
 & & 2{,}706^{\text{pi.}} \\
 & & 12 \\
\hline
 & & 8{,}472^{\text{po.}} \\
 & & 12 \\
\hline
 & & 5{,}664^{\text{lig.}}
\end{array}
$$

Pour évaluer la partie décimale $0^{\text{t}}451$, il faut savoir que la toise vaut 6 pieds, le pied 12 pouces, et le pouce 12 lignes, parce que ces nombres servent de multiplicateurs successifs. La réponse est donc 415 toises 2 pieds 8 pouces 5 lignes.

TABLE III.

Pour réduire les Toises quarrées, Pieds quarrés, Pouces quarrés, et Lignes quarrées, en Mètres quarrés.

N.	Toises q. en mèt. q.	Pieds q. en mèt. q.	Pouces q. en mèt. q.	Lignes q. en mètres q.
1	3,798744	0,105521	0,0007328	0,00000509
2	7,597487	0,211041	0,0014656	0,00001018
3	11,396231	0,316562	0,0021983	0,00001527
4	15,194975	0,422083	0,0029311	0,00002036
5	18,993718	0,527604	0,0036639	0,00002545
6	22,792462	0,633124	0,0043967	0,00003053
7	26,591205	0,738645	0,0051295	0,00003562
8	30,389949	0,844166	0,0058622	0,00004071
9	34,188693	0,949686	0,0065950	0,00004580

APPLICATION.

APPLICATION.

On demande la valeur de 19 toises quarrées, 7 pieds quarrés, et 93 pouces quarrés en mètres quarrés.

On aura par la troisième Table :

		m. q.
10 toises q.	=	37,98744
9 t. q.	=	34,18869
7 p. q.	=	0,73865
90 po. q.	=	0,06595
3 po. q.	=	0,00220
Réponse :		72,98293 ;

c'est-à-dire, 72 mèt. q. 98 palm. q. 29 doigts q. environ.

TABLE IV.

Pour réduire les Mètres quarrés en Toises quarrées, ou en Pieds quarrés, ou en Pouces quarrés, etc.

N.	Mètres q. en toises q.	Mètres q. en pieds q.	Mètres q. en pouc. q.	Mètres q. en lignes q.
1	0,263245	9,47682	1364,66	196511
2	0,526490	18,95363	2729,32	393023
3	0,789735	28,43045	4093,99	589534
4	1,052980	37,90726	5458,65	786045
5	1,316225	47,38408	6823,31	982557
6	1,579469	56,86090	8187,97	1179068
7	1,842714	66,33771	9552,63	1375579
8	2,105959	75,81453	10917,30	1572090
9	2,369204	85,29134	12281,96	1768602

APPLICATION.

Soit proposé de réduire $\overset{\text{mèt. q.}}{5708{,}304}$ en toises quarrées.

La quatrième Table donne :

$$
\begin{array}{rcr}
5000^{\text{m. q.}} & = & \overset{\text{t. q.}}{1316{,}225} \\
700^{\text{m. q.}} & = & 184{,}271 \\
8 & = & 2{,}106 \\
0{,}3 & = & 0{,}079 \\
0{,}004 & = & 0{,}001 \\
\hline
 & & \overset{\text{t. q.}}{1502{,}682} \\
 & & 36 \\
\hline
 & & 4092 \\
 & & 2046 \\
\hline
 & & \overset{\text{p.}}{24{,}552} \\
 & & 144 \\
\hline
 & & 2208 \\
 & & 2208. \\
 & & 552.. \\
\hline
 & & \overset{\text{po.}}{79{,}488}
\end{array}
$$

Pour évaluer la partie décimale $\overset{\text{t. q.}}{0{,}682}$, il faut savoir que la toise quarrée vaut 36 pieds quarrés, que le pied quarré vaut 144 pouc. quarrés, etc.

Ainsi la valeur de $\overset{\text{m. q.}}{5708{,}304}$ en toises quarrées est 1502 toises quar. 24 pieds quar. 79 pouc. quar.

TABLE V.

Pour réduire les Lieues quarrées terrestres en Lieues quarrées nouvelles, ainsi que les Arpents et les Perches quarrées en Arpents nouveaux et Perches quarrées nouvelles.

N.	Lieues q. terres. en lieues q. nouv.	Arpents (eaux et f.) en arp. nouveaux, ou perches q. (eaux et f.) en perch. q. nouv.	Arpents (de Paris) en arp. nouveaux, ou perches q. (de Paris) en perch. q. nouv.
1	0,1975309	0,510720	0,341887
2	0,3950617	1,021440	0,683774
3	0,5925926	1,532160	1,025661
4	0,7901234	2,042880	1,367548
5	0,9876543	2,553600	1,709435
6	1,1851852	3,064320	2,051322
7	1,3827160	3,575040	2,393209
8	1,5802469	4,085760	2,735096
9	1,7777778	4,596480	3,076983

APPLICATION.

Un terrein contient 25 arpents et 67 perches quarrées (eaux et forêts) : combien contient-il d'hectares ou d'arpents nouveaux ?

Comme l'arpent vaut 100 perches quarrées, on peut réduire 2567 perches quarrées en ares ou perches quarrées nouvelles, et reculer ensuite la virgule dans le produit de deux rangs vers la gauche.

Par la cinquième Table :

2000 perches q.	=	1021,440 perch. q. nouv.
500	=	255,360
60	=	30,643
7	=	3,575
		1311,018 p.

Reculant la virgule de deux rangs vers la gauche, on aura 13,1102 hect., ou 13 arpents 11 perches quarrées et 2 mètres quarrés.

TABLE VI.

Pour réduire les Lieues quarrées nouvelles en Lieues quarrées terrestres, ainsi que les Arpents nouveaux et les Perches quarrées nouvelles en Arpents, etc.

N.	Lieues q. nouv. en lieues q. terres.	Arpents nouveaux en arpents (eaux et f.) ou perch. q. nouvelles en per. q. (eaux et f.)	Arpents nouveaux en arpents (de Paris) ou perch. q. nouvelles en per. q. (de Paris)
1	5,0625	1,958020	2,924943
2	10,1250	3,916040	5,849886
3	15,1875	5,874060	8,774829
4	25,2500	7,832080	11,699772
5	25,3125	9,790100	14,624715
6	30,3750	11,748120	17,549658
7	35,4375	13,706140	20,474601
8	40,5000	15,664160	23,399544
9	45,5625	17,622180	26,324487

APPLICATION.

On voudroit vendre un terrein labourable sur le pied de 1200 francs l'arpent (eaux et forêts): combien doit-on vendre à proportion l'hectare ou l'arpent nouveau?

La sixième Table donne:

	f. c.
Pour 1000f....	1958,02
200....	391,60
Réponse:	f. c. 2349,62

Pour prouver l'opération que l'on vient de faire, proposons-nous de déterminer le prix de l'arpent (eaux et forêts), lorsque l'hectare ou l'arpent nouveau vaut 2349 fr. 62 cent.

Nous aurons par la cinquième Table:

	f. c.
Pour 2000f.....	1021,44
300......	153,22
40......	20,43
9......	4,60
0,6....	0,31
0,02...	0,00
Réponse:	f. c. 1200,00

TABLE VII.

Pour réduire les Toises cubes, Pieds cubes, etc. *en Mètres cubes.*

N.	Toises cub. en mèt. cub.	Pieds c. en mètres c.	Pouces c. en mètres cub.	Lignes cubes en mètres cubes.
1	7,403890	0,0342773	0,000019836	0,00000001148
2	14,807781	0,0685545	0,000039673	0,00000002296
3	22,211671	0,1028318	0,000059509	0,00000003444
4	29,615561	0,1371090	0,000079346	0,00000004592
5	37,019452	0,1713863	0,000099182	0,00000005740
6	44,423342	0,2056636	0,000119018	0,00000006888
7	51,827232	0,2399408	0,000138855	0,00000008036
8	59,231122	0,2742181	0,000158691	0,00000009184
9	66,635013	0,3084953	0,000178528	0,00000010352

APPLICATION.

