TRAITÉ
DE
LA SPHERE,

Dominique François

PAR M. RIVARD, Professeur de Philosophie en l'Université de Paris, au Collége de Beauvais.

QUATRIEME ÉDITION.

Revue, corrigée & augmentée par l'Auteur dans laquelle on a ajouté un TRAITÉ DU CALENDRIER.

118

A PARIS,

Chez { JEAN DESAINT, Libraire, rue du Foin.
CHARLES SAILLANT, Libraire, rue S. Jean-de-Beauvais, vis-à-vis le Collége. }

M. DCC. LXVIII.

Avec Approbation & Privilége du Roi.

National Oceanic and Atmospheric Administration

Rare Books from 1600-1800

ERRATA NOTICE

One or more conditions of the original document may affect the quality of the image, such as:

Discolored pages
Faded or light ink
Biding intrudes into text

This has been a co-operative project between NOAA central library, the Climate Database Modernization Program, National Climate Data Center (NCDC) and the NOAA 200th Celebration. To view the original document, please contact the NOAA Central Library in Silver Spring, MD at (301) 713-2607 x 124 or at Library.Reference@noaa.gov

HOV Services
Imaging Contractor
12200 Kiln Court
Beltsville, MD 20704-1387
April 8, 2009

Der Pas

6
72
32

112
113 2
35
32

1652 4483
12345678999
77891023456789

36
12
72
36
432

Library of the Survey of the Coast

G.S.M.

PRÉFACE

Entre les différentes Sciences auxquelles les hommes s'appliquent, il y en a quelques-unes plus utiles & plus néceſſaires, parce qu'elles ſont le fondement de pluſieurs autres, & qu'elles en contiennent les principes. Telle eſt la connoiſſance de la Sphere, qui eſt comme la clef de l'Aſtronomie, de la Gnomonique, de la Navigation & de la Géographie. On peut dire même qu'elle eſt d'une néceſſité indiſpenſable pour quiconque veut s'appliquer à quelques-unes de ces Sciences : mais l'étude de la Sphere n'eſt pas ſeulement recommandable, parce qu'elle ſert à acquérir d'autres Sciences, elle eſt encore par elle-même des plus agréables & des plus utiles : en effet y a-t-il quelque choſe de plus capable de piquer la curioſité, que de ſçavoir comment ces grands corps qu'on nomme PLANETES, roulent ſur nos têtes, & de connoître comment le Soleil peut produire en même tems des apparences ſi diverſes, & même ſi contraires, ſur la ſurface de la Terre : les jours ſont plus grands que les nuits dans certains lieux, tandis que dans d'autres les nuits ſont plus longues : ici les chaleurs ſont inſupportables ; là on ne pourroit endurer le froid, ſi on n'avoit recours aux moyens que la Providence a établis pour s'en garantir. Le Soleil n'eſt-il donc pas à la même diſtance par rapport à tous les endroits de la Terre ? N'eſt-il pas bien ſurprenant qu'il y ait une partie de la Terre ſur laquelle les jours ſont égaux aux nuits pendant toute l'année, & qu'il y en ait d'autres dans leſquels un ſeul jour & une ſeule nuit occupent une grande partie de l'année, ou même l'année entiere. Dans un même pays les jours ſont plus grands que les nuits dans une ſaiſon, après cela les nuits l'emportent ſur les jours. Le Soleil iroit-il tantôt plus vîte, tantôt plus lentement quand il est au-dessus ou au-dessous de l'horison? Tout cela est capable d'embarrasser un esprit attentif à ces apparences. Bien des personnes qui ne manquent pas de génie sont dans l'étonnement quand elles apprennent que ceux qu'on appelle nos Antipodes ne sont pas plus en danger de tomber que nous, & ont peine à croire ce qu'on leur dit de la mesure de la Terre, de sa grosseur ou de la grandeur de son diametre, que l'on détermine, comme s'il y avoit un puits qui perçât la Terre de part en part, & dont on eût mesuré la profondeur. La connoissance de la Sphere délivre l'esprit de ces embarras, & le tire de cet étonnement. Ajoutons que par cette connoissance on peut résoudre plusieurs problêmes très-curieux; trouver par exemple, à quelle heure le Soleil se leve & se couche dans tous les lieux de la Terre dont on connoît la situation, à quelle hauteur le Soleil est élevé dans chaque moment du jour où sont placés les lieux dans lesquels le plus grand jour de l'année est de 16 heures, de 20, de 24, &c; ou bien d'un mois entier, ou même de deux, de trois, de quatre, de cinq & de six mois.

Il seroit à souhaiter qu'on eût un Traité de la Sphere dont la bonté & l'excellence répondissent à l'importance de la matiere : en voici un que je présente au Public. Je n'ai pas la témérité de penser qu'il ait cette perfection que l'on desireroit : mais je puis au moins me rendre ce témoignage, que j'ai fait de mon mieux pour le rendre le moins imparfait qu'il m'a été possible; c'est pourquoi j'espere qu'on voudra bien me pardonner les défauts qu'on y trouvera. Quoique j'aie fait entrer dans ce Traité ce que cette matiere renferme de plus difficile, je crois que ceux qui voudront se donner la peine de le lire avec attention, pourront l'entendre aisément, j'ai tâché d'en applanir les difficultés autant que j'en ai été capable : j'ai séparé du reste ce qui dépend de la Trigonométrie sphérique, & j'en ai fait le dernier Livre, de peur que les Lecteurs qui ne ſçavent pas cette partie de la Géométrie ne fuſſent rebutés par les Problêmes qui la ſuppoſent: cependant ceux mêmes qui n'ont aucune connoiſſance de cette Trigonométrie pourron taiſément entendre les pratiques de ces Problêmes. En un mot ayant eu deſſein de faire ce petit Ouvrage de maniere qu'on pût le mettre entre les mains des jeunes Etudians de Philoſophie, & que d'autres perſonnes plus avancées puſſent le lire avec quelque utilité, j'ai tâché de répondre aux deſirs de ceux-ci, ſans néanmoins rebuter les premiers.

Voici une quatriéme édition de ce Traité dans laquelle on trouvera pluſieurs additions dont la plus conſidérable eſt celle que l'on a placée à la fin du ſecond Livre ſur le mouvement & les apparences de la Lune, ſur les éclipſes de cette planete & celles du ſoleil, ſur le mouvement des étoiles fixes. De plus à la fin de ce Traité j'en ai ajouté un petit qui y a beaucoup de rapport, parce qu'il a pour fondement le mouvement du Soleil & celui de la Lune comparés enſemble: c'eſt un abrégé du Calendrier où j'ai expliqué avec le plus de clarté que j'ai pu, la nature & l'uſage du cycle ſolaire, du cycle lunaire, des lettres dominicales, des nombres d'or & des épactes que l'on a ſubſtituées à la place des nombres d'or dans le nouveau Calendrier fait par les ordres de Grégoire XIII, ouvrage immortel par ſon utilité, & par l'heureuſe invention des épactes qui en étendront l'uſage juſqu'aux ſiécles les plus reculés.

Les Logarithmes ſont ſi utiles, & abregent ſi conſidérablement la peine dans les calculs, que nous avons cru devoir nous en ſervir pour la réſolution de pluſieurs Problêmes, ſur tous de ceux du quatriéme Livre. On en trouvera la nature & l'uſage expliqués dans le diſcours qui précede les Tables des Sinus, des Tangentes, des Sécantes, de leurs Logarithmes & de ceux des nombres naturels que nous venons de faire imprimer très-correctement in-8°. Il y a un autre Ouvrage très intéressant pour ceux qui ont du goût pour la véritable physique. Je crois que plusieurs personnes entre les mains desquelles ce Traité de Sphere pourra parvenir, me sçauront bon gré si je le leur fais connoître : je parle d'un Traité de Méchanique, intitulé, *Principes sur le mouvement & l'Equilibre, pour servir d'introduction aux Méchaniques & à la Physique* *. Quoique le titre promette peu, c'est un Traité complet du mouvement & de l'équilibre. Il me semble que si on fait attention au choix des matieres, à l'ordre dans lequel elles sont traitées, & enfin à l'exactitude des preuves & des démonstrations, on conviendra aisément qu'il y a peu d'ouvrages en ce genre qui méritent autant l'approbation des connoisseurs.

AVERTISSEMENT.

Les chifres qu'on trouvera dans ce Traité de Sphere entre deux parenthèses sont des citations : lorsqu'on a cité des propositions du même Livre où se trouve la citation, on s'est contenté de mettre le *numéro* de l'article en cette façon (8), c'est-à-dire, article 8 : mais quand on a cité une proposition d'un autre Livre du même Traité, on a de plus indiqué ce Livre en cette maniere (Liv. II. art. 16). Les citations des *Elémens de Géométrie* sont conformes à la troisiéme édition & à l'Abrégé de ces *Elémens* qui se vendent chez les mêmes Libraires. J'ai fait graver la Sphere Armillaire sur la premiere planche : mais comme il est fort difficile de se la bien représenter avec ce secours seul ; c'est presque une nécessité d'en avoir une pour l'étudier : il faut tâcher d'en faire une soi-même avec du carton, quand on n'a pas la commodité d'en avoir autrement.

* Ces deux ouvrages se vendent à Paris chez Jean Desaint, rue du Foin, & Charles Saillant, Libraire, rue S. Jean-de-Beauvais.

APPROBATION.

J'AI lu par ordre de Monſeigneur le Chancelier l'*Abrégé de la Sphere & du Calendrier, par M. Rivard*; & j'ai cru que l'impreſſion en ſeroit utile au Public. A Paris ce 29 Avril 1743.

CLAIRAUT.

PERMISSION DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE; A nos amés & féaux Conſeillers les Gens tenant nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra; SALUT. Notre bien amé le ſieur RIVARD, Nous a fait expoſer qu'il ſouhaiteroit faire imprimer & donner au Public un Ouvrage qui a pour titre: *Traité de la Sphere & du Calendrier*, s'il nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de Permiſſion pour ce néceſſaires: Nous lui avons permis & permettons par ces Préſentes, de faire imprimer ledit Ouvrage en un ou pluſieurs volumes, & autant de fois que bon lui ſemblera, & de les faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le temps de trois années conſécutives, à compter du jour de la date deſdites Préſentes. Faiſons défenſes à tous Imprimeurs, Libraires, & autres Perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance: A la charge que ces Préſentes ſeront enregiſtrées tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion dudit Ouvrage ſera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en bon papier & beaux caractères, conformément à la feuille imprimée & attachée pour modéle ſous le contre-ſcel des Préſentes. Que l'Impétrant ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril mil ſept cent vingt-cinq, & qu'avant de l'expoſer en vente, le Manuſcrit ou Imprimé qui aura ſervi de copie à l'impreſſion dudit Ouvrage, ſera remis dans le même état où l'Approbation aura été donnée, ès mains de notre cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Exposant ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement: Voulons qu'à la copie des Présentes, qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, foi soit ajoutée comme à l'Original: Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Chartre Normande, & Lettres à ce contraires: Car tel est notre plaisir. DONNÉ à Versailles le vingt-sixiéme jour du mois de Juin, l'an de grace mil sept cent quarante-trois, & de notre règne le vingt-huitiéme.

PAR LE ROI EN SON CONSEIL.

S A I N S O N.

Registré sur le Registre XI. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 173. *fol.* 146. *conformément au Réglement de 1723, qui fait défenses Art. IV.* à toutes personnes de quelque qualité qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher, aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement; & à la charge de fournir à ladite Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, huit Exemplaires prescrits par l'article 108 du même Réglement. *A Paris, le 2 Mai 1743.*

S A U G R A I N, *Syndic.*

DE
LA SPHERE.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

LES Géomètres entendent par le terme de SPHERE Art. I.
un corps rond terminé par une ſurface dont tous les points ſont également éloignés d'un point qu'on nomme CENTRE. La Sphere priſe en ce ſens, eſt la même choſe qu'un Globe. Or on diſtingue deux ſortes de globes dans l'Aſtronomie, le globe céleſte & le globe terreſtre. Le globe céleſte repréſente le ciel étoilé : le globe terreſtre ſert à repréſenter la ſurface de la terre, & la ſituation des différens lieux placés ſur cette ſurface : mais on ſe ſert ici du terme de Sphere pour ſignifier un aſſemblage de différens cercles au centre deſquels on place un petit globe que l'on regarde comme la Terre : ces cercles ont été inventés pour repréſenter les mouvemens des Aſtres, & ſur-tout du Soleil & de la Lune, ſelon le ſentiment de Ptolemée ancien Aſtronome, qui croyoit que tous les aſtres tournent tous les jours d'orient en occident : c'eſt pourquoi on a donné à cet aſſemblage de cercles le nom de SPHERE DE PTOLEMÉE ;

on l'appelle auſſi SPHERE ARMILLAIRE. On peut concevoir que cette ſphere n'eſt autre choſe qu'une ſphere ordinaire ou globe, dont on a retranché les parties ſolides qui ſéparoient les cercles qui compoſent la ſphere armillaire. On ne ſçait pas bien quel en eſt l'Auteur; les uns en attribuent l'invention à Thalès, d'autres à Anaximandre, & d'autres à Archimede. Quoi qu'il en ſoit, il eſt certain qu'elle eſt fort ancienne.

2. Voilà donc trois ſortes de Spheres, dont deux ſont connues ſous le nom de Globes, le céleſte & le terreſtre. On en ajoute une quatriéme, qu'on appelle SPHERE DE COPERNIC, qu'on a inventée pour expliquer le mouvement des Planetes ſelon la penſée de ce célèbre Aſtronome. Ces quatre ſpheres ſont artificielles, & repréſentent pluſieurs parties de la ſphere naturelle, qui n'eſt autre choſe que cet Univers que nous habitons, c'eſt-à-dire, le Ciel avec ce qu'il renferme. Notre deſſein eſt de traiter principalement de la Sphere armillaire. Nous allons d'abord donner quelques notions, & établir certains principes néceſſaires pour la ſuite.

3. On peut diſtinguer dans toutes ſortes de Spheres de grands & de petits cercles. Les grands cercles ſont ceux qui paſſent par le centre de la ſphere, & qui la partagent par conſéquent en deux parties égales, que l'on appelle HÉMISPHERES. Ainſi un hémiſphere n'eſt autre choſe que la moitié d'une ſphere ou d'un globe.

4. Les petits cercles ſont ceux qui ne paſſent pas par le centre, & qui diviſent la ſphere en deux parties inégales.

5. Tous les grands cercles ont le même centre que la ſphere, & par conſéquent deux grands cercles ſe coupent toujours en parties égales, parce qu'ayant même centre que la ſphere, leur commune interſection eſt un diamètre de la ſphere qui ſert auſſi de diamètre à l'un & à l'autre cercle.

6. L'axe ou l'essieu d'une sphere est un de ses diametres autour duquel on conçoit qu'elle tourne. Les extrêmités de l'axe qui sont sur la surface de la sphere, sont appellées les poles de la sphere.

7. Les cercles de la sphere ont aussi leur axe & leurs poles. L'axe d'un cercle est une ligne perpendiculaire au plan du cercle, laquelle passe par le centre.

8. Chaque pole d'un cercle est également éloigné de tous les points de sa circonférence : car l'axe d'un cercle étant perpendiculaire à son plan, & d'ailleurs passant par le centre, il faut que chacun de ses points soit également éloigné de tous les points de la circonférence, aussi-bien que celui qui est au centre.

9. Si de deux grands cercles de la sphere l'un passe par un pole de l'autre, le premier sera perpendiculaire au second, & réciproquement. Car si le premier passe par un pole du second, il renfermera deux points de l'axe de ce second cercle, sçavoir ce pole & le centre de la sphere, qui est commun à tous les grands cercles : & par conséquent cet axe sera contenu tout entier dans le plan du premier cercle. Or cette ligne est perpendiculaire au second cercle dont elle est l'axe (7). Donc le premier cercle est aussi perpendic. au second. Ainsi dans la premiere figure le cercle HZRN passant par le pole Z de l'autre HORI, le premier est perpendiculaire au second, parce que dans ce cas le premier contient l'axe du second. Réciproquement si le premier cercle est perpendiculaire au second, il faut qu'il passe par les poles du second, parce qu'ayant un point commun avec l'axe du second, sçavoir le centre C, cet axe, qui est perpendiculaire au second cercle, de même que le premier, doit être tout entier dans le plan de ce premier cercle : ainsi ce premier cercle passe par les poles du second.

10. Quand un grand cercle passe par les poles d'un autre, l'arc du premier compris entre un pole & la circonférence du second est un quart de cercle : car ces deux

grands cercles se coupent en deux parties égales (5); par conséquent HZR est une demi-circonférence. D'ailleurs le pole Z étant également éloigné de tous les points de *la circonférence* de son cercle (8) l'arc ZH est égal à l'autre ZR : par conséquent l'un & l'autre sont des quarts de cercle.

Ces notions préliminaires étant présupposées, nous partagerons ce Traité en quatre Livres : dans le premier nous expliquerons d'abord la Sphere armillaire, nous traiterons ensuite des différens cercles de grand usage dans l'Astronomie, quoiqu'ils ne soient pas représentés dans cette sphere. Dans le second nous transporterons par la pensée les cercles de la sphere armillaire sur la surface de la terre, qui, comme nous le prouverons, à la figure d'un globe, ou qui du moins en approche fort ; & nous expliquerons les principales apparences que l'on observe dans le ciel, sur les différentes parties de la surface de la terre. Dans le troisiéme Livre nous donnerons plusieurs Problêmes de la sphere, qui ne supposent que la Trigonométrie rectiligne ; & enfin dans le quatriéme nous donnerons ceux dont la solution dépend de la Trigonométrie sphérique.

LIVRE PREMIER.

DE LA SPHERE ARMILLAIRE, & des Cercles les plus usités dans l'Astronomie.

LORSQUE les Astronomes & les Géographes parlent de Sphere sans spécifier laquelle, il faut entendre la Sphere Armillaire ou de Ptolemée. Nous nous conformerons dans la suite à cet usage: cependant comme elle n'a été inventée que pour représenter le Monde ou la Sphere naturelle, ce que nous dirons dans ce Livre convient plus particuliérement à cette Sphere, qu'à celle qu'on nomme Armillaire.

On distingue trois choses dans la Sphere, des points, des lignes & des cercles. On compte douze points principaux, dont la plûpart sont des poles de cercles: les lignes sont l'axe de la Sphere, & celui de plusieurs cercles. Enfin il y a dix cercles, six grands & quatre petits: les six grands sont l'*Horison*, le *Méridien*, l'*Equateur*, le *Zodiaque* qui renferme l'*Ecliptique*, & enfin les deux *Colures*. Les quatre petits cercles sont les deux *Tropiques* & les deux cercles *Polaires*: souvent on en ajoute un cinquiéme, que l'on appelle le cercle *Horaire*. dont nous parlerons sur la fin du second Livre, en traitant du globe terrestre: parce qu'il appartient plus à ce globe qu'à la Sphere. ART. I

Communément chez les Géographes & les Astronomes le terme de *Cercle* se prend plutôt pour la circonférence que pour l'espace qu'elle renferme, nous suivrons dans la suite cet usage, quoique parmi les Géomètres le mot *cercle* signifie l'espace compris dans la circonférence.

2. Les dix cercles de la Sphere ont été inventés pour expliquer le mouvement des Aftres, ou pour déterminer leur fituation : or il y a plufieurs fortes d'Aftres, fçavoir des Etoiles fixes & des Planetes.

Les étoiles fixes font des aftres qui paroiffent garder toujours la même fituation entre eux : c'eft pour cela qu'on les appelle *fixes* : il y en a un très-grand nombre. Les planetes au contraire changent de fituation, tant à l'égard les unes des autres, que par rapport aux étoiles fixes : il y en a fept qui font connues de tout le monde, le Soleil, la Lune, Mercure, Venus, Mars, Jupiter & Saturne. On les appelle quelquefois étoiles *errantes*, pour les diftinguer des étoiles fixes. On pourroit ajouter une troifiéme efpéce d'aftres, fçavoir les Cometes, qui changent auffi de fituation par rapport aux étoiles fixes, mais qui ne paroiffent que pendant un certain tems, après lequel on les perd de vûe.

3. On remarque dans tous ces aftres, & fur-tout dans les planetes & les cometes deux fortes de mouvemens, dont le premier fe fait d'orient en occident. On l'appelle *diurne* ou *journalier*, à caufe qu'il s'acheve dans l'efpace de 24 heures ou d'un jour : on le nomme auffi le mouvement *commun*, parce qu'il eft à peu près le même dans tous les aftres. Le fecond mouvement eft oppofé au premier, & fe fait par conféquent d'occident en orient : on l'appelle *périodique* & *propre* : quand il s'agit du foleil on le nomme encore *annuel*, parce qu'il fe fait dans l'efpace d'une année. Ce fecond mouvement n'eft fenfible dans les étoiles fixes qu'après plufieurs années.

4. Pour concevoir comment ces deux mouvemens peuvent convenir aux mêmes corps, il faut imaginer une roue fur laquelle il y a une mouche, qui, tandis qu'elle marche vers un côté, eft emportée de l'autre par un mouvement de la roue : en ce cas le mouvement communiqué à la mouche par la roue peut

repréſenter le mouvement commun des aſtres vers l'occident, & le mouvement propre de la mouche repréſente leur mouvement périodique vers l'orient.

5. Le premier de ces mouvemens fait décrire à tous les aſtres des cercles paralleles qui ont tous par conſéquent le même axe, que l'on appelle l'axe du monde, & dont les deux poles ſont auſſi les poles du monde; celui qui eſt dans la partie ou la moitié du ciel, laquelle eſt viſible par rapport aux peuples de l'Europe, ſe nomme *ſeptentrional*, *arctique* ou *boréal*, & celui qui lui eſt oppoſé s'appelle *méridional*, *antarctique* ou *auſtral*. Nous allons traiter de chaque cercle de la Sphere en particulier.

DE L'HORISON.

6. L'horiſon eſt un grand cercle qui diviſe la Sphere ou le Monde en deux parties égales, dont l'une eſt expoſée à nos yeux, & l'autre eſt cachée par rapport à nous. La premiere eſt appellée hémiſphere ſupérieur, la ſeconde hémiſphere inférieur, parce que la premiere eſt au-deſſus de la ſeconde. L'hémiſphere ſupérieur eſt donc cette partie du ciel que nous voyons, & l'hémiſphere inférieur eſt l'autre partie que nous ne pouvons appercevoir, à cauſe de la terre qui la dérobe à nos yeux; enfin l'horiſon eſt un cercle que l'on conçoit, dont le plan ſépare ces deux parties. Dans la Sphere armillaire l'horiſon eſt le cercle poſé ſur quatre ſoutiens qui ſont attachés au pied de la Sphere.

7. L'axe de l'horiſon eſt une ligne droite que l'on conçoit paſſer par le point du ciel qui eſt directement au-deſſus de nous, & par celui qui lui eſt diamétralement oppoſé, lequel répond à nos pieds; le premier eſt appellé *zenith*, & le ſecond *nadir* : ce ſont deux termes qui nous viennent des Arabes. Cet axe paſſe auſſi par le centre de la terre.

8. L'horiſon ſert à déterminer le lever & le coucher des aſtres : car lorſque le Soleil, par exemple, monte

ſur l'horiſon, on dit qu'il ſe leve; il ſe couche quand il deſcend au-deſſous. On diſtingue deux ſortes d'horiſons, le *rationel* & le *ſenſible*.

9. L'horiſon rationel ou *mathémathique* eſt celui qui paſſe par le centre de la terre, & qui par conſéquent diviſe la Sphere en deux parties qui ſont entiérement égales, en ſuppoſant que la terre eſt au centre du monde, comme les Anciens le croyoient autrefois.

10. L'horiſon ſenſible, que l'on appelle auſſi *apparent* eſt un plan que l'on ſuppoſe toucher la ſurface de la terre, & que l'on conçoit parallèle à l'horiſon rationel. Les parties dans leſquelles cet horiſon diviſe la Sphere naturelle ſont inégales en parlant à la rigueur : mais cependant on les peut conſidérer comme ſenſiblement égales : car quoique le rayon ou le demi-diametre de la terre, qui eſt la diſtance entre l'un & l'autre horiſon, contienne environ 1432 $\frac{1}{2}$ lieues communes de France, dont il y en a 25 au degré d'un des grands cercles de la terre; cependant il devient inſenſible, & peut être regardé comme un point l'orſqu'on le compare avec la diſtance immenſe de la terre aux aſtres, ſur-tout s'il s'agit des étoiles fixes.

11. L'horiſon, ſoit rationel, ſoit ſenſible, ſe partage en deux moitiés, dont l'une eſt appellée l'horiſon *oriental*, & l'autre l'*occidental*, parce que le premier eſt à l'orient, & l'autre vers l'occident. Ces deux horiſons ſont ſéparés l'un de l'autre par le méridien, dont nous parlerons bientôt.

12. Il y a encore une autre eſpéce d'horiſon, qu'on peut appeller *viſible* ce n'eſt autre choſe que l'étendue de la terre ou de la mer que chacun peut voir en regardant la ſurface de la terre autour de ſoi, autant que la vûe peut s'étendre. La grandeur de cet horiſon viſible n'eſt pas toujours la même : car il eſt évident que plus le Spectateur ſera élevé, plus cet horiſon ſera grand. Si, par exemple, il eſt ſur le ſommet d'un haute

montagne, il découvrira une plus grande étendue de pays, que s'il étoit vers le pied. Lorsqu'on connoît la hauteur de l'œil de l'Observateur, c'est-à-dire, la quantité dont il est élevé au-dessus de la surface de la terre, il est facile de déterminer la longueur du diamètre de l'horison visible, pourvû que d'ailleurs on connoisse le demi-diamètre de la terre, qui est de 3276344 toises, comme nous le dirons dans la suite.

13. Pour concevoir comment on peut trouver ce diamètre : Soit le cercle dont le rayon est CB, qui représente la terre, la montagne sur laquelle est le Spectateur soit AB, la ligne AD tangente au point D, désigne le rayon visuel qui termine d'un côté l'horison visible lequel a pour demi-diamètre l'arc BD, qui ne differe pas sensiblement d'une ligne droite, à cause de la grosseur de la terre. Cela posé, il ne s'agit que de trouver la valeur de l'angle BCD, dont l'arc BD est la mesure. Or on trouvera cet angle par le moyen du triangle ADC, qui est rectangle en D, parce que le rayon CD qui aboutit au point de contingence, doit être perpendiculaire à la tangente. (Géom. Liv. I. art. 115). On connoît donc trois choses dans ce triangle; sçavoir l'angle D, qui est droit, & les deux côtés CA & CD, dont le premier est la somme du demi-diamètre de la terre CB, & de la hauteur AB, & le second est le demi-diamètre de la terre CD : ainsi on trouvera l'angle A (Trig. art. 48). par cette proportion : *Le côté* CA *est au sinus total, comme le côté* CD *est au sinus de l'angle* A, dont le complément est l'angle C, qui a pour mesure BD, qui est un arc d'un grand cercle de la terre, dont chaque degré vaut environ 57183 toises, chaque minute 953 toises & chaque seconde environ 15 toises 5 pieds $3\frac{1}{3}$ pouces. Si donc on suppose la hauteur AB jusqu'à l'œil du Spectateur de 100 toises, on trouvera que le demi-diamètre BD de l'horison visible est de 27 min. ou de 25731 toises qui font un peu plus de 11 lieues de 25 au degré : Fig. 2.

ce qui montre qu'un homme placé sur le sommet d'une montagne qui a 100 toises de hauteur ne peut guere voir au-delà de 11 lieues, à moins que l'objet ne soit plus élevé que la surface de la terre, comme une tour, un clocher, ou quelqu'autre édifice.

14. Tous les habitans de la terre n'ont pas le même horison, mais chacun a son horison différent de celui qu'a un autre homme placé sur une autre partie de la superficie de la terre : & par conséquent un homme change d'horison lorsqu'il passe d'un lieu dans un autre. Cela vient de la courbure de la terre ; comme il sera facile de le concevoir par la fig. 3, dans laquelle le cercle ODP représente le globe de la terre : car si quelqu'un est placé au point D, son horison sera la tangente AB, c'est-à-dire, que cette ligne désigne la situation de l'horison : s'il est placé au point O, son horison sera EF ; & s'il est situé en P, l'horison sera la tangente GH. Ces tangentes sont, comme on sçait, perpendiculaires aux rayons CD, CO, & CP.

Il nous reste à donner l'explication de plusieurs signes & de plusieurs noms renfermés entre les circonférences concentriques marquées sur l'horison de la Sphere armillaire : nous en parlerons dans la suite lorsqu'il s'agira du Zodiaque.

DU MÉRIDIEN.

15. Le Méridien est un grand cercle de la Sphere qui passe par les deux poles du monde, de même que par le zenith & le nadir, & qui la divise en deux hémispheres dont l'un est appellé *oriental*, & l'autre *occidental*. Il paroît par cette définition que le méridien est perpendiculaire à l'horison, puisqu'il passe par le zenith & le nadir, qui sont les poles de ce cercle (art. 9 prélim.) On a inventé le méridien pour déterminer le milieu de la course des astres sur l'horison. Or il est évident qu'il peut servir à cet usage, parce qu'il divise la Sphere en deux parties égales, dont l'une est orientale & l'autre

occidentale. Ce cercle est nommé méridien, parce que quand le soleil y est parvenu, il est midi pour tous ceux qui ont le même méridien, ou plutôt le même demi-méridien, car alors il est minuit pour ceux qui sont sous le demi-méridien opposé. Or il faut concevoir que ces deux demi-méridiens sont séparés l'un de l'autre par un grand cercle, au pole duquel se trouve le Soleil quand il répond au méridien, & par conséquent ce grand cercle est différent de l'horison, à moins que le Soleil ne soit au zenith.

16. De ce que le méridien passe par les poles du monde, il suit qu'un homme qui va droit d'un pole de la terre à l'autre, répond toujours au même méridien: mais s'il avance selon toute autre détermination, par exemple, de l'orient vers l'occident, il change alors de méridien: il y a donc cette différence entre l'horison & le méridien, qu'un homme change toujours d'horison lorsqu'il va d'un endroit dans un autre éloigné du premier sensiblement, par exemple, d'une lieue: mais il ne change de méridien que quand il avance vers l'orient ou vers l'occident.

17. On voit donc qu'il y a des méridiens sans nombre, quoiqu'il y ait plus d'horisons que de méridiens; car deux Villes, quoique très éloignées, peuvent répondre au même méridien, c'est ce qui arrive quand elles sont situées sur une même ligne qui va directement d'un pole de la terre vers l'autre: mais elles n'ont pas le même horison. Or il faut remarquer que tous les méridiens se coupent aux poles du monde, & que par conséquent ils sont d'autant moins distans les uns des autres, qu'ils approchent plus près des poles. C'est ce que l'on peut observer dans les Cartes géographiques qui représentent les méridiens terrestres, lesquels répondent aux méridiens célestes, comme nous le dirons.

18. Quoiqu'il y ait plusieurs méridiens, & même une infinité dans la Sphere naturelle, cependant il n'y en a

qu'un pour chaque lieu : c'est celui qui passe par le zenith & par le nadir, & que l'on appelle pour cela le méridien du lieu, ou simplement le méridien.

19. On a coutume de marquer les degrés de la hauteur du pole & de la latitude terrestre sur le méridien de la Sphere armillaire & du Globe-terrestre. Or la hauteur du pole est son élévation ou la quantité dont il est élevé sur l'horison : elle se mesure par l'arc du méridien compris entre le pole & l'horison : par exemple, la hauteur du pole à Paris est de 48d 51′, parce que la partie du méridien comprise entre l'horison de Paris & le pole est un arc de 48d 51′. Nous parlerons de la latitude terrestre dans le Liv. II, & nous ferons voir qu'elle est toujours égale à la hauteur du pole.

20. Les poles du méridien se nomment l'orient & l'occident vrais, c'est-à-dire, les points dans lesquels le Soleil se leve & se couche dans le tems de l'équinoxe qui arrive quand le jour est égal à la nuit : or le jour est égal à la nuit, lorsque le Soleil par son mouvement diurne ou journalier paroît parcourir le cercle équinoctial ou l'équateur dont nous allons parler. Ces poles du méridien se trouvent dans le plan de l'horison. Il y a deux autres points remarquables de l'horison qui sont déterminés par le méridien ce sont ceux dans lesquels ces deux cercles se coupent ; celui qui est du côté du pole septentrional s'appelle le *nord* ou le *septentrion* ; on nomme l'autre le *sud* ou le *midi*.

De l'Equateur.

21. L'équateur ou l'équinoctial est un grand cercle qui a les mêmes poles & le même axe que la sphere, & qui la divise en deux hémispheres, dont l'un est nommé septentrional ou boréal, c'est celui qui contient le pole de même nom ; & l'autre est appellé méridional ou austral, à cause qu'il renferme le pole de ce nom. On appelle ce cercle équateur, parce que quand le Soleil paroît se mouvoir dans le plan de ce cercle, alors le jour est égal

à la nuit : ce qui arrive deux fois l'année, sçavoir vers le 21 Mars & le 23 de Septembre. Les points auxquels l'équateur coupe l'horison, s'appellent l'*est* & l'*ouest*, ou l'orient & l'occident vrais : ces points ne sont pas différens des poles du méridien.

22. Il paroît par la définition de l'équateur qu'il n'y en a qu'un, & qu'il est coupé perpendiculairement par tous les méridiens, puisque tous les méridiens passent par ses poles.

Du Zodiaque & de l'Ecliptique.

23. Le zodiaque est un grand cercle qui coupe obliquement l'équateur, ensorte que ces deux cercles font ensemble un angle de 23^d & environ 28^m. On donne de la largeur à ce cercle, qui n'est pas la même chez tous les Astronomes : néanmoins la plûpart lui en attribuent une de 16 degrés. Or cette largeur est coupée en deux parties égales par l'écliptique, qui par conséquent fait aussi avec l'équateur le même angle que le zodiaque : l'écliptique représente la trace que le Soleil suit pendant l'année entiere. Le Soleil ne s'écarte donc jamais du plan de l'écliptique : mais les autres planetes s'en éloignent tantôt vers un pole, tantôt vers l'autre, les unes plus, les autres moins ; & c'est pour cela que les Astronomes ont inventé le zodiaque auquel ils ont donné une largeur assez considérable pour qu'elle contînt les orbites ou les circonférences que décrivent les planetes : ainsi le zodiaque est plutôt une bande circulaire qu'un cercle.

24. Le plan de l'écliptique faisant un angle de $23^d 28'$ avec l'équateur, il est nécessaire que les axes de ces deux cercles fassent aussi entr'eux un angle égal, & par conséquent les poles de l'écliptique ou du zodiaque sont éloignés de la même quantité des poles de l'équateur ou du monde, je veux dire, de $23^d 28'$.

25. On croit que l'angle que fait l'écliptique avec l'équateur n'est pas invariable, & qu'il va en diminuant

environ d'une minute pendant un siécle. Il est à présent de 23^d $28'$ & à peu-près $20''$. Cette expression 23^d, $28'$, $20''$, signifie 23 degrés, 28 minutes, 20 secondes. Nous négligeons ordinairement les secondes.

26. On a coutume de partager le zodiaque en douze parties égales qu'on appelle *signes*. D'où il suit que chaque signe contient 30^d, parce que 30 est la douziéme partie du nombre de degrés que contient l'écliptique ou tout autre cercle, c'est-à-dire, la douziéme partie de 360^d. Voici les noms de ces 12 signes, le *Bélier*, le *Taureau*, les *Gemeaux*, l'*Ecrevisse*, le *Lion*, la *Vierge*, la *Balance*, le *Scorpion*, le *Sagittaire*, le *Capricorne*, le *Verseau*, les *Poissons*. Tous ces noms, qui excepté la balance, sont tirés des animaux, sont exprimés par ces deux vers Latins fort connus.

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

Le bélier prend son commencement à une intersection de l'équateur & de l'écliptique, & le commencement de la balance est à l'autre intersection de ces deux cercles : les autres signes, sçavoir le taureau, les gemeaux, &c. sont disposés de façon que leur suite tend d'occident en orient. Or ces signes sont désignés par des marques ou caracteres qui les distinguent les uns des autres : les voici placés chacun au-dessus des noms qu'on a donnés aux signes.

♈ ♉ ♊ ♋
Le Bélier, le Taureau, les Gemeaux, l'Ecrevisse,
♌ ♍ ♎ ♏
le Lion, la Vierge, la Balance, le Scorpion,
♐ ♑ ♒ ♓
le Sagittaire, le Capricorne, le Verseau, les Poissons.

27. Le Soleil paroît parcourir les trois premiers signes pendant le Printems, les trois suivans pendant l'Eté, trois autres pendant l'Automne, & les trois derniers

pendant l'hiver : c'eſt pourquoi on diviſe les ſignes du zodiaque en ceux du Printems, ſçavoir le bélier, le taureau & les gemeaux; ceux de l'Eté, qui ſont l'écreviſſe, le lion & la vierge; ceux de l'Automne, la balance, le ſcorpion & le ſagittaire; & enfin ceux de l'Hiver, le capricorne, le verſeau & les poiſſons.

28. De plus les ſignes du zodiaque ſont diviſés par l'équateur en *ſeptentrionaux* & en *méridionaux* : les ſeptentrionaux, c'eſt-à-dire, ceux qui ſont dans la partie ſeptentrionale du monde, ſont les ſix premiers, ſçavoir le bélier, le taureau, le gemeaux, l'écreviſſe, le lion & la vierge. Les ſix autres ſont appellés méridionaux, parce qu'ils ſont dans la partie méridionale. Le Soleil eſt plus long tems à parcourir les ſignes ſeptentrionaux que les méridionaux : c'eſt pourquoi le printems & l'été pris enſemble, ſont plus grands que l'automne & l'hiver : la différence eſt d'environ ſept jours.

29. Enfin il y a ſix ſignes que l'on appelle *aſcendants*, & ſix autres qu'on nomme *deſcendants*. Les ſignes aſcendants ſont ceux que le ſoleil parcourt lorſqu'il monte c'eſt-à-dire, quand il s'approche tous les jours de plus en plus du zenith à midi : ce ſont le capricorne, le verſeau, les poiſſons, le bélier, le taureau & les gemeaux : les ſix autres ſignes ſont nommés deſcendants, parce que le Soleil eſt plus éloigné du zenith à midi à un jour qu'à celui qui a précédé.

30. Ces trois diviſions des ſignes ſont déterminées par quatre points du zodiaque où de l'écliptique, dont deux ſont appellés *équinoxiaux*, & les deux autres *ſolſtitiaux* : les deux premiers qui ſéparent les ſignes ſeptentrionaux des méridionaux ſont les points d'interſection de l'écliptique & de l'équateur : on les appelle équinoxiaux; parce que le jour eſt égal à la nuit quand le Soleil répond à l'un ou à l'autre point. Les deux derniers qui ſéparent les ſignes aſcendants d'avec les deſcendants ſont ceux qui ſont les plus éloignés de l'équateur, l'un vers un des

poles, l'autre vers l'autre pole. On les appelle solsticiaux, parce que quand le Soleil est arrivé à l'un ou à l'autre point, il paroît s'arrêter, c'est-à-dire, qu'il ne s'éloigne ni ne s'approche sensiblement de l'équateur pendant plusieurs jours. Enfin ces quatre points séparent les signes d'une saison de ceux d'une autre.

31. Ire Remarque. Lorsqu'une planete par son mouvement propre passe des premiers signes du zodiaque aux suivants, par exemple, du bélier au taureau, & du taureau dans les gemeaux, on dit alors qu'elle va selon l'ordre des signes, ou qu'elle est *directe*, ce qui arrive quand elle est mue d'occident en orient : mais si elle paroît aller selon une détermination opposée, on dit qu'elle est mue contre l'ordre des signes, ou qu'elle est *rétrograde*.

32. IIde Remarque On distingue deux sortes de zodiaques, l'un qui est sensible ou visible, l'autre invisible. Le zodiaque visible est celui des étoiles fixes; le second, qui est invisible, n'existe pas dans la nature, mais on l'imagine au-dessus du premier, & on lui attribue la même largeur. Ce qui a donné lieu d'admettre ce second zodiaque est le mouvement des étoiles fixes d'occident en orient selon des cercles paralleles à l'écliptique, ou bien autour de l'axe & des poles de ce cercle : car il arrive de-là que les étoiles qui répondoient autrefois à l'une ou à l'autre des intersections de l'équateur & de l'écliptique en sont présentement éloignées vers l'orient d'une certaine quantité : c'est pourquoi le commencement du signe du bélier pris dans le zodiaque sensible ne répond plus à la premiere intersection de l'équateur & de l'écliptique; c'est-à-présent le commencement des poissons : cependant on dit toujours que le commenment du bélier ou d'*aries*, est à la premiere intersection de ces cercles, & que celui de *libra*, c'est-à-dire de la balançe, est à la seconde; mais il faut pour lors entendre les signes du zodiaque invisible & immobile. Ce n'est

pas

pas sans raison que les Astronomes ont imaginé ce second zodiaque : car sans cela ils auroient été obligés de dire dans une année que le Soleil répond à un certain degré, & que dans une autre année il répond à un autre degré, quoique dans la même saison, par exemple au commencement du Printems, & à la même distance des points équinoxiaux ou solstitiaux. Au reste, ce mouvement des étoiles fixes est si lent, qu'elles ne font qu'un degré en 70 ans, & qu'elles n'acheveroient par conséquent leur révolution qu'en 25200 ans. Aussi les anciens Astronomes avant Hipparque, qui vivoit environ 200 ans avant N. S. ne connoissoient pas ce mouvement.

33. Le mouvement des étoiles fixes vers l'orient est la cause de ce que l'on appelle la *précession* des équinoxes, qui vient de ce que le tems qui est entre deux équinoxes semblables, par exemple, du printems, est moindre que celui qu'employe le Soleil à parcourir l'écliptique entiere par son mouvement propre. Supposons que le Soleil réponde à une étoile qui soit à la premiere intersection de l'écliptique & de l'équateur, ce sera le moment de l'équinoxe du Printems : après cela le Soleil, par son mouvement apparent vers l'orient, parcourra l'écliptique : mais comme les étoiles fixes ont aussi un mouvement propre vers l'orient, l'étoile qui étoit au point de la premiere intersection des deux cercles, sera vers la fin de la révolution du Soleil un peu plus avancée vers l'orient que ce point. Ainsi le Soleil arrivera plutôt à ce point d'intersection, qu'à l'étoile qui y répondoit auparavant. Par conséquent l'équinoxe précédera la fin de la révolution du Soleil par rapport à l'étoile. Il y aura donc précession de l'équinoxe. Ainsi la précession ou l'anticipation des équinoxes consiste en ce que le Soleil étant parti d'un point équinoxial, par exemple celui du Printems, arrive à ce même point avant d'avoir fait dans le zodiaque ou dans l'écliptique son tour entier par rapport aux étoiles. Le tems que le Soleil employe pour

revenir au même point équinoxial d'où il étoit parti, s'appelle l'année *tropique* ; c'est celle sur laquelle on regle les années civiles dans l'Europe : sa durée est de 365 jours 5 heures 49 minutes. Et le tems que le Soleil employe à faire sa révolution entiere dans le zodiaque, est appellée année *anomalistique* : celle-ci est plus grande que la premiere d'environ 20 minutes.

Des Colures.

34. Les deux colures sont de grands cercles qui se coupent perpendiculairement aux poles de la sphere ou du monde, & dont l'un passe par les points équinoxiaux, l'autre par les points solstitiaux : ils divisent le zodiaque & l'équateur, chacun en quatre parties égales. Celui des deux colures qui passe par les points équinoxiaux, lesquels sont au commencement du bélier & de la balance, s'appelle le colure des équinoxes ; & l'autre qui coupe le zodiaque aux points solstitiaux, lesquels sont au commencement du *cancer* & du capricorne, est nommé le colures des solstices : celui-ci est perpendiculaire à l'écliptique, & passe par conséquent par ses poles. Ces deux cercles sont de véritables méridiens, puisqu'ils passent par les poles du monde.

Des Tropiques.

35. Les tropiques sont deux petits cercles paralleles à l'équateur, qui touchent l'écliptique dans les deux points qui sont les plus éloignés de l'équateur, l'un dans la partie septentrionale, l'autre dans la partie méridionale. Or l'écliptique s'éloigne de part & d'autre de l'équateur de $23^{d}\ 28'$: ainsi les deux tropiques sont distans de l'équateur de la même quantité. Celui qui est dans la partie septentrionale, s'appelle le tropique du *cancer* ou de l'écrevisse, à cause qu'il touche le zodiaque au premier degré de ce signe ; & le tropique qui se trouve dans la partie méridionale, est le tropique du capricorne, parce qu'il touche l'écliptique au commencement de ce signe.

36. Quand le Soleil est arrivé à sa plus grande distance

de l'équateur, & qu'il a décrit l'un ou l'autre des deux tropiques, il s'en retourne vers l'équateur; & c'est de-là que ces cercles ont pris leur nom de tropique, qui vient du grec. Or le Soleil paroît décrire le tropique du cancer par son mouvement diurne, vers le 21 de Juin, qui est le plus long de toute l'année par rapport aux peuples qui sont dans la partie septentrionale de la terre; mais il paroît décrire l'autre tropique vers le 21 de Décembre, qui est le plus court jour de l'année pour les mêmes peuples.

37. Les points auxquels le Soleil se leve ou se couche, quand il décrit le tropique le plus voisin du pole élevé, s'appellent *l'orient & l'occident d'été;* & ceux auxquels il se couche, lorsqu'il parcourt le tropique le plus éloigné du même pole, sont nommés *orient & occident d'hiver.*

38. De ce que le Soleil ne passe pas au-delà des tropiques, il suit que dans la sphere droite, c'est-à-dire, celle où l'on a le zenith à l'équateur, le Soleil ne se leve ou ne se couche jamais à un point de l'horison plus éloigné des points d'est & d'ouest, qui sont ceux auxquels l'équateur coupe l'horison, plus éloigné, dis-je, que de $23^{d}\ 28'$, (nous négligeons les secondes) parce que l'horison étant alors perpendiculaire à l'équateur & aux tropiques, on s'en sert pour mesurer la distance de l'équateur à l'un ou à l'autre tropique, laquelle est de $23^{d}\ 28'$. Mais il n'en est pas de même dans la sphere oblique, c'est-à-dire, celle où le zenith répond entre l'équateur & les poles du monde, à cause que l'horison y est oblique à l'équateur & aux tropiques : d'où il arrive que l'arc de l'horison compris entre l'équateur & un des tropiques, est plus grand que $23^{d}\ 28'$. A Paris cet arc est d'environ 37^{d}.

39. On peut s'appercevoir aisément du mouvement du Soleil d'un tropique à l'autre, en observant l'endroit où le Soleil se leve chaque jour, ou celui où il se couche.

Je suppose qu'on regarde le coucher du Soleil vers le commencement de Juin, & qu'on remarque l'endroit où il se couche en le comparant à un arbre ou à quelque autre objet sensible, on verra qu'il s'approche de jour en jour du septentrion, jusqu'au 17 ou 18; après quoi il paroît se coucher au même point de l'horison environ pendant huit jours: de-là vient le solstice d'été; ensuite il paroît s'en retourner vers le midi, ce qui continue pendant environ six mois, jusqu'au 17 ou 18 Décembre; & pour lors il paroît encore s'arrêter, c'est-à-dire, se coucher au même point de l'horison pendant sept ou huit jours; c'est ce qui fait le solstice d'hiver: enfin il revient vers le septentrion, duquel il s'approche pendant six mois jusqu'au solstice d'été, après lequel il s'en retourne vers le midi, & ainsi de suite: il faut entendre la même chose du lever du Soleil.

40. Quoique le Soleil paroisse se lever ou se coucher au même endroit pendant 7 ou 8 jours, néanmoins on n'appelle proprement solstice que le jour auquel il décrit un des tropiques, qui est le jour qui fait le milieu du tems pendant lequel il paroît s'arrêter; & même les Astronomes ne comptent pour solstice que le tems auquel le Soleil répond au tropique, qui n'est que d'un moment: car quoiqu'on dise que le Soleil décrit tous les jours un cercle parallele à l'équateur, cela n'est pas exact, puisqu'il faudroit pour cet effet qu'il restât au même point de l'écliptique un jour entier; & cependant il n'y peut être qu'un instant, à cause qu'il avance continuellement vers l'orient par son mouvement propre. Ainsi les révolutions journalieres du Soleil ne sont pas des cercles ou des circonférences, mais plutôt des contours de spirale semblables à ceux d'un tireboure ou du cordon d'une vis.

Des Cercles polaires.

41. Les deux polaires sont de petits cercles paralleles à l'équateur, qui sont éloignés des poles du monde

ou de l'équateur de 23^d 28'. On conçoit qu'ils sont décrits par les poles du zodiaque, tandis que la sphere fait une révolution ; & c'est pour cela que ces cercles sont éloignés des poles du monde de 23^d 28' : car l'écliptique faisant avec l'équateur un angle de 23^d 28', il faut que les poles de ce premier cercle soient distans de ceux du second de la même quantité ; & par conséquent les cercles polaires étant décrits par les poles de l'écliptique, sont aussi distans des poles de l'équateur de 23^d 28'. L'un est appellé le polaire arctique, parce qu'il est auprès du pole du même nom, & l'autre est nommé antarctique par une raison semblable.

De quelques cercles qui ne sont pas représentés dans la Sphere armillaire.

42. Outre les cercles dont nous avons donné la notion & expliqué l'usage, il y en a d'autres, soit grands, soit petits, dont la connoissance est nécessaire dans l'Astronomie. Les grands sont des *verticaux*, des cercles *de déclinaison*, *de latitude*, & des cercles *horaires.*

43. Les cercles verticaux, qu'on appelle aussi *Azimuths*, d'un nom qui leur a été donné par les Arabes, sont ceux qui passent par les points du zenith & du nadir, & qui par conséquent sont perpendiculaires à l'horison. On peut en compter autant qu'il y a de points dans l'horison ; c'est-à-dire, qu'il y en a une infinité par rapport au même horison, qui se coupent tous aux points du zenith & du nadir.

44. Il suit de cette définition que le méridien d'un lieu est un des cercles verticaux, puisque le méridien passe par le zenith & le nadir. Il y a un autre cercle vertical remarquable, qu'on appelle le premier vertical : c'est celui qui passe les deux points de l'horison qui sont les deux poles du méridien, & qui par conséquent est perpendiculaire à ce dernier cercle.

45. Nous avons déjà averti que les deux points dans lesquels le méridien coupe l'horison, sont le septentrion & le midi, ou le *nord* & le *sud*. Le premier est du côté du pole septentrional, & le second vers le pole méridional : pour ce qui est du premier cercle vertical, il coupe l'horison aux mêmes points que l'équateur; parce que l'un & l'autre étant perpendiculaires au méridien, ils doivent tous les deux passer par les points de l'horison qui sont les poles du méridien (art. 9. prélim.) Or ces deux points, comme nous l'avons dit, s'appellent le vrai orient & le vrai occident, ou autrement l'*est* & l'*ouest* : ces quatre points sont appellés *cardinaux*.

46. Les cercles verticaux servent à mesurer la hauteur d'un astre qui est élevé sur l'horizon : car la hauteur d'un astre se mesure par l'arc du cercle vertical compris entre l'astre & l'horison. La hauteur d'un astre est appellée méridienne, quand cet astre se trouve dans le plan du méridien; & pour lors cette hauteur se mesure par l'arc du méridien, compris entre l'astre & l'horison : par exemple, la hauteur méridienne du Soleil est l'arc du méridien contenu entre le centre du Soleil & l'horison.

47. Les cercles de déclinaison sont ceux qui passent par les poles du monde ou de l'équateur, & qui coupent par conséquent ce cercle à angles droits. On les appelle cercles de déclinaison, parce qu'ils mesurent la déclinaison d'un astre ou d'un point du ciel. Or la déclinaison d'un astre est sa distance à l'équateur, laquelle distance est mesurée par l'arc du cercle de déclinaison compris entre le centre de l'astre & l'équateur. Il est évident que les cercles de déclinaison sont autant de méridiens; c'est pourquoi dans une sphere artificielle le méridien tient lieu de tous ces cercles. Si donc on veut, par exemple, connoître la déclinaison de quelque point de l'écliptique, on place ce point sous le méridien, & on juge que sa déclinaison est égale à l'arc du méridien contenu entre ce point & l'équateur.

48. Les cercles de latitude font de grands cercles qui paſſent par le pole de l'écliptique ou du zodiaque, & qui par conſéquent coupent à angles droits le zodiaque même, & tous les cercles qui lui font paralleles. Leur uſage eſt de meſurer la latitude des aſtres. Or la latitude céleſte, c'eſt-à-dire, des aſtres ou de quelque point du ciel, eſt la diſtance de ce point à l'écliptique; laquelle ſe meſure par l'arc d'un cercle de latitude compris entre ce point & l'écliptique. On employe auſſi ces cercles pour déterminer les longitudes des aſtres, que nous expliquerons dans la ſuite: car le cercle de latitude qui paſſe par le centre d'un aſtre, montre le lieu auquel il répond dans l'écliptique, puiſque ce lieu eſt le point d'interſection de ce cercle de latitude avec l'écliptique. Or ce point eſt le terme de la longitude de l'aſtre, quand on la prend ſur l'écliptique.

49. Les cercles horaires ſont de grands cercles qui paſſent par le pole du monde, & qui par conſéquent ſont perpendiculaires à l'équateur. On voit par-là que ces cercles ne ſont pas différens des méridiens. Le Soleil achevant ſa révolution en 24 heures autour de l'équateur ou d'un parallele à ce cercle, il s'enſuit que dans une heure il parcourt la 24e partie de 360 degrés. Or la 24e partie de 360 eſt 15; c'eſt pourquoi il y a 15 degrés d'un cercle horaire à un autre qui en eſt le plus proche; cependant il ne faut que 12 cercles horaires pour déſigner les 24 heures du jour; parce que chacun de ces cercles coupant l'équateur en deux points oppoſés, détermine deux heures, dont l'une eſt autant éloignée de minuit, que l'autre l'eſt de midi. Il faut compter la ſuite de ces cercles par rapport à nous, depuis la partie inférieure du méridien en avançant vers l'orient; enſorte que l'on regarde comme le premier, celui qui paſſe par le 15e degré de l'équateur vers l'orient, & comme le ſecond, celui qui paſſe par le trentiéme degré: ainſi de ſuite.

50. Les principaux des petits cercles qui ne font pas repréſentés dans la ſphere armillaire, ſont les cercles de *longitude*, & ceux que l'on appelle *Almicantarath*.

51. Les cercles almicantarath ſont ceux qui ſont paralleles à l'horiſon, & qui pour ce ſujet coupent perpendiculairement les cercles verticaux. Ces cercles ſont d'autant plus petits, qu'ils ſont plus éloignés de l'horiſon. Leur principal uſage eſt de déterminer la hauteur des aſtres; car tous ceux qui répondent au plan du même cercle almicantarath, ont la même hauteur.

52. Les cercles de longitude ſont de petits cercles paralleles à l'écliptique, & qui ſont par conſéquent perpendiculaires aux cercles de latitude: on les appelle cercles de longitude, parce qu'ils meſurent la longitude des aſtres. Or la longitude céleſte, c'eſt-à-dire, d'un point du ciel, eſt la diſtance de ce point au premier cercle de latitude, laquelle diſtance ſe meſure par un arc de cercle de longitude compris entre ce point & le premier cercle de latitude, ou par un arc ſemblable de l'écliptique. Or le premier cercle de latitude eſt celui qui paſſe par le premier degré du belier ou d'*aries*. Quelques-uns donnent à ces cercles paralleles à l'écliptique, le nom de cercles de latitude, parce qu'ils déterminent la latitude des aſtres; car tous ceux qui répondent au plan du même cercle parallele à l'écliptique, ont la même latitude; c'eſt-à-dire, qu'ils ſont à égale diſtance de l'écliptique.

53. On détermine la ſituation des aſtres par la latitude & la longitude; mais on la détermine auſſi par la déclinaiſon & l'*aſcenſion*: nous allons expliquer cette derniere diſtance, & nous ajouterons les notions d'*amplitude* & d'*azimuth*, qui ſont des termes fort uſités dans l'aſtronomie.

54. En général l'aſcenſion d'un aſtre eſt la diſtance comptée ſelon l'ordre des ſignes depuis le point de l'équateur, qui eſt au commencement d'*aries*, juſqu'à un au-

me point de l'équateur qui se leve en même tems que l'astre. Il est visible que cette distance n'est autre chose que l'arc de l'équateur compris entre le premier point & le second, en allant d'occident en orient.

55. On distingue deux sortes d'ascensions, la *droite* & l'*oblique*. La droite est celle qui convient à la sphere droite, & l'oblique est pour la sphere oblique. La différence de ces deux ascensions vient de ce qu'un astre, par exemple, le Soleil se leve ou se couche plutôt ou plus tard dans la sphere oblique que dans la droite, quoiqu'on suppose le même méridien pour les deux spheres. Cette différence entre les deux ascensions s'appelle *différence ascensionnelle*. On parle beaucoup de l'ascension droite dans l'Astronomie; c'est pourquoi nous en allons donner une définition particuliere en l'appliquant au Soleil.

56. L'ascension droite du Soleil est l'arc de l'équateur compris depuis le commencement du belier, jusqu'au point d'intersection de l'équateur avec le cercle de déclinaison qui passe par le centre du Soleil. On compte les degrés de cet arc en avançant selon l'ordre des signes, depuis le commencement du belier. L'extrémité de cet arc est le point de l'équateur qui se leve avec le Soleil dans la sphere droite.

57. Ce que nous venons de dire s'entendra mieux par la fig. 4, dans laquelle le méridien soit HPRp, l'équateur AETF, le cercle de déclinaison qui représente l'horison de la sphere droite soit PGp, lequel passe par les poles du monde P, p, G sera un point d'intersection de ce cercle avec l'équateur; que le Soleil soit S, ce point étant pris dans l'horison de la sphere droite, représente le Soleil au moment qu'il se leve sur cet horison, & le point G par la même raison représente le point de l'équateur qui se leve en même tems sur le même horison : ainsi si le point D désigne le commencement d'*aries*, l'arc DTFG sera l'ascension droite du Soleil S. Soit présentement l'horison oblique HR, qui passe par le So-

leil S & par le point E de l'équateur, ce point E se levera en même tems sur cet horison que le Soleil S, parce que ces deux points sont dans l'horison HR : ainsi l'ascension oblique, qui est ici plus grande que la droite, sera DTFGE; par conséquent la différence ascensionnelle sera GE, qui est l'excès de l'ascension oblique sur la droite, ou l'arc de l'équateur compris entre le cercle de déclinaison du Soleil, & le point de l'équateur qui se leve ou se couche en même tems que le Soleil.

58. L'amplitude d'un astre est l'arc de l'horison compris entre l'équateur & cet astre, quand il est à l'horison. Il y en a deux sortes, l'orientale & l'occidentale.

59. L'amplitude orientale est l'arc de l'horison compris entre l'équateur & l'axe lorsqu'il se leve. L'amplitude occidentale est l'arc de l'horison compris entre l'équateur & l'astre, quand il se couche.

60. L'azimuth d'un astre est l'arc de l'horison compris entre le méridien du lieu & le vertical qui passe par l'astre : dans la fig. 4, si on conçoit le vertical ZK qui passe par le point I, lequel représente un astre, l'arc HK sera l'azimuth de cet astre. Il paroît par cette définition, & par celle de l'amplitude, qu'au moment qu'un astre se leve ou se couche, l'azimuth est le complément de l'amplitude, parce que l'arc de l'horison compris entre l'équateur & le méridien, est un quart de cercle. L'angle HZK, dont l'azimuth est la base & la mesure, s'appelle *angle azimuthal*.

