LA FIGURE DE LA TERRE,

Déterminée par les Obſervations de Meſſieurs BOUGUER, & DE LA CONDAMINE, de l'Académie Royale des Sçiences, envoyés par ordre du Roy au Pérou, pour obſerver aux environs de l'Equateur.

Avec une Relation abregée de ce Voyage, qui contient la deſcription du Pays dans lequel les Opérations ont été faites.

PAR M. BOUGUER.

A PARIS, QUAY DES AUGUSTINS,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roy pour l'Artillerie & le Génie, au coin de la rue Gist-le-Cœur, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLIX.

96366
LIBRARY ARCHIVES
No. 7528
526.1
B75
Rare Book
QB
291
.B58
1749

National Oceanic and Atmospheric Administration

Rare Books from 1600-1800

ERRATA NOTICE

One or more conditions of the original document may affect the quality of the image, such as:

Discolored pages
Faded or light ink
Biding intrudes into text

This has been a co-operative project between NOAA central library, the Climate Database Modernization Program, National Climate Data Center (NCDC) and the NOAA 200th Celebration. To view the original document, please contact the NOAA Central Library in Silver Spring, MD at (301) 713-2607 x 124 or at Library.Reference@noaa.gov

HOV Services
Imaging Contractor
12200 Kiln Court
Beltsville, MD 20704-1387
April 8, 2009

This Book is the Property of the
[illegible] SURVEY,
and the [illegible]
if not returned [illegible] the Expiration
of the Calendar Year.

AVERTISSEMENT.

IL suffit que les Lecteurs consultent la Table des matieres, pour voir ce que contient la Relation abregée qu'on publie actuellement, du voyage fait au Pérou pour déterminer la figure de la Terre. Mais à l'égard du compte même qu'on rend des observations Astronomiques & des opérations Géodésiques, on croit qu'il est convenable, vû l'importance du sujet, de joindre ici une espece d'extrait ou de sommaire qui puisse en donner une idée plus distincte. C'est ce qui invite de remettre sous les yeux du Public le *Prospectus* qu'on divulga il y a quatre ou cinq mois, lorsqu'on vouloit exposer d'avance le plan de ce livre.

ON a divisé l'ouvrage qui concerne la figure de la Terre en sept Sections. Il s'agit dans la premiere de choisir entre les différentes Opérations, celle par laquelle il étoit plus à propos de commencer. On pouvoit mesurer d'abord quelques degrés de l'Equateur ou mesurer les premiers degrés de latitude. La chose ne resta pas longtems au choix des Académiciens; car dès le mois de Mars 1737 M. Godin reçut ordre de ne s'attacher qu'à l'unique détermination des degrés du Méridien; & quoiqu'il n'eût pas communiqué cet ordre à ses Confreres, il ne fut pas moins obligé de s'y conformer, & de renoncer aux vûes, dont il paroissoit uniquement occupé quinze jours ou trois semaines auparavant lorsqu'il écrivoit * à M. le Comte de Maurepas. Quoiqu'on ne vint à aucune délibération, l'Auteur suppose dans cet ouvrage qu'on est sur le point de choisir; il examine la bonté de chaque opération, il marque son degré d'importance, la précision dont elle est susceptible, & l'influence qu'elle

* Le 17 Fév. 1737.

auroit ſur la détermination de la figure de la Terre, ou ſur le rapport des deux axes. Il avoit déja communiqué dans le Pérou un court écrit ſur ce ſujet qui eſt très-ſuſceptible de diſcuſſions curieuſes, mais il s'attacha à l'approfondir encore davantage; & ce qui l'y détermina, c'eſt que malgré l'excellent uſage que faiſoient de leur tems ſes Confreres, dont chacun ſuivoit ſon goût dans ſes recherches particulieres, il ſe flattoit que cette matiere pourroit lui devenir propre. On doit même être obligé à l'Auteur de cette œconomie de travail, & le Public en profitera doublement lorſqu'il recueillira le fruit des veilles des autres Académiciens. L'Auteur n'a employé que la Synthéſe & l'Analyſe pure des Géométres, en évitant autant qu'il a pû dans cette occaſion-ci comme dans toutes les autres, d'avoir recours aux calculs algébriques qui ſoulagent l'eſprit par leurs ſimboles, & qui le mettent en état d'aller plus loin, mais qui ne l'éclairent & ne le ſatisfont pas autant que le fait l'analyſe ſimple par la conſidération immédiate des objets mêmes.

La ſeconde Section traite des Triangles de la Méridienne conſiderés abſolument, ou dans tous les plans diverſement inclinés, dans leſquels ils ſe trouvoient. On rend compte de la meſure de la premiere baſe choiſie entre les deux chaînes de montagnes de la Cordelière dans la plaine d'Yarouqui. Ce travail fut fait en commun, comme il devoit l'être; l'Auteur de ce livre ſe vit enſuite obligé de ſe jetter dans diverſes recherches de Géométrie qu'on trouve ici, pour reduire à la ligne droite cette baſe dont toutes les parties ont différentes inclinaiſons, & ſont à différentes hauteurs. Il paſſe enſuite à l'examen du quart de cercle dont il s'eſt ſervi. Comme chaque Académicien étoit muni de ſes inſtrumens, il y a eu ſouvent trois déterminations des mêmes angles. L'Auteur ne détaille ici que ſon travail ou ſa liſte particuliere de la grandeur des angles de tous les trian-

gles, quoique la communication qui s'eſt faite à cet égard ait été parfaitement réciproque; mais il n'a pas voulu, ainſi qu'il l'a déclaré ailleurs, priver le Public du plaiſir d'entendre les deux autres Académiciens s'expliquer eux-mêmes. Il a ſeulement le ſoin de nous avertir que les différences qu'on trouvera entre les déterminations montreront que ce ſont divers Obſervateurs qui ont travaillé à part dans cette rencontre; mais qui ont travaillé avec la plus grande attention, & en pouſſant le ſcrupule auſſi loin qu'il étoit poſſible.

Une diſcuſſion qui ſera peut-être particuliere à l'Auteur & qu'on trouvera dans la ſeconde Section, roule ſur le choix qu'on peut faire entre différens ſyſtêmes de triangles pour déterminer par de grandes Opérations la longueur d'une Méridienne ou de tout autre intervalle. Tout devient matiere d'examen comme on le ſçait, lorſque nous nous approchons d'un objet par notre attention: mais l'Auteur croit avoir épuiſé ce ſujet qui demandoit à être diſcuté. Il a déterminé la meilleure forme des triangles dans tous les cas poſſibles, il a diſtingué les circonſtances dans leſquelles il faut multiplier les triangles, & celles dans leſquelles il faut en diminuer le nombre: Il a aprécié les avantages auxquels on peut prétendre, de même que les inconvéniens qu'on doit craindre. Il eſt vrai que lorſqu'il s'agit d'opérer ſur le terrein, on eſt preſque continuellement gêné par les circonſtances locales: mais il eſt toujours utile d'avoir préſentes à l'eſprit les vrayes regles ſur cette matiere, afin de ne les violer que le moins qu'il eſt poſſible, dans le tems même qu'on les viole le plus.

On fait dans la troiſiéme Section les réductions néceſſaires aux triangles dont on vient de parler. Il s'agit de les réduire à un certain niveau, & de rapporter leurs côtés à une certaine direction. Cette matiere ſeroit ici peu ſuſceptible d'extrait, par la raiſon même qu'on y a examiné juſqu'aux moindres cauſes d'alteration dans la

forme des triangles. L'Auteur abrégea considérablement le calcul en substituant dans sa partie la plus difficile la Trigonométrie sphérique à la rectiligne qu'on avoit employée jusqu'alors; & la plûpart des autres Observateurs adopterent cet expédient. On demêle les effets de la réfraction quant à la grandeur des angles reputés horisontaux, & quant à la hauteur apparente des objets. On a égard aux changemens de direction des lignes verticales, &c. Cette Section est terminée par le détail des opérations que fit l'Auteur pour déterminer la hauteur absolue des montagnes qui avoient servi à appuyer les triangles. Il fit exprès pour cela un voyage vers la mer du Sud dans les déserts de la Province des Emeraudes.

La quatriéme Section nous offre toutes les précautions qu'il faut prendre, pour déterminer l'amplitude d'un arc du Méridien par voye astronomique. On donne ici une espéce de traité sur la maniere de faire réussir les Observations par lesquelles on cherche la distance du Zénith à un Astre qui en est peu éloigné. On ne trouve presqu'aucune difficulté dans cette observation, lorsque l'Astre n'est qu'à une certaine hauteur, & lorsqu'il ne s'agit pas de pousser la précision jusqu'au dernier terme. La difficulté est encore diminuée, lorsqu'on ne se propose d'appercevoir que les seules variations dans la situation apparente d'une Etoile qui change de distance au Zénith; la stabilité tient alors lieu de presque toutes les autres perfections dans la construction de l'Instrument. Mais rien n'est plus délicat, & on peut regarder l'opération, comme une des plus difficiles de l'Astronomie pratique que de déterminer, non pas simplement les différences des distances au Zénith, mais les distances absolues mêmes; principalement lorsqu'on veut porter l'exactitude assez loin, pour se croire obligé de se servir d'un Secteur d'un très-grand rayon. L'Auteur ne donne pas les recherches qu'il publie sur ce sujet

comme difficiles, ce ſont des expériences ſur la fléxion des regles de métal qui entrent dans la conſtruction des inſtrumens; ce ſont des remarques d'Optique, ce ſont toutes les circonſtances des obſervations rigoureuſement peſées, &c. Mais il croit qu'on ne trouve ces recherches nulle part; & outre qu'il y en a quelqu'unes de curieuſes, elles ne peuvent pas manquer d'être de la plus grande importance, puiſqu'elles perfectionnent une partie très-étendue de l'Aſtronomie, & qu'elles aſſuroient le ſuccès d'un voyage qui intéreſſoit toute l'Europe ſçavante.

La cinquiéme Section contient les Obſervations mêmes, & on les place après les réfléxions contenues dans la Section précédente, parce qu'elles les ont effectivement ſuivies. Comme la ſéparation de M. Godin pouvoit faire craindre qu'on ne jettât de l'incertitude ſur bien des faits, l'Auteur eût le ſoin dès les premieres Obſervations qu'il fit avec M. de la Condamine pour déterminer l'amplitude de l'arc de la Méridienne, de dreſſer des Procès-verbaux de toutes les précautions qu'il avoit priſes dans la conſtruction, & dans la diſpoſition du Secteur dont ils devoient ſe ſervir. M. de la Condamine a atteſté la vérité de ces Procès-verbaux, de même que M. Verguin Ingénieur de la Marine qui y a auſſi mis ſon certificat, & le tout a été légaliſé avec les formalités uſitées dans le pays. Un Mémoire raiſonné ſur le même ſujet, & qui ſert de ſupplément aux Procès-verbaux deſtinés ſimplement à conſtater les faits, a auſſi été légaliſé à Quito.

Il eſt certain qu'on peut après cela compter ſur les Obſervations qu'on nous préſente; ſur tout ſi elles ont été aſſez répetées, pour qu'on n'ait point à y craindre ces erreurs variables & accidentelles, dans leſquelles on tombe quelquefois, quoiqu'on ne péche point contre les regles que preſcrit la Théorie. L'Auteur nous donne les Obſervations particulieres qu'il fit à l'extrémité

Auſtrale de la Méridienne pendant la plus grande partie de 1741 en lutant contre les obſtacles que mettoient le Ciel & la Terre conjurés pour ainſi-dire enſemble, le Ciel par ſes nuages, & la Terre par ſes tremblemens. Il communique après cela les Obſervations ſimultanées par leſquelles l'ouvrage fut terminé. Ces Obſervations quoique faites à plus de 60 lieues de diſtance les unes des autres étoient relatives & devenoient comme communes dans cette rencontre; & ſelon la remarque de l'Auteur, le Public n'a pû qu'y gagner de toutes manieres par l'attention ſcrupuleuſe qu'on ſçait que M. de la Condamine apporte dans toutes ſes Opérations.

Il n'eſt plus queſtion pour déterminer la figure de la Terre, après qu'on a découvert la grandeur du degré du Méridien aux environs de l'Equateur, qu'à comparer ce degré avec les autres qui ont été meſurés ailleurs. C'eſt l'objet de la ſixiéme Section, dans laquelle l'Auteur a donné la ſolution générale de tous les problêmes qu'on peut propoſer ſur cette matiere. Il avoit travaillé à ces problêmes pendant qu'il étoit au Pérou, & il lui a ſuffi en revenant de faire ſucceſſivement de nouvelles applications de ſes ſolutions générales, à meſure qu'il a été informé des diverſes opérations qu'on avoit faites en Europe pendant ſon abſence. Plus il a eû de *données* ou d'Elemens à faire entrer dans ſon calcul, plus la détermination de la figure de la Terre a reçu de traits qui l'ont perfectionnée. On voit dans le détail que fait l'Auteur, les différentes formes qu'il a ſucceſſivement attribuées à notre Globe, juſqu'à ce qu'il ſe ſoit à la fin arrêté à une derniere qui réſulte des quatre grandes Opérations faites par ordre du Roi. Il trouve que les accroiſſemens des degrés de latitude par rapport au premier ſont comme les quatriémes puiſſances des Sinus des latitudes; & que l'axe proprement dit eſt au diamétre de l'Equateur comme 178 eſt à 179.

Il a ſupprimé toutes ſes réflexions ſur la Théorie de

la

la Terre; il a crû devoir exclure d'un Livre de l'espece du sien tout ce qui étoit hypothétique, & n'y pouvoir adopter que les seules conséquences nécessaires, ou celles qu'il faut absolument admettre, pour ne pas aller contre l'autorité des Observations, & des expériences. Tout ce qu'il a crû devoir faire de plus, c'est après avoir donné ce qui a rapport à la figure exterieure de notre Globe, de communiquer dans une septiéme & derniere Section les faits qui peuvent nous éclairer autant que cela est possible sur la conformation interieure de cette grande masse. On trouvera dans cette derniere Section les expériences sur la longueur du Pendule, & sur des effets qui ont rapport à la gravitation universelle. Il paroît par ces différentes Observations que la Terre est beaucoup plus dense à proportion dans son interieur qu'à sa surface. Elle l'est quatre ou cinq fois plus, indépendamment de ce qu'il faut distinguer au moins des densités de trois divers degrés. Il suit de-là que la Terre ne peut guere avoir été une masse fluide dans son origine, l'eau n'y étant pas en assez grande quantité : & il en résulte que les causes secondes dont nous avons connoissance, n'ont jamais pû seules donner à la masse entiere une figure aussi reguliere que celle qu'elle, a selon toutes les Observations.