On demande la valeur de 47 toises cubes et 200 pieds cubes en mètres cubes.

La septième Table donne :

		m. c.
$40^{t.\,c.}$	=	296,1556
$7^{id.}$	=	51,8272
$200^{p.\,c.}$	=	6,8555
		354,8383

Réponse : 354 mètres cubes et 838 décimètres cubes ou palmes cubes.

Proposons-nous de faire la preuve de cette opération en réduisant 354 mètres cubes 838 palmes cubes en toises cubes. (1)

(1) Voyez pour cet Exemple la première des Applications de la page 539.

TABLE VIII.

Pour réduire les Mètres cubes en Toises cubes, ou en Pieds cubes, etc.

N.	Mètres c. en toises cub.	Mètres c. en pieds cubes.	Mètres c. en pouces cub.	Mètres cubes en lig. cubes.
1	0,135064	29,17385	50412,42	87112655
2	0,270128	58,34770	100824,83	174225310
3	0,405193	87,52156	151237,25	261337965
4	0,540257	116,69541	201649,66	348450619
5	0,675321	145,86926	252062,08	435563274
6	0,810385	175,04311	302474,50	522675929
7	0,945449	204,21696	352886,91	609788584
8	1,080513	233,39082	403299,33	696901239
9	1,215577	262,56467	453711,74	784013894

APPLICATION.

La huitième Table donne :

		t. c.
$300^{m.c.}$	=	40,5193
50	=	6,7532
4	=	0,5403
0,8	=	0,1081
0,03	=	0,0041
0,008	=	0,0011

	t. c.
Réponse	47,9261 ou 47 t. c. 200 pi. c.
La t. c. vaut en pi. c.	216
	55566
	9261.
	18522..
	200,0376

Si la toise cube de moëllons coûte 16 francs, combien doit valoir à proportion le mètre cube ?

La Table huitième donne :

Pour 10^{f}...... $1^{f},35^{c.}$

6^{f}...... 0, 81

Le mètre cube vaudra.... $2^{f},16^{c.}$

TABLE IX.

Pour réduire les Cordes de bois (eaux et forêts,) et les Solives (charpente) en Stères.

N.	Cordes de bois (eaux et f.) en stères.	Solives (charpente) en stères.
1	3,8391	0,10283
2	7,6781	0,20566
3	11,5172	0,30850
4	15,3562	0,41133
5	19,1953	0,51416
6	23,0343	0,61699
7	26,8734	0,71982
8	30,7124	0,82265
9	34,5515	0,92549

APPLICATION.

On demande combien 38 solives valent de solives nouvelles?

La neuvième Table donne :

		stèr.
30 soliv.	=	3,0850
8	=	0,8227
		3,9077

Comme un stère vaut 10 solives nouvelles, les 38 solives anciennes vaudront 39 solives nouvelles et environ 1 dixième de solive.

TABLE X.

Pour réduire les Stères en Cordes de bois (eaux et forêts), ou en Solives (charpente).

N.	Stères en cordes de bois.	Stères en solives.
1	0,26048	9,7246
2	0,52096	19,4492
3	0,78144	29,1739
4	1,04192	38,8985
5	1,30241	48,6231
6	1,56289	58,3477
7	1,82337	68,0723
8	2,08385	77,7970
9	2,34433	87,5216

APPLICATION.

Quelle est la valeur de 96 stères en cordes de bois ?

La dixième Table donne :

$$
\begin{array}{lcr}
90^{\text{stères}} & = & 23,44 \\
6 & = & 1,56 \\
\hline
 & & 25,00
\end{array}
$$

Ainsi, 96 stères valent 25 cordes de bois (eaux et forêts) ; ou, comme la corde vaut 2 voies de bois, les 96 stères vaudront 50 voies.

Lorsque le stère coûte 12 francs, sur quel pied paye-t-on la corde de bois ?

La neuvième Table donne :

$$
\begin{array}{rcr}
10 & = & 38,391 \\
2 & = & 7,678 \\
\hline
 & & 46,069
\end{array}
$$

La corde de bois est donc payée sur le pied de 46 francs 7 cent. environ ; ce qui donne 23 francs 3 cent. environ pour le prix de la voie de bois.

SUPPLÉMENT.

Comme il est des cas où l'on pourroit avoir besoin d'évaluer une fraction ordinaire en décimales, je vais donner la règle de cette évaluation.

Règle pour évaluer une Fraction ordinaire en Décimales.

Divisez le numérateur de la fraction par le dénominateur, en ajoutant successivement un zéro à chaque reste de division; vous aurez au quotient des décimales qui exprimeront la valeur exacte ou approchée de la fraction.

Par exemple, pour évaluer $\frac{3}{7}$ en décimales, divisez le numérateur 3 par le dénominateur 7, il viendra au quotient 0 d'entiers; ajoutez un zéro au dividende 3 et divisez 30 par 7, vous aurez 4 au quotient, et 2 de reste; ajoutez un zéro au reste, et continuez l'opération comme il suit:

30	7
20	0,428571
60	
40	
50	
10	
3	

Il est à remarquer pour le cas où le dénominateur d'une fraction irréductible est un nombre impair non divisible par 5, que tous les restes de division sont irréductibles par rapport au diviseur ; car le zéro que l'on ajoute successivement à chaque reste, donne un dividende 10 fois plus grand : or, le nombre 10 n'a, d'après l'hypothèse, aucun facteur commun avec le diviseur; donc, après la division, le reste ne peut avoir aucun facteur commun avec le diviseur. La division étant poussée suffisamment loin, donne des restes égaux à ceux qu'on a déjà trouvés; d'où il suit que les chiffres du quotient reparoissent de nouveau, et forment une période. Cette période ne peut être composée de plus de chiffres au quotient qu'il y a d'unités moins une dans le diviseur ou dénominateur; il est des cas où le diviseur, quoique très-grand, donne néanmoins une période très-petite.

On conçoit en effet, qu'en poussant la division, il doit arriver de deux choses l'une, ou tous les restes seront différents, et dans ce cas leur nombre ne peut surpasser le diviseur moins un, parce que ces restes sont chacun plus petits que le diviseur; ou dans le cours de la division on trouvera un reste égal à un des précédents, alors les mêmes chiffres du quotient reparoîtront : on pourra donc dans ce cas écrire, à la suite des chiffres déjà trouvés au quotient, tel nombre de décimales qu'on voudra sans avoir la peine de continuer la division. Enfin, si l'on considère les restes successifs des divisions partielles comme numérateurs, ils formeront avec le diviseur autant de fractions irréductibles qu'il y aura de chiffres dans la période, et la valeur de chacune de ces fractions exprimée en dixièmes seulement, sera égale au chiffre correspondant du quotient.

Quand le dénominateur d'une fraction irréductible est un nombre pair, et que la division ne peut se faire exactement, les chiffres du quotient ne sont qu'en partie périodiques, c'est-à-dire, que l'on trouve dans le commencement de la division un ou plusieurs chiffres non périodiques; les restes de division sont tous des nombres pairs, et par conséquent susceptibles d'être réduits avec le diviseur à des termes plus simples.

FIN.

TABLE

Des Matières contenues dans ce Volume.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

NOTICE extraite du Catalogue des Livres de Fonds et d'assortiment de FIRMIN DIDOT*, Libraire pour les Mathématiques, la Marine, l'Architecture, et les Éditions stéréotypes.*

Ouvrages de M. Ozanam, de l'Académie des Sciences.

RÉCRÉATIONS mathématiques et physiques, contenant les problèmes les plus curieux d'arithmétique, de géométrie, de mathématiques, d'optique, de musique, d'acoustique, d'astronomie, de géographie, de navigation, d'architecture, de pyrotechnie, de physique, sur l'aimant, l'électricité, la chimie, les phosphores et les lampes perpétuelles; nouvelle édition, totalement refondue par M. de M. en 4 vol. in-8. avec 90 planches très-bien gravées, 1790. 24 f.