61. Il suit de ce que nous avons dit que la déclinaison & l'ascension droite d'un astre sont, par rapport à l'équateur, ce que la latitude & la longitude célestes sont par rapport à l'écliptique : car comme la latitude d'un astre est sa distance à l'écliptique, de même sa déclinaison est sa distance à l'équateur; & comme la longitude se compte sur un arc de l'écliptique depuis le premier degré d'*aries*, en avançant selon l'ordre des signes, aussi l'ascension se compte sur l'équateur depuis le même point, en allant vers le même côté.

62. Quoique nous ayons dit que les cercles dont nous avons parlé depuis le dernier titre, ne ſoient pas repréſentés dans la Sphere armillaire, quelquefois néanmoins on attache un quart de cercle au point du méridien, qui eſt un pole de l'horiſon, ſçavoir le zenith; & le quart de cercle tournant autour de ce point, ou plutôt autour du pivot qui tient à ce point, peut repréſenter les cercles verticaux qui paſſent tous par le pole de l'horiſon.

63. Souvent on attache auſſi deux quarts de cercles par une de leurs extrémités à un pivot placé au pole de l'écliptique & du zodiaque : un de ces quarts de cercle eſt plus éloigné du centre de la Sphere, que l'autre, & par conſéquent il eſt plus grand que le ſecond. On met à l'autre extrémité du grand quart de cercle un morceau rond de carton ou de cuivre pour repréſenter le Soleil, & à celle du petit quart de cercle un autre morceau de carton pour repréſenter la Lune. Or, comme la premiere extrémité de l'un & de l'autre de ces quarts de cercle répond au pole de l'écliptique, il faut que la ſeconde ſe termine au plan de ce cercle; ainſi en faiſant tourner ces quarts de cercles autour de leur pivot, le Soleil & la Lune attachés à la ſeconde extrémité ſont mûs dans le plan de l'écliptique; mais afin que la Lune puiſſe ſortir de ce plan, comme il arrive réellement dans le Ciel, on fait le petit quart de cercle de deux piéces, à l'aide deſquelles on peut l'allonger ou le raccourcir.

64. Il paroît par ce que nous avons dit ſur la Sphere, qu'elle renferme douze principaux points, que l'on peut compter deux à deux, ſçavoir, les deux poles du monde, le zenith & le nadir, les deux points équinoxiaux, les deux ſolſtitiaux, le nord ou le ſeptentrion, & le ſud ou le midi; enfin l'eſt ou l'orient, & l'oueſt ou l'occident. Les quatre premiers ſont ſur le méridien du lieu, les quatre ſuivans ſe trouvent ſur l'écliptique, & les quatre derniers ſont ſur l'horiſon.

LIVRE SECOND.

Des Cercles de la Sphere, que l'on imagine sur le Globe de la Terre, & des différentes apparences que l'on remarque en divers lieux de la surface de ce Globe.

ON transporte par la pensée sur la surface de la terre plusieurs des cercles dont nous avons parlé, sçavoir, le méridien, l'équateur, les deux tropiques & les deux cercles polaires. On y conçoit aussi deux poles qui répondent aux deux poles du monde, & qui ont les mêmes noms; mais comme cela suppose que la terre a la figure d'un globe, ou du moins qu'elle en approche, nous allons en donner quelques preuves.

ART. I. Premiérement, la surface de la terre est courbe d'orient en occident; car le Soleil se leve plutôt pour ceux qui sont plus à l'orient, que pour ceux qui sont moins avancés vers ce côté, comme on peut le voir par les éclipses de Lune: car si on remarque quelle heure il est au Soleil, quand une éclipse de Lune commence, on voit qu'il est plus tard dans les lieux plus orientaux que dans ceux qui le sont moins, quoique cette apparence arrive effectivement dans le même moment dans ces différens lieux: par exemple, si on observe une éclipse de Lune, tant à Paris qu'à Vienne en Autriche, & que cette éclipse commence quand il est dix heures du soir à Paris, il sera près de 11 ^{h} à Vienne quand on observera ce commencement. Il en est de même de la fin & des autres circonstances de l'éclipse: ainsi le Soleil se leve plutôt à Vienne qu'à Paris. Or cela n'arriveroit pas, si la superficie de la terre n'étoit pas courbe d'orient en occident ; car alors le Soleil commenceroit à éclairer toutes les parties d'une même face de la terre dans le même instant. En second lieu, la surface de la terre est encore courbe du septentrion au midi, comme il paroît en ce que si quelqu'un avance vers le nord, le pole septentrional s'élevera par rapport à lui, & le pole méridional s'abbaissera.

On peut aussi prouver la rondeur de la terre par ce qui arrive lorsqu'en navigeant sur mer le vaisseau approche ou s'éloigne de la terre ferme : car si on en approche, on voit les objets les plus élevés, comme le sommet des montagnes, des tours, des clochers, avant d'en appercevoir les parties inférieures, qui se découvrent à proportion que le vaisseau approche. Si au contraire on s'éloigne de la terre ferme, on perd d'abord de vûe le bas de ces objets, tandis qu'on en voit encore le haut. Or cela arrive, quelle que soit la direction du vaisseau, vers l'orient ou vers l'occident, vers le nord ou vers le sud.

Enfin on conclut la rondeur de la terre par son ombre, qui paroît toujours terminée par un arc sur le disque de la Lune, c'est-à-dire, sur la face tournée vers nous: car si la terre n'étoit pas ronde en tout sens, il arriveroit au moins quelquefois que cette ombre ne seroit pas terminée par un arc de cercle. Il est vrai que ce n'est pas proprement l'ombre de la terre qui parvient jusqu'à la Lune & qui l'éclipse : c'est plutôt celle de l'atmosphere, je veux dire, de l'air qui environne la terre ; mais cela n'empêche pas qu'on ne puisse conclure la rondeur de la terre de cette apparence ; car elle prouvera au moins la rondeur de l'atmosphere. Or cette atmosphere n'est ronde, que parce que la terre a la même figure.

Cela posé, nous allons donner les notions des cercles, ou plutôt des circonfèrences que l'on imagine sur la surface de la terre.

2. L'équateur terrestre est un cercle que l'on conçoit décrit sur la surface de la terre, lequel répond à l'équa-

teur du ciel : ainsi il divise la terre en deux parties égales, dont l'une est appellée septentrionale, & l'autre méridionale. Les Pilotes & les Géographes appellent ce cercle, ou, pour mieux dire, cette circonférence, la *Ligne*, parce que c'est la principale ligne qui soit marquée dans les Cartes géographiques. On l'appelle aussi *Ligne équinoxiale*, ou simplement l'*Equinoxiale*.

3. L'axe de ce cercle est le même que celui de la terre; qui n'est autre chose que la partie de l'axe du monde comprise dans la terre. Les deux extrémités de cet axe de la terre sont ses deux poles, lesquels répondent nécessairement aux poles du monde. Un de ces poles de la terre est appellé septentrional ou boréal; l'autre est nommé méridional ou austral.

4. Les méridiens terrestres sont des cercles que l'on imagine sur la surface de la terre, situés de maniere qu'ils répondent aux méridiens célestes. Il suit de-là que ces cercles passent par les poles de la terre, & qu'ils coupent par conséquent l'équateur à angles droits. Dans presque toutes les Cartes géographiques, ces méridiens sont des lignes tirées du haut en bas, qui vont en s'approchant l'une de l'autre par une de leurs extrémités, ou même par toutes les deux, lorsque les Cartes représentent une partie de l'hémisphere septentrional, & une partie du méridional.

5. Les tropiques terrestres sont deux petits cercles de la terre que l'on conçoit situés sur la surface de la terre de la même maniere que les deux cercles célestes du même nom le sont dans le ciel; & pareillement les deux polaires terrestres répondent à ceux du ciel qui ont même nom. Ces quatre petits cercles partagent la superficie de la terre en cinq parties, qu'on appelle *Zones*, dont celle du milieu est nommée *Torride*; les deux qui la terminent de part & d'autre sont les *Tempérées*, & les deux autres, les *Froides* ou *Glaciales*.

6. La zone torride est une partie de la surface de la

terre comprise entre les tropiques : elle est coupée en deux également par l'équateur terrestre. Ainsi on peut soudiviser la zone torride en deux autres, dont l'une est septentrionale, terminée d'une part par l'équateur, & de l'autre par le tropique du *cancer* ou de l'écrevisse ; l'autre est méridionale, laquelle est bornée par l'équateur & par le tropique du capricorne.

7. Les zones tempérées sont celles dont chacune est contenue entre un tropique & un cercle polaire, qui sont l'un & l'autre vers le même pole de la terre. Une de ces deux zones se nomme septentrionale, & l'autre méridionale. La premiere est terminée par le tropique du *cancer* & le cercle polaire arctique; l'autre est contenue entre le tropique du capricorne & le polaire antarctique.

8. Les deux zones froides sont celles dont chacune est comprise entre un cercle polaire & le pole du même nom. L'une est appellée septentrionale, l'autre méridionale: ces deux dernieres zones ont chacune la figure d'une calotte, au milieu de laquelle est situé un des poles de la terre : les trois autres sont des espéces de ceintures, ou des bandes terminées par des côtés paralleles.

9. La largeur de la zone torride est d'environ 46 deg. 57 min. parce que chaque tropique est éloigné de l'équateur d'un peu plus de $23^d\ 28'$; celle de chaque zone tempérée est de $43^d\ 3'$; & enfin celle de chaque zone froide de $23^d\ 28'$, en comptant depuis un cercle polaire, jusqu'au pole voisin qui y est renfermé. Or nous verrons dans la suite que chacun de ces derniers contient 25 lieues, dont chacune est de 2287 toises. D'où il suit que la zone torride a environ 1174 lieues de largeur ; que chaque zone tempérée en a 1076, & que chaque zone froide en a 587. Ces différentes largeurs s'appellent aussi *Latitudes*, comme nous le dirons dans la suite.

10. Outre les zones qui contiennent des espaces fort vastes, les Géographes divisent encore la surface de la terre par plusieurs cercles paralleles à l'équateur ; qu'ils

imaginent couper la terre. Les parties de cette surface, qui sont comprises entre ces paralleles, sont appellées *climats.* Or les climats ont différentes largeurs chez les différens Géographes ; mais il est très-ordinaire de donner à chaque climat situé entre l'equateur & le cercle polaire, la largeur qui est nécessaire pour que le plus long jour du parallele qui termine un climat du côté du pole, surpasse d'une demi-heure le plus long jour du parallele qui termine le climat précédent; de sorte que les climats se comptent de l'équateur vers le pole : le premier est celui à la fin duquel le plus long jour est de 12 heures & demie : le second est celui à la fin duquel le plus long jour est de 13^h, & ainsi de suite. D'où il paroît que Paris est à la fin du huitiéme climat, parce que le plus long jour y est de 12^h plus 8 demi-heures ; c'est-à-dire, de 16^h ; (on prend seulement le tems pendant lequel le Soleil paroît sur l'horison, & non pas la durée du crépuscule, qui est le tems auquel les rayons du Soleil parviennent jusqu'à nous, quoiqu'il soit sous l'horison). Le plus long jour de l'année arrive dans le même tems par rapport à tous les climats qui sont dans la même partie, soit septentrionale, soit méridionale ; sçavoir quand le Soleil décrit le tropique qui est au-dessus de cette partie de la terre.

11. On compte de part & d'autre de l'équateur 24 climats depuis l'équateur jusqu'aux cercles polaires, parce que sur les cercles polaires le plus long jour est de 12^h, plus 24 demi-heures, & par conséquent il surpasse de 24 demi-heures la durée du jour sur l'équateur ; mais depuis les cercles polaires jusqu'aux poles, on ne compte ordinairement que six climats ; parce que le plus long jour, à la fin de ces climats, surpasse d'un mois entier le plus long jour à la fin du climat précédent. Ainsi le premier de ces climats est celui à la fin duquel le plus long jour est d'un mois : le second celui à la fin duquel le plus long jour est de deux mois : ainsi de suite jusqu'à

ce

ce qu'enfin au pole qui eſt la fin du dernier climat le jour ſoit de ſix mois, & la nuit de ſix mois pareillement. Il y a donc trente climats dans l'hémiſphere ſeptentrional, & autant dans l'hémiſphere méridional, ſçavoir 24, qu'on nomme climats d'heures, ou plutôt de demi-heures, ſix de mois. Il y a des Géographes qui comptent les premiers climats de quart-d'heure en quart-d'heure, & les ſeconds de 15 jours en 15 jours, & alors il y a 60 climats dans chaque hémiſphere de la terre.

12. Il faut remarquer que les climats ſoit d'heures, ſoit de mois, n'ont pas la même largeur : car entre les climats d'heures, ceux qui ſont plus près de l'équateur ont plus de largeur : au contraire les climats de mois ſont d'autant plus larges qu'ils ſont plus près des poles. Cette différence vient de ce que les climats d'heures dépendent de la grandeur de l'arc qui eſt ſur l'horiſon, de l'arc, dis-je, du tropique voiſin : au lieu que les climats de mois dépendent de l'arc de l'écliptique, lequel reſte toujours ſur l'horiſon pendant que la ſphere fait ſa révolution autour de ſon axe. Nous expliquerons cette diverſité dans le IV. Livre, comme auſſi la maniere de trouver le commencement, la fin, la largeur des climats, ſoit d'heures, ſoit de mois.

13. On meſure ſur l'équateur & les méridiens la longitude & la latitude des Villes & de tous les lieux qui ſont ſur la ſurface de la terre.

14. La latitude d'un lieu, par exemple, d'une Ville, eſt la diſtance de cette ville à l'équateur de la terre : ou, ce qui revient au même, c'eſt l'arc d'un méridien terreſtre compris entre l'équateur & cette Ville. Ainſi la latitude de Paris eſt l'arc du méridien contenu entre l'équateur & Paris. Cet arc eſt d'environ 48d 51'.

15. La latitude eſt ou ſeptentrionale ou méridionale : la premiere s'étend depuis l'équateur du globe de la terre juſqu'à ſon pole boréal : l'autre depuis le même cercle vers le pole auſtral. Il ſuit de-là que ni l'un ni l'autre ne

peut avoir plus de 90 degrés, parce que l'arc du méridien placé entre l'équateur & le pole, n'est qu'un quart de cercle.

16. Ceux qui sont sur la ligne équinoxiale n'ont point de latitude, & le pole n'est point élevé sur l'horison par rapport à eux: car l'un & l'autre poles sont dans le plan de leur horison : mais tous les autres peuples voyent un des poles du ciel élevé sur l'horison, tandis que l'autre est au-dessous. Ceux qui sont dans la partie septentrionale voyent le pole du même nom sur l'horison : & ceux qui sont dans la partie méridionale voyent le pole méridional. Or l'élévation du pole sur l'horison est toujours égale à la latitude : car supposons qu'une homme qui est placé sur l'équateur avance vers le pole boréal, on conçoit que l'horison s'abbaisse du côté vers lequel il avance, tandis qu'il s'éleve de l'autre côté opposé, comme il paroît en ce que ce voyageur découvre des objets qu'il ne voyoit pas auparavant : & cet abbaissement de l'horison au-dessous du pole est égal à la quantité dont cet homme se trouve éloigné de l'équateur : si, par exemple, il est éloigné de l'équateur de 5 deg. son horison sera abbaissé de 5 deg. au-dessous du pole, ou, ce qui revient au même, ce pole sera élevé de 5 deg. sur l'horison, & l'autre pole sera abbaissé de la même quantité au-dessous de la partie opposée de l'horison : ce qui fait voir que l'élévation du pole est égale à la latitude. On peut démontrer cette égalité entre la latitude & l'élévation du pole de la maniere suivante.

Fig. 4. Soit le méridien céleste HZRN, l'horison HR, le zenith Z, l'équateur AETF, les poles P, *p*, l'élévation du pole sera PR, & la distance du zenith à l'équateur céleste sera ZA. Or cette distance mesure la latitude du lieu, puisqu'elle répond à celle qui est entre le lieu & l'équateur terrestre. Cela posé, il faut prouver que l'arc ZA est égal à PR. Depuis le pole P, jusqu'à l'équateur AT il y a un quart de cercle : car le pole d'un cercle est éloigné de 90 deg. de tous les points de sa circonférence.

Par la même raison le zenith Z est éloigné de l'horison HR d'un quart de cercle : les deux arcs PA & ZR sont donc des grandeurs égales, sçavoir des quarts de cercle : par conséquent si on en retranche la partie commune ZP, les restes ZA & PR seront égaux : c'est-à-dire, que la latitude est égale à l'élévation du pole.

17. REMARQUE. L'élévation de l'équateur sur l'horison est le complément de la hauteur du pole par rapport au même lieu : par exemple, la hauteur du pole étant à Paris de 48$_d$ 51$'$, l'élévation de l'équateur sera de 41$_d$ 9$'$: car l'arc ZH du méridien compris entre le zenith & l'horison, est un quart de cercle. Or ce quart de cercle renferme deux parties, sçavoir l'arc ZA qui mesure la latitude du lieu, & l'arc AH qui est l'élévation de l'équateur sur l'horison : ainsi ces deux arcs sont compléments l'un de l'autre. Or la hauteur du pole est égale à la latitude. Par conséquent l'élévation de l'équateur est le complément de la hauteur du pole.

18. La longitude d'un lieu est la distance de ce lieu au premier méridien, ou, ce qui revient au même, c'est l'arc d'un cercle parallele à l'équateur, compris entre le premier méridien & le lieu dont il s'agit. Or cet arc est semblable à celui de l'équateur, qui est entre le premier méridien & le méridien du lieu : ainsi la longitude se mesure par l'un & l'autre arc. Les degrés de longitude se comptent depuis le premier méridien, en avançant toujours vers l'orient, en sorte que si une ville étoit à l'occident du premier méridien & proche de ce cercle, elle auroit près de 360 deg. de longitude, au lieu qu'elle ne peut avoir que 90 degrés de latitude. Nous avons dit qu'on compte les degrés de longitude d'occident en orient : cela vient de ce que si un lieu est plus oriental de 15 deg. qu'un autre, on compte une heure de plus au même instant dans le premier que dans le second : c'est-à-dire, que s'il étoit, par exemple, huit heures dans le second, il seroit au même instant 9 heures dans le pre-

mier : & si le premier étoit de 30 deg. plus oriental, on y compteroit deux heures de plus, &c. La raison en est que le Soleil faisant 360 deg. ou son tour entier d'orient en occident en 24^h, il doit parcourir la 24^{me} partie de 360^d en une heure. Or la 24^{me} partie de 360 est 15.

19. On peut prendre entre les méridiens celui que l'on veut pour premier : il feroit néanmoins à propos, pour éviter la confusion, que tous les Géographes se servissent du même premier méridien : car sans cela deux Géographes attribueront à la même ville différentes longitudes, parce que les mérid. d'où ils commencent à compter seront à différentes distances de la Ville. Ptolemée & les anciens Géographes ont pris pour premier mérid. celui qui passe par l'Isle de Fer, qui est la plus occidentale des Isles Canaries : Louis XIII ordonna qu'on prendroit en France ce premier mérid. c'est ce que tous les Géographes François ont fait depuis ce tems. Cependant l'Académie Royale des Sciences de Paris a coutume de regarder le mérid. qui passe par l'Observatoire de Paris, comme le premier, à cause des observations astronomiques qu'on y fait continuellement : mais les Hollandois comptent pour premier mérid. celui qui passe par l'Isle de Tenerif, qui est encore une des Canaries, ou plutôt par une haute montagne de cette Isle, qu'on appelle le *Pic* de Tenerif.

20. REMARQUE. Deux ou plusieurs lieux, par exemple, deux Villes peuvent avoir la même latitude : cela arrive quand ils sont sur le même cercle parallele à l'équateur : de même tous les lieux qui répondent au même méridien ont la même longitude : mais deux lieux ne peuvent avoir en même tems la même latitude ou septentrionale ou méridionale, & la même longitude, par exemple, 40 deg. de latitude & 30 deg. de longitude, parce qu'il n'y a qu'un seul point de la surface de la terre qui ait en même tems cette latitude & cette longitude, sçavoir le point d'intersection d'un parallele à l'équateur qui est à ce degré de latitude, & d'un méridien qui passe par ce degré de longitude. Ainsi la lati-

tude & la longitude d'un lieu prises ensemble déterminent sa situation sur le globe de la terre : c'est pourquoi si on connoît ces deux choses pour une Ville, on sçaura quelle est sa situation. Nous dirons dans le III. Liv. comment on trouve la latitude & la longitude.

21. Comme les anciens connoissoient une plus grande étendue de pays d'occident en orient que du midi au septentrion, car ils jugeoient la zone torride & les zones glaciales inhabitables, ils ont appellé la premiere dimension longitude ou longueur, & l'autre latitude ou largeur, parce que la plus grande des deux dimensions d'une surface est appellée longueur, & l'autre se nomme largeur.

Dans les Cartes géographiques les degrés de latitude sont à droite & à gauche, & les degrés de longitude se marquent en haut & en bas : les premiers se prennent sur les méridiens, & les autres sur l'équateur ou les paralleles à l'équateur.

22. Il faut à présent parler des différentes positions de la Sphere : on peut les réduire à trois générales, sçavoir la Sphere *droite*, l'*oblique* & la *parallele*. Nous en allons donner les définitions après que nous aurons dit comment on dispose la Sphere armillaire, & le globe soit terrestre, soit céleste, pour une ville dont on connoît la latitude : c'est ce que l'on appelle monter une Sphere horisontalement par rapport à cette ville.

23. Je suppose, par exemple, qu'il s'agit de disposer la sphere ou un globe pour Paris, dont la latitude est presque de 49 deg. J'observe d'abord que les degrés d'élévation du pole sont marqués sur le méridien en commençant au pole; & comme Paris a presque 49 deg. de latitude, il a la même élévation de pole : ainsi je tourne le méridien jusqu'à ce que le pole arctique soit élevé d'environ 49 deg. au-dessus de la partie de l'horison qui est marquée *nord* : pour lors la sphere est montée pour Paris. S'il s'agissoit d'une Ville dont la latitude fût méri-

dionale, il faudroit élever le pole de même nom au-dessus de cette partie qui est marquée *sud*. Cela posé, on entendra aisément comment il faut montrer la sphere par rapport à l'horison, afin qu'elle soit droite, ou oblique, ou parallele.

24. La sphere droite est celle dans laquelle l'équateur coupe l'horison à angles droits; & par conséquent tous les paralleles (on sous-entend *à l'équateur*) sont aussi perpendiculaires à l'horison. Les peuples qui sont sur la ligne équinoctiale, ou dont le zenith répond à l'équateur céleste, ont la sphere droite.

25. La sphere oblique est celle dans laquelle l'équateur coupe obliquement l'horison : telle est la position de la sphere par rappore à ceux qui sont entre l'équateur & les poles de la terre. Ainsi la Sphere est oblique par rapport à tous les habitans de la terre, excepté ceux qui sont sur l'équateur, ou sur les poles.

26. La sphere parallele est celle dans laquelle l'équateur est parallele à l'horison : c'est ainsi que la sphere du monde est disposée pour ceux qui seroient sur les poles de la terre, ou dont le zenith seroit un des poles du monde. Les apparences des mouvemens célestes sont entiérement différentes dans ces trois positions de la sphere mais pour mieux faire concevoir la raison de ces apparences, nous observerons ce qui suit.

1°. On distingue deux sortes de jours, l'un qu'on appelle naturel; l'autre, artificiel.

27. Le jour naturel est la durée d'une révolution entiere du Soleil d'orient en occident, ou le tems qui s'écoule depuis le moment que le Soleil quitte un méridien jusqu'au moment où il revient à la même partie de ce méridien. Tout le monde sçait que ce jour se divise en 24 parties qu'on appelle *heures*.

28. Quoique les cercles parallèles à l'équateur, que le Soleil paroît décrire pendant l'année, soient d'autant plus petits qu'ils sont plus éloignés de l'équateur, cependant le Soleil emploie le même tems à parcourir chacun

de ces cercles : c'eſt pourquoi tous les jours naturels ſont égaux, au moins ſenſiblement.

29. Le jour artificiel eſt le tems pendant lequel le Soleil demeure ſur l'horiſon. Le jour pris en ce ſens eſt oppoſé à la nuit. Il eſt tantôt plus long tantôt plus court : ainſi c'eſt celui dont on parle, quand on dit que les jours ſont plus longs en été qu'en hiver. C'eſt preſque toujours celui-là que nous entendrons dans la ſuite.

30. 2°. On appelle arc diurne la partie d'un cercle parallele à l'équateur, qui eſt parcourue par le Soleil pendant l'eſpace d'un jour artificiel. On voit par-là que cette partie du parallele eſt ſur l'horiſon : mais l'arc nocturne eſt l'autre partie du même cercle qui eſt cachée ſous l'horiſon.

31. 3°. Le Soleil parcourant 15 deg. de l'équateur ou d'un parallele par heure, la durée du jour contient autant d'heures qu'il y a de fois 15 deg. dans l'arc diurne, & la nuit eſt pareillement compoſée d'autant d'heures qu'il y a de fois 15 deg. dans l'arc nocturne.

32. Il ſuit de-là que ſi l'arc diurne d'un parallele contient plus de degrés que l'arc diurne d'un autre parallele coupé par l'horiſon du même lieu, le jour qui répond au premier arc ſera plus long que celui qui répond à l'autre : mais ſi ces arcs ſont ſemblables, les jours qui y répondent ſont égaux. Enfin le jour eſt plus long ou plus court que la nuit, ou bien lui eſt égal, ſelon que l'arc diurne eſt plus long ou plus court que l'arc nocturne, ou que ces deux arcs ſont égaux.

Après ces obſervations nous allons paſſer à l'explication des apparences des mouvemens céleſtes dans les trois poſitions de la ſphere, en ſuppoſant que les cieux & tous les aſtres ſont mûs autour de la terre. Or ſi on entend une fois l'explication de ces apparences dans l'hypotheſe du mouvement des cieux, il ſera facile d'expliquer les mêmes apparences dans l'hypothèſe du mouvement de la terre.

Des apparences de la Sphere droite.

33 1°. Ceux qui ont la ſphere droite, c'eſt-à-dire, qui habitent ſur la ligne, ont pendant toute l'année les jours égaux aux nuits, & par conſéquent égaux entr'eux. La raiſon eſt que l'équateur étant perpendic. à l'horiſon dans cette ſphere, ſon axe, qui eſt auſſi celui du monde, ſe trouve dans le plan de l'horiſon. Or cet axe du monde contient les centres de tous les cercles paralleles à l'équateur que le ſoleil parcourt ſucceſſivement dans l'année ; & par conſéquent chacun de ces paralleles eſt coupé en deux parties égales par l'horiſon ; c'eſt-à-dire que l'arc diurne de chaque parallele eſt égal à l'arc nocturne : ainſi les jours ſont égaux aux nuits ; & de plus les jours ſont égaux entr'eux.

34. 2°. Le Soleil paſſe deux fois par an par leur zenith ; c'eſt le 21 de Mars & le 23 de Septembre, qui ſont les jours auxquels le Soleil décrit l'équateur céleſte où ſe trouve le zenith de ceux qui ont la ſphere droite : & comme un Pays eſt cenſé avoir l'été lorſque le Soleil eſt plus proche de ſon zenith que dans les autres tems de l'année, il s'enſuit que les peuples qui ſont ſur la ligne ont deux étés. On peut dire qu'ils ont auſſi deux hivers, parce que le Soleil s'écarte de part & d'autre de l'équateur juſqu'aux tropiques : mais il ne faut pas conclure de-là qu'ils doivent ſentir un froid ſemblable à celui que nous éprouvons pendant notre hiver, puiſque le Soleil eſt encore plus près de leur zenith, quand il décrit les tropiques, (c'eſt alors qu'arrivent leurs hivers) qu'il n'eſt voiſin du nôtre pendant notre été.

35. 3°. Le Soleil eſt par rapport à eux du côté du ſeptentrion depuis le 21 de Mars & le 23 du mois de Septembre, & depuis ce jour juſqu'au 21 de Mars de l'année ſuivante, il eſt du côté du midi. Cela vient de ce que pendant les ſix premiers mois le Soleil décrit la moitié de l'écliptique ſituée dans la partie ſeptentrionale, & que pendant les ſix autres mois il parcourt l'autre moitié de l'écliptique qui eſt dans la partie méridion.

36. 4°. Lorſque le Soleil décrit l'équateur, ce qui arrive environ le 21 de Mars & le 23 de Septembre, l'ombre des objets perpendiculaires à l'horiſon, c'eſt-à-dire, la trace de cette ombre qui paroît ſur un plan horiſontal, tend directement vers l'occident depuis le matin juſqu'à midi; à midi il n'y a point d'ombre, ou plutôt elle eſt au-deſſous du corps; & enfin depuis midi juſqu'au ſoir, l'ombre eſt dirigée droit vers l'orient. Tout cela vient de ce que l'ombre doit toujours être dans la partie oppoſée au Soleil. Il arrive par la même raiſon que l'ombre de midi eſt tous les jours dirigée vers le ſud lorſque le Soleil eſt dans les ſix ſignes ſeptentrionaux, & qu'elle eſt dirigée droit au nord lorſqu'il eſt dans les ſignes méridionaux.

37. 5°. Les peuples qui ont la ſphere droite voient les deux poles dans le plan même de l'horiſon, parce que n'ayant point de latitude, un des poles ne peut être élevé ſur l'horiſon, ni l'autre abbaiſſé au deſſous du plan de ce cercle.

38. 6°. Ils voient toutes les étoiles dans l'eſpace de 24 heures, puiſqu'en faiſant leurs révolutions elles ſont 12 heures ſur l'horiſon, & 12 heures au-deſſous: nous avons déja apporté la cauſe de cet effet, en montrant dans la premiere apparence que l'horiſon de cette ſphere coupe en deux parties égales tous les cercles que le Soleil & tous les aſtres décrivent chaque jour.

Des apparences de la Sphere oblique.

Afin d'entendre mieux les raiſons de ces apparences, nous établirons deux principes après les définitions ſuivantes.

39. On appelle ſphere boréale celle dans laquelle le pole ſeptentrional eſt élevé ſur l'horiſon: ainſi tous ceux qui habitent ſur l'hémiſphere ſeptentrional de la terre, ont la ſphere boréale. La ſphere auſtrale eſt celle dans laquelle le pole méridional eſt élevé ſur l'horiſon. Par

conséquent ceux là ont la sphere australe qui habitent sur l'hémisphere méridional de la terre. L'une & l'autre est ou oblique ou parallele. Mais quand nous dirons simplement la Sphere boréale ou australe, nous entendrons toujours l'oblique, parce que la parallele ne convient qu'à deux points de la terre, sçavoir les deux poles, qui même ne sont pas habités suivant les apparences.

Premier Principe.

40. Dans la sphere oblique tous les cercles paralleles à l'équateur que le soleil décrit pendant l'année, sont coupés en deux parties inégales par l'horison, excepté l'équateur : car puisque l'horison de la sphere oblique ne passe pas par les poles du monde; mais que l'un est élevé sur l'horison, & l'autre abbaissé au-dessous, il est nécessaire que l'arc supérieur de chaque parallèle qui est entre l'équateur & le pole élevé, soit plus grand que l'arc inférieur; c'est-à-dire, celui qui est au dessous de l'horison : au contraire de l'autre côté de l'équateur l'arc supérieur est moindre que l'arc inférieur. Ainsi dans la sphere boréale, les arcs supérieurs ou diurnes des paralleles qui sont situés entre l'équateur & le pole arctique sont plus grands que les arcs nocturnes : c'est le contraire pour les paralleles qui sont de l'autre côté de l'équateur : mais dans la sphere australe les arcs diurnes des paralleles situés du côté du pole méridional, sont plus grands que les arcs nocturnes : c'est le contraire du côté du pole septentrional. Tout cela vient de ce que l'axe du monde ou de l'équateur passe par le centre de tous les paralleles. Or cet axe est au-dessus de l'horison depuis l'équateur jusqu'au pole élevé; & il est au-dessous depuis le même cercle jusqu'au pole abbaissé : ainsi les arcs diurnes sont plus grands que les nocturnes du côté du pole élevé; ils sont plus petits entre l'équateur & le pole abbaissé.

SECOND PRINCIPE.

41. Dans la ſphere boréale les arcs ſupérieurs ou diurnes des paralleles ſont d'autant plus grands, c'eſt-à-dire, qu'ils contiennent d'autant plus de degrés, que les paralleles ſont plus voiſins du pole arctique; ainſi puiſque le tropique du *cancer* ou de l'écreviſſe eſt plus voiſin de ce pole que les autres paralleles que le Soleil parcourt par ſon mouvement journalier, il s'enſuit que l'arc diurne du tropique du *cancer* eſt plus grand dans la ſphere boréale que l'arc diurne des autres paralleles : mais le tropique du capricorne étant plus éloigné du pole arctique que tous les autres cercles paralleles que le Soleil décrit, il faut que l'arc diurne de ce tropique ſoit le plus petit de tous dans cette ſphere. Le contraire arrive dans la ſphere auſtrale; car dans celle-ci le plus grand de tous les arcs diurnes eſt celui du tropique du capricorne, & le plus petit de tous eſt celui du tropique du *cancer*. Ce ſecond principe eſt fondé, de même que le premier, ſur ce que l'axe du monde paſſe par le centre de tous les paralleles.

42. Dans ces deux principes nous parlerons ſeulement de ce qui arrive aux peuples qui ont la ſphere oblique, en ſorte néanmoins qu'ils habitent entre l'équateur & un des deux cercles polaires. Car pour ceux qui ſont dans la zone froide, un des tropiques eſt entiérement au-deſſus de l'horiſon, & l'autre eſt entiérement caché au-deſſous; par conſéquent ces deux cercles ne ſont pas partagés en deux arcs, dont l'un ſoit diurne & l'autre nocturne. Il faut juger de même de pluſieurs cercles paralleles qui ſont entre l'équateur & le tropique élevé, dont il y en a d'autant plus qui ſont tout entiers ſur l'horiſon, que les peuples ſont plus près des poles.

43. La figure 5 ſervira à éclaircir ces deux principes, & ce que nous dirons dans la ſuite. Soit le cercle HPR*p* qui repréſente le colure des ſolſtices qui paſſe par les Fig. 5.

poles du monde P, p, & sur le plan duquel on conçoive la sphere comme applatie, en sorte que cet applatissement se fasse perpendiculairement au plan; pour lors l'équateur & tous les cercles qui lui sont paralleles, paroîtrout comme des lignes droites, aussi bien que l'horison & l'écliptique: soit donc l'horison HR, l'écliptique EL, l'équateur AT, le tropique du cancer EF, & le tropique du capricorne IL; les paralleles que décrit le Soleil soient les lignes comprises entre EF & IL; les points solstitiaux seront E & L, l'un & l'autre points équinoxiaux seront le point C, qui est l'intersection de l'équateur & de l'écliptique.

44. Nous allons expliquer un peu en détail ce qui regarde l'écliptique: le point du solstice d'hiver étant L, & celui du solstice d'été E, la ligne LCE représentera l'arc qui contient les signes ascendans, & la même ligne ECL prise en un autre sens représentera l'autre moitié de l'écliptique qui contient les signes ascendans: pareillement les points équinoxiaux étant désignés par C, l'arc qui renferme les signes septentrionaux sera CEC, & celui qui contient les signes méridionaux sera CLC. De plus la ligne HR représentant l'horison, les parties des lignes paralleles qui sont au-dessus, telles que sont 1E1, 2B2, 3D3, &c. réprésentent les arcs diurnes; & les parties qui sont au-dessous de HR, sont les arcs nocturnes.

45. Cela posé, il est visible 1°. selon le premier principe, que tous les paralleles que décrit le Soleil, excepté l'équateur, sont coupés en deux parties inégales; 2°. que suivant l'autre principe, les arcs diurnes qui sont plus voisins du pole élevé P, sont plus grands que ceux qui en sont plus éloignés, c'est-à-dire, qu'ils contiennent plus de degrés de leurs cercles que les autres. Après tout ce que nous venons de dire, on entendra aisément les différentes apparences que nous allons expliquer.

46. 1°. Le 21 de Mars & le 23 de Septembre le jour

eſt égal à la nuit dans toutes les parties de la terre. Cela vient de ce que le ſoleil décrit l'équateur pendant ces deux jours. Car l'équateur & l'horiſon étant deux grands cercles de la ſphere, ils ſe coupent mutuellement en deux parties égales; ainſi l'arc diurne de l'équateur eſt égal à l'arc nocturne : & de-là ſuit l'égalité du jour à la nuit par toute la terre, excepté les deux poles de la terre par rapport auxquels le Soleil ſe leve ou ſe couche ce jour-là.

47. 2°. Dans la ſphere oblique boréale, le plus long jour de l'année eſt le 21 de Juin, & le plus court eſt le 21 de Décembre : c'eſt le contraire dans la ſphere oblique auſtrale. La raiſon de cette apparence eſt que le 21 Juin le ſoleil décrit le tropique du Cancer qui eſt plus près du pole élevé que tous les autres paralleles que le Soleil décrit pendant le reſte de l'année & par conſéquent ſelon le ſecond principe l'arc diurne de ce parallele eſt plus grand que celui de tous les autres : ainſi ce jour doit être plus long que les autres. Par la raiſon oppoſée le 21 de Décembre doit être le jour le plus court de toute l'année, parce que le tropique du Capricorne, que le Soleil parcourt alors, eſt plus éloigné du pole élevé ſur l'horiſon que tout autre parallele du Soleil. On voit facilement par-là pourquoi le contraire arrive dans la ſphere oblique auſtrale.

48. 3°. Dans la ſphere oblique boréale les jours croiſſent depuis le 21 Décembre juſqu'au 21 Juin de l'année ſuivante, & ils décroiſſent enſuite depuis le 21 Juin juſqu'au 21 Décembre. Depuis le 21 Décembre juſqu'au 21 Juin ſuivant, le Soleil s'approche continuellement du pole élevé, & par conſéquent l'arc diurne doit être plus grand de jour en jour ſelon le ſecond principe. Ainſi les jours doivent augmenter : mais depuis le 21 Juin juſqu'au 21 Déc. le Soleil s'éloigne de plus en plus de ce pole élevé; ainſi les jours doivent devenir plus courts pendant tout ce tems. Il paroît par ce qu'on vient

de dire que le contraire arrive dans la ſphere auſtrale.

49. 4°. Dans la ſphere boréale les jours ſont plus longs que les nuits depuis le 21 de Mars juſqu'au 23 de Sept. & depuis ce jour juſqu'au 21 de Mars de l'année ſuivante les jours ſont plus courts que les nuits. C'eſt que pendant le premier intervalle le Soleil parcourt la partie ſeptentrionale de l'écliptique. Or ſuivant le premier principe les paralleles qui ſont de ce côté de l'équateur, ont tous leur arc diurne plus grand que le nocturne : mais pendant le ſecond intervalle le Soleil décrit la partie de l'écliptique qui eſt de l'autre côté de l'équateur, & pour lors l'arc diurne eſt moindre que l'arc nocturne. Le contraire arrive dans la ſphere auſtrale par les raiſons oppoſées.

50. 5°. Dans la ſphere oblique, ſoit boréale, ſoit auſtrale, les jours également éloignés d'un même ſolſtice ſont égaux. Par exemple, le premier de Juin & le 11 de Juillet ſont égaux, à cauſe qu'ils ſont également éloignés du ſolſtice d'été, qui tombe au 21 Juin. La raiſon en eſt que le Soleil décrit le même parallele dans deux jours qui ſont également éloignés d'un même ſolſtice.

51. 6°. Dans la ſphere oblique, ſoit boréale, ſoit auſtrale, il y a deux nuits qui ont la même durée que les deux jours égaux dont on vient de parler, quels que ſoient ceux que l'on choiſiſſe. Ces deux nuits arrivent l'orſque le Soleil parcourt le parallele autant éloigné de l'équateur vers un côté que l'eſt celui d'où vient l'égalité des deux jours lequel eſt ſitué de l'autre côté de l'équateur. Car il eſt facile de voir que l'arc nocturne du premier de ces paralleles correſpondans eſt égal à l'arc diurne du ſecond.

52. Il ſuit de cette apparence que les nuits de l'automne & de l'hiver ſont égales aux jours du printems & de l'été ; & que les nuits du printems & de l'été ſont égales aux jours de l'automne & de l'hiver : ainſi il y a dans la ſphere oblique, ſoit boréale, ſoit auſtrale, ſix

mois de jours & six mois de nuits pendant l'année. Nous n'avons point d'égard, en parlant de toutes ces apparences, à l'effet causé par la réfraction des rayons du Soleil le matin & le soir, & nous comprenons la durée des crépuscules dans celle de la nuit.

53. 7°. Dans la sphere oblique boréale, depuis le solstice d'hiver jusqu'au solstice d'été, le Soleil se leve & se couche à des points de l'horison qui s'approchent de plus en plus du nord, & les hauteurs méridiennes augmentent chaque jour. Depuis le solstice d'été jusqu'au solstice d'hiver les points du lever & du coucher du Soleil approchent de plus en plus du sud, & les hauteurs méridiennes diminuent chaque jour. Cela vient de ce que le Soleil parcourt pendant le premier intervalle la moitié du zodiaque qui est la partie ascendante, laqu'elle s'étend depuis le tropique du Capricorne jusqu'au tropique du Cancer : mais pendant le second intervalle, le Soleil décrit la partie descendante du Zodiaque qui commence au tropique du *Cancer*, & qui se termine au tropique du Capricorne. Dans la sphere australe les points du lever & du coucher du Soleil s'approchent du sud depuis le solstice d'hiver jusqu'à l'autre solstice & s'en éloignent ensuite le reste de l'année jusqu'au solstice d'hiver : il faut entendre les solstices d'hiver & d'été pour cette sphere.

54. REMARQUE. Les tropiques n'étant éloignés l'un de l'autre que de 46 degrés 57 minutes, le Soleil levant ou couchant ne parcourt du sud au nord qu'un arc de cette quantité dans la sphere droite, parce que l'horison y étant perpendiculaire aux deux tropiques, l'arc de ce cercle en doit mesurer la distance. Mais il n'en est pas ainsi dans la sphere oblique dans laquelle les points du lever des deux solstices sont d'autant plus éloignés, que l'obliquité de la sphere est plus grande. L'arc de l'horison compris entre ces deux points est environ de 74^d à la latitude de Paris.

55. 8°. Dans la ſphere oblique ceux qui ont leur zenith hors des tropiques ou qui habitent hors de la zone torride, n'ont jamais le Soleil vertical, mais ils l'ont toujours ſitué du même côté à midi : ceux qui ſont dans la partie ſeptentrionale, ont le ſoleil ſitué à midi vers le ſud ; d'où il arrive que leur ombre méridienne eſt dirigée vers le nord, c'eſt ce qu'éprouvent tous les peuples de l'Europe & preſque tous ceux de l'Aſie : pour ce qui eſt de ceux qui ſont dans la partie méridionale, ils ont toujours le Soleil vers le nord à midi, & par conſéquent leur ombre méridienne tend vers le ſud. Cela vient de ce que le Soleil ne paſſe jamais au-delà des deux tropiques. Il eſt clair que tous ces peuples qui habitent hors de la zone torride n'ont qu'un été & un hiver.

56. 9°. Ceux qui ayant la ſphere oblique habitent néanmoins entre les deux tropiques, éprouvent quelque choſe de ſemblable à ce qui arrive à ceux qui ont la ſphere droite. 1°. Le Soleil eſt deux fois l'année vertical à midi par rapport à eux, parce qu'il décrit deux fois par an le parallele qui paſſe par leur zenith, auſſi-bien que chacun des autres paralleles. 2°. Ils ont deux étés & deux hivers : leurs étés arrivent quand le Soleil eſt proche de leur zenith à midi : & leurs hivers quand il en eſt le plus éloigné, ſoit vers le nord, ſoit vers le Sud. Il faut pourtant remarquer qu'entre les peuples qui habitent la zone torride, ceux qui ſont près d'un des tropiques, n'ont à proprement parler, qu'un hiver : ſçavoir quand le ſoleil eſt vers le tropique le plus éloigné. 3°. Le Soleil à midi eſt tantôt vers le nord, tantôt vers le ſud ; & par conſéquent les ombres méridiennes tombent quelquefois vers un pole, & quelquefois vers l'autre. Pour ce qui eſt des deux jours auxquels le Soleil eſt vertical à midi, l'ombre diſparoît dans ce moment.

57. 10°. Plus la hauteur du pole ou la latitude eſt grande dans la ſphere boréale, plus les jours ſont longs depuis le 21 de Mars juſqu'au 23 de Septembre, plus

au contraire ils sont courts depuis le 23 de Septembre, jusqu'au 21 de Mars; ensorte néanmoins que les plus longs jours sont ceux qui sont les plus proches du solstice d'été, & les plus courts sont ceux qui approchent le plus du solstice d'hiver. La raison de cette apparence est que les arcs diurnes des paralleles qui sont entre l'équateur & le pole élevé, sont d'autant plus grands que le pole est plus élevé, & quand la hauteur du pole est telle, que le tropique du cancer est tout entier sur l'horison; de sorte néanmoins qu'il touche encore d'un côté, & le tropique du capricorne est tout entier au-dessous, alors le Soleil demeure sur l'horison pendant tout le tems qu'il décrit le tropique élevé, sçavoir pendant la durée de 24 heures, & il reste autant de tems caché, lorsqu'il décrit le tropique du capricorne. On voit bien ce qui doit arriver dans la sphere australe en pareilles circonstances.

58. Afin que le tropique le moins éloigné du pole élevé soit tout entier sur l'horison, de façon cependant qu'il le touche encore, il faut que la hauteur du pole ou la latitude soit de $66^d\ 32'$, telle qu'elle est au cercle polaire. En effet, si on prend au-dessous du pole élevé un arc du méridien de $66^d\ 32'$, en comptant depuis ce pole, le point qui terminera cet arc répondra à la partie inférieure du tropique; car le tropique est distant du pole de cette quantité: ainsi, puisque l'horison passe par ce point, qui est le terme de la distance du pole élevé à l'horison, il est nécessaire que le tropique soit tout entier sur l'horison. Cela s'entendra facilement par la figure 6, dans laquelle le cercle HPR*p* représente le méridien, P*p* les deux poles, HR l'horison, EF le tropique du cancer, LI le tropique du capricorne. Si on suppose que l'élévation PH est de $66^d\ 32'$, il est évident que le tropique EF, qui est éloigné du pole de la même quantité, sera tout entier sur l'horison; & que l'autre tropique IL sera tout entier au-dessous, à cause que l'arc *p*R, égal à

PH, eſt le même que pI, qui eſt la diſtance du pole inférieur à ce tropique.

59. 11°. Il paroît par ce qu'on vient de dire, que quand l'élévation du pole ſurpaſſe 66^d 32′, il y a pluſieurs cercles paralleles du Soleil, qui ſont tout entiers ſur l'horiſon, & qu'il y en a auſſi pluſieurs entiers au-deſſous. Or de là il ſuit que le jour le plus long contient deux fois autant 24 heures, & encore une fois de plus, qu'il y a de paralleles entiers ſur l'horiſon, ſans compter le tropique. Si, par exemple, il y a ſix paralleles ſur l'horiſon outre le tropique, le plus long jour contiendra 13 fois 24 heures. La raiſon eſt que le Soleil parcourt deux fois chaque parallele, une fois en allant vers le tropique, & l'autre fois en s'en retournant; mais pour le tropique, il ne le décrit qu'une fois. Il faut dire la même choſe de la plus longue nuit, qui eſt toujours égale au plus long jour.

60. 12°. Ceux qui ont la ſphere oblique ont certaines étoiles qui ſont toujours ſur l'horiſon, ſçavoir celles dont la diſtance au pole élevé eſt moindre que la hauteur de ce pole. Il y a d'autres étoiles qui ne paroiſſent jamais ſur leur horiſon : ce ſont celles qui ſont moins éloignées du pole abaiſſé, que ce pole ne l'eſt de l'horiſon. Ainſi, à la latitude de Paris, les étoiles qui ne ſont pas diſtantes du pole arctique au-delà de 48^d 51′, ſont toujours ſur l'horiſon, & celles qui ſont moins éloignées du pole antarctique de 48^d 51′ ne ſe levent jamais.

61. Après tout ce que nous avons dit, on entendra aiſément les raiſons des obſervations ſuivantes qui appartiennent encore à la ſphere oblique. 1°. Tous ceux qui ſont dans la même ſphere hors des tropiques, ont chacune des ſaiſons de l'année dans le même tems, c'eſt-à-dire, lorſque le Soleil répond à la même partie de l'écliptique : ainſi, par exemple, quoique la France & la Chine ſoient très-éloignées l'une de l'autre, cependant ces deux pays ont l'été dans le même tems, j'en dis au-

tant des trois autres saisons : 2°. Au contraire ceux qui ont différentes spheres obliques, & qui habitent hors des tropiques, ont des saisons différentes en même tems: les uns ont l'été, par exemple, tandis que les autres sont en hiver : ainsi les *antipodes*, c'est-à-dire, ceux qui habitent des parties de la terre diamétralement opposées, ont des saisons contraires en même tems, pourvû qu'ils ne soient pas sur l'équateur, ni près de ce cercle. 3°. Ceux qui sont sur le même parallele ont tous non-seulement la même saison dans le même tems; mais de plus chaque jour est de même longueur pour eux tous, quoiqu'ils ne l'ayent pas en même tems; car si les uns sont sur une partie de ce cercle, & les autres sur une partie opposée du même cercle, les premiers auront le jour, tandis que les autres auront la nuit.

62. Il faut remarquer que ceux qui sont sur des parties opposées du même parallele ne sont pas antipodes; parce que si on conçoit une ligne tirée des uns aux autres dans l'intérieur de la terre, elle ne passera pas par le centre du globe de la terre, & n'en sera pas par conséquent un diamètre; cependant s'il est question de l'équateur, ceux qui habitent les parties opposées de ce cercle sont antipodes.

63. Les personnes qui commencent à étudier la sphere, ont peine à comprendre comment nos antipodes peuvent se tenir sur la surface de la terre : il leur semble que ces gens, qui répondent à nos pieds, devroient tomber en s'écartant de la terre; mais ils en jugeront autrement, s'ils font réflexion que tomber, c'est s'approcher du centre de la terre vers lequel les corps pesans sont poussés par l'effort de la pesanteur. Or si nos antipodes s'écartoient de la terre en allant vers le ciel, comme on se l'imagine communément, bien loin de s'approcher du centre de la terre, ils s'en éloigneroient; ainsi ils ne tomberoient pas, mais au contraire ils monteroient; ce qui est opposé à la loi des corps pesans : par conséquent ils ne

doivent pas s'écarter de la terre, puisqu'ils sont poussés comme nous vers son centre, lequel est entr'eux & nous.

Les apparences de la Sphere parallele.

64. Nous avons dit que la sphere est parallele, quand l'horison est parallele à l'équateur. Or, pour avoir l'horison situé en cette maniere, il faut être sur un des poles de la terre, & par conséquent le zenith doit répondre à un des poles du ciel. D'où il suit que l'élévation ou la hauteur du pole y est de 90 degrés : on doit dire la même chose de la latitude. Il est vraisemblable qu'il n'y a point de peuple qui habite dans cet endroit de la terre, à cause du froid extrême qu'il doit y faire. Quoi qu'il en soit, voici les apparences qu'y produisent les mouvemens des astres, & sur-tout du Soleil.

65. 1°. Dans la sphere parallele, l'année n'est composée que d'un jour & d'une nuit, qui sont l'un & l'autre de six mois. La raison en est que tous les paralleles placés entre l'équateur & le tropique supérieur, sont tout entiers sur l'horison, puisque dans cette sphere, ce cercle se confond avec l'équateur. Par la même raison tous les paralleles compris entre l'équateur & le tropique inférieur, sont cachés tout entiers sous l'horison de cette sphere : ainsi la nuit doit durer pendant six mois sans interruption. Dans la sphere parallele boréale, le jour commence au 21 de Mars, & finit au 23 de Septembre ; & dans l'australe, il commence au 23 de Septembre, & finit au 21 de Mars.

66. REMARQUE. Quand on dit que la nuit dure six mois, on y comprend les crépuscules, qui commencent environ deux mois avant le lever du Soleil, & ne finissent que deux mois après son coucher ; car le crépuscule doit commencer le matin, quand il est encore 18^d au dessous de l'horison, & ne doit finir le soir que lorsqu'il est arrivé à 18^d au-dessous ; c'est-à-dire, quand il y a 18^d de déclinaison, parce que dans cette sphere la hau-

teur ou l'abaiſſement du Soleil à l'égard de l'horiſon, eſt la même choſe que ſa déclinaiſon, ou ſa diſtance de l'équateur. Or quand le Soleil revient à l'équateur, & qu'il en eſt encore éloigné de 18^d, il faut preſque deux mois pour qu'il y parvienne; & quand il répond à ce cercle, il employe le même tems pour s'en écarter de 18^d.

67. Les deux mois reſtans pendant leſquels il n'y a point de crépuſcule, ne ſont pas une nuit profonde & continuelle; car la Lune ſe montre deux fois pendant ce tems, & demeure ſur l'horiſon 15 jours à chaque fois. Il ne reſte donc plus qu'un mois pendant lequel on ne voit que les étoiles & quelques planettes.

68. 2°. Le Soleil tourne parallélement à l'horiſon dans l'eſpace de 24 heures; c'eſt que l'horiſon ſe confondant avec l'équateur dans cette ſphere, les cercles paralleles à l'équateur, qui ſont décrits par le Soleil en 24 heures, ſont auſſi paralleles à l'horiſon.

69. 3°. Les ombres tournent tout autour des objets en 24 heures. Cela eſt néceſſaire, puiſque le Soleil décrit en ce tems un cercle parallele à l'horiſon.

70. 4°. Enfin les étoiles ne ſe levent ni ne ſe couchent jamais dans cette ſphere : celles qui ſont ſur l'horiſon pendant un tems y demeurent toujours, & celles qui ſont au deſſous y reſtent auſſi toujours. La raiſon de cette apparence vient de ce que les étoiles n'ont qu'un mouvement qui ſoit bien ſenſible, au moins pendant aſſez long-tems; ſçavoir le mouvement d'orient en occident, qui ſe fait ſur des cercles paralleles à l'équateur, & par conſéquent à l'horiſon de cette ſphere. Néanmoins après un aſſez grand nombre d'années, comme de cent ans, quelques étoiles peuvent ſe lever, & d'autres ſe coucher, à cauſe d'un mouvement très-lent vers l'orient, par lequel elles font un degré environ en 70 ans, ſur des cercles paralleles à l'écliptique.

71. Il paroît par tout ce que nous avons dit ſur les apparences des trois diſpoſitions générales de la ſphere,

que la durée de toutes les nuits d'une année prises ensemble, est égale à celle de tous les jours. Il n'y a point de difficulté à l'égard de la sphere parallele dont nous venons de parler. Cela est encore évident par rapport à la sphere droite, puisque chaque jour & chaque nuit sont de 12 heures. Il n'y auroit que dans la sphere oblique où il pourroit y avoir quelque difficulté. Or nous avons vû (art. 52.) que l'égalité dont nous parlons s'y trouve aussi.

72. Après ce que nous avons dit, on entendra facilement quelques petits Problêmes pour résoudre, par le moyen d'un globe terrestre, plusieurs questions que l'on peut faire touchant le lever & le coucher du soleil, & l'heure qu'il est en même tems dans différens lieux. La solution de ces Problêmes dépend d'un petit cercle qu'on appelle *horaire*, qui est attaché au méridien, & qui a pour centre le pole septentrional, qui est le pole élevé par rapport à nous. Il y a 12 heures marquées sur la demi circonférence orientale de ce petit cercle, & autant sur l'occidentale : les 12 heures de la demi-circonférence orientale commencent à la partie inférieure, & finissent à la supérieure; mais elles sont placées d'une maniere opposée sur la demi-circonférence occidentale. Le bout de l'axe de la sphere, qui est au centre du cercle horaire, porte une aiguille qui tourne & montre différentes heures, lorsqu'on fait tourner la sphere.

73. Il y a encore une autre chose à observer dans la sphere & dans le globe terrestre pour les Problêmes dont il s'agit : ce sont les différens tours ou cercles qui sont peints sur la largeur de l'horison : ils se réduisent à trois; le premier, ou le plus extérieur, contient les noms des vents; le second les noms des mois; le troisiéme enfin, les noms des signes du zodiaque. Or les noms des mois avec leurs jours, sont tellement disposés, qu'ils répondent aux degrés & aux noms des signes que le Soleil décrit pendant ces mois : par exemple, le 21 du mois de

Mars répond au commencement d'*aries*, parce que le Soleil entre ce jour-là dans ce signe.

74. Il est bon d'avertir qu'il ne faut pas s'attendre à une grande précision, quand on en viendra à la pratique des méthodes suivantes ; il faudroit pour cela que le globe fût fort grand, & qu'il fût construit avec toute l'exactitude possible : aussi ne proposons nous ces méthodes que comme une espéce d'amusement ingénieux. Nous donnerons dans le troisiéme Livre la maniere de résoudre les mêmes Problêmes avec une exactitude entiere, par le moyen du calcul.

Nous ne dirons pas ici comment on trouve la latitude & la longitude des Villes marquées sur le globe, parce qu'il n'y a aucune difficulté après ce que nous avons exposé sur l'une & sur l'autre. Nous répéterons seulement en peu de mots, au commencement du Problême suivant, ce qui a été expliqué ailleurs (art. 23.) touchant la maniere de monter un globe ou une sphere horisontalement.

75. *Trouver à quelle heure le Soleil se leve ou se couche à un jour proposé par rapport à un lieu dont on connoît la latitude, & quelle est la longueur de ce jour.*

Supposons que le jour proposé est le premier Juillet, & que le lieu est la Ville de Paris, dont la latitude est d'environ 49 degrés. Il faut monter la sphere horisontalement pour Paris, en élevant le pole septentrional au-dessus de l'horison presque de 49 degrés. (On éleve le pole septentrional, parce que c'est celui qui est plus proche du zenith de Paris). Après cette préparation on cherchera 1°. sur l'horison quel est le degré du signe auquel répond le Soleil le premier Juillet, & on trouvera que c'est le dixiéme degré du *cancer*. 2°. On cherchera le dixiéme degré du cancer sur le zodiaque, & on tournera la sphere de maniere que ce degré réponde au méridien. 3°. La sphere étant dans cette situation, on mettra l'aiguille des heures sur midi, parce qu'on suppose que la sphere étant ainsi disposée, il est midi à Paris, & on fera tourner la sphere vers l'orient, jusqu'à ce que le dixiéme degré du cancer marqué sur l'écliptique, réponde à l'horison oriental : la sphere étant dans cette situation, l'aiguille horaire marquera l'heure du lever du Soleil à Paris le premier de Juillet : on trouvera que c'est environ à 4 heures du matin. Or le moment de midi étant également éloigné du lever & du coucher, au moins sensiblement, on conclura que le Soleil se couche ce jour là à huit heures du soir, & que par conséquent la durée de ce jour est de 16 heures.

76. On peut par cette méthode trouver dans quel climat est située une Ville dont on connoît la latitude : car il ne faut pour cela que chercher la durée du plus long jour de l'année, qui est celui auquel le Soleil répond au premier degré du cancer, & compter autant de climats qu'il y a de demi-heures dans ce plus long jour au-dessus de 12 heures. Ainsi le plus long jour à Paris étant d'environ 16 heures, cette Ville est à la fin du huitiéme climat.