TABLE

Des principales matieres contenues dans cet ouvrage.

Relation abregée du Voyage fait au Pérou par Messieurs de l'Académie Royale des Sçiences.

I. *Description de la partie du Pérou qui est comprise entre la Mer & la grande chaîne de montagnes connue sous le nom de Cordelière.* page vij

Observations faites à *Monte-Christi* & détermination de la situation de la partie la plus occidentale de la côte du Pérou. jx

De la forme qu'ont les maisons dans cette contrée. x

Observations de deux Soleils à l'horison. xij

Qu'il est peu vraisemblable que cette côte ait été aussi peuplée que le rapportent la plûpart des Historiens. xjv

Forêts qui sont au Nord du Golfe de Guayaquil. *idem.*

Oiseaux, animaux & insectes. xvjj

De la grande chaleur qu'on ressent dans ces contrées. xxj

Combien le pays est humide. *idem.*

Que le pays est tout différent au Sud du golfe de Guayaquil. xxij

Pourquoi les pluyes sont si fréquentes au Nord de ce golfe & que c'est tout le contraire vers le Sud. xxiij

Rivieres qui traversent ces contrées. xxvij

II. *Description de la Cordelière du Pérou & du pays qu'elle renferme aux environs de Quito.* xxviij

De la difficulté qu'on trouve à monter la Cordelière *idem.*

Des environs de Quito & de l'interieur de la Cordelière. xxx
Bonnes qualités du pays. xxxiij
De la hauteur du ſol de Quito au-deſſus du niveau de la Mer. xxxvj
Accidens qu'y cauſe la ſubtilité de l'air. *idem.*
Que les deffaillances auxquelles les voyageurs ſont ſujets lorſqu'ils montent encore plus haut, ne viennent pas de la même cauſe, mais ſimplement de la laſſitude. xxxvij
Obſervations faites avec le Thermométre & le Barométre ſur le ſommet de Pichincha, qui eſt élevé de 2434 toiſes au-deſſus de la Mer. xxxjx
Regle pour trouver avec le Barométre dans la Cordelière la hauteur reſpective des montagnes. *idem.*
Explication d'une variation qui ſe fait chaque jour à certaines heures dans le Barométre à Quito. *idem.*
Raiſons que nous avons eues de ne pas porter les triangles de notre Méridienne le plus haut qu'il étoit poſſible. xl
Tonnerres qu'on entend rouler lorſqu'on eſt ſur les plus hautes montagnes. xlj
De la couleur différente que prennent les nuages, ſelon qu'on les regarde par deſſus ou par deſſous. xlij
Phénomène très-ſingulier qui ſe préſente lorſque l'ombre de l'Obſervateur ſe projette ſur un nuage. xliij
Du terme de la congélation ou du bas conſtant de la neige dans les montagnes de la Zone torride. xlvj
De la ligne ou ſurface courbe qui paſſe par le bas de la neige ſur toutes les montagnes du globe terreſtre. xlviij
Remarques ſur la hauteur du Pic de Teneriffe déterminée par le P. Feuillée. *idem.*
Du terme ſupérieur de la neige dans les montagnes. xljx
Explication du froid qu'on reſſent ſur les plus hautes montagnes. l

Pourquoi les alternatives du chaud & du froid indiquées par le Thermométre ſont beaucoup plus grandes en haut qu'en bas. lij

Combien il eſt difficile à cauſe du froid auquel on eſt expoſé ſur les gorges des montagnes de ſortir de la Cordelière & encore plus d'y entrer. ljv

Deſcription du Pas de Gouanacas. lv

Deux des Academiciens montent plus haut que le terme inférieur conſtant de la neige. lvj

*E*paiſſeur de la neige ſur les plus hautes montagnes. lviij

III. *Remarques ou obſervations particulieres ſur la nature du terrain, ſur les tremblemens de terre, les volcans, &c.* ljx

Que la Cordelière dans un aſſez grand eſpace entre Paſto & Popayan n'a guere que le quart de la hauteur qu'elle a aux environs de Quito. *idem*

Que l'or en poudre ne ſe trouve ordinairement que dans les endroits très-bas. *idem.*

Maniere dont on lave la terre pour en tirer l'or en poudre, au Choco & aux environs de Popayan. lx

Qu'on ne trouve point d'or en auſſi grande quantité aux environs de Quito, mais que le terroir de cette ville eſt de la plus grande fécondité. lxij

Qu'on ignore s'il ne ſeroit pas poſſible d'y rendre encore la terre d'un plus grand rapport. lxiij

Facilité qu'on a dans la Cordelière par le moyen des ravines de diſtinguer les différentes couches de terre juſqu'à une grande profondeur. lxv

Dénombrement de ces différentes couches au pied d'un volcan actuellement enflammé nommé Cotopaxi.

Carriere de pierres-ponces qui eſt 7 lieues au Sud de Cotopaxi dans la Cordeliére, aux environs de la petite ville de Latacunga. lxviij

Des deux inondations que causa Cotopaxi le 24 Juin & le 9 décembre 1742. *idem.*

Explication de ces inondations & celle que causa Cargaviraço le 20 Juin 1698. lxx

De la part que peut avoir le flux de la Mer aux tremblemens de terre. lxxji

Examen des tems de l'année où l'on est au Pérou le plus sujet aux tremblemens de terre. lxxiij

Que les mugissemens des Volcans & les jets de fumée se font par intervalles sensiblement égaux. lxxvij

Rapport qu'il y a entre les mugissemens des Volcans & les plus violentes secousses des tremblemens. lxxviij

IV. *Retour de l'Auteur depuis Quito jusqu'à la Mer du Nord par la riviere de la Magdeleine, observations sur l'aiman, &c.*

Facilités qu'on a dans tous ces pays là pour en lever la Carte. lxxx

Plusieurs déterminations Géographiques lxxxij

Observation sur l'inclinaison & la déclinaison de l'aiguille aimantée. lxxxiij

Irrégularités dans la déclinaison de l'aiman causées par des pierres exterieurement noires répandues sur le terrain en divers endroits. *idem.*

De quelques-unes de ces mêmes pierres que les Espagnols nomment *pierres-peintes.* lxxxjv

Observation & explication de l'égalité des forces qu'ont les poles magnétiques Boreal & Austral de la terre. *idem.*

Que les montagnes aux environs de la Magdeleine & de l'Orinoque sont formées de couches parfaitement horisontales & que le terrain paroît s'y être abaissé. lxxxjx

Cataracte du Bogota au-dessous de Santa Fé. xcj

Diverses sortes de ponts qui sont en usage dans ces contrées. xcij

Ardoise & pierre nommée Schite converties en

marbre. xcjv
Pétrifications vraies ou apparentes qu'on trouve souvent dans ces pays là *idem.*
Araignée nommée *Coya* qu'on y regarde comme extrêmement dangereuse. xcv
Serpent nommé *Tatacua.* xcvij

V. *Des Habitans du Pérou & de leurs mœurs.* xcviij
Bonnes qualités des Espagnols Amériquains. *idem*
Bonnes qualités des Indiens qui vivent en bas au dehors de la Cordelière. xcjx
Que ceux de ces Indiens qui ne sont point exposés à un hâle violent, n'ont pas la couleur de cuivre des autres. cj
Mœurs des Indiens qui vivent en haut dans la Cordelière. cij
Mœurs des Métices qui résultent du mêlange des Espagnols & des Indiens. ciij
Raisons du peu de progrès que font les Arts dans ces pays là. *idem.*
De divers monumens qu'ont laissé les anciens Indiens. cv
Plusieurs autres remarques qui restent à faire sur tous les sujets précedens & sur d'autres. cvj

Explication du profil & de la vûe de la Cordelière du Pérou aux environs de Quito. cvij

SUITE DE LA TABLE.

La figure de la Terre déterminée par les observations faites au Pérou par Messieurs de l'Académie Royale des Sçiences. pag. 1.

PREMIERE SECTION.

DU choix entre les opérations qui peuvent servir à déterminer la figure de la Terre. page 2

Examen des erreurs qu'on est sujet à commettre dans la mesure des degrés du Méridien. 5

Examen des erreurs qu'on est sujet à commettre dans la mesure des degrés de longitude. 8

Remarques générales sur les proprietés qui sont communes aux Méridiens de différentes courbures, dans lesquels les degrés changent inégalement mais selon la même loi. 14

De la précision avec laquelle on peut obtenir le rapport qu'il y a entre les deux axes de la Terre par les diverses comparaisons des degrés de latitude & de longitude. 21

De la nature des Méridiens, dans lesquels l'excès ou le défaut des degrés par rapport au premier, est proportionel au Sinus des latitudes. 23

De la nature des Méridiens dans lesquels la longueur des degrés augmente ou diminue selon une progression arithmétique composée. 26

SECONDE SECTION.

Des triangles de la Méridienne de Quito considerés absolument, avec les précautions qu'on a prises pour en mesurer les angles & obtenir la longueur de leurs côtés. 37

De la base mesurée dans la plaine d'Yarouqui. idem.

De la reduction à la ligne droite de la base mesurée actuellement. 45

Détail plus particulier de diverses circonstances de l'opération faite dans la plaine d'Yarouqui. 55

Description des quarts de cercles qui ont servi à la mesure géometrique de la Méridienne, avec les diverses précautions qu'on a prises pour reduire les angles au centre des stations. 60

Examen particulier du quart de cercle dont on s'est servi. 61

De la reduction des angles au centre de chaque station. 68

De la mesure des angles qui sont dans des plans fort inclinés. 74

Du choix qu'on doit faire entre les triangles afin de mesurer avec plus d'exactitude la longueur de la Méridienne. 78

Examen du divers degré de bonté des angles selon leurs différentes grandeurs 82

De la maniere de bien conditionner les triangles. 86

Examens des erreurs qu'on est sujet à commettre, lorsqu'on divise par parties la longueur qu'il s'agit de déterminer & qu'on decouvre successivement ces parties par des triangles qui se suivent. 91

De la marche que nous avons suivie pour mesurer les angles; avec la liste de nos triangles depuis le Nord de Quito jusqu'au Sud de Cuenca. 98

Détermination particuliere des endroits où ont été faites les observations Astronomiques. 113

TROISIEME SECTION.

Dans laquelle on reduit les triangles au plan de l'horison, & on compare leurs côtés à la direction de la Meridienne. 116

Des hauteurs des stations les unes par rapport aux autres. 116

Méthode

Méthode de déterminer la hauteur relative des stations 117

Angles de hauteurs & de depressions apparentes observées à chaque station. 119

Hauteurs des stations de la Méridienne & de quelques autres montagnes au-dessus du niveau de Carabourou extrêmité Septentrionale de la premiere base. 124

De la reduction des côtés des triangles de la Méridienne à l'horison. 126

Liste des côtés occidentaux des triangles de la Méridienne reduits à l'horison & au niveau de Carabourou, exprimés en centiémes de toises. 130

De la reduction des angles des triangles de la Méridienne à l'horison. 131

Examen de l'erreur qu'on commet en reduisant les angles à l'horison par la méthode précédente. 132

Angles aux stations occidentales de la Méridienne, reduits à l'horison. 135

De la direction des côtés des triangles comparés au Méridien. 137

Directions des côtés occidentaux des triangles de la Méridienne. 138

Diverses observations Astronomiques pour vérifier la direction des côtés des triangles. 142

De l'exacte longueur de la Méridienne. 147

Différences en latitude & en longitude reduites au niveau de Carabourou, exprimées en centiémes de toises, entre toutes les stations occidentales consecutives des triangles de la Méridienne. 150

De la situation de Quito par rapport aux triangles de la Méridienne. 153

De la hauteur absolue des stations de la Méridienne par rapport au niveau de la Mer, & de la diminution qu'il faut faire en conséquence à la longueur du premier degré du Méridien mesuré dans la Cordelière. 157

Descente vers la Mer par la Province des Emeraudes. 159

Retour à Quito : Opérations pour placer plus exactement Ilinissa par rapport aux triangles de la Méridienne & conclure sa hauteur au-dessus de la Mer. 163

De la diminution qu'il faut faire à la longueur du degré du Méridien, pour le reduire au niveau de la Mer. 167

Qu'il n'y a aucune erreur à craindre dans la reduction précédente, quoique les lignes verticales ne soient pas droites. 168

QUATRIEME SECTION.

Des précautions qui ont été prises dans les observations Astronomiques faites aux deux extrêmités de la Méridienne. 172

De la forme générale du Secteur pour faire les observations Astronomiques. 176

De la suspension de l'instrument. 178

De la matiere dont on doit faire l'instrument. 182

De la longueur que doit avoir la lunette par rapport au rayon du Secteur. 187

De la nécessité de donner la même longueur à la lunette qu'au rayon de l'instrument, & d'attacher l'objectif au haut du rayon. 189

De la maniere de rendre l'axe optique de la lunette parallele au plan du Secteur. 199

De la maniere de mettre les soyes du Micrométre exactement au foyer de la lunette. 202

Que le foyer dans les grandes lunettes est différent selon la constitution des yeux de l'Observateur & selon aussi qu'on enfonce ou qu'on retire l'oculaire. 203

Moyens de se précautionner contre les variations que souffre le foyer dans les grandes lunettes. 208

De la maniere de graduer le Limbe. 214

De la maniere de donner au plan de l'instrument la direction qu'il doit avoir. 219

Examen de l'erreur qu'on a été sujet à commettre en ob-

servant la hauteur des Astres avec un instrument dont la lunette étoit déviée, lorsqu'on mettoit cet instrument exactement dans le plan du Méridien. 221

Examen de l'erreur qu'on a été sujet à commettre, lorsqu'au lieu de mettre l'instrument dans le plan du Méridien, on a fait passer l'Astre à l'instant de la mediation par le centre de la lunettre quoique deviée. 223

CINQUIEME SECTION.