Traité de l'arpentage et du toisé, nouv. édit. 4 f. 50 c.

Les éléments d'Euclide, du P. Dechalles, avec l'usage de chaque proposition, pour toutes les parties des mathématiques, in-12, avec 20 planches, nouvelle édition, corrigée et augmentée par Audierne, 1778. 4 f. 50 c.

La géométrie-pratique, contenant la trigonométrie, avec un traité de l'arithmétique par géométrie, in-12. avec 11 planches, nouvelle édition augmentée, 3 f. 50 c.

Usage du compas de proportion, suivi d'un traité de la division des champs, par Ozanam; ouvrage revu, corrigé et entièrement refondu par Garnier, in-12. Paris, 1794, avec 15 planches, et trois tables relatives au nouveau système des poids et mesures, prix relié, 4 f.

Méthode de lever les plans et les cartes de terre et de mer avec toute sorte d'instruments et sans instruments, *sous presse.*

Cours de mathématiques, qui comprend les parties de cette science les plus utiles à un homme de guerre, en 5 vol. in-8, avec plus de 200 planches.

La trigonométrie rectiligne et sphérique, nouv. édit. augmentée; on y a joint les tables des sinus, tangentes et sécantes, et des logarithmes, par Adrien Ulacq, corrigée avec la plus grande exactitude, in-8. avec 6 planches. 6 f.

La mécanique, où il est traité des machines simples et composées, de l'hydrostatique et des machines hydrauliques. etc. in-8. avec 28 planches. 6 f.

La perspective théorique et pratique, où l'on enseigne la méthode de mettre toutes sortes d'objets en perspective, et d'en représenter les ombres causées par le soleil ou par quelque autre lumière, nouv. édit. corrigée, in-8. 1759, avec 36 planches. 6 f.

La géographie ou cosmographie, où l'on traite de la sphère, de la connoissance des corps célestes, des différents systêmes du globe, etc. in-8 avec 14 planches. 6 f.

La gnomonique, où l'on donne la manière de faire des cadrans solaires sur toutes sortes de surfaces, etc. in-8. avec 30 planches. 6 f.

Cours de mathématiques du cit Bossut, à l'usage du génie, 7 vol. in-8., dont les parties se vendent séparément, br. 37 f.

Cours de mathématiques du cit. *Bossut*, à l'usage des écoles publiques. in-8. rare, br. 6 f.

Cours de marine, de Bézout, édition originale, 6 vol. broc. 19 f. 50 c.

On vend séparément : arithmétique ; 2 f. 50 c. géométrie ; 2 f. 75 c. algèbre, 3 f. ; mécanique, 6 f. 50 c. navigation, 4 f. 50 c.

Cours d'artillerie, de Bézout, édition originale, 4 vol. br. 20 f.

On vend séparément les deux premiers volumes 10 f. ; les deux autres 10 f.

Principes de calcul et de géométrie, ou éléments de mathématiques, etc. par Para du Phanjas, in-8. relié. 7 f. 50 c.

Abrégé du cours de mathématiques, de Chrétien Wolf, 3 vol. in-8. rel. 18 f.

Eléments généraux de mathématiques, par Deidier, 2 vol. in-4. rel. 24 f.

Le Guide des jeunes mathématiciens, traduit de l'anglais de J. Ward, in-8. rel. 7 f. 50 c.

Eléments de géométrie, par A. M. Legendre, in-8. br. 6 f.

Traité de trigonométrie rectiligne et sphérique, par Cagnoli, in-4. 15 f.

Abrégé d'astronomie, par Lalande, in-8. br. 5 f.

La gnomonique pratique, par don Bédos, in 8. 9 f.

Les sections coniques de l'Hôpital, nouvelle édition, in-4. avec fig. 12 f.

Des infiniment petits, du même, nouvelle édition, revue et enrichie de notes très-considérables, par Lefébure, in-4. fig. 1781. 12 f.

Méthode des fluxions de Maclaurin, traduites de l'anglais, par Pezenas, 2 vol. in-4. fig. 24 f.

Eléments d'algèbre de Maclaurin, traduits par le Cozic, in-4. fig. 12 f.

Théorie acoustico-musicale, ou de la doctrine des sons rapportée aux principes de leur combinaison, par Suremain-Missery, in-8. Paris, 1793, avec une planche, br. 5 f.

Description d'une nouvelle machine pour diviser les instruments de mathématiques, par Ramsden, publiée par de Lalande, in-4. avec de belles planches. 6 f.

Tables portatives de logarithmes, contenant les logarithmes des nombres depuis 1 jusqu'à 108000; les logarithmes des sinus et tangentes, de seconde en seconde pour les cinq premiers degrés, de dix en dix secondes pour tous les degrés du quart-de-cercle, et, suivant la nouvelle division centésimale, de dix-millième en dix-millième; précédées d'un discours préliminaire sur l'explication, l'usage et la sommation des logarithmes, et sur leur application à l'astronomie, à la navigation, à la géométrie-pratique, et aux calculs d'intérêts; suivies de nouvelles tables plus approchées, et de plusieurs autres, utiles à la recherche des longitudes en mer, etc. par Callet. Edition stéréotype, gravée, fondue et imprimée par Firmin Didot, 1 vol. in-8. grand papier, rel. 14 f.

Idem. in 4. papier fin. 30 f.

Tables de logarithmes, par J. Lalande, stéréotypes; prix br. 2 f. 50 c.

Tables des quarrés et des cubes, et de leurs racines représentées par leurs nombres naturels depuis l'unité jusqu'à dix mille, par Séguin, an 8, br. 3 f.

Description et usage du cercle de réflexion, avec la manière de calculer les observations nautiques, par Borda, petit in-4. avec fig. br. 4 f. 20 c.

Supplément à la trigonométrie rectiligne et sphérique de Bézout, par F. Callet, in-4. broché. 3 f. 50 c.

L'Art du calcul des navigateurs, br. 3 f. 50 c.
Traité de mécanique, appliqué à la construction des vaisseaux et autres bâtiments, traduit de l'espagnol de don George Juan, par Lévêque, avec notes et additions, 2 vol. in-4. 30 f.
Traité du navire, par Bouguer, in-4. 15 f.
Eléments de l'architecture navale, par Duhamel-du-Monceau, in-4. 18 f.
Théorie complète de la construction et de la manœuvre des vaisseaux, par Euler, in-8. fig. 1776 8 f.
La théorie de la manœuvre des vaisseaux, réduite en pratique par Pitot, de l'Académie des Sciences, in-4. avec 8 pl. 12 f.

Description des projets et de la construction des ponts de Neuilly, de Mantes, d'Orléans et autres, etc. par Perronet; in-4. grand papier, avec un volume de planches, forme d'atlas, broché en carton. 90 f.
Nouvelle architecture hydraulique, par R. Prony, membre de l'institut national des sciences et arts, directeur de l'école des ponts et chaussées et du cadastre, in-4. grand papier, avec figures.
Tome premier, contenant un traité de mécanique à l'usage de ceux qui se destinent aux constructions de tous les genres, et des artistes en général; prix, broché, 24 f.
Tome II, contenant la description détaillée des machines à feu; prix, br. 36 f.
Tome III, contenant un traité des machines à élever l'eau. Sous presse.
Architecture hydraulique de Bélidor, 4 vol. in-4. reliés. 100 f.
Suite de l'architecture hydraulique: Essai sur la construction la plus avantageuse des machines hydrauliques, et particulièrement des moulins à bled, par Fabre, in-4 grand papier. 15 f.
Essai sur la théorie des torrents et des rivières, par le même, in-4. rel. 14 f.
Principes d'hydraulique, vérifiés par un grand nombre d'expériences faites par ordre du Gouvernement, par Dubuat, 2 vol. in-8. rel. 14 f.
Nouveaux principes d'hydraulique, par Bernard, directeur adjoint de l'observatoire de la marine de Marseille, in-4. fig. rel. 15 f.
Dictionnaire d'architecture hydraulique et civile, par Daviler, in-4. grand pap. 16 f.