77. *Quand il est midi à une Ville, par exemple à Paris, trouver l'heure qu'il est à une autre Ville.*

Il faut tourner le globe jusqu'à ce que Paris soit sous le méridien, & mettre pour lors l'aiguille des heures sur midi ; ensuite faire tourner le globe jusqu'à ce que l'autre Ville, que je suppose être Constantinople, soit sous le méridien, & regarder sur quelle heure est l'aiguille ; c'est l'heure qu'il est à Constantinople, lorsqu'il est midi à Paris. On trouvera qu'il est environ une heure trois quarts après midi. De même si on veut sçavoir quelle heure il est à Paris, quand il est midi à Constantinople, on placera cette derniere Ville sous le méridien, & on mettra alors l'aiguille sur midi ; puis on tournera le globe jusqu'à ce que Paris réponde au mérid. & on trouvera qu'il est $10^{h}\frac{1}{4}$ à Paris, quand il est midi à Constantinople.

78. *Trouver quelle heure il est dans tous les endroits de la terre, quand il est une certaine heure à un lieu, par exemple, à Paris.*

Je suppose qu'il soit 9 heures du matin à Paris. Il s'agit de trouver quelle heure il est en même tems dans tous les autres lieux marqués sur le globe terrestre. Je tourne le globe jusqu'à ce que Paris soit sous le méridien, & je mets ensuite l'aiguille du cercle horaire sur 9 heures du matin : après cela je fais tourner le globe. & je regarde quelle heure marque l'aiguille, lorsqu'une Ville est sous le méridien : c'est l'heure qu'il est à cette Ville, quand il est 9 heures du matin à Paris : ainsi parce que Rome se trouvant sous le méridien, l'aiguille marque presque $9^h \frac{3}{4}$ du matin, on en conclura qu'il est presque $9^h \frac{3}{4}$ à Rome, quand il est 9 heures du matin à Paris : on trouvera pareillement que dans le même tems il est un peu plus de $10^h \frac{3}{4}$ du matin à Alexandrie, presque $11^h \frac{1}{4}$ à Jérusalem, plus de $11^h \frac{1}{2}$ à Moscow, plus de midi un quart à Ispaham en Perse. Toutes ces Villes sont à l'orient de Paris ; c'est pourquoi le jour y est plus avancé. Voici d'autres Villes qui sont à l'occident, dans lesquelles par conséquent on trouvera le jour moins avancé qu'à Paris : on verra, par exemple, qu'il est presque $8^h \frac{1}{2}$ du matin à Cadiz ; qu'il n'est pas encore $4^h \frac{1}{4}$ du matin à Kebec en Canada ; qu'il est un peu plus de $3^h \frac{1}{2}$ du matin à Portobello, environ 2^h du matin à Mexico, Capitale du Mexique. On ne regarde pas ici le méridien du globe, comme étant celui du matin, mais comme un méridien en général.

79. Si on n'avoit point de globe terrestre, il faudroit sçavoir la différence des longitudes, & réduire en heures & en minutes les degrés que cette longitude contiendroit, en comptant une heure pour 15 deg. 4 min. d'heure pour un degré, & une min. d'heure pour 15 min. de degré, parce que le Soleil parcourt 15 deg. par heure, en allant d'orient en occident. Ainsi, parce que la différence des longitudes entre Paris & Goa, dans les Indes, est de $71^d\ 25'$ vers l'orient, le Soleil est plus avancé à Goa qu'à Paris de 4 heures 45^m 40 secondes ; c'est-à-dire, qu'il est déja 4^h 45 min. 40 sec. du soir à Goa, quand il est midi à Paris. On trouvera à la fin du quatriéme Livre

une Table de la différence des longitudes ou des mérid.

Il y a encore plusieurs autres Problêmes semblables que nous omettons ici, parce qu'il seroit inutile de nous y arrêter. Quiconque entend bien ce que nous avons dit sur la Sphere, n'a pas besoin qu'on lui explique ces méthodes, qui sont plus curieuses qu'utiles. Nous allons proposer & expliquer les principaux phénomenes de la Lune.

Du mouvement & des apparences de la Lune.

On remarque trois principaux phénomenes par rapport à la Lune; ses différentes situations eu égard au Soleil, ses diverses formes qu'on appelle *phases*, & enfin les éclipses, soit de Soleil, soit de Lune.

80. Les différentes situations de la Lune par rapport au Soleil, consistent en ce qu'elle est tantôt à l'orient, tantôt à l'occident du Soleil : quelquefois elle répond au même point de l'écliptique que le Soleil, qui est beaucoup plus distant de la terre que cette planete : quelquefois elle est éloignée du Soleil de 180 degrés. Quand elle est à-peu-près entre le Soleil & la terre, ou plutôt quand elle répond au même demi-cercle de latitude que le Soleil, on dit qu'elle est en conjonction par rapport à cet astre; mais lorsqu'elle en est éloignée de 180 degrés en longitude, on dit qu'elle est en opposition avec le Soleil, à cause que ces deux astres répondent pour lors à des points du ciel opposés l'un à l'autre, ou du moins à des parties opposées du même cercle de latitude. Nous avons dit (Liv. I. art. 48.) que les cercles de latitude sont de grands cercles perpend. à l'écliptique. Lorsque la Lune répond au même demi-cercle de latitude que le Soleil, elle a la même longitude; & on dit qu'elle répond pour lors au même deg. de l'écliptique que cet astre, quoiqu'elle ne soit pas dans ce cercle.

81. Les phases de la Lune sont les différentes formes qu'elle prend. On l'appelle nouvelle, quand elle ne paroît pas éclairée. On dit qu'elle est pleine, lorsqu'elle se montre comme un cercle lumineux ; elle est dans ses quartiers, quand elle paroît en demi-cercle. Enfin elle paroît quelquefois en croissant, & quelquefois

elle a une figure plus ou moins approchante du cercle.

82. Pour expliquer ces apparences, il faut sçavoir que la révolution de la Lune, qui vient de son mouvement propre d'occident en orient, se fait en beaucoup moins de tems que celle du Soleil; car, au lieu que le Soleil employe plus de 365 jours pour faire son tour, la Lune au contraire acheve le sien en 27 jours & quelques heures. Examinons ce que produit cette différence. Supposons que la Lune soit entre la Terre & le Soleil, elle paroîtra bientôt à l'orient de cet Astre, parce qu'elle se meut plus vîte; & après 27 jours & quelques heures, elle arrivera au même demi-cercle de latitude auquel elle répondoit, quand elle étoit entre le Soleil & la Terre. Mais elle n'aura pas pour cela atteint le Soleil qui, pendant le tems de la révolution de la Lune, a parcouru environ 27 deg. vers l'orient : il faudra encore au moins 2 jours, afin que la Lune attrape le Soleil: c'est pourquoi il y a environ 29 jours & demi d'une conjonction à l'autre suivante. De-là vient la distinction entre le mois *périodique* & le mois *sinodique* de la Lune.

83. Le mois périodique de la Lune est le tems qu'elle met à faire sa révolution autour du zodiaque d'occident en orient. Le mois sinodique est le tems que la Lune employe pour rejoindre le Soleil après l'avoir quitté, ou, ce qui revient au même, c'est le tems qu'il y a depuis une nouvelle Lune jusqu'à la suivante; (nous ferons bientôt voir que la nouvelle Lune arrive quand cette planete répond au même point de l'écliptique que le Soleil.) Le premier de ces deux mois est de 27 jours 7 heures 43 minutes: le second est de 29 jours 12 heures 44 minutes. Dans l'usage ordinaire & civil, on compte les Lunes ou les mois sinodiques alternativement de 29 & de 30 jours, afin d'éviter l'inconvénient qu'il y auroit à finir une Lune, & à commencer la suivante à la moitié d'un jour.

84. La lune avançant plus vîte que le Soleil vers l'orient par son mouvement propre, il est clair qu'elle est à l'orient du Soleil depuis le tems qu'elle répondoit au même demi-cercle de latit. que le Soleil, jusqu'à ce qu'elle

en soit éloignée de 180 deg. Mais quand elle s'est éloignée du Soleil de 180^d, ou de la demi-circonférence, il faut qu'elle parcoure l'autre moitié de son orbite, ce qu'elle ne peut faire sans se rapprocher du Soleil; elle tend donc pour lors au Soleil, qui par conséquent est à l'orient de la Lune, parce qu'elle tend toujours vers l'orient par son mouvement propre. Ainsi la Lune est dans ce tems là à l'occident du Soleil. C'est de ces différentes situations de la Lune par rapport au Soleil que dépendent ses diverses formes ou phases, & les éclipses de ces deux Astres.

85. Pour entendre la raison des phases de la Lune, il faut remarquer que cette Planete est un globe qui n'a point de lumiere par lui-même; c'est un corps opaque comme le globe terrestre, qui n'a de lumiére qu'autant qu'il est éclairé par le Soleil : si donc la Lune paroît lumineuse, ce n'est que parce qu'elle réfléchit la lumiere qu'elle reçoit du Soleil : or il ne peut y avoir qu'une moitié de la Lune qui soit éclairée par le Soleil, sçavoir celle qui est tournée du côté de cet astre; pour l'autre moitié, elle est dans l'obscurité : (nous négligeons ici une petite différence entre deux parties, dont la premiere est un peu plus grande que la seconde, parce que le Soleil est plus grand que la Lune). Si donc la moitié, qui n'est pas éclairée par le Soleil, est tournée vers la Terre, la Lune sera nouvelle; c'est à-dire, qu'elle ne paroîtra pas. Si la moitié ou l'hémisphere éclairé de la Lune est tourné directement vers la Terre, la Lune paroîtra pleine; c'est-à-dire, qu'on la verra comme un cercle lumineux; enfin si l'hémisphere de la Lune, tourné vers la terre, renferme une partie de la moitié éclairée, & une partie de l'autre moitié, nous verrons une partie de la Lune d'autant plus grande ou plus petite, que l'hémisphere présenté à la terre contiendra une partie plus ou moins grande de la moitié éclairée. Cela posé, voici comment tous les Astronomes expliquent les phases de la Lune.

86. 1°. Si la Lune répond au même point de l'écliptique que le Soleil, elle sera nouvelle, c'est-à-dire, qu'elle

ne paroîtra pas ; parce qu'étant pour lors placée entre le Soleil & la Terre, ou du moins à peu près, l'hémisphere éclairé, qui est nécessairement du côté du Soleil, n'est pas tourné vers la terre. 2°. Un jour ou deux après la conjonction, la Lune paroît en forme de croissant qui s'élargit d'autant plus que la Lune s'éloigne du Soleil d'un plus grand nombre de degrés. La Lune, en s'éloignant du Soleil, nous montre une partie de l'hémisphere éclairé, qui devient d'autant plus grande que sa distance, ou plutôt son *élongation* du Soleil, augmente. De-là vient le croissant & son augmentation. 3°. Quand la Lune s'est éloignée du Soleil de 90 degrés, elle paroît en demi-cercle ; c'est qu'elle nous présente alors la moitié de l'hémisphere éclairé : cette phase de la Lune est appellée premier quartier. (La Lune paroît en demi cercle un peu avant qu'elle soit éloignée du Soleil de 90 degrés ; ainsi elle paroît sous cette forme avant le premier quartier ; mais la différence n'est ici d'aucune conséquence.) 4°. A mesure que son élongation du Soleil augmente, la lumiere s'étend de plus en plus ; & la partie éclairée que nous voyons, approche davantage de la figure d'un cercle. Cela vient de ce que l'hémisphere éclairé se présente de plus en plus à la terre. 5°. Quand la Lune est en opposition avec le Soleil, ou qu'elle est éloignée de 180d, elle paroît pleine, ou comme un cercle entier : c'est qu'alors l'hémisphere éclairé par le Soleil, est tourné tout entier vers la terre. Après l'opposition, les mêmes phases reparoissent, mais dans un ordre renversé. Cela arrive par les mêmes raisons que nous venons de rapporter.

87. Afin qu'on entende mieux ce que nous avons dit sur les phases de la Lune, il ne sera pas inutile de se servir d'une figure. Soit donc la fig. 19 dont la terre T occupe le centre, le Soleil S soit à la circonférence d'un grand cercle, & que les petits cercles A, B, C, D, E, F, G, H représentent la Lune dans ses différentes situations par rapport au Soleil, ou plutôt l'hémisphere de cette planete

tourné vers la terre. Il eſt viſible que la Lune étant en A, ſera nouvelle, parce que l'hémiſphere préſenté à la terre ne ſera pas éclairé ; qu'étant en B, elle ſera dans ſon croiſſant; que placée en C, elle ſera dans ſon premier quartier; qu'arrivée en D, elle préſentera à la terre la plus grande partie de ſa moitié éclairée ; que ſe trouvant en E, elle montrera cette moitié entiere à la terre ; & qu'enſuite elle repaſſera par les mêmes états dans leſquels elle s'étoit trouvée dans la premiere demie circonférence, avec cette différence que ces états ou ces phaſes reparoîtront dans un ordre renverſé.

88. La Lune, ſelon ſes diverſes phaſes, commence à paroître ſur l'horiſon en différens point du ciel & en différens tems. Un peu après la nouvelle Lune, elle commence à paroître au-deſſus de l'horiſon occidental, vers l'heure à laquelle le Soleil ſe couche ; elle y eſt viſible juſqu'à ce qu'elle ſoit deſcendue au-deſſous de l'horiſon. Enſuite le croiſſant de la Lune augmentant, elle devient de jour en jour plus éloignée de l'horiſon au moment que le Soleil ſe couche, juſqu'à ce que dans le 1er quartier elle réponde au méridien dans le tems que le Soleil diſparoît : ainſi la Lune ne ſe couche alors que vers le milieu de la nuit. Mais, les jours ſuivans, la Lune ſe trouve au delà du méridien vers l'orient au moment du Soleil couchant ; elle devient même chaque jour de plus proche en plus proche de l'horiſon oriental à l'inſtant du coucher du Soleil, juſqu'à ce qu'enfin elle réponde à l'horiſon oriental dans le tems que le Soleil ſe couche ; ce qui arrive le jour de la pleine Lune. On voit donc que depuis la nouvelle Lune juſqu'à la pleine Lune, cette planete éclaire plus longtems de jour en jour après le coucher du Soleil, de maniere cependant qu'elle ne reſte jamais ſur l'horiſon juſqu'au lever du Soleil, ſi ce n'eſt le jour de la pleine Lune ou de l'oppoſition, jour auquel elle éclaire ſur l'horiſon pendant toute la nuit. Mais après la pleine Lune, elle ne monte ſur l'horiſon qu'après le coucher du Soleil, & elle y éclaire juſqu'à ce qu'il ſe leve ; &

pour lors, c'est-à-dire, quand le Soleil est levé, la grande lumiere de cet astre empêche celle de la Lune de paroître, quoiqu'elle soit sur l'horison. Dans la suite elle se leve d'autant plus tard après le coucher du Soleil, ou d'autant moins de tems avant le lever de cet astre, qu'elle s'éloigne plus de l'opposition, jusqu'à ce que le jour même du dernier quartier elle se leve vers le milieu de la nuit; & depuis le dernier quartier elle tarde tous les jours de plus en plus à se lever. Enfin le jour de la nouvelle Lune elle se leve en même tems que le Soleil; mais elle ne paroît pas alors.

89. Pour entendre la raison de ces diversités, il faut faire attention qu'une planete qui est à l'orient du Soleil, ne peut se lever & se coucher qu'après cet astre, puisque le mouvement diurne du ciel se faisant d'orient en occident, ceux de ses points qui sont plus à l'orient que d'autres, ne peuvent monter sur l'horison, ou descendre au-dessous qu'après ceux-ci. Au contraire, quand une planete est à l'occident du Soleil, elle doit se lever & se coucher avant cet astre. Cela posé, il est évident que la Lune ne doit se coucher qu'après le Soleil, depuis la conjonction jusqu'à l'opposition, parce qu'elle est alors à l'orient du Soleil : mais depuis l'opposition jusqu'à la conjonction, elle doit se lever avant le Soleil, à cause que pendant tout ce tems elle est à l'occident de cet astre. Les autres circonstances de ses apparitions exposées ci-dessus, s'entendront aisément.

90. Il faut remarquer que quand la Lune est dans son croissant, ses cornes sont tournées vers l'orient; & que quand elle est dans son déclin, elles sont dirigées vers l'occident : en général on conçoit que les cornes de la Lune sont tournées du côté opposé au Soleil. On peut encore connoître par deux autres signes si la Lune est dans son croissant ou dans son déclin. Car, quand elle est dans son croissant, elle est à l'orient du Soleil; & d'ailleurs elle paroît le soir : c'est le contraire lorsqu'elle est dans son déclin.

91. Après ce que nous avons dit des phases de la

Lune, on voit aisément d'où viennent les éclipses de Soleil & de Lune : car si la Lune dans les conjonctions passe précisément entre le Soleil & la Terre, elle cachera le Soleil; c'est ce que l'on appelle éclipse de Soleil ; & si dans les oppositions elle se trouve dans la même ligne droite que le Soleil & la Terre, ensorte que la Terre soit précisément entre le Soleil & la Lune, elle interceptera, conjointement avec son atmosphere, les rayons du Soleil, & ainsi les empêchera de parvenir jusqu'à la Lune, qui sera par conséquent privée de lumiere, c'est l'éclipse de Lune. La Lune étant réellement privée de lumiere dans ses éclipses, tous ceux qui voyent la Lune dans le tems de l'éclipse, s'apperçoivent qu'elle est éclipsée : il n'en est pas de même du Soleil; car il est aussi lumineux qu'à l'ordinaire pendant le tems qu'il est éclipsé : c'est pourquoi les peuples qui sont tellement situés, que la Lune n'est pas entr'eux & le Soleil, ne s'apperçoivent pas de l'éclipse, quoique d'autres la voyent en même tems.

92. Il semble d'abord qu'il devroit y avoir une éclipse de Soleil à chaque nouvelle Lune, & une éclipse de Lune chaque fois qu'elle est pleine; mais on verra qu'il n'en doit pas être ainsi, si on fait réflexion que la Lune ne se meut pas dans le plan du même cercle que le Soleil : en effet, cet astre répond toujours à l'écliptique, aussi-bien que le globe de la terre, au lieu que la Lune se meut dans un cercle qui fait un angle d'environ cinq degrés avec l'écliptique. Il arrive de-là que si dans le tems de la nouvelle ou pleine Lune elle se trouve dans ses nœuds; c'est-à-dire, dans les points d'intersection de l'orbite de la Lune avec l'écliptique ou près de ces points, il y a éclipse, parce que la Lune est alors dans le plan de l'écliptique avec le Soleil & la terre; mais si dans ce tems la Lune est assez éloignée de ces nœuds, elle ne répond pas au même plan que le Soleil & la terre, & par conséquent il ne peut y avoir d'éclipse ni de Soleil ni de Lune.

93. La présence soit de la Lune soit de la terre devant

le Soleil produit une ombre qui a la figure d'un cone. En général, si le corps lumineux est plus grand que le corps opaque présenté à la lumiere, l'ombre a la figure d'un cone dont le sommet est au-delà du corps opaque; (nous supposons que les deux corps sont des globes). Si ces deux corps sont égaux, l'ombre a la figure d'un cylindre qui s'étend à l'infini au-delà du corps opaque. Enfin si le corps lumineux est moindre que le corps opaque, l'ombre va en augmentant, & s'étend à l'infini. Or le Soleil est plus grand que la Lune, & même que la terre prise avec son atmosphere; c'est pourquoi l'ombre de ces deux points doit se terminer en pointe, & avoir la figure d'un cone: c'est ce que nous allons voir par les fig. 20 & 21, dont les trois cercles S, L, T représentent le Soleil, la Lune & la Terre. Dans la fig. 20, les lignes EBA & FCA qui sont tirées des bords du Soleil, & qui rasent la lune, terminent l'ombre lunaire représentée par BAC, laquelle tombe sur la terre T. Pareillement dans la fig. 21, l'ombre de la terre ou de son atmosphere est GAH qui tombe sur la Lune L. Les lignes LA & TA sont les axes des cones d'ombres.

94. L'ombre de la Lune rencontrant la terre, y cause une éclipse totale dans les endroits sur lesquels tombe cette ombre. Les lieux qui sont aux environs de l'ombre jusqu'à une certaine distance, n'ont que l'éclipse partielle, qui est d'autant plus grande, qu'ils sont plus près de l'ombre. Cette ombre avance avec une vîtesse prodigieuse vers l'orient: nous ferons voir qu'elle parcourt environ 12 lieues dans une minute sur la surface de la terre; ensorte qu'elle va quatre fois plus vîte qu'un boulet de canon, qui ne fait que trois lieues pendant une minute. Si l'axe de l'ombre de la Lune passe dans le centre de la terre, la partie de la surface de la terre couverte par l'ombre sera circulaire, & le diametre de ce cercle ne pourra être que d'environ 60 lieues. Mais la section de l'ombre lunaire par le globe terrestre ne demeure pas circulaire,

elle devient ovale à cause que l'axe de l'ombre ne peut passer qu'un moment par le centre de la terre.

95. L'espace qui environne l'ombre de la Lune, & qui est privé des rayons d'une partie du Soleil, tandis qu'il en reçoit de l'autre partie de cet astre, est appellé *penombre :* tous ceux qui voyent l'éclipse partielle sont dans la penombre. Cette penombre va en s'élargissant : ainsi plus la Lune est éloignée de la terre, plus est grande la partie de la surface de la terre sur laquelle tombe la penombre. Au contraire, l'ombre se retrécit à mesure qu'elle s'éloigne de la Lune : c'est pourquoi plus la Lune est éloignée de la Terre, plus l'endroit de la terre sur lequel tombe l'ombre, est petit. Il peut même arriver que cette ombre ne parvienne pas jusqu'à la terre, à cause de la trop grande distance de la Lune, auquel cas l'éclipse du Soleil est appellée *annulaire*, parce qu'on voit les bords du Soleil qui paroissent former un anneau autour de la Lune qui cache le milieu du Soleil. Il faut pour cela que le disque ou le cercle de la Lune paroisse moindre que celui du Soleil.

96. L'ombre de la terre portée sur la Lune y cause aussi une éclipse : cette ombre est beaucoup plus grande que celle de la Lune, puisque le diamètre d'une section de l'ombre de la terre prise à la distance de cette planete, est trois fois plus grand que celui de la Lune. Il paroît par-là que la Lune peut être éclipsée totalement pendant assez long-tems, cela peut aller à deux heures ; au lieu que l'éclipse du Soleil ne demeure jamais totale au-delà de 5 minutes. Le moment auquel le bord occidental de la Lune commence à entrer dans l'ombre, qui est l'instant où l'éclipse devient totale, s'appelle *immersion*, & celui où elle commence à n'être plus totale, se nomme *émersion :* c'est quand le bord oriental de la Lune sort de l'ombre. Cette ombre est plutôt celle de l'atmosphere, c'est-à-dire, de l'air qui environne la terre, que de la terre même : car on prouve que l'ombre de la terre ne peut

parvenir juſqu'à la Lune, à cauſe de la réfraction que ſouffrent les rayons du Soleil qui paſſent autour de la terre. En effet, cette réfraction tend à les rapprocher de l'axe de l'ombre, & à les réunir vers un point moins éloigné de la terre que celui auquel ils ſe réuniroient. A

Nous venons de dire que l'éclipſe de Lune peut être totale pendant deux heures, & que celle du Soleil ne peut l'être que pendant cinq minutes : nous avons dit auſſi que l'ombre de la Lune fait environ 12 lieues pendant une minute. On ne ſera peut-être pas fâché de trouver ici la preuve de ce que nous avons avancé.

97. La Lune par ſon mouvement propre parcourt environ 13 degrés par jour vers l'orient : d'ailleurs le Soleil fait dans le même tems à peu près un degré. Ainſi la Lune fait environ 12 degrés en 24 heures par rapport au Soleil : c'eſt un demi-degré ou 30 minutes par heure, & par conſéquent une demi-minute de degré pendant une minute d'heure. Or une demi-minute de l'orbite de la Lune contient 12 lieues : car la diſtance du centre de la terre à la Lune, ou le rayon de l'orbite de la Lune eſt environ 60 fois plus grand que le rayon de la terre ou de ſon équateur : donc un degré de l'orbite de la Lune vaut 60^d de l'équateur de la terre ; & par conſéquent une min. de l'orbite de la Lune eſt égale à un degré de cet équateur. Or le degré de l'équateur terreſtre eſt de 25 lieues ; par conſéquent une demi-minute contient environ 12 lieues. Ainſi la Lune fait 12 lieues en une minute de tems. L'ombre de la Lune doit donc parcourir le même eſpace ſur la ſurface de la terre.

98. On détermine par le même principe le tems pendant lequel l'éclipſe de Lune peut être totale. La Lune avançant d'occident en orient par ſon mouvement propre, l'éclipſe commence à être totale au moment que le bord occidental de la Lune entre dans l'ombre ; & elle ceſſe de l'être quand le bord oriental, qui eſt le premier, ſort de l'ombre. Or l'intervalle de tems qui eſt entre ces

c'est ce qui fait que nous appercevons la lune sous la couleur d'un fer rouge qui commence à s'éteindre. c'est la réfraction des rayons du Soleil par l'atmosphère tend à les réunir dans l'ombre qui conséquemment doit se trouver éclairé quoique foiblement. ce qui nous fait paroître la lune sous la forme susdite.

deux momens peut-être de deux heures : car le diametre de la section de l'ombre à la distance où est la Lune étant égal à trois diamètres de cette planete, on conçoit que quand la Lune commence à être plongée toute entiere dans l'ombre, elle a encore un espace égal à deux de ses diametres à parcourir avant que son bord oriental sorte de l'ombre. (On suppose ici que le centre de la Lune suive le diametre de la section). Or le diametre de la Lune est au moins de 30 minutes : donc un espace égal à deux diametres de la Lune, vaut un degré. D'ailleurs la Lune employe deux heures à parcourir un degré, puisqu'elle fait 12 degrés en 24 heures. Par conséquent l'éclipse de Lune peut demeurer totale pendant 2 heures.

99. Mais l'éclipse du Soleil ne peut être totale que pendant 5 minutes. Il faut pour cela que le Soleil soit dans son *apogée*, c'est-à-dire, dans son plus grand éloignement de la terre, & que la Lune soit dans son *perigée* ou sa plus grande proximité de la terre. Dans ces circonstances la Lune paroît plus grande que le Soleil, ensorte que son diametre apparent surpasse celui du Soleil de deux minutes & demie. Cela posé, l'éclipse solaire commence à être totale, quand le bord oriental ou antérieur de la Lune répond au bord oriental du Soleil ; & elle cesse d'être totale, lorsque le bord occidental de la Lune quitte le bord occidental du Soleil. Or il peut y avoir 5 minutes de tems entre ces deux instans : car supposons que le bord oriental de la Lune réponde au bord oriental du Soleil, le bord occidental de la Lune sera encore éloigné de celui du Soleil de 2 minutes & demie, puisque le diametre apparent de la Lune surpasse celui du Soleil de cette quantité : il faudra donc que la Lune parcoure 2 minutes & demie, afin que le bord occidental du Soleil paroisse. Or la Lune employe 5 minutes de tems à parcourir 2 minutes & demie de degrés, parce qu'en une heure ou 60 minutes de tems, elle parcourt 30 minutes de degrés.

100. Les Astronomes, pour déterminer la grandeur des éclipses, divisent le diamètre, soit du Soleil, soit de la Lune en 12 parties égales qu'ils appellent *doigts*, chaque doigt en 60 minutes. Ainsi, quand ils disent qu'une éclipse a été de quatre doigts, cela veut dire que le tiers du diametre de la planete a été éclipsé, parce que 4 est le tiers de 12. S'ils disent qu'une éclipse de Lune sera, par exemple, de 21 doigts, cela signifie que quand le diametre de la Lune auroit 21 parties égales à celles dont il en contient 12, l'éclipse seroit encore totale : dans ce cas il faut que la trace qui suit le centre de la Lune dans l'ombre de la terre, surpasse le diametre de la Lune de neuf doigts.

Nous finirons ce second Livre en disant encore quelque chose sur les étoiles fixes, & sur l'usage qu'on en peut faire pour régler les Pendules & les Montres.

101. Nous avons déjà dit que les étoiles fixes paroissent se mouvoir d'occident en orient selon des cercles paralleles à l'écliptique (Liv. I. art. 32) ; & que ce mouvement qui est trés-lent, puisqu'elles ne peuvent achever leur révolution qu'en 25200, est cause de la précession des équinoxes (Liv. I. art. 33.). Il ne nous reste qu'une chose à ajouter, c'est qu'elles achevent plus vîte leur révolution d'orient en occident que le Soleil ; ensorte que si une étoile passe dans un jour par le méridien en même tems que le centre du Soleil, le jour suivant elle passera par ce méridien 4 minutes plutôt que le Soleil, ou plus exactement 3 minutes 57 secondes. C'est ce que l'on appelle l'*accélération* des étoiles fixes. Cela vient du mouvement apparent du Soleil vers l'orient qui est à peu près d'un degré par jour : car le Soleil étant devenu plus oriental que l'étoile à laquelle il répondoit le jour précédent, il ne peut passer par le méridien qu'après l'étoile. Or cette différence de tems est d'environ 4 minutes ; parce que le Soleil faisant son tour entier ou 360 degrés en 24 heures ou 1440 minutes, il doit par-

courir un degré en 4 minutes, qui font la 360ᵉ partie de 1440 minutes.

102. Voici comment on peut faire usage de cette accélération des étoiles fixes, pour voir si une Pendule est bien réglée. Je suppose qu'il y a vers le midi quelque objet elevé comme un clocher, une cheminée, le faîte d'un toît, que l'on puisse voir par une fenêtre : il faut attacher au côté de la fenêtre une planche mince, ou plutôt une espéce de plaque ou de régle de fer, de cuivre ou de quelqu'autre matiere, qui soit percée d'un ou de plusieurs trous d'environ trois lignes de diametre par lesquels on puisse voir une étoile fixe, quand elle est prête à se cacher derriere un objet élevé. On regardera l'heure qu'il est à la Pendule au moment qu'elle se cache derriere l'objet, & on écrira cette heure que la Pendule marque. Le jour d'après on fera la même observation sur la même étoile; & si au moment que l'étoile disparoît, la Pendule marque 3 minutes 57 secondes moins que le jour précédent, la Pendule va bien, c'est-à-dire; qu'elle est réglée sur le mouvement du Soleil : s'il y a deux jours d'intervalle entre la premiere & la seconde observation, la Pendule doit marquer 7 min. 54′ moins à la seconde observation qu'à la premiere; s'il y a trois jours d'intervalle, la différence doit être de 15 minutes 51 secondes; s'il y a quatre jours, elle sera de 15 min. 48 secondes; s'il y a cinq jours, elle sera de 19 minutes 45 secondes; s'il y a six jours, elle sera de 23 minutes 42 secondes; s'il y a sept jours, elle sera de 27 minutes 39 secondes; ainsi de suite en prenant 3 min. 57 secondes pour chaque jour d'intervalle entre les deux observations. S'il s'agissoit d'une Montre au lieu d'une Pendule à secondes, ce ne seroit pas la peine d'avoir égard aux trois secondes qui manquent pour faire les quatre minutes : on pourroit compter quatre minutes pour chaque jour d'intervalle.

Quoique la Pendule fût bien réglée, elle pourroit néanmoins précéder le Soleil, ou en être elle-même précédée, comme nous le dirons dans le quatriéme Livre après le premier Problême où nous donnerons une autre méthode de régler les Pendules & les Montres.

103. Il faut bien remarquer l'étoile que l'on a observée la premiere fois, afin de se servir de la même pour la seconde observation. De plus il faut prendre garde de se tromper en prenant une planete pour une étoile, comme il pourroit arriver par rapport à Mars, Jupiter & Saturne, qui ne paroissent guères plus grandes que les étoiles de la premiere grandeur. Mais on peut éviter facilement la méprise : car, 1°. ces planetes ne sont pas brillantes comme les étoiles : elles ont même des couleurs particulieres qui les font reconnoître. Mars est rougeâtre comme du feu ; Jupiter a une couleur claire & argentine ; & Saturne est pâle & plombé. 2°. Elles changent de place, c'est-à-dire, qu'elles ne conservent pas la même situation par rapport aux étoiles voisines ; ce que l'on peut remarquer au moins après plusieurs jours. Pour ce qui est de Vénus & de Mercure, elles ne s'écartent jamais beaucoup du Soleil, sur-tout Mercure qui par cette raison ne peut être apperçu que rarement : ainsi on n'est pas sujet à se tromper par rapport à ces deux planetes. Au reste, toutes ces planetes sont dans les signes du zodiaque. Il est bon de choisir une étoile éloignée du pole, parce que celles qui sont auprès n'ont pas un mouvement assez sensible : c'est pour cela que nous avons supposé que l'objet derriere lequel se cache l'étoile, est situé vers le midi.

LIVRE TROISIÈME,

Qui contient différens Problêmes sur la Sphere, qui ne supposent que la Trigonométrie rectiligne.

NOUS commencerons par le Problême qui enseigne à tracer une méridienne sur un plan horisontal. La ligne méridienne d'un plan horisontal est l'intersection de ce plan & du méridien : ainsi la méridienne prise en ce sens est une ligne droite, qui est dirigée du sud au nord. Mais si on considere cette ligne sur la surface de la terre, c'est une circonférence ou une demi-circonférence que l'on conçoit sur cette surface, laquelle passe par les deux poles de la terre. Si on concevoit ces deux lignes prolongées indéfiniment, celle qui seroit dans le plan horisontal, s'éleveroit au-dessus de l'autre : mais si on prend seulement une partie de la premiere qui n'ait que quelques toises de longueur, elle ne s'élevera pas, au moins sensiblement, au-dessus de la seconde, à cause de la grosseur de la terre. Voici une méthode fort facile de tracer une méridienne sur un plan horisontal.

PROBLEME PREMIER.

2. *Tracer une ligne méridienne sur un plan horisontal.*

Il faut d'abord s'assurer si le plan sur lequel on veut tracer cette ligne est véritablement horisontal, au moins dans l'endroit sur lequel on voit à peu près qu'elle doit être, & sur lequel on marquera les points dont nous parlerons ensuite : or on connoît qu'un plan est horisontal, en appliquant une bonne régle à ce plan sur laquelle on pose un niveau, soit d'air, soit d'une autre espéce, après quoi on opérera de la maniere suivante.

1°. On choisira un point, comme C, sur le plan duquel on tracera plusieurs circonférences ou arcs concentriques, tels que AB, *ab*; après quoi on plantera au centre C un style perpendiculaire qui ait environ un pied de hauteur, & dont l'extrémité supérieure soit une pointe un peu émoussée, afin que son ombre soit sensible. (Cette extrémité supérieure s'appelle le *sommet* du style, & le point C du plan qui répond perpendiculairement au sommet, se nomme le *pied* du style.) 2°. On prendra garde avant midi, quand l'extrémité de l'ombre tombera par un point, comme A, d'une circonférence décrite, & on marquera ce point avec un poinçon. (Il est à propos que la circonférence soit assez écartée du centre pour que cette ombre s'y termine deux ou trois heures avant midi.) On observera l'après-midi quand l'ombre se terminera à la même circonférence, & on marquera aussi le point que nous appellons B. 3°. On divisera l'arc BA en deux parties égales, & du point du milieu D on tirera une ligne droite au point C, ce sera la ligne méridienne: de sorte que dans le cours de l'année, il sera midi chaque jour, quand l'ombre du style tombera sur cette ligne. Fig. 71

DÉMONSTRATION.

Puisqu'aux deux instans où l'on a marqué les deux points d'ombre A & B, l'ombre du style étoit égale, il s'ensuit que le Soleil étoit de part & d'autre à la même hauteur sur l'horison; ainsi les deux verticaux désignés par AC & BC, auxquels le Soleil répondoit, sont à égale distance du méridien: par conséquent en coupant l'arc AB en deux parties égales, le point du milieu D sera un des points de la méridienne: mais d'ailleurs le point C, qui est le centre du cercle & le pied du style, est aussi un point de la méridienne, puisqu'il représente le zenith par lequel le méridien passe nécessairement: ainsi en tirant une ligne du point D au point C, ce ſera la méridienne cherchée.

REMARQUES.

3. 1°. Pour élever un ſtyle perpendiculaire, on peut ſe ſervir d'un plomb, c'eſt-à-dire, d'un poids de plomb, ou plutôt de cuivre, ſuſpendu par une ficelle : car ſi en tenant le plomb auprès du ſtyle, la ficelle qui ſoutient le poids eſt parallele au ſtyle, c'eſt une marque qu'il eſt perpendiculaire à l'horiſon. La raiſon en eſt que la direction du poids tendant au centre de la terre, elle doit être perpendiculaire à l'horiſon.

4. 2°. Il eſt à propos de tracer pluſieurs circonférences, & de marquer ſur chacune deux points auxquels s'eſt terminée l'ombre du ſtyle; puis on coupera par le milieu chacun des arcs compris entre deux points, afin de s'aſſurer de l'exactitude de l'opération : car ſi la ligne qui paſſe par le centre & le milieu d'un des arcs, paſſe auſſi par le milieu des autres arcs, c'eſt une marque que l'on a bien opéré : mais ſi cette ligne ne paſſe pas par le milieu des autres arcs, on jugera qu'il s'eſt gliſſé quelque erreur dans la pratique.

5. 3°. On ne doit pas craindre l'effet de la réfraction cauſée par l'atmoſphere, parce qu'elle augmente la hauteur apparente du Soleil de la même quantité dans les deux inſtans auxquels on marque les deux points d'ombre.

6. 4°. Au lieu du ſtyle perpendic. que l'on appelle ſtyle droit, il eſt plus commode de ſe ſervir d'un ſtyle oblique, & même courbe; & alors le centre duquel on doit décrire des circonférences concentriques, eſt le point du plan ſur lequel tomberoit une perpendiculaire tirée de l'extrémité ou du ſommet du ſtyle. C'eſt ce point qu'on appelle le pied du ſtyle. Or on peut trouver le pied du ſtyle oblique ou même courbe, avec un plomb qui ſoit terminé en bas par une pointe, laquelle réponde préciſément à la direction de la ficelle ou du fil : car ſi on tient

le plomb de maniere que cette ficelle passe par le sommet du style, & qu'on laisse descendre le plomb jusqu'à ce que la pointe touche le plan horisontal, le point de ce plan auquel aboutit la pointe du plomb, est le pied du style. Cette méthode est particuliere au plan horisontal; on en peut voir d'autres pour toutes sortes de plans dans notre Traité de Gnomonique.

7. 5°. Comme il est assez difficile d'appercevoir distinctement l'ombre du sommet du style, sur-tout lorsque ce style est un peu long, par exemple, de deux ou trois pieds, alors on attache une plaque percée au bout du style, laquelle il est bon de mettre dans une situation à peu près parallele à l'horison : dans ce cas le pied du style se détermine par rapport au centre de ce trou; c'est-à-dire, que ce pied du style est le point du plan qui répond perpendic. au centre du trou, & la lumiere qui y passe sert au même usage que l'ombre de l'extrémité du style.

8. 6°. Si on mene par le centre C la ligne OV perpendic. à la méridienne, elle désignera le premier vertical, lequel est perpendic. au méridien, & une de ses extrémités montrera le vrai orient, & l'autre le vrai occident, c'est-à-dire, l'orient & l'occident du Soleil dans le tems des équinoxes.

9. 7°. La méthode de ce Problême suppose que la déclinaison du Soleil ne change pas, au moins sensiblement, dans l'intervalle qui est entre les instans auxquels on marque les deux points d'ombre; ce qui n'est cependant vrai qu'aux solstices, & environ 15 ou 20 jours avant ou après; c'est pourquoi cette méthode n'est bien exacte que dans ce tems : mais vers l'équinoxe la déclinaison change sensiblement dans l'espace de 6 ou 7 heures; & il arrive de-là que si le Soleil va du tropique du cancer à celui du capricorne, il est plus élevé dans la sphere boréale avant midi, qu'après, quand il est de part & d'autre à la même distance du méridien; & par conséquent l'ombre du style est plus courte le matin que le soir dans

les momens également éloignés de midi : ainſi, en prenant des ombres égales du ſtyle, la ligne qu'on tireroit du milieu de l'arc AB au centre, ne ſeroit pas la vraie méridienne, elle s'en écarteroit un peu vers le point marqué avant midi, parce que le ſecond point B ne ſeroit pas aſſez éloigné d'A : c'eſt ce qui fait que cette méthode n'a pas toute la juſteſſe qu'on peut deſirer, lorſqu'on s'en ſert avant les équinoxes.

10. Mais on peut corriger cette petite erreur par le moyen de la Table ſuivante, qui eſt ſur celle de la pag. 85 de la *Connoiſſance des Tems* 1740. Cette Table a été calculée pour la latitude de Paris : mais elle peut ſervir ſans erreur ſenſible pour les lieux qui ont un ou deux degrés de latitude de plus ou de moins.

TABLE de la correction qu'il faut faire quand on trace une Méridienne par des points d'ombre pris à des hauteurs correspondantes du Soleil dans des jours ou sa déclinaison varie sensiblement,

Ajoutez la correction dans les Signes descend. & l'ôtez dans les ascend.

Heures entre les Observations.	10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.
	S.	S.	S.	S.	S.	S.	S.
Déclinaison Septentrionale. 21	20	18	16	14	14	12	12
20	22	22	20	18	16	14	14
19	26	22	20	18	18	16	16
18	28	26	24	22	20	18	18
16	32	30	26	26	24	22	22
14	36	32	30	28	26	24	24
12	38	36	32	30	28	28	26
10	40	38	34	32	30	30	28
9	42	38	34	34	32	30	28
7	42	40	36	34	34	32	30
5	44	42	38	36	34	34	30
3	44	42	40	38	36	34	32
1	46	44	42	40	38	34	32
Déclinaison Méridionale. 1		44	42	40	38	36	34
3		46	42	42	40	36	34
5		46	44	42	40	38	34
7			44	42	40	38	36
9			44	42	38	38	34
10			44	40	38	36	34
12				38	38	36	34
14				36	36	34	34
16					34	32	32
18					28	30	28
19					28	28	26
20					26	26	24
21						22	22

11. il faut avoir une Pendule ou une Montre qui marque au moins les minutes pour faire usage de cette Table de la maniere dont ont va l'expliquer dans l'exemple sui-

vant. On suppose qu'on veuille tracer une méridienne par la méthode prescrite ci-dessus en un jour où la déclinaison du Soleil est d'environ 5 degrés vers le septentrion, & que les deux instans auxquels on a marqué les points A & B, sont séparés par un intervalle de 7 heures : comme la déclinaison du Soleil est supposée d'environ 5 degrés vers le septentrion, je cherche dans la Table quel est le nombre qui répond au cinquiéme degré de déclinaison septentrionale dans la colonne qui est sous 7^h, & je trouve 36^f, qui est un peu plus d'une demi-minute : ainsi j'attends environ 36^f depuis l'instant où j'ai marqué le point B, & à la fin de ces 36^f je marque le point F à l'endroit où l'ombre du style coupe alors la circonférence ; & si le Soleil est dans les signes descendans, c'est-à-dire, s'il va du tropique du cancer au tropique du capricorne, il faudra diviser l'arc AF, & non pas l'arc AB, en deux parties égales, & tirer la méridienne du point de division au centre : mais si le Soleil est dans les signes ascendans, après avoir marqué le point F, comme nous venons de le dire, on prendra le point G de l'autre côté de B, qui en soit aussi éloigné que F ; puis on divisera AG en deux parties égales, afin de tirer la méridienne du point de division au centre.

Nous enseignerons dans la suite la maniere de tracer une méridienne par un seul point d'ombre du sommet du style dont on connoît le pied : cette méthode suppose le calcul de la Trigonométrie sphérique. On peut voir aussi dans le IV Liv. de la Gnomonique comment il faut opérer pour tracer une méridienne dans une chambre sur le parquet ou sur les carreaux, quand on attache au côté d'une fenêtre une plaque de cuivre ou de fer percée.

PROBLEME II.

12. *Trouver la hauteur d'un Astre, & principalement du Soleil sur l'horison.*

L'instrument le plus ordinaire pour faire cette opération, est un quart de cercle d'environ 2 pieds & demi de rayon, tels que sont ordinairement ceux dont les Astronomes se servent. Il est suspendu à une verge de fer dans une situation verticale, comme on voit le quart de cercle ACB de la fig. 8, qui a un poids D soutenu par le fil CED, qui touche le limbe du quart de cercle dans l'endroit E. Il faut diriger la lunette AC attachée au rayon du quart de cercle, de maniere que le fil horisontal de la lunette réponde au bord oriental ou supérieur du Soleil, & paroisse comme une tangente de ce bord : je dis que l'arc EB du quart de cercle sera la mesure de la hauteur du bord du Soleil. Fig. 8

Pour le prouver, il faut concevoir la ligne horisontale HR qui passe par le centre C de l'instrument, & la verticale CZ, qui est dans la direction du fil qui soutient le poids. Cela posé, l'angle ZCR est droit, parce que la verticale CZ est perpendicul. à l'horisontale HR : de même l'angle ACB est droit, à cause de l'arc AB, que l'on suppose être le quart de la circonférence : ainsi ces deux angles ZCR & ACB sont égaux entr'eux. Or l'angle ZCS est égal à l'angle ACE, parce qu'ils sont opposés au sommet : donc l'angle SCR est égal à l'angle ECB; mais l'arc EB est la mesure de ce dernier angle : donc il est aussi la mesure de l'autre SCR, lequel est la hauteur du bord du Soleil sur l'horison. Or si on ajoute le demi-diametre du Soleil que l'on connoît à la hauteur du bord inférieur qui paroît supérieur dans la lunette, ou si l'on retranche ce demi-diametre de la hauteur du bord supérieur, la somme ou la différence sera la hauteur du Soleil, c'est-à-dire, de son centre.

Comme les hauteurs méridiennes des astres, & surtout du Soleil, sont les plus nécessaires dans l'Astronomie, on a coutume d'attacher un quart de cercle à un mur, ensorte que le plan de ce quart de cercle soit dans celui du méridien, & alors on prend la hauteur méridienne des astres avec une très-grande facilité.

13. On peut aussi trouver la hauteur du Soleil par la

longueur de l'ombre du ſtyle ou d'un autre corps, par exemple, d'une pyramide ou d'un obeliſque élevé perpendiculairement ſur l'horiſon, pourvu que l'on connoiſſe la hauteur du ſtyle & la longueur de l'ombre, que je ſuppoſe tomber ſur un plan horiſontal. On compren-
Fig. 9. dra cela aiſément dans la fig. 9, dans laquelle AP repréſente la hauteur du ſtyle, SAB le rayon du Soleil qui raſe le ſommet du ſtyle, & la ligne horiſontale PB la longueur de l'ombre du ſtyle; l'angle ABP eſt la hauteur du Soleil. Il s'agit donc de trouver la valeur de cet angle dans le triangle rectangle ABP. Or pour cela on conſidérera BP, comme ſinus total, dont le centre eſt B, & pour lors la hauteur AP ſera la tangente de l'angle ABP : ainſi, afin de trouver l'angle B, on fera la proportion ſuivante, *La longueur de l'ombre* BP *eſt à la hauteur* AP *du ſtyle, comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle* B, *qui eſt la hauteur du Soleil.*

Si la longueur de l'ombre contient 180 parties, la hauteur du ſtyle 168, & qu'on veuille ſe ſervir des logarithmes, les trois premiers termes de la progreſſion arithmétique ſeront 225527, 222531 : 1000000 : ainſi la ſomme des moyens ſera 1222531, de laquelle ôtant le premier terme, on trouvera le reſte 997004, qui eſt un peu moins que le logarit. de la tangente de $43^{d}\ 2'$: ainſi, dans notre hypothèſe, la hauteur du Soleil ſur l'horiſon eſt preſque de $43^{d}\ 2'$. Dans cet exemple on a retranché les deux derniers chiffres des logarit. qui ne ſont pas néceſſaires dans ces ſortes d'opérations.

Les Anciens ſe ſervoient ſouvent de ces obeliſques, qu'ils nommoient *Gnomons*, pour trouver la hauteur méridienne du Soleil : c'eſt pourquoi ils traçoient une ligne méridienne qui paſſoit par le pied du gnomon, c'eſt-à-dire, par le point du plan horiſontal qui répondoit à plomb ſous le ſommet, & ils prenoient la longueur de l'ombre dans le tems qu'elle tomboit ſur la méridienne, afin d'avoir la hauteur du Soleil à midi.

14. Nous

14. Nous verrons dans le Traité de la Gnonomique, qu'on peut auſſi trouver la hauteur du Soleil par un ſtyle attaché à un plan vertical, ou même incliné à l'horiſon : mais quand la hauteur du ſtyle n'eſt que d'environ un ou deux pieds, il eſt difficile de ne pas tromper de quelques minutes dans la détermination de la hauteur du Soleil.

15. Au reſte, comme la réfraction des rayons de lumiere cauſée par l'air fait paroître le Soleil plus élevé qu'il n'eſt effectivement, il faut avoir égard à cela, & diminuer la hauteur trouvée par le quart de cercle ou par l'ombre d'un ſtyle de la quantité marquée dans la Table ſuivante.

TABLE des augmentations causées dans la hauteur apparente du Soleil par la réfraction des rayons que produit l'Atmosphere de l'air.

Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.
0	38′ 20″						
1	27 56	24	2′ 12″	47	0′ 56″	69	0′ 22″
2	21 4	25	2 6	48	0 54	70	0 21
3	16 6	26	2 0	49	0 52	71	0 20
4	12 48	27	1 55	50	0 50	72	0 19
5	9 32	28	1 51	51	0 49	73	0 18
6	8 55	29	1 46	52	0 47	74	0 17
7	7 44	30	1 42	53	0 45	75	0 16
8	6 47	31	1 38	54	0 43	76	0 14
9	6 4	32	1 34	55	0 41	77	0 13
10	5 28	33	1 30	56	0 40	78	0 12
11	4 58	34	1 27	57	0 38	79	0 11
12	4 32	35	1 23	58	0 37	80	0 10
13	4 12	36	1 20	59	0 35	81	0 9
14	3 54	37	1 18	60	0 34	82	0 8
15	3 38	38	1 15	61	0 33	83	0 7
16	3 24	39	1 12	62	0 31	84	0 6
17	3 11	40	1 10	63	0 30	85	0 5
18	3 0	41	1 7	64	0 28	86	0 4
19	2 49	42	1 5	65	0 27	87	0 3
20	2 39	43	1 3	66	0 26	88	0 2
21	2 31	44	1 1	67	0 25	89	0 1
22	2 25	45	0 59	68	0 24	90	0 0
23	2 18	44	0 58				

Cette Table fait connoître que quand la hauteur apparente du Soleil est nulle ou zero, c'est à-dire, lorsque son centre est vu à l'horison, il est encore 32′ 20″ au-dessous de ce cercle; c'est ce qu'on appelle la réfraction horisontale. Quand sa hauteur apparente est d'un dégré, sa hauteur véritable est seulement de 32′ 4″, moindre que l'apparente de 27′ 56″ : de même quand il paroît élevé de 2 deg. il ne l'est réellement que de 1^d $38' 56''$, parce que la réfraction est de $21' 4''$, &c. On voit donc que cette Table marque ce qu'il faut retrancher de la hauteur qu'on aura trouvée par l'observation, afin d'avoir la hauteur véritable; par conséquent si on a trouvé par l'observation que la hauteur apparente du Soleil est, par exemple, de $22^d 50'$, il faudra chercher dans la Table quelle est la réfraction qui répond à cette hauteur, ou plutôt à celle qui en approche le plus, laquelle est de 23 degrés; & on trouvera que c'est $2' 18''$: il faut donc retrancher cette quantité de $22^d 50'$, & le reste $22^d 47' 42''$ sera la hauteur véritable du Soleil, quand il paroît élevé de $22^d 50'$.

16. Lorsqu'on connoît la déclinaison du soleil à midi, & la hauteur de l'équateur, qui est le complément de l'élévation du pole, il est aisé d'en conclure la hauteur méridienne du soleil: car, 1°. si la déclinaison du soleil est nulle, c'est-à-dire, s'il répond à l'équateur, il est clair que sa hauteur à midi est égale à celle de l'équateur, puisqu'il est pour lors à la partie la plus élevée de ce cercle. 2°. Si cette déclinaison est du côté du pole élevé, la hauteur méridienne du soleil surpassera celle de l'équateur d'une quantité égale à cette déclinaison; ainsi la hauteur du soleil sera égale à la somme de celle de l'équateur & de la déclinaison. 3°. Enfin si la déclinaison du soleil est vers le pole abaissé, sa hauteur sera moindre que celle de l'équateur d'une quantité égale à la déclinaison; c'est-à-dire, que la hauteur méridienne du soleil sera égale à la différence ou à l'excès de la hauteur de l'équateur sur la déclinaison.

17. Tout cela s'entendra aisément par la fig. 10, dans laquelle le cercle HZRp représente le méridien, HR l'horison, AT l'équateur: ainsi la hauteur de l'équateur sur l'horison est à AH, qui est aussi celle du soleil, s'il répond au point A, c'est-à-dire, à l'intersection du méridien & de l'équateur; mais si la déclinaison du soleil Fig. 10.

est vers le pole élevé P, & qu'elle soit marquée par AS, la hauteur méridienne sera SH, qui est la somme de celle de l'équateur & de la déclinaison : enfin si la déclinaison est vers le pole abaissé *p*, & qu'elle soit désignée par A*s*, la hauteur méridienne sera *s*H, qui est la différence de la hauteur AH de l'équateur & de la déclinaison.

18. Quand le lieu pour lequel on cherche la hauteur méridienne du Soleil, est situé dans la zone torride, il peut arriver que la somme de la déclinaison du soleil & de la hauteur de l'équateur soit plus grande qu'un quart de cercle ; dans ce cas la hauteur méridienne du soleil est égale au supplément de cette somme.

Supposons, par exemple, que l'élévation de l'équateur soit de 84 degrés, & que la déclinaison du soleil vers le pole élevé soit de 20 degrés, la somme sera 104 degrés, dont le supplément 76 sera la hauteur méridienne du soleil : car il est évident que si la déclinaison du soleil avoit été seulement de 6 deg. & que par conséquent la somme dont il s'agit eût été de 90 deg. le soleil à midi auroit été au zenith : donc cette somme étant plus grande que 90 deg. la hauteur méridienne doit être moindre que 90 deg. & pour lors cette hauteur & la somme contiennent la demi-circonférence du méridien; c'est-à-dire, que cette hauteur est le supplément de la somme.

Nous donnerons dans le 4e Livre la méthode de trouver la hauteur du soleil pour tous les instans du jour, pourvu qu'on connoisse sa déclinaison & la hauteur du pole. Ce Problême appartient à la Trigonométrie sphérique.

PROBLEME III.

19. *Trouver la hauteur du pole sur l'horison.*

1°. On choisit une nuit d'hiver pendant laquelle quelqu'une des étoiles qui sont assez près du pole élevé pour qu'elles soient toujours sur l'horison, passe deux fois par le méridien ; & on observe quelle est la hauteur méridienne de cette étoile, lorſqu'elle paſſe directement au-deſſus du pole, & quelle eſt auſſi ſa hauteur méridienne quand elle paſſe au-deſſous: la premiere de ces hauteurs eſt la plus grande que puiſſe avoir l'étoile, & la ſeconde eſt la plus petite. 2°. On ôte celle-ci de la premiere, & on partage en deux également le reſte ou la différence. 3°. On ajoute la moitié du reſte à la petite hauteur, ou bien on la retranche de la plus grande, & la ſomme ou la différence eſt la hauteur du pole. Suppoſons que la plus grande hauteur de l'étoile eſt de 55 deg. & que la plus petite eſt de 43, on ôtera 43 de 55, & on prendra la moitié du reſte 12, que l'on ajoutera enſuite à 43, ou que l'on retranchera de 55, la ſomme ou la différence 49 ſera la hauteur du pole.

Voici la raiſon de cette pratique: toutes les étoiles ſemblent tourner autour du pole comme centre: par conſéquent quand une étoile qui eſt toujours ſur l'horiſon eſt dans ſa plus grande hauteur, alors elle eſt plus élevée que le pole même d'une quantité égale au rayon du petit cercle que l'étoile décrit autour du pole. (Nous appellons ici rayon du petit cercle l'arc d'un grand compris entre le centre du petit & la circonférence). Mais lorſque l'étoile eſt dans ſa moindre hauteur, elle eſt moins élevée que le pole de la même quantité, ſçavoir d'un rayon du même cercle. Ainſi la différence entre la plus grande & la moindre hauteur de l'étoile, eſt le diametre de la circonférence qu'elle parcourt autour du pole. Si donc on retranche la moindre hauteur de la plus grande, le reſte ſera l'arc du méridien égal au diametre du cercle de l'étoile. Ainſi la moitié de ce reſte eſt le rayon du même cercle, ou la diſtance de l'étoile au pole: par conſéquent ſi on ajoute cette moitié à la plus petite hauteur, ou qu'on l'ôte de la plus grande, la ſomme ou la différence ſera la hauteur du pole ſur l'horiſon.

20. Cela s'entendra mieux par la fig. 10, dans la-

Fig. 10. quelle le cercle HZRT représente le méridien, HR l'horison, P le pole élevé, FG*f* la moitié de la circonférence qu'une étoile décrit autour du pole. Lorsque l'étoile est au point F du méridien, elle est à sa plus grande hauteur FR, & pour lors elle est plus élevée que le pole P, de la quantité FP, qui est le rayon du demi cercle FG*f*: mais quand l'étoile est au point *f*, elle est à sa plus petite hauteur *f*R, qui est moindre que celle du pole, de la quantité *f*P, laquelle est aussi rayon du demi-cercle FG*f*. Ainsi la différence entre la plus grande hauteur FR & la plus petite *f*R, est l'arc FP*f*, qui est le diametre du cercle que décrit l'étoile. Or il est évident que si on ajoute la moitié *f*P de cet arc à la moindre hauteur *f*R, ou que l'on retranche l'autre moitié FP de la plus grande hauteur FR, la somme ou la différence PR sera la hauteur du pole.

21. Puisque la latitude du lieu est toujours égale à la hauteur du pole (Liv. II, art. 16), il s'ensuit que l'on connoîtra cette latitude par le même moyen ; mais on peut aussi connoître la latitude, pourvu que l'on connoisse la déclinaison du soleil ou sa distance à l'équateur. Or on peut calculer cette déclinaison avec des Tables astronomiques : d'ailleurs on peut la trouver dans les *Ephémérides*, qui sont des Tables du mouvement & de la situation des Astres : on pourra aussi se servir pour cet effet des Tables du quatriéme Livre de la Gnomonique. Cela posé, voici comment on trouvera la latitude.

22. Qu'on observe la distance méridienne du soleil au zenith ; & si la déclinaison est vers le pole élevé, on l'ajoutera à cette distance du soleil, ou plutôt du centre du soleil au zenith, la somme sera la latitude ; mais si la déclinaison est vers le pole abaissé, il faut la retrancher de cette distance, la différence sera la latitude. La raison de cette pratique est évidente ; car, 1°. quand le Soleil décline vers le pole élevé, il se trouve à l'instant de midi sur le méridien entre l'équateur & le zenith : c'est pour-

quoi la latitude, qui est la distance depuis l'équateur jusqu'au zenith, est égale à la déclinaison du Soleil, plus à sa distance méridienne au zenith, c'est-à-dire, à l'arc du méridien compris entre l'équateur, & le centre du Soleil, plus à un autre arc du même cercle compris entre ce centre & le zenith. Ainsi pour avoir la latitude, il faut ajouter cette déclinaison à la distance méridienne du Soleil au zenith. 2°. Mais lorsque le Soleil décline vers le pole abaissé, sa distance méridienne au zenith, est plus grande que la latitude sçavoir de toute la déclinaison du Soleil : ainsi pour avoir dans ce cas la latitude, il faut retrancher la déclinaison du Soleil de sa distance au zenith.