Détail des observations Astronomiques faites pour déterminer l'amplitude de la Méridienne de Quito, & pour conclure la grandeur du premier degré de latitude. 227

Relation des observations faites à Quito pour déterminer l'obliquité de l'écliptique au dernier solstice de 1736 & au premier de 1737 avec un instrument de 12 pieds de rayon. 230

Additions au Mémoire précédent, premier éclaircissement. 241

Second éclaircissement sur les observations faites pour déterminer l'obliquité de l'écliptique. 249

Observations faites exprès aux deux extrêmités de la Méridienne de Quito, pour en déterminer l'amplitude. 258

Observations faites à Mama-Tarqui en 1741. 262

Autres observations faites un an après aux deux extrêmités de la Méridienne. 267

De l'amplitude de l'arc de la Méridienne de Quito, & de la grandeur du premier degré de latitude. 272

SIXIEME SECTION.

Qui contient diverses recherches sur la figure de la Terre & sur les proprietés de cette figure. 276

Méthode générale d'assujettir la figure de la Terre à la grandeur particuliere de quel nombre on veut de divers degrés du Méridien. 277

Examen de plusieurs cas particuliers & premierement de

celui dans lequel les accroissemens des degrés du Méridien sur le premier, sont proportionels aux quarrés des Sinus des latitudes. 287

Examen de l'hypothèse particuliere dans laquelle les accroissemens des degrés du Méridien sont proportionels aux cubes des Sinus des latitudes. 287

De l'hypothèse dans laquelle l'accroissement des degrés est proportionel à la quatriéme puissance des Sinus des latitudes. 288

Détermination du rapport qu'il y a entre les deux axes de la Terre dans l'hypothèse précédente. 289

Autre solution du même problême. 291

Troisiéme solution du même problème sur d'autres données, *avec des remarques sur le choix qu'on peut faire entre ces différentes déterminations.* 295

Table de la longueur des degrés terrestres, dans la supposition que les accroissemens des degrés du Méridien à l'égard du premier, suivent le rapport des quarrés des Sinus des latitudes. 298

Table de la grandeur des degrés terrestres dans la supposition que les accroissemens des degrés du Méridien à l'égard du premier, suivent le rapport des quarrés quarrés des Sinus des latitudes. 305

Table des Co-ordonnées des Méridiens terrestres & de leur gravicentrique. 306

Diverses recherches sur les proprietés géometriques de la figure de la Terre, & premierement sur la rectification des Méridiens. idem

Rectification du Méridien lorsque les accroissemens de ses degrés sont proportionels aux quarrés des Sinus des latitudes. 307

Solution du même problême, lorsque les accroissemens des des degrés du Méridien par rapport au premier sont proportionels aux quarrés quarrés des Sinus des latitudes. 310

De la longueur des degrés terrestres considerés comme degrés de grands cercles, dans des directions différentes du

Méridien, & premierement dans la direction perpendiculaire. 311

De la longueur des degrés de grands cercles situés obliquement par rapport au Méridien. 314

De la longueur des degrés de petits cercles paralleles à l'Equateur. 316

Corrections pour la reduction des degrés de longitude. 319

De la construction des tables loxodromiques & de celles des parties méridionales ou des latitudes croissantes ou reduites. idem

Corrections dont ont besoin les tables ordinaires des latitudes croissantes. 326

SEPTIEME SECTION.

Détail des expériences ou observations sur la gravitation avec des remarques sur les causes de la figure de la Terre. 327

Détail des expériences faites pour déterminer la longueur du pendule à secondes. 329

Reductions qu'il faut faire aux longueurs du pendule trouvées immédiatement par l'expérience. 338

Longueurs reduites du penduie à secondes, ou telles quelles seroient si les pendules faisoient leurs oscillations dans le vuide. 342

Comparaison de la pesanteur & de la force centrifuge que contractent les graves par le mouvement de la terre autour de son axe, avec des remarques sur les effets de ces deux forces. 343

Table des accourcissemens causes aux pendules à secondes par la force centrifuge qui resulte du mouvement de la terre. 346

Que la force centrifuge produite par le mouvement de la terre autour de son axe ne suffit pas pour produire les différences observées dans la pesanteur. 347

Que la pesanteur primitive ne tend pas vers un point unique comme centre. 353

Remarques sur la diminution que reçoit la pesanteur à

différentes hauteurs au-dessus du niveau de la Mer. 357
Mémoire sur les attractions & sur la maniere d'observer si les montagnes en sont capables. 364
Examen des attractions sur Chimboraço. 379
Hauteurs méridiennes observées dans la premiere station au pied de la montagne. 382
Hauteurs méridiennes observées dans la seconde station. 385
Additions au Mémoire precédent. 390

Fin de la Table.

EXTRAIT DES REGISTRES De l'Académie Royale des Sçiences.

Des 16 & 29 Novembre 1748.

MOnsieur Bouguer ayant lû en plusieurs seances des années 1744 & 1745 le rapport des observations faites au Pérou pour déterminer la figure de la Terre, l'Académie a jugé cet ouvrage digne d'être donné au Public & a décidé qu'il seroit imprimé comme fait par son ordre. En foi de quoi j'ai signé le présent certificat. A Paris ce 30 Avril 1749.

Signé, GRANJEAN DE FOUCHY, *Sécrétaire perpetuel de l'Académie Royale des Sciences.*

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Notre ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES Nous a très-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû lui donner par un Réglement nouveau, de nouvelles marques de notre

affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sçiences, qui font l'objet de ses exercices ; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnés au Public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilége, attendu que celles que Nous lui avons accordées en date du six Avril 1693 n'ayant point eû de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13 Août 1704. celles de 1713. & celles de 1717. étant aussi expirées ; & désirant donner à notredite Académie en corps, & en particulier à chacun de ceux qui la compsent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public, Nous avons permis & permettons par ces présentes à notredite Académie, de faire vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choisir, *Toutes les Recherches ou Observations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les assemblées de notredite Académie Royale des Sciences ; comme aussi les Ouvrages, Mémoires, ou Traités de chacun des Particuliers qui la composent, & generalement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression* ; & ce pendant le tems & espace de quinze années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance : comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires, & autres d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages ci-dessus spécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce soit, d'augmentation, correction, changement de titre, feuilles même séparées, ou autrement, sans la permission expresse & par écrit de notredite Académie, ou de ceux qui auront droit d'Elle, & ses ayans cause, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de dix mille liv. d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts : à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles ; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que notredite Académie se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725. & qu'avant que de les exposer en vente, les Manuscrits ou

Imprimés qui auront servi de copie à l'impression desdits Ouvrages; seront remis dans le même état, avec les Approbations & Certificats qui en auront été donnés, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin: & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliotheque publique du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin, le tout à peine de nullité des Présentes: du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir notredite Académie, ou ceux qui auront droit d'Elle & ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement: Voulons que la Copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin desdtis Ouvrages, soit tenue pour duement signifiée, & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secrétaires, foi soit ajoutée comme à l'original: Commandons au premier notre Huissier, ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, non-obstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires: Car tel est notre plaisir. Donné à Fontainebleau le douziéme jour du mois de Novembre, l'an de grace mil sept cent trente-quatre, & de notre Regne le vingtiéme. Par le Roi en son Conseil.

Signé, SAINSON.

Registré sur le Registre VIII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris. Num. 792. fol. 775. conformément aux Réglemens de 1723 qui font défenses, art. IV. à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire distribuer aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement; à la charge de fournir les Exemplaires prescrits par l'art. CVIII. du même Réglement. A Paris le 15 Novembre 1734. G. MARTIN, Syndic.

RELATION ABRE'GE'E
DU VOYAGE
FAIT AU PEROU

Par Messieurs de l'Académie Royale des Sçiences, pour mesurer les Degrés du Méridien aux environs de l'Equateur, & en conclurre la Figure de la Terre.

L'ACADEMIE a été si exacte à publier tout ce qu'elle a fait pour déterminer la grandeur & la figure de la Terre, que je puis supposer que l'Assemblée est parfaitement instruite de l'état de la question. * Tout concouroit à nous apprendre que la Terre n'étoit pas exactement sphérique, aussi bien les expériences qu'on avoit faites sur la pesanteur des corps, qui va en diminuant à mesure qu'on

* Une partie de ce Discours a été lûe dans l'Assemblée publique de l'Académie Royale des Sçiences le 14 Novembre 1744.

avance vers l'Equateur, que les différentes opérations entreprises en France pour mesurer la grandeur des degrés tant de latitude que de longitude; mais on se trouvoit conduit à des conclusions tout opposées sur le sens dans lequel étoit le défaut de sphéricité. La Géométrie & la Physique paroissoient se trouver en contradiction, sans qu'on vît assez le moyen de les concilier; c'étoit une contestation suscitée entre les Philosophes, & non pas une de ces disputes purement spéculatives, qui ne sont d'aucune importance pour la pratique. L'Académie même se trouvoit indécise, & ses doutes ne pouvoient être entierement dissipés que par des voyages entrepris vers le Pole & vers l'Equateur. Tant qu'on ne compare que les seuls degrés de latitude mesurés dans un espace peu étendu, leur inégalité qui est trop petite, ne se manifeste pas assez au travers des erreurs auxquelles toutes nos opérations sont sujettes. Ce n'est plus la même chose, si l'on compare des degrés mesurés dans des régions fort éloignées les unes des autres, comme des degrés mesurés proche le Cercle polaire & proche l'Equateur. La différence qui est formée de toutes les petites différences reçûes de degré en degré, ou qui en est la somme, doit, parce qu'elle est beaucoup plus grande, se dégager beaucoup mieux des erreurs inévitables, & les conséquences qu'on en tire, acquierent une certitude qu'elles n'avoient pas.

S'il avoit été nécessaire pour la perfection de la Navigation de déterminer la grandeur de la Terre ou la grandeur moyenne de ses degrés, il n'étoit pas moins utile de connoître sa figure avec une certaine exactitude. On ne pouvoit pas distinguer si les accidens qui n'arrivent encore que trop souvent en Mer, devoient être imputés à la négligence des Pilotes qui n'observent pas assez scrupuleusement les préceptes de leur art, ou si le défaut ne vient pas de plus loin & de ce que l'Art même est trop imparfait, lorsqu'il fonde sur la sphéricité de la

Terre la plûpart des maximes qu'il propose. C'est ce qu'il falloit nécessairement vérifier, & dût-on apprendre que l'irrégularité de la figure étoit insensible, il ne falloit pas négliger de s'en assurer. Je laisse à part tous les autres avantages qui devoient se présenter chemin faisant : nous ne pouvions pas manquer de nous proposer diverses vérifications de conséquence sur différens sujets. Nous devions en traversant les Pays travailler à en faire la description & à en perfectioner les Cartes : nous devions faire des observations sur l'Aiman, examiner le poids de l'air, ses degrés de condensation, ses élasticités, les réfractions & diverses autres choses que l'occasion nous offriroit. Peut-être même que tous ces accessoires bien considerés ne seroient gueres moins importans, pris ensemble, que ce que nous regardions comme l'objet principal de notre mission.

Le voyage des Académiciens envoyés au Cercle polaire ne fut projetté qu'après le nôtre ; il a été beaucoup plus court, & le Public en a déja heureusement recueilli le fruit ; au moins autant que la chose étoit possible, en attendant qu'il se formât un résultat commun, dernier objet de tous les voyages entrepris. Pour nous qui devions aller vers le Midi, & qui étions destinés à éprouver tous les obstacles qu'on peut imaginer, nous devions nous rendre à l'Equateur ; & on voit clairement que nous ne devions pas aller au-delà, puisque les degrés du Méridien ne peuvent guere manquer de subir le même changement de l'autre côté, & que si on alloit assez loin, on les retrouveroit égaux à ceux de France. On ne peut pas douter qu'il n'y ait quelque sorte de conformité entre les deux hémispheres du Nord & du Sud : si les degrés augmentent d'un côté, ils doivent aussi augmenter de l'autre, quand même ils ne suivroient pas exactement la même loi. Il falloit donc nous arrêter à l'Equateur pour déterminer, comme cela étoit nécessaire, l'inégalité, soit en excès, soit en défaut, lorsqu'elle est la plus grande.

M. le Comte de Maurepas qui, par l'amour qu'il a pour les Sçiences, saisit tout ce qui peut contribuer à leur avancement, ne perdit de vûe aucune des utilités qui pouvoient se concilier à notre voyage ; il applanit toutes les difficultés, & nous avons senti aux extrêmités de la Terre, que nous voyagions sous ses auspices. Nous étions trois Académiciens, M. Godin, M. de la Condamine & moi, sans compter M. de Jussieu Docteur Régent de la Faculté de Médecine de Paris, qui est frere de deux Académiciens de même nom, & que la Compagnie ne s'est acquis que depuis notre départ. Il devoit travailler comme il l'a fait avec soin, à l'Histoire naturelle des contrées que nous parcourrions; M. Seniergues Chirurgien devoit l'aider, & pouvoit, outre cela, nous être quelquefois d'un grand secours. Nous avions besoin de plusieurs personnes, soit pour dessiner, soit pour vérifier des calculs, ou pour nous aider à reconnoître le pays : on nous joignit pour cela M. Verguin Ingénieur de la Marine, & Messieurs Couplet, Desodonnais, de Morainville & Hugot. Ce dernier qui est Horloger devoit prendre soin de nos Instrumens.