Théorie des fleuves, avec l'art de bâtir dans leurs eaux et de prévenir leurs ravages; in-4. grand papier, avec 13 planches, br. *Rare*.

Recherches sur la construction la plus avantageuse des digues, par Bossut et Viallet, in-4. 7 grandes planches, nouvelle édition revue et corrigée, an 8, petit papier, br. 4 f.

Grand pap. 7 f.

Traité de stéréotomie, ou la théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois, par Frézier, 3 vol. in-4. 45 f.

Architecture-pratique de Bullet, in-8. rel. 1788, 7 f.

L'art d'économiser le bois, ou procédés de feux économiques, traduit de l'allemand Sachtleben, par Goy, in-8. 1792, avec 14 planches, br. 3 f.

Les loix des bâtiments, par Desgodets, 1781, in-8. 6 f.

L'art du trait de charpenterie, par Fourneau, en quatre parties, *in-fol.* qui se vendent séparément, brochées 36 f.

Traité analytique de la résistance des solides, par Girard, in-4. an 6, br. 13 f.

LIVRES NOUVEAUX.

Concordance perpétuelle de l'annuaire républicain avec l'ancien calendrier, et de l'ancien calendrier avec l'annuaire républicain, par A. C. Lefebvre, directeur des postes, in-8. 5 f.

Traité pratique des feux d'artifice pour le spectacle et pour la guerre, avec les petits feux de table et d'artifice à l'usage des théâtres, par A. M. Th. Morel, 1 vol. in-8. fig. prix, br. 4 f. 50 c.

Théorie purement algébrique des quantités imaginaires et des fonctions qui en résultent, par Suremain Missery, 1 vol. in-8. br. 5 f.

Instruction abrégée sur les nouvelles mesures, avec des tables de rapports et de réduction, par Charles Haros, employé au cadastre, approuvé par l'Institut, in-12, br. 1 f. 50 c.

Élements de mathématiques, à l'usage des écoles nationales, par Roger Martin, membre du corps législatif et professeur de physique expérimentale à Toulouse; vol. in 8., prix, br.

Essai de staltique chimique, par M. Bertholet, 2 vol. in-8., prix, br. 12 f.

Editions Stéréotypes.

Les éditions stéréotypes publiées jusqu'à ce jour, (premier vendémiaire an XII), sont : Fables et Contes de Lafontaine.—Œuvres de J. Racine.—J. B. Rousseau.—Boileau.—Télémaque.—Chefs-d'œuvre de P. et T. Corneille. — Molière. — Malherbe. — Voltaire ; Henriade, Poëmes, Epîtres, Contes en vers, Théatre, Pucelle, Romans, Histoire de Charles XII, Siècles de Louis XIV et de Louis XV, Histoire de Russie sous Pierre-le-Grand. — Œuvres de Crébillon. — Œuvres de Regnard.—Maximes de la Rochefoucauld. — Bossuet ; Oraisons funèbres, Discours sur l'Histoire universelle. —Petit Carême de Massillon.—Oraisons funèbres de Fléchier, Mascaron, Bourdaloue et Massillon.—Montesquieu ; Causes de la grandeur des Romains et de leur décadence, Lettres Persannes.—Conjuration des Espagnols contre Venise, et des Gracques.—Observations sur l'Histoire de France, par Thouret. —Virgilius.—Phædrus.—Cornelius Nepos.—Horatius. — Sallustius.—The Vicar of Wakefield.—Letters of Montague.—The sentimental Journey. — Fables by Gay and Moore.—Aminta di Tasso ; 86 vol. in-18, qui se vendent séparément. Prix, broché, le volume en général,

Papier ordinaire.	85 c.
Papier fin.	1 f. 35 c.
Papier vélin.	3 f. 10 c.
Grand papier vélin.	4 f. 60 c.

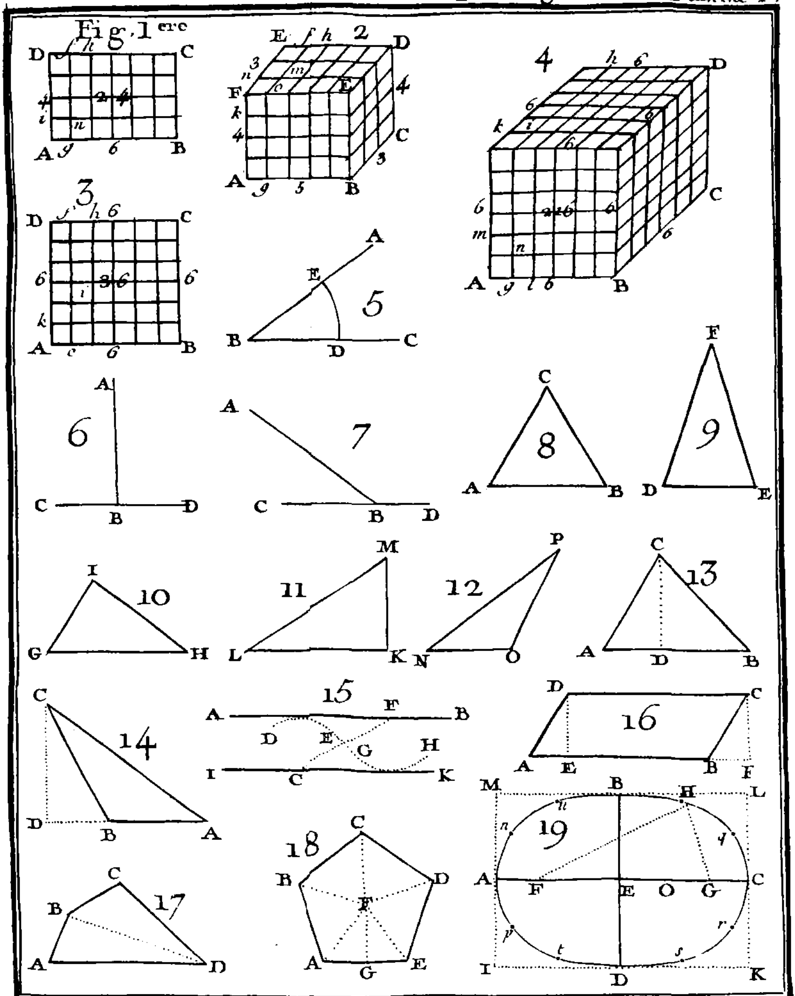
N. B. Il y a des figures pour le Racine ; prix 2 f. après la lettre, et 4 f. avant la lettre. C'est le même prix pour chacune des quatre livraisons des figures pour le Théatre de Voltaire, dessinées par Dubois, élève de David, et gravées par Marchais.

Les Essais de Michel de Montaigne, revus et scrupuleusement collationnés sur un exemplaire corrigé de la main de l'auteur, in-12, 4 vol. Papier ordinaire broché . . . . 8 f. 50 c.
—In-8. 4 vol. papier fin. . . . . 16 f. 50 c.
—*Idem.* papier vélin . . . . 32 f. 50 c.

Histoire Naturelle de Buffon, mise dans un nouvel ordre par M. Lacépède, son continuateur, 74 vol. in-18 ; prix de chaque volume . . 2 f. 10 c. broché.

Tous les volumes de cette Collection stéréotype se vendent séparément ; ainsi on a l'avantage de pouvoir remplacer les volumes qu'on auroit perdus ou gâtés.