Dans la fig. 10 l'équateur est AT, le lieu du Soleil S ou *s*, le zenith Z; ainsi la déclinaison du Soleil vers le pole élevé P est AS, la déclinaison vers le pole abbaissé *p*, est A*s*, la distance du Soleil au zenith est SZ ou *s*Z; enfin la latitude est AZ. Or il est évident qu'en ajoutant AS à SZ, ou qu'en ôtant A*s* de *s*Z, on aura la latitude AZ. Fig. 10.

23. S'il s'agit d'un lieu placé dans la zone torride, il y aura une exception à faire dans le premier cas de cette méthode, lorsque la déclinaison du Soleil vers le pole élevé sera plus grande que la latitude du lieu : car il faudra alors retrancher de cette déclinaison la distance méridienne du Soleil au zenith, le reste sera la latitude : par exemple, si la déclinaison du Soleil vers le pole élevé est de 15 deg. & que sa distance méridienne au zenith soit de 5 deg. il faudra ôter 5 de 15, & le reste 10 deg. sera la latitude du lieu. Pour pratiquer cette méthode dans ces circonstances, il faut déja connoître à peu-près la latitude, afin de sçavoir si la déclinaison du Soleil est plus grande. On pourroit aussi s'assurer que la déclinaison du Soleil est plus grande que la latitude, en observant plusieurs jours la distance mérid. du Soleil au zenith : car si cela est, & que la déclinaif. augmente, cette

distance doit aussi augmenter de la même quantité ; & si elle diminue, la distance diminue également.

Fig. 10. 24. Quand on connoît la déclinaison de quelqu'étoile, on peut aussi trouver la hauteur du pole en observant la distance méridienne de cette étoile au zenith, soit qu'elle passe par le quart de cercle ZAH, ou par l'autre ZPR. Supposons d'abord qu'elle passe par ZAH au-dessus ou au-dessous de l'équateur, par exemple, en S ou en *s*, il est évident qu'on trouvera la latitude de la même maniere qu'on la trouve par la distance méridienne du soleil au zenith. Mais si l'étoile passe par le quart de cercle ZPR au-dessus ou au-dessous du pole, par exemple, en F ou en *f*, connoissant dans le premier cas la distance ZF, je la retranche de la déclinaison FA, que l'on suppose connue, le reste ZA sera aussi connu. Or ce reste est la latitude. Si l'étoile avoit passé par *f* au dessous du pole, on auroit retranché la distance observée Z*f* du quart de cercle ZR, le reste auroit été la hauteur méridienne *f*R de l'étoile : ensuite il auroit fallu ôter cette hauteur de la déclinaison *f*T pour avoir le nouveau reste RT, qui est égal à l'élévation AH de l'équateur sur l'horison. Or cette élévation est le complément de la latitude AZ (Liv. 2. art. 17).

PROBLEME IV.

25. *Trouver la circonférence & le diametre d'un grand cercle de la Terre.*

La circonférence d'un cercle étant de 360 deg. si on peut trouver la grandeur d'un degré ou d'un autre arc, on aura aisément celle de toute la circonférence. Or, pour connoître un arc d'un méridien terrestre, qui est un des grands cercles, on choisit deux lieux placés sur le même méridien, comme sont à peu près Paris & Amiens; & après cela il y a deux choses à faire : 1°. on mesure la longueur de l'arc compris entre les deux termes, c'est-à-dire, la distance qu'il y a de l'un à l'autre; ce qui se fait

par la Géométrie, en employant des triangles que l'on conçoit entre différens objets élevés & remarquables, comme sont les montagnes, les tours, les clochers, &c. Fig. 12
2°. On détermine l'amplitude de l'arc compris entre les deux termes, c'est-à dire, la quantité de degrés, de minutes, de secondes, &c. que cet arc contient. Or c'est par l'Astronomie que l'on détermine ou que l'on trouve cette amplitude : pour cet effet on cherche la différence des latitudes que l'on trouve, soit en observant le même jour la hauteur méridienne du soleil dans les deux lieux entre lesquels l'arc est situé, soit en observant dans ces deux lieux la hauteur méridienne d'une étoile, quoiqu'en différens jours, & encore mieux en observant la distance mérid. d'une étoile au zenith de l'un & de l'autre lieu; ce qui se peut faire aussi en différens tems. En appliquant ces deux opérations à l'arc qui est entre les paralleles de Paris & d'Amiens, on trouve par la premiere que sa longueur est de 59530 toises; & par la seconde, que son amplitude est presque de 1d 2′ 28″ : d'où l'on déduit que le degré entre Paris & Amiens est de 57183, qui font 25 lieues, chacune 2287 toises.

26. C'est M. Picard, qui dans le dernier siécle ayant mesuré la distance de Paris à Amiens avec beaucoup de soin, trouva enfin que la longueur de l'arc du méridien compris entre les Cathédrales de ces deux Villes, contient 59530 toises : mais ne s'étant pas servi d'un instrument assez juste, & n'ayant pas eu égard à quelque mouvement presqu'imperceptible des étoiles fixes, il donna à cet arc une trop grande amplitude, en lui attribuant un deg. 2 min. 36 sec. Les Astronomes de l'Académie qui ont été au cercle polaire arctique, comme nous le dirons bientôt, soupçonnant quelqu'erreur dans la détermination de cette amplitude, l'ont mesuré de nouveau en 1739 avec le secteur dont ils s'étoient servi dans la Laponie, lequel a toute la justesse qu'on peut souhaiter; ils ont trouvé qu'il contient seulement 1d 2′ 28″. D'où

il suit, comme nous avons dit, que le degré entre Paris & Amiens est de 57183 toises; au lieu que, selon M. Picart, ce degré ne contenoit que 57060 toises.

27. Quand on a trouvé la valeur d'un degré, il faut la multiplier par 360, le produit est la grandeur de la circonférence ou du tour de la terre : elle contient donc 9000 lieues, en comptant 25 lieues pour le degré. Après cela, afin de connoître le diametre, on se sert du rapport entre la circonférence & le diametre trouvé par Archimede, qui est de 22 à 7, ou de celui de 355 à 113, qui approche encore plus de la vérité, & on fait la proportion, 22. 7 :: 9000. x; ou plus exactement 355. 113 :: 9000. x; on trouvera pour quatriéme terme de cette derniere proportion 2865 lieues; & par conséquent le rayon est de $1432\frac{1}{2}$ lieues, qui font 3276344 toises.

28. Ces grandeurs de la circonférence & du diametre de la terre seroient exactes, si la terre étoit ronde : mais entre les Astronomes & les Mathématiciens modernes, les uns ont prétendu que la terre étoit allongée d'un pole à l'autre, & d'autres ont soutenu qu'elle étoit un peu applatie vers les poles. Dans le premier sentiment l'axe est plus long que le diametre de l'équateur; dans le second il est plus petit. Afin de décider cette question qui a rapport à la Géographie, au Nivellement & à l'Astronomie pour déterminer la distance des planetes à la terre, le Roi Louis XV envoya des Astronomes en 1736 dans la Laponie sous le cercle polaire, pour mesurer un arc du méridien; ce qui ayant été fait avec beaucoup d'exactitude par ces Sçavans, ils ont trouvé que le degré qui coupe le cercle polaire de la terre, contient 57438 toises, & qu'il est par conséquent plus grand que celui de la France. Les degrés du méridien vont donc en augmentant en allant vers les poles. Or si un degré du méridien contient plus d'étendue vers les poles que vers l'équateur, la courbure est moins grande aux poles, de même que la courbure d'une grande circonférence est

moindre que celle d'une petite. Or la courbure étant moins grande aux poles, il faut que la terre soit un peu applatie dans ces endroits.

29. Cet applatissement n'est cependant pas bien considérable; puisque posé la différence des deux degrés tels qu'on les a trouvés, c'est-à-dire, de 57183 toises & de 57438, le rapport du diametre de l'équateur à l'axe de la terre est égal à celui de 178 à 177. Ainsi on peut encore regarder la terre comme ronde dans les calculs ordinaires qui ne demandent pas une grande précision.

30. La distance de l'équateur au cercle polaire arctique étant beaucoup plus grande que celle de Paris au même cercle, on pourra encore déterminer avec plus de certitude de combien précisément le diametre de l'équateur surpasse l'axe de la terre, en comparant les observations qui ont été faites en Laponie avec celles d'autres Astronomes de l'Académie des Sciences de Paris, qui sont partis de France en 1735 pour aller en Amérique, afin d'y mesurer un degré du méridien sur l'équateur. On les attend avec impatience, parce qu'on espere que leur voyage enrichira beaucoup les Sciences naturelles, par le grand nombre d'observations qu'ils ont faites, tant sur l'Astronomie que sur l'Histoire Naturelle, comme on a lieu de le croire par les lettres qu'ils ont écrites en différens tems à l'Académie. Ce n'est pas sans sujet qu'on a envoyé des Astronomes dans des Pays si éloignés de la France; car comme la différence d'un degré à l'autre qui suit immédiatement, est fort petite, elle est encore peu considérable entre deux degrés qui seroient aux extrémités d'un même Royaume; de sorte qu'elle auroit peut-être échappé à des observations très-exactes, ou du moins elle n'auroit pas paru assez certaine.

31. Quoique la figure de la terre differe un peu de celle d'un globe, cela n'empêche pas néanmoins que les degrés des différens méridiens de la terre ne soient égaux entr'eux, pourvu que ces degrés soient situés entre les

mêmes parallele. Ainsi les degrés d'un même méridien different un peu en grandeur : mais les degrés d'un méridien sont égaux aux degrés d'un autre méridien, si les degrés qu'on compare sont dans le même climat, c'est-à-dire, à la même latitude. C'est le contraire pour l'équateur & les cercles qui lui sont paralleles : car tous les degrés d'un parallele sont égaux entr'eux ; mais les degrés d'un parallele ne sont pas égaux aux degrés d'un autre parallele ; puisque plus un parallele est près de l'équateur, plus sa circonférence est grande, & par conséquent ses deg. sont aussi plus grands. On suppose aussi, comme on le croit communément, que la terre n'est pas d'une figure irréguliere, quoiqu'un peu applatie vers les poles.

PROBLEME V.

32. *Trouver la longitude d'une Ville ou d'un autre lieu de la terre, c'est-à-dire, sa distance au premier méridien, ou*, ce qui revient au même, *trouver la différence des longitudes des deux lieux.*

Ce Problême est d'une grande importance pour la Géographie & la Navigation ; parce que quand on sçait la latitude & la longitude d'un lieu, on connoît sa situation sur le globe de la terre (Liv. 2. art. 20). Or nous avons déjà donné la méthode de trouver la latitude, il ne reste donc qu'à enseigner la maniere de connoître la longitude.

On pourra parvenir à cette connoissance, s'il y a dans le Ciel quelque phénomene subit ou momentané, que l'on puisse appercevoir au même instant dans les deux lieux, comme sont le commencement ou la fin, ou quelqu'autre circonstance d'une éclipse de Lune. On observera donc dans chaque lieu, par le moyen d'une pendule à secondes, que l'on aura comparée avec le soleil, à quelle heure arrive le commencement ou la fin, ou quelqu'autre circonstance remarquable de l'éclipse : quand on sçaura la différence des tems auxquels a paru la même circonstance de l'éclipse dans les deux lieux, on réduira les heures, les minutes & les secondes de tems en degrés, minutes & secondes de degrés, en prenant 15 degrés pour chaque heure, un degré pour 4 minutes de tems, 15 minutes de degrés pour une minute d'heure, une minute de degré pour 4 secondes de tems, & 15 secondes de degrés pour une seconde de tems. Si, par exemple, on observe une éclipse à Paris & à Rome, & que le commencement ait paru à Paris à 10 heures du soir, & à Rome à $10^h\ 41^m\ 20^s$, la différence des longitudes sera de $10^d\ 20'$; c'est-à-dire, que Rome sera de $10^d\ 20'$ plus orientale que Paris.

La raison de ce que nous venons de dire est fondée sur ce que le soleil faisant son tour entier d'orient en occident en 24^h, il faut qu'il parcoure la vingt-quatriéme partie de son tour ou de sa circonférence en une heure. Or la vingt quatriéme partie d'une circonférence, ou de 360 degrés, est 15 degrés : ainsi le soleil avance de 15 degrés vers l'occident en une heure : par conséquent il est onze heures dans un lieu, lorsqu'il n'est encore que dix heures dans un autre lieu plus occidental de 15 degrés que le premier. Si donc une éclipse commence à un lieu à onze heures, dans un autre lieu à dix heures, c'est une marque certaine que le second lieu est plus occidental que le premier; ou, ce qui revient au même, le premier est plus oriental que le second de 15 degrés.

33. Cette méthode de trouver la différence des longitude de deux lieux par les éclipses, n'a pu être employée souvent jusques vers le milieu du dernier siécle, à cause de la rareté des éclipses de lune, qui ne peuvent arriver tout au plus que 3 fois l'année, & qui souvent n'arrivent qu'une fois: mais depuis la découverte des quatre satellites de Jupiter, qui sont des espéces de lunes par rapport à cette planete, cette méthode est devenue d'un bien plus grand usage, parce que chacun de ces satellites souffre une éclipse à chaque révolution. Or le premier, c'est-à-dire, le plus près de Jupiter, fait sa révolution autour de cette planete en 42 heures 29 minutes.

Ainsi il arrive toujours une éclipse de ce satellite en $42\frac{1}{2}$ heures. Les éclipses des trois autres satellites sont un peu moins fréquentes; parce qu'étant plus éloignés de Jupiter, ils employent plus de tems à faire leur révolution : mais cependant elles arrivent encore fort souvent. Il y a un autre avantage de ces éclipses sur celles de la lune ; c'est que le moment précis auquel elles se font, se détermine plus aisément que l'instant auquel commence ou finit une éclipse de lune : car la lumiere de la lune diminue tellement avant qu'elle commence à être éclipsée, que l'on a souvent peine à s'assurer de l'instant auquel l'éclipse commence : c'est le même inconvénient pour la fin de l'éclipse.

34. On peut calculer avec les Tables de M. Cassini le tems auquel doivent arriver toutes ces éclipses à Paris. On les trouve même toutes calculées pour chaque année dans la *Connoissance des Tems*, imprimée tous les ans par l'ordre de l'Académie des Sciences. C'est pourquoi il est facile de comparer toutes les éclipses que l'on observe ailleurs avec les mêmes calculées pour Paris, & trouver par là quelle est la différence des longitudes entre Paris & les lieux dans lesquels les éclipses auront été observées.

35. On se sert aussi des éclipses des étoiles par la lune pour le même sujet : car si on observe en deux lieux les momens auxquels arrive l'éclipse d'une même étoile, on en pourra conclure la différence des longitudes. On trouvera l'explication de cette méthode dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, année 1705, p. 194.

36. Tout cela n'empêche pas cependant que l'on ne cherche encore aujourd'hui, & que l'on ne desire avec empressement une autre méthode de trouver les longitudes; parce que celle que nous venons d'expliquer n'est pas praticable sur mer, à cause de l'agitation continuelle du Vaisseau, qui ne permet pas de diriger fixement une lunette vers Jupiter; car ces éclipses des satellites de Jupiter ne peuvent s'appercevoir sans ce secours : mais

quand bien même cette méthode seroit praticable, elle seroit encore insuffisante, tant parce que Jupiter est souvent sous l'horison dans le tems que ces éclipses arrivent, ou qu'il est caché par les nuages, qu'à cause qu'il faudroit une méthode dont on pût se servir à tous les instans, pour trouver la longitude actuelle du Vaisseau, afin d'en connoître toujours la situation sur la mer.

37. Une pendule à secondes qui iroit bien juste dans un Vaisseau, seroit un moyen de connoître sa longitude. Je suppose que quand un Vaisseau sort de Brest en Bretagne, la pendule marque l'heure qu'il est au soleil dans cette Ville : si cette pendule va bien, elle fera encore connoître dans la suite l'heure qu'il sera à la même Ville dans quelqu'endroit que soit le Vaisseau : mais d'ailleurs on pourra connoître aussi l'heure qu'il sera au soleil dans le lieu où se trouvera le Vaisseau, soit par la hauteur du soleil, soit par les étoiles fixes : ainsi on sçaura la différence des heures à Brest, & au lieu où est le Vaisseau : par conséquent on sçaura aussi la différence des longitudes. Si, par exemple, la différence des heures est de 12^{m} 24 sec. la différence des longitudes sera de 3 deg. 6 min. Mais malheureusement une pendule ne peut aller d'une maniere uniforme dans un Vaisseau, à cause de son agitation qui communique un mouvement irrégulier à la lentille; & jusqu'à présent on n'a pu faire ni montre ni horloge, dont la justesse fût assez grande sur mer pour que l'on y pût compter, parce qu'une erreur d'une seule minute de tems causeroit un mécompte de 15 minutes de degré en longitude. Peut-être parviendra-t-on enfin à faire des montres ou des horloges qui puissent conserver sur un Vaisseau la justesse nécessaire pour cet usage : l'utilité que toutes les Nations tireroient de cette invention, & les récompenses promises à quiconque la trouvera, sont des motifs capables d'exciter l'émulation.

Nous donnerons dans la suite un Problême pour trouver la différence de longitude de deux lieux dont on connoît les latitudes, & la diſtance qu'il y a entr'eux.

38. REMARQUE. Quoique tous les lieux qui ont le même méridien, ou plutôt le même demi-méridien, ayent midi au même inſtant (Liv. I. art 15), il ne s'enſuit pas que le ſoleil ſe leve & ſe couche à la même heure pour tous ces lieux : il faudroit pour cela que les jours fuſſent égaux dans tous les endroits. Mais toutes les Villes ſituées ſur le même parallele ayant les jours égaux, (Liv. II. art. 61.) le ſoleil ſe leve pour toutes à la même heure, quoique ce ne ſoit pas au même moment, mais ſucceſſivement, & plutôt pour celles qui ſont plus orientales, que pour les autres.

39. On peut encore remarquer ici que ſi un voyageur faiſoit le tour du monde en allant vers l'orient, il compteroit à ſon retour un jour de plus que ceux qui ſeroient reſtés au lieu de ſon départ : car ce voyageur, après avoir avancé de 15 degrés vers l'orient, ſe trouveroit dans un lieu où il ſeroit midi dans le tems qu'il ne ſeroit encore que onze heures dans le lieu qu'il a quitté : ainſi il compteroit une heure de plus que les Peuples de ſon Pays. Pareillement quand il auroit fait 30 degrés, il compteroit deux heures de plus. Lorſqu'il auroit fait 180 deg. il compteroit 12 heures de plus : enfin quand il auroit fait le tour ou 360 degrés, il compteroit 24 heures ou un jour entier de plus que ceux de ſon Pays. Par la raiſon contraire un voyageur qui feroit le tour de la terre vers l'occident, compteroit un jour de moins à ſon retour que ſes compatriotes. Ainſi le premier nommeroit vendredi le jour qu'ils appelleroient jeudi, & le ſecond nommeroit ce même jour mercredi. Ces deux voyageurs & leurs compatriotes appelleroient donc jeudi trois différens jours de la ſemaine : c'eſt ce que l'on doit entendre quand on dit quelquefois en badinant *la ſemaine des trois jeudis*. On en pourroit dire autant des autres jours de la ſemaine.

On a fait pluſieurs fois le tour de la terre depuis la découverte

découverte de l'Amérique soit en allant d'occident en orient, soit en avançant d'orient en occident, & on a été fort surpris les premieres fois de voir que les voyageurs comptoient les jours des semaines & des mois differemment de ceux qui étoient restés dans le pays : on croyoit d'abord que les voyageurs s'étoient trompés dans le compte des jours ; mais les Mathématiciens y ayant fait réflexion, ont trouvé que cette différence dans le dénombrement des jours entre les voyageurs & les autres, est nécessaire, suivant ce que nous venons de dire.

PROBLEME VI.

40. *Trouver la grandeur du parallele d'un lieu*, par exemple, *de la ville de Paris*, *en supposant qu'on connoît la latitude du lieu & la grandeur de l'équateur*, *qui est un des grands cercles de la terre.*

On fera cette proportion : *Le sinus total est au sinus du complément de la latitude du lieu*, *comme l'équateur terrestre est au parallele cherché*, *ou comme un degré de l'équateur est à un degré de ce parallele.*

Que la ligne AB représente l'axe de la terre, & la circonférence AEB le méridien qui passe par le point P de la surface de la terre sur lequel est situé Paris, EC sera le rayon de l'équateur, PD le rayon du parallele de Paris : de même l'arc EP est la latitude de Paris, & AP le complément de cette latitude : ainsi cet arc AP contient 41 degrés 9 min. puisque la latitude EP est de 48 degrés 51 min. Mais puisque les circonférences sont proportionnelles à leurs rayons, on aura l'analogie suivante, EC *est à* PD, *comme l'équateur de la terre est au parallele de Paris*, *ou comme le degré du premier cercle est à celui du second.* Or EC est le sinus total ou le sinus du quart de cercle AE. Pareillement PD est le sinus du complément AP, qui contient 41 degrés 9 min. Ainsi la proportion précédente se réduit à celle ci : *Le sinus total est au sinus de* $41^{d}\,9'$, *comme l'équateur est au parallele de Paris*, *ou* Fig. 11.

comme le degré du premier cercle est au degré du second.

Dans cette proportion on connoît les trois premiers termes : car le premier & le second se trouvent dans la Table des sinus ; & le troisiéme, sçavoir le degré de l'équateur, est 25 lieues. Si on veut se servir des logarith. on aura pour les trois premiers termes de la proportion arithmétique, en retranchant les deux derniers chiffres, 1000000, 981825, 139794, dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, on aura le quatriéme terme 121619, qui est à peu près le logarithme de $16\frac{1}{2}$. Ainsi le degré du parallele de Paris contient environ 16 lieues & demie.

41. REMARQUE. Il ne s'ensuit pas de-là que deux endroits placés sur le parallele de Paris, qui ont une différence de longitude d'un degré, soient éloignés l'un de l'autre de $16\frac{1}{2}$ lieues : car la distance de deux Villes qui sont sur le même parallele, ne se prend pas de l'arc de ce parallele compris entre les deux Villes, mais de l'arc intercepté du grand cercle qui passe par ces deux lieux, lequel arc est plus petit que celui du parallele, parce que quand un petit cercle en coupe un grand, l'arc de ce dernier compris entre les deux points d'interfection est moindre que celui du petit, comme il paroît par la
Fig. 12. fig. 12, dans laquelle l'arc ACB du grand cercle est moindre que l'arc ADB du petit, à cause que la convexité de ce dernier arc est plus grande que celle du premier.

42. Nous supposons dans la solution de ce Problême, que les méridiens terrestres sont de véritables cercles ; ce qui néanmoins n'est pas exact, parce que la terre est un peu applatie vers les poles ; mais sa figure n'est pas assez différente de la ronde pour causer une erreur fort sensible dans la méthode que nous avons suivie.

La grandeur du diametre de la terre & celle de sa circonférence étant connues, on pourra déterminer quelle est la distance à laquelle on peut voir une montagne dont on connoît la hauteur, ou réciproquement, quelle est la hauteur d'une montagne dont on voit seulement le sommet à une certaine distance qui est connue, par exemple, de dix lieues; c'est ce que nous allons enseigner dans le Problême suivant.

PROBLEME VII.

43. *Trouver la plus grande distance de laquelle on peut voir un objet élevé*, par exemple, *une montagne dont la hauteur est connue*, ou réciproquement, *trouver la hauteur d'une montagne dont on voit le sommet à une distance connue.*

Ce Problême est le même que celui que nous avons proposé (Liv. I. art. 13.) pour trouver la longueur du demi-diamètre de l'horison visible : car il est clair par la fig. 2, que la plus grande distance de laquelle on peut voir la montagne, dont la hauteur est AB, est la même chose que l'arc BD terminé par le rayon visuel AD, qui touche la circonférence de la terre au point D : ainsi pour trouver cette distance ou cet arc, on concevra le triangle ADC rectangle en D, dont les côtés CA & CD sont connus; puisque le premier est la somme du rayon de la terre CB, & de la hauteur AB, & le second est le rayon CD : on fera donc la proportion suivante : *Le côté* CA, *qui est la somme du rayon de la terre, & de la hauteur de la montagne, est au sinus de l'angle droit* ADC, *comme le côté* CD, *ou le rayon de la terre, est au sinus de l'angle opposé* CAD. Cet angle étant connu, on aura aussi son complément C. On sçaura donc combien l'arc BD contient de minutes & de secondes; ainsi en prenant dans l'étendue de la France, & des Pays qui sont aux mêmes degrés de latitude que les différentes parties de ce Royaume, environ 57183 toises pour un degré, 953 pour chaque minute, & pour une seconde à peu près 15 toises 5 pieds $3\frac{1}{2}$ pouces, on aura la grandeur de cet arc, ou la plus grande distance de laquelle on peut voir une montagne dont on connoît la hauteur. Fig. 2.

44. Mais si on connoît la distance de laquelle on apperçoit seulement le sommet d'une montagne, & qu'on veuille en sçavoir la hauteur, on commencera par réduire en degrés, minutes & secondes, la distance connue, & on aura l'angle C, dont la mesure est la distance ou l'arc BD; on connoîtra donc aussi son complément CAD : ensuite on cherchera le côté CA par cette analogie : *Le sinus de l'angle* A *est au côté* CD, *comme le sinus total est au côté* CA. Ce côté CA étant trouvé, on en retranchera le rayon de la terre CB; le reste sera la hauteur de la montagne.

La terre étant supposée sphérique, & le degré étant de 57183 toises, le rayon ou le demi-diametre de la terre contient 3276344 toises.

45. On pourra voir par ce Problême, en faisant le calcul, qu'afin qu'on apperçût une montagne à la distance de 2 deg. d'un grand cercle de la terre, c'est-à-dire, de 50 lieues, il faudroit que cette montagne eût plus de 2000 toises de hauteur : il n'y a point de si haute montagne en France.

46. Si on suppose l'Observateur sur une tour ou quelqu'autre objet élevé, tel que EF, & que du point E il apperçoive le sommet A de la montagne par le rayon visuel ADE, qui touche la surface de la terre au point D, on pourra trouver la distance ou l'arc BDF, pourvu que l'on connoisse la hauteur de la montagne & celle de la tour. Pour cela, on cherche d'abord l'arc BD par la premiere proportion exprimée ci-dessus (art. 43) : ensuite il faudra faire une proportion semblable fondée sur le triangle rectangle CDE pour trouver l'arc DF, en disant : *Le côté* CE *est au sinus de l'angle* D, *comme le côté* CD *est au sinus de l'angle* E, dont le complément est DCE, qui a pour mesure l'arc DF : ainsi on aura la grandeur de cet arc. Or les deux arcs BD & DF font l'arc entier BDF, qui par conséquent sera connu. Pareillement si on connoît la distance ou l'arc BDF, & la hau-

teur de la tour EF, on trouvera celle de la montagne AB, en faisant d'abord la proportion qu'on vient de rapporter pour trouver l'arc DF, lequel étant retranché de l'arc entier BDF, donne l'arc BD. Or cet arc étant connu, on trouvera la hauteur AB par la proportion de l'article 44.

PROBLEME VIII.

47. *La latitude du lieu étant donnée avec la déclinaison du Soleil, trouver la longueur de l'ombre méridienne d'un corps perpendiculaire à l'horison dont la hauteur est connue.*

1°. Si la déclinaison du Soleil est vers le même pole que la latitude du lieu, on fera l'analogie suivante : *Le sinus total est à la tangente de la différence entre la latitude & la déclinaison du Soleil, comme la hauteur du corps est à la longueur de l'ombre méridienne.*

2°. Mais quand la déclinaison du Soleil est vers le pole opposé à celui de la latitude, on dira : *Le sinus total est à la tangente de la somme de la latitude & de la déclinaison, comme la hauteur du corps est à la longueur de l'ombre méridienne.*

Soit AP la hauteur de l'objet, le Soleil S dont le rayon qui rase le sommet de corps est SAB, la longueur Fig. 7.
de l'ombre sera PB. Si on conçoit la hauteur AP prolongée vers le zenith marqué par Z, on aura l'angle SAZ, qui désignera la distance du Soleil au zenith, laquelle est égale à la différence entre la latitude du lieu & la déclinaison du Soleil dans le premier cas, & dans le second à la somme de l'une & de l'autre, puisque par l'hypothèse le Soleil est au méridien. Or cet angle SAZ est égal à l'angle opposé BAP du triangle rectangle APB, dont je considere la hauteur AP comme le sinus total qui a pour centre le point A, & le côté PB, comme la tangente de l'angle A qui lui est opposé : ainsi on pourra dire dans le premier cas : *Le sinus total est à la tangente*

de la différence entre la latitude du lieu & la déclinaison du Soleil, comme la hauteur AP *est à la longueur de l'ombre* PB; & dans le second cas, *le sinus total est à la tangente de la somme de la latitude du lieu & de la déclinaison du Soleil, comme la hauteur* AP *de l'objet est à la longueur de l'ombre* PB.

48. Nous avons dit que quand le Soleil est du côté du pole élevé, sa distance, ou plutôt celle de son centre au zenith est égale à la différence entre la latitude du lieu & sa déclinaison : cela paroîtra par la fig. 10, dans laquelle le Soleil étant au point S vers le pole élevé P, sa distance au zenith est ZS, sa déclinaison AS; & d'ailleurs la latitude du lieu est ZA. Or il est évident que ZS est la différence de la latitude ZA & de la déclinaison AS. Mais quand la déclinaison du Soleil est opposée à la latitude, comme si le Soleil est au point *s*, alors la distance Z*s* du Soleil au zenith est la somme de la latitude ZA & de la déclinaison A*s*. Nous supposons le Soleil au méridien.

49. Il faut, pour la pratique de ce Problême, que le terrain soit bien horisontal depuis P jusqu'à B, ou du moins que le point B soit de niveau avec P; & alors on pourra connoître par cette méthode quelle sera à chaque jour de l'année la longueur de l'ombre méridienne d'un même objet, par exemple, d'un clocher, d'une tour, &c. Nous allons encore proposer un Problême qui est l'inverse du précédent.

PROBLEME IX.

50. *Connoissant la latitude du lieu & la déclinaison du Soleil, trouver la hauteur d'un objet dont on a mesuré l'ombre méridienne.*

1°. Si la déclinaison du Soleil est vers le même pole que la latitude du lieu, c'est-à-dire, vers le pole élevé, on dira : *La tangente de la différence entre la latitude & la dé-*

clinaison du Soleil est au sinus-total, comme la longueur de l'ombre méridienne est à la hauteur cherchée.

2°. Lorsque la déclinaison du Soleil est vers le pole opposé à celui de la latitude, on dira : *La tangente de la somme de la latitude & de la déclinaison est au sinus total, comme la longueur de l'ombre méridienne est à la hauteur de l'objet.*

Ces deux proportions sont les inverses de celles du Problême précédent : ainsi les unes & les autres sont fondées sur les mêmes principes.

LIVRE QUATRIÉME.

Contenant plusieurs Problèmes de Trigonométrie Sphérique.

Quoique les Problêmes que nous allons proposer appartiennent à la Trigonométrie sphérique, on pourra néanmoins entendre les pratiques des méthodes dont nous nous servirons, sans avoir appris cette partie des Mathématiques ; mais il faudra en supposer les démonstrations.

Probleme premier.

1. *Connoissant la hauteur du pole sur l'horison, la déclinaison du Soleil & la réfraction horisontale, trouver la longueur du jour, & par conséquent l'heure du lever & du coucher du Soleil.* Art. I.

Soit le méridien HZPR, qui passe par le zenith Z & par le pole P : soit aussi l'horison HR, l'équateur AT, l'arc PSD sera le quart d'un cercle de déclinaison ou d'un méridien qui passe par le soleil S, & ZOS sera l'arc du Fig. 13.

vertical qui passe aussi par le Soleil, qui est encore environ à 32′ 20″ au-dessous de l'horison, quand il commence à paroître le matin, parce que la réfraction horisontale OS est à peu près de cette quantité, sçavoir 32′ 20″. Cela posé, l'arc AD de l'équateur désignera la moitié du jour, c'est-à-dire, le tems que le Soleil employera à parcourir l'arc AD de l'équateur, ou un arc semblable d'un parallele, depuis le lever du Soleil jusqu'au méridien. (Cet arc de l'équateur ou d'un parallele s'appelle *Semidiurne*). Il s'agit donc de trouver l'arc semidiurne AD, qui est la mesure de l'angle APD ou SPZ, qui a son sommet au pole. Pour cela je considere le triangle sphérique ZPS, dont les trois côtés sont connus par les conditions du Problême, sçavoir, 1°. PZ, qui est le complément de la hauteur du pole PR, puisque l'arc ZPR, qui s'étend depuis le zenith jusqu'à l'horison, est un quart de cercle. 2°. PS, qui est le complément de la déclinaison DS du Soleil, parce que l'arc PD compris entre le pole & l'équateur, est un quart de cercle: (si le Soleil déclinoit vers le pole abaissé, P*s* seroit la somme d'un quart de cercle & de la déclinaison): 3°. enfin le côté ZS, qui est la somme du quart de cercle vertical ZO contenu entre le zenith & l'horison, plus de la réfraction horisontale OS. Supposons que la hauteur du pole soit de 49 degrés, la déclinaison du Soleil de 20 degrés: dans ce cas le côté ZP du triangle sphérique sera de 41 deg. le côté PS de 70 deg. & le côté ZS de 90^d 32′, (je néglige les secondes). Or quand on connoît les trois côtés d'un triangle sphérique, on peut trouver les angles par la méthode suivante, que nous allons appliquer à la recherche de l'angle ZPS.

2. 1°. On cherchera l'excès du plus grand des côtés PS & PZ sur le plus petit des deux; on ajoutera cet excès avec la base ZS, & on prendra la moitié de la somme. 2°. On retranchera cet excès de la même base ZS, & on prendra la moitié du reste ou de la différence:

3°. On cherchera le logarithme du sinus de la moitié de la somme, & celui du sinus de la moitié de la difference : ensuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon qui est le sinus total ou de 90 deg. pour en avoir la somme. 4°. On ôtera de cette derniere somme celle des logarithmes des sinus des deux côtés qui comprennent l'angle P, la moitié du reste sera le logarit. du sinus de la moitié de l'angle P. Fig. 15.

Dans notre exemple les côtés PS & PZ sont, comme nous avons dit, l'un de 70 deg. & l'autre de 41 deg. Ainsi 1°. l'excès de PS sur PZ sera 29 degrés; par conséquent la somme de cet excès & de la base ZS, qui contient $90^d\ 32'$, sera $119^d\ 32'$, dont la moitié est $59^d\ 46'$. 2°. La difference de la même base & de l'excès sera $61^d\ 32'$, dont la moitié est $30^d\ 46'$. 3°. Les logarithmes des sinus de $59^d\ 46'$ & de $30^d\ 46'$ sont 993650 & 970888, lesquels étant ajoutés avec 2000000, qui est le double du logar. de 90 deg. (je retranche les deux derniers chiffres de tous les logarit.) donnent la somme 3964538. 4°. Si de cette somme on ôte 1978993, qui est celle des logarit. des sinus des côtés PS & PZ, il restera 1985545, dont la moitié 992772 est le sinus de $57^d\ 51'$: ainsi l'angle P ou l'arc semi-diurne AD est double de $57^d\ 51'$; cet arc est de $115^d\ 42'$.

3. Quand on aura trouvé l'angle P, ou l'arc AD qui en est la mesure, on le réduira en heures, en minutes & secondes d'heure : pour cet effet on comptera une heure pour 15 deg. 4. minutes d'heure ou de tems pour un degré, une minute de tems pour 15 min. de degrés, & une seconde de tems pour 15 secondes de degrés : dans notre exemple, l'arc semidiurne étant de $115^d\ 42'$, il donnera presque $7^h\ 43^m$: ainsi la moitié du jour est de $7^h\ 43^m$: par conséquent le Soleil se leve à $4^h\ 17^m$, ou se couche à $7^h\ 43^m$.

4. Cette méthode est fondée sur une proportion géométrique démontrée dans la Trigonométrie sphérique,

Fig. 15. dont voici les quatre termes : le premier est le produit des sinus des deux côtés PS & PZ. Pour désigner le second, je suppose PS plus grand que PZ, & j'appelle l'excès SX : cela posé, le second terme est le sinus de la moitié de la somme de ZS plus SX multiplié par le sinus de la moitié de la différence de ZS à SX. Le troisiéme terme est le quarré du rayon ; & enfin le quatriéme est le quarré du sinus de la moitié de l'angle P. On peut voir la démonstration de cette proportion dans la trente-neuviéme proposition de la Trigonométrie Sphérique de Keil, à la fin de son Astronomie *in*-4°. Cette proportion étant supposée, on déduira facilement la méthode précédente, en faisant attention que la propriété des logarithmes est de convertir la multiplication en addition, & la division en soustraction ; car cela posé, on verra aisément que les trois premiers articles de la méthode tendent à représenter le produit des moyens, & que par le quatriéme on fait la même chose que si on divisoit ce produit par le premier terme.

Il y a une autre méthode de trouver les angles d'un triangle sphérique dont on connoît les trois côtés. Nous l'avons expliquée au Problême V, qui est vers la fin de la troisiéme Section du Traité, qui précede les Tables des Sinus, des Tangentes & des Logarithmes que nous venons de faire imprimer.

5. Si les deux côtés PS & PZ de l'angle P étoient égaux, on trouveroit cet angle par une seule analogie : car en concevant un arc PK tiré du point P perpendiculairement sur le côté ZS, on auroit le triangle PKS rectangle en K, dont on connoîtroit l'hypothénuse PS & le côté KS : qui seroit la moitié du côté connu SZ, lequel est la base du triangle ZPS, qu'on suppose isocele : ainsi pour connoître l'angle KPS, il faudroit dire : *Le sinus de l'hypothénuse* PS *est au rayon*, *comme le sinus de* KS *est au sinus de l'angle opposé* KPS, *moitié de l'angle cherché* ZPS. En général l'analogie pour trouver l'angle com-

pris entre les deux côtés égaux d'un triangle isocele, dont les trois côtés sont connus, est telle: *Le sinus d'un des côtés égaux est au sinus total, comme le sinus de la moitié de la base est au sinus de la moitié de l'angle cherché.* Fig. 12.

6. On peut par le moyen de ce Problême trouver le plus long jour de l'année pour chaque latitude : car ce plus long jour arrive lorsque le Soleil est au tropique le plus proche du pole élevé, & que par conséquent sa déclinaison est d'environ $23^d\ 28'$. Ainsi, si on veut chercher quel est le plus grand jour de l'année pour Paris, dont la latitude est de $48^d\ 51'$, voici quels seront les trois côtés du triangle sphérique ZPS ; PZ sera de $41^d\ 9'$, PS de $66^d\ 32'$, & ZS contiendra toujours $90^d\ 32'$. Cela étant, on trouvera que l'angle P ou l'arc semidiurne AD qui en est la mesure, étant réduit en heures, donne $8^h\ 3^m$: d'où il suit que le plus long jour de l'année à Paris est de $16^h\ 6^m$.

7. Les arcs semidiurnes faisant connoître la longueur des jours, & l'heure à laquelle le Soleil se leve ou se couche, ce qui peut servir à régler des horloges & des montres ; j'ai cru qu'il étoit à propos de placer ici une Table de ces arcs pour les dix degrés de latitude qui comprennent toute l'étendue de la France, & un peu davantage. On a mis dans chaque colonne, sous chacun des dix degrés de latitude marqués en haut, les arcs semidiurnes réduits en heures pour chaque degré de déclinaison du Soleil jusqu'au douziéme ; & depuis le douziéme degré, on a mis les arcs de demi-degré en demi-degré, en prenant seulement la déclinaison vers le pole élevé. Cette Table, qui montre la durée de la moitié du jour, y compris l'effet de la réfraction, est tirée en partie du Livre de la *Connoissance des Tems*.

8. Il est facile de voir, à l'aide de cette Table, à quelle heure le Soleil se leve à un lieu dont on connoît la latitude contenue dans la Table, pourvu qu'on sçache d'ailleurs la déclinaison du Soleil. Supposons, par exemple,

qu'on veuille sçavoir à quelle heure le Soleil se leve pour un lieu qui est à 45 deg. de latitude, lorsque le Soleil décline de 16^d vers le pole élevé : on cherchera dans la colonne qui est sous le 45^e deg. le nombre qui est vis-à-vis de 16^d de déclinaison marqués dans la premiere colonne à gauche, on trouvera $7^h\ 10^m$, il faut les ôter de 12^h, le reste $4^h\ 50^m$ fera connoître que le Soleil se leve pour lors à $4^h\ 50^m$.

9. On peut aussi se servir de cette Table pour connoître sans erreur sensible l'heure du lever du Soleil dans les endroits dont la latitude est entre deux degrés qui sont dans la Table. Il s'agit, par exemple, de sçavoir à quelle heure le Soleil se leve à une Ville qui a environ $51^d\ 45'$ de latitude, lorsque la déclinaison du Soleil est de 20 deg. vers le pole élevé : je cherche quelles sont les heures marquées vis-à-vis de 20 deg. de déclinaison dans les colonnes qui sont sous 51 & 52 degrés de latitude ; je trouve que c'est 7 heures 51 min. & 7 heures 55 min. dont la différence est 4 min. & comme il s'agit d'une latitude qui excede 51^d de $45'$ c'est-à-dire, des trois quarts d'un degré, je prends les trois quarts de la différence, sçavoir $3'$, que j'ajoute à $7^h\ 51'$, la somme $7^h\ 54'$ sera la moitié du jour dans l'endroit proposé au tems de la déclinaison marquée : par conséquent le Soleil s'y levera pour lors à $4^h\ 6'$.

10. Si on veut faire une proportion pour trouver la même chose, on dira : *Comme la différence de 51 à 52 deg. ou comme $60'$ sont à $45'$, ainsi la différence $4'$ à un quatriéme terme qu'il faut ajouter à $7^h\ 51'$, que donne l'arc semi diurne de 51^d, on aura la somme $7^h\ 54'$.*

11. On pourra trouver par une méthode semblable à quelle heure le Soleil se levera, quand sa déclinaison sera entre celles qui sont marquées dans la Table, par exemple, quand elle sera de $18^d\ 20'$ vers le pole élevé, pourvu que la latitude du lieu soit dans la Table, ou du moins entre celles qui y sont marquées.

TABLE DES ARCS SEMIDIURNES réduits en heures.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Latitude		43		44		45		46		46		ou hauteur du Pole.
D.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	
1		6	7	6	7	6	7	6	7	6	7	
2		6	10	6	11	6	11	6	11	6	12	
3		6	14	6	15	6	15	6	15	6	16	
4		6	18	6	18	6	19	6	20	6	20	
5		6	22	6	22	6	23	6	24	6	25	
6		6	25	6	26	6	27	6	28	6	29	
7		6	29	6	30	6	31	6	32	6	33	
8		6	33	6	34	6	35	6	37	6	38	
9		6	37	6	38	6	40	6	41	6	42	
10		6	41	6	42	6	44	6	45	6	47	
11		6	45	6	46	6	48	6	50	6	51	
12		6	49	6	50	6	52	6	54	6	56	
12	30	6	51	6	53	6	54	6	56	6	58	
13		6	53	6	55	6	57	6	59	7	1	
13	30	6	55	6	57	6	59	7	1	7	3	
14		6	57	6	59	7	1	7	3	7	5	
14	30	6	59	7	1	7	3	7	5	7	8	
15		7	1	7	3	7	5	7	8	7	10	
15	30	7	3	7	5	7	8	7	10	7	13	
16		7	5	7	7	7	10	7	12	7	15	
16	30	7	7	7	10	7	12	7	15	7	18	
17		7	9	7	12	7	14	7	17	7	20	
17	30	7	12	7	14	7	17	7	20	7	22	
18		7	14	7	16	7	19	7	22	7	25	
18	30	7	16	7	19	7	22	7	25	7	28	
19		7	18	7	21	7	24	7	27	7	30	
19	30	7	20	7	23	7	26	7	30	7	33	
20		7	23	7	26	7	29	7	32	7	35	
20	30	7	25	7	28	7	31	7	35	7	38	
21		7	29	7	30	7	34	7	37	7	41	
21	30	7	30	7	33	7	36	7	40	7	44	
22		7	32	7	35	7	39	7	43	7	46	
22	30	7	35	7	38	7	41	7	45	7	49	
23		7	37	7	40	7	44	7	48	7	52	
23	28	7	39	7	43	7	47	7	51	7	55	

TABLE DES ARCS SEMIDIURNES réduits en heures.

Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.

Latitude		48		49		50		51		52		ou hauteur du Pole.
[illegible]	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	H.	M.	
1		6	8	6	8	6	8	6	8	6	9	
2		6	12	6	12	6	13	6	13	6	14	
3		6	17	6	17	6	18	6	18	6	19	
4		6	21	6	22	6	22	6	22	6	24	
5		6	25	6	26	6	27	6	27	6	29	
6		6	30	6	31	6	32	6	33	6	34	
7		6	34	6	36	6	37	6	38	6	40	
8		6	39	6	41	6	42	6	43	6	45	
9		6	44	6	45	6	47	6	48	6	50	
10		6	48	6	50	6	52	6	54	6	56	
11		6	53	6	55	6	57	6	59	7	1	
12		6	58	7	0	7	2	7	4	7	7	
12	30	7	0	7	3	7	5	7	7	7	10	
13		7	3	7	5	7	7	7	10	7	12	
13	30	7	5	7	8	7	10	7	13	7	15	
14		7	8	7	10	7	13	7	15	7	18	
14	30	7	10	7	13	7	15	7	18	7	21	
15		7	13	7	15	7	18	7	21	7	24	
15	30	7	15	7	18	7	21	7	24	7	27	
16		7	18	7	21	7	24	7	27	7	30	
16	30	7	20	7	23	7	26	7	30	7	33	
17		7	23	7	26	7	29	7	33	7	36	
17	30	7	26	7	29	7	32	7	36	7	39	
18		7	28	7	31	7	35	7	38	7	42	
18	30	7	31	7	34	7	38	7	42	7	45	
19		7	34	7	37	7	41	7	45	7	49	
19	30	7	36	7	40	7	44	7	48	7	52	
20		7	39	7	43	7	47	7	51	7	55	
20	30	7	42	7	46	7	50	7	54	7	58	
21		7	45	7	49	7	57	7	57	7	2	
21	30	7	48	7	52	8	1	8	1	8	5	
22		7	50	7	55	8	4	8	4	8	9	
22	30	7	53	7	58	8	7	8	7	8	13	
23		7	56	8	1	8	11	8	11	8	16	
23	28	8	0	8	4	8	14	8	14	8	20	

12. Cette Table & le Problême précédent peuvent aussi servir à connoître si une horloge ou une montre marque l'heure conformément au Soleil : pour cela on observera d'abord quelle heure il est à la montre, quand le bord supérieur du Soleil commence à paroître ; ensuite on examinera à quelle heure le bord inférieur se leve ; l'instant également éloigné de ces deux momens est le tems auquel le centre du Soleil s'est levé. Si donc ce tems est le même que celui qu'on trouve par le calcul ou dans la Table, c'est une marque que la montre est sur le Soleil : mais si ce tems est différent de l'heure trouvée par le calcul ou dans la Table, on connoîtra que la Montre précéde le Soleil ou le suit, & de combien. Je suppose, par exemple, que le bord supérieur du Soleil s'est levé, lorsque la Montre marquoit 4 heures 8 min. & que l'autre bord a paru sur l'horison lorsqu'il étoit $4^h\ 10'$ à la montre. Dans cette hypothèse, le centre du Soleil s'est levé à $4^h\ 9'$, parce que ce moment est également distant de $4^h\ 8'$ & de $4^h\ 10'$: c'est pourquoi si on a trouvé par le calcul ou dans la Table que le Soleil doit se lever ce même jour à $4^h\ 9'$, la Montre est sur le Soleil : mais si le calcul ou la Table annonce le lever du Soleil à $4^h\ 5'$, on connoîtra que la montre précede le Soleil de $4'$, puisqu'elle marque $9'$, quoiqu'il n'en soit que 5.

13. On suppose ici que l'on puisse voir l'horison dans l'endroit où le Soleil se leve ou se couche : c'est pourquoi lorsqu'il y a quelque montagne voisine vers l'orient ou vers l'occident, on est obligé de monter sur quelque hauteur. Or, pour regarder le Soleil sans danger de se blesser la vûe, il faut avoir un verre noirci d'un côté par la fumée d'une chandelle à laquelle on a exposé ce verre ; & afin que la couche de fumée qui s'y est attachée ne soit pas enlevée par l'attouchement des doigts ou des autres corps, on peut joindre un second verre au côté noirci du premier, en l'y attachant avec de la cire d'Espagne, ou du papier collé au bord.

14. Une montre peut marquer la même heure que le

soleil dans un tems, quoique son mouvement ne soit pas réglé sur celui du soleil. Supposons, par exemple, que la Montre marque la véritable heure du lever du soleil, & qu'elle marque 4 minutes de plus qu'il n'est, quand le soleil se couche, alors le mouvement de la montre n'est pas réglé sur celui du soleil, quoiqu'elle se soit rencontrée le matin avec cet astre : réciproquement il se peut faire qu'une montre ou une pendule ne marque pas la même heure que le soleil; comme si la pendule marquoit 4 minutes de plus qu'il n'est au soleil, tant à son lever qu'à son coucher. On peut dire dans ce cas que la pendule *précede* le soleil; on dit aussi alors qu'elle *avance* ; mais on se sert souvent de ce dernier terme pour exprimer que dans le même espace de tems elle marque plus d'heures & de minutes que le soleil, comme il arrive dans le premier cas. Nous prendrons le terme *avancer* dans ce dernier sens; ainsi avancer & aller trop vîte signifieront la même chose Or en donnant ces significations à ces termes, une montre pourra précéder le soleil, sans avancer ou aller plus vîte que lui; mais si elle avance sur le soleil, il faut qu'à la suite du tems elle le précede. On peut mettre la même différence entre retarder sur le soleil & le suivre.

15. Cela posé, le Problême précédent & la Table pourront aussi servir à connoître si le mouvement d'une montre est réglé sur celui du soleil : car, par exemple, si elle précede autant le soleil à son lever qu'à son coucher, ou bien au lever d'un jour, qu'à celui du suivant, c'est une marque la montre est réglée sur le soleil. (Je néglige ici l'augmentation ou la diminution qui arrive dans la durée d'un jour, à cause du changement de la déclinaison du soleil).

16. La méthode du premier Problême est la même que celle dont on se sert pour trouver quelle heure il est à un instant pour lequel on connoît la hauteur du soleil sur l'horison, pourvu que l'on connoisse aussi sa dé-

clinaison

clinaiſon & la latitude du lieu : car dans le triangle ZPS Fig. 15.
le côté ZS, qui pour lors eſt moindre que le quart de cercle ZO, eſt le complément de la hauteur SO du ſoleil : ainſi on connoît les trois côtés de ce triangle; par conſéquent on peut trouver l'angle P de la maniere que nous avons expliquée dans le Problême. Or la meſure de cet angle eſt l'arc AD de l'équateur, qui étant réduit en heures & en minutes, donne le tems qu'il y a depuis l'inſtant pour lequel on connoît la hauteur du ſoleil juſquà midi, ſi c'eſt le matin; ou depuis midi juſqu'à cet inſtant, ſi c'eſt au ſoir. Nous avons enſeigné la méthode de prendre la hauteur du ſoleil (art. 12 & 13 du troiſiéme Livre).

Ces mots abrégés ſ. ar. que l'on trouvera dans les calculs ſuivans ſignifient *ſinus artificiel*, c'eſt à-dire, logarit. du ſinus : ainſi cette expreſſion 70^d ſ. ar. 997299 veut dire que l'arc ou l'angle de 70 degrés a pour ſinus artificiel le nombre 997299.

Voici une exemple dans lequel nous ſuppoſerons la latitude de 49^d, la déclin. du ſoleil de 20^d vers le pole élevé, & ſa hauteur ſur l'horiſon de 42. Pour lors on aura,

EXEMPLE.

PS=70^d ſ. ar. 997299 ZS=48^d
PZ=41 ſ. ar. 981694 PS—PZ=29

PS—PZ=29^d ſom. 1978993 différence 19
ZS=48 moitié de la diff. 9 30′

ſomme 77^d
moit. de la ſom. 38^d 30′ ſ. ar. 979415
moit. de la diff. 9 30′ ſ. ar. 921761
double du log. du rayon 2000000

ſomme 3901176
ſom. des ſ. ar. de PS & de PZ 1978993

reſte 1922183 24^d 6′
moit. du reſte 961091 ſ. ar. de 24^d 6′

l'angle ZPS ou l'arc AD=48^d 12′.

Fig. 15. L'arc AD étoit donc alors de $48^d\ 12'$, qui étant réduits en heures donnent presque 3 heures 13 min. Si on suppose que la hauteur du soleil a été prise avant midi, il faut retrancher ces 3 heures 13 min. de 12 heures, & le reste $8^h\ 47^m$ est l'heure qu'il étoit dans l'instant que le soleil étoit élevé de 42 deg. sur l'horison. Si la hauteur du soleil avoit été prise après midi, on en auroit conclu qu'il étoit dans ce moment 3 heures 13 min.

Avant de passer au Problême suivant nous exposerons ici quelques propositions de Trigonométrie sphérique qui feront mieux entendre ce que nous avons à dire.

17. 1°. Dans un triangle sphérique rectangle, comme SXP rectangle en X, les côtés de l'angle droit sont de même espece que les angles auxquels ils sont opposés, c'est-à-dire, que si un de ces angles, comme P, est aigu ou moindre que 90^d, le côté opposé SX est aussi moindre que 90^d; & si l'angle PSX est obtus, le côté PX est plus grand que 90^d ou qu'un quart de cercle : si donc les deux angles opposés au côté de l'angle droit sont aigus, ces deux côtés sont chacun moindres que 90^d : si ces deux angles sont obtus, les deux côtés sont chacun plus grands que 90^d : si un de ces angles est aigu & l'autre obtus, le côté opposé au premier est moindre qu'un quart de cercle, & celui qui est opposé au second est plus grand. Il pourroit se faire aussi que dans un triangle sphérique deux ang. ou même les trois fussent droits: dans ce cas les côtés seroient toujours de même espèce que les angles opposés.

18. 2°. Lorsque l'hypothénuse d'un triangle rectangle est moindre qu'un quart de cercle, les deux côtés de l'angle droit sont de même espéce, c'est-à-dire, qu'ils sont tous les deux moindres, ou tous les deux plus grands que 90^d: mais si l'hypothénuse est plus grande qu'un quart de cercle, les deux côtés sont de différentes espéces, l'un est plus grand, & l'autre plus petit.

19. Pour abréger le discours, nous appellerons avec

plusieurs Auteurs, *cosinus* & *cotangentes* d'un arc ou d'un angle, le sinus & la tangente du complément de cet angle : ainsi le cosinus ou la cotang. d'un angle de $56^d\ 12'$ est le sinus ou la tangente d'un angle de $33^d\ 48'$. On donne la même dénomination aux sécantes. Fig. 18.

Quand on a besoin du logarithme du cosinus ou de la cotang. d'un angle ou d'un arc, par exemple, de $56^d\ 12'$, il n'est pas nécessaire de s'assurer d'abord quel est le complément de cet angle, afin de chercher ensuite dans les Tables le logarithme du sinus ou de la tangente de ce complément. Il suffit de chercher dans ces Tables 56^d, $12'$; car on trouvera vis-à-vis dans la même page à la gauche le logar. qu'on cherche. Le logar. du cosinus de $56^d\ 12'$ est 974531, celui de la cotangente est 982571. Les log. des sinus & des tangentes sont appellés sinus *artificiels* & tangentes *artificielles*, pour les distinguer des sinus & des tangentes *naturels* qu'on appelle simplement sinus & tang. il en est de même des sécantes.

Nous allons proposer un second Problême pour connoître la longueur des jours sans y comprendre l'augmentation causée par la réfraction, à laquelle on n'a point d'égard, quand on veut déterminer la fin ou le commencement des climats.

PROBLEME II.

20. *La hauteur du pole ou la latitude d'un lieu étant donnée avec la déclinaison du Soleil, trouver la longueur du jour pour ce lieu, sans y comprendre l'augmentation causée par la réfraction.* Fig. 14.

Dans l'hypothèse de ce Problême le jour ne commence que quand le Soleil est à l'horison : ainsi les deux arcs PS & ZS se rencontrent sur un point S de l'horison. Cela supposé, il faut concevoir un arc d'un grand cercle tiré du point S perpendiculairement sur le méridien : cet arc ne sera pas différent de la partie SR de l'horison, puisque l'horison est perpendiculaire au méridien. (Nous

ſuppoſons la déclinaiſon du Soleil vers le pole élevé.)
Fgi. 14. On aura donc le triangle ſphérique rectangle SRP dont on connoît le côté PR qui eſt la hauteur du pole, l'hypothénuſe PS complément de la déclinaiſon du Soleil, & l'angle droit R : ainſi on trouvera l'angle SPR ſupplément de ZPS ou de l'arc AD en diſant :

La cotangente du côté PR *eſt à la contangente de l'hypothénuſe* PS, *comme le ſinus total eſt au coſinus de l'angle* SPR *adjacent au côté connu* PR. Cet angle ſera aigu à cauſe qu'il eſt oppoſé au côté ou à l'arc perpendiculaire SR qui eſt moindre qu'un quart de cercle.

Si la hauteur du pole eſt de 49^d & la déclinaiſon du Soleil de 20^d, le côté PR ſera de 49^d, & l'hypot. PS complément de la déclinaiſon ſera de 70^d. Ainſi les log. des trois premiers termes de l'analogie ſeront 993916, 956107, 1000000, dont le premier étant ôté de la ſomme des deux autres, il laiſſera le reſte 962191 qui eſt le coſinus artificiel de $65^d\ 15'$: l'angle SPR ſera donc de $65^d\ 15'$. Il faut l'ôter de 180^d, le ſupplément ſera de $114^d\ 45'$; c'eſt la valeur de l'angle SPZ ou de l'arc AD, qui étant réduit en heures, donne 7 heures 39 minutes, au lieu de 7 heures 43 minutes que nous avons trouvées en y comprenant l'augmentation qui vient de la réfraction.

21. Si le Soleil décline vers le pole abbaiſſé, P*s* ſera égal à P*d*+*ds*, c'eſt-à-dire, à la ſomme d'un quart de cercle & de la déclinaiſon du Soleil, & alors l'arc perpendiculaire moindre qu'un quart de cercle, ſera *s*H, & le triangle rectangle à réſoudre ſera *s*HP dont on connoît le côté PH ſupplément de la hauteur du pole, l'hypothénuſe P*s* & l'angle droit en H. Ainſi on trouvera l'angle cherché *s*PH par l'analogie précédente. Si donc la hauteur du pole eſt de 49^d, & que la déclinaiſon du Soleil vers le pole inférieur ſoit de 20^d, les trois premiers termes de la proportion ſeront les cotangentes de 131^d, ou plutôt du ſupplément 49^d, celle de 110^d ou plu-

tôt de 70, le ſinus total & le coſinus de l'angle cherché. Fig. 14.