M. Godin avoit plus d'un titre pour se trouver à la tête de notre Compagnie. Outre qu'il étoit mon ancien, il avoit le mérite d'avoir proposé le voyage. Pour moi, je ne pensois nullement à prendre part à cette entreprise, lorsque tout étant disposé & le départ étant prochain, plusieurs des Mathématiciens ou Astronomes sur lesquels on comptoit, ne purent suivre les mouvemens de leur zéle, ou parce qu'ils se trouverent incommodés ou parce que le soin de leurs affaires qui avoient changé de face, les attachoit à Paris. Cette considération seule suffit pour me faire vaincre la répugnance que ma santé peu forte m'avoit toujours donnée pour les voyages sur Mer. Cependant, quoique notre absence soit devenue extrêmement longue par divers incidens auxquels je n'ai pas eu la moindre part, je ne me repentirai pas de m'être dé-

terminé trop legerement, si j'ai eu le bonheur par mes efforts particuliers de faire quelque chose d'utile pour le Public.

On doit considérer que nous ne nous sommes pas bornés à mesurer l'étendue d'un seul degré du Méridien: l'arc que nous avons déterminé en a plus de trois; de sorte que notre travail par ce seul endroit a été trois fois plus long & plus pénible que celui qui a été consommé en Laponie, & qui a reçû tant de justes aplaudissemens. D'un autre côté si nous avons eu à surmonter une infinité d'obstacles, il s'en est présenté plusieurs qui étoient comme inséparables de pareilles tentatives; lorsqu'il s'agit de passer au-delà de l'Océan dans des Pays si reculés que la communication avec l'Europe en est rendue extrêmement difficile, & lorsque le succès de la mission dépend d'un grand nombre de circonstances & du concours de plusieurs personnes. Les difficultés morales se sont multipliées, & elles se sont jointes aux locales & aux Physiques. Celles-là ont été si grandes qu'il seroit comme impossible de les décrire, & on jugera de l'extrêmité où ont été portées les dernieres, quand on sçaura que la grande hauteur des montagnes qui en Europe a ordinairement contribué à la promptitude de ces sortes d'opérations, nous étoit au contraire tout à fait nuisible; ou parce que postés trop haut nous étions presque toujours plongés dans les nuages, ou parce que les tempêtes enlevoient nos signaux, & nous réduisoient souvent à la fâcheuse nécessité de ne penser qu'à notre propre conservation. Il nous a quelquefois fallu acheter par un mois & demi de patience un seul quart-d'heure de beau tems; & telle de nos Stations, nous a plus arrêtés qu'on ne le seroit en Europe par le travail d'une Méridienne entiere. Nous opérions outre cela dans un Pays que ses propres Habitans ne connoissoient pas; & il nous falloit pénetrer presque continuellement dans des deserts où nous ne trouvions de sentiers que ceux des bêtes fauves.

Nous ne pouvions pas sans Passeport entrer sur les terres de la domination Espagnole, qui sont ordinairement interdites au-delà des Mers à tous les Etrangers : nous avions même besoin d'une permission spéciale. Sa Majesté Catholique ne consentit pas simplement que l'ouvrage se fit dans l'endroit du Pérou que nous voudrions choisir, Elle s'en déclara la protectrice, en donnant ses ordres à ses Vice-Roys & à son Audience de Quito ; & elle nomma en même tems deux Officiers de Marine Lieutenans de Vaisseaux, Dom George Juan Commandeur d'Aliaga dans l'Ordre de Saint Jean de Jérusalem, & Dom Antonio de Ulloa, pour assister de sa part à toutes nos opérations. Nous les trouvâmes à Cartagène d'Amérique où ils étoient arrivés quelques mois avant nous, en y passant en droiture de Cadix. Il est bien flatteur pour les deux Nations unies d'avoir pû penser à l'examen de la figure de la Terre pendant que l'heureux succès de leurs armes rendoit l'Europe étonnée, & l'occupoit de tout autre soin. Cependant si nous avions le bonheur de réussir, l'utilité de notre voyage devoit être commune à toutes les Nations ; toutes devoient en profiter également. Il est propre à nos Rois de ne pas borner l'avantage qui naît de leurs glorieuses entreprises, à une seule région ou à un seul siécle : en étendant d'une maniere si généreuse leurs bienfaits à toute l'humanité, ils se montrent les Rois ou comme les Peres de tous les Peuples. Tout ce qu'ordonne le Monarque chéri auquel nous obéissons, porte ce caractere de bonté & de sagesse.

Je partagerai ce discours en différens articles, afin de mieux décrire un pays que nous n'avons eu que trop d'occasions de bien connoître. Nos voyageurs François n'y ont guere pénetré ; & l'idée qu'on s'en forme n'est ordinairement fondée que sur le rapport de personnes qui n'étoient pas à portée de se livrer à un examen suivi des choses. C'est ce qui m'a fait croire qu'un détail un

peu circonſtancié feroit plaiſir, en attendant que je puiſſe donner une relation complette de tout le voyage. Ce détail peut d'ailleurs répandre quelque clarté ſur les opérations de la meſure de la Terre dont j'ai à rendre compte.

I.

Deſcription de la partie du Pérou qui eſt compriſe entre la Mer & la grande chaîne de Montagnes connue ſous le nom de Cordelière.

Nous nous embarquâmes à la rade de la Rochelle le 16 Mai 1735, ſur un Vaiſſeau de Roi, & nous paſſâmes heureuſement à Saint-Domingue, après avoir relâché à la Martinique, où nous reſtâmes quelques jours. Nous fîmes dans ces deux Iſles diverſes obſervations dont on a déja vû quelques-unes dans les Mémoires de l'Académie. Nous meſurâmes la hauteur de différentes montagnes ſur leſquelles nous montâmes, en nous propoſant quelques recherches particulieres; nous nous eſſayions ſans le ſçavoir, à eſcalader d'autres montagnes incomparablement plus hautes, celles qui forment cette fameuſe chaîne connue ſous le nom de *Cordelière*, & dont on ne connoît gueres en Europe que le nom. Nous fîmes un aſſez long ſéjour à Saint-Domingue, d'où nous partîmes le 30 d'Octobre pour nous rendre à Cartagène. Nous paſſâmes enſuite à Porto-Bello, & ayant traverſé l'Iſthme, nous nous embarquâmes à Panama ſur la Mer du Sud, & nous touchâmes pour la premiere fois à la côte du Pérou le 9 Mars 1736, en mouillant dans la rade de Manta, où nous nous étions propoſés de relâcher.

On a déja été informé ici que M. de la Condamine & moi nous nous ſéparâmes alors du reſte de la compagnie, parce que nous crûmes pouvoir faire quelqu'uſage de notre tems dans cette partie de la côte où les grandes pluyes avoient déja ceſſé, au lieu qu'on nous aſſu-

roit qu'elles continueroient encore long-tems plus loin ou plus vers le midi, & que le chemin de Quito seroit interdit jusqu'au mois de Juin.

Nous vîmes M. Godin remettre à la voile avec le reste de la compagnie, pour aller débarquer à Guayaquil, & nous n'eûmes pas lieu de nous repentir du parti que nous avions suivi; notre séjour nous valut une connoissance assez parfaite de cette côte, qui étant la partie la plus avancée vers l'Occident de l'Amérique méridionale, demandoit à être déterminée avec une exactitude particuliere. Nous examinâmes la longueur du pendule sous l'Equateur, & je m'y occupai beaucoup en mon particulier des réfractions astronomiques.

Ce fut le lendemain du départ de M. Godin que nous nous rendîmes au Village de *Monte-Christi* au pied de la montagne de même nom qui est fameuse dans toutes ces Mers & qui offre aux Navigateurs qui viennent de loin un point de reconnoissance. C'est la demeure des anciens habitans de Manta, qui pour se soustraire aux insultes des Pirates, se sont éloignés de la côte où ils demeuroient auparavant. Nous nous logeâmes dans la maison du Roi, * maison qu'on doit regarder comme une espece d'Hôtel de Ville, mais qui n'étoit construite que de roseaux, comme les autres cabanes. Elle étoit élevée sur des pieux hauts de sept à huit pieds; & on y montoit par un escalier qui n'étoit formé que de deux roseaux beaucoup plus gros, dans lesquels on avoit pratiqué des entailles propres à recevoir les pieds. Le Jeudi 15 au matin les Indiens vinrent nous trouver; ils avoient à leur tête leurs Alcades ou Magistrats tenant en main leur baguette, qui est la marque distinctive de leur autorité. Ils nous présenterent quelques fruits, & nous annoncerent que Dom Joseph de Olabès y Gamaroa Commandant de *Puerto-Viejo* leur avoit donné ordre par ses lettres d'avoir pour nous les mêmes attentions que pour lui-même. Nous choisîmes à environ un tiers de lieue

* La Casa Real.

lieuedu Village un poste plus commode pour nous servir d'Observatoire. Nous nous y établîmes sous un toit que nos bons amis les Indiens nous éleverent avec facilité, vû l'extrême simplicité de l'Architecture qui est en usage dans le Pays. Nous tentâmes inutilement M. de la Condamine & moi d'employer la méthode que j'ai exposée dans les Mémoires de l'Academie de 1735 pour déterminer l'instant de l'Equinoxe. Le Soleil fut visible le soir, sans l'être le matin; ce qui joint à quelques accidens nous fit manquer les observations correspondantes dont nous avions besoin. Le Ciel couvert nous fit aussi manquer quelques Eclipses des satellites de Jupiter; mais il nous permit d'observer la fin de l'Eclipse de Lune du 26 Mars 1736 au soir. Observation qui devient extrêmement importante par ses circonstances, puisqu'elle fixe la situation de toute cette côte qui est la plus Occidentale de l'Amérique méridionale. * Elle nous apprend que Monte-Christi dont la latitude est Australe de 1d 2′ est 13 ou 14 lieues à l'Occident du méridien de Panama ou de Porto-Bello, & que le Cap *St. Lorenzo* qui est près de quatre lieues plus à l'Ouest, est environ 54′ de degré à l'Occident du même Méridien.

Je fus en mon particulier plus heureux en fait d'observations à l'embouchure de la riviere de Jama, au Nord du Cap-passado, à 9′ de l'Equateur du côté du Sud.

* La Lune quoique plongée dans l'ombre ne cessa pas d'être visible : on ne pouvoit observer que l'Emersion.

Tems vrais.			
7h	26′	40″	Premier instant de l'Emersion.
7	34	31	Aristarque sorti.
7	47	0	Platon sorti.
7	52	17	Tycho commence à sortir.
7	53	23	Tycho tout hors de l'ombre.
7	57	47	Manilius est sorti.
8	6	24	*Mare serenitatis* toute hors de l'ombre.
8	13	25	*Mare nect.* toute hors de l'ombre.
8	18	42	*Mare cris.* toute hors de l'ombre.
8	19	17	Petavius est sorti.
8	20	18	Langrenus est sorti.
8	23	27	Fin de l'Eclipse.

Nous ne nous y rendîmes qu'après avoir été passer quelques jours à *Puerto-viejo* chez Dom Joseph de Olabès qui nous reçût parfaitement bien. Puerto-viejo est un des plus anciens établissemens des Espagnols au Pérou. Ce lieu conserve le titre de Cité qu'il mérite aussi peu que celui de port, puisqu'il est retiré dans les terres & que la Riviere qui y passe est peu considérable. On y trouve néanmoins un assez grand nombre d'Espagnols mais très-pauvres. Ils ont de la cire & du coton, & ils cultivent assez de cacao & de tabac, pour en envoyer un peu au-dehors; mais la difficulté des chemins & le défaut de navigation rendent leur commerce très-languissant, & ce n'est même que par quelque espece de hasard qu'il se présente des occasions de vente.

Nous remarquâmes en cet endroit, comme dans tous les autres où nous passâmes, quelques maisons fort jolies, qui sous un toit couvert de paille ou de feuilles de Palmiers, contenoient un assez grand nombre de pieces & qui joignoient à leurs autres embellissemens, si l'on peut se servir de ce terme, des galeries & des balcons. Les roseaux y servoient de poutres, de solives & même de planches. Ces roseaux dont on tire tant d'utilités, sont gros comme la jambe. On les fend sur toute leur longueur d'un seul côté, lorsqu'on veut les faire servir de planches; on les ouvre, en rompant les diaphragmes qui sont au-dedans, & on les étend; ce qui donne des planches toutes préparées, aussi longues que les nôtres, & larges quelquefois de plus de 15 pouces. On s'en sert pour faire les planchers, les cloisons, & toute la fermeture exterieure; & on lie toutes les parties du bâtiment avec des racines d'arbres ou avec des cordes faites d'écorce; de sorte qu'il n'entre pas un morceau de fer dans tout l'édifice. Rien ne s'accomode mieux avec l'éloignement qu'ont pour le travail tous les gens du pays, qui en se donnant un peu plus de peine, trouveroient dans les forêts, des matériaux plus solides & plus

durables. Il eſt vrai qu'en bâtiſſant leurs maiſons avec plus de ſoin, elles coûteroient auſſi beaucoup davantage; & d'ailleurs il ne s'agit toujours pour eux que de ſe garantir de la trop grande ardeur du Soleil, ou des pluyes qui ſont fréquentes. Pour peu qu'on marche dans ces maiſons ou qu'on s'y remue, tout l'édifice gémit. Les accidens du feu y ſont auſſi fort à craindre; mais comme les ameublemens ſe reſſentent de la ſimplicité du reſte, le dommage ne peut jamais être conſidérable.

De Puerto-viejo, nous allâmes à Charapoto, autre établiſſement où il y a encore quelques Eſpagnols. Delà nous nous rendîmes à la Canoa & enſuite au Nord du Cap Paſſado. En allant à la Canoa nous paſſâmes par la Baye de Caracas, eſpece de Port dont la Nature a faite toutes les avances. Cette Baye à laquelle on a cru trouver apparemment quelque conformité avec Caracas qui eſt ſur la mer du Nord, a une entrée aſſez étroite, & eſt néanmoins très-vaſte; elle a dans le voiſinage une infinité de bois propres à la conſtruction des Navires. Auſſi les Eſpagnols qui y avoient fondé une Ville dont on voit les ruines vers l'entrée, y établiſſent-ils encore de tems en tems des atteliers.