Traité de l'Arpentage. Planche 1.ere



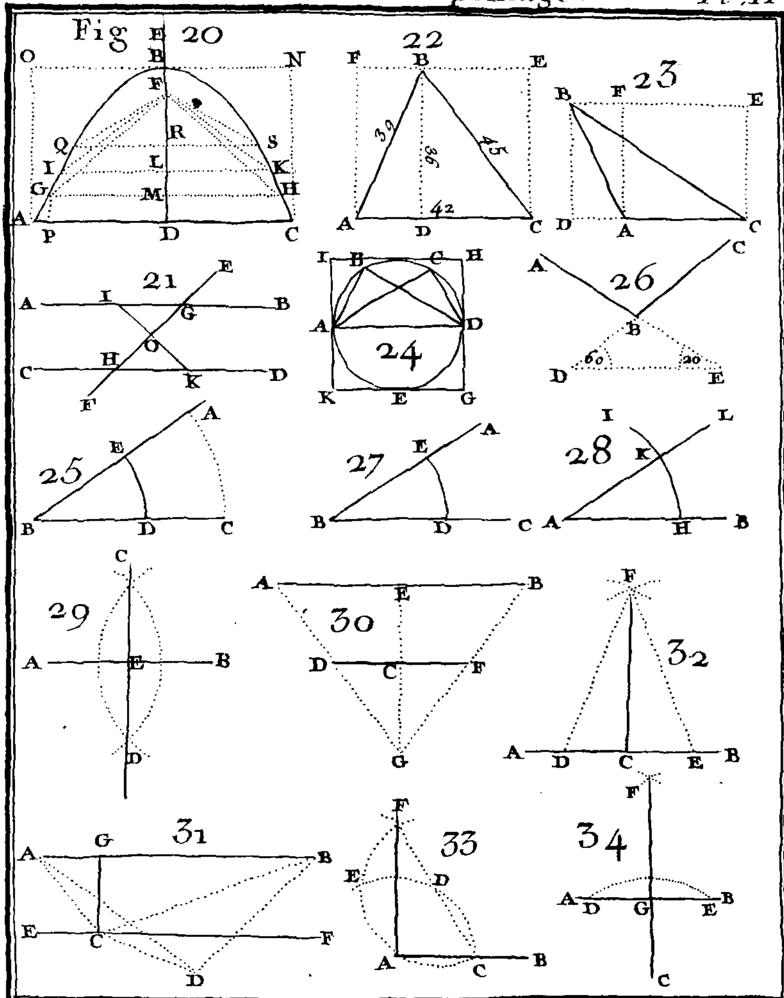


Fig 20
O E B N F R Q S I L K G M H A P D C
22
F B E 39 36 45 42 A D C
23
B F E D A C
21
E A I G B O C H K D F
I B C H A D 24 K E G
26
A C B D 60 20 E
25
E A B D C
27
E A B D C
28
I L K A H B
29
C A E B D
30
A E B D C F G
32
F A D C E B
31
A G B E C F D
33
F E D A C B
34
F A D G E B C

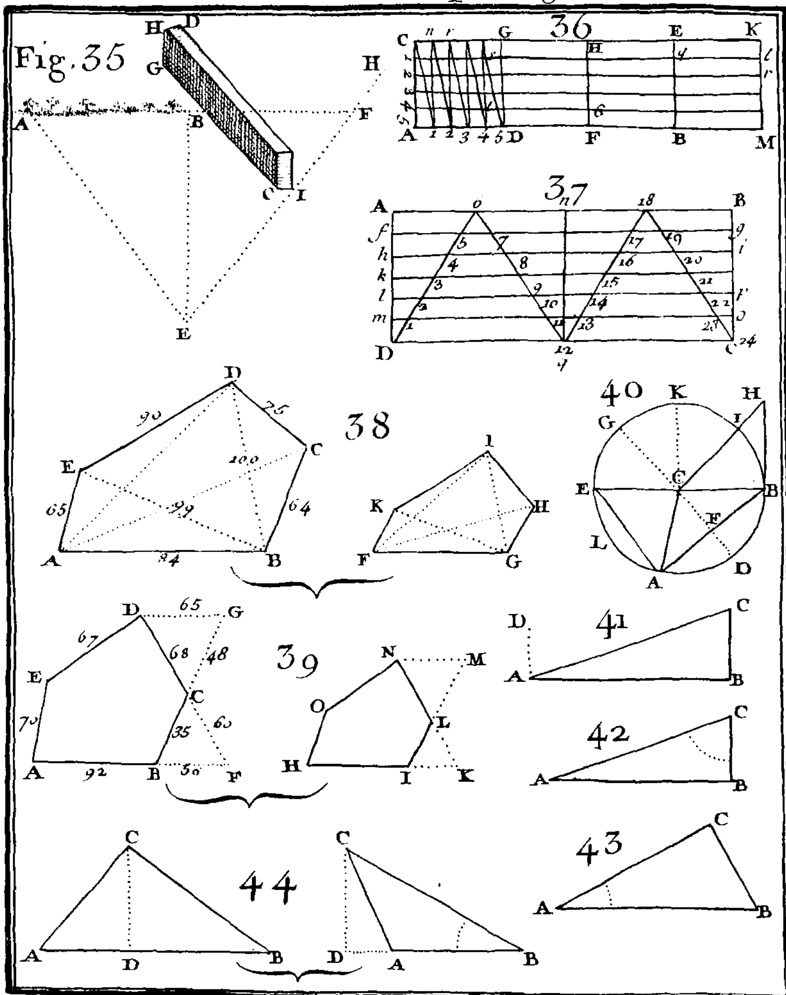


Fig. 35
H D G H A B F C I E
36
C n r G H E K l r A 1 2 3 4 5 D F B M
37
A o 18 B f h k l m D 12 C 24
38
D 90 75 C E 100 65 99 64 A 84 B
I K H F G
40
K H G I E C B F L A D
39
D 65 G 67 68 48 E C 70 35 60 A 92 B 50 F
N M O L H I K
41
D C A B
42
C A B
43
C A B
44
C A D B
C D A B