22. A la place de l'analogie précédente on peut faire celle-ci, *La tangente de l'hypothénuſe* PS *eſt à la tangente du côté* PR, *comme le ſin. total eſt au coſin. de l'ang.* SPR.

On voit bien que ces deux Problêmes peuvent s'appliquer aux autres aſtres dont on connoît la déclinaiſon, de même qu'au ſoleil.

23. On peut réſoudre ce ſecond Problême par une autre méthode, en employant le triangle CDS, qui eſt rectangle en D, parce que le cercle de déclinaiſon PD eſt perpendiculaire à l'équateur AT. On connoît trois choſes dans ce triangle, 1°. le côté DS qui eſt la déclinaiſon du ſoleil; 2°. l'angle oppoſé SCD égal à l'angle ACH, qui a pour meſure l'élévation AH de l'équateur, laquelle eſt toujours le complément de la latitude ZA; 3°. enfin l'angle en D qui eſt droit. Ainſi on pourra trouver le côté CD, c'eſt l'arc de l'équateur qui fait connoître de combien la durée de la moitié du jour ſurpaſſe ſix heures, leſquelles répondent au quart de cercle AC: car puiſque l'arc ſemi diurne eſt AD, & que le quart de cercle AC donne ſix heures, l'arc CD, qui eſt l'autre partie de AD, marquera l'excès de la moitié du jour ſur 6^h. Voici la proportion qui fera trouver l'arc CD: *La tangente de l'angle* C, *eſt à la tangente de l'arc* SD, *comme le ſinus total eſt au ſinus de l'arc* CD: c'eſt-à-dire, *la tangente du complément de la latitude eſt à la tangente de la déclinaiſon du ſoleil, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'arc cherché.*

En ſuppoſant que la latitude eſt de 49^d & la déclinaiſon du ſoleil de 20^d vers le pole élevé, on trouvera que l'arc cherché CD eſt de $24^d\,45'$, qui étant réduits en heures, donnent $1^h\,39^m$. Il faut donc ajouter 1^h: 39^m à 6^h, la ſomme $7^h\,39^m$ ſera l'arc ſemidiurne qu'on cherche. Si la déclinaiſon du ſoleil avoit été vers le pole abbaiſſé, il auroit fallu ôter $1^h\,39^m$ de ſix heures, le reſte $5^h\,21^m$ auroit été l'arc ſemidiurne.

Fig. 14. 24. L'arc CD est ce que l'on appelle la différence ascensionelle (Liv. I. art. 57), parce que le point C de l'équateur étant dans le plan de l'horison, en même-tems que le point S, cet arc est compris entre le point C de l'équateur qui se leve sur l'horison en même tems que le soleil & le cercle de déclinaison de cet astre. Ainsi pour trouver la différence ascensionelle du soleil ou d'un autre astre, il faut dire : *La tangente du complément de la latitude est à la tangente de la déclinaison de l'astre, comme le sinus total est au sinus de la différence ascensionelle.*

25. Nous dirons dans la suite comment on trouve la largeur des climats, soit d'heures, soit de mois. Nous passons présentement au Problême suivant qui enseigne à déterminer l'amplitude, soit orientale, soit occidentale du soleil ou de quelque autre astre dont on connoît la déclinaison. Il faut se souvenir que l'amplitude d'un astre est l'arc de l'horison compris entre l'équateur & l'endroit où cet astre, par exemple, le soleil, se leve ou se couche; ou, ce qui revient au même, l'amplitude orientale du soleil est la distance de l'*est*, ou du vrai orient au point ou le soleil se leve : & l'amplitude occidentale est la distance de l'*ouest*, ou du vrai occident au point où le soleil se couche.

PROBLEME III.

26. *La latitude du lieu ou la hauteur du pole étant donnée avec la déclinaison du soleil & la réfraction horisontale, trouver l'amplitude orientale ou occident. du soleil.*

Soit le méridien HZPR qui passe par le zenith Z & le pole P : soit aussi l'horison HR, l'équateur AT, le parallèle que décrit le soleil ESF, & le soleil S que l'on voit le matin avant qu'il soit arrivé à l'horison HR, parce que la réfraction le fait paroître plus élevé qu'il n'est effectivement : l'élévation qui est l'effet de la réfraction, est mesuré par l'arc SO du vertical ZOS, que l'on conçoit passer par le soleil : l'arc PSD sera un quart de cercle de déclinaison qui passe aussi par le soleil. Cela posé, on connoît, comme dans le dernier Problême, les trois côtés du triangle sphérique ZPS, sçavoir PS, qui est le complément de la déclinaison DS vers le pole élevé; ZP qui est le complément de la hauteur du pole PR; & enfin ZOS, somme du quart de cercle ZO, plus de la réfraction horisontale SO, qui est de 32′. Ainsi on pourra trouver l'angle PZS, dont la mesure est l'arc OR de l'horison. Mais d'ailleurs l'amplitude est l'arc CO, parce qu'il est compris entre le point C qui est l'intersection de l'équateur avec l'horison & le point O où le soleil se leve. Or cet arc CO est le complément de l'arc OR, parce que l'arc CR de l'horison est un quart de cercle compris entre l'équateur & le méridien. Par conséquent l'amplitude est le complément de l'angle PZS, lorsque la déclinaison du soleil est vers le pole élevé. Mais si le soleil décline du côté du pole abbaissé, l'amplitude sera la différence ou l'excès de l'angle PZ*s*, ou de sa mesure *o*R sur un quart de cercle; car en concevant le soleil au point *s* du parallèle I*s*L, l'amplitude est l'arc C*o* de l'horison, & la mesure de l'angle PZ*s* est *o*R. Or il est évident que C*o* est l'excès de *o*R sur le quart de cercle CR. Fig 13.

27. Pour trouver l'angle PZS, 1°. On cherchera l'excès du plus grand côté ZS sur le plus petit ZP, & on l'ajoutera à la base PS, puis on prendra la moitié de la somme. 2°. On retranchera cet excès de la même base, & on prendra la moitié de la différence: & le reste comme dans le premier Problême. Voici deux exemples dans lesquels on suppose la latitude de 49d, & la déclinaison de 23d 28′: mais dans le premier cette déclinaison se fait vers le pole élevé, & dans le second vers le pole abbaissé, & par conséquent PS est de 66d 32′, dans le premier parce qu'il est le complément de la déclinaison: mais P*s* est de 113d 28′ dans le second, parce qu'il est la somme du quart de cercle & de la déclinaison.

Fig. 13.

PREMIER EXEMPLE.

ZS=90^d 32′ f. ar. 999998. PS=66^d 32′
ZP=41d f. ar. 981694. ZS—ZP=49^d 32′

ZS—ZP=49^d 32′ fom. 1981692 différence, 17^d 0.
PS=76^d 32′ moit. de la dif. 8^d 30′.

fomme, 116^d 4′
moit. de la fom. 58 2 f. ar. 992858.
moitié de la diff. 8 30 f. ar 916970.
double du logar. du rayon 2000000.

fomme 3909828.
fom. des f. ar. de ZS & ZP 1981692.

refte 1928136. 25d 55′ $\frac{1}{2}$.
moitié du refte 964068. f. ar. de 25^d 55′ $\frac{1}{2}$.

fomme 51d 51′.

Le complément de 51^d 51′ eft 38d 9′; ainfi l'amplitude eft 38^d 9′.

EXEMPLE II.

Ps=113^d 28′
Zs=90^d 32′ f. ar. 999998, Zs—ZP= 49 32′
ZP=41 f. ar. 981694. différence 63d 56′
Zs—ZP=49^d 32′ fom. 1981692. m. de la dif. 31^d 58′
Ps=113^d 28′

fomme 163^d
m. de la fom. 81d 30′ f. ar. 999520
m. de la diff. 31 58′ f. ar. 972380
doub. du log. du rayon 2000000

fomme 3971900
fom. des f. ar. de Zs & ZP 1981692

refte 1990208 63^d 18′
moit. du refte 995104 f. ar. de 63d 18′

fomme 126d 36′
90

refte 36d 36′ amp.

28. Si on n'avoit point d'égard à l'effet de la réfraction, il faudroit concevoir le ſoleil au plan de l'horiſon, & pour lors ZS ne feroit que de 90^d : mais on trouveroit l'amplitude en ſuivant la même méthode que nous allons appliquer au premier des deux exemples précédens. Fig. 14

EXEMPLE.

ZS=90$_d$ ſ. ar.	1000000.	PS=66$_d$ 32′	
ZP=41 ſ. ar.	981694.	ZS—ZP=49$_d$	
ZS—ZP=49$_d$ ſom.	1981694.	différence	17$_d$ 32′
PS=66$_d$ 32′		moit. de la diff.	8^d 46′.

ſomme 115^d 32′

moit. de la ſ. 57 46. ſ. ar.	992731.
moit. de la d. 8 46. ſ. ar.	918302.
double du log. du rayon	2000000.
ſomme	3911033.
ſom. des ſ. ar. de ZS & de ZP	2981684.
reſte	1929339 — 29$_d$ 19′
moit. du reſte	964669 ſ. ar. de 26$_d$ 19′
	52^d 38′

Le complément de 52^d 38′ eſt 37^d 22′

Nous ne nous arrêterons pas à appliquer la même méthode au ſecond exemple, parce que cela eſt trop facile.

29. On voit par les deux exemples dans leſquels on a égard à la réfraction, que l'amplitude vers le pole élevé eſt plus grande que celle qui eſt du côté du pole abbaiſſé, la déclinaiſon du ſoleil étant la même vers l'un & l'autre pole. La raiſon de cette diverſité devient ſenſible par la Fig. 13 : car s'il n'y avoit point de réfraction, le ſoleil ne paroîtroit que quand il eſt arrivé aux points M & *m*, qui ſont les points d'interſection des parallèles EF & IL avec l'horiſon ; & par conſéquent les deux am-

plitudes auroient été CM & C*m* qui sont égales, parce que les parallèles sont également éloignés de l'équateur. Or il est évident que par la réfraction l'amplitude CO devient plus grande que CM, & qu'au contraire l'autre amplitude C*o* devient moindre que C*m*.

30. Mais l'augmentation d'une part, est égale à la diminution de l'autre: c'estpourquoi si on ajoutoit les deux amplitudes GO & C*o* causées par la réfraction, & qu'on prît la moitié de la somme, cette moitié seroit égale à l'amplitude CM ou C*m*, que le soleil auroit, s'il n'y avoit point de réfraction. Cela paroît par les exemples que nous avons rapportés.

Fig. 14. 31. Lorsqu'on n'a point d'égard à la réfraction, on pourroit trouver l'amplitude CS plus aisément par le moyen du triangle CDS rectangle en D, dont on connoît 1°. le côté DS, qui est la déclinaison du soleil; 2°. l'angle opposé SCD égal à l'élévation ACH de l'équateur laquelle est le complément de la latitude; 3°. enfin l'angle en D qui est droit à cause du cercle de déclinaison PD qui est perpendic. à l'équateur. Ainsi pour trouver l'amplitude CS, il n'y aura qu'à faire cette proportion: *Le sinus de l'angle* C, *complément de la latitude, est au sinus de la déclinaison* DS, *comme le sinus total est au sinus de l'amplitude.* Dans les exemples que nous avons donnés, le complément de la latitude est de 41^d, la déclinaison du soleil est de 23^d 28'; par conséquent les logarithmes des trois premiers termes de l'analogie marquée seront 981694, 960012, 1000000, dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, le reste sera le nombre 978318, qui est le logarithme du sinus de 37^d 22'

PROBLEME IV.

32. *Connoissant la hauteur du Pole avec la déclinaison du soleil, trouver la hauteur sur l'horison à quelque heure que ce soit du jour.* Ce Problême est l'inverse de l'art. 16.

Soit le méridien HZPR qui passe par le zenith Z &

 Fig. 153
par le pole P : ſoit auſſi l'horiſon HR, l'équateur AT & le ſoleil au point S, l'arc PSD ſera un quart de cercle de déclinaiſon qui paſſe par le ſoleil, & ZSO ſera un autre quart de cercle du vertical qui paſſe auſſi par le ſoleil. Cela étant, il s'agit de trouver l'arc SO, qui meſure la hauteur du ſoleil ſur l'horiſon. Or on trouvera ZS, qui eſt le complément de cet arc, par le triangle ſphérique ZPS : car dans ce triangle on connoît trois choſes ſçavoir le côté PZ, complément de la latitude ZA, le côté PS complément de la déclinaiſon du ſoleil SD, & enfin l'angle ZPS ou APD meſuré par l'arc AD, dont on connoît les degrés par le tems qui eſt entre midi & le moment pour lequel on veut ſçavoir la hauteur du ſoleil, en prenant 15 degrés pour chaque heure (Liv. III. art. 32) : Si par exemple, on veut ſçavoir la hauteur du ſoleil à $8^{h}\frac{1}{2}$ du matin, comme il y a $3^{h}\frac{1}{2}$ depuis ce moment juſqu'à midi, l'arc AD ſera de $52^{d}\,30'$. Ainſi dans le triangle ZPS on connoît deux côtés & l'angle qu'ils comprennent. On cherchera donc la hauteur SO complément du côté ZS, par ce côté qui eſt oppoſé à l'angle ZPS. Il faut concevoir l'arc SX tiré perpendiculairement ſur le côté PZ prolongé, s'il eſt néceſſaire, ou du côté de P, ou du côté de Z : cet arc perpendiculaire que nous ſuppoſons moindre que 90^{d}, tombera du côté de l'angle aigu formé par SP & par PZ prolongé, comme on vient de le dire : c'eſt pourquoi ſi l'angle SPZ eſt aigu, l'arc SX tombera du côté de cet angle; mais ſi l'angle SPZ eſt obtus, l'arc perpendiculaire tombera de l'autre côté. Cela poſé, on cherchera d'abord le premier ſegment PX, que l'on trouvera par l'analogie ſuivante, tirée du triangle ſphérique SXP rectangle en X, dont on connoît l'hypothénuſe PS & l'angle XPS ou APD.

33. *Le coſinus de l'angle* P, c'eſt-à-dire, *le ſinus du complément de cet angle, eſt au ſinus total, comme la cotangente de l'hypothénuſe* PS *eſt à la cotangente du côté* PX.

34. Le quatrieme terme qu'on trouvera peut convenir à un arc plus grand que 90^d ou au supplément de cet arc. Or on connoîtra que l'arc ou le segment PX est plus grand que 90 degrés lorsque l'hypothénuse, PS est plus grande qu'un quart de cercle : car comme le côté ou l'arc perpendiculaire SX est pris moindre que 90 degrés, si on suppose l'hypothénuse Ps plus grande que 90^d: il faut que l'autre côté PX soit aussi plus grand que 90^d: (18) : mais si PS est moindre que 90^d, le segment PX est aussi plus petit que 90^d; en un mot le segment PX est de même espece que l'hypothénuse PS: d'où il suit que PX ne peut surpasser 90^d que quand le soleil décline vers le pole abbaissé ou inférieur.

35. Quand on aura trouvé PX, comme d'ailleurs on connoît le côté PZ, on trouvera aussi l'autre segment ZX : car 1°. si l'angle connu P est aigu, & que PX soit moindre que PZ, il faudra ôter PX de PZ, le reste sera ZX, parce que dans ce cas l'arc perpendiculaire SX tombe en dedans du triangle PSZ. 2°. Si l'angle P étant encore aigu, PX est plus grand que PZ, il faudra ôter PZ de PX, le reste sera ZX; car alors l'arc SX tombe hors du triangle PSZ du côté de Z. 3°. Enfin si l'angle P est obtus, on ajoutera PZ à PX, la somme sera ZX, parce que pour lors l'arc perpendiculaire tombe hors du triangle PSZ du côté de P. Le segment ZX étant connu on trouvera le côté ZS par cette seconde analogie.

Le cosinus de l'arc PX *est au cosinus de* ZX, *comme le cosinus du côté* PS *est au cosinus du côté* ZS, c'est-à-dire, *au sinus de l'arc* SO, qui est la hauteur du soleil pour le moment supposé.

Si la latitude est de $48^d\ 51'$, la déclinaison du soleil de $23^d\ 28'$, & qu'on veuille connoître la hauteur du soleil à $8^h \frac{1}{2}$ du matin, les trois premiers termes de la premiere proportion seront le cosinus de $52^d\ 30'$: valeur de l'angle P, le sinus total, & la cotangente de $66^d\ 32'$=PS, dont les logarithmes sont 978445, 1000000, 963761, qui feront trouver le nombre 985316 cotangente artificielle de $54^d 30'$, qui eſt la valeur du ſegment PX. Ainſi ce ſegment eſt plus grand que PZ, qui n'eſt que de $41^d 9'$: il faut donc retrancher PZ de PX, & le reſte $13^d 21'$ ſera l'autre ſegment ZX. Après cela on viendra à la ſeconde proportion, dont les trois premiers termes ſont le coſinus de $54^d 30'$, celui de $13^d 21'$, & celui de $66^d 32'$, leſquels ont pour logarithmes 976395, 998810, 960012. Or le premier de ces logarithmes étant retranché de la ſomme des deux autres, le reſte ſera 982427, qui eſt le ſinus artificiel de $41^d 51'$. Ainſi la hauteur SO du Soleil, qui eſt le complément du côté ZS, eſt de $41^d 51'$ à $8^h \frac{1}{2}$ du matin, la latitude du lieu étant de $48^d 51'$, & la déclinaiſon du Soleil de $23^d 28'$ vers le pole élevé.

Si la déclinaiſon du Soleil avoit été du côté du pole inférieur, le ſegment PX auroit été (34) le ſupplément de $54^d 30'$ parce que dans ce cas le côté PS auroit été plus grand que 90^d.

36. Quand quelqu'un des termes connus dont on prend le complément dans une analogie, eſt plus grand que 90^d, alors ce complément eſt celui du ſupplément de ce terme. Or ce complément eſt la même choſe que l'excès du même terme ſur 90^d : par exemple, ſi l'angle ZPS eſt de 105^d, le ſupplément ſera 75, dont le complément eſt 15. Or 15 eſt l'excès de 105 ſur 90^d. Voici un exemple.

La latitude du lieu & la déclinaiſon du ſoleil étant ſuppoſées les mêmes que dans l'exemple précédent, on veut ſçavoir la hauteur du Soleil à 5^h du matin, c'eſt-à dire, quand l'angle ZPS eſt de 105^d. Nous nous contenterons de mettre ici le calcul tout fait ſans l'expliquer.

1000000 logarithme du ſinus total.
963761 cotang. artif. de $66^d\ 32'$ = PS.

1973761 ſomme
941300 coſinus artif. de 75^d = ZPS.

Reſte 1032461 cotang. artif. de $30^d\ 48'$ = PX.

Comme dans ce cas l'angle ZPS est obtus, on ajoutera PZ à PX, la somme 71^d 57' sera ZX, dont on se servira pour la seconde analogie.

949115	f. ar. de 18^d 3' compl. de ZX.
960012	f. ar. de 23^d 28' compl. de PS.
1909127	somme
993397	f. ar. de 59^d 12' compl. de PX.
Reste 915730	f. ar. de 8^d 16', hauteur du Soleil.

37. Au lieu de l'analogie de l'art. 33 on auroit pu se servir de celle-ci pour trouver le segment PX. *Le sinus total est au cosinus de l'angle* P, c'est-à-dire, *au sinus du complément de cet angle, comme la tangente du côté* PS *est à la tangente du segment* PX.

38. Quand l'angle ZPS est aigu, s'il arrivoit que le segment PX fût égal au côté PZ, alors l'arc perpendic. SX se confondroit avec le côté SZ; qui feroit par conséquent le triangle ZPS rectangle en Z : dans ce cas on trouveroit ZS complément de la hauteur par une analogie dans laquelle on compareroit les sinus des angles avec les sinus des côtés opposés, en disant :

Le sinus de l'angle droit PZS, *ou le sinus total, est au sinus du côté opposé* PS, *comme le sinus de l'angle* P *est au sinus du côté opposé* ZS.

39. Si on veut trouver la hauteur du Soleil à 6 heures soit du matin, soit du soir, l'angle P sera droit; & pour lors on trouvera ZS qui sera l'hypothénuse par une seule analogie, en disant : *Le sinus total est au cosinus de* PZ, *comme le cosinus* PS *est au cosinus de* ZS, c'est-à-dire, *Le sinus total est au sinus de la latitude, comme le sinus de la déclinaison du Soleil est au sinus de sa hauteur.* Si on suppose la latitude de 49^d, & la déclinaison du Soleil de 20^d, on trouvera la hauteur de 14^d 58'.

40. Nous avons expliqué comment on trouve la hauteur du Soleil par observation dans le second Problême

du troisiéme Livre : & nous avons dit dans le même Prob. art. 16, qu'on peut connoître tous les jours la hauteur du Soleil à midi sans observation & sans calcul, pourvû qu'on connoisse sa déclinaison & l'élévation de l'équateur sur l'horison, car s'il décline vers le pole élevé, sa hauteur méridienne est égale à la somme de sa déclinaison & de l'élévation de l'équateur : s'il décline vers le pole inférieur, sa hauteur est égale à la différence de ces deux quantités : & enfin si sa déclinaison est nulle, c'est-à-dire s'il répond à l'équateur, sa hauteur méridienne est égale à l'élévation de ce cercle.

41. Pour entendre plus facilement le Problême V, nous ajouterons ce qui suit. Supposons que le cercle OMVN représente un plan horisontal ; le diametre MN le méridien & les deux extrémités M & N le Midi & le Nord ; que le diametre OV désigne aussi le premier vertical, & les deux extrémités O & V l'orient & l'occident, enfin que les deux diametres AR, BT représentent deux autres verticaux, & le centre C le zenith par lequel passent tous les verticaux. Tous ces cercles étant perpendiculaires au plan horisontal, les lignes qui sont les intersections communes des cercles verticaux avec ce plan, font entre elles les mêmes angles que ces verticaux font les uns avec les autres. Ainsi les lignes AR & BT font avec la méridienne MN les mêmes angles que les verticaux que ces lignes représentent font avec le méridien. Si on suppose qu'il y ait un style perpendiculaire élevé du point C, & que le Soleil S réponde au vertical désigné par AR, l'ombre du style sera dirigée selon la même ligne CA : de même si le Soleil S répond au vertical BT, l'ombre du style tombera sur CB, dans la partie opposée au Soleil, en sorte que le Soleil étant toujours vers le midi par rapport à nous, l'ombre du style sera toujours dirigée vers le nord, quoique ce ne soit pas directement.

42. Cela posé, puisque la ligne d'ombre du style

tombe sur celle qui représente le vertical du Soleil, il paroît que l'angle DCA que doit faire la méridienne CD avec la ligne d'ombre CA est le même que celui qui est compris entre le méridien & le vertical du Soleil du côté du nord, ou plutôt, du pole boréal, qui est le pole élevé pour nous. Or cet angle est opposé par le sommet, & par conséquent égal à un autre qui est compris entre les mêmes cercles, & qui regarde le pole abbaissé. Il suffit donc de connoître la valeur de ce dernier angle afin d'avoir celui que doit former la méridienne avec la ligne d'ombre. Or cet angle étant donné, on tracera aisément la méridienne, comme nous l'allons dire dans le Problême suivant, qui ne suppose pas que le style soit perpendiculaire au plan : il est même plus commode dans la pratique qu'il soit courbe ou du moins oblique.

PROBLEME V.

43. *Tracer une méridienne sur un plan horisontal par un seul point d'ombre de l'extrémité d'un style, la hauteur du pole étant connue avec la déclinaison du Soleil & sa hauteur sur l'horison.*

On suppose que l'on a trouvé par la méthode de l'article 6, Livre III, le pied du style, qui est le point C fig. 7, & que l'on a pris le point d'ombre A ou B auquel on a tiré la ligne d'ombre CA ou CB. Il s'agit donc de trouver quel angle doit faire la méridienne avec la ligne d'ombre, afin de tirer du point C une ligne CD qui fasse avec CA ou CB un angle DCA ou DCB égal à celui qu'on aura trouvé, cette ligne CD sera la méridienne cherchée. Or cet angle que doit faire la méridienne avec la ligne d'ombre est le même (42) que l'angle compris entre le méridien & le vertical auquel répond le Soleil, soit qu'on prenne cet angle du côté du pole élevé ou du côté du pole abbaissé. Soit le méridien HZPR fig. 15. le vertical ZSO, auquel répond le Soleil S, l'angle AZS qui regarde le pole inférieur est celui qu'il faut chercher ;

cher : cet angle est le supplément de PZS. Or on trouvera l'angle PZS par le triangle sphérique ZPS, dont on connoît les trois côtés, sçavoir ZP complément de la latitude, PS complément de la déclinaison du Soleil, & ZS complément de la hauteur du Soleil : on se servira pour ce sujet de la méthode expliquée dans le troisiéme Problême (27) ; & quand cet angle sera connu, on prendra son supplément AZS : c'est celui auquel doit être égal l'angle DAC ou DCB de la fig. 7 ; mais on observera qu'il faut tirer la méridienne CD à l'orient de la ligne d'ombre, si le point d'ombre a été marqué avant midi, & à l'occident de cette ligne, si le point d'ombre a été pris après midi. Il est à propos de faire le calcul sur plusieurs points d'ombre, afin de s'assurer davantage de l'exactitude de l'opération. Fig 15.

On peut se servir du point d'ombre A ou B, pour trouver la hauteur du Soleil, selon la méthode expliquée dans le second Problême du troisiéme Livre ; ou si l'on connoît l'heure précise à laquelle on a marqué le point d'ombre, on trouvera la hauteur du Soleil par le Problême précédent.

PROBLEME VI.

44. *Connoissant l'obliquité de l'écliptique, c'est-à-dire, l'angle que ce cercle fait avec l'équateur, & la déclinaison du Soleil étant aussi donnée, trouver son ascension droite.*

L'ascension droite du Soleil n'est autre chose que l'arc de l'équateur compris entre le commencement d'*aries*, & le Soleil en allant selon la suite des signes, c'est-à-dire, d'occident en orient. Le Soleil peut être, ou dans le premier quart de cercle de l'écliptique, lequel s'étend depuis le point équinoxial du printems, jusqu'au point du solstice d'été ; ou dans le second, qui est depuis ce dernier point, jusqu'à celui de l'équinoxe d'automne, ou dans le troisiéme, qui est le suivant, ou enfin dans le

Fig. 16. quatriéme. Il s'agit de sçavoir comment on trouve l'ascension droite dans chacun de ces quatre cas.

Soit le méridien AZPT, le pole du monde P, l'équateur AT, l'écliptique EL qui coupe l'équateur au point I, le cercle de déclinaison PSD qui passe par le Soleil S, qui est tantôt à l'orient, tantôt à l'occident de l'intersection de l'équateur avec l'écliptique; on aura le triangle SDI rectangle en D, parce que tout cercle de déclinaison est perpendiculaire à l'équateur. Or, dans ce triangle sphérique on connoît trois choses, sçavoir le côté SD, qui est la déclinaison du Soleil, l'angle opposé I, qui est l'obliquité de l'écliptique, laquelle est présentement de 23d 28′, (nous négligeons les secondes) & enfin l'angle droit. On pourra donc trouver l'arc ID de l'équateur par l'analogie suivante.

La tangente de l'angle I *est à la tangente du côté opposé* SD, *comme le sinus total au sinus du côté* ID, c'est-à-dire, *la tangente de l'obliquité de l'écliptique est à la tangente de la déclinaison du Soleil, comme le sinus total au sinus de l'arc* ID.

45. Quand le Soleil est dans le premier & le quatriéme quart de cercle, c'est-à-dire, au printems & en hiver, il faut concevoir que le point d'intersection I est le commencement du bélier; & quand il est dans le second ou le troisiéme quart de cercle, sçavoir en été & en automne, il faut regarder ce point I comme le commencement de la balance. De plus, lorsque le Soleil est dans le premier quart de cercle, l'arc ID est son ascension droite : quand il est dans le second, l'ascension est le supplément de l'arc ID : lorsqu'il est dans le troisiéme quart de cercle, l'ascension est la somme de la demi-circonférence qu'il a déjà passée, & de l'arc ID; & quand il est dans le quatriéme, l'ascension est la somme des trois quarts de cercle au-delà desquels il se trouve, c'est-à-dire, de 270d, & du complément de l'arc ID.

En supposant la déclinaison du Soleil de 20d, les logarithmes des trois premiers termes de l'analogie seront 963761, 956107, 1000,000 : le premier étant retranché de la somme des deux autres, le reste sera 992346, qui est le sinus artificiel de $56^d 58'$. L'arc ID dans cette hypothèse est donc de $56^d 58'$. Par conséquent ce sera l'ascension droite dans le premier cas. Dans le second, l'ascension droite sera le supplément $123^d 2'$: dans le troisiéme cas, ce sera $236^d 58'$, & dans le quatriéme $303^d 2'$.

PROBLEME VII.

46. *La durée d'un jour pour quelque lieu étant connue avec la déclinaison du Soleil pour ce même jour, trouver la latitude du lieu.*

Quand il s'agit de la durée d'un jour, on y renferme souvent l'augmnetation causée par la réfraction, & quelquefois on n'y a point d'égard, c'est à-dire, qu'on prend la durée d'un jour pour celle qu'il auroit, s'il n'y avoit point de réfraction. Nous supposerons d'abord qu'on y a égard en comptant la durée du jour, depuis le moment que le centre du Soleil paroît sur l'horison, jusqu'à l'instant auquel il disparoît. Nous examinerons ensuite le second cas.

I. CAS. Il faut prendre la moitié du jour, qu'on réduira en degrés, en comptant 15 degrés pour chaque heure (Liv. 3, art. 32) ; & on aura l'arc de l'équateur compris entre le méridien & le cercle de déclinaison qui passe par le soleil dans l'instant qu'il se leve ou qu'il se couche : par exemple, si la moitié du jour est $7^h 43^m$, cet arc sera $115^d 45'$; d'ailleurs on connoît par l'hypothèse la déclinaison du soleil au tems de son lever ou de son coucher. Cela posé, soit le Soleil au point S, fig. 13, Fig 13.
dans le moment qu'il paroît sur l'horison HR, quoiqu'il soit encore au-dessous, la réfraction horisontale sera l'arc SO du vertical ZOS, qui passe pa le zenith Z : en concevant un cercle de déclinaison PSD qui soit tiré du pole P de l'équateur ou du monde, & qui passe par le

Fig. 13. soleil, on aura le triangle sphérique PZS, dans lequel on connoît trois choses; 1°. l'angle ZPS ou APD mesuré par l'arc AD de l'équateur, lequel arc sera connu en prenant 15 deg. pour chaque heure; 2°. le côté PS, qui est le complément de la déclinaison du soleil, s'il est du côté du pole élevé; mais s'il décline vers le pole élevé, ce côté est la somme d'un quart de cercle & de la déclinaison; 3°. le côté ZS, somme du quart de cercle ZO & de la réfraction horisontale SO, qui est de 32'. Il s'agit de connoître le troisiéme côté ZP, qui est le complément de la latitude ZA.

47. Pour cela on se servira des deux analogies du Problême IV : on imaginera donc un arc de grand cercle, comme SX, tiré du point S perpendiculairement sur le côté ZP prolongé, selon qu'il est nécessaire, ou vers P ou vers Z : cet arc perpendic. que nous supposons moindre qu'un quart de cercle, & qui tombera par conséquent du côté de l'angle ZPS, s'il est aigu, & de l'autre côté, s'il est obtus, formera les deux segmens PX, ZX, & fera le triangle rectangle SXP, par lequel on trouvera le segment PX, en disant : *Le cosinus de l'angle* P, c'est-à-dire, *le sinus du complément de cet angle, est au sinus total, comme la cotangente de l'hypothénuse* PS *est à la cotangente du côté* PX, qui est de même espéce que PS (34).

48. Quand on connoîtra PX, on cherchera XZ par cette autre analogie : *Le cosinus de* PS *est au cosinus de l'autre côté connu* ZS, *comme le cosinus de* PX *est au cosin. de* ZX. Ce second segment ZX sera toujours plus grand qu'un quart de cercle : car dans le triangle rectangle SXZ, l'hypothénuse ZS étant plus grande qu'un quart de cercle, les deux côtés SX & ZX sont de différente espéce (18). Or l'arc perpendiculaire SX est moindre que 90 deg. ainsi l'autre côté ZX est plus grand qu'un quart de cercle. D'où il suit que l'arc SX tombe toujours hors du triangle PZS, soit vers P, soit vers Z,

ſelon que l'angle ZPS eſt obtus ou aigu. Les deux ſegmens PX & ZX étant connus, on trouvera le côté PZ, en comparant enſemble ces deux ſegmens ; car ſi on retranche le plus petit du plus grand, le reſte ſera le côté PZ : or le complément de PZ eſt la latitude de ZA. Ainſi il paroît que ce premier cas, qui eſt l'inverſe du premier Problême, contient une méthode de trouver la hauteur du pole, différente de celles que nous avons données dans le Problême III du troiſiéme Livre. Fig. 13.

Voici un exemple dans lequel nous ſuppoſons que la moitié du jour, y compris l'effet de la réfraction, eſt de 7 heures 43 min. la déclinaiſon du ſoleil étant de 20 deg. On réduira d'abord 7 heures 43 min. en degrés, on aura $115^d\ 45'$, qui ſont la valeur de l'angle ZPS ; d'ailleurs PS, complément de la déclinaiſon, eſt de 70 deg. & ZS eſt de $90^d\ 32'$: ainſi les logarith. des trois premiers termes de la premiere analogie ſont les nombres 963794, 1000000, 956107, qui feront trouver le quatriéme 992313, cotangente artificielle de $50^d\ 3'$, qui eſt la valeur du ſegment PX : après cela on viendra à la ſeconde analogie, dont les trois premiers termes ont pour logarit. 953405, 796887, 980762. Or le premier de ces logarit. étant retranché de la ſomme des deux autres, on aura le reſte 824244, qui eſt le coſinus artificiel de 89 deg. mais comme ZX doit être plus grand que 90 deg. il ſera égal à 91^d, ſupplément de 89^d. A préſent ſi on retranche PX de ZX, c'eſt-à-dire, $50^d\ 3'$ de 91^d, le reſte $40^d\ 57'$ ſera le côté PZ, & le complément $49^d\ 3'$ ſera la latitude ZA.

49. II. CAS. On peut ſe ſervir de la même méthode, quand on n'a point d'égard à la réfraction : dans ce cas elle devient beaucoup plus courte : car le point S étant alors à l'horiſon, l'arc perpendicul. SX eſt la partie SR de l'horiſon, fig. 14, puiſque l'horiſon eſt perpendicul. au méridien HZPR ; & par conſéquent on trouvera la hauteur du pole PR par le triangle rectangle PRS, dont

Fig. 14. on connoît l'hypothénuse PS, l'angle SPR supplément de ZPS, & l'angle droit R : il faudra dire : *Le sinus total est au cosinus de l'angle* SPR, *comme la tangente de l'hypothénuse* PS *à la tangente du côté* PR. Si la durée de la moitié du jour est de 7 heures 39 min. & la déclinaison du soleil de 20 deg. les logar. des trois premiers termes de cette proportion seront 1000, 000, 962186, 1043831: or le premier de ces trois nombres étant retranché de la somme des deux autres, on trouve le reste 1006079, qui est la tangente artificielle de 49 degrés : c'est la hauteur du pole PR.

50. Voici encore une autre méthode pour le second cas : on prendra la moitié du jour, & on réduira la différence de cette moitié avec 6 heures en degrés, minutes & secondes, en prenant 15 degrés pour une heure : (Liv. 3, art. 32.) Cette différence ainsi réduite sera la différence ascensionnelle, c'est-à-dire, l'arc de l'équateur compris entre le cercle de déclinaison du soleil & le point de l'équateur qui se leve ou se couche en même tems que le soleil : si, par exemple, la moitié du jour est de $7^h\ 29^m$, on réduira la différence $1^h\ 39^m$ en degrés, & on aura la différence ascensionnelle égale à $24^d\ 45'$.

Dans la fig. 14, le cercle HZPR représente le méridien, les points Z & P le zenith & le pole du monde, HR l'horison, AT l'équateur, S le soleil, SD sa déclinaison; l'arc CD sera donc la différence ascensionnelle, parce que c'est l'arc de l'équateur compris entre le cercle de déclinaison du soleil & le point C, qui se leve ou se couche en même tems que le soleil S, puisque ces deux points C & S sont tous les deux ensemble à l'horison : ainsi dans le triangle CDS rectangle en D, on connoît trois choses, le côté CD, le côté SD, & l'angle droit D; par conséquent on pourra trouver l'angle SCD égal à l'angle ACH, qui est l'élévation de l'équateur sur l'horison, & dont la mesure est l'arc AH complément de la latitude AZ. Voici l'analogie qui fera trouver l'angle C, *le sinus du côté CD est du sinus total, comme la tangente du côté SD est à la tangente de l'angle opposé* C, c'est-à-dire, *le sinus de la différence ascensionnelle est au sinus total, comme la tangente de la déclinaison du soleil est à la tangente du complément de la latitude.*

Voici l'exemple qu'on a déjà rapporté : la moitié du jour est de 7 heures 39 min. & par conséquent la différence ascensionnelle sera de $24^d 45'$: d'ailleurs la déclinaison du soleil soit de 20 deg. les logarit. des trois premiers termes de la proport. seront 962186, 1000,000, 956107 ; le premier étant ôté de la somme des deux autres, on trouvera le reste 993921, qui est la tangente artificielle de 41^d dont le complément 49^d est la latitude du lieu dans lequel la moitié du jour est de $7^h 39^m$, lorsque le soleil décline de 20 deg. vers le pole élevé.

51. REMARQUES. 1°. *La réfraction des rayons du soleil*, causée par l'air, augmente dans l'hypothèse présente la moitié du jour d'environ 4 min. c'est à-dire, qu'à cause de la réfraction la durée du demi jour est de 7 heures 43 min. (3 & 20), au lieu qu'elle ne seroit que de 7^h 39 min. s'il n'y avoit point de réfraction. 2°. Ce second cas est l'inverse du second Problême, & l'analogie que nous employons ici est l'*inverse* de celle dont nous nous sommes servis dans l'art. 23.

52. C'est par le second cas de ce Problême que l'on détermine le commencement, la fin & la latitude ou la largeur des climats d'heures, ou plutôt de demi heures. On veut sçavoir, par exemple, quelle est la largeur du huitiéme climat, c'est-à-dire, de celui à la fin duquel le plus long jour est de 12 heures *plus 8 demies*, ou de 16^h, sans y comprendre la réfraction ; car dans la détermination des climats on n'a point d'égard à l'effet de la réfract. Pour cela on cherche quelles sont les latitudes des deux lieux dans l'un desquels la durée du jour est de $15^h 30^m$, & dans l'autre de 16^h, lorsque la déclinaison du soleil vers le pole élevé est de $23^d 28'$, auquel tems arrive le plus

long jour de l'année : la différence de ces deux latitudes sera la largeur du huitiéme climat : on la trouvera d'environ $3^d\ 30'$. De plus la latitude du premier lieu montrera le commencement de ce climat, & celle du second en marquera la fin.

Nous allons donner dans le Problême suivant la méthode de trouver la largeur des climats de mois.

Probleme VIII.

53. *Trouver le commencement, la fin & la largeur des climats de mois.*

La largeur de ces climats dépend de la grandeur de l'arc de l'écliptique qui reste toujours sur l'horison des lieux qui sont à la fin des climats, quoique la sphere fasse sa révolution journaliere d'orient en occident. Ainsi, par exemple, pour qu'un lieu soit à la fin du premier climat de mois, il faut que l'arc de l'écliptique, qui demeure toujours sur l'horison de ce lieu, soit assez grand pour que le soleil employe un mois à le parcourir : car alors le jour sera d'un mois sur cet horison. De même afin qu'un lieu soit à la fin du second climat, il faut que le soleil soit deux mois à parcourir l'arc de l'écliptique qui ne descend jamais sous l'horison de ce lieu ; ainsi des autres climats de mois. Cet arc qui demeure toujours sur l'horison d'un lieu, sans jamais descendre au-dessous, nous l'appellerons *supérieur*. L'arc supérieur de la fin du premier climat est à peu près de 30 deg. celui de la fin du second climat est de 60^d, &c. Donc pour déterminer la fin d'un climat de mois, par exemple, du premier, il faut chercher quelle est la latitude du lieu dont l'arc supérieur est de 30 deg. Or, pour cet effet on observera que le milieu de l'arc supérieur est le point du solstice le plus près du pole élevé. Ainsi, entre le milieu de cet arc & le point équinoxial il y a un quart de cercle de l'écliptique que l'on doit concevoir coupé par un cercle de déclinaison au point qui termine l'arc supérieur.

54. Pour mieux entendre ce dont il s'agit, considérons la fig. 17, dans laquelle le méridien soit HZPR, l'horison HR, l'équateur AT, les deux tropiques EF & IL : si on conçoit que par la révolution de la sphere d'orient en occident, l'extrémité de l'arc supérieur réponde au méridien PRT, qui est un cercle de déclinais. (cela arrive lorsque cette extrémité touche l'horison), RT sera la déclinaison de ce point de l'écliptique qui termine cet arc. Or RT est le complément de la hauteur du pole PR, puisque l'arc PRT est un quart de cercle qui s'étend depuis le pole jusqu'à l'équateur. Par conséquent si on peut trouver la valeur de la déclin. RT, on aura la hauteur du pole PR nécessaire pour que l'arc supérieur contienne 30 degrés. Voici comment on trouvera la déclinaison RT de l'extrémité de cet arc. Concevons que dans la fig. 16 l'arc SD représente la déclin. RT de l'extrémité de l'arc supérieur, & que le point L de l'écliptique EL est l'extrémité de l'arc supérieur, ensorte que IS soit le complément de la moitié de cet arc, alors on connoîtra trois choses dans le triangle sphérique SID rectangle en D, sçavoir l'angle droit, l'angle I qui est l'obliquité de l'écliptique, & le côté IS, qui dans notre exemple est de 75 degrés; parce que c'est le complément de 15 degrés, moitié de l'arc supérieur qu'on suppose de 30 degrés. Ainsi on trouvera la déclinaison SD du point S par cette analogie : *Le sinus total est au sinus de l'hypothénuse* IS, *comme le sinus de l'obliquité de l'écliptique est au sinus de l'arc* SD, *qui est la déclinaison du point* S, laquelle est le complément de la hauteur du pole.

Les logarithmes des trois premiers termes sont dans notre hypothèse 1000,000, 998494, 960012, qui feront trouver le quatriéme nombre 958506, sinus artif. de $22^{d}\ 37'$, dont le complément $67^{d}\ 23'$ est la hauteur du pole ou la latitude du lieu, qui a l'arc supérieur de 30 deg. c'est-à-dire, que ce lieu est à la fin du premier climat de mois. On trouvera de la même maniere que la fin du second climat est au 69e degré 50′ de latitude ; que la fin du 3e climat est au 73e degré 39′ ; que la fin du 4e est au 78e degré 31′ ; que la fin du 5e est au 84e deg. 5′. Pour le sixiéme, il finit au pole. Le commencement du premier climat est au cercle polaire ; celui du second est à la fin du premier ; celui du troisiéme est à la fin du second : ainsi de suite. Or, en prenant la différence des latitudes du commencement & de la fin de chaque climat, on aura sa largeur ; celle du premier est 51′ ; celle du second est 2 deg. 27′ ; celle du troisiéme 5 deg. 49′ ; celle du quatriéme 4 deg. 52′ ; celle du cinquiéme 5 deg. 34′ ; celle du sixiéme 5 deg. 55′.

55. On peut aussi par une analogie qui ne differe pas de la précédente, trouver la grandeur de l'arc supérieur, & par conséquent la durée du plus long jour d'un lieu dont on connoît la hauteur du pole. Pour cela on dira, *l'obliquité de l'écliptique est à la déclinaison* SD *complément de la hauteur du pole, comme le sinus total est au sinus de l'hypothénuse* IS, *complément de la moitié de l'arc supérieur.* On sent bien que cela ne convient qu'aux différens lieux de la zone froide.

56. Nous avons dit (Liv. 2, art. 12), que les climats d'heures, ou plutôt de demi-heures, sont d'autant moins larges, qu'ils sont plus éloignés de l'équateur, ou plus près des cercles polaires. Pour en concevoir la raison, il faut faire attention que la durée du plus long jour de ces climats dépend de la partie supérieure du tropique qui est vers le pole élevé : par conséquent le soleil décrivant le tropique & chaque parallele en 24 heures, si l'arc supérieur ou diurne du tropique du cancer contient 7 deg. 30′ de plus pour un lieu que pour un autre, il est nécessaire que le 21 Juin, jour auquel le soleil décrit ce tropique, & qui est le plus grand de toute l'année dans la sphere boréale, soit plus long d'une demi-heure dans le premier lieu que dans le second. Or on voit aisément par

le moyen d'une sphere qu'il faut moins élever le pole pour augmenter de 7 deg. 30′ l'arc diurne du tropique, quand la latitude est plus grande, que lorsqu'elle l'est moins; & d'ailleurs on sçait que la latitude croît autant que l'élévation du pole. Ainsi il faut une moindre différence de latitude pour causer une demi heure de plus ou de moins dans la durée du plus long jour, lorsque le lieu est plus éloigné de l'équateur que quand il l'est moins. Par conséquent la latitude des climats de demi-heure est moindre vers les cercles polaires que vers l'équateur.

57. Au contraire, la latitude des climats de mois va en augmentant vers les poles. Observons d'abord que la durée des jours dans ces climats ne dépend plus de la grandeur de l'arc diurne du tropique, mais de celle de l'arc supérieur de l'écliptique, c'est-à-dire, celui qui demeure toujours sur l'horison pendant la révolution entiere de la sphere, à cause de la grande élévation du pole. Cela posé, concevons que la hauteur du pole est de 66 deg. 32′: dans cette situation le point de l'écliptique le plus proche du pole élevé, ne peut descendre sous l'horison, puisqu'il n'est éloigné de ce pole que de 66^d 32′; mais si le pole est élevé de 51 minutes de plus, il y aura un arc de 30d de l'écliptique qui demeurera toujours sur l'horison, quoique la sphere fasse sa révolution; par conséquent le soleil restera continuellement sur l'horison, tandis qu'il parcourra cet arc, c'est-à-dire, pendant un mois. Présentement si on veut que l'arc de l'écliptique qui demeure toujours sur l'horison, soit de 60^d, il faudra élever le pole de la sphere de plus d'un degré & demi (je suppose que la hauteur du pole est déjà environ de 67^d 23′, telle qu'elle doit être à la fin du premier climat de mois): la différence de la hauteur du pole doit encore être plus grande pour passer de la fin du second climat à celle du troisiéme, que pour passer de la fin du premier climat à celle du second: ainsi de suite. Tout cela dépend de la situation de l'écliptique, & ne

peut bien s'entendre que quand on a une sphere devant les yeux.

PROBLEME IX.

Fig. 18. 58. *Trouver la distance de deux lieux, par exemple, de deux Villes dont on connoît la latitude & la longitude.*

Soient les deux Villes B & C placées sur les méridiens PA & PE qui se coupent au pole P : soit AE l'arc de l'équateur compris entre les deux méridiens : les deux arcs AB & EC seront les latitudes, que je suppose de même nom, c'est-à-dire, ou toutes deux septentrionales, ou toutes deux méridionales : ainsi les deux arcs PB & PC seront les complémens des latitudes, parce que les deux arcs PA & PE, qui s'étendent depuis un pole jusqu'à l'équateur, sont des quarts de cercles. Par conséquent on connoît trois choses dans le triangle sphérique BPC, sçavoir les deux côtés PB & PC, & l'angle P compris entre ces côtés, lequel a pour mesure l'arc AE de l'équateur, c'est-à-dire, la différence des méridiens : ainsi on pourra trouver le troisiéme côté BC, qui est la distance des deux villes. Pour cela il faudra concevoir un arc BX d'un grand cercle tiré perpendiculairement de l'extrémité du côté PB, que je suppose moindre que l'autre côté PC : cet arc tombera nécessairement du côté de l'angle aigu, parce qu'on le prend plus petit qu'un quart de cercle : ainsi quand l'angle BPC est aigu, l'arc tombe du côté de cet angle ; & si BPC est obtus, l'arc tombe de l'autre côté ; auquel cas il faut imaginer le côté PC prolongé vers P. L'arc perpendiculaire BX tombant sur le côté PC, prolongé ou non vers P, selon qu'il est nécessaire, forme deux segmens PX & CX. Or on trouvera d'abord PX par cette premiere analogie, tirée du triangle rectangle PXB.

59. *Le cosinus de l'angle* P, *est au sinus total, comme la cotangente de l'hypothénuse* PB *est à la cotangente de* PX, qui est de même espéce que PB.

Par cette proportion on trouvera le premier ſegment PX, qui ſera auſſi connoître le ſecond ſegment CX, en comparant le premier ſegment PX avec le côté PC, & retranchant l'un de l'autre, ſi l'angle BPC eſt aigu; mais ſi cet angle eſt obtus, on ajoutera PX avec PC : dans le premier cas, le reſte ou la différence de PX à PC ſera l'autre ſegment CX : dans le ſecond cas ce ſegment ſera la ſomme de PX & de PC. Quand CX ſera connu, on fera cette ſeconde analogie pour trouver le côté cherché BC. Fig. 18.

60. *Le coſinus du premier ſegment* PX *eſt au coſinus de l'autre ſegment* CX, *comme le coſinus de* PB *eſt au coſinus de* BC. Ce côté BC, qui eſt l'hypothénuſe du triangle rectangle BXC, ſera plus petit qu'un quart de cercle, ſi le ſegment CX, côté de l'angle droit de ce triangle, eſt moindre que 90 deg. parce que l'arc perpendiculaire BX, qui eſt l'autre côté de cet angle droit, eſt auſſi plus petit que 90 degrés : mais l'hypothénuſe BC ſera plus grande qu'un quart de cercle, ſi le ſegment CX eſt plus grand que 90 deg. en un mot, le côté cherché BC eſt de même eſpéce que le ſegment CX.

Voici un exemple dans lequel nous chercherons la diſtance de Paris à Conſtantinople, en ſuppoſant la latitude de Paris de 48 deg. 51′, celle de Conſtantinople de 41 deg. & la différence des méridiens ou des longitudes de 26 deg. 33′ $\frac{1}{2}$. Cela étant, PB ſera de 41 deg. 9′, & PC de 49 deg. l'un & l'autre ſont les complémens des latitudes. L'angle BPC, qui eſt la différence des longitudes, ſera 26 deg. 33′ $\frac{1}{2}$: la premiere analogie ſera donc : *Le coſinus de* 26 *deg.* 33′ $\frac{1}{2}$ *eſt au ſinus total, comme la cotangente de* 41 *deg.* 9′ *eſt à la cotangente de* PX; & les logarithmes des trois premiers termes de cette proportion ſeront les nombres 995157, 1000, 000, 1005854, dont le premier étant retranché de la ſomme des deux autres, on trouvera le reſte 1010697, qui eſt la cotangente artif. de 38 deg. 1′ : ainſi le ſegment

Fig. 18. PX eſt de $38^d\ 1'$. Comme il eſt moindre que PC, & que d'ailleurs l'angle P eſt aigu, il faut le retrancher du côté PC; le reſte $10^d\ 59'$ ſera l'autre ſegment CX: puis on fera la ſeconde analogie: *Le coſinus de* $38^d\ 1'$ *eſt au coſinus de* $10^d\ 59'$, *comme le coſinus de* $41^d\ 9'$ *eſt au coſinus du côté cherché* BC: les logarithmes des trois premiers termes ſont 989643, 999197, 987679. Or le premier de ces trois nombres étant ôté de la ſomme des deux autres, le reſte ſera 997233, qui eſt le coſinus artificiel de $20^d\ 14'$: ainſi l'arc BC, diſtance des deux villes, eſt de $20^d\ 14'$. Or chaque degré d'un grand cercle contient 25 lieues: par conſéquent la diſtance de Paris à Conſtantinople eſt de 506 lieues.

61. Si la différence des longitudes entre deux Villes étoit de 90 deg. & que par conſéquent l'angle BPC fût droit, il faudroit faire une analogie ſemblable à celle de l'art. 39, en diſant: *Le ſinus total eſt au ſinus de la latitude d'une de ces Villes, comme le ſinus de la latitude de l'autre eſt au ſinus du complément de* BC, *diſtance des deux Villes.*

62. Quand les latitudes ſont de différens noms, pour lors un des côtés de l'angle P contient un quart de cercle, & de plus la latitude du lieu le plus éloigné du pole P: par exemple, ſi les deux lieux ſont B & F, le triangle ſphérique ſera BPF, & le côté PF contiendra le quart de cercle PE, plus l'arc EF, qui eſt la latitude du lieu F: mais on trouvera toujours la diſtance BF par la méthode expliquée dans le Problême.

63. Si les deux Villes avoient la même longitude, ou ce qui revient au même, ſi elles étoient ſur le même méridien, alors la diſtance des deux villes feroit la différence des latitudes: par exemple, ſi une ville étoit au point B & l'autre au point D, la diſtance des deux villes ſeroit BD, différence des latitudes.

64. Quand les deux villes ſont ſituées ſur l'équateur, comme au point A & au point E, la différence des lon-

gitudes, c'est-à-dire, l'arc de l'équateur AE est la distance cherchée : mais si les deux villes avoient la même latitude, & qu'elles fussent par conséquent sur un même parallele, alors leur distance ne seroit pas l'arc du parallele compris entre deux : ce seroit l'arc compris d'un grand cercle qui passeroit par ces deux villes. La raison en est que le chemin le plus court pour aller d'une ville à une autre qui est sur le même parallele que la premiere, n'est pas de suivre l'arc de ce parallele, mais plutôt l'arc du grand cercle qui passe par les deux villes (Liv. III. art. 41.); & la différence entre ces deux arcs est d'autant plus grande, que les deux villes sont plus éloignées de l'équateur. Fig. 18.

65. Afin donc de connoître dans ce cas la distance des deux villes que je suppose placées aux points D & C, il faut trouver la base DC du triangle isocele DPC, dont on connoît les côtés égaux PD & PC, qui sont les complémens des latitudes, & l'angle P qui est la différence des longitudes. Or pour cela on concevra l'arc PM d'un grand cercle abaissé perpendiculairement sur la base DC, & on aura les deux triangles rectangles PMD, PMC, qui sont égaux en tout : on pourra trouver CM moitié de la base DC par le triangle PMC rectangle en M, en faisant la proportion suivante (5) : *Le sinus total est au sinus du côté* PC *complément de la latitude, comme le sinus de l'angle* CPM, *qui est la moitié de la différence des longitudes, est au sinus de* CM.

PROBLEME X.

66. *Connoissant les latitudes de deux lieux, & leur distance, trouver la différence des longitudes de ces lieux.*

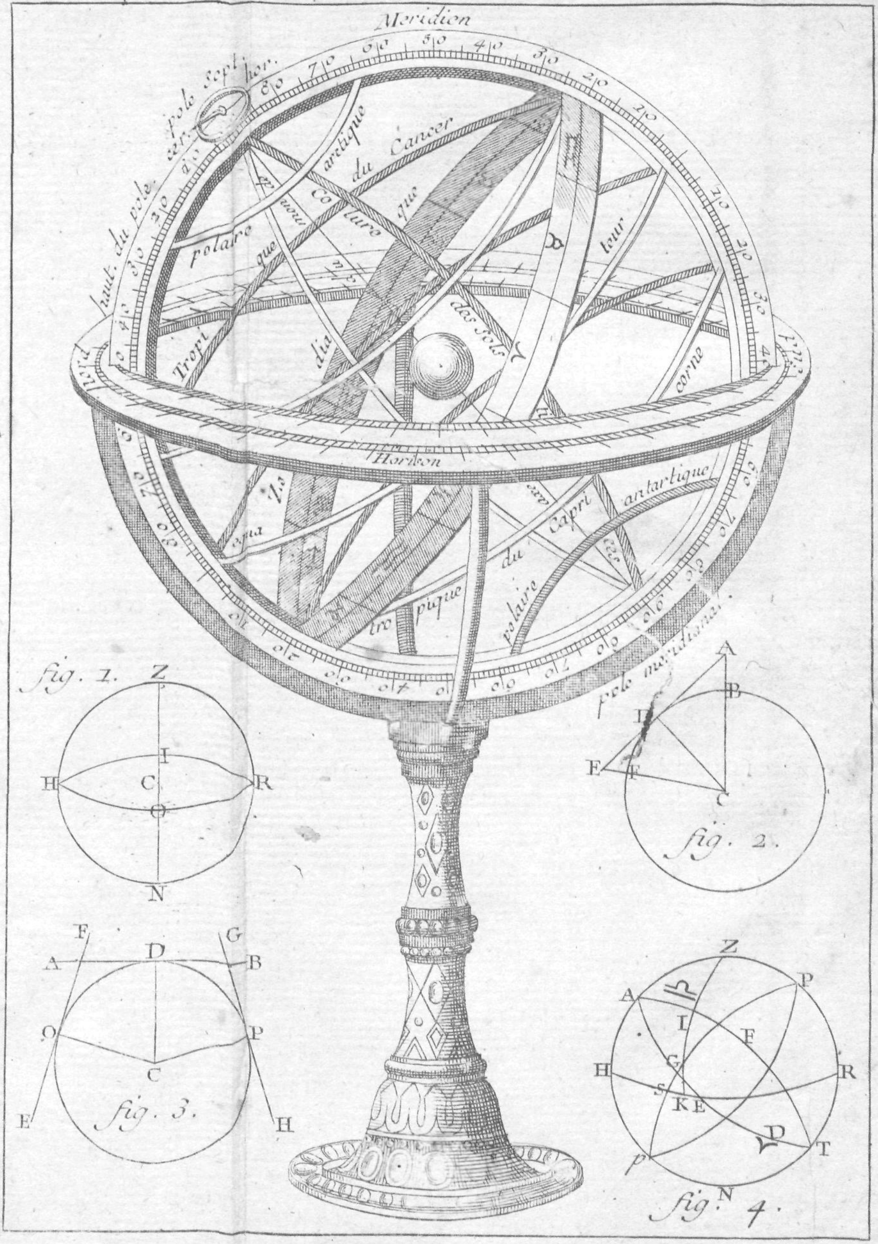
Soient les deux lieux B & C placés sur les méridiens PA & PE qui se coupent au pole P : soit aussi AE l'arc de l'équateur compris entre les méridiens, lequel arc est la différence des longitudes. Les latitudes BA & CE sont supposées connues ; par conséquent on aura les deux côtés PB & PC du triangle sphérique BPC, parce que ce sont les complémens des latitudes : d'ailleurs par l'hypothèse on connoît aussi la distance BC, que l'on réduira en deg. d'un grand cercle en prenant un degré pour 57183 toises ou environ, & une minute pour 953 (Liv. III. art. 25). Ainsi les trois côtés du triangle sont connus. On trouvera donc l'angle P par la méthode du premier Problême. Or la mesure de cet angle est l'arc AE, puisque l'angle P est au pole, & que cet arc est une partie de l'équateur. Ainsi on connoîtra la différence des longitudes, qui est la même chose que l'arc AE.

Lorsque les latitudes sont de différens noms, alors le côté compris entre le pole & le lieu le plus éloigné de ce pole, contient un quart de cercle, plus un arc égal à la latitude de ce lieu : c'est ce que nous avons déjà remarqué dans le Problême précédent.