Nous trouvions pour reſſource, dans tous les lieux qui n'étoient pas abſolument deſerts, des bananes, quelques autres fruits, du laitage, des œufs & quelques volailles. Dans les autres endroits, nous y ſubſiſtions de riz & de proviſions que nous portions avec nous; les bananes & les galettes de mays, qui n'ont de défaut que d'être extrêmement ſeches, nous tenoient lieu de pain.

Les Indiens nous fourniſſoient les chevaux dont nous avions beſoin; & ils nous faiſoient profiter du flux & reflux de la Mer pour marcher en bas ſur la plage, lorſqu'il n'y avoit pas de chemin pratiqué en haut ſur la côte. Ce pays s'eſt trouvé très-propre pour la multiplication des chevaux; ils y ſont en aſſez grand nombre, depuis que les Eſpagnols y en ont tranſportés d'Euro-

pe. Ce n'eſt pas au ſoin qu'on en prend, qu'on doit leur bonté; c'eſt à peu près comme dans nos Iſles. On les laiſſe toujours dehors, même pendant la nuit: on ne les ferre jamais; & ils ſont quelquefois d'une maigreur qui excite la compaſſion du Cavalier; mais tout cela n'empêche pas qu'ils ne ſoient d'un excellent ſervice. Nous avions encore, lorſqu'il s'agiſſoit de ſuivre la côte, un autre genre de voiture. Nous trouvions quelques Pirogues qui ſont des canots ou bateaux formés d'un ſeul tronc d'arbre, dans leſquels on ne laiſſe pas de s'éloigner aſſez conſidérablement de terre, & même d'entreprendre de doubler les Caps, lorſque la Mer n'eſt pas agitée.

Nous nous propoſions par toutes nos courſes de mieux connoître le Pays: mais en même tems que nous avions en vûe la perfection de la Géographie, nous ne négligions pas les autres remarques qui ſe préſentoient; & c'étoit même pour en multiplier les occaſions, qu'étant dans l'Hemiſphére auſtral, nous nous acheminions peu à peu le long de la côte vers le Nord. Je cherchois principalement un endroit commode pour y obſerver les réfractions Aſtronomiques proche de l'horiſon. Je le trouvai à la fin cet endroit, à l'embouchure de la riviere de Jama, & je m'y arrêtai pendant près de quinze jours. Les obſervations que j'y fis, jointes à celles que j'avois déja faites à Saint Domingue, me fournirent un terme de comparaiſon qui me devint extrêmement utile lorſqu'arrivé à Quito, je remarquai que les réfractions y étoient moindres & que, contre ce qu'on avoit penſé juſqu'alors, elles alloient en diminuant à meſure qu'on s'éleve au-deſſus du niveau de la Mer. Pendant qu'en bas je m'occupois de cette matiere, je vis le 13 Avril 1736, un ſpectacle rare dont il n'y a que très-peu d'exemples. Deux Soleils bien diſtincts ſe coucherent le ſoir ſucceſſivement: ils ſe touchoient, & ils étoient exactement l'un au-deſſus de l'autre. Je ne crois pas devoir attribuer ce Phénomene à la reflexion de la ſurface de la

Mer qui m'eût renvoyé la seconde image: car dans ce cas les deux images eussent eu un mouvement contraire; au lieu qu'elles descendoient toutes deux d'un pas égal. L'inférieure dont la lumiere étoit un peu moins forte, mais dont les bords n'étoient pas moins bien terminés que ceux de la supérieure, étoit déja coupée par l'horison lorsque je l'apperçûe; elle ne formoit même pas tout à fait un demi-cercle. Elle se coucha; & elle fut immédiatement suivie par l'autre, qui ne me parut pas sujette à d'autre réfraction que celle que j'avois déja observée & que je continuai à observer les jours suivans.

La plûpart des endroits dont nous venons de parler sont fameux dans l'Histoire ancienne du Pérou. Manta étoit du tems des Incas la Métropole de toute cette contrée, qui étoit plongée dans une grossiere Idolâtrie. On y reconnoissoit une Divinité qui ne pouvoit faire aucun bien, mais qui aussi n'étoit pas malfaisante; une Emeraude grosse comme un œuf d'Autruche, à laquelle on avoit consacré un Temple, & attaché un College de Prêtres pour prendre soin de son culte. Toutes les Emeraudes d'une grosseur ordinaire participoient un peu à sa Divinité, puisqu'elles étoient réputées ses filles; & on en apportoit souvent de très-loin pour les déposer dans le même lieu, afin qu'elles rendissent hommage à la Déesse leur mere. Cette derniere se perdit à l'arrivée des Espagnols: apparemment que les Indiens la cacherent. On a cherché depuis fort inutilement les mines dont on tiroit ces pierres; & on n'a pas mieux réussi dans les perquisitions qu'on a faites dans une autre contrée voisine, qui est plus au Nord sur la même côte, & dont le nom pouvoit faire bien augurer. On prétend connoître dans cette Province qui est celle des Emeraudes, la petite montagne qui contient la plus riche de ces mines; elle n'est éloignée de la Mer que de 5 lieues & elle est sur le bord méridional de la riviere de même nom que la Province; mais outre que le pays est impénetrable pres-

que par tout, à cause de ses bois épais, les Indiens sont assez sages pour ne se prêter que médiocrement à ces sortes de recherches. Ils sentent assez que s'ils avoient le malheur d'y réussir, ils ouvriroient une carriere à des travaux infiniment pénibles dont ils porteroient eux seuls tout le poids, pendant qu'ils n'auroient que très-peu de part aux profits.

Il est peu vraisemblable que cette côte, malgré ce que rapportent les premiers voyageurs qui l'ont parcourue, ait jamais été très-peuplée. Les Villages y sont éloignés de 10 ou 12 lieues les uns des autres; en plusieurs endroits de deux fois davantage; & il n'y en a qu'à peu de distance de la Mer. On peut sans rien hazarder, assurer que ç'a toujours été à peu près la même chose. Des forêts immenses ne sont pas propres à faire subsister un grand nombre d'habitans. C'est une contradiction que n'ont pas senti quelques Ecrivains d'ailleurs très-habiles, qui ont cru, par exemple, que les Gaules du tems des Romains étoient beaucoup plus peuplées que ne l'est maintenant la France; quoique presque tout le pays fut alors rempli de bois. Nous sçavons d'ailleurs qu'on ne doit pas regarder les forêts comme une production nouvelle dans les contrées éloignées dont il s'agit. Le commerce seul par l'abondance qu'il tire quelquefois du dehors, eût pû y fournir à l'entretien d'un grand peuple: mais on ne nous a pas laissé ignorer non plus qu'il n'y avoit que très-peu de communication entre cette côte & le reste du continent; & c'est ce que l'inspection des lieux rend outre cela très-vraisemblable, comme on ne tardera pas de s'en convaincre.

Il ne faut chercher dans ces forêts ni nos chênes ni nos ormes, ni tous les autres arbres qu'on voit communement dans nos bois. Cependant on y en remarque quelques-uns que les Espagnols, à cause de quelque leger rapport, ont pris pour l'yeuse ou chêne vert. On y verroit aussi peu d'orangers, de citroniers, d'oliviers:

ces arbres ont été transportés d'Espagne & ne doivent par cette raison se trouver en Amerique de même que les figuiers & les grenadiers, que dans les seuls endroits cultivés. On peut même dire à l'égard des oliviers que le climat y est un peu trop chaud, & qu'ils profitent beaucoup mieux au-delà de l'autre Tropique dans les parties du Chili les plus voisines de la Zone torride. On y remarque un grand nombre d'arbustes & de plantes que nous n'avons point en Europe & d'autres qui croissent beaucoup mieux dans ces pays là que dans ceux-ci, & que leur grandeur pourroit aisément faire méconnoître. Des acacia, des genêts, des fougeres d'un grand nombre d'especes, des cierges épineux, des opuntia, différentes especes d'aloès, sans parler des mangliers, qui croissent dans la Mer même & qui se multiplient prodigieusement par le moyen de leurs branches qui en se repliant deviennent à leur tour, troncs & racines. On ne trouveroit que du bois pesant dans toutes ces forêts, si ce n'est que certaines plantes s'y convertissent réellement en arbres par la bonté du sol. La plûpart des especes, par exemple, de férule s'élevent fort haut dans les parties méridionales de l'Europe, principalement dans la Pouille: mais cette plante devient encore beaucoup plus grande dans les Régions ardentes du Pérou; & elle fournit un bois blanc qui, quoiqu'il pese quatre ou cinq fois moins que le sapin le plus leger, est cependant capable d'une assez grande force. On ne peut rien trouver de plus propre pour former les radeaux dont l'usage n'est quelquefois que trop nécessaire, lorsqu'on voyage dans ces déserts. *

Il suffit de pénétrer dans les endroits plus épais pour y voir des cèdres de deux ou trois especes; des cotoniers, divers genres d'ebenne ou de bois de fer, des gayacs, divers autres bois précieux par leur aromat ou par leur couleur & par le poli parfait qu'ils peuvent re-

* Les Espagnols nomment ce bois, bois de *Balsa*.

cevoir. On y diſtingue par la blancheur de leur écorce & par leur extrême hauteur des arbres très-droits qu'on nomme des *Maria*; ce ſont les ſeuls qu'on puiſſe employer au Pérou pour faire des mâts de Navires ; ils ont une aſſez grande flexibilité, & outre cela ils n'ont pas cette peſanteur exceſſive de preſque tous les autres bois. Je ne dois pas oublier les palmiers dont j'ai compté plus de 10 ou 12 eſpeces, & il y en a pluſieurs autres. Cet arbre eſt ſingulier conſideré de toutes les manieres: ſes branches ou plûtôt ſes feuilles placées au haut de ſa tige lui font prendre, malgré ſa hauteur, plûtôt la forme d'une grande plante que celle d'un arbre. On remarque que dans tous les pays chauds de la Zone torride les arbres n'étendent leurs racines qu'à la ſurface du ſol: mais celles de pluſieurs palmiers ſortent même de terre, & le bas du tronc s'éleve à meſure que l'arbre vieillit; on le voit quelquefois élevé en l'air de plus de 6 ou 7 pieds, & les racines qui en partent forment au-deſſous une eſpece de blinde ou de pyramide, dans le creux de laquelle on pourroit ſe retirer.

Ces forêts ne forment preſque toujours qu'une eſpece de taillis proche de la Mer. A meſure qu'on avance dans les terres, on remarque que les arbres deviennent plus grands: on parvient dans des futayes de plus hautes en plus hautes ; & ce n'eſt gueres qu'à 7 ou 8 lieues de la côte qu'on les trouve dans leur plus grande hauteur. Ce *maximum* ſe ſoutient. Il occupe un eſpace qui eſt très-conſidérable, mais qui eſt cependant plus ou moins large ſelon les divers endroits: car ſi l'on continue d'avancer, les arbres redeviennent moins hauts, ſoit parce que la qualité du terrain n'eſt plus la même ; ou parce que le ſol s'éleve trop en s'aprochant de la Cordelèire, & qu'il n'y a pas la même profondeur de bonne terre. L'intervalle entre les arbres eſt rempli d'une quantité prodigieuſe de plantes & d'arbuſtes paraſites. Les uns environnent les troncs & les branches ;

les

les autres descendent verticalement en ligne droite, comme des cordages qui seroient attachés en haut. Les derniers vuides sont occupés par des roseaux de toutes les grosseurs : il y en a de hauts de 20 ou 30 pieds & la plûpart des gros sont épineux. Lorsque je dis que tous les arbres y sont eux-mêmes chargés de plantes & d'arbustes, je parle généralement. Il faut excepter, à ce que je crois, les acomas qui sont beaucoup plus grands que ceux qu'on trouve dans nos Isles, & qui de même que quelques autres arbres m'ont même parus exempts de mousse. Ils doivent apparemment cette distinction au suc laiteux de leur écorce, dont grand nombre de plantes parasites ne s'accommodent pas.

On reconnoît en entrant dans ces bois la vérité d'une observation déja faite par les autres Voyageurs, que si les oiseaux de l'Amérique l'emportent beaucoup sur les nôtres par la couleur de leur plumage, les nôtres en récompense ont le ramage infiniment plus varié & plus doux. Au lieu de chant, on n'entend presque toujours dans les forêts qu'un bruit discordant qui étourdit. Le cri des perroquets qu'on voit à grandes troupes, est tout à fait incommode. Ces oiseaux ne fréquentent pas ordinairement le bord de la Mer ; il faut aller quelques lieues dans les terres pour les trouver. J'en ai souvent mangé de petits qui étoient verts, & que je trouvois fort bons, à cela près que leur chair étoit toujours un peu dure. Les singes aiment pareillement à s'éloigner de la côte en suivant les rivieres ou les ruisseaux. On voit aussi le toucan qu'on nomme Prédicateur dans le pays, quoiqu'il ne dise mot. Il ne ressemble à aucun autre oiseau par la grandeur monstrueuse de son bec qui est presque aussi grand que tout son corps. Les ramiers y sont très-communs & fort bons, de même que les canards, principalement ceux que les Espagnols nomment *patos reales*, lesquels sont ornés d'une crête. On y trouve en divers endroits le galinasso, espece de corbeau singu-

lier, à la chair duquel on attribue différentes propriétés, mais dont il est rare qu'on fasse usage, à cause de sa mauvaise odeur. Il différe du nôtre en ce qu'il est plus gros, & que sa tête au lieu d'être revêtue de plumes, n'est couverte que d'une simple peau noire, qui forme comme un casque.