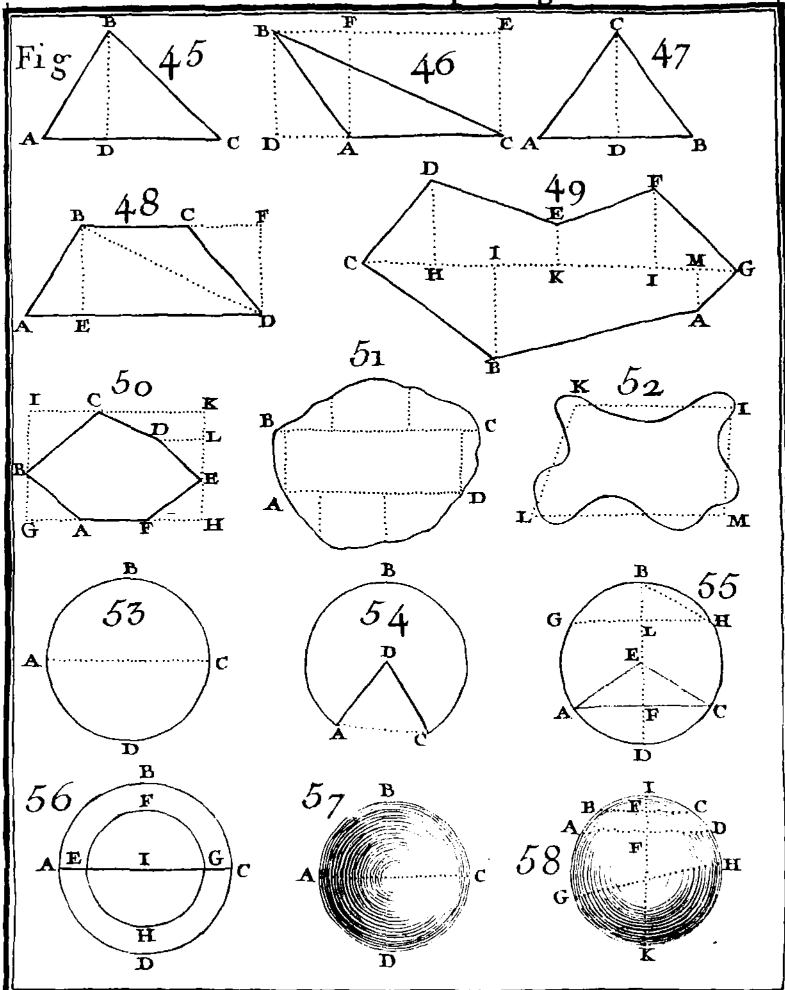


Fig 45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58

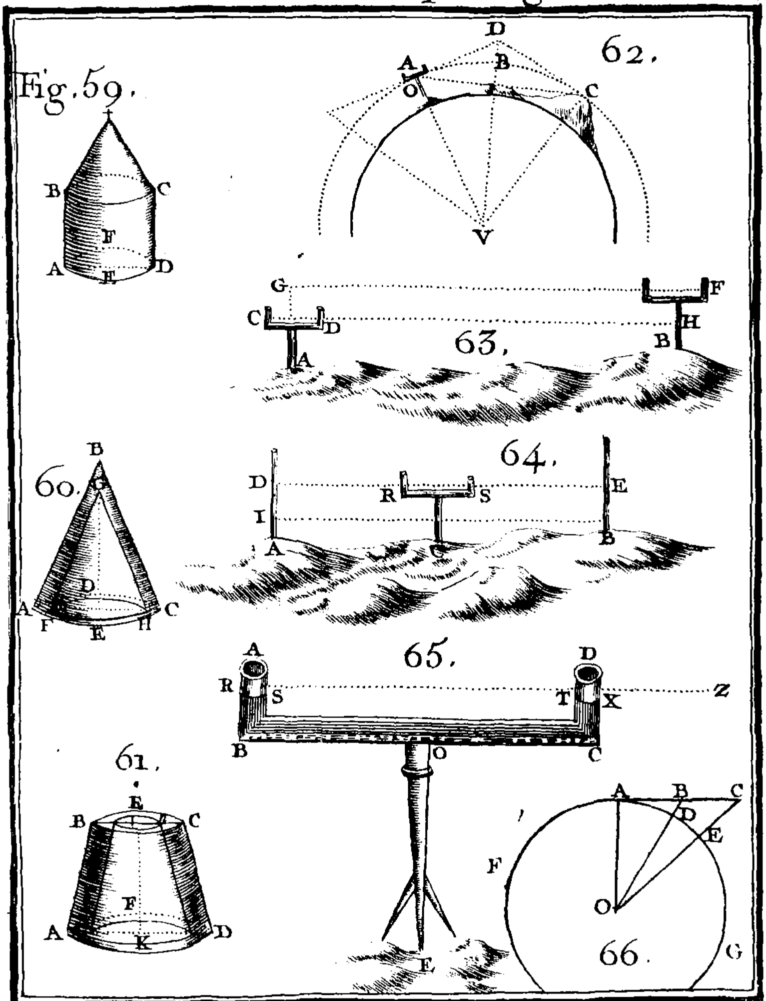
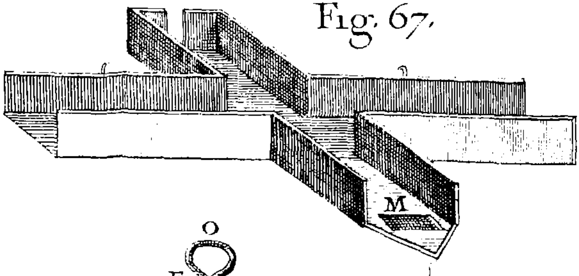
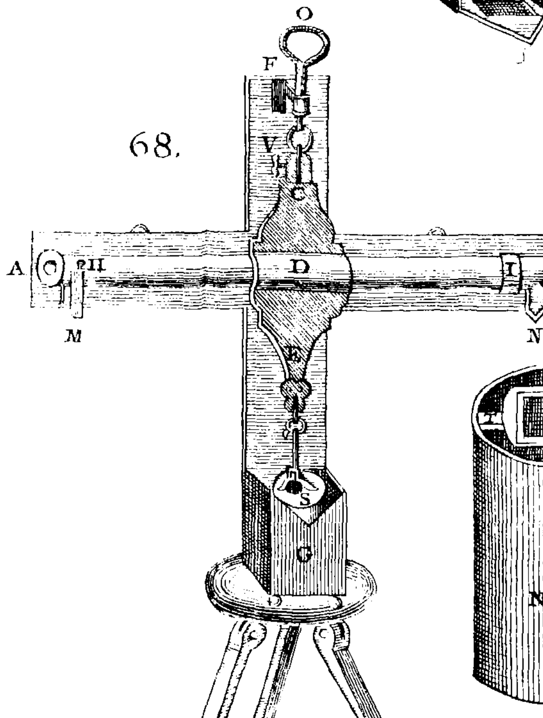


Fig. 59.
B C F A E D
60.
B G D A F E H C
61.
E B C F A K D
62.
D A B O C V
63.
G F C D H B A
64.
D R S E I A G B
65.
A D R S T X Z B O C E
66.
A B C D E F O G

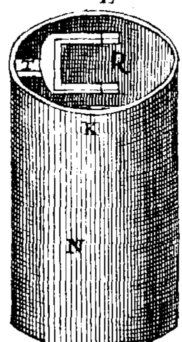
Fig. 67.



68.



69.



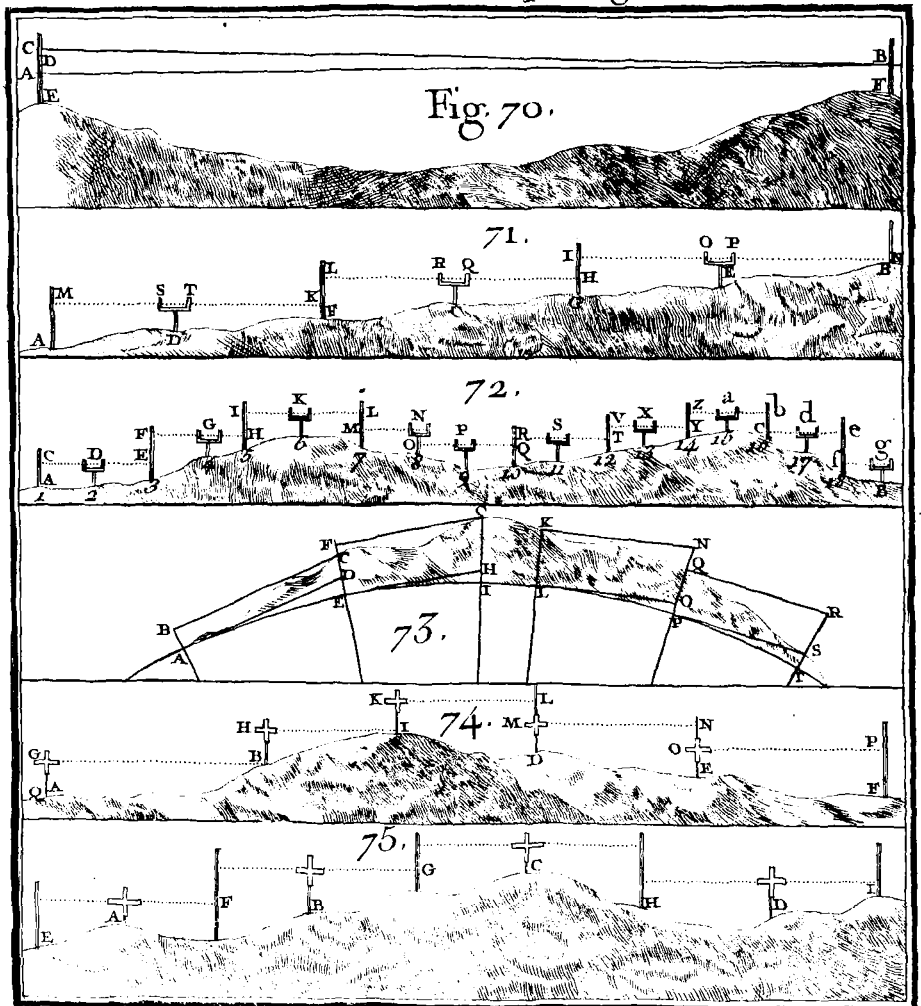


Fig. 70.
71.
72.
73.
74.
75.