Voici une Table de la différence des longitudes entre les principales Villes du monde & Paris, avec leur latitude : elle est tirée du Livre de la *Connoissance des Tems*, imprimé tous les ans par l'ordre de l'Académie des Sciences de Paris. On a marqué par une étoile * les longitudes ou les latitudes qui ont été déterminées par observation. Les lettres S & M qui sont dans la derniere colomne, signifient que les latitudes sont septentrionales ou méridionales : quand il n'y a point de lettre vis-à-vis d'une ville dans cette colonne, il faut y sous entendre S. Ces noms abrégés *or* & *oc.* signifient l'orient & l'occident par rapport au méridien de Paris.

TABLE

Planche 1.re


Meridion
Horizon
polaire
du Cancer
artique
Tropi
que
Colure
des sols
tour
corne
antartique
Capri
du
polaire
tro pique
polo Sept.
haut. du pole
polo meridional
fig. 1.
Z
I
H
C
R
O
N
fig. 2.
A
B
D
E
F
C
fig. 3.
F
G
A
D
B
O
P
C
E
H
fig. 4.
Z
P
A
L
F
H
G
R
S
K E
D
T
p
N

Pl. 2.

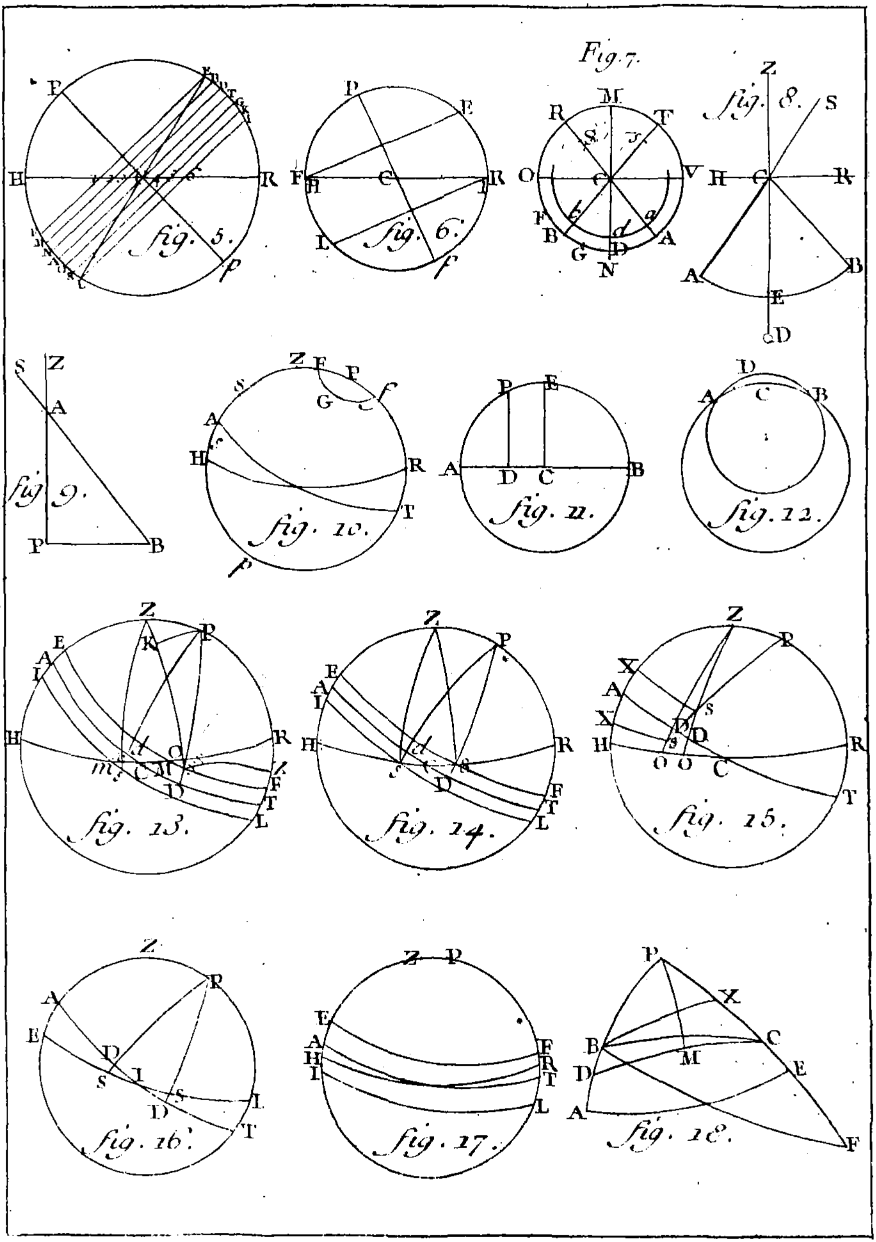


fig. 5.
fig. 6.
Fig. 7.
fig. 8.
fig. 9.
fig. 10.
fig. 11.
fig. 12.
fig. 13.
fig. 14.
fig. 15.
fig. 16.
fig. 17.
fig. 18.

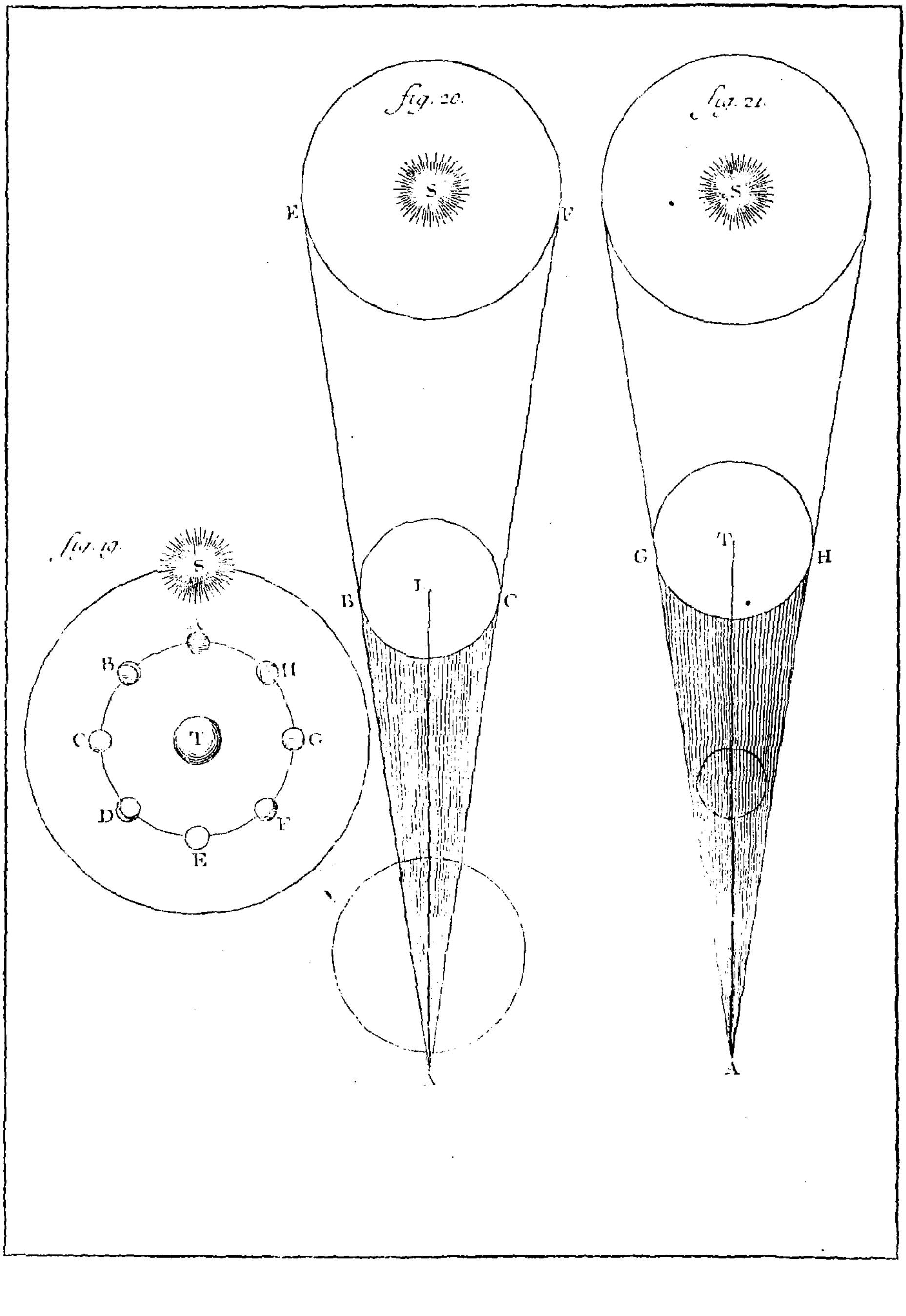


fig. 19.
S
A
B
H
C
T
G
D
F
E
fig. 20.
S
E
F
B
L
C
A
fig. 21.
S
G
T
H
A

TABLE DE LA DIFFER. DES MÉRIDIENS

en heures & degrés, entre l'Observatoire ~~Royal~~ de Paris & les principaux lieux de la Terre, avec leur latitude ou hauteur du Pole.

NOMS DES LIEUX.	Différence des Merid. en Tems. H. M. S.	Différence des Merid. en Degrés. D. M. S.	LATITUDES ou hauteurs du Pole. D. M. S.
Abbeville. . .	0 1. 48.*oc.*	0. 27. 0.	50* 7. 0. S.
Agra *du Mogol.*	4*57.36*or.*	74. 24. 0.	26*43. 0.
Aix *en Provence*	0 12. 48.*or.*	3. 12. 0.	43*31.20.
Alby. . . .	0* 0.48.*oc.*	0. 12. 0.	43*55.20.
Alençon. . .	0 9. 0.*oc.*	2. 15. 0.	48 25. 0.
Alep *de Syrie.* .	2 20. 0.*or.*	35. 0. 0.	35*45.23.
Alexandrette. .	2*16. 0.*or.*	34. 0. 0.	36*49.30.
Alexand. *Egyp.*	1*51.46.*or.*	27. 56.30.	31*11.20.
Alger. . . .	0 0.29.*oc.*	0. 7.15.	36 49.30.
Amiens. . .	0* 0. 8.*oc.*	0 2. 2.	49*54.46.
Amſterdam. . .	0 10.36.*or.*	2. 39. 0.	52*22.45.
Angers. . .	0*11.36.*oc.*	2. 32. 0.	47 29. 0.
Antibe. . .	0*19.11.*or.*	3. 47.45.	23*34.12.
Anvers. . .	0 8.40.*or.*	2. 10. 0.	51 13.30.
Arles. . . .	0* 9.24.*or.*	2. 21. 0.	43*34.12.
Arras. . . .	0* 1.36.*or.*	0. 24. 0.	50 18. 0.
Avignon. . .	0*10. 8.*or.*	2. 32. 0.	43*57. 0.
Avranches. . .	0*14.51 *oc.*	3. 42.45.	48 41.15.
Aurillac. . .	0* 0.28.*or.*	0. 7. 0.	44*55.10.
Barcelonne. . .	0 0,28.*oc.*	0. 7. 0.	41*26. 0.
Baſle. . . .	0 21. 0.*or.*	5. 15. 0.	47 55. 0.
Bayeux. . .	0*12.10.*oc.*	3. 2.30.	49 16.12.
Bayone. . .	0*15.16.*oc.*	3. 48.45.	43 29.45.
Beauvais. . .	0* 1. 1.*oc.*	0. 15.20.	49 26. 0.
Berlin. . . .	0 44.29.*or.*	11. 7.15.	52 53. 0.

NOMS DES LIEUX.	Différence des Mérid. en Tems. H. M. S.	Différence des Mérid. en Degrés. D. M. S.	LATITUDES ou Hauteurs du Pole. D. M. S.
Besançon. . .	0 14. 0. *or.*	3. 30. 0.	47 18. 0. S.
Beziers. . . .	0* 3.32. *or.*	0. 53 0.	43*20.25.
Bologne. *Italie.*	0*37. 8. *or.*	9. 17. 0.	44 30. 0.
Bordeaux. . .	0 12.20. *oc.*	3. 5. 0.	44*50. 0.
Boulogne. *Picar.*	0* 2.53. *oc.*	0. 43.20.	50 43.45.
Bourges. . . .	0* 0.15. *or.*	0. 3.45.	47* 4.45.
Breslaw. *Silesie.* .	0 59.10. *or.*	14. 47.30.	51 3. 0.
Brest. . . .	0*27.36. *oc.*	6. 54. 0.	48*23. 0.
Bruxelles. . .	0 8.20. *or.*	2. 5. 0.	50 51. 0.
Cadiz. . . .	0 33.48. *oc.*	8. 27. 0.	36 33.30.
Caën. . . .	0*11. 0. *oc.*	2. 45. 0.	49*10.50.
le Caire. *Egypte.*	1*56.25. *or.*	29. 6.15.	30* 2.30.
Calais. . . .	0* 2.10. *oc.*	0. 32.30.	50*57. 0.
Cambray. . .	0* 3.36. *or.*	0. 54. 0.	50 10. 0.
Candie. . . .	1 31.52. *or.*	22. 58. 0.	35*18.45.
Cap de B. Esper.	0*50. 0. *or.*	12. 30. 0.	34*15. 0. M.
Cap Vert. . .	1*18. 0. *oc.*	19. 30. 0.	14*43. 0. S.
Carcassonne. . .	0* 0. 1. *or.*	0. 0.15.	43 12.20.
Carthagene. *Am.*	5*11. 5. *oc.*	77. 46. 0.	10*26.35.
Cayenne. *Amer.*	3*42. 0. *oc.*	55. 30. 0.	4*56. 0.
Chartres. . .	0 3.20. *oc.*	0. 50. 0.	48. 27. 0.
Cherbourg. . .	0 16. 8. *oc.*	4. 2. 0.	49*38.20.
Clermont. *Auv.*	0 13.16. *or.*	0. 49. 0.	45 42. 0.
Cologne. . .	0 19. 0. *or.*	4. 45. 0.	50 55. 0.
la Concept. *Am.*	5* 2.10. *oc.*	75. 32.30.	36*42.53. M.
Constantinople. .	1*46.14. *or.*	26. 33.30.	41 6. 0. S.
Copenhague. .	0*41.41. *or.*	10. 25.15.	55 40.45.
Coutances. . .	0 15.10. *oc.*	3. 47.25.	49 2.50.
Cracovie. . .	1 10. 0. *or.*	17. 30. 0.	50 10. 0.
Dantzic. . . .	1 4.44. *or.*	16. 11. 0.	54*22. 0.

NOMS DES LIEUX.	Différence des Mérid. en Tems H. M. S.	Différence des Mérid. en Degrés. D. M. S.	LATITUDES ou Hauteurs du Pole. D. M. S.
Dieppe. . . .	0* 4.44. oc.	1. 11. 0.	49*56 40. S.
Dijon. . . .	0 10. 0. or.	2. 30. 0.	47 20. 0.
Dunkerque. . .	0* 0. 3. or.	0. 0.45.	51* 1.30.
Edimbourg. . .	0 21.41. oc.	5. 25.15.	55 58. 0.
Embrun. . .	0 17.20. or.	4. 20. 0.	44 40. 0.
Ferrare. . . .	0*37. 5. or.	9. 20. 0.	44*54. 0.
la Fleche. . .	0 9.52. oc.	2. 28. 0.	47*42. 0.
Florence. . .	0*35.58. or.	8. 59.30.	43 46 30.
Francfort. . .	0 25. 0. or.	6. 15. 0.	49 55. 0.
Gand. . . .	0 6.20. or.	1. 35. 0.	51* 3. 0.
Gennes. . . .	0*25. 3. or.	6. 15.45.	44*25. 0.
Geneve. . . .	0 16. 0. or.	4. 0. 0.	46*12. 0.
Goa. *Indes*. . .	4*45.40. or.	71. 25. 0.	15*31. 0.
Granville. . .	0 15.49. oc.	3. 57.15.	48 50. 0.
Grenoble. . .	0 12.48. or.	3. 12. 0.	45*11. 0.
Greenwich. . .	0* 9.10. oc.	2. 17.30	51 28.30.
Jerusalem. . .	2 12. 0. or.	33. 0. 0.	31 50. 0.
Isle de Fer. . .	1*19.26. oc.	19. 51.30.	28 5. 0.
Ispaham. *Perse*.	3 22. 0. or.	50. 30. 0.	32 25. 0.
Kebec. *Canada*.	4*48.52. oc.	72. 13. 0.	46*55. 0.
Langres. . .	0 12. 0. or.	3. 0. 0.	47*51. 0.
Leipsik. . . .	0 40. 0. or.	10. 0 0.	51*19.14.
Liege. . . .	0 13. 0. or.	3. 15. 0.	50 36. 0.
Lille. *Flandres*.	0 3. 0. or.	0. 45. 0.	50 38. 0.
Lima. *Pérou*. . .	5*16.38. oc.	79. 9.30.	12* 1,15. M.
Lisbonne. . .	0 45.50. oc.	11. 17.30.	38*45. 0. S.
Lisieux. . . .	0 8.20. oc.	2. 5. 0.	49 11. 0.
Londres. . .	0* 9.41. oc.	2. 25. 0.	51*31. 0.
Lyon. . . .	0* 9.39. or.	2. 25. 0.	45 46.10.
Macao. *Chine*. .	7 23.13. or.	10. 48. 0.	12 12. 0.

NOMS DES LIEUX.	Différence des Mérid. en Tems. H. M. S.	Différence des Mérid. en Degrés. D. M. S.	LATITUDES ou Hauteurs du Pole. D. M. S.
Madrid. . . .	0*24.23. oc.	6. 5. 45.	40*26. 0. S.
Malaca. *Indes.* .	6*39. 0. *or.*	99. 45. 0.	2 12. 0.
Saint-Malo. . .	0*18. 0. *oc.*	4. 30. 0.	48*38.38.
Malthe. . . .	0*48.40. *or.*	12. 10. 0.	35*54.26.
Manille. *Indes.* .	7 52. 0. *or.*	118 0. 0.	14 30. 0.
le Mans. . . .	0 9. 0. *oc.*	2. 15. 0.	47 58. 0.
Marseille. . .	0*12.28. *or.*	3. 7. 0.	43*19.30.
la Martinique. .	4 13.15. *oc.*	63. 18. 45.	14 43. 9.
Mayence. . .	0 24. 0. *or.*	6. 0. 0.	40 54. 0.
Mexique. *Amer.*	7* 4. 0. *oc.*	106. 0. 0.	20* 0. 0.
Milan. . . .	0 28. 0. *or.*	7. 0. 0.	45 25. 0.
Modene . . .	0*35.30. *or.*	8. 52. 30.	44 34. 0.
Montpellier. . .	0* 6.10. *or.*	1. 32. 30.	43*36.50.
Moscow. . .	2 32. 0. *or.*	38. 0. 0.	55*36.10.
Munich. . . .	0 37. 0. *or.*	9. 15. 0.	48 2. 0.
Nancy. . . .	0 15. 0. *or.*	3. 45. 0.	48 40. 0.
Nantes, . . .	0*15.55. *oc.*	3. 58. 45.	47*13.10.
Naples. . . .	0 49.20. *or.*	12. 20. 0.	40*50.45.
Narbonne. . .	0* 2.44. *or.*	0. 41. 0.	43*11. 0.
Nouv. Orléans.	6* 9.15. *oc.*	92. 18. 45.	29 57.45.
Nuremberg. . .	0*34.56. *or.*	8. 44. 0.	49 26. 0.
Olinde *Bresil.*	2*30. 0. *oc.*	37. 30. 0	8 13.0. M.
Orléans. . . .	0 1.43. *oc.*	0. 25. 45.	47*54. 0. S.
Paris *à l'Observ.*	0 0. 0. *	0. 0. 0.	48*50.10.
Pau *en Béarn.* .	0 9.15. *oc.*	22. 9. 0.	43*15. 0.
Perpignan. . .	0* 2.14. *or.*	0. 33. 30.	42*41. 0.
Pekin. *Chine.* .	7*37. 6. *or.*	114. 16. 0.	39*54. 0.
S. Petersbourg. .	1*52. 0. *or.*	28. 0. 0.	60 0. 0.
Pic. des Açores.	2 2. 0. *oc.*	30. 30. 0.	38 35. 0.
Pic de Tenerif. .	1 12. 0. *oc.*	18. 0. 0.	28 30. 0.

NOMS DES LIEUX.	Différence des Mérid. en Tems. H. M. S.	en Degrés. D. M. S	LATITUDES ou Hauteurs du Pole. D. M. S.
Poitiers. . . .	0 8.20. oc.	2. 5. 0.	46 34. 0 s.
Portobello. *Am.*	5 28.40. oc.	82. 10. 0.	9 33. 0.
Quaaton. *Chine.*	7*22.53. or.	110. 43. 15.	23 8. 0.
Reims. . . .	0 7. 0. or.	1. 45. 0.	49 15. 0.
Rennes. . . .	0 16.20. oc.	4. 5. 0.	48 5. 0.
la Rochelle. . .	0*13.33. oc.	3. 23. 15.	46 10.15.
Rhodez. . . .	0* 0.56. or.	0. 14. 0.	44*20.40.
Rome. . . .	0*41.20. or.	10. 20. 0.	41*54. 0.
Rouen. . . .	0 5. 0. oc.	1. 15. 0.	49*27.30.
Saloniques. . .	1 23.12. or.	20. 48. 0.	40 41.10.
Sens.	0 3.36. or.	0. 54. 0.	48 11. 0.
Siam. *Indes.* . .	6*34. 0. or.	98. 30. 0.	14*18. 0.
Smyrne. . . .	1*39.59. or.	24. 59. 45.	38*28. 7.
Stokolm. . .	1 8.20. or.	17. 5. 0.	59*20. 0.
Strasbourg. . .	0 21.40. or.	5. 25. 0.	48*35.30.
Surate. . . .	4 40. 0. or.	70. 0. 0.	21*10. 0.
Toul. . . .	0*14.16. or.	3. 33. 57.	48 40.27.
Toulon. . . .	0*14.22. or.	3. 35. 30.	43 6.40.
Toulouſe. . . .	0 3.40. oc.	0. 55. 0.	43*37. 0.
Tours. . . .	0* 6.40. oc.	1. 40. 0.	47*23. 0.
Tripoli. *Barbar.*	0*43. 1. or.	10. 45. 15.	32*53.40.
Troyes. . . .	0 6.40. or.	1. 40. 0.	48 15. 0.
Turin. . . .	0 21.20. or.	5. 20. 0.	44*50. 6.
Valparais. *Chili.*	4*58.37. oc.	74. 39. 15.	33* 0.19. M.
Varſovie. . .	1 15. 0. or.	18. 4. 50.	52*14. 0. S
Veniſe. . . .	0 41.20. or.	10. 21. 0.	45 25. 0.
Verſailles. . .	0* 0.52. oc.	0. 13. 0.	48*48.16.
Vienne. *Autrich.*	0 58.10. or.	14. 32. 30.	48*14. 0.
Upſal. . . .	1* 2. 0. or.	15. 30. 0.	59*51.40.
Uranibourg. . .	0*42.10. or.	10. 32. 30.	55 54.15.

TABLE
DES MATIÉRES
Contenues dans ce Volume.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

LIVRE PREMIER.

DU ZODIAQUE & DE L'ECLIPTIQUE. Il contient 12 Signes, dont chacun est de 30 deg. différentes divisions des signes déterminées par les points équinoxiaux & solstitiaux. Une planete est appellée *directe* ou *rétrograde*, suivant qu'elle est mûe selon ou contre la suite des signes. Deux sortes de Zodiaques. Les Etoiles fixes font leur révolution vers l'orient en 25200 ans ans. Ce mouvement des étoiles est cause de la précession des équinoxes. *p.* 13, 14, 15, 16 & 17

DES COLURES. Ils divisent le Zodiaque & l'Equateur en quatre parties égales, l'un est appellé *Colure des équinoxes*, & l'autre *Colure des solstices*. Celui-ci passe par les poles de l'Ecliptique, & lui est perpendiculaire. *p.* 18

DES TROPIQUES. Ils sont distans de l'Equateur de 23ᵈ 28. Quand le Soleil décrit le Tropique du Cancer, c'est le plus long jour de l'année pour nous, & quand il parcourt le Tropique du Capricorne, c'est le jour le plus court. Dans certains lieux de la terre les points du lever & du coucher du Soleil ne s'écartent jamais de l'Est & de l'Ouest au-delà de 23ᵈ 28: mais ils s'en écartent davantage en d'autres. Comment on peut observer le mouvement du Soleil d'un Tropique à l'autre. Les révolutions journalieres du Soleil ne sont pas des cercles, mais plutôt des contours de spirale. *p.* 18, 19 & 20

DES CERCLES POLAIRES. Ils sont décrits par les poles du Zodiaque, & sont par conséquent distans des poles du Monde de 23 degrés 28 minutes. *p.* 20

De quelques Cercles qui ne sont pas représentés dans la Sphere Armillaire. Il y en a de grands & de petits: les grands sont les *Verticaux*, les *Cercles de déclinaison*, ceux de *latitude*, & les *Cercles horaires*. Les verticaux ou *Azimutaux* servent à mesurer la hauteur des Astres ou leur élévation sur l'horison: il y en a deux remarquables entre les autres, le *Méridien* & le *premier Cercle vertical*, dont l'un est perpendic. à l'autre: par leurs intersections avec l'horison ils forment les quatre points cardinaux, le *Nord*, le *Sud*, l'*Est*, & l'*Ouest*. (*p.* 21 & 22). Les cercles de déclinaisons mesurent la déclinaison, c'est-à-dire, la distance des Astres à l'Equateur, parce qu'ils sont perpendic. à ce cercle: ils ne different pas des méridiens. (*p.* 22). Les cercles de latitude étant perpend. à l'écliptique, mesurent la distance des Astres à l'écliptique. C'est ce qu'on appelle *Latitude céleste*. (*p.* 23). Les cercles horaires déterminent les arcs de l'équateur ou des paralleles que le Soleil décrit à chaque heure du jour. Il y en a douze qui coupent l'équateur & les paralleles en 24 parties égales, chacune de 15 deg. Le premier est éloigné de 15 deg. de la partie inférieure du méridien vers

---

LIVRE SECOND.

LIVRE TROISIEME.

DIFFÉRENS PROBLEMES DE LA SPHERE résolus par la Trigonométrie rectiligne.

LIVRE QUATRIEME.

CONTENANT PLUSIEURS PROBLEMES de la Trigonométrie Sphérique.

Fin de la Table.

TRAITÉ
DU
CALENDRIER,

PAR M. RIVARD, Professeur de Philosophie en l'Université de Paris, au Collége de Beauvais.

Nouvelle édition, revue & augmentée par l'Auteur.

A PARIS.

Chez { JEAN DESAINT, Libraire, rue du Foin.
CHARLES SAILLANT, Libraire, rue S. Jean-de-Beauvais, vis-à-vis du Collége.

M. DCC. LXVIII.

Avec Approbation & Privilége du Roi.

APPROBATION.

J'ai lu par ordre de Monſeigneur le Chancelier trois Livres de M. Rivard, intitulés : *Elémens de Mathématiques*, *Abrégé des Elémens de Mathématiques*, *Traité du Calendrier*, & je n'ai rien trouvé dans ces Ouvrages qui en puiſſe empêcher la réimpreſſion. A Paris ce 27 Mai 1744. CLAIRAUT

ON trouvera chez les mêmes Libraires les autres Ouvrages du même Auteur, ſçavoir,

Elémens de Mathématiques, cinquiéme édition in-4°. 1752.

Abrégé des Elémens de Mathématiques, troiſiéme édition in-8°. 1752.

Traité de la Sphere, troiſiéme édition in-8°. 1757.

Abrégé de la Sphere & du Calendrier, à l'uſage de ceux qui ne ſçavent pas de Géométrie, in-12. 1743.

Traité de Gnomonique, ou de l'Art de faire des Cadrans, in-8°. 1757.

Tables des Sinus, Tangentes, Sécantes, de leurs Logarithmes, & de ceux des nombres naturels, avec la Conſtruction de ces Tables, & les Problêmes de la Trigonométrie rectiligne & ſphérique, in-8°. 1743.

TRAITÉ DU CALENDRIER.

ON entend fort ſouvent parler de *Cycle Solaire*, de *Cycle Lunaire*, de *Nombre d'or*, d'*Epactes*, &c. On trouve auſſi ces termes dans les Bréviaires, dans pluſieurs autres Livres d'Egliſe, & dans la plûpart des Almanachs; cependant il y a un grand nombre de perſonnes qui n'ont point de notions diſtinctes de tout cela; on croit même n'être pas en état de le concevoir, parce qu'on s'imagine qu'il faut être fort verſé dans l'Aſtronomie pour acquérir toutes ces connoiſſances. Il eſt vrai qu'il n'y a que des Aſtronomes très-inſtruits du mouvement des Aſtres, qui ayent pu inventer les différens Cycles; mais il n'eſt point néceſſaire d'être Aſtronome pour en comprendre la nature & l'uſage. J'eſpere même que ceux qui voudront ſe donner la peine de lire attentivement ce petit Traité, auront la ſatisfaction d'en faire l'expérience par eux-mêmes.

Le Calendrier n'eſt autre choſe qu'une diſtribution des tems que les hommes ont accommodée à leurs uſages. Il y a pluſieurs choſes qui appartiennent à la connoiſſance du Calendrier; les principales ſont les Jours, les Mois, les Années, le Cycle Solaire, les Lettres Dominicales, le Cycle Lunaire, l'Indiction, la Période ART. I.

Victoriene, la Période Juliene, les Epactes. Le calcul de ces différentes parties du Calendrier représentées par des nombres, est appellé *Comput Ecclésiastique.* Nous allons parler de toutes ces parties.

DES JOURS ET DES MOIS.

2. Le jour est ou naturel ou artificiel. Le jour naturel est le tems que le soleil employe pour faire sa révolution d'orient en occident. Le jour pris en cette maniere renferme non-seulement le tems pendant lequel le soleil est sur l'horison, mais aussi celui de la nuit qui est le tems où le Soleil est sous l'horison. Le jour artificiel n'est que le tems pendant lequel le soleil demeure sur l'horison. Selon cette derniere signification, le jour est opposé à la nuit. Quelques-uns changent les noms de ces jours, en appellant le premier *artificiel*, & l'autre *naturel.* En effet, ils sont également naturels l'un & l'autre. Il paroît qu'il seroit mieux d'appeller le second *simple*, au lieu d'artificiel, & le premier *composé*, parce qu'il est effectivement composé du jour simple & de la nuit.

3. Le commencement du jour naturel n'est pas le même par rapport à différens peuples. Les uns ont pris le commencement du jour au lever du soleil, comme les Assyriens: d'autres le prennent au soleil couchant, comme on fait en Italie, en Bohême, & ailleurs; plusieurs à minuit, comme en France, en Espagne, en Allemagne, & dans la plus grande partie de l'Europe; & d'autres enfin à midi, comme font aujourd'hui plusieurs Astronomes.

4. Le jour naturel se divise en 24 portions, qu'on appelle heures: mais les uns font les 24 heures égales entr'elles: les autres les font inégales, parce qu'ils donnent 12 heures au jour artificiel, & autant à la nuit; auquel cas les 12 heures du jour sont égales entr'elles, aussi-bien que celles de la nuit: mais les douze heures du jour ne sont pas égales à celles de la nuit, excepté au tems de l'Equinoxe; car il est évident que celles du jour sont plus longues en été, & plus courtes en hiver. Je ne parle pas

des peuples qui ſont ſur la ligne ; c'eſt-à-dire, ſur l'équateur terreſtre, parce qu'ils ont un équinoxe perpétuel.

5. Les Juifs & les Romains diviſoient le jour artificiel en quatre parties ou quatre heures principales, qu'ils nommoient *Prime*, *Tierce*, *Sexte* & *None*. Pour entendre à quel moment commençoit & finiſſoit chacune de ces heures, il faut concevoir le jour artificiel partagé en douze heures égales. Cela poſé, la premiere des quatre, ou Prime, commençoit avec la premiere des douze au lever du ſoleil ; Tierce commençoit à la fin de la troiſiéme ; Sexte à la fin de la ſixiéme ou à midi ; None à la fin de la neuviéme. D'où il paroît que chacune des quatre en contenoit trois des douze. L'Egliſe ſe ſert encore de ces quatre heures principales pour la récitation de l'Office Canonial.

6. Le mois eſt environ la douziéme partie de l'année. Il y en a de deux ſortes, les mois ſolaires & les mois lunaires. Les mois ſolaires dépendent du mouvement du ſoleil, & les lunaires ont rapport à celui de la lune.

7. Chacun ſçait les noms des douze mois ſolaires. Romulus, Fondateur de Rome, n'avoit compoſé l'année que de dix mois, ſçavoir Mars qui étoit le premier ; puis les neuf autres ſuivans, Avril, Mai, Juin, &c. Les deux qui s'appellent préſentement Juillet & Août, ſe nommoient pour lors *Quintile & Sextile* ; parce que l'un étoit le cinquiéme, & l'autre le ſixiéme. Ces deux noms furent conſervés même après que Numa Pompilius eut ajouté les deux mois de Janvier & de Février, qu'il plaça au commencement de l'année. Mais dans la ſuite Jules-Céſar donna ſon nom à Quintile, en le faiſant appeller Juillet, & celui d'Auguſte fut attribué au mois ſuivant. Pour ce qui eſt des quatre derniers mois, Septembre, Octobre, &c. ils ont conſervé les noms des rangs qu'ils tenoient dans l'ordre des mois du tems de Romulus ; par exemple, Septembre a été ainſi nommé, parce qu'il étoit le ſeptiéme.

8. Jules-César avoit ordonné que le premier, le troisiéme, le cinquiéme, le neuviéme & le onziéme mois, c'est-à-dire, Janvier, Mars, Mai, Juillet, Septembre, Novembre, auroient chacun 31 jours; & tous les autres mois en auroient 30, excepté Février qui n'en devoit avoir que 29 dans les années communes, & 30 dans les années bissextiles. Mais Auguste ne voulut pas que le mois qui portoit son nom, c'est-à-dire, le mois d'Août, fût inférieur à celui de Juillet: c'est pourquoi il prit un jour au mois de Février, pour le donner au mois d'Août, & dérangea ainsi l'ordre commode que Jules-César avoit établi en ordonnant que les mois auroient alternativement 31 & 30 jours.

9. Les Romains ne comptoient pas les jours du mois comme nous: ils avoient trois points fixes dans chaque mois, les *Calendes*, les *Nones* & les *Ides*, desquels ils comptoient les autres jours. Les Calendes étoient le premier jour de chaque mois; les Nones arrivoient le 7 dans le mois de Mars, de Mai, de Juillet & d'Octobre; mais elles étoient le 5 des autres mois: les Ides tomboient au 15 dans les mois de Mars, de Mai, de Juillet & d'Octobre: elles arrivoient le 13 dans les autres mois. Les jours qui précédoient ces trois termes en tiroient leurs dénominations; c'est-à-dire, que les jours compris entre les Calendes & les Nones étoient appellés les jours avant les Nones, suivant les rangs qu'ils tenoient avant ce jour. Ceux qui sont entre les Nones & les Ides étoient appellés les jours avant les Ides; enfin les jours depuis les Ides jusqu'aux Calendes du mois suivant, étoient nommés les jours avant les Calendes de ce mois. Les mois de Mars, de Mai, de Juillet & d'Octobre, avoient six jours qui étoient dénommés par les Nones. Les autres mois n'en avoient que quatre. Tous les mois avoient huit jours qui tiroient leurs noms des Ides. C'est pour retenir cette disposition, que les deux vers suivans ont été composés.

Sex Maïus Nonas October, Julius & Mars.
Quatuor at reliqui : habet Idus quilibet octo.

Numa Pompilius avoit donné à ces quatre mois plus de jours de None qu'aux autres, parce qu'ils étoient pour lors les seuls qui avoient 31 jours; & quoique dans le Calendrier de Jules-César ont eût attribué 31 jours à d'autres mois, on retint cependant la disposition de Numa par rapport aux Nones. On comprendra tout cela plus aisément par la Table suivante, dans laquelle les jours des trois premiers mois sont nommés à la maniere des Romains. Il auroit été inutile de continuer la Table pour les autres mois.

Dies.	JANUARIUS.	FEBRUARIUS.	MARTIUS.
1	CALENDIS Januar.	CALENDIS Februar.	CALENDIS Martii.
2	IV. Nonas.	IV. Nonas.	VI. Nonas.
3	III. Nonas.	III. Nonas.	V. Nonas.
4	Pridie Nonas.	Pridie Nonas.	IV. Nonas.
5	Nonis Januarii.	NONIS Februarii.	III. Nonas.
6	VIII. Idus.	VIII. Idus.	Pridie. Nonas.
7	VII. Idus.	VII. Idus.	NONIS Martii.
8	VI. Idus.	VI. Idus.	VIII. Idus.
9	V. Idus.	V. Idus.	VII. Idus.
10	IV. Idus.	IV. Idus.	VI. Idus.
11	III. Idus.	III. Idus.	V. Idus.
12	Pridie Idus.	Pridie Idus.	IV. Idus.
13	IDIBUS Januarii.	IDIBUS Februarii.	III. Idus.
14	XIX. Cal Februar.	XVI. Cal. Martii.	Pridie Idus.
15	XVIII. Calendas.	XV. Calendas.	IDIBUS Martii.
16	XVII. Calendas.	XIV. Calendas.	XVII. Cal. Aprilis.
17	XVI. Calendas.	XIII. Calendas.	XVI. Calendas.
18	XV. Calendas.	XII. Calendas.	XV. Calendas.
19	XIV. Calendas. Februarii.	XI. Calendas. Martii.	XIV. Calendas. Aprilis.
20	XIII. Calendas.	X. Calendas.	XIII. Calendas.
21	XII. Calendae.	IX. Calendas.	XII. Calendas.
22	XI. Calendas.	VIII. Calendas.	XI. Calendas.
23	X. Calendas.	VII. Calendas.	X. Calendas.
24	IX. Calendas.	VI. Calendas.	IX. Calendas.
25	VIII. Calendas.	*	VIII. Calendas.
26	VII. Calendas.	V. Calendas.	VII. Calendas.
27	VI. Calendas.	IV. Calendas.	VI. Calendas.
28	V. Calendas.	III. Calendas.	V. Calendas.
29	IV. Calendas.	Pridie Calendas.	IV. Calendas.
30	III. Calendas.		III Calendas.
31	Pridie Calendas.		Pridie Calendas.

* Dans les années bissextiles il y avoit deux jours de

suite au mois de Février, dont chacun étoit appellé le VI avant les Calendes; le premier répond au 24 du mois, & le second au 25. On disoit donc, *bis sexto Calendas*, en sous entendant *ante* après *sexto*. C'est de-là que ces années ont été nommées *bissextiles*.

10. Il paroît par cette Table, qu'en comptant les jours du mois par rapport au rang qu'ils occupent avant celui des Nones, ou des Ides, ou des Calendes, on y comprend ce jour : par exemple, le second jour de Janvier est appellé le quatriéme avant les Nones, parce que le jour même des Nones y est compris : sans cela ce ne seroit que le troisiéme avant les Nones. C'est par la même raison que le dixiéme jour est nommé le quatriéme avant les Ides. De même le vingt-cinquiéme est appellé le huitiéme avant les Calendes de Février, parce qu'on compte le jour des Calendes de Février.

11. Il y a deux sortes de mois lunaires : l'un est appellé *périodique*, & l'autre *synodique*. Le mois périodique est le tems que la lune employe à parcourir le zodiaque; c'est-à-dire, à faire son tour dans le ciel d'occident en orient. Sa durée est d'environ 27 jours 7 heures 43 minutes.

12. Le mois synodique, qu'on nomme aussi *lunaison*, est le tems que la lune employe pour rejoindre le soleil après l'avoir quitté; ou, ce qui revient au même, c'est le tems qu'il y a depuis une nouvelle lune jusqu'à la nouvelle lune suivante. Ce tems est de 29 jours, 12 heures, & environ 44 minutes. On néglige ces minutes dans l'usage civil, au moins pendant un tems; & on suppose qu'il y a 29 jours & demi d'une nouvelle lune à l'autre prochaine. Or, comme il seroit incommode de compter un demi-jour, on fait les mois synodiques alternativement de 30 & de 29 jours, donnant ainsi à l'un ce que l'on ôte à l'autre.

13. Les mois synodiques de 30 jours sont nommés *pleins*; & ceux de 29 jours sont appellés *caves*. Au lieu

de dire les mois pleins & les mois caves, on dit ſouvent les lunes pleines & les lunes caves, ou bien lunaiſons pleines & lunaiſons caves. Il faut obſerver que toutes les fois que l'on parle des mois de la lune, ſans les ſpécifier, il faut toujours entendre les mois ſynodiques.

14. Quand on dit que le mois périodique eſt de 27 jours 7 heures 43 minutes, & le mois ſynodigue de 29 jours 12 heures 44 minutes, il s'agit du tems du mouvement *moyen*, & non pas du mouvement vrai, ſoit du ſoleil, ſoit de la lune. Le mouvement vrai d'un aſtre eſt celui qui lui convient réellement ou en apparence. Ce mouvement n'eſt pas toujours le même dans une planete: il eſt tantôt plus fort, tantôt plus foible. Le mouvement moyen eſt celui qu'on imagine toujours le même dans une planete, & par lequel elle feroit un certain nombre de révolutions dans le même tems qu'elle les fait effectivement, ou qu'elle paroît les faire par le mouvement vrai. Ce mouvement eſt égal & uniforme, au lieu que le premier eſt inégal & variable.

15. Afin de déterminer exactement le tems ou la durée du mouvement moyen, on choiſit deux termes fort éloignés l'un de l'autre, par exemple, deux nouvelles lunes, dont la ſeconde arrive pluſieurs années, ou même pluſieurs ſiécles après la premiere, & on partage le tems qu'il y a entre les deux termes en autant de parties égales qu'il y a eu de lunaiſons pendant ce tems; le quotient qui vient de cette diviſion marque le tems moyen d'une lunaiſon ou d'un mois ſynodique. Suppoſons que par des obſervations qui ont été faites ſur le tems de deux nouvelles lunes, on connoiſſe qu'elles ſont éloignées l'une de l'autre de 570 ans, ou plutôt de 208191 jours moins environ 8 heures: on ſçait qu'il y a 235 lunes dans l'eſpace de 19 ans, & que par conſéquent en 570, c'eſt-à-dire, en 30 fois 19 ans, il doit y avoir 30 fois 235 ou 7050 lunaiſons. Ainſi il n'y a qu'à diviſer 570 ans, ou plutôt 208191 jours par 7050, le quotient ſera 29

a iv

jours, & le reste 3741 jours, que l'on réduira en heures, en multipliant ce reste par 24. On divisera pareillement le produit 89784 heures (ou plutôt 89776, parce qu'il y a 8 heures de moins), par le même diviseur 7050, on trouvera le quotient 12 heures & le reste 5176^{h}, que l'on réduira en minutes, pour les diviser ensuite par le même nombre 7050. On pourra de même réduire le reste des minutes en secondes : on trouvera enfin qu'en divisant 570 années moins 8 heures par 7050, le quotient est 29 jours 12 heures 44 min. 3 secondes, & un peu plus.

16. On choisit deux nouvelles lunes fort éloignées l'une de l'autre, afin que les inégalités de la durée des lunaisons soient compensées les unes par les autres, & que l'erreur qui peut se trouver dans la détermination des tems auxquels arrivent les nouvelles lunes qu'on prend pour termes, étant partagée à un grand nombre de lunaisons, devienne insensible.

DE L'ANNÉE.

17.* L'année est Astronomique ou Civile. L'une & l'autre sont encore ou solaires ou lunaires, c'est-à-dire, qu'elles se réglent, ou sur le mouvement du soleil ou sur celui de la lune. L'année astronomique, soit solaire, soit lunaire, est encore appellée *naturelle*, parce que les Astronomes se conforment dans leur calcul à la nature, c'est-à-dire, aux mouvemens du soleil ou de la lune.

18. L'année solaire astronomique est le tems que le soleil employe à faire le tour du zodiaque d'occident en orient, ou, pour parler plus exactement, c'est le tems qui s'écoule depuis un équinoxe, par exemple, celui du printems, jusqu'au premier équinoxe semblable : c'est aussi le tems qui est entre un solstice, par exemple, celui d'hiver, & le solstice suivant semblable. Ce tems est de 365 jours & environ six heures.

19. L'année lunaire astronomique est composée de

douze lunaiſons, qui contiennent chacune 29 jours 12 heures & 44 min. Ainſi l'année entiere eſt de 354 jours 8 heures & 48 minutes.

20. L'année civile eſt celle dont les Royaumes & les Peuples ſe ſervent pour compter les tems & les âges. Or tous les Peuples ne s'accordent pas entr'eux touchant la maniere de compter les tems. Les uns réglent leur année ſur le mouvement du ſoleil, & les autres ſur celui de la lune.

21. Entre ceux qui comptoient les années par le mouvement du Soleil, il y a encore eu beaucoup de diverſité juſqu'à Jules-Céſar, Empereur Romain, qui ayant fait aſſembler les plus habiles Aſtronomes de ſon tems, fixa l'année ſolaire à 365 jours 6 heures; c'eſt-à-dire, qu'il ſuppoſa, en ſuivant le ſentiment des Aſtronomes, que d'un équinoxe à l'équinoxe ſuivant de même nom il y avoit 365 jours 6 heures. Or, comme il ſeroit très-incommode de faire commencer une année 6, ou 12, ou 18 heures après la fin du jour, on a laiſſé les ſix heures de chaque année, qui au bout de 4 ans font 24 heures, c'eſt-à-dire, un jour entier. Ainſi la quatriéme année doit avoir un jour de plus que les précédentes, qui ſont chacune de 365 jours.

22. Suivant cette maniere de compter, le ſoleil n'a pas fait ſa révolution entiere à la fin de la premiere année civile, il s'en faut ſix heures; à la fin de la ſeconde il s'en faut 12, à la fin de la troiſiéme 18, & enfin au bout de la quatriéme il s'en faudroit 24 heures, ſi on ne la faiſoit pas plus longue que les précédentes. Mais comme ces 24 heures font un jour entier, on ajoute un jour à la quatriéme année, qui par ce moyen finit dans le tems que le ſoleil acheve ſa quatriéme révolution. Cette quatriéme année, compoſée de 366 jours, s'appelle *biſſextile*, à cauſe qu'au mois de Février de cette année il y avoit un jour qui étoit appellé *biſſextus*, ſuivant l'uſage des Romains. Les trois autres années ſont nommées *communes*.

23. Selon cet établissement de Jules-César, les années bissextiles de chaque siécle sont la 4e. la 8e, la 12e, la 16e, la 20e, la 24e, la 28e, &c. En général, pour sçavoir si une telle année d'un siécle sera bissextile, il faut diviser le nombre qui exprime cette année par 4; & si la division peut se faire sans reste, l'année proposée est bissextile; mais s'il y a un reste, elle ne l'est pas. Par exemple, je veux sçavoir si 1744 sera bissextile, je divise 44 par 4; (il seroit inutile de prendre le nombre entier 1744); & comme je ne trouve point de reste après la division, c'est une marque que cette année sera bissextile. On peut voir par-là, que suivant Jules-César, chaque centiéme année, c'est-à-dire, la derniere année de chaque siécle, comme 1700, 1800, devoit être bissextile.

24. Le jour de surplus que l'on appelle *intercalaire*, qui rend l'année bissextile plus longue que les autres, est ajouté au mois de Février; ensorte que ce mois a 29 jours dans l'année bissextile, & 28 dans les communes. Or on imagine que ce jour est inséré après le 24 du mois de Février : c'est par cette raison que la fête de S. Matthias tombe au 25 dans l'année bissextile, & au 24 dans les autres années.

On verra dans la suite que l'année solaire astronomique ou naturelle est plus courte que ne l'a supposé Jules-César d'environ 11 minutes : c'est ce qui a causé une erreur dans le Calendrier, qu'on a enfin réformé en 1582, par les ordres du Pape Gregoire XIII, comme nous l'expliquerons dans la suite.

25. Ceux qui réglent l'année civile sur le mouvement de la lune, composent leur année de douze lunaisons ou mois lunaires. Or, puisque les mois lunaires sont alternativement de 30 & de 29 jours, les 12 mois qui composent l'année entiere, font 354 jours; & par conséquent l'année lunaire est plus courte que la solaire commune de 11 jours. Ces 11 jours font 33 jours en 3 ans. Ainsi trois années solaires contiennent au moins 37 lunaisons.

26. Les 44 minutes dont une lunaison surpasse 29 jours & demi, font, après les 12 lunaisons de l'année, 12 fois 44, c'est à-dire, 528 minutes, ou 8 heures 48 minutes. Or ces 8 heures 48 minutes de chaque année produisent 264 heures, c'est-à-dire 11 jours en 30 ans. C'est pourquoi les Turcs qui se servent encore aujourd'hui de l'année lunaire, ajoutent 11 jours en 30 années; ensorte que sur 30 ans il y a 19 années simples qui n'ont chacune que 354 jours, & 11 d'intercalaires ou *embolismiques*, qui sont chacune de 355 jours. Ce sont la 2^e, 5, 7, 10, 13, 16, 18, 21, 24, 26 & 29.

27. Il est évident que cette année des Turcs ne peut pas toujours commencer à la même saison, c'est-à-dire, par exemple, à la même distance du solstice ou de l'équinoxe. Car l'année solaire étant composée de 365 jours, & l'année lunaire de 354 (je néglige les heures de part & d'autre); si elles ont commencé toutes les deux le même jour, l'année lunaire finira 11 jours avant l'autre, c'est-à-dire, le 20 Décembre : par conséquent la seconde année lunaire commencera au 21 de ce mois, & se terminera au 10 du même mois, parce que cette seconde année est composée de 355 jours; la troisiéme commencera donc au 11, & finira au 29 de Novembre : ainsi de suite; de sorte que le commencement de l'année lunaire *parcourra les différentes saisons de l'année solaire*, & reviendra enfin au commencement en moins de 34 ans lunaires, qui par conséquent ne font que 33 années solaires. Dans le Calendrier Ecclésiastique on ramene le commencement de l'année lunaire vers celui de l'année solaire, toutes les fois qu'il *s'en est un peu écarté. Nous* dirons, en traitant du cycle lunaire, le moyen dont on se sert pour y réussir.

Cette année des Turcs est appellée *vagne*, parce que son commencement est tantôt à un point de l'écliptique, tantôt à un autre. Par la raison contraire notre année solaire est appellée fixe.

Du Cycle Solaire ancien.

28. Ce Cycle Solaire eſt une révolution de 28 ans, qui renferme toutes les variétés poſſibles des jours de la ſemaine par rapport à ceux du mois. Ces variétés conſiſtent en ce que les Dimanches ne tombent pas tous les ans le même quantiéme du mois. Par exemple, ſi l'année a commencé par un Lundi, & que par conſéquent le 7 de Janvier ait été un Dimanche, l'année ſuivante ne commencera pas par un Lundi, mais par le Mardi, & le premier Dimanche ſera le 6 de Janvier. L'année d'après commencera par un Mercredi, & pour lors le premier Dimanche tombera le 5; ainſi de ſuite. Cependant il faut remarquer que quand l'année eſt biſſextile, la différence eſt de deux jours; c'eſt-à-dire, que ſi l'année biſſextile a commencé par un Lundi, l'année d'après commencera par un Mercredi.

29. Pour entendre la raiſon de ces variétés, il ſera bon de faire réflexion que ſi l'année contenoit exactement un certain nombre de ſemaines, ſans aucun jour de ſurplus, chaque année commenceroit par le même jour de la ſemaine, par exemple, par le Lundi. Car comme l'année contiendroit juſtement un certain nombre de ſemaines, ſi elle commençoit par un Lundi, elle finiroit par un Dimanche; & par conſéquent le premier jour de la ſuivante ſeroit auſſi un Lundi. Ces variétés viennent donc de ce que l'année renferme pluſieurs ſemaines, ſçavoir 52, & un jour de plus dans les années communes, & deux dans les biſſextiles. En effet, l'année commune ayant un jour de plus que 52 ſemaines, il eſt clair que ſi elle a commencé par un Lundi, elle finira auſſi par un Lundi, & par conſéquent la ſuivante commencera par un Mardi: par une raiſon ſemblable la troiſiéme commencera par le Mercredi: enſuite la quatriéme, que je ſuppoſe être biſſextile, commencera par un Jeudi; mais elle finira ſeulement le Vendredi, à cauſe

qu'elle contient deux jours au-delà de 52 semaines : par conséquent le premier jour de la cinquiéme année sera un Samedi.

30. On peut voir à présent pourquoi les Fêtes qui sont immobiles, c'est-à-dire, qui sont fixées à un certain jour du mois, telles que sont toutes les Fêtes des Saints, parcourent les différens jours de la semaine en plusieurs années, en allant du Lundi au Mardi, ensuite au Mercredi, puis au Jeudi, &c. Prenons pour exemple la Fête de la Circoncision, qui est fixée au premier Janvier. Si elle est arrivée un Lundi, l'année d'après elle doit être le Mardi, ensuite le Mercredi; puisque, comme nous avons dit, après que le premier jour de Janvier a été un Lundi, l'année suivante c'est un Mardi, &c. Quand l'année est bissextile, il doit y avoir une différence de deux jours dans les Fêtes qui viennent après le 24 Février, & dans celles de l'année suivante qui arrivent depuis le commencement de Janvier, jusqu'au 24 Février.

31. Si toutes les années étoient communes, c'est-à-dire, composées seulement de 365 jours, le cycle solaire ne contiendroit que 7 ans, parce que le même jour de la semaine reviendroit au même quantiéme du mois après sept ans. Si, par exemple, une année a commencé par un Lundi, la seconde commenceroit par un Mardi, la troisiéme par un Mercredi, la quatriéme par un Jeudi; ainsi de suite. Par conséquent la huitiéme commenceroit encore par un Lundi. Mais il arrive une année bissextile de 4 ans en 4 ans. Or cette année étant composée de 366 jours, produit un jour de différence de plus que les autres années. Par conséquent il faut sept années bissextiles pour que le jours excédent de chaque année bissextile produise 7 jourt ou une semaine. Or il ne peut y avoir sept années bissextiles que dans l'espace de 28 ans. Ainsi il faut 28 ans pour que l'excédent de chaque année bissextile sur l'année commune ramene un jour de la semaine au même jour du mois. Mais d'ailleurs on vient de

dire que sans l'année bissextile le même jour de la semaine reviendroit après sept ans au même jour du mois, & par conséquent aussi après 14, puis après 21, & enfin après 28. Donc les deux causes concourent ensemble pour ramener un jour de la semaine au même quantiéme du mois à la fin de 28 ans. Ainsi le Cycle solaire est de 28 années.

32. Il paroît d'abord que l'année bissextile, au lieu d'augmenter le Cycle solaire, doit au contraire le diminuer. Car une année commençant le Lundi, la suivante commencera par un Mardi, l'autre par un Mercredi, la quatriéme qui sera bissextile, par un Jeudi, & la cinquiéme par un Samedi, & non par un Vendredi; ainsi la septiéme commencera par un Lundi. D'où il paroît s'ensuivre que le Cycle solaire ne doit être que de 6 ans, puisque l'année recommence par le même jour au bout de 6 ans.

Pour répondre à cette difficulté, il faut prendre garde que si chaque Cycle solaire ne renfermoit que six ans, l'année bissextile seroit la quatriéme du premier Cycle, au lieu qu'elle tomberoit à la seconde & à la sixiéme du Cycle suivant; par conséquent ces deux Cycles ne seroient pas semblables; ce qui est contre la nature & la notion du Cycle qui doit renfermer toutes les variétés des jours de la semaine. De plus le troisiéme Cycle ne commenceroit pas un Lundi, comme les deux précédens; ce qui est encore contraire à l'idée du Cycle.

33. Il paroît par l'explication de la nature du Cycle, que chaque année d'après la naissance de Jesus-Christ répond à une année du Cycle solaire; de sorte qu'après avoir compté 28 années de ce Cycle, on en recommence un nouveau: par exemple, l'année 1725 étoit la 26^{e} du Cycle solaire courant alors; 1726 étoit donc la 27^{e} de ce Cycle; 1727 étoit la 28^{e} & derniere. Par conséquent l'année 1728 étoit la premiere d'un nouveau Cycle, 1729 la seconde, 1730 la troisiéme; ainsi de suite. Il

faut entendre la même chose du tems qui a précédé la naissance de Notre Seigneur.

Après tout ce que nous venons de dire touchant le Cycle solaire ancien, il ne nous reste plus qu'à exposer comment on trouve l'année de ce Cycle pour une année proposée, par exemple, pour 1745.

34. Il faut ajouter 9 au nombre qui marque l'année depuis la naissance de Notre Seigneur. Il faut donc ajouter 9 à 1745, la somme est 1754. Ensuite on divise cette somme par 28, & le reste marque l'année du Cycle. Je divise donc 1754 par 28, le quotient est 62, & le reste est 18. Par conséquent l'année 1745 est la 18^{e} du Cycle solaire.

S'il ne restoit rien, ou ce qui est la même chose, si le diviseur 28 étoit contenu exactement dans la somme que l'on a trouvée après avoir ajouté 9, ce seroit une marque que l'année proposée seroit la 28^{e} ou la derniere du Cycle solaire.

35. 1°. On a ajouté 9 au nombre qui exprime les années depuis la naissance de Notre Seigneur, parce que le Cycle solaire dans lequel Jesus-Christ est né, a précédé cette naissance de 9 ans, ensorte qu'elle est arrivée à la dixiéme année du Cycle.

36. 2°. En divisant par 28 la somme qui résulte après l'addition, on voit combien il s'est écoulé de Cycles depuis le commencement de celui dans lequel est né Notre Seigneur : car puisque le quotient marque toujours combien de fois le diviseur est contenu dans la somme qu'on divise, il est clair que le quotient exprime combien il y a de Cycles passés. Quant au reste de la division. il désigne l'année du dernier Cycle dans lequel se trouve l'année proposée.

La réforme du Calendrier par Grégoire XIII, a apporté quelque changement au Cycle solaire, à cause du retranchement de 3 jours sur 400 ans, comme nous le dirons dans la suite ; cependant cela n'empêche pas qu'on ne compte encore à présent les années du Cycle solaire, de la même maniere qu'on les comptoit auparavant.

37. Il y a néanmoins un Cycle solaire nouveau proposé par ceux qui ont travaillé à la réforme du Calendrier : il est de 400 ans après lesquels le Soleil se trouve, depuis la correction du Calendrier, au même point du zodiaque immobile où il étoit au commencement de ce Cycle ; & de plus les lettres dominicales dont nous allons parler, reviennent dans le même ordre. On peut imaginer que ce Cycle a commencé avec l'Ere vulgaire ou chrétienne, c'est-à-dire, la premiere année de laquelle on compte la naissance du Sauveur. Pour avoir l'année de ce Cycle solaire à laquelle répond une année proposée, il faut diviser le nombre qui exprime cette année par 400, le reste marquera l'année du Cycle ; ainsi l'année 1745 sera la 145^{e} du Cycle ; parce qu'en divisant 1745 par 400, le reste est 145. Le quotient 4 marque qu'il y a eu 4 révolutions de ce Cycle depuis le commencement de l'Ere vulgaire.

Des Lettres Dominicales.

38. On s'est servi des sept premieres lettres de l'alphabet que l'on a placées vis à vis des jours du mois dans le Calendrier, pour marquer les jours de la semaine. Ces lettres sont disposées en cette maniere ; l'A est à côté du premier jour de Janvier, le B à côté du second, le C à côté du troisiéme ; ainsi de suite jusqu'au G, qui est à côté du septiéme jour. Ensuite on retrouve les mêmes lettres dans le même ordre, sçavoir l'A au huitiéme jour, le B au neuviéme, le C au dixiéme, &c. L'A est encore placé au 15, puis au 22, & enfin au 29 de Janvier. Par conséquent le B est vis à-vis du 30, le C vis-à-vis du 31. D'où il suit que le D se trouve au premier de Février, plus au 8, plus au 15, plus au 22.