Le nombre des animaux terrestres malfaisans y est très-grand, sur tout si l'on s'éloigne du bord de la Mer & qu'on passe dans ces endroits où la forêt est beaucoup plus épaisse, & les arbres plus hauts. Le lion qu'on y voit n'en est pas un, à proprement parler; il a beaucoup plus de rapport avec le loup, & il n'attaque pas les hommes. Mais les tigres y sont grands & aussi féroces que ceux d'Afrique: on en a de tems en tems de terribles preuves. Lorsque je retournai de Quito en 1740 vers la Mer, mais en allant plus vers le Nord, pour mesurer la hauteur absolue des montagnes qui avoient servi à notre Méridienne, je passai par Nigouas, qui est comme au centre de la Province des Emeraudes, où je vis plusieurs personnes qui avoient été estropiées par ces terribles animaux. Deux ou trois ans auparavant ils avoient dechiré dix ou douze Indiens. J'allai plus loin; & je m'établis dans une petite Isle que forme la rencontre des rivieres des Emeraudes & de l'Inca. Nous croyons dans cette Isle être à couvert de toute insulte; mais dès les premieres nuits, les tigres vinrent à la nage nous disputer nos provisions; ils nous en enleverent une partie; & nous fûmes obligés chaque soir de prendre pour nous mêmes des précautions, en allumant de grands feux. C'est un bonheur que ces animaux, de même que tous ceux qui sont très-nuisibles par leur voracité, ne soient guere féconds. Les tigres sont en petit nombre au Pérou; mais il n'en faut qu'un ou deux pour désoler toute une contrée. Les Indiens qui ne marchent jamais dans ces deserts sans être armés d'une lance & d'un coutelas s'assemblent de tems en tems pour faire des chasses gé-

nérales, mais presque toujours lorsque divers accidens leur en ont déja fait sentir le besoin. On a aussi tout à y craindre des serpens qui y sont très-communs, & dont il y a plusieurs especes dangereuses, & même le serpent à sonette, qui n'évite pas la rencontre des hommes comme la plûpart des autres. On y trouve des lezards gros comme le bras, qui ne font point de mal. On peut rapporter à ce genre divers animaux dont quelques-uns sont amphibies. L'iguana a une crête épineuse sur la tête & tout le long du dos : sa forme est hideuse par sa maigreur apparente & par ses rides. Je soupçonne qu'elles lui servent à prendre un plus grand volume ou à s'enfler, lorsqu'il veut nager; & que c'est ce qui le rendant comme plus leger, a donné lieu de croire qu'il marchoit sur la surface des eaux comme sur la terre. On le mange & on le trouve excellent; de même qu'une espece particuliere de sanglier qui a la hure moins allongée que le nôtre & qui a comme un nombril sur le dos. Je crois que ce dernier animal qui ne se trouve que dans les bois est particulier à l'Amérique; mais le tatou ou l'armadille est commun aux deux Continens: il est singulier par les écailles ou armures distinctes qui lui couvrent séparement le corps, la tête, la queue & les jambes.

La plûpart des insectes que nous avons ici se trouvent aussi là, & y sont ordinairement beaucoup plus grands, & quelquefois d'une grandeur qui nous paroît monstrueuse à nous autres Européens. On y voit, par exemple, des vers de terre parfaitement semblables aux nôtres, mais qui sont plus longs que le bras & plus gros que le pouce. Certaines araignées sont couvertes de poil & sont grosses comme un œuf de pigeon. On y voit différentes especes de fourmis souvent beaucoup plus grandes que les nôtres & il en est quelques-unes qui sont vénimeuses. Les scorpions sont aussi fort communs, mais le mal qu'ils causent n'est pas considérable; il se

termine par un leger ſentiment de fiévre. Cependant il eſt arrivé à quelques perſonnes de ma connoiſſance d'éprouver outre cela un épaiſſiſſement de langue qui leur donnoit de la peine à parler. J'ai vû piquer pluſieurs fois un petit chien qui ne faiſoit que de naître : les piqueures ſe firent principalement dans cette partie tendre du ventre qui n'eſt pas couverte de poil : le petit chien n'en parût nullement indiſpoſé.

Rien après tout n'eſt plus à charge dans ces forêts que les mouſtiques & les maringouins ; parce qu'ils cauſent une incommodité ou plûtôt un mal qui ne ceſſe pas & dont il coûte davantage de ſe garantir. Les premiers ſont des moucherons preſque imperceptibles qui vous affectent autant que le feroit un fer ardent. Les ſeconds ſont de deux eſpeces différentes, & les plus petits ne diffèrent pas ſenſiblement de nos couſins. On connoît en Europe l'effet de leur piqueure : le venin des maringouins eſt néanmoins encore plus actif. Il cauſe de plus groſſes ampoules, principalement aux perſonnes qui ſont nouvellement arrivées d'Europe & dont le ſang eſt aparemment plus fluide. On ne ſçauroit repréſenter l'opiniâtreté avec laquelle ces inſectes perſecutent ces mêmes étrangers. Ils obſcurciſſent ſouvent l'air par leur multitude, on eſt obligé d'être ſans ceſſe en mouvement pour s'en défendre ; ils réuſſiſſent à s'introduire par la plus petite ouverture qu'ils trouvent dans le vêtement, & la nuit il eſt abſolument impoſſible de repoſer, à moins de ſe renfermer ſous un pavillon fait exprès. Ce pavillon eſt fait ordinairement de toile de coton, il a la forme d'un tombeau ; on l'attache par les deux extrêmités ou par les quatre angles à quelques arbres, ſi l'on couche dans les forêts ; & c'eſt un meuble ſi néceſſaire, que le plus pauvre Indien en eſt toujours muni & ne manque jamais de le porter lorſqu'il voyage. Comme les maringouins évitent le vent & le Soleil, ils ne fréquentent pas volontiers les lieux découverts ; on trouve pluſieurs endroits qui en ſont abſolument exempts. L'in-

commodité eſt toujours moins grande dans les bourgades & dans tous les lieux défrichés.

Il ne paroîtra pas extraordinaire que le pays que je décris ſoit très-chaud, puiſqu'il eſt comme de niveau avec la Mer & qu'il eſt placé dans le milieu de la Zone torride. Cependant le Thermométre de M. de Reaumur n'y montoit l'après-midi qu'à 26, 27 ou 28 degrés; le matin un peu avant le lever du Soleil, il ſe trouvoit ordinairement à 19, 20 ou 21. C'eſt ſans doute la continuité de la chaleur qui la fait paroître ſi grande dans la Zone torride, puiſque nous voyons aſſez ſouvent en France le même Thermométre monter conſidérablement plus haut. Les forces s'épuiſent par la tranſpiration violente & par les ſueurs. La chaleur diminuant peu pendant la nuit, on eſt fatigué le matin même en ſe levant. Juſqu'aux facultés de l'ame ſe trouvent comme embaraſſées, la pareſſe du corps ſe communiquant à l'eſprit; & on eſt plongé dans une indolence qui non-ſeulement empêche d'agir, mais qui ne permet pas même de s'appliquer aux choſes qui demandent quelque contention. Aparemment que tous les Voyageurs qui paſſent dans la Zone torride ne ſont pas également ſenſibles à cet effet du grand chaud. Il y a lieu de croire auſſi qu'on reprend à la longue la plus grande partie de ſon premier état; ſuppoſé que le rétabliſſement ſe faſſe aſſez vîte & que d'autres cauſes n'ayent pas le tems d'y mettre obſtacle.

Mais ce qui ſurprendra ſans doute, c'eſt que ces mêmes pays où la chaleur eſt toujours ſi grande, ſont en même tems d'une humidité exceſſive; & c'eſt la même choſe de tous les lieux ſituées entre les deux Tropiques où il y a des bois. Sur le haut même des éminences d'où il ſemble que l'eau devroit plûtôt s'écouler, on enfonce dans la boue juſqu'à mi-jambe. J'ai déja inſinué que les maiſons y étoient élevées ſur des pieux; mais cela n'empêche pas que l'humidité continuellement excitée par la chaleur n'y gâte tout. On a dans certai-

nes faisons toutes les peines du monde à conserver du papier, à empêcher une selle ou une valise de se pourrir. Il est inutile de vouloir tirer un fusil lorsqu'il y a seulement trois ou quatre heures qu'il est chargé, & on ne sçait pas d'autre moyen pour y conserver la poudre, que de recourir de tems en tems à l'expédient de la faire secher à quelque distance du feu.

Ce pays dont je marquerai plus bas la longueur, a 40 ou 45 lieues de largeur de l'Est à l'Ouest, étant compris entre la côte & la Cordelière, lesquelles sont dirigées l'une & l'autre à peu près Nord & Sud. Quelquefois la côte change subitement de direction; & comme si la chaîne de montagnes avoit senti ce détour, quoique de si loin, elle semble s'y conformer; mais ordinairement elle suit son chemin plus en ligne droite; de sorte qu'elle se trouve à moins de distance de la Mer lorsque quelque golfe comme celui de Guayaquil, par exemple, avance considérablement dans les terres. Au de-là de ce dernier golfe en allant au Sud vers Lima, le pays est tout différent; ce ne sont que des sables qu'il semble que la Mer y a déposés, ou auxquels on pourroit attribuer une origine toute contraire, en supposant qu'ils sont tombés de la Cordelière même: le pays est découvert, il n'y a point de bois comme il y en a en deçà du golfe. Mais ce qui distingue encore plus cette partie du Pérou qui est au-delà de Guayaquil, c'est qu'il n'y pleut jamais, quoique le Ciel y soit souvent nébuleux. Cette particularité donne lieu à un problême de Physique qui est d'autant plus embarassant que sa solution dépend d'une connoissance plus parfaite de la nature des nuages. Il n'est pas surprenant qu'Augustin de Zarate qui s'est le premier, à ce que je crois, proposé cette difficulté n'en ait pas donné une bonne explication; mais je ne sçache pas que personne y ait mieux réussi, quoique la chose ait attiré l'attention de plusieurs Physiciens.

Il s'agit d'un Phenomene dont les effets réguliers & constans ne sont pas renfermés dans l'enceinte d'un espace de peu d'étendue. Le pays dans lequel il pleut s'étend jusques vers Panama & il a plus de 300 lieues de longueur. La pluye est même si forte & si continuelle, principalement dans le Choco, Province qui est située vers le milieu de cet espace, que les gens les plus avides de gain n'y vont demeurer qu'avec la plus extrême répugnance, quoique ce soit le pays du monde où la Nature a montré, pour ainsi-dire, le plus de profusion, en répendant l'or en pailletes dans le sein de la terre. On est comme sûr d'y faire sa fortune en peu de tems; mais il y a encore plus de certitude qu'on succombera sous les mauvaises qualités du climat; ce qui vient sans doute de ce que l'humidité continuellement appliquée intercepte la transpiration, & suspend la sueur qui est provoquée sans cesse par une chaleur accablante. L'autre pays dans lequel il ne pleut jamais & qui est au Sud du golfe de Guayaquil s'étend jusques au-delà d'Arica vers les deserts d'Atacama, ou vers les confins de la Zone torride & de la Zone temperée méridiole, & il a plus de 400 lieues de longueur sur 20 & 30 de largeur. On n'y entend jamais le tonnerre; on n'y est jamais exposé à aucun orage. La terre y est toujours seche, ou pour mieux dire, on ne voit que des sables arides; & il n'y a de verdure que sur le seul bord des rivieres, qui en tombant des montagnes, traversent ce pays avec une extrême vitesse. On est si sûr qu'on n'a point de pluye à y craindre, que les maisons à Arica de même qu'à Lima n'ont point de toit; on se contente de les couvrir de quelques nates sur lesquelles on jette une legere couche de cendre, pour absorber la rosée & l'humidité de la nuit.

On ne sçauroit révoquer en doute que ces extrêmes différences & dans la constitution de l'Atmosphére & dans la qualité du sol de ces deux contrées, ne tiennent

l'une à l'autre : la nature du terrain influe sur la région base de l'air. Les forêts dans les pays chauds sont presque toujours pleines d'un air épais, quoique le Ciel soit serein & l'air pur au dehors. Le fait est certain, parce qu'il est visible ; & que d'ailleurs il n'est pas difficile de l'expliquer. Les arbres doivent être sujets à une dissipation continuelle, de même que le terrain qui est couvert de matieres végetales & même animales pourries & qui sont toujours exposées à une forte chaleur. L'évaporation paroît comme un brouillard qui ne s'éleve que très-peu & qui ne surmonte gueres la forêt, si on ne regarde que sa partie la plus dense, mais qui doit monter fort haut d'une maniere moins sensible. C'en est assez pour faire une espece de communication entre la forêt & les nuages qui passent au-dessus ; & il semble que la forêt a une vertu attractive. Les parties exhalées vont s'attacher aux vapeurs qui forment le nuage, & les rendant plus pesantes tout à coup, elles rompent leur équilibre avec la couche d'air dans laquelle elles sont suspendues. On est en bas dans le brouillard, & il pleut en même tems. C'est-à-dire que la pluye ne tombe pas ordinairement comme ici, où elle se détache d'un nuage qui paroît élevé : le plus souvent dans les forêts de la Zone torride, toutes les parties supérieures & inférieures de l'Atmosphére sont également prises, ou également chargées.

Tout ce qui peut contribuer aux progrès de la Physique n'est point étranger à la relation d'un voyage qui a été entrepris pour la perfectionner. Ainsi je ne crains point de joindre au récit des faits quelques réflexions, aussi-tôt qu'il en peut naître quelque utilité. Il y a tout lieu de penser que les petites molécules d'eau dont les brouillards & les nuages sont formés, ne sont pas de petites sphéres solides, mais plûtôt de simples bulles remplies d'air. Il ne seroit pas possible sans cela, & que les nuages s'élevassent, & qu'ils montassent à une plus gran-

de

de hauteur en Eté qu'en Hyver, lorſque l'air moins condenſé eſt moins capable de les ſoutenir. L'attention à toutes les autres circonſtances & juſqu'à la maniere dont ſe fait l'évaporation des liqueurs, confirment ce même ſentiment. En effet quelque agitation inteſtine qu'on ſuppoſe dans un liquide qui s'évapore, les petites parties qui ſont lancées au dehors, perdroient bientôt tout leur mouvement par la réſiſtance de l'air, ſi elles n'étoient ſimplement que lancées & ſi elles n'avoient une legereté qui les rendît propres à floter & à s'élever.