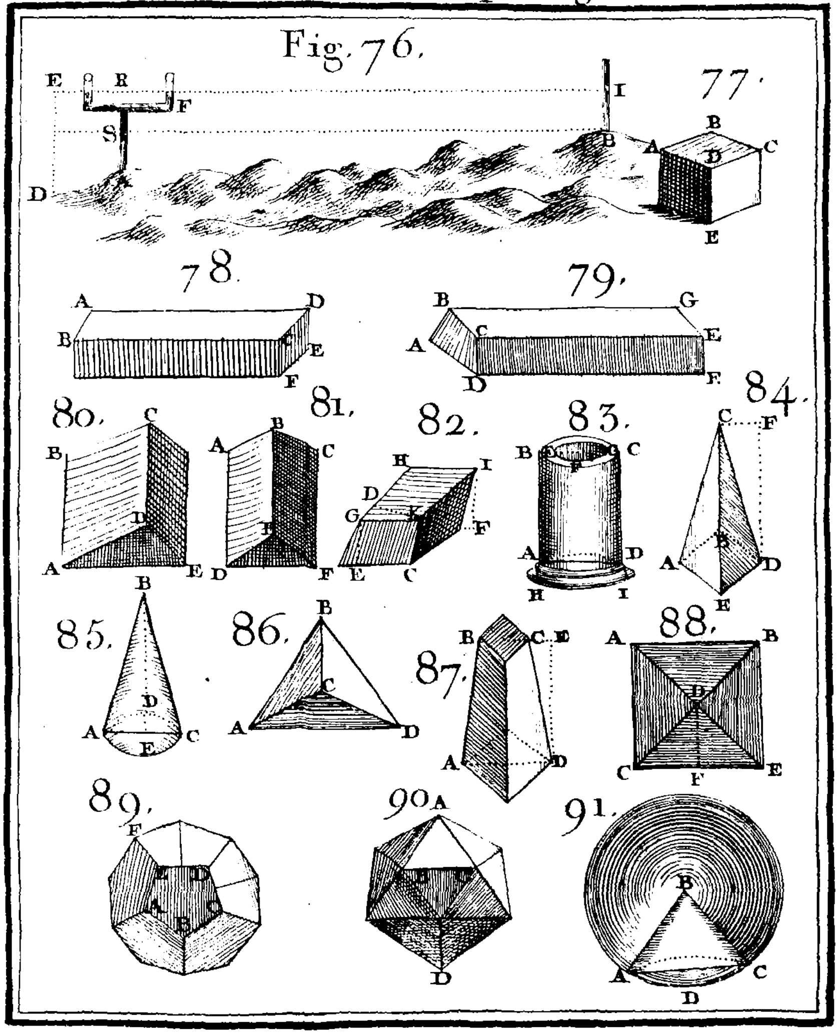


Fig. 76.
77.
78.
79.
80.
81.
82.
83.
84.
85.
86.
87.
88.
89.
90
91.

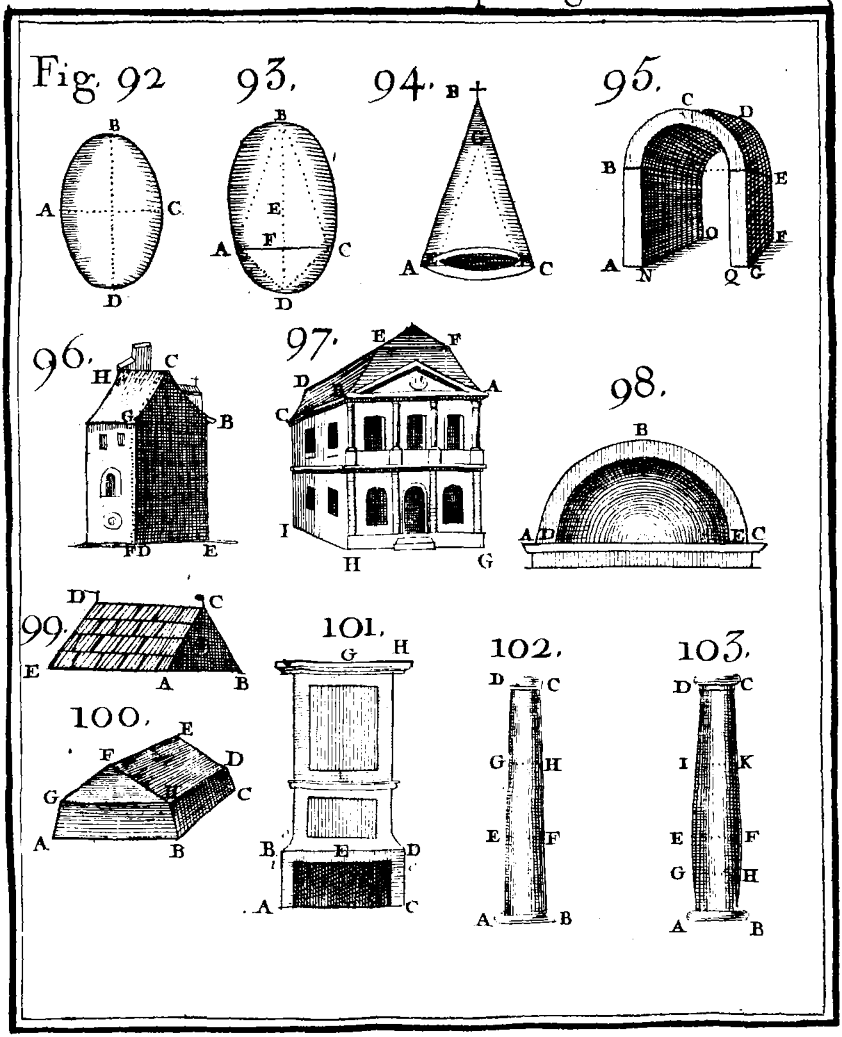


Fig. 92
93.
94.
95.
96.
97.
98.
99.
100.
101.
102.
103.