39. Il paroît par-là que le même jour de la semaine arrive

arrive le premier, le 8, le 15, le 22, le 29 du même mois, c'est à-dire, que si le premier jour d'un mois est un Dimanche, le 8, le 15, le 22, le 29 de ce mois seront aussi un Dimanche. Il faut entendre la même chose des autres jours de la semaine.

40. Ces sept lettres sont appellées *Dominicales*, parce qu'on s'en sert pour marquer tous les Dimanches de l'année. Par exemple, si l'A est la lettre dominicale d'une année, tous les jours des mois vis-à-vis desquels se trouve l'A seront des Dimanches pendant le cours de cette année. Il faut dire la même chose des autres lettres qui deviennent successivement dominicales.

41. Remarquez 1°. que dans l'année bissextile il y a toujours deux lettres dominicales, dont l'une sert depuis le commencement de l'année, jusqu'à la Fête de S. Matthias, & l'autre depuis le jour de cette Fête inclusivement, jusqu'à la fin de l'année.

42. Remarquez 2°: que les lettres ne deviennent pas dominicales, suivant le rang qu'elles tiennent dans l'alphabet, mais dans un ordre renversé, c'est-à dire, que si la lettre G est dominicale pendant une année, F le deviendra l'année suivante, ensuite E, puis D, ensuite C, puis B, & enfin A: après cela G reviendra la lettre dominicale. La raison de cette observation doit se tirer de ce que nous avons dit. Car si l'année commence par un Lundi, & que par conséquent le Dimanche arrive le 7 de Janvier, à côté duquel est G, l'année suivante commencera par un Mardi, & le Dimanche tombera au 6; ainsi la lettre F sera dominicale de cette seconde année; & par la même raison E sera la lettre dominicale de la troisiéme année, en supposant les deux années précédentes chacune de 365 jours. Par cette remarque on peut, quand on sçait la lettre dominicale d'une année, trouver celle des années suivantes.

43. Voici une méthode de trouver la lettre dominicale des années qui suivent 1700. 1°. Il faut compter les

années, en commençant par 1701, jusqu'à l'année proposée inclusivement, & ajouter 5 au nombre de ces années, & de plus autant d'unités qu'il y a d'années bissextiles pendant ce tems. 2°. On divisera ensuite la somme par 7; & le reste de la division, s'il y en a un, désignera la lettre dominicale, pourvu qu'on compte les lettres dominicales dans un ordre rétrograde; ensorte que G soit la 1ere, F la 2de, E la 3e, D la 4e, C la 5e, B la 6e, A la 7e. S'il n'y a point de reste après la division faite, la lettre dominicale sera A. Par exemple, je veux sçavoir la lettre dominicale de l'année 1743; 1°. je prends le nombre des années en commençant par 1701, & je trouve 43 : j'ajoute 5 à ce nombre, & de plus 10, parce qu'il y a eu dix années bissextiles depuis 1701 jusqu'à 1743. 2°. Je divise la somme 58 par 7, le reste est 2; d'où je conclus que la lettre dominicale de l'année 1743 est F.

44. La raison pourquoi on ajoute 5 : c'est que la lettre dominicale de l'année 1701 étoit B, & par conséquent avant l'année 1701 il y avoit déja cinq lettres dominicales qui avoient servi, sçavoir G, F, E, D, C. D'ailleurs on ajoute autant d'unités qu'il y a eu d'années bissextiles depuis 1701, parce que chaque année bissextile a deux lettres dominicales, dont l'une sert jusqu'au 24 Février, & l'autre pendant le reste de l'année. Les autres parties de cette méthode suivent de ce que l'on a dit ci-dessus.

45. Si on cherchoit la premiere lettre dominicale de l'année bissextile 1744, il ne faudroit pas ajouter 11 au produit, mais seulement 10, pour les années bissextiles passées. La seconde lettre dominicale d'une *année bissextile est celle qui précede la premiere dans* l'alphabet, à cause que les lettres deviennent dominicales selon l'ordre rétrograde ou renversé : ainsi la premiere lettre dominicale de 1744 étant E, la seconde est D.

46. On pourra trouver dans la Table suivante les lettres dominicales de toutes les années depuis 1600 jusqu'à 5600. Il y a quatre colonnes de lettres qui sont au-dessous des centiémes ou des dernieres années des siécles ; la premiere de ces quatre colonnes est sous les centiémes années qui sont les premieres, après les bissextiles ; la seconde sous les centiémes qui sont les secondes après les bissextiles ; la troisiéme sous les centiémes qui sont les troisiémes après les bissextiles, & enfin la quatriéme colonne sous les centiémes années bissextiles. A la gauche des quatre colonnes de lettres il y en a d'autres qui contiennent la premiere année des siécles, & les années intermédiaires entre la premiere & la derniere.

47. Voici comment on trouve les lettres dominicales des différentes années par cette Table : 1°. Si on veut trouver la lettre dominicale d'une centiéme année, on cherchera cette année au-dessus des colonnes des lettres dominicales, la lettre qui est au haut de la colonne placée au dessous de l'année, sera la lettre dominicale qu'on cherche. Par exemple, la lettre dominicale de 1700 est C, parce qu'elle est au haut de la colonne placée sous 1700. 2°. Si on veut avoir la lettre dominicale d'une année intermédiaire, par exemple, de 1745, on cherchera 45 dans les colonnes des années intermédiaires ; & on prendra dans la colonne des lettres dominicales placée sous 1700 la lettre C qui est vis-à-vis de 45 ; c'est la lettre dominicale de 1745.

TABLE DES LETTRES DOMINICALES depuis 1600 jusqu'a 5600.

Les centiémes Années, ou les dernieres des Siécles.	1700, 2100. 2500, 2900. 3300, 3700. 4100, 4500. 4900, 5300.	1800, 2200 2600, 3000. 3400, 3800. 4200, 4600. 5000, 5400,	1900, 2300. 2700, 3100. 3500, 3900. 4300, 4700. 5100. 5500.	1600 2000, 2400. 2800, 3200. 3600, 4000. 4400, 4800. 5200, 5600.
	C	E	G	BA
1. 29. 57. 85.	B	D	F	G
2. 30. 58. 86.	A	C	E	F
3. 31. 59. 87.	G	B	D	E
4. 32. 60. 88.	FE	AG	CB	DC
5. 33. 61. 89.	D	F	A	B
6. 34. 62. 90.	C	E	G	A
7. 35. 63. 91.	B	D	F	G
8. 36. 64. 92.	AG	CB	ED	FE
9. 37. 65. 93.	F	A	C	D
10. 38. 66. 94.	E	G	B	C
11. 39. 67. 95.	D	F	A	B
12. 40. 68. 96.	CB	ED	GF	AG
13. 41. 69. 97.	A	C	E	F
14. 42. 70. 98.	G	B	D	E
15. 43. 71. 99.	F	A	C	D
16. 44. 72.	ED	GF	BA	CB
17. 45. 73.	C	E	G	A
18. 46. 74.	B	D	F	G
19. 47. 75.	A	C	E	F
20. 48. 76.	GF	BA	DC	ED
21. 49. 77.	E	G	B	C
22. 50. 78.	D	F	A	B
23. 51. 79.	C	E	G	A
24. 52. 80.	BA	DC	FE	GF
25. 53. 81.	G	B	D	E
26. 54. 82.	F	A	C	D
27. 55. 83.	E	G	B	C
28. 56. 84.	DC	FE	AG	BA

Du Cycle lunaire ancien, & des Nombres d'Or.

48. Le Cycle lunaire ancien est une révolution de 19 ans, qui renferme toutes les variétés qui peuvent arriver aux nouvelles lunes par rapport aux jours du mois. Ces variétés consistent en ce que les nouvelles lunes ne tombent pas tous les ans le même jour du mois : quelquefois elles arrivent plutôt, quelquefois plus tard. Cependant Meton, célebre Astronome d'Athenes, trouva environ 439 ans avant Notre-Seigneur, qu'au bout de 9 ans les nouvelles lunes tombent aux mêmes jours auxquels elles arrivoient 19 ans auparavant ; & c'est ce qui a déterminé le Cycle lunaire au nombre 19. On disoit donc, comme on dit encore à présent, qu'une telle année étoit la premiere du Cycle lunaire, la suivante étoit la seconde, celle d'après étoit la troisiéme, &c. après quoi l'année qui suivoit la dix-neuviéme étoit dite la premiere du Cycle suivant. Or en 19 ans il y a 235 lunaisons, sçavoir 228 à raison de 12 lunaisons par an, & sept autres à cause des onze jours dont chaque année solaire surpasse l'année lunaire. Ces sept mois lunaires sont appellés *embolismiques* ou *intercalaires*. On en compose six de 30 jours chacun, & le septiéme de 29 seulement.

49. C'est par le moyen de ces mois embolismiques, que dans le Calendrier Ecclésiastique on ramene le commencement de l'année lunaire, vers les premiers jours de Janvier, après qu'il s'en est un peu écarté. Pour cet effet, on attribue 13 mois lunaires à plusieurs années, sçavoir à 7 pendant la durée du Cycle lunaire ; & ces sept années sont appellées embolismiques, parce qu'elles contiennent toutes un mois embolismique. Les six premieres sont chacune de 384 jours, & la derniere n'est que de 383, parce que le dernier mois embolismique n'a que 29 jours. Ces sept années sont la 3^e, la 6^e, la 9^e, la 11^e, la 14^e, la 17^e, & la 19^e du Cycle lunaire.

Toutes les autres années lunaires sont appellées communes, & ne sont composées chacune que de douze lunaisons, qui font 354 jours. Il est aisé de voir que par ce moyen la fin de la troisiéme année lunaire se rapproche de la fin de l'année solaire. Car la différence entre l'année lunaire commune & la solaire étant de onze jours, si la troisiéme année lunaire étoit commune, elle finiroit 33 jours avant l'année solaire. (Je suppose que la premiere a commencé avec l'année solaire). Mais comme on fait cette troisiéme année embolismique, elle a 30 jours de plus qu'une année commune; par conséquent elle ne finit que trois jours avant l'année solaire. Ainsi la quatriéme année lunaire ne commencera que trois jours avant la quatriéme année solaire. On trouvera que les autres années embolismiques produisent le même effet.

Après l'heureuse découverte de Meton qui avoit fixé le Cycle lunaire à 19 ans, on marquoit à Athenes l'année de ce Cycle par des chiffres d'or qui étoient gravés en grand dans la place publique. C'est pour cette raison que le nombre qui désigne l'année du Cycle lunaire, est encore aujourd'hui appellé le nombre d'or, ou plutôt parce que dans les Calendriers on écrivoit ces nombres en caracteres d'or.

50. Ces nombres servoient à marquer dans le Calendrier les jours de chaque mois auxquels arrivoient les nouvelles lunes. Ainsi quand on étoit dans la premiere année du Cycle lunaire, le chiffre I marquoit dans le Calendrier tous les jours auxquels arrivoit la nouvelle lune pendant cette année. De même à la seconde année le nombre II marquoit tous les jours auxquels tomboient les nouvelles lunes de cette année; ainsi de suite. On avoit donc disposé les nombres d'or dans les anciens Calendriers de maniere qu'ils désignassent les nouvelles lunes de chaque année du Cycle lunaire; ce qui étoit très-commode, puisque par ce moyen on pouvoit voir

tout d'un coup, à l'aide d'un Calendrier, non-seulement les jours des nouvelles lunes de l'année dans laquelle on étoit, mais aussi de toutes les autres, soit passées, soit futures.

51. Nous donnons ici le commencement de l'ancien Calendrier de l'Eglise pour faire voir la maniere dont les Nombres d'Or y étoient disposés. Le Nombre d'Or III répond au 1^er de Janvier, parce que dans le tems qu'on a mis les Nombres d'Or dans le Calendrier, c'est à-dire, vers l'an 530, la nouvelle lune arrivoit le 1^er de Janvier à la troisiéme année du *Cycle* lunaire. Il y a onze jours de ce mois à côté *desquels* il n'y a point de Nombre d'Or; *ce sont ceux auxquels* il n'arrivoit point alors de nouvelles lunes pendant la *révolution du Cycle* lunaire. Il en est de même des jours des autres mois qui n'ont point de Nombre d'Or.

CALENDRIER ANCIEN DE L'EGLISE.

JANVIER.			*FEVRIER.*			*MARS.*		
Nombres d'Or.	J. du M.	L. D.	Nombres d'Or.	J. du M.	L. D.	Nombres d'Or.	J. du M.	L. D.
III	1	A		1	D	III	1	D
	2	B	XI	2	E		2	E
XI	3	C	XIX	3	F	XI	3	F
	4	D	VIII	4	G		4	G
XIX	5	E		5	A	XIX	5	A
VIII	6	F	XVI	6	B	VIII	6	B
	7	G	V	7	C		7	C
XVI	8	A		8	D	XVI	8	D
V	9	B	XIII	9	E	V	9	E
	10	C	II	10	F		10	F
XIII	11	D		11	G	XIII	11	G
II	12	E	X	12	A	II	12	A
	13	F		13	B		13	B
X	14	G	XVIII	14	C	X	14	C
	15	A	VII	15	D		15	D
XVIII	16	B		16	E	XVIII	16	E
VII	17	C	XV	17	F	VII	17	F
	18	D	IV	18	G		18	G
XV	19	E		19	A	XV	19	A
IV	20	F	XII	20	B	V	20	B
	21	G	I	21	C		21	C
XII	22	A		22	D	XII	22	D
I	23	B	IX	23	E	I	23	E
	24	C		24	F		24	F
IX	25	D	XVII	25	G	IX	25	G
	26	E	VI	26	A		26	A
XVII	27	F		27	B	XVII	27	B
VI	28	G	XIV	28	C	VI	28	C
	29	A					29	D
XIV	30	B				XIV	30	E
III	31	C				III	31	F

52. On s'est enfin apperçu que la méthode de trouver les nouvelles lunes par les nombres d'or est sujette à erreur ; parce qu'il n'est pas vrai, comme l'a cru le célebre Meton, que les nouvelles lunes reviennent au même moment après dix-neuf annees passées : elles arrivent environ une heure & demie plutôt, comme il est facile de le voir : car en multipliant 365 jours 6 heures, qui est la durée de l'annee civile, par 19, le produit est 6939 jours 18 heures ; au lieu que si on multiplie la durée moyenne d'une lunaison, qui est 29 jours 12 heures, 44 minutes, 3 secondes par 235, qui est le nombre de lunaisons qui arrivent en 19 ans, on ne trouvera à ce produit que 6939 jours, 16 heures & environ 32 minutes. Or cette différence produit une erreur d'un jour après 16 Cycles & environ $8\frac{1}{2}$ ans ; c'est-à-dire, après $312\frac{1}{2}$ ans, & par conséquent une erreur de deux jours après 625 ans ; ensorte que si la lune a été nouvelle le 10 du mois de Janvier de quelque année, elle sera nouvelle le 8 après 625 ans. C'est ce qui a obligé, pour trouver les nouvelles lunes, d'employer les épactes dont nous parlerons en traitant de la réformtion du Calendrier faite par l'ordre de Grégoire XIII.

53. Voici la méthode pour trouver le nombre d'or ou le Cycle lunaire pour une année proposée. Ajoutez 1 à l'année dont il s'agit : ensuite divisez la somme par 19, & le reste de la division sera le nombre d'or de l'année proposée : par exemple, pour trouver le nombre d'or de l'année 1745, il faut d'abord ajouter 1 à 1745, & puis diviser la somme 1746 par 19, le quotient est 91, & le reste 17 est le nombre d'or de l'année 1745.

1°. On ajoute 1 à l'année proposée, parce que le tems de la naissance de Notre-Seigneur étoit la seconde année du Cycle ~~solaire~~ ; & par conséquent ce Cycle avoit commencé un an avant cette célebre époque. lunaire

2°. Il est clair, après l'explication de la méthode pour trouver le Cycle ~~solaire~~, qu'en divisant la somme par lunaire

19, le quotient montrera combien il y a eu de Cycles lunaires depuis l'année qui a précédé la venue de Notre Seigneur, & que le reste désignera l'année du Cycle qui s'écoule.

54. Ceux qui ont travaillé à la réformation du Calendrier sous Grégoire XIII, ont proposé un nouveau Cycle lunaire qui contient 2500 années Juliennes moins huit jours, parce qu'après ces 2500 ans la nouvelle lune arrive huit jours plutôt qu'elle ne faisoit au commencement du Cycle, comme il paroît en ce qu'elle avance d'un jour en 312 ans & demi. Quoique les réformateurs du Calendrier n'ayent pas expressément défini l'époque de ce Cycle, ils ont néanmoins supposé qu'un de ces Cycles avoit fini à l'an 1500 : d'où il suit qu'il a commencé mille ans avant Notre-Seigneur ; ensorte que l'année qui a précédé la naissance de Notre-Seigneur a été la milliéme de ce Cycle. Cela posé, l'an 1501 a été la premiere année du Cycle suivant, & l'an 1744 est la 244^{me} année de ce dernier Cycle. En général, pour sçavoir à quelle année du Cycle lunaire nouveau répond une année de l'Ere chrétienne qui suit 1500, il faut retrancher 1500 du nombre qui exprime cette année, le reste est l'année de ce Cycle, pourvu qu'il n'excéde pas 2500 : ainsi l'an 1765 sera la 265^{me} du Cycle solaire, parce qu'en retranchant 1500 de 1765, le reste est 265. Si le reste de la soustraction excède 2500, il faut diviser ce reste par 2500, & le reste de la division sera l'année du Cycle : par exemple l'an 4832 sera le 632^{me} du Cycle lunaire.

Quand on parle du Cycle lunaire, sans spécifier si c'est l'ancien ou le nouveau, il faut toujours entendre l'ancien : c'est la même chose à l'égard du Cycle solaire.

55. Nous allons donner une table pour trouver les nombres d'or depuis la naissance de Notre-Seigneur, jusqu'à l'an 5600. Quoique cette Table soit contenue en deux, on doit la regarder comme n'en occupant

qu'une ſeule, parce que les *lignes* de *la ſeconde* ſont la continuation des *lignes correſpondantes* de la premiere. L'on a *mis au haut* de la Table trois rangées qui contiennent les dernieres ou les centiémes années de chaque ſiécle. Ces centiémes années ſont marquées de ſuite en allant de la premiere rangée à la ſeconde, & de la ſeconde à la troiſiéme. Au-deſſous de ces trois rangées on a placé les nombres d'or en autant de colonnes qu'il y a de centiémes *années en chacune des rangées*. Enfin on a *mis à la gauche des nombres* d'or toutes les années des ſiécles qui ſont entre les centiémes. Cela poſé, voici comment on trouve par cette Table le nombre d'or d'une année propoſée. 1°. Si cette année eſt une centiéme, le nombre d'or qui lui appartient eſt le premier de la colonne qui eſt ſous cette centiéme année. Ainſi le nombre d'or de l'année 1700 eſt 10, parce que ce nombre eſt le premier de la colonne qui eſt au-deſſous de 1700. 2°. Si l'année dont on cherche le nombre d'or eſt après une centiéme, par exemple, 1745, on cherchera 45 entre les années marquées à la gauche des nombres d'or : enſuite on regardera dans la colonne qui eſt ſous 1700, quel eſt le nombre d'or qui eſt vis-à-vis de 45 : on trouvera 17 ; c'eſt le nombre d'or de 1745.

TABLES DES

pour toutes les années depuis la naissance.

LES CENTIEMES Années, c'est à dire, les dernieres des Siécles.	0	100	200	300	400	500
	1900	2000	2100	2200	2300	2400
	3800	3900	4000	4100	4200	4300

NOMBRES.

		1. 6. 11.	16. 2. 7.
1. 20. 39.	58. 77. 96.	2. 7. 12.	17. 3. 8
2. 21. 40.	59. 78. 97.	3. 8. 13.	18. 4. 9.
3. 22. 41.	60. 79. 98.	4. 9. 14.	19. 5. 10.
4. 23. 42.	61. 80. 99.	5. 10. 15.	1. 6. 11.
4. 24. 43.	62. 81.	6. 11. 26.	2. 7. 12.
6. 25. 44.	63. 82.	7. 12. 17.	3. 8. 13.
7. 26. 45.	64. 83.	8. 13. 18.	4. 9. 14.
8. 27. 46.	65. 84.	9. 14. 19.	5. 10. 15.
9. 28. 47.	66. 85.	10. 15. 1.	6. 11. 16.
10. 29. 48.	67. 86.	11. 16. 2.	7. 12. 17.
11. 30. 49.	68. 87.	12. 17. 3.	8. 13. 18.
12. 31. 50.	69. 88.	13. 18. 4.	9. 14. 19.
13. 32. 51.	70. 89.	14. 19. 5.	10. 15. 1.
14. 33. 52.	71. 90.	15. 1. 6.	11. 16. 2.
15. 34. 53.	72. 91.	16. 2. 7.	12. 17. 3.
16. 35. 54.	73. 92.	17. 3. 8.	13. 18. 4.
17. 36. 55.	74. 93.	18. 4. 9.	14. 19. 5
18. 37. 56.	75. 94.	19. 5. 10.	15. 1. 6
19. 38. 57.	76. 95.	1. 6. 11.	16. 2. 7.

NOMBRES D'OR

de Notre-Seigneur jusqu'à 5600.

600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800
2500	2600	2700	2800	2900	3000	3100	3200	3300	3400	3500	3600	3700
4400	4500	4600	4700	4800	4900	5000	5100	5200	5300	5400	5500	5600

D'OR.

12.	17.	3.	8.	13.	18	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.
13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.
14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.
15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.
16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.
17.	3.	8.	12.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.
18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.
19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.
1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.
2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.
3.	8.	10.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.
4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.
5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2	7.	12.	17.	3.	8.
6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.
7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.
8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.
9.	14.	19.	5.	10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.
10.	15.	1.	6.	11.	16.	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.
11.	16,	2.	7.	12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.
12.	17.	3.	8.	13.	18.	4.	9.	14.	19.	5.	10.	15.

Les lignes de cette page, sont la continuation de celles de précédente.

De l'Indiction.

56. Les deux Cycles dont nous avons parlé, le ſolaire & le lunaire, ont pour fondement le mouvement du ſoleil & celui de la lune ; & par conſéquent ils ne dépendent pas de la volonté des hommes Il y en a un troiſiéme entiérement arbitraire, qu'on appelle le *Cycle de l'Indiction Romaine*, ou ſimplement *de l'Indiction*, qui eſt compoſé de quinze ans. On ſuppoſe qu'il a commencé trois ans avant la naiſſance de Notre Seigneur : c'eſt pourquoi lorſqu'on cherche l'indiction d'une année qui ſuit cette époque, on ajoute 3 au nombre des années de l'Ere chrétienne, & on diviſe la ſomme par 15, le reſte, s'il y en a, marque l'indiction de l'année propoſée ; mais s'il n'y a point de reſte, l'indiction eſt 15. Si, par exemple, on cherche l'indiction pour l'année 1745, on ajoutera 3 à ce nombre, & on diviſera la ſomme 1748 par 15, le quotient ſera 116, & le reſte 8 : ainſi 8 eſt l'indiction de l'année 1745.

57. Il paroît par ce qui a été dit ci-deſſus, qu'afin d'avoir les trois Cycles, le ſolaire, le lunaire, & celui de l'indiction pour une des années de l'Ere chrétienne, il faut ajouter quelque choſe au nombre des années depuis la naiſſance du Sauveur, ſçavoir 9 pour le Cycle ſolaire, 1 pour le Cycle lunaire, & 3 pour l'indiction, parce que la premiere année de l'Ere chrétienne ou de la naiſſance du Sauveur, étoit la dixiéme du Cycle ſolaire, la ſeconde du Cycle lunaire, & la quatriéme de l'indiction.

Des Périodes Victorienne & Julienne.

58. Si on multiplie le Cycle ſolaire 28 par le Cycle lunaire 19, on aura le produit 532 que l'on appelle la période *Victorienne*, du nom d'un certain *Victorius*, qui après l'avoir trouvée, la publia l'an 457 de l'Ere chrétienne : elle renfermoit avant la réforme du Calendrier

toutes les variétés qui peuvent arriver par rapport aux nouvelles & pleines lunes, comparées avec les lettres dominicales; ensorte qu'après 532 ans, les combinaisons des nouvelles ou pleines lunes, avec les lettres dominicales, revenoient les mêmes qu'elles étoient auparavant. La premiere de ces périodes commence 457 ans avant la naissance de Notre-Seigneur; la seconde à l'an 76 de l'Ere chrétienne, la troisiéme à l'an 608, &c. Un Auteur célébre, appellé Denis *le petit*, fit usage de cette période vers l'an 527, pour déterminer le jour qu'il falloit célébrer la Pâque; & on s'en est toujours servi pour cet effet jusqu'au Pape Grégoire XIII.

59. Il faut remarquer que pendant tout le tems d'une période Victorienne, c'est-à-dire, pendant 532 ans, il ne peut y avoir deux années, dont l'une ait même Cycle solaire, & même nombre d'or que l'autre : il se peut bien faire que les deux ayent même Cycle solaire, ou même Cycle lunaire : mais la premiere ne peut avoir en même tems même Cycle solaire, & même Cycle lunaire que la seconde. Cela vient de ce que la période Victorienne est le produit des Cycles entiers 28 & 19. Nous disons *Cycles entiers*, parce que le mot *Cycle* se prend non-seulement pour la révolution entiere, par exemple, de 28 ans, s'il s'agit du Cycle solaire, mais aussi pour les différentes années de la révolution, comme quand on dit que le Cycle solaire de 1745 sera 18. Nous avons pris déjà plusieurs fois le mot de Cycle dans ce dernier sens.

60. La période *Julienne* est faite à l'imitation de la Victorienne. C'est le produit des trois Cycles 28, 19, 15 : ainsi c'est une révolution de 7980 ans; car en multipliant ces trois nombres les uns par les autres, on trouvera au produit 7980. La premiere année de l'Ere chrétienne étoit la 4714e de cette période; & par conséquent pour trouver à quelle année de la période Julienne répond chaque année de l'Ere chrétienne, il faut ajou-

ter 4713 à l'année proposée, la somme sera ce que l'on cherche. Par exemple, si on ajoute 4713 à 1745, la somme 6458 sera l'année de la période Julienne qui répond à l'an 1745 de l'Ere chrétienne.

61. L'année de la naissance de Notre-Seigneur étant la 4714^{e} de la période Julienne, il faut que l'on suppose qu'elle ait commencé plus de 700 ans avant la création du monde; puisque, selon l'opinion commune des Chronologistes, N. S. J. C. est né environ 4000 ans après la création. Joseph Scaliger, qui est l'inventeur de cette période, a cru qu'elle pouvoit servir à ôter la confusion qui se trouve dans la Chronologie, parce qu'on peut rapporter toutes les époques & tous les événemens à quelques années de cette période, & qu'ainsi elle peut servir comme de mesure commune pour tous les siécles depuis le commencement du monde.

62. Comme dans une période Victorienne il ne peut y avoir deux années qui ayent même Cycle solaire, & même Cycle lunaire; de même dans la période Julienne, c'est-à-dire, dans l'espace de 7980 ans, il ne peut se rencontrer deux années, dont l'une ait ensemble même Cycle solaire, même Cycle lunaire, & même Indiction que l'autre : c'est pourquoi ces trois Cycles étant donnés, on peut trouver l'année de la période Julienne à laquelle ils appartiennent. Nous ne donnerons pas ici cette méthode, parce qu'elle pourroit embarrasser ceux qui n'ont pas quelque habitude avec l'Algebre, & que d'ailleurs on en retireroit peu d'avantage.

DE LA RÉFORMATION DU CALENDRIER ANCIEN.

63. Il y avoit deux défauts notables dans le Calendrier ancien : le premier étoit que l'année astronomique est plus courte que ne l'avoit supposé Jules César : car elle n'est que de 365 jours 5 heures & environ 49 minutes, & non pas de 365 jours 6 heures, comme on l'avoit cru. Ainsi l'erreur est de 11 minutes. Or ces onze minutes

minutes font environ 24 heures en 134 ans; ensorte qu'après ces 134 ans l'équinoxe arrive un jour plutôt qu'avant ce tems, en faisant l'année de 365 jours 6 heures : c'est pourquoi, sous le Pontificat de Grégoire XIII, vers l'an 1580, l'équinoxe du printems, qui du tems du Concile de Nicée, célébré en l'an 325, tomboit au 21 de Mars, arrivoit pour lors au 11 de ce mois. Ainsi les 11 minutes de différence avoient produit une erreur de 10 jours entiers.

64. Il fut facile d'ôter cette erreur en retranchant 10 jours de l'année civile; & c'est ce qui se fit à Rome l'an 1582 au mois d'Octobre : car le jour qui suit la Saint François, c'est-à-dire, le 5 de ce mois, fut compté pour le 15 : ainsi on supprima 10 jours de ce mois; & par-là l'équinoxe du printems revint au 21 de Mars, parce que par la suppression de dix jours on compta le 21 de Mars dix jours plutôt qu'on n'auroit fait sans cela; de même que l'on compta le 15 d'Octobre dix jours avant qu'on ne l'auroit compté en suivant l'ancien usage.

65. Mais pour empêcher que l'on ne tombât dans la suite dans le même inconvénient, on résolut de retrancher ce qu'il y avoit de trop dans l'année Julienne, c'est-à-dire, un jour sur 134 ans, & par conséquent trois jours sur 400 ans. On ordonna donc que sur 400 ans les dernieres années des trois premiers siécles ne seroient pas bissextiles, & qu'il n'y auroit que la derniere du quatriéme siécle qui le seroit. Par exemple, l'an 1700 n'a pas été bissextile : 1800 ni 1900 ne le seront pas non plus; mais l'an 2000 le sera. Ainsi comme, selon Jules-César, la derniere de quatre années consécutives est la seule qui soit bissextile : de même aussi, selon le Pape Gregoire XIII, sur quatre centiémes années il n'y a que la derniere qui soit bissextile. Par ce moyen on retranche trois jours en quatre cens ans : car, selon le Calendrier de Jules-César, la centiéme, c'est-à-dire, la derniere année de chaque siécle, devoit toujours être bis-

sextile. Voici comme on a remédié au premier défaut du Calendrier.

66. Il paroît par ce que nous venons de dire que l'on compte aujourd'hui onze jours de plus que l'on ne compteroit sans la correction qui a été faite par les ordres du Pape Gregoire XIII, à cause des 10 jours que l'on supprima tout d'un coup en 1582, & de celui que l'on a retranché en 1700. Aussi ceux qui n'ont pas voulu recevoir la réforme du Calendrier, comptent onze jours de moins que nous; ensorte que le jour qui est, par exemple, le 21 du mois n'est compté que pour le 10, & par conséquent les onze premiers jours de chaque mois sont comptés chez eux pour les onze derniers du mois précédent. Afin de distinguer ces deux manieres différentes de compter les jours des mois, celle dont se servent encore quelques Protestans, est appellée *vieux style*; & celle qui est en usage chez tous les peuples qui professent la Religion Catholique, s'appelle *nouveau style*: les Protestans d'Allemagne ont enfin reçu le nouveau style en 1700, quoiqu'il ait été réglé & prescrit par un Pape; & les Anglois l'ont adoptée en Septembre 1752.

67. Le second défaut du Calendrier ancien, c'est que les nouvelles lunes n'étoient pas indiquées exactement par les nombres d'or qui avoient été placés dans le Calendrier vers l'an 530 de Notre Seigneur: mais elles précédoient de quatre jours celui auquel elles étoient marquées: par exemple, la nouvelle lune qui étoit marquée au 5 de Janvier, arrivoit au premier de ce mois. Cela vient de ce que la durée de 235 lunaisons contenues en 19 ans, est un peu plus courte que les 19 années: car il arrive de-là, comme nous avons dit, qu'après 625 ans la nouvelle lune tombe deux jours plutôt qu'auparavant. Et si 625 ans font une erreur de deux jours, 1250 ans ont dû produire une erreur de 4 jours. Or il faut compter environ 1250 ans, jusqu'au tems de Gregoire XIII: car quoique les nombres d'or

ayent été placés dans le Calendrier vers l'an 530, on les a néanmoins disposés comme on auroit fait du tems du Concile de Nicée tenu en 325.

68. Il paroîtroit donc qu'il auroit fallu remettre les nombres d'or quatre siéges plus haut, c'est-à-dire, 4 jours plutôt qu'ils n'étoient, afin qu'ils indiquassent au juste les *nouvelles lunes*. Mais le retranchement de 10 jours, dont nous avons parlé, obligeoit au contraire de faire descendre les nombres d'or dix places au-dessous de celles qu'ils occupoient: par exemple, ceux qui étoient au 5 & au 6 de Janvier, devoient être remis au 15 & au 16 de ce mois. La raison de cela, c'est que les deux jours qui sans la réforme auroient été appellés le 5 & le 6 Janvier, sont devenus par cette réforme le 15 & le 16; de même que le jour du mois d'Octobre qui auroit été appellé le 5, fut compté pour le 15. Ainsi, puisque d'un côté il falloit remonter les nombres d'or de quatre jours vers le commencement de chaque mois, & que de l'autre il falloit les faire descendre de 10 jours vers la fin, il s'ensuit qu'en faisant une juste compensation, il falloit les abaisser seulement de dix siéges; & par conséquent ceux qui répondoient avant la réforme au 5 & au 6 de Janvier, devoient être remis au 11 & au 12. Ainsi de tous les autres nombres d'or à proportion.

69. Il n'auroit pas été difficile de remettre les nombres d'or six siéges au-dessous de ceux qu'ils occupoient, afin qu'ils indiquassent exactement les nouvelles lunes; mais le Calendrier auroit encore eu bientôt besoin d'une nouvelle réforme, si on n'avoit fait d'autre changement. Car, 1°. toutes les fois qu'on auroit retranché un jour dans l'année à la fin du siécle, il auroit fallu abaisser les nombres d'or d'un siége, comme il paroît par ce que nous venons de dire touchant le retranchement des dix jours. Or Grégoire XIII ordonnoit qu'on retrancheroit un jour sur chaque centiéme année, excepté la quatriéme. 2°. Il auroit fallu au contraire remonter les nombres

d'or d'un jour au bout de 312 ans & demi ; parce qu'après ce nombre d'années, les nouvelles lunes arrivent un jour plutôt qu'auparavant, comme nous l'avons fait voir.

70. Lorsque la nouvelle lune arrive un jour plus tard qu'auparavant, les Astronomes appellent ce retardement *Métemptose* ou *équation solaire;* & au contraire ils nomment *proemptose* ou *équation lunaire* l'anticipation de la nouvelle lune, c'est-à-dire, quand elle arrive un jour plutôt qu'auparavant.

71. Après ce que nous avons dit, on voit que les nombres d'or n'étoient pas propres pour en faire un Calendrier perpétuel: aussi tous les Astronomes assemblés à Rome par ordre du Pape, en convenoient; mais ils ne pouvoient rien imaginer pour corriger le second défaut du Calendrier: c'est pourquoi ils étoient extrêmement embarrassés sur ce sujet, lorsque l'on présenta au Pape l'ouvrage d'un sçavant Astronome & Médecin de Rome, appellé Aloysius Lilius, qui dans son Livre avoit proposé un moyen simple & aisé de faire un Calendrier perpétuel, qui indiquât les nouvelles lunes pour tous les jours de chaque année: c'est ce que nous allons expliquer.

DES EPACTES.

72. Le moyen que proposa Aloysius pour faire un Calendrier perpétuel, étoit les Epactes, qui sont trente nombres, que l'on écrit en chiffres Romains à côté des jours du mois, comme on plaçoit autrefois les nombres d'or. Mais il y a cette différence entre les épactes & les nombres d'or, qu'il y a des épactes vis-à-vis de tous les jours du mois: les nombres d'or au contraire ne se trouvoient que vis-à-vis de quelques jours du mois, je veux dire autant de jours qu'il arrivoit de nouvelles lunes dans ce mois pendant les 19 ans du Cycle lunaire: il n'y avoit, par exemple, dans le mois de Janvier que

20 jours qui eussent des nombres d'or : c'est même pour ce sujet que ces nombres étoient insuffisans pour marquer les nouvelles lunes : car il est clair qu'à cause de la metemptose & de la proemptose, il n'y a point de jour dans le mois auquel la nouvelle lune ne puisse arriver.

73. Les *épactes* ont été placées à côté des jours du mois dans un ordre rétrograde ; ensorte que l'*astérisme* * qui tient lieu de l'épacte XXX, est à côté du premier jour de Janvier ; ensuite l'épacte XXIX est placée à côté du second, après quoi se trouve XXVIII vis à-vis du troisiéme jour, ainsi de suite jusqu'à l'épacte I, qui répond au 30 de ce mois. Après cela revient l'asterisme * qui répond au 31, & ensuite XXIX, à côté du premier Février, puis XXVIII à côté du second ; ainsi de suite en gardant toujours le même ordre.

74. Les 30 épactes ainsi disposées répondent à 30 jours, & par conséquent elles désignent les 30 jours des mois lunaires qui sont pleins ; mais parce qu'il y en a six dans l'année qui sont caves, c'est-à-dire, de 29 jours, on a mis ensemble les deux épactes XXV & XXIV ; ensorte qu'elles répondent à un même jour dans six différens mois, sçavoir au 5 Février, au 5 Avril, au 3 Juin, au 1 Août, au 29 Septembre & au 27 Novembre. Par ce moyen les trente épactes ne répondent qu'à 29 jours dans ces six mois.

75. On a donné le nom d'épactes à ces 30 nombres, parce que celui qui sert pour chaque année désigne l'épacte de cette année. Or l'épacte n'est autre chose que le nombre de jours dont la lune précéde le commencement de l'année civile. Par exemple, il y a quinze jours d'épacte cette année 1744, parce que la lune avoit quinze jours, quand cette année a commencé. C'est donc pour cela que l'épacte de l'année 1744 est XV. Pareillement l'épacte de 1746 sera VII, parce que la lune aura sept jours, quand l'année 1746 commencera.

On peut dire aussi que l'épacte d'une année désigne le nombre de jours qui restoient au mois de Décembre précédent après la lune qui s'est terminée dans ce mois. Cela revient au même que la définition précédente.

76. L'épacte vient de ce que l'année solaire est plus grande que la lunaire, la premiere étant de 365 jours, & la seconde de 354 seulement. C'est pour cela que l'on dit souvent que l'épacte est l'excès de l'année solaire sur l'année lunaire : mais cette notion de l'épacte peut causer de l'embarras & de la confusion dans l'esprit, parce qu'il sembleroit par-là que l'épacte doit toujours être la même, d'autant que l'excès de l'année solaire sur l'année lunaire est toujours onze.

77. L'usage de l'épacte de chaque année consiste donc à indiquer les jours auxquels arrivent les nouvelles lunes pendant le cours de l'année. Prenons pour exemple VII, qui est l'épacte de 1746 : elle se trouve à côté du 24 Janvier, du 22 Février, du 24 Mars, du 22 Avril, du 22 Mai, &c. Ainsi la nouvelle lune sera indiquée pour tous ces jours en 1746. Il faut cependant remarquer que le plus souvent la nouvelle lune arrive deux jours avant celui qui est marqué par l'épacte, quelquefois même trois jours ; d'autres fois un jour ; mais elle arrive fort rarement le même jour.

78. On demandera peut-être pourquoi l'épacte * qui tient lieu de XXX, répond au premier Janvier ; ensuite XXIX au 2 de ce mois, XXVIII au 3, XXVII au 4, ainsi de suite dans un ordre rétrograde. Je réponds que c'est afin que ces nombres puissent marquer l'épacte, c'est-à-dire, le nombre des jours de la Lune au commencement de l'année pendant laquelle ils indiquent les nouvelles Lunes : prenons pour exemple l'épacte XXIX : je dis qu'elle doit répondre au 2 Janvier. Quand la derniere lunaison d'une année finit au 2 Décembre, comme il arrive encore vingt-neuf jours jusqu'à la fin du mois, l'épacte de l'année suivante doit être XXIX. Or

il est nécessaire que cette épacte soit placée au 2 Janvier pour marquer la nouvelle lune; parce que la lunaison, qui est composée de 30 jours, ayant commencé au 3 Décembre, il faut qu'elle finisse au premier Janvier. Il paroît donc que l'épacte XXIX doit être placée au 2 Janvier, afin de marquer le jour de la nouvelle lune. Par une raison semblable, l'épacte XXVIII doit répondre au 3 Janvier : car lorsque la derniere lune d'une année finit au 3 Décembre, il reste encore 28 jours jusqu'à la fin de ce mois : l'épacte de l'année suivante sera donc XXVIII. Or il faut qu'elle soit placée au 3 Janvier; parce que la lune ayant commencé au 4 Décembre, il faut qu'elle finisse au 2 Janvier, & qu'ainsi la suivante commence au 3. On prouvera de même que les autres épactes doivent être disposées dans un ordre rétrograde, afin qu'elles puissent marquer combien la lune a de jours, quand l'année commence.

79. On demandera aussi pourquoi on a placé * au lieu de XXX au premier Janvier. Pour répondre à cette question, il faut faire attention que l'épacte d'une année marque le nombre de jours qui restoient du mois de Décembre précédent, après la fin de la lune qui s'est terminée dans ce mois. Or il peut arriver qu'il y ait une lune qui se termine au premier Décembre, & une autre au 31. Si on a égard à celle qui se termine au premier Décembre, l'épacte de l'année suivante doit être XXX, parce qu'il reste 30 jours après le premier de ce mois, jusqu'à la fin. Mais si on a égard à la lune qui se termine au dernier jour du mois, l'épacte de l'année suivante doit être zero. Ainsi, pour indiquer la nouvelle lune qui tombe au premier Janvier, il faudroit mettre à ce jour XXX par rapport à la premiere lune, & o par rapport à la derniere; mais au lieu de 30 & de o, on a mis l'asterisme *, qui peut également signifier 30 & o.

80. Enfin on trouvera l'épacte 19 placée à côté de l'épacte XX au 31 Décembre; elle sert seulement lorsque

que l'épacte XIX concourt avec le nombre d'or XIX. Dans cette année, qui est la derniere des sept embolismiques, à cause du nombre d'or XIX, la lune qui commence au second jour de Décembre où se trouve l'épacte XIX, doit finir au 30 du mois, puisque cette lune ne contient que 29 jours (art. 49) : par conséquent la nouvelle lune doit être le 31. Ainsi l'épacte 19 doit aussi se trouver à côté de ce jour. D'ailleurs, comme on suppose que l'épacte XIX concourt avec le nombre d'or XIX, pour avoir l'épacte de l'année suivante, il faut ajouter 12 à 19, comme nous le dirons dans la suite, & ôter 30 de la somme 31, le reste 1 sera l'épacte de cette année. Or l'épacte I ne se rencontre pas avant le 30 de Janvier : c'est pourquoi si on n'avoit pas placé 19 au 31 Décembre, il n'y auroit point eu de nouvelle lune indiquée dans le Calendrier, depuis le 2 Décembre, jusqu'au 30 Janvier suivant; ce qui est absurde.

81. Au reste, il n'y a pas lieu de craindre qu'il y ait deux nouvelles lunes indiquées au 31 Décembre, pendant la révolution du Cycle lunaire, à cause des deux épactes 19 & XX qui répondent à ce jour, parce que l'épacte XX ne se trouve pas dans la suite des épactes où XIX concourt avec le nombre d'or XIX. Cette suite unique est marquée D dans la Table étendue des épactes dont nous parlerons ci après. La derniere fois que l'épacte XIX a concouru avec le nombre d'or XIX, a été en 1690; & cela n'arrivera pas avant 8500.

En expliquant la construction de la Table étendue des épactes, nous dirons pourquoi on a placé 25 à côté de XXVI dans les mois où les deux épactes XXV & XXIV répondent au même jour, & à côté de 25 dans les autres mois. Voici le Calendrier de Grégoire XIII, qui est présentement en usage dans tous les Pays Catholiques. Il y a trois colonnes pour chaque mois; la troisiéme contient les Epactes, la seconde les Jours du mois, la troisiéme les Lettres dominicales.

CALENDRIER DE GRÉGOIRE XIII.

JANVIER.			FEVRIER.			MARS.		
Cicle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle de Epactes.	J. du M.	L. D.
*	1	A	XXIX	1	D	*	1	D
XXIX.	2	B	XXVIII	2	E	XXIX	2	E
XXVIII.	3	C	XXVII	3	F	XXVIII	3	F
XXVII.	4	D	25. XXVI	4	G	XXVII	4	G
XXVI.	5	E	XXV. XXIV	5	A	XXVI	5	A
25. XXV	6	F	XXIII	6	B	25. XXV	6	B
XXIV	7	G	XXII	7	C	XXIV	7	C
XXIII	8	A	XXI	8	D	XXIII	8	D
XXII	9	B	XX	9	E	XXII	9	E
XXI	10	C	XIX	10	F	XXI	10	F
XX	11	D	XVIII	11	G	XX	11	G
XIX	12	E	XVII	12	A	XIX	12	A
XVIII	13	F	XVI	13	B	XVIII	13	B
XVII	14	G	XV	14	C	XVII	14	C
XVI	15	A	XIV	15	D	XVI	15	D
XV	16	B	XIII	16	E	XV	16	E
XIV	17	C	XII	17	F	XIV	17	F
XIII	18	D	XI	18	G	XIII	18	G
XII	19	E	X	19	A	XII	19	A
XI	20	F	IX	20	B	XI	20	B
X	21	G	VIII	21	C	X	21	C
IX	22	A	VII	22	D	IX	22	D
VIII	23	B	VI	23	E	VIII	23	E
VII	24	C	V	24	F	VII	24	F
VI	25	D	IV	25	G	VI	25	G
V	26	E	III	26	A	V	26	A
IV	27	F	II	27	B	IV	27	B
III	28	G	I	28	C	III	28	C
II	29	A				II	29	D
I	30	B				I	30	E
*	31	C					31	F

AVRIL.			*MAI.*			*JUIN.*		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXIX	1	G	XXVIII	1	B	XXVII	1	E
XXVIII	2	A	XXVII	2	C	25. XXVI	2	F
XXVII	3	B	XXVI	3	D	xxv. xxiv	3	G
25. XXVI	4	C	25. XXV	4	E	XXIII	4	A
xxv. xxiv	5	D	XXIV	5	F	XXII	5	B
XXIII	6	E	XXIII	6	G	XXI	6	C
XXII	7	F	XXII	7	A	XX	7	D
XXI	8	G	XX	8	B	XIX	8	E
XX	9	A	XX	9	C	XVIII	9	F
XIX	10	B	XIX	10	D	XVII	10	G
XVIII	11	C	XVIII	11	E	XVI	11	A
XVII	12	D	XVII	12	F	XV	12	B
XVI	13	E	XVI	13	G	XIV	13	C
XV	14	F	XV	14	A	XIII	14	D
XIV	15	G	XIV	15	B	XII	15	E
XIII	16	A	XIII	16	C	XI	16	F
XII	17	B	XII	17	D	X	17	G
XI	18	C	XI	18	E	IX	18	A
X	19	D	X	19	F	VIII	19	B
IX	20	E	IX	20	G	VII	20	C
VIII	21	F	VIII	21	A	VI	21	D
VII	22	G	VII	22	B	V	22	E
VI	23	A	VI	23	C	IV	23	F
V	24	B	V	24	D	III	24	G
IV	25	C	IV	25	E	II	25	A
III	26	D	III	26	F	I	26	B
II	27	E	II	27	G	*	27	C
I	28	F	I	28	A	XXIX	28	D
*	29	G	*	29	B	XXVIII	29	E
XXIX	30	A	XXX	30	C	XXVII	30	F
			XXVIII	31	D		31	

CALENDRIER DE GRÉGOIRE XIII.

JUILLET.			AOUST.			SEPTEMBRE.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXVI	1	G	xxv. xxiv	1	C	XXIII	1	
25 XXV	2	A	XXIII	2	D	XXII	2	G
XXIV	3	B	XXII	3	E	XXI	3	A
XXIII	4	C	XXI	4	F	XX	4	B
XXII	5	D	XX	5	G	XIX	5	C
XXI	6	E	XIX	6	A	XVIII	6	D
XX	7	F	XVIII	7	B	XVII	7	E
XIX	8	G	XVII	8	C	XVI	8	F
XVIII	9	A	XVI	9	D	XV	9	G
XVII	10	B	XV	10	E	XIV	10	A
XVI	11	C	XIV	11	F	XIII	11	B
XV	12	D	XIII	12	G	XII	12	C
XIV	13	E	XII	13	A	XI	13	D
XIII	14	F	XI	14	B	X	14	E
XII	15	G	X	15	C	IX	15	F
XI	16	A	IX	16	D	VIII	16	G
X	17	B	VIII	17	E	VII	17	A
IX	18	C	VII	18	F	VI	18	B
VIII	19	D	VI	19	G	V	19	C
VII	20	E	V	20	A	IV	20	D
VI	21	F	IV	21	B	III	21	E
V	22	G	III	22	C	II	22	F
IV	23	A	II	23	D	I	23	G
III	24	B	I	24	E	*	24	A
II	25	C	*	25	F	XXIX	25	B
I	26	D	XXIX	26	G	XXVIII	26	C
*	27	E	XXVIII	27	A	XXVII	27	D
XXIX	28	F	XXVII	28	B	XXVI	28	E
XXVIII	29	G	XXVI	29	C	xxv. xxiv	29	F
XXVII	30	A	25. XXV	30	D	XXIII	30	G
25. XXVI	31	B	XXIV	31	E			

CALENDRIER DE GRÉGOIRE XIII.

OCTOBRE			NOVEMBRE.			DECEMBRE.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXII	1	A	XXI	1	D	XX	1	F
XXI	2	B	XX	2	E	XIX	2	G
XX	3	C	XIX	3	F	XVIII	3	A
XIX	4	D	XVIII	4	G	XVII	4	B
XVIII	5	E	XVII	5	A	XVI	5	C
XVII	6	F	XVI	6	B	XV	6	D
XVI	7	G	XV	7	C	XIV	7	E
XV	8	A	XIV	8	D	XIII	8	F
XIV	9	B	XIII	9	E	XII	9	G
XIII	10	C	XII	10	F	XI	10	A
XII	11	D	XI	11	G	X	11	B
XI	12	E	X	12	A	IX	12	C
X	13	F	IX	13	B	VIII	13	D
IX	14	G	VIII	14	C	VII	14	E
VIII	15	A	VII	15	D	VI	15	F
VII	16	B	VI	16	E	V	16	G
VI	17	C	V	17	F	IV	17	A
V	18	D	IV	18	G	III	18	B
IV	19	E	III	19	A	II	19	C
III	20	F	II	20	B	I	20	D
II	21	G	I	21	C	*	21	E
I	22	A	*	22	D	XXIX	22	F
*	23	B	XXIX	23	E	XXVIII	23	G
XXIX	24	C	XXVIII	24	F	XXVII	24	A
XXVIII	25	D	XXVII	25	G	XXVI	25	B
XXVII	26	E	25. XXVI	26	A	25. XXV	26	C
XXVI	27	F	XXV. XXIV	27	B	XXIV	27	D
25. XXV	28	G	XXIII	28	C	XXIII	28	E
XXIV	29	A	XXII	29	D	XXII	29	F
XXIII	30	B	XXI	30	E	XXI	30	G
XXII	31	C					31	A

82. Après ce que nous avons dit touchant les Epactes, il n'est pas difficile de trouver l'épacte d'une année, lorsque l'on connoît celle de l'année précédente : car pour avoir l'épacte d'une année, il suffit d'ajouter onze à celle de l'année précédente ; & si la somme n'excéde pas 30, ce sera l'épacte cherchée ; mais quand la somme surpasse 30, il faut ôter 30, & le reste est l'épacte de l'année proposée. Par exemple, pour avoir l'épacte de 1745, j'ajoute 11 à celle de 1744 qui est XV, & la somme XXVI est l'épacte cherchée : mais si je voulois avoir l'épacte de 1746, après avoir ajouté 11 à l'épacte de 1745, il faudroit retrancher 30 de la somme 37, & le reste VII seroit l'épacte de 1746. Cette méthode souffre exception dans un cas qui est lorsque le nombre d'or est I : car pour lors il faut ajouter 12 à la derniere épacte. Ainsi comme le nombre d'or de 1748 est I, il faut ajouter 12 à XVIII épacte de 1747 ; & la somme XXX, ou plutôt l'asterisme * que l'on a mis à la place de 30, est l'épacte de 1748.

83. Voici la raison pourquoi on retranche 30, lorsque la somme surpasse le nombre de 30. Les 11 unités que l'on ajoute chaque année à l'épacte de l'année précédente, viennent de ce que l'année solaire est plus grande de 11 jours que l'année lunaire. Or ces onze jours ajoutés les uns aux autres, forment les 9 mois embolismiques d'un Cycle lunaire, qui sont composés de 30 jours. Il faut donc que l'on retranche toujours 30 jours de la somme qui vient en ajoutant 11 chaque année, au lieu de retrancher alternativement 30 & 29 jours.

84. On remarquera cependant que les 11 jours ajoutés chaque année ne sont que 19 fois 11 jours ou 209 jours pendant le cours du Cycle lunaire. Or ces 209 jours font 7 mois embolismiques, dont les six premiers sont de 30 jours ; mais le dernier n'est que de 29 jours. Ainsi il semble que sur la fin du Cycle lunaire, on ne devroit retrancher que 29 de la somme pour le dernier mois embolismique.

85. Il faut avouer que le dernier retranchement qui n'a été établi que pour garder l'uniformité, produit une erreur, en ce que cela diminue d'une unité le reste de la soustraction; mais ce défaut est aussi tôt réparé, parce qu'au lieu d'ajouter seulement 11 à l'épacte de la derniere année du Cycle, on ajoutera 12. Cette addition de 12 au lieu de 11, se doit donc faire dans chaque année qui a I pour nombre d'or: c'est ce que l'on a fait en 1710 & en 1729, & que l'on fera en 1748, 1767, &c. parce que toutes ces années ont I pour nombre d'or.

86. Nous ajouterons une méthode de trouver l'épacte d'une année, quoiqu'on ne connoisse pas celle de l'année précédente. Il faut multiplier 11 par le nombre des années qui se sont écoulées depuis 1700, en commençant par 1701, jusques & compris l'année dont on cherche l'épacte; puis on ajoutera 9 au produit, & de plus, autant d'unités que le nombre d'or I est revenu de fois depuis 1700 jusqu'à l'année proposée inclusivement. Enfin on divisera la somme par 30, le reste de la division sera l'épacte que l'on cherche. S'il n'y avoit point de reste après la division, l'épacte de l'année proposée seroit XXX, ou plutôt l'asterisme * qui tient la place de XXX. Par exemple, pour trouver l'épacte de 1745, je multiplie 11 par 45, le produit est 495: ensuite j'ajoute à ce produit 9, & de plus 2; parce que depuis 1700 il y a eu deux années qui ont eu le nombre d'or I, sçavoir 1710 & 1729: enfin je divise la somme 506 par 30, il reste 26: d'où je conclus que l'épacte de 1745 est XXVI.

87. On voit bien que la raison pourquoi on multiplie 11 par le nombre des années qui se sont passées après 1700, c'est que chaque année on ajoute 11 à l'épacte de l'année précédente: mais on n'apperçoit pas si aisément pourquoi on ajoute 9 & 2 au produit; en voici la raison. En multipliant 21 par 45, dans notre

exemple, on suppose que l'épacte de la premiere année, c'est-à dire, de 1701 est 11, & que l'épacte des autres années se trouve en ajoutant toujours 11 à l'épacte de l'année précédente. Or l'épacte de 1701 est XX; ainsi elle a neuf unités de plus que onze; & c'est pour cela qu'il faut ajouter 9 au produit de 11 par 45. De plus on ajoute aussi autant de fois l'unité, qu'il y a eu d'années depuis 1700, qui ont eu pour nombre d'or I, parce que dans ces années il faut ajouter 12 au lieu de 11 à l'épacte de l'année précédente. Par cette raison il faudra ajouter 3 au produit pour l'année 1748 & les suivantes, parce que le nombre d'or de 1748 est aussi I. Pareillement il faudra ajouter quatre au produit pour l'année 1767 & les suivantes: car le nombre d'or I revient de 19 en 19 ans. Pour ce qui est de la derniere opération de la méthode, je veux dire la division, il est clair qu'on divise par 30 la somme qui vient après les deux additions dont on vient de parler, parce qu'on retranche 30, quand après avoir ajouté 11 à l'épacte de la derniere année, la somme surpasse 30.

88. On peut se servir de cette méthode sans aucun autre changement, jusqu'à l'année 1900. Mais cette année là même, il y aura une métemptose, c'est à-dire, que la nouvelle Lune tombera un jour plus tard qu'elle ne sera arrivée auparavant. Et par-là l'épacte sera moindre d'une unité cette année & les suivantes, qu'elle n'auroit été sans la métemptose. Mais on trouvera encore plus facilement l'épacte de chaque année pour tous les siécles, soit antérieurs, soit postérieurs, par le moyen de la Table étendue des Epactes, dont nous allons parler.

89. Voici comment on a formé cette Table: on a mis au haut les 19 nombres d'or du Cycle lunaire, en commençant par I, II, III. Sous chacun de ces nombres on a placé une colonne de 30 épactes; il y a donc 19 de ces colonnes, & par conséquent la Table contient trente

suites ou *series* horisontales de dix-neuf épactes chacune: ces suites sont appellées Cycles des épactes. L'ordre des épactes contenues dans chaque colonne est en allant de bas en haut; ensorte que la premiere épacte de chaque colonne est en bas, la seconde au-dessus; ainsi de suite. La premiere colonne, au haut de laquelle est le nombre d'or I, a pour premiere épacte I: la seconde est II, la troisiéme III, la quatrieme IV, &c. La seconde colonne est formée de la premiere, en ajoutant onze à chaque épacte de cette premiere colonne, & en retranchant trente toutes les fois que la somme est plus grande que trente. On forme de même la troisiéme par la seconde, la quatriéme par la troisiéme; ainsi des autres. Mais il suffit d'avoir la premiere épacte de chaque colonne pour voir tout d'un coup quelles doivent être les autres de la même colonne, parce qu'elles vont de bas en haut selon la suite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, &c. en recommençant à compter I après l'étoile * qui tient la place de XXX. Ainsi on a formé la seconde colonne en ajoutant d'abord onze à I, qui est la premiere épacte de la premiere colonne; ce qui a donné XII pour la premiere épacte de la seconde colonne. D'où l'on voit que la seconde épacte est XIII, la troisiéme XIV, &c. Pareillement si on ajoute onze à la premiere épacte de la seconde colonne; la somme XXIII sera la premiere épacte de la troisiéme colonne; ainsi la seconde épacte sera XXIV, la troisiéme XXV. Il faut pourtant remarquer que la premiere colonne, au haut de laquelle se trouve le nombre d'or I, a été composée en ajoutant douze au lieu de onze, à chaque épacte de la précédente, qui est la 19^e^. Par exemple, on a ajouté douze à XIX, premiere épacte de la 19^e^ colonne; ensuite on a retranché 30 de la somme 31, & on a pris le reste I pour la premiere épacte de la premiere colonne.

90. Les trente suites horisontales des épactes sont indiquées

indiquées par autant de lettres appellées *indices*, qui sont à la gauche des épactes : il y en a 19 en petits caracteres, & 11 en grands. On a omis quelques-unes des lettres de l'alphabet, afin d'éviter l'équivoque qu'elles auroient pu causer : par exemple, on n'a pas mis le grand I de peur de le confondre avec le petit. Il en est de même de K en grand par rapport de k en petit. On n'a pas non plus employé L en grand, parce qu'on se sert quelquefois de cette lettre pour signifier 50. De même on auroit pu prendre la lettre o pour zero.

91. On peut remarquer qu'on a mis 25 au lieu de XXV dans toutes les colonnes dont les nombres d'or surpassent XI ; mais on a mis XXV dans les autres colonnes. Cette précaution est relative à la disposition des épactes dans le Calendrier où l'on a placé 25 à côté de XXVI dans les mois qui ont les deux épactes XXV & XXIV, situées au même siége ou au même jour; mais on a mis 25 à côté de XXV dans les autres mois. Cette disposition des épactes a été inventée, afin que les nouvelles lunes ne fussent pas indiquées plusieurs fois au même jour dans le Calendrier pendant l'espace de dix-neuf ans, qui est le tems d'un Cycle lunaire, parce qu'effectivement, avant ce tems-là, deux nouvelles lunes ne peuvent tomber au même jour. Or par cet artifice qu'on a employé dans la disposition du Calendrier, on évite l'inconvénient dont on vient de parler. Car dans les huit suites où les deux épactes vingt-cinq & vingt-quatre se trouvent ensemble, au lieu de XXV on a mis 25, qui dans le Calendrier se trouve par-tout un siége plus haut que XXIV : ces huit suites sont celles qui ont les lettres indices b, e, k, n, r, B, E, N. Et pour éviter le même inconvénient par rapport à 25 & à XXVI qui répondent au même siége dans six mois, on a mis XXV au lieu de 25 dans les huit séries qui contiennent les épactes vingt-cinq & vingt-six. Ce sont les séries qui ont pour lettres indices c, f, l, p, s, C, F, P.

92. Puiſqu'on a mis 25 au lieu de XXV dans toutes les colonnes dont les nombres d'or ſurpaſſent XI, & XXV dans les autres, il s'enſuit que quand les années ont vingt-cinq d'épactes ; ſi elles ont des nombres d'or plus grands que XI, on doit prendre 25 pour marquer les nouvelles lunes dans le Calendrier ; & ſi les années ont des nombres d'or qui n'excédent pas XI, il faut prendre XXV.

93. Les trente ſuites ou ſéries d'épactes contenues dans cette Table, tiennent lieu de trente Calendriers qu'il auroit fallu faire avec les nombres d'or, ſi on avoit voulu garder ces nombres, pour indiquer les nouvelles lunes ; enſorte qu'on change la ſuite dont on ſe ſervoit auparavant toutes les fois qu'il auroit fallu changer de Calendrier en retenant les nombres d'or, à cauſe de l'équation ſolaire ou de l'équation lunaire. On a fixé ces changemens aux années qui ſont les centiémes ou les dernieres des ſiécles, non pas qu'on ait marqué un changement à la fin de chaque ſiécle : mais toutes les fois qu'il y en a d'indiqué, c'eſt toujours dans ces années, parce qu'elles ſont plus remarquables que les autres. Les nombres d'or qui ſont au haut de la Table ne ſervent donc plus à marquer les nouvelles lunes dans le Calendrier, puiſqu'elles ſont indiquées par les épactes ; mais ils ſont deſtinés dans cette Table à montrer l'épacte en uſage dans chaque année. Pour trouver cette épacte par la table, il faut ſçavoir quelle eſt la ſuite en uſage dans le ſiécle qui renferme l'année propoſée : c'eſt ce que l'on connoîtra par une autre Table dont nous parlerons bientôt. Après cela on regardera quelle eſt l'épacte de cette ſuite ou cycle, qui eſt au deſſous du nombre d'or de la même année : c'eſt l'épacte cherchée. Par exemple, ſi je veux connoître l'épacte de la préſente année 1744, je cherche dans la ſuite C qui eſt en uſage pendant tout ce ſiécle & le ſuivant, quelle eſt l'épacte qui répond au nombre d'or XVI, je trouve que c'eſt XV :

d'où je concluſ que l'épacte pour cette année eſt XV.

La Table qu'on va donner eſt un peu différente de celle qui ſe trouve dans les Livres qui traitent du Calendrier : on a cru que l'ordre en étoit plus naturel, parce que le premier nombre d'or de cette Table eſt I, au lieu que le premier nombre d'or de la Table ordinaire eſt III. Au reſte les Cycles des épactes ſont les mêmes dans l'une & dans l'autre Table, & ils ſe ſuivent dans le même ordre, comme il eſt facile de s'en aſſurer par la ſuite des lettres indices qui eſt la même dans les deux Tables, je veux dire la commune & celle-ci.

TABLE DES EPACTES

NOMBRES

Lettres indices des trente suites ou Cycles des Epactes.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
	EPACTES.								
C	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij
B	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xx ij
A	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj
u	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv
t	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
ſ	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij
r	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij
q	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
p	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx
n	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix
m	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xvj	vij	xviij
l	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij
k	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj
i	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv
h	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
g	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
f	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij
e	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
d	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
c	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix
b	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
a	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij
P	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj
N	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
M	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv
H	v	xvj	xxvij	vij	xix	*	xj	xxij	iij
G	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
F	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
E	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
D	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix

ETENDUE DES NOUVELLES LUNES.

D' O R.

X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
				EPACTES.					
ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij
viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij
vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj
vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv
v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij
ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
*	xj	xxij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix
xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
xxviij	ix	xx	j	xij	xxiii	iv	xv	xxvj	vij
xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	25	vj
xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
25	vj	xvij.	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv
xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij
xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
xxij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix
xix	*	xj	xxij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij
xviij	xxix	ix	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij
xvij	xxviij	x	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj
xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	25
xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
xiv	25	vj	xvij	xviij	ix	xx	j	xij	xxiij
xiij	xxiv	v	xvj	xvij	viij	xix	*	xj	xxij
xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
xj	xxij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix	xx
x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix

Les lignes de cette page ſont la continuation des lignes correſpondantes de la page précédente.

94. Afin de voir aisément quand il faut faire un changement de séries, & comment on doit le faire, nous allons donner une autre Table contenue en deux pages, dont chacune renferme huit colonnes séparées en deux corps, qui contiennent chacun quatre colonnes. La premiere est composée des lettres indices qui sont dans la Table précédente; la seconde contient les années séculaires ou les dernieres de chaque siécle; la troisiéme ne renferme que l'abregé du mot bissextile placé à côté des centiémes années qui sont effectivement bissextiles; la quatrieme contient les signes ☾ ou ☾☾. De plus on a mis dans cette quatriéme vis à-vis des années 1800 & 11800 éloignées l'une de l'autre de 1000 ans, le signe double ☾☾, avec une croix † entre les deux ☾ † ☾.

95. L'usage & les raisons de la construction de cette Table ne sont pas difficiles à concevoir après ce que nous avons dit sur les épactes. Voici l'usage que l'on en fait: on veut sçavoir quelle est la suite ou série des épactes dont il faudra se servir dans un siécle; on regardera quelle est la lettre indice qui répond à la centiéme année qui précede ce siécle: cette lettre indiquera dans la Table *étendue des épactes* quelle sera la suite en usage dans le siécle proposé: par exemple, s'il s'agit du dix-huitiéme siécle qui court présentement, on regardera la lettre qui répond à 1700, c'est C: on cherchera donc dans la Table étendue des épactes la série indiquée par C, sçavoir *, XI, XXII, III, &c. c'est la série dont on fait usage dans le 18e siécle.

96. *Quant à la construction de la Table de l'équation* des épactes, il faut se souvenir, 1°. que l'équation solaire ou la métemptose qui arrive par la suppression d'un jour, fait tomber la nouvelle lune un jour plus bas, ou plus vers la fin du mois; 2°. que l'équation lunaire ou la proemptose est cause que la nouvelle lune arrive un jour plutôt. Or l'équation solaire arrive trois fois

en 400 ans, & l'équation lunaire de 300 ans en 300 ans pendant 2400 ans; mais après ce tems la premiere équation lunaire du Cycle suivant ne se fait qu'au bout de 400 ans; ensorte que l'on *ajoute 100 ans après les 2400* pour achever le Cycle lunaire qui contient 2500 ans; parce que la nouvelle lune n'arrive un jour plutôt qu'après 312 ans & demi, & non pas précisément après 300. Cela posé, voici la régle que l'on a suivie pour la construction de cette Table : dans les centiémes années qui ne sont pas bissextiles, & où il ne se fait pas d'équation lunaire, on prend dans la colonne à gauche de la Table étendue des épactes, une lettre au-dessous de celle qui étoit auparavant en usage. Quand il y a équation lunaire sans équation solaire, on prend une lettre au-dessus; & quand les deux équations arrivent la même année, on ne change pas de lettres. La Table de l'équation des épactes montre quelles sont les centiémes années qui ne sont pas bissextiles : ce sont toutes celles à côté desquelles il n'y a rien dans la troisiéme colonne; par exemple, 1700, 1800, 1900. Elle montre aussi quelles sont les années de la Table où il y a équation lunaire; elles sont distinguées des autres par le signe ☾ ou ☾☾ placé vis-à-vis des années dans la quatriéme colonne. Ce signe ☾☾ se retrouve après 2500 ans, pour marquer la premiere des équations lunaires qui se font dans cet espace de tems. Quant au signe † qui revient après 10000 ans, c'est pour marquer que les lettres indices reviennent dans le même ordre après 10000 ans, quoique ce ne soit pas les mêmes. Elles seroient les mêmes seulement après trois cens mille ans, comme on le peut voir dans l'Ouvrage de Clavius sur le Calendrier, à la fin du onziéme Chapitre.

TABLE DE L'EQUATION DES EPACTES.

	Ans de N. S.		
N	1		
P	320	Biss.	
P	500	Biss.	
a	800	Biss.	☾
b	1100	Biss.	☾
c	1400	Biss.	☾

Après le retranchement des dix jours.

D	1582		
D	1600	Biss.	
C	1700		†
C	1800		☾☾
B	1900		
B	2000	Biss.	
B	2100		☾
A	2200		
u	2300		
A	2400	Biss.	☾
u	2500		
t	2600		
t	2700		☾
t	2800	Biss.	
ſ	2900		
ſ	3000		☾
r	3100		
r	3200	Biss.	
r	3300		☾
q	3400		
q	3500		

	Ans de N. S.		
q	3600	Biss.	☾
p	3700		
n	3800		
n	3900		☾
n	4000	Biss.	
m	4100		
l	4200		
l	4300		☾☾
l	4400	Biss.	
k	4500		
k	4600		☾
i	4700		
i	4800	Biss.	
i	4900		☾
h	5000		
g	5100		
h	5200	Biss.	☾
g	5300		
f	5400		
f	5500		☾
f	5600	Biss.	
e	5700		
e	5800		
d	5900		☾
d	6000	Biss.	
d	6100		☾
c	6200		
b	6300		
c	6400	Biss.	☾
b	6500		

TABLE DE L'EQUATION DES EPACTES.

	Ans de N. S.				Ans de N. S.		
a	6600			u	9600	Biss.	☾
p	6700			t	9700		
a	6800	Biss.	☾☾	s	9800		
p	6900			s	9900		☾
N	7000			s	10000	Biss.	
N	7100			r	10100		
N	7200	Biss.		r	10200		☾
M	7300			q	10300		
M	7400		☾	q	10400	Biss.	
H	7500			q	10500		☾
H	7600	Biss.		p	10600		
H	7700		☾	n	10700		
G	7800			p	10800	Biss.	☾
F	7900			n	10900		
G	8000	Biss.	☾	m	11000		
F	8100			m	11100		☾
E	8200			m	11200	Biss.	
E	8300		☾	l	11300		
E	8400	Biss.		l	11400		☾
D	8500			k	11500		
D	8600		☾	k	11600	Biss.	
C	8700			i	11700		†
C	8800	Biss.		i	11800		☾☾
C	8900		☾	h	11900		
B	9000			h	12000	Biss.	
A	9100			h	12100		☾
A	9200	Biss.		g	12200		
A	9300		☾☾	f	12300		
u	9400			g	12400	Biss.	☾
t	9500			f	12500		

97. Après tout ce que nous avons dit, il paroît qu'il n'y aura jamais rien à changer dans la disposition du Calendrier pour les nouvelles lunes; car quand bien même les équations, soit solaires, soit lunaires, ne seroient pas bien marquées dans la Table de l'équation des épactes pour les siécles à venir, il s'ensuivroit seulement qu'il faudroit prendre une autre suite d'épactes que celle qui seroit marquée dans la Table étendue des épactes; mais il n'y auroit point de changement à faire dans le Calendrier, qui par conséquent est perpétuel par sa forme & par sa nature.

De l'Usage du Calendrier.

Il y a deux usages de Calendrier qui dépendent des épactes: le premier est de servir à connoître l'âge de la lune pour tous les jours de l'année. Le second & le principal est pour trouver quel jour on doit célébrer la fête de Pâque.

98. Afin de connoître l'âge de la lune par le Calendrier, il faut chercher d'abord quel est l'épacte de l'année dans laquelle arrive le jour proposé; ensuite voir dans le Calendrier le dernier jour vis-à-vis duquel se trouve cette épacte avant celui dont il s'agit. Ce jour auquel répond l'épacte est celui de la nouvelle lune: il sera facile de trouver l'âge de la lune pour tous les jours suivans. Par exemple, je veux sçavoir le quantiéme de la lune pour le 20 Février 1744: l'épacte de cette année sera XV. Or cette épacte se trouve vis-à-vis du 14 Février. La nouvelle lune arrive donc ce jour-là: par conséquent le 20 Février 1744 est le 7 de la lune. Nous avons déja remarqué (art. 77) que le Calendrier n'indique ordinairement les nouvelles lunes que deux jours après qu'elles sont arrivées, & quelquefois même trois jours. Il y a une autre méthode plus commune, indépendante du Calendrier.

99. Elle consiste à prendre la somme de trois nombres, sçavoir, de l'épacte, des jours du mois depuis le premier inclusivement, jusques & compris celui pour

lequel on cherche l'âge de la lune, & enfin des mois depuis celui de Mars exclusivement: car je suppose qu'il s'agit de quelques-uns des mois qui sont après celui de Mars : si ces trois nombres ajoutés ensemble ne surpassent pas 30, ils marquent l'âge de la lune; mais s'ils sont plus grands que 30, il faut ôter 30, & le reste montrera l'âge de la lune. Par exemple, pour connoître l'âge de la lune au 15 Août 1744, je prends l'épacte XV, qui est celle de 1744 : puis j'y ajoute 15, qui sont les jours passés depuis le commencement du mois : ensuite j'y ajoute encore 5, qui marque le nombre des mois depuis Mars non compris, jusqu'au mois d'Août inclusivement : la somme est 35; d'où j'ôte 30, & le reste 5 marque l'âge de la lune au 15 Août 1744.

100. Voici la raison de cette méthode. L'épacte d'une année marque l'âge de la lune avant le commencement de l'année. Ainsi l'épacte XV montre que la lune avoit 15 jours au 31 Décembre 1743; & comme les mois de Janvier & de Février pris ensemble sont égaux à la durée de deux lunaisons, il s'ensuit que le dernier jour de Février 1744 étoit encore le 15 de la lune. Par conséquent, s'il s'agissoit de sçavoir le quantiéme de la lune pour un jour du mois de Mars, par exemple pour le 5, il suffiroit d'ajouter à l'épacte le nombre des jours passés depuis le commencement du mois. Dans l'exemple proposé il faudroit donc ajouter 5 à 15, & la somme 20 désigneroit l'âge de la Lune. D'où il est facile de voir que si tous les mois lunaires étoient égaux aux mois solaires & civils, il suffiroit d'ajouter ces deux nombres, sçavoir l'épacte & les jours du mois: mais comme depuis le mois de Mars les mois solaires excédent les lunaires d'un jour, c'est pour cela qu'il faut ajouter à ces deux nombres autant d'unités qu'il y a de mois passés depuis le mois de Mars.

101. Pour ce qui est des mois de Janvier & de Mars, on prend seulement la somme de l'épacte & des jours

du mois ; & quand il s'agit de Février, on ajoute 1 à la somme de ces deux nombres. Ainsi pour sçavoir l'âge de la lune au 20 Février 1744, je prends XV, qui est l'épacte de l'année. Puis j'y ajoute 20 pour les jours du mois, & 1 à cause des 31 jours de Janvier, la somme est 36 : d'où ôtant 30, il reste 6, qui est l'âge de la lune au 20 Février 1744, selon cette méthode, quoique, suivant le Calendrier, nous ayions trouvé que ce jour est le 7 de la lune.

102. On peut perfectionner cette méthode, 1°. en ne retranchant de la somme des trois nombres quand elle monte au moins jusqu'à 30, en ne retranchant, dis-je, que 29 au lieu de 30 pour les mois pairs de la lune, sçavoir, le 2e, le 4e, le 6e, le 8e, le 10e & le 12e : ce sont, comme on sçait, Février, Avril, Juin, Août, Octobre & Décembre, qui ne contiennent chacun que 29 jours. 2°. En prenant plus exactement l'épacte des mois, c'est-à-dire, le 3e nombre que nous avons dit qu'il faut ajouter pour les mois passés après celui de Mars. La voici écrite au-dessus de chacun des mois, selon qu'elle leur convient.

0	1	0	1	2	3
Janvier,	Février,	Mars,	Avril,	Mai,	Juin,
4	5	7	7	9	9
Juillet,	Août,	Septemb.	Octob.	Novemb.	Décemb.

On voit que les épactes de Septembre & de Novembre surpassent celles des mois d'Août & d'Octobre de deux unités. C'est parce que ces deux derniers mois sont chacun de deux jours plus longs que les mois lunaires qui y répondent. Au contraire, les épactes des mois d'Octobre & de Décembre sont les mêmes que celles de Septembre & de Novembre, parce que ces deux derniers mois solaires n'excedent pas les mois lunaires qui s'y terminent. On se souviendra aisément quelles sont les épactes des mois qui suivent celui de Mars, si on fait attention qu'elles sont égales au nombre de ces mois jusqu'à Septembre exclusivement ; que celles de Septembre & d'Octobre sont chacune 7, & celles de Novembre & de Décembre sont toutes les deux 9. Quand on parle d'épacte sans spécifier ni celle de l'année, ni celle des mois, il faut entendre celle de l'année.

Selon la premiere correction, l'âge de la lune au 15 du mois d'Août 1744 est de 6 jours, parce qu'il ne faut ôter de la somme 35 que 29 au lieu de 30.

Le second usage du Calendrier, & le principal qui a été cause que l'Eglise s'est intéressée à la réforme de l'ancien Calendrier, consiste à faire connoître le jour auquel on doit célébrer la fête de Pâque. Nous allons en expliquer la méthode.

103. Il faut sçavoir d'abord que le Concile de Nicée, qui s'est tenu en 325, a ordonné qu'on célébreroit la fête de Pâque le premier Dimanche d'après la pleine lune qui tombe au jour de l'équinoxe du printems, ou après cet équinoxe. Or l'équinoxe du printems est fixé au 21 du mois de Mars; & d'ailleurs le jour de la pleine lune est toujours le 14 depuis la nouvelle lune inclusivement.

104. Il suit de-là, que si la nouvelle lune tombe au 8 de Mars, la pleine lune tombera au 21, qui est le jour de l'équinoxe; & par conséquent cette pleine lune sera paschale, c'est-à-dire, qu'il faudra célébrer Pâque le premier Dimanche qui la suivra. Pareillement si la nouvelle lune tomboit quelques jours après le 8 de Mars, la pleine lune suivante seroit aussi paschale. Si au contraire la nouvelle lune tomboit au 7 de Mars, ou quelques jours avant, la pleine lune arriveroit avant l'équinoxe; & par conséquent il faudroit attendre la pleine lune suivante pour faire la célébration de la Pâque. Cela posé, voici comment on trouve le jour de Pâque.

105. Cherchez 1°. l'épacte & la lettre dominicale de l'année proposée. 2°. Voyez ensuite quel est le premier jour après le 7 Mars, auquel répond l'épacte de l'année

dans le Calendrier : ce jour est le premier de la lune paschale. 3°. Comptez 14 jours depuis celui de la nouvelle lune inclusivement : le quatorziéme sera la pleine lune paschale. 4°. Enfin voyez le premier jour après cette pleine lune, auquel répond la lettre dominicale : ce jour est le Dimanche de Pâque.

Je veux, par exemple, sçavoir quel jour du mois arrivera Pâque l'année 1744 : je cherche d'abord l'épacte, qui est XV, & la lettre dominicale, qui est double cette année, sçavoir E & D; mais je n'ai besoin que de D, parce que la premiere n'est que pour les deux premiers mois. 2°. Je regarde dans le Calendrier quel est le premier jour après le 7 Mars auquel répond l'épacte 15, & je vois que c'est le 16 : ainsi ce jour est la nouvelle lune. 3°. Je compte 14 jours depuis le 16 inclusivement, & je trouve que le quatorziéme est le 29 du mois de Mars. La pleine lune arrive donc le 29 de Mars. 4°. Je cherche à la suite du 29 Mars quel est le premier jour à côté duquel se trouve le D; & je vois que c'est le 5 d'Avril. C'est par conséquent le Dimanche de Pâque 1744.

Il paroît par cet exemple, que quand on cherche le jour de Pâque pour une année bissextile, il faut avoir égard à la seconde lettre dominicale de cette année, & non pas à la premiere.

106. Quand bien même le Calendrier ne montreroit pas exactement la nouvelle ni la pleine lune, on ne laisseroit pas de suivre la méthode que nous venons d'expliquer, parce que le tems de la célébration de Pâque dépend de la nouvelle & de la pleine lune de l'équinoxe du printems, non pas en tant que cette lune est calculée par les Astronomes, mais selon qu'elle est indiquée par le Calendrier.

107. On peut remarquer que Pâque ne peut arriver plutôt que le 22 Mars, ni plus tard que le 25 Avril; c'est ce que nous allons faire voir. Selon l'Or-

donnance du Concile de Nicée, afin qu'une pleine lune soit paschale, il faut qu'elle arrive le jour même de l'équinoxe, c'est-à-dire, le 21 de Mars, ou après ce tems. Or le même Concile a aussi ordonné qu'on ne célébreroit la Pâque qu'après la pleine lune paschale. Par conséquent on ne peut la célébrer plutôt que le 22 Mars: c'est ce qui arrive quand la pleine lune tombe au 21 de Mars, & que ce jour est un Samedi. En second lieu, cette fête peut être reculée jusqu'au 25 Avril. Car si la nouvelle lune tombe au 7 de Mars, la pleine lune arrivera le 20 de ce mois: elle ne sera donc pas paschale: ainsi il faudra attendre la nouvelle lune suivante, qui n'arrivera que le 5 d'Avril; d'où comptant 14 jours pour la pleine lune, on trouvera qu'elle doit tomber au 18 de ce mois, qui peut être un Dimanche. Par conséquent il faudra attendre le Dimanche suivant pour célébrer la fête de Pâque. Or ce Dimanche suivant sera nécessairement le 25 d'Avril.

Il est évident que Pâque ne peut pas être reculé plus loin: car si la nouvelle lune, au lieu d'arriver le 7 de Mars, étoit tombée au 8, la pleine lune auroit été paschale, puisqu'elle seroit arrivée le 21 de ce mois.

108. Toutes les autres fêtes mobiles dépendent de celle de Pâques Si, par exemple, on compte six semaines avant Pâque, c'est-à-dire, 42 jours, non compris celui de Pâques, le quarante-deuxiéme sera le premier Dimanche de Carême, & le Mercredi d'avant sera le jour des Cendres; & en remontant toujours vers le commencement de l'année, le Dimanche qui précede le Mercredi des Cendres est celui de la Quinquagésime; le précédent c'est la Sexagésime, & enfin le précédent est la Septuagésime. Ainsi il est facile de voir combien il y a de Dimanches après la fête des Rois jusqu'à la Septuagésime.

109. Si on veut trouver les fêtes depuis Pâque jusqu'à la fin de l'année, il faut compter sept semaines

ou 49 jours depuis Pâque inclusivement ; le cinquantiéme est la fête de la Pentecôte : le Dimanche d'après, c'est la fête de la Sainte Trinité ; & le Jeudi qui suit cette derniere fête, c'est celle du Saint Sacrement. Il est facile après cela de compter combien il y a de Dimanches après la Pentecôte, jusqu'au premier Dimanche de l'Avent, qui est le quatriéme avant Noël.

Nouvelle méthode pour trouver le jour de Pâque, & l'âge de la lune.

110. On vient de donner au Public une autre méthode plus facile que la précédente, de trouver le jour de Pâque : elle dépend d'un changement fait dans le Calendrier, qui consiste à mettre les épactes des pleines lunes à la place de celles des nouvelles : ce changement a été proposé par le P. Meliton, Capucin, ancien Professeur & associé de l'Académie de Toulouse, qui vient de publier un Livre intitulé : *Gregoriana correctio illustrata, ampliata & à conviciis vindicata*, Ouvrage qui a mérité l'approbation de l'Académie des Sciences de Paris : voici le jugement qu'elle en porte : » La Compagnie a jugé qu'il étoit rempli de recherches curieuses ; que la substitution faite par l'Auteur, des épactes des pleines lunes à celles des nouvelles, au moyen de laquelle le calcul étoit considérablement abregé & simplifié, étoit très ingénieuse ; & qu'en général tout l'Ouvrage marquoit beaucoup de sagacité & de connoissance de cette matiere dans l'Auteur, qui l'avoit traitée d'une maniere nette & précise «. Cet Ouvrage, qui est in 4°. se vend à Toulouse chez Gaspard Henault, rue au Change. On le trouve aussi à Paris chez Ph. N. Lottin, Imprimeur-Libraire, rue S. Jacques. Cette substitution des épactes des pleines lunes à celle des nouvelles dont l'Académie parle, fait trouver la fête de Pâque plus aisément, & d'ailleurs elle fait connoître la bonté & la

justesse

juste du Calendrier Ecclésiastique qui doit montrer les pleines lunes plus exactement que les nouvelles, parce que l'Eglise ne s'intéresse qu'au jour de la pleine lune paschale qui arrive le 21 du mois de Mars, ou quelques jours après. Aussi le Pape Grégoire XIII a mieux aimé que le Calendrier marquât exactement la pleine lune, qui est toujours censée le 14 du mois lunaire, que la nouvelle. Il y a tant de variétés dans l'intervalle de la nouvelle à la pleine lune, qu'il n'est pas possible de déterminer exactement dans le Calendrier l'une & l'autre de ces deux phases d'une maniere fixe & constante : car si les nouvelles lunes sont bien marquées, les pleines lunes seront mal indiquées ; & réciproquement si celles-ci le sont bien, les premieres le seront mal. Or, comme nous avons dit, la détermination exacte des pleines lunes est préférable pour l'Eglise à celle des nouvelles. Il est donc à propos de prendre pour l'usage du Calendrier des épactes qui montrent les pleines lunes, plutôt que d'autres qui indiquent les nouvelles ; c'est ce qu'a fait le P. Meliton dans son excellent Livre. Le Calendrier qu'il propose est le même que celui de Grégoire XIII, avec un léger changement ; mais l'usage en est différent.

111. Nous avons dit que la pleine lune étoit toujours censée le 14 du mois lunaire. Il est cependant vrai qu'elle n'arrive ordinairement que le 16 du mois, en commençant à compter ce mois du moment auquel la lune répond au même point de l'écliptique que le soleil, qui est le tems de la nouvelle lune astronomique. Si donc il s'agit de celle-là, on peut dire que la pleine lune est le 16 du mois lunaire. Mais le Calendrier marque seulement le tems de la nouvelle lune civile, qui est le jour auquel on commence à appercevoir la lune le soir, après qu'elle a quitté le soleil. Or cette nouvelle lune n'arrive qu'environ deux jours après la premiere : ainsi la pleine lune est le 14^e jour, eu égard à cette nouvelle lune. Voici le Calendrier avec le changement proposé par le Pere Meliton.

Calendrier des Epactes pour les pleines Lunes.

Janvier.			*Fevrier.*			*Mars.*		
Cicle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle de Epactes.	J. du M.	L. D.
*	1	A	XXIX	1	D	*	1	D
XXIX.	2	B	XXVIII	2	E	XXIX	2	E
XXVIII.	3	C	XXVII	3	F	XXVIII	3	F
XXVII.	4	D	XXVI	4	G	XXVII	4	G
XXVI.	5	E	XXV	5	A	XXVI	5	A
XXV	6	F	XXIV	6	B	XXV	6	B
XXIV	7	G	XXIII	7	C	XXIV	7	C
XXIII	8	A	XXII	8	D	XXIII	8	D
XXII	9	B	XXI	9	E	XXII	9	E
XXI	10	C	XX	10	F	XXI	10	F
XX	11	D	XIX	11	G	XX	11	G
XIX	12	E	XVIII	12	A	XIX	12	A
XVIII	13	F	XVII	13	B	XVIII	13	B
XVII	14	G	XVI	14	C	XVII	14	C
XVI	15	A	XV	15	D	XVI	15	D
XV	16	B	XIV	16	E	XV	16	E
XIV	17	C	12 XIII	17	F	XIV	17	F
XIII	18	D	XII. XI	18	G	XIII	18	G
XII	19	E	X	19	A	XII	19	A
XI	20	F	IX	20	B	XI	20	B
X	21	G	VIII	21	C	X	21	C
IX	22	A	VII	22	D	IX	22	D
VIII	23	B	VI	23	E	VIII	23	E
VII	24	C	V	24	F	VII	24	F
VI	25	D	IV	25	G	VI	25	G
V	26	E	III	26	A	V	26	A
IV	27	F	II	27	B	IV	27	B
III	28	G	I	28	C	III	28	C
II	29	A				II	29	D
I	30	B				I	30	E
*	31	C				*	31	F

Calendrier des Epactes pour les pleines Lunes.

AVRIL.			MAI.			JUIN.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M,	L. D.
XXIX	1	G	XXVIII	1	B	XXVII	1	E
XXVIII	2	A	XXVII	2	C	XXVI	2	F
XXVII	3	B	XXVI	3	D	XXV	3	G
XXVI	4	C	XXV	4	E	XXIV	4	A
XXV	5	D	XXIV	5	F	XXIII	5	B
XXIV	6	E	XXIII	6	G	XXII	6	C
XXIII	7	F	XXII	7	A	XXI	7	D
XXII	8	G	XXI	8	B	XX	8	E
XXI	9	A	XX	9	C	XIX	9	F
XX	10	B	XIX	10	D	XVIII	10	G
XIX	11	C	XVIII	11	E	XVII	11	A
XVIII	12	D	XVII	12	F	XVI	12	B
XVII	13	E	XVI	13	G	XV	13	C
XVI	14	F	XV	14	A	XIV	14	D
XV	15	G	XIV	15	B	12. XIII	15	E
XIV	16	A	XIII	16	C	XII. XI	16	F
12. XIII	17	B	XII	17	D	X	17	G
XII XI	18	C	XI	18	E	IX	18	A
X	19	D	X	19	F	VIII	19	B
IX	20	E	IX	20	G	VII	20	C
VIII	21	F	VIII	21	A	VI	21	D
VII	22	G	VII	22	B	V	22	E
VI	23	A	VI	23	C	IV	23	F
V	24	B	V	24	D	III	24	G
IV	25	C	IV	25	E	II	25	A
III	26	D	III	26	F	I	26	B
II	27	E	II	27	G	*	27	C
I	28	F	I	28	A	XXIX	28	D
*	29	G	*	29	B	XXVIII	29	E
XXIX	30	A	XXIX	30	C	XXVII	30	F
			XXVIII	31	D			

Calendrier des Epactes pour les pleines Lunes.

JUILLET.			AOUST.			SEPTEMBRE.		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXVI	1	G	XXV	1	C	XXIII	1	F
XXV	2	A	XXIV	2	D	XXII	2	G
XXIV	3	B	XXIII	3	E	XXI	3	A
XXIII	4	C	XXII	4	F	XX	4	B
XXII	5	D	XXI	5	G	XIX	5	C
XXI	6	E	XX	6	A	XVIII	6	D
XX	7	F	XIX	7	B	XVII	7	E
XIX	8	G	XVIII	8	C	XVI	8	F
XVIII	9	A	XVII	9	D	XV	9	G
XVII	10	B	XVI	10	E	XIV	10	A
XVI	11	C	XV	11	F	XIII	11	B
XV	12	D	XIV	12	G	XII	12	C
XIV	13	E	12. XIII	13	A	XI	13	D
XIII	14	F	XII. XI	14	B	X	14	E
XII	15	G	X	15	C	IX	15	F
XI	16	A	IX	16	D	VIII	16	G
X	17	B	VIII	17	E	VII	17	A
IX	18	C	VII	18	F	VI	18	B
VIII	19	D	VI	19	G	V	19	C
VII	20	E	V	20	A	IV	20	D
VI	21	F	IV	21	B	III	21	E
V	22	G	III	22	C	II	22	F
IV	23	A	II	23	D	I	23	G
III	24	B	I	24	E	*	24	A
II	25	C	*	25	F	XXIX	25	B
I	26	D	XXIX	26	G	XXVIII	26	C
*	27	E	XXVIII	27	A	XXVII	27	D
XXIX	28	F	XXVII	28	B	XXVI	28	E
XXVIII	29	G	XXVI	29	C	XXV	29	F
XXVII	30	A	XXV	30	D	XXIV	30	G
XXVI	31	B	XXIV	31	E			

Calendrier des Epactes pour les pleines Lunes.

OCTOBRE			NOVEMBRE.			DECEMBRE		
Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.	Cycle des Epactes.	J. du M.	L. D.
XXIII	1	A	XXI	1	D	XXI	1	F
XXII	2	B	XX	2	E	XX	2	G
XXI	3	C	XIX	3	F	XIX	3	A
XX	4	D	XVIII	4	G	XVIII	4	B
XIX	5	E	XVII	5	A	XVII	5	C
XVIII	6	F	XVI	6	B	XVI	6	D
XVII	7	G	XV	7	C	XV	7	E
XVI	8	A	XIV	8	D	XIV	8	F
XV	9	B	XIII	9	E	12. XIII	9	G
XIV	10	C	XII	10	F	xii. xi	10	A
12. XIII	11	D	XI	11	G	X	11	B
xii. xi	12	E	X	12	A	IX	12	C
X	13	F	IX	13	B	VIII	13	D
IX	14	G	VIII	14	C	VII	14	E
VIII	15	A	VII	15	D	VI	15	F
VII	16	B	VI	16	E	V	16	G
VI	17	C	V	17	F	IV	17	A
V	18	D	IV	18	G	III	18	B
IV	19	E	III	19	A	II	19	C
III	20	F	II	20	B	I	20	D
II	21	G	I	21	C	*	21	E
I	22	A	*	22	D	XXIX	22	F
*	23	B	XXIX	23	E	XXVIII	23	G
XXIX	24	C	XXVIII	24	F	XXVII	24	A
XXVIII	25	D	XXVII	25	G	XXVI	25	B
XXVII	26	E	XXVI	26	A	XXV	26	C
XXVI	27	F	XXIV	27	B	XXIV	27	D
XXV	28	G	XXV	28	C	XXIII	28	E
XXIV	29	A	XXIII	29	D	XXII	29	F
XXIII	30	B	XXII	30	E	XXI	30	G
XXII	31	C				19. XX	31	A

112. On a choisi l'épacte douze plutôt qu'une autre pour la doubler, c'est-à-dire, la réunir avec la précédente & la suivante, parce que sans cela il n'y auroit eu que douze jours au lieu de treize, depuis l'épacte de la nouvelle lune non comprise, jusqu'à celle de la pleine lune inclusivement, quand l'épacte XXV se seroit trouvée entre les deux, & par-là la pleine lune auroit été marquée un jour trop tôt. De même donc qu'en employant les épactes des nouvelles lunes on a placé l'épacte doublée XXV au 5 Avril, qui est le dernier terme des nouvelles lunes paschales; pareillement en se servant des épactes des pleines lunes, il faut que l'épacte doublée soit placée au 18 Avril, qui est le dernier terme des pleines lunes paschales : ainsi cette épacte doit être douze : car c'est l'épacte douze qui répond à ce jour.

113. Il est évident que ces épactes servent à trouver les pleines lunes, de même que les autres font trouver les nouvelles lunes. Par exemple, l'épacte des pleines lunes pour 1744 étant II, il y aura pleine lune ctete année tous les jours vis-à-vis desquels se trouve l'épacte II, c'est-à-dire, le 29 Janvier, le 27 Février, le 29 Mars, &c.

114. Si on veut sçavoir, sans le secours du Calendrier, à quel jour d'un mois proposé arrivera la pleine lune, on le trouvera de la maniere suivante. Il faut ajouter l'épacte de l'année à celle du mois, & retrancher la somme du nombre 31 ou 30, selon que le mois lunaire sera plein ou cave, le reste marquera le jour de la pleine lune. Quand on aura trouvé le jour de la pleine lune, on en retranchera 15, le reste sera le jour de la nouvelle lune précédente ; mais si au jour de la pleine lune on ajoute 15 ou 14, suivant que le mois lunaire est plein ou cave, la somme sera la nouvelle lune qui suit la pleine lune qu'on a trouvée d'abord. Par exemple, si on veut avoir le jour de la pleine lune d'Octobre de 1744, on ajoutera l'épacte 2 à 7, qui est

l'épacte du mois, & on retranchera la somme 9 de 30, parce que le mois lunaire d'Octobre est un mois cave, le reste 21 sera le jour de la pleine lune. Si de 21 on ôte 15, le reste 6 sera le jour de la nouvelle lune précédente: mais si à 21 on ajoute 15 à cause que la lunaison de Novembre est pleine, la somme sera 36, dont il faut ôter les 31 jours d'Octobre, le reste 5 marquera la nouvelle lune pour le 5 de Novembre: elle arrivera cependant le 4; mais cela ne doit pas paroître surprenant à cause de l'irrégularité du mouvement de la lune.

115. S'il s'agit de la pleine lune de Septembre 1743, laquelle année a eu XXI pour épacte de la pleine lune, on la trouvera de cette maniere: l'épacte 21 plus celle de Septembre 7, font la somme 28 qu'il faut ôter de 31, parce que le mois lunaire de Septembre est plein, le reste 3 marquera le jour de la pleine lune. Pour avoir le jour de la nouvelle lune précédente, on ôtera trois jours, sçavoir, 3 du mois de Septembre, & 12 du mois d'Août qui en a 31, le reste 19 marquera le jour de la nouvelle lune d'Août. Mais si à 3 on ajoute 15, la somme 18 désignera le jour de la nouvelle lune d'Octobre. La pleine lune est arrivée le 4 à $2^h\ 44^m$ du matin. Il n'y a pas à beaucoup près un jour entier d'erreur.

116. Voici la raison de cette méthode: l'épacte des pleines lunes d'une année désigne le nombre des jours depuis la pleine lune du mois de Décembre précédent, jusqu'à la fin de ce mois, y compris le jour de la pleine lune: ainsi l'épacte II de 1744 exprime que vers la fin de 1743 il y avoit deux jours depuis celui de la derniere pleine lune inclusivement, jusqu'à la fin de Décembre. Par conséquent si tous les mois solaires étoient égaux à ceux de la lune, la pleine lune arriveroit deux jours avant le commencement de chaque mois solaire. Mais les mois solaires sont plus longs que les lunaires d'environ un jour pour chaque mois; & cet excès *du mois solaire recule* la pleine lune d'une quantité de jours égale à la

somme des excès des mois solaires qui sont déjà écoulés. Il faut donc ajouter cette somme, qui est l'épacte des mois, à l'épacte de l'année, afin de connoître de combien de jours la pleine lune a précédé le commencement de chaque mois. Cela posé, pour trouver la pleine lune d'un mois, je fais attention qu'il y a un mois lunaire depuis la pleine lune inclusivement, jusqu'à la suivante non comprise, lequel est composé de deux parties : la premiere est la somme de deux épactes, ou la fin du mois solaire précédent ; la seconde est le commencement du mois suivant, jusqu'au jour de la pleine lune cherchée. Or de ces deux parties on connoît la premiere ou la somme des épactes : si donc on retranche cette somme du mois lunaire, le reste augmenté d'une unité marquera le jour de la pleine lune qu'on cherche. Par exemple, pour trouver la pleine lune d'Octobre 1744, je retranche la somme des épactes 2 & 7 de 29, le reste est 20 ; ainsi le nombre 21, qui est le reste 20 augmenté d'une unité, donne le jour de la pleine lune d'Octobre 1744. Au lieu d'augmenter le reste d'une unité, on retranche la somme des épactes de 31 pour les mois pleins, & de 30 pour les mois caves. Donc pour trouver la pleine lune d'un mois, il faut retrancher la somme des deux épactes de 31 ou de 30, selon que le mois *lunaire est plein ou cave.*

117. Quand on a trouvé les jours de la pleine lune, *il en faut ôter 15 ; le reste marque la nouvelle lune précé*dente, parce que le jour de la nouvelle lune précede de quinze jours celui de la pleine lune, ou ce qui revient au même, la pleine lune est ordinairement le 16 du mois lunaire. Enfin, si au jour de la pleine lune on ajoute 15 pour les mois pleins, & 14 pour les mois caves, on aura *la nouvelle lune suivante*, parce que dans les mois pleins il a 14 jours entre la pleine lune & la nouvelle suivante, & 13 dans les mois caves.

118. Afin de trouver l'âge de la lune sans Calendrier,

pour quelque jour que ce soit d'un mois solaire, il faut observer ce qui suit : on ajoutera ensemble l'épacte de l'année, celle du mois, & enfin les jours du mois depuis le commencement jusqu'au jour proposé qui doit y être compris, la somme marquera les jours depuis la derniere pleine lune inclusivement : ensuite si cette premiere somme ne surpasse pas 15 dans les mois pleins, & 14 dans les mois caves, il faudra l'ajouter à 15, on aura une autre somme qui sera l'âge de la lune. Mais si la premiere somme excede le nombre 15 ou 14, il faudra en retrancher le premier ou le second de ces nombres, selon que la lunaison est pleine ou cave, le reste sera l'âge de la lune. Ainsi, pour connoître l'âge de la lune au 6 Juillet 1744, j'ajoute ensemble l'épacte annuelle 2, celle du mois 4 & les six jours du mois ; la somme est 12 : il faut donc, selon le premier cas, ajouter 12 à 15, & la seconde somme 27 sera l'âge de la lune au 6 Juillet. Pareillement pour sçavoir l'âge de la lune au 22 du même mois, j'ajoute ensemble l'épacte annuelle 2, l'épacte du mois 4 & les jours du mois 22, la somme est 28, laquelle est plus grande que 15 ; c'est pourquoi, selon le second cas, j'ôte 15 de la somme 28, & le reste 13 marque l'âge de la lune au 22 Juillet 1744.

Si on cherchoit l'âge de la lune pour le 12 du mois d'Août 1744, il ne faudroit ôter que 14 de la somme 19 qu'on trouveroit en ajoutant les trois nombres 2, 5 & 12, parce que la lune qui finit au mois d'Août est cave, & par conséquent n'a que 14 jours depuis la pleine lune inclusivement jusqu'à la fin.

119. Dans le premier cas de la méthode, c'est-à-dire, quand on ajoute la somme des trois nombres à 15, on trouve l'âge de la lune qui a commencé avant la pleine lune du mois solaire précédent, c'est-à-dire, du mois de Juin dans notre exemple : dans le second cas on trouve l'âge de la lune qui a commencé après cette pleine lune.

120. La raiſon de cette méthode eſt facile à concevoir après ce que nous avons dit dans l'article 116 : car puiſque la ſomme de l'épacte annuelle & de celle du mois propoſé marque les jours depuis la pleine lune du mois ſolaire précédent, juſqu'à la fin de ce même mois, il eſt évident que ſi à ces deux épactes on ajoute les jours du mois propoſé juſqu'au jour dont il s'agit, la ſomme marquera le nombre des jours depuis la derniere pleine lune juſqu'à ce jour : ainſi s'il s'agit du 6 du mois de Juillet 1744, en ajoutant enſemble les deux épactes 2, 4, & le nombre 6, la ſomme 12 exprimera combien il y a de jours depuis la pleine lune de Juin, juſqu'au 6 du mois de Juillet. On conçoit pareillement que ſi la ſomme des trois nombres ne paſſe pas 15 ou 14, comme dans cet exemple, le mois lunaire n'eſt pas fini. Or ce mois lunaire a commencé 15 jours avant la pleine lune : donc en ajoutant à 15 la ſomme qui marque le nombre de jours depuis la pleine lune incluſivement, la nouvelle ſomme exprimera l'âge de la lune pour le jour marqué. Que ſi la ſomme des deux épactes & des jours du mois juſqu'à celui dont il s'agit, ſurpaſſe 15 ou 14, ſelon que la lunaiſon eſt pleine ou cave, le mois lunaire ſuivant ſera commencé après ces quinze ou quatorze jours : ainſi, pour connoître l'âge de cette lune commencée, il faudra de la ſomme des trois nombres ôter les quinze ou quatorze jours.

121. On trouve plus facilement le jour de Pâque par les épactes des pleines lunes, que par celles des nouvelles lunes ; en voici la méthode. Il faut avoir d'abord l'épacte de l'année & la lettre dominicale : enſuite on regarde dans le Calendrier quel eſt le jour auquel l'épacte répond entre le 20 de Mars & le 19 Avril, non compris ces deux termes : le premier Dimanche après ce jour auquel répond l'épacte, eſt la fête de Pâque. Si, par exemple, je veux trouver le jour de Pâque de 1744, dont l'épacte eſt II, & la ſeconde lettre dominicale eſt D, je

regarde dans le Calendrier, entre les deux termes marqués, quel est le jour auquel répond l'épacte II, & je vois que c'est au 29 Mars ; après quoi je regarde encore quel est le premier jour après le 29 Mars, qui a la lettre dominicale D, & j'apperçois que c'est le 5 Avril ; d'où je conclus que c'est le jour de Pâque. On trouvera par la même méthode que dans l'année 1745, qui aura pour épacte XIII, & pour lettre dominicale C, Pâque arrivera le 18 Avril.

122. On peut aussi trouver le jour de Pâque sans le secours du Calendrier, quand on connoît l'épacte de l'année & la lettre dominicale : en voici la méthode appliquée aux années 1744 & 1745. L'année 1744 a II d'épacte & D pour lettre dominicale : je cherche d'abord la pleine lune de Mars de cette année, en retranchant de 31 la somme des épactes d'année & de mois (art. 114). Mais comme l'épacte de Mars est o, il n'y a que l'épacte annuelle II à retrancher de 31, le reste est 29 : ainsi la pleine lune est le 29 de Mars : par conséquent Pâque sera le premier Dimanche après le 29 de ce mois. Or, pour connoître quel sera le premier Dimanche, il faut observer que D est la lettre dominicale attachée au 22 de Mars, qui est le premier jour auquel Pâque puisse arriver : ainsi D se trouve encore au 29, & ensuite au 5 Avril, de 7 jours en 7 jours. Par conséquent le 5 Avril est le premier Dimanche après la pleine lune paschale en 1744 : ainsi c'est le jour de Pâque.

123. Pour ce qui est de l'année 1745, qui a pour épacte XIII, & pour lettre dominicale C, je retranche l'épacte 13 de 31 ; le reste est 18 : ainsi la pleine lune de Mars n'est pas paschale dans cette année, parce qu'elle ne peut arriver plutôt que le 21 de Mars. La pleine lune paschale de 1745 est donc celle d'Avril ; c'est pourquoi je cherche cette pleine lune en retranchant de 31 la somme de l'épacte annuelle 13, & de celle d'Avril qui est 1 : il faut donc ôter 14 de 31 ; & le reste 17 fait con-

noître que la pleine lune arrivera le 17 d'Avril. Il ne s'agit plus que de trouver le premier Dimanche après le 17. Pour cela j'observe que la lettre G répond au premier d'Avril ; donc le C répond au 4 ; ainsi il répond encore au 11 du mois, ensuite au 18, en ajoutant toujours 7 : par conséquent le 18 est le premier Dimanche après la pleine lune paschale. C'est donc la Fête de Pâque.

124. On voit bien qu'il faut ôter l'épacte annuelle de 31, & non pas de 30, quand il s'agit de Mars, parce que le mois lunaire de Mars est plein. Il semble d'abord, au contraire, qu'il faut retrancher la somme des deux épactes de 30, & non pas de 31, pour trouver la pleine lune d'Avril, à cause que le mois lunaire d'Avril est censé *cave*. Mais il faut remarquer que ce mois ne devient cave par rapport aux épactes, que par la réunion de deux épactes en un même jour ; & par conséquent le mois ne doit être regardé comme cave que pour les pleines lunes marquées par les épactes, qui par la réunion des deux sont rapprochées d'un jour vers le premier du mois, c'est-à-dire, pour l'épacte douze, quand elle est désignée par 12, & placée à côté de XIII, & pour les autres épactes inférieures XI, X, IX, &c. Mais le mois lunaire doit être censé plein pour les pleines lunes marquées par les épactes qui ne sont pas remontées d'un jour par la réunion des deux : ce sont les épactes supérieures à l'épacte douze, sçavoir XXIX, XXVIII, XXVII, &c. & même l'épacte douze quand elle est marquée par XII placée à côté de XI. Par conséquent pour avoir la pleine lune d'Avril marquée par ces épactes supérieures à XII & par XII même, il faut ôter de 31 la somme des *épactes annuelle & de mois* ; au lieu qu'il faut ôter cette somme de 30 seulement pour les pleines lunes marquées par les autres épactes.

125. Il ne reste plus qu'à dire comment on trouve les épactes des pleines lunes. On peut connoître les épactes

des pleines lunes par celles des nouvelles lunes : il n'y a qu'à ôter 13 de l'épacte de la nouvelle lune, le reste sera l'épacte de la pleine lune. Si on ne peut ôter 13 de l'épacte de la nouvelle lune, il faut d'abord y ajouter 30, & de la somme ôter 13, le reste sera encore l'épacte de la pleine lune. Par exemple, l'épacte de la nouvelle lune de 1745 est XXVI : or si on ôte 13 de 26, le reste est 13 : ainsi l'épacte de la pleine lune pour 1745 est XIII. L'épacte de la nouvelle lune pour 1746 est VII : il faut y ajouter 30, & de la somme 37 ôter 13, le reste sera 24. ainsi l'épacte des pleines lunes pour 1746 est XXIV. Cette pratique est fondée sur ce que dans le Calendrier la pleine lune n'est éloignée de la nouvelle que de 13 jours.

126. Quand on a l'épacte de la pleine lune pour une année, il faut y ajouter onze, afin d'avoir l'épacte de l'année suivante, & ôter 30 toutes les fois que la somme est au dessus de 30. L'épacte de 1744 est 2. Ainsi en y ajoutant onze, la somme 13 est l'épacte de 1745. Lorsque le nombre d'or est 19, il faut ajouter 12 à l'épacte de cette année, pour avoir celle de l'année suivante, comme pour les épactes des nouvelles lunes.

127. Voici une Table étendue des épactes des pleines lunes, faite sur les mêmes principes que la Table semblable pour les épactes des nouvelles lunes. La suite C de cette Table est la même que celle qui est 13 siéges au-dessous de la suite C de la Table pour les épactes des nouvelles lunes. Il en est de même des autres suites ou séries.

TABLE DES EPACTES.

NOMBRES.

EPACTES.

Lettres indices des trente suites ou Cycles des Epactes.	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
C	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv
B	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
A	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
u	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij
t	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
ſ	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	v ij	xviij	xxix	x
r	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix
q	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
p	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij
n	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj
m	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
l	vj,	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv
k	v	xvj	xxvij	vij	xix	*	xj	xxij	iij
i	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
h	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
g	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
f	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix
e	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij
d	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij
c	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xxv	xxv
b	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv
a	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
P	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij
N	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij
M	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
H	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx
G	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix
F	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xvj	vij	xviij
E	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij
D	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj

ETENDUE DES PLEINES LUNES.

D'OR.

EPACTES.

X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
xxv	vj	xvij.	xxviij	ix	xx	j	12	xxiij	iv
xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij
xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
xx	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix
xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij
xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij
xvij	xxviij	ix	xx	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj
xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv
xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
xiv	xxv	vj	xvij	xviij	ix	xx	j	12	xxiij
xiij	xxiv	v	xvj	xvij	viij	xix	*	xj	xxij
xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx
x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix
ix	xx	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj .	vij	xviij
viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij
vij	xviij	xxix	x	xxi	ij	xiij	xxiv	v	xvj
[illegible]	xvij	xxviij	ix	xx	j	12	xxiij	iv	xv
[illegible]	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
[illegible]	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
[illegible]	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	12
[illegible]	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix
xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
xxviij	ix	xx	j	12	xxiii	iv	xv	xxvj	vij
xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj

Les lignes de cette page ſont la continuation des lignes correſpondantes de page précédente.

128. On ajoute ici une autre Table pour trouver facilement les épactes des nouvelles & pleines lunes pour 1000 ans, à commencer à 1700. On a mis au haut de la Table les centiémes années de chaque siécle, & sous chacune de ces années on a placé deux colonnes d'épactes; la premiere marquée par *N* contient les épactes des nouvelles lunes; la seconde marquée *P* contient celles des pleines lunes: enfin on a mis à gauche des épactes toutes les années des siécles qui sont entre les centiémes. Voici comment on trouve par cette Table les deux épactes d'une année proposée. 1°. Si cette année est une centiéme, les deux épactes qui lui conviennent sont les premieres sous cette année au haut des colonnes. Ainsi l'épacte des nouvelles lunes de l'année 1700 est IX, & celle des pleines lunes est XXVI. 2°. Si l'année dont on cherche les épactes est après une centiéme, par exemple, 1745, on cherchera 45 parmi les années marquées à la gauche des épactes. Ensuite on regardera dans les 2 colonnes qui sont sous 1700, quelles sont les épactes qui se trouvent vis-à-vis de 45; on verra que c'est XXVI & XIII; la premiere est celle des nouvelles lunes de 1745, & la seconde est celle des pleines lunes de la même année.

Les centiémes années des siécles qu'on a mises à la marge à gauche, montrent quelles sont les années de chaque siécle qui ont le nombre d'or I, & dans lesquelles par conséquent on ajoute 12 à chaque épacte de l'année précédente, pour avoir celles de l'année qui a I pour nombre d'or. Ainsi 1700, qui répond aux années 10, 29, 48, 67, 86, fait voir que les années 1710, 1729, 1748, 1767, 1786, ont I pour nombre d'or, & que ces deux épactes de chacune de ces années viennent de celles de l'année précédente, augmentées de 12. C'est ce que l'on peut reconnoître dans les deux colonnes qui sont sous 1700. On a placé au-dessus des colonnes les lettres indices qui désignent dans la Table étendue des épactes les series convenables aux siécles auxquels répondent les colonnes.

TABLE

TABLE DES EPACTES DES NOUVELLES ET PLEINES LUNES.

pour toutes les années depuis 1700 jusqu'à 2700.

			C	C	B	B	B	A	u	A	u	t
			1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600.
			N. P.	*N. P.*	*N. P.*	*N. P.*	*N. P.*	*N. P.*	*N. P.*	*N. P.*	*N. P.*	*P. N.*
			ix xxvj	iv. xxj	xxix xvj	xxiv. xj	xix. vj	xiij. *	viij. xxv	iv. xxj	xxviij. xv	xxij. ix
	1. 20. 39.	58. 77. 96.	xx. iij	xv. ij	x. xxvij	v. xxij	* xvij	xxiv. xj	xix. vj	xv. ij	ix. xxvj	iij. xx
	2. 21. 40.	59. 78. 97.	j. xviij	xxvj. xij	xxj. viij	xvj. xiij	xj. xxviij	v. xxij	* xvij	xxvj. xiij	xx. vij	iv. j
2600	3. 22. 41.	60. 79. 98.	xij. xxix	vij. xxiv	ij. xix	xvij. xiv	xxij. ix	xvj. iij	xj. xxviij	vij. xxiv	j. xviij	xxvj. xiij
2200	4. 23. 42.	61. 80. 99.	xxiij. x	xviij. v	xiij. *	viij. xxv	iij. xx	xxviij. xv	xxij. ix	xviij. v	xij. xxix	vij. xxiv
1 00	5. 24. 43.	62. 81.	iv. xxj	* xvij	xxiv. xj	xix. vj	xiv. j	ix. xxvj	iij. xx	xxix. xvj	xxiij. x	xviij. v
	6. 25. 44.	63. 82.	xv. ij	xj. xxviij	v. xxij	* xvij	25. 12	xx. vij	xiv. j	x. xxvij	iv. xxj	xxix. xvj
	7. 26. 45.	64. 83.	xxvj. xiij	xxij. ix	xvj. iij	xj. xxviij	vj. xxiij	vj xiij	xxv. xij	xxj. viij	xv. ij	x. xxvij
2500	8. 27. 46.	65. 84.	vij. xxiv	iij. xx	xxvij. xiv	xxij. ix	xvij. iv	xij. xxix	vj. xxiij	ij. xix.	xxvij. xiv	xxj. viij
2100	9. 28. 47.	66. 85.	xviij. v	xiv. j	viij. xxv	iij. xx	xxix. xvj	xxiij. x	xvij. iv	xiij. *	viij. xxv	ij. xix
1700	10. 29. 48.	67. 86.	* xvij	xxv. xij	xix. vj	xiv. j	x. xxvij	iv. xxj	xxviij. xv	xxiv. xj	xix. vj	xiij *
	11. 30. 49.	68. 87.	xj. xxviij	vj. xxiij	* xvij	25. 12	xxj. viij	xv. ij	ix. xxvj	v. xxij	* xvij	xxiv. xj
	12. 31. 50.	69. 88.	xxij. ix	xvij. iv	xj. xxviij	vj. xxiij	ij. xix	xxvj. xiij	xx. vij	xvj iij	xj. xxviij	v. xxij
2400	13. 32. 51.	70. 89.	iij. xx	xxviij. xv	xxij. ix	xvij. iv	xiij. *	vij. xxiv	j. xviij	xxviij. xv	xxij. ix	xvj. iij
2000	14. 33. 52.	71. 90.	xiv. j	ix. xxvj	iij. xx	xxix. xvj	xxiv. xj	xviij. v	xij. xxix	ix. xxvj	iij. xx	xxvij. xiv
	15. 34. 53.	72. 91.	xxv. xij	xx. vij	xiv. j	x. xxvij	v. xxij.	xxix. xvj	xxiij. x	xx. vij	xiv. j	viij. xxv
	16. 35. 54.	73. 92.	vj. xxiij	j. xviij	25. 12	xxj. viij	xvj. iij	x. xxvij	iv. xxj	j. xviij	xxv. xij	xix. vj
	17. 36. 55.	74. 93.	xvij. iv	xij. xxix	vj. xxiij	ij. xix	xxvij. xiv	xxj. viij	xv. ij	xij. xxix	vj. xxiij	* xvij
2300	18. 37. 56.	75. 94.	xxviij. xv	xxiij. x	xvij. iv.	xiij *	viij. xxv	ij. xix	xxvij. xiv	xxiij. x	xvij. iv	xj. xxviij
1900	19. 38. 57.	76. 95.	ix. xxvj	iv. xxj	xxix. xvj	xxiv. xj	xix. vj	xiij. *	viij. xxv	iv. xxj	xxviij. xv	xxij. ix

TABLE

DES MATIERES.

Contenues dans ce Traité.

Fin de la Table.