Ces petites bulles ſuſpendues en l'air peuvent ſe réſoudre en pluye de diverſes manieres. Le vent en les pouſſant les unes contre les autres, les confondra & les rompra. La chaleur peut devenir ſi grande, que les bulles en ſe dilatant trop, ſoient ſujettes à ſe crever. Une cauſe toute contraire produira un effet équivalent, lorſque l'air contenu dans les petites ſphéres creuſes ſouffrira une trop grande condenſation; ce qui fera que les petites ſphéres diminuant de volume ne ſeront plus aſſez ſoutenues. Lorſque le vent en venant de la Mer, tranſporte un nuage & le fait paſſer ſur une côte couverte de bois, il ne doit guere ſe faire de changement par la chaleur. Une forêt ne refléchit que peu les rayons du Soleil; & il eſt certain qu'à une certaine hauteur au-deſſus la chaleur ne doit pas être plus grande qu'au-deſſus de la Mer. Mais l'évaporation continuelle des bois procure comme nous l'avons dit la deſcente des nuages & leur diſſolution : au lieu qu'il ne doit arriver rien de ſemblable aux environs de Lima & au Sud de Guayaquil. Le vent qui regne ſur cette partie de la côte vient ordinairement de la Mer & du Sud-Oueſt. Mais lorſqu'un nuage pouſſé par ce vent, parvient au-deſſus de la terre, il ſe trouve expoſé à une nouvelle chaleur, ſçavoir à celle qu'il ne recevoit pas ſur la Mer & qui vient de la reflexion & du voiſinage d'un ſol qui n'eſt que du ſable. Ainſi le nuage doit être moins diſpoſé à tomber par ſon pro-

pre poids, puisque le volume de chacune de ses petites bulles doit augmenter. Il est vrai que si la dilatation étoit déja trop grande, par la facilité que doit avoir à prendre de la chaleur la petite portion d'air renfermé, le voisinage d'une côte échauffée ne feroit qu'acceler la rupture des bulles, & la pluye ne feroit que plus certaine. Aussi pleut-il quelquefois assez dans le pays dont il s'agit, pour mouiller la terre. Mais ordinairement on verra le nuage passer plus loin & ne former de la pluye qu'à 25 ou 30 lieues de distance, lorsqu'il rencontrera la Cordelière, qui, comme une haute muraille, arrête tout ce qui n'est pas assez élevé, pour passer par dessus.

Il y avoit un mois & demi que nous visitions ces déserts:* il nous fallut penser à nous rendre à Quito dont les chemins devoient commencer à devenir praticables par la cessation des pluyes. Nous convîmes M. de la Condamine & moi de nous separer & de prendre différentes routes; nous étions alors à l'embouchure de la riviere de Jama qui est presque sur le même parallele que Quito. M. de la Condamine suivit la côte en allant chercher vers le N. la riviere des Emeraudes & il la remonta en continuant à faire la carte du pays qu'il traversoit. Pour moi en retournant en partie sur mes pas, je dirigeai mon chemin vers le Sud pour aller à Guayaquil, & je pénétrai des forêts dont le terrain étoit encore tellement noyé qu'on avoit souvent de l'eau jusqu'aux genoux lorsqu'on étoit monté sur le plus haut cheval: ce n'étoit qu'un marais ou qu'un bourbier continuel. Les efforts violens que faisoient les mules pour s'en dégager, exposoient à chaque instant à se briser contre quelques arbres.

* Le 23 Avril 1736.

Arrivé à Guayaquil, j'en partis le même jour; ainsi je ne pû guere par moi-même connoître cette ville, qui est considérable & une des plus florissantes de tout le pays. Sa situation avantageuse la rend l'entrepôt du commerce de Panama & de Lima, & elle est à proprement parler le port de Quito, quoiqu'elle en soit consi-

dérablement éloignée. Elle eſt aſſez grande; partagée en villes ancienne & nouvelle; ſes maiſons ne ſont ſéparées que par de ſimples cloiſons, & elle eſt toute bâtie en bois. Elle eſt ſituée à cinq lieues de la Mer ſur la rive occidentale d'une riviere large & profonde, immédiatement au-deſſous de la rencontre de la riviere de Daule qui eſt auſſi très-belle. Preſque toutes les rivieres qui tombent de la Cordelière dans la Mer pacifique ne ſont que des torrens impetueux, malgré la grande quantité d'eaux qu'elles roulent. Elles deſcendent d'une trop grande hauteur & elles n'ont pas le tems de ſe groſſir en parvenant trop promptement à la Mer. Les unes ſont contenues dans des lits aſſez étroits, comme la plûpart de celles qui ont des terres à traverſer & qui tombent en-deçà du Golfe de Guayaquil; les autres qui coulent ſur un terrain ſabloneux ſe ſont étendues davantage; elles forment ſouvent de grandes napes, quoiqu'elles conſervent toujours la premiere viteſſe que leur a imprimé leur chute. Mais la riviere de Guayaquil en ſe jettant dans le Golfe de même nom, a un cours plus paiſible; ce qui vient de ce qu'elle marche preſque parallelement à la Cordelière. Elle a moins de pente; elle eſt ſujette au flux & reflux, elle reçoit grand nombre d'autres rivieres. Toutes ces différences la rende navigable & très-poiſſonneuſe; mais en même tems elle eſt pleine de caymans ou de ces crocodiles qui ſont ſi communs dans l'Amérique.

Je m'embarquai ſur cette riviere, je la ſuivis en montant, & je parvins le 19 Mai 1736, trois jours après que M. Godin en étoit parti, à Caracol qui eſt au pied de la Cordelière. M. Godin quoiqu'il eût à ſon ſervice toutes les mules de la Province, avoit été obligé de laiſſer dans ce même endroit, près de la cinquiéme partie de nos équipages, parce qu'on eſt obligé par la difficulté des chemins de rendre les charges très-médiocres. Il continua ſa route, & entra à Quito le 29 Mai, un an &

quelques jours de plus, après notre depart d'Europe. On a déja sçû ici la maniere dont notre compagnie fut reçûe dans cette capitale. Tous les différens corps de la Ville vinrent la féliciter, & on la logea dans le Palais, en attendant qu'on lui trouvât des maisons convenables.

II.

Description de la Cordelière du Pérou & du Pays qu'elle renferme aux environs de Quito.

Je ne pû arriver à Quito que le 10 de Juin. J'avois été obligé d'attendre à Caracol faute de voiture, & ma santé se trouvoit considérablement alterée par les fatigues que j'avois essuyées en venant de Rio-Jama, & principalement de Puerto-Viejo à Guayaquil. Je me mis cependant aussi en chemin, pour franchir à mon tour la chaîne de montagnes que je voyois. J'y employai sept jours, quoique j'estime qu'il n'y a que neuf à dix lieues à traverser; mais la montée est extrêmement rude, elle est entrecoupée d'une infinité de différens précipes sur le bord desquels on est souvent obligé de marcher; on passe plusieurs fois une petite riviere nommée *Ojiva*, où il ne manque jamais de périr plusieurs personnes chaque année; c'est un torrent dont la rapidité est affreuse, quoiqu'il ne laisse pas d'être assez large: on l'a passé pour la derniere fois, on s'en écarte, & on le redoute encore; il semble qu'il menace par son bruit le voyageur qui le laisse loin de lui. Quelquefois on va en descendant, on trouve une ravine profonde qu'on ne traverse qu'avec peine; on employe le reste de la journée à remonter seulement de l'autre côté, & on voit qu'on n'est qu'à très-peu de distance de l'endroit dont on est parti le matin. La lassitude des mules est si grande, qu'après qu'elles ont monté sept à huit pas, il faut les laisser se reposer pour prendre haleine: toute la marche n'est ainsi qu'une alter-

native de repos & de progrès très-lents, quoique faits avec le plus grand travail.

La pluye fut si forte & tout étoit tellement mouillé les premiers jours, qu'il ne nous fut pas possible d'allumer du feu; il fallut vivre de très-mauvais fromage & de biscuit fait en partie de mays. On me faisoit chaque soir le meilleur gîte qu'on pouvoit avec des branches & des feuilles d'arbres, lorsqu'on ne trouvoit point de cabane déja faite par quelqu'autre voyageur. A mesure que nous avancions la chaleur de la Zone torride diminuoit, & bientôt nous sentîmes du froid. Lorsque je dis que je marchai pendant sept jours, je ne compte pas le tems que je passai dans un bourg nommé Guaranda, qui est engagé dans la Cordelière, & qui offre un lieu de repos dont personne ne manque de profiter. Tout le chemin s'étoit fait dans les bois, qui se terminent, comme je l'ai reconnu depuis, à 14 ou 15 cents toises de hauteur; & lorsque de quelque poste plus découvert je regardois derriere moi, je ne voyois que ces forêts immenses dont je sortois & qui s'étendent jusqu'à la Mer. Je parvins enfin en haut, je me trouvai au pied d'une montagne extrêmement élevée, nommée Chimboraço, qui est continuellement chargée de neige, & toute la terre étoit couverte de gelée & de glace. La Cordelière n'étant autre chose qu'une longue suite de montagnes dont une infinité de pointes se perdent dans les nues, on ne peut la traverser que par les gorges; mais celle par laquelle je pénétrois, se ressentoit de sa grande élevation au-dessus du niveau de la Mer. J'étois au pied de Chimboraço, & cependant je me trouvois déja dans une région où il ne pleut jamais, je ne voyois autour de moi jusqu'à une assez grande distance, que de la neige ou du frimas.

Je venois de suivre exactement la même route qu'avoit pris une ancienne troupe d'Espagnols dont les Historiens nous ont conservé le souvenir. Cette troupe étoit

commandée par Dom Pedro Alvarado, lorſque dans les premieres années de la conquête du Pérou, & préciſement deux ſiécles avant moi, il faiſoit ce même trajet pour mener un ſecours conſidérable à François Pizarre. Il ſe rendit de Puerto-Viejo à Guayaquil, en paſſant par Jipijapa, comme je venois de le faire. De Guayaquil il monta au pied de Chimboraço, & il paſſa par le côté du Sud de cette montagne pour aller à Riobamba, dont le nom étoit alors Rivecpampa; mais en paſſant ſur une colline qui doit être néceſſairement ce même poſte nommé maintenant l'Arénal, ſoixante-dix de ſes gens qui ne connoiſſoient le Pérou que par le bruit de ſes richeſſes, & qui n'avoient pris aucune précaution, périrent de froid & de laſſitude, & entr'autres les deux ou trois premieres femmes Eſpagnoles qui tenterent d'entrer dans le pays. Parvenu en haut il me fallut deſcendre, mais je fus étonné par la nouveauté du ſpectacle : je crus après avoir été ſucceſſivement expoſé aux ardeurs de la Zone torride & aux horreurs de la froide, me voir tranſporté tout-à-coup dans une des temperées; je croyois voir la France & les campagnes dans l'état où elles ſont ici pendant la plus belle ſaiſon.

Je découvrois au loin des terres aſſez bien cultivées, un grand nombre de bourgs & de villages habités par des Eſpagnols ou par des Indiens, de petites villes aſſez jolies, & tout le pays qui eſt découvert & ſans bois, peuplé comme le ſont quelques-unes de nos Provinces. Les maiſons ne ſont plus faites de roſeaux, comme elles étoient en bas, elles ſont bâties ſolidement, quelquefois en pierre, mais le plus ſouvent avec des groſſes briques ſéchées à l'ombre. Chaque village eſt toujours orné d'une très-grande place dont l'Egliſe occupe une partie d'un des côtés; on n'a jamais manqué d'orienter cette place, qui eſt un quarré long, ſur les régions du monde, & il en part des rues ou chemins exactement alignés qui vont ſe perdre au loin dans la campagne;

souvent même les champs sont pareillement coupés par ces chemins à angles droits, ce qui leur donne la forme d'un grand jardin. Telle est la partie de la Province de Quito qui est située dans la Cordelière au Septentrion & au Midi de cette capitale, qui est d'ailleurs digne de ce titre par sa grandeur, par ses édifices & par la multitude de ses habitans. Cette ville a huit ou neuf cens toises de longueur sur cinq ou six cens de largeur; elle est le siége d'un Evêque, le séjour du Président de l'Audience, qui est en même tems Gouverneur de la Province; elle a un grand nombre de Communautés religieuses & deux Colleges qui sont deux espéces d'Universités, l'une dirigée par les Jésuites, & l'autre par les Dominicains. Cette ville a trente ou quarante mille habitans, dont plus d'un tiers sont Espagnols ou d'origine Espagnole. Les denrées n'y sont pas extrêmement cheres, les seules marchandises étrangeres qu'on y peut apporter qu'avec la plus grande difficulté, y sont d'un prix excessif, comme nos toiles, les draps, les étoffes de soye. J'ai souvent acheté du fer pour construire quelques instrumens six réaux ou plus d'un écu la livre, un gobelet de verre vaut dix-huit ou vingt francs; mais on y trouve toutes les choses absolument nécessaires à la vie, le pays les fournit abondamment.

Il faut avouer que lorsqu'on est dans les déserts qui sont au dehors de la Cordelière, & qu'on voit cette haute chaîne toute hérissée de pointes, on ne s'imagine rien de tout ce qu'elle cache. On est porté à croire qu'en escaladant ces montagnes dont l'aspect est si affreux, on se trouvera obligé en haut par les inclémences du ciel de descendre de l'autre côté, & qu'on retombera dans d'autres forêts semblables à celles qu'on vient de quitter: il ne peut pas venir dans l'esprit que derriere ces premieres montagnes il y en a de secondes aussi hautes, & qu'elles ne servent les unes & les autres qu'à couvrir cet heureux pays où la Nature retrace dans ses libérali-

tés, ou, pour mieux dire, dans ses profusions, l'image d'un paradis terrestre.

C'est que ce pays est renfermé par la Cordelière qui est double, & qui, comme deux murailles, le sépare des côtés de l'Orient & de l'Occident du reste de l'Amérique. La premiere des deux chaînes est à quarante ou quarante-cinq lieues de la Mer, comme je l'ai déja dit; les deux sont à côté l'une de l'autre, à sept ou huit lieues de distance, j'entends leurs crêtes: tantôt elles s'éloignent davantage, tantôt elles se rapprochent; mais elles suivent toujours à peu près la même direction, qui ne différe guere de celle du méridien; leur extrême voisinage fait que le sol qui les sépare, & qui a cinq ou six lieues de largeur, est extrêmement élevé, & que les deux chaînes qui sont très-distinctes pour les habitans qui vivent dans l'intervalle, paroissent ne former qu'une seule masse pour ceux qui sont au-dehors. Quito, & la plus grande partie de sa Province, sont situés de cette sorte dans une longue vallée qui ne cesse d'être réputée montagne que parce qu'elle est placée entre des montagnes encore plus hautes & dont la plûpart sont couvertes de neige, ou sont neigées, s'il m'est permis de me servir d'une expression conforme à celle qui est en usage dans le pays. La Cordelière n'est pas ainsi double dans toute sa longueur, elle l'est dans un espace de plus de cent soixante-dix lieues que j'ai visité depuis le Sud de Cuenca jusqu'au Nord de Popayan, & je sçais qu'elle est double encore beaucoup plus loin vers le Nord, quoique le pays perde peu à peu en devenant trop bas, les bonnes qualités qu'il a aux environs de Quito.

Tout ce que je viens de dire des particularités de ce pays, deviendra beaucoup plus clair, si on jette les yeux sur l'estampe, que je ne me proposois pas d'abord de donner ici, mais que j'ai crû après y avoir mieux pensé, devoir joindre avec son explication à la fin de ce discours. On y trouvera une coupe de la Cordelière

re

re faite perpendiculairement à sa longueur & une *vûe* d'environ le quart de la partie qui a servi à notre Méridienne. Je me suis borné à cette portion, parce que c'est celle que je connois le mieux, quant à l'apparence qu'elle formeroit pour un spectateur situé au dehors, à une distance infinie, & qui la considéreroit d'un point aussi élevé qu'elle. Je pouvois faire passer le plan qui fournit le profil par d'autres endroits de la longueur: mais j'ai eu plusieurs raisons pour préférer les environs de Quito. Ce profil marque les dimensions des deux chaînes de montagnes. On voit dans la vallée qu'elles forment ou dans leur intervalle, Quito même, & on découvriroit d'autres villes dans l'éloignement si cet espace intérieur n'étoit coupé par d'autres montagnes moins hautes mais semées irrégulierement, & qui sont comme des hors-d'œuvres par rapport aux premieres.

La largeur suffisante de la vallée & son exposition à l'égard du Soleil devroient y rendre la chaleur insupportable, mais d'un autre côté la grande élevation du terrein & le voisinage de la neige doivent tempérer le chaud; les deux contraires, si on le peut dire, sont mariés ensemble, & cette alliance ne doit pas moins produire une Automne qu'un Printemps continuel. On n'y connoît point tous ces animaux malfaisans les tigres & les serpens qu'on trouve en bas dans les forêts. La chaleur n'est pas assez grande en haut pour eux. Le Thermométre de M. de Reaumur s'y maintient à 14 ou 15 degrés; les campagnes y sont toujours vertes, on y a les fruits de la Zone torride & ceux de l'Europe qu'on y a apportés, comme les pommes, les poires, les pêches; les arbres y sont presque toujours en séve: toutes les différentes espéces de grains, & particuliérement le froment, y profitent parfaitement bien. On pourroit aussi y faire du vin, si Lima n'avoit réussi par un privilége exclusif à en faire un des objets de son commerce, pendant que la Province de Quito subsiste par ses denrées

& par ses manufactures de draps & de toiles de coton

Les années de disette & de cherté ne contribuent pas ordinairement à fournir des preuves de la bonté du pays où elles se font sentir. C'est néanmoins par une exception singuliere, ce qui se trouve vrai à l'égard du Pérou. Un siécle entier n'offriroit pas un autre exemple d'une année aussi pluvieuse que 1741. Les moissons manquerent; & à peine la récolte des grains fournit-elle la septiéme ou huitiéme partie de ce qu'elle donne les années médiocres ou moyennes. Tout augmenta de prix, comme on le juge assez : car le Pérou n'est pas un pays où les Habitans sçachent faire de reserve & former des magasins auxquels on puisse avoir recours dans l'occasion. Quoiqu'un médiocre travail y suffisse pour obliger la terre qui y est extrêmement féconde à répandre ses liberalités, le pain y est pourtant très-cher, & deux ou trois fois plus qu'il n'est ici; parce qu'on ne porte ses vûes dans la Province de Quito que sur les besoins présens, & qu'on y laisse inculte beaucoup de terrain. La disete fit augmenter huit à neuf fois le prix du froment, du mays & de tous les autres grains, de même que celui des pommes de terre qui servent avec le mays de principale nourriture aux Indiens. Il semble que la calamité publique devoit être extrême; & elle l'eût été par tout ailleurs. Cependant presque personne ne souffrit; les pauvres furent un peu incommodés; mais ils vêcurent. On eut recours aux fruits & à divers légumes qui ne manquerent pas. On eut toujours du fromage; & comme le bétail ne cessa pas de trouver de gras pâturage dans les campagnes immenses que fournissent les montagnes, la viande fut toujours à très-bon marché & à un prix qui, quoique j'en aye marqué la raison d'avance, surprendra par son peu de proportion avec le pain. Le bœuf ou la vache n'y vaut guere la livre que deux ou trois sols de notre monnoye.

On s'y procureroit également tout ce dont on a be-

soin pour le vêtement. Le lin y vient fort bien : j'en ai vû qu'on avoit cultivé dans le pays & qui étoit fort beau. les laines n'y sont pas tout à fait d'une aussi bonne qualité que les nôtres ; mais si on le vouloit, on en tireroit meilleur parti, & on en feroit d'excellens draps, au lieu des mauvais qu'on y fabrique. On n'a pas à Quito le Vigogne, quoiqu'on y ait un animal de la même espéce que les Indiens nomment *llamas*, qu'on ne peut mieux comparer qu'à un petit chameau, dont on se sert pour transporter des fardeaux de 50 ou 60 livres. Le Vigogne se trouve dans le Chili, & il vivroit sans doute en divers endroits de la Cordelière du Pérou. On y trouve aussi des ingrédiens propres aux teintures. On a en bas l'indigo qui y est très-commun ; il croît en haut un arbuste qui fournit un assez beau jaune, & on éleve en divers lieux l'insecte connu sous le nom de Cochenille, qui sert pour les couleurs cramoisies. On en fait même quelque commerce à Ambato qui est une vingtaine de lieues au Sud de Quito, & où la température est à peu près la même, si ce n'est que le Thermométre doit y être plus haut d'un ou deux degrés. Les épiceries n'y manquent pas non plus ; ou ce qui revient au même, on peut substituer à celles que nous connoissons, d'autres que donne le pays ; ce qu'on fait effectivement, & ce qu'on pourroit faire encore avec plus de succès. Il suffit enfin de choisir un poste un peu plus haut ou un peu plus bas (car comme nous l'avons vû, cette longue vallée ne forme pas un plan parfaitement uni) & on peut y jouir de l'air & des agrémens des climats les plus différens.

La Sphére y étant sensiblement droite, les jours y sont toujours à peu près égaux aux nuits ; c'est un perpétuel équinoxe, & le degré de température dans le même endroit y est aussi à peu près le même pendant toute l'année : ce sont seulement les pluyes qui y distinguent les saisons ; il y pleut depuis le mois de Novembre jusqu'au mois de Mai, à peu près comme en bas dans les forêts :

ces pluyes jointes aux tremblemens de terre & aux fréquentes éruptions des Volcans, qui sont en grand nombre, forment les mauvaises qualités du pays, qui ne laissent pas d'en balancer un peu les bonnes. Il est au reste assez facile aux voyageurs qui pénétrent dans l'intérieur de la vallée, de remarquer qu'ils ne descendent pas autant en dedans qu'ils ont monté en dehors, & qu'ils sont donc au-dessus du niveau de la Mer d'une quantité considérable; mais il leur est très-difficile, ou plûtôt il leur est impossible d'estimer de combien. On n'a pas le tems de réfléchir dans de si mauvais pas; ce n'est presque que l'homme machinal qui fait le voyage. Toutes les eaux qui après s'être rassemblées & qui, en rompant l'une ou l'autre Cordelière, se précipitent au dehors pour se rendre vers tous les côtés de l'horison, ou à la Mer du Nord, ou à celle du Sud, indiquent bien encore la grande hauteur; elles forment les plus hautes cataractes du monde; mais elles ne font rien connoître de précis au simple voyageur. Ainsi il ne faut pas s'étonner si nous avons appris aux habitans de Quito qu'ils étoient de toute la terre connue les peuples les plus élevés; que leur hauteur au-dessus de la Mer étoit de 14 ou 1500 toises, & qu'ils respiroient un air plus rare de plus d'un tiers que celui que respirent les autres hommes. * On pourroit même supprimer la restriction de terre connue; car nous verrons qu'il y a tout lieu de croire que les montagnes qui se trouvent dans les Zones tempérées & dans les Zones froides, sont inhabitables & même inaccessibles à une moindre hauteur.

Nous nous sommes tous trouvés d'abord considérablement incommodés de la subtilité de l'air, ceux d'entre nous qui avoient la poitrine plus délicate, sentoient davantage la différence, & étoient sujets à de petites hémorragies; ce qui venoit sans doute de ce que l'atmosphére ayant un moindre poids, n'aidoit pas assez par sa com-

* Le Mercure dans le Barométre se soutient à Quito à 20 pouces 1 ligne.

pression les vaisseaux à retenir le sang, qui de son côté étoit toujours capable de la même action. Je n'ai pas remarqué dans mon particulier que cette incommodité augmentât beaucoup lorsqu'il nous est arrivé ensuite de monter plus haut; peut-être parce que je m'étois déja fait au pays, ou peut-être aussi parce que le froid empêche la dilatation de l'air d'être aussi considérable qu'elle le seroit sans cela. Plusieurs d'entre nous, lorsque nous montions, tomboient en défaillance & étoient sujets au vomissement; mais ces accidens étoient encore plus l'effet de la lassitude que de la difficulté de respirer. Ce qui le prouve d'une maniere incontestable, c'est qu'on n'y étoit jamais exposé lorsqu'on alloit à cheval, ou lorsqu'on étoit une fois parvenu au sommet, où l'air cependant étoit encore plus subtil. Je ne nie pas que cette grande subtilité ne hâtât la lassitude & ne contribuât à faire augmenter l'épuisement, car la respiration y devient extrêmement pénible pour peu qu'on agisse, on se trouve tout hors d'haleine par le moindre mouvement; mais ce n'est plus la même chose aussitôt qu'on reste dans l'inaction. Je ne dis rien dont je n'aye été le témoin plusieurs fois, & ce que j'eusse vû sans doute encore plus souvent, si l'expérience n'avoit bien-tôt fait sentir à la plûpart d'entre nous qu'il ne leur étoit pas permis de s'exposer à une si extrême fatigue.

Quito est au pied d'une de ces montagnes nommées Pichincha, qui appartiennent à la chaîne ou Cordelière occidentale, à celle qui est du côté de la Mer du Sud: on monte à cheval fort haut, de même que sur la plûpart des autres. Plusieurs de ces montagnes se ressemblent, en ce que leur pied est formé de diverses collines qui ne sont que de terre argilleuse ou de terre ordinaire qui produit des herbes, & que du milieu il s'éleve une pyramide ou masse de pierres haute de 150 ou 200 toises. Il y a quelqu'apparence que la terre couvroit le tout le tems passé, mais qu'en s'écoulant peu à peu, ou que par des

éboulemens causés tout-à-coup par quelque tremblement, elle a laissé paroître le rocher.

Cette partie de Pichincha est très-difficile à escalader. Nous passâmes trois semaines sur son sommet : le froid y étoit si vif que quelqu'un d'entre nous commença à sentir quelques affections scorbutiques, & que les Indiens & les autres domestiques que nous avions pris dans le pays, eurent des tranchées violentes : ils rendirent du sang, & il y en eut qui furent obligés de descendre ; mais leur indisposition ne venoit toujours, lorsque nous fûmes une fois logés sur la pointe du rocher, que de la seule rigueur du froid auquel ils n'étoient pas accoûtumés, sans que la dilatation de l'air parût en être la cause, au moins immédiate ou prochaine : c'est ce que j'examinai avec d'autant plus de soin que je sçavois que la plûpart des voyageurs y avoient été trompés, faute de démêler assez les différens effets. Souvent le soir, lorsque nous soupions, nous avions au milieu de nous une terrine pleine de feu avec plusieurs bougies ou chandelles allumées, & la porte de notre cabane étoit fermée avec de doubles cuirs ; tout cela n'empêchoit pas que l'eau ne gelât dans nos verres. Nous eûmes toutes les peines du monde à régler une pendule ; nous étions presque continuellement dans les nuages qui ne nous permettoient de voir absolument que la pointe du rocher sur lequel nous étions postés. Quelquefois le ciel changeoit trois ou quatre fois en une demi-heure ; une tempête étoit suivie par le beau tems, & on entendoit un instant après un tonnerre d'autant plus fort qu'il étoit plus voisin de nous ; notre rocher faisant à peu près à son égard le même effet qu'un écueil dans la Mer, où tous les flots viennent se briser. Nous n'y avions pas de thermométre vers la fin de notre séjour lorsque nous crûmes tous que le froid étoit devenu plus grand : mais nous avions déja vû cet instrument marquer quelques degrés au-dessous de la congélation & varier beaucoup plus

qu'en bas à Quito. Il avoit varié souvent du matin à l'après midi de 17 degrés, quoiqu'on le tînt toujours à l'ombre.

Le mercure qui se soutenoit dans le vuide au bord de la Mer à 28 pouces 1 ligne, se soutenoit en haut environ 1 ligne au-dessous de 16 pouces; les élasticités de l'air s'y trouverent encore exactement proportionnelles à ses condensations, de même qu'en bas & qu'en Europe. Ces observations & plusieurs autres faites avec autant de soin confirment non-seulement ce rapport exact, mais apprennent que l'intensité même de la force élastique de l'air ou sa vertu de ressort est sensiblement égale dans tous les lieux de la Zone torride qui sont considérablement élevés. Les condensations actuelles en chaque endroit y sont proportionelles au poids des colomnes supérieures qui causent la compression: ces condensations ou les