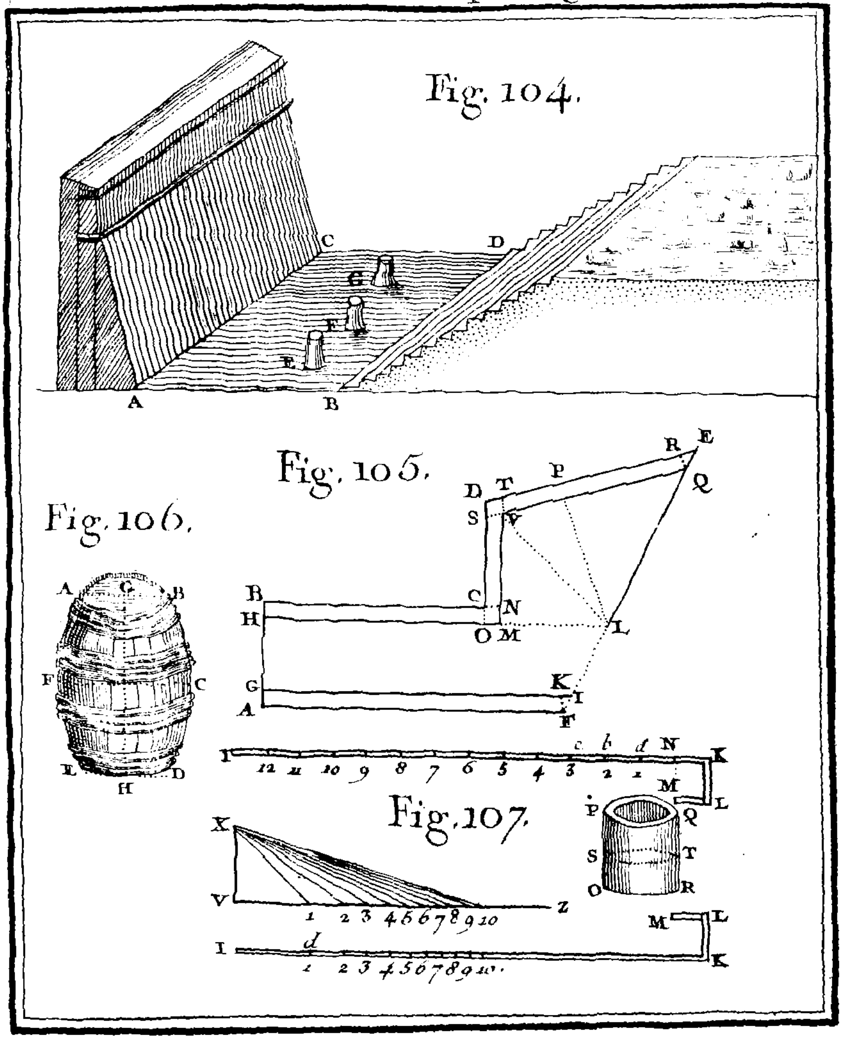


Fig. 104.
C D G F E A B
Fig. 105.
R E P Q D T S V B C N H O M L G K I A F
Fig. 106.
A C B F C E H D
I c b d N K
12 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
M L
Fig. 107.
P Q S T O R
X V Z
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
M L
I d K
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

le Relieur aura attention de couper cette bande qui est de trop à cette planche

TABLE GENERALE
des grosseurs des Bois
de Charpente calculée sur une Toise de long.

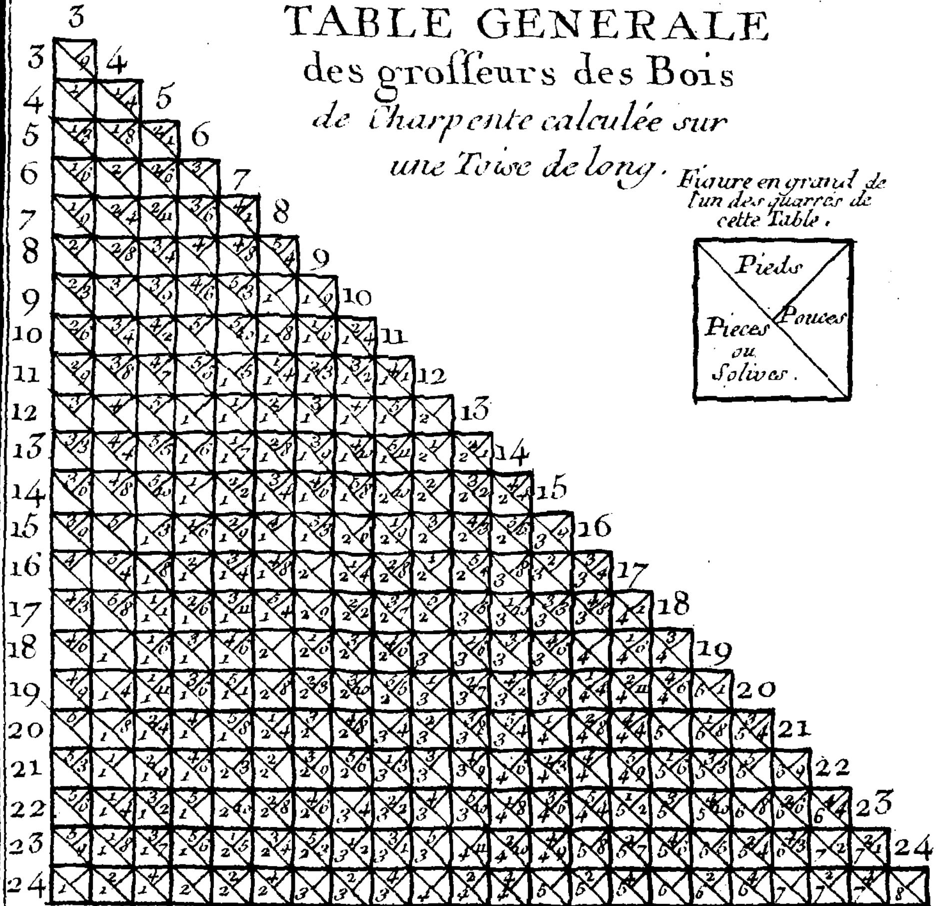


Figure en grand de l'un des quarrés de cette Table.

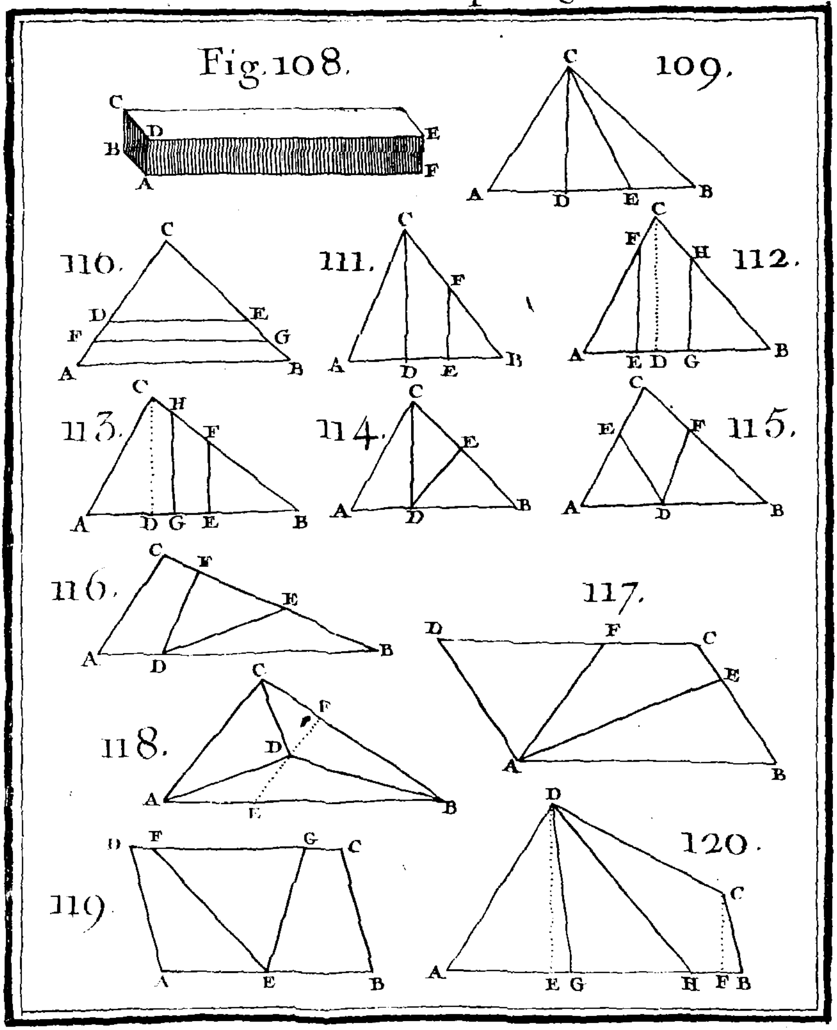


Fig. 108.
C D B A E F
109.
C A D E B
110.
C D E F G A B
111.
C F A D E B
112.
C F H A E D G B
113.
C H F A D G E B
114.
C E A D B
115.
C E F A D B
116.
C F E A D B
117.
D F C E A B
118.
C F D A E B
119.
D F G C A E B
120.
D C A E G H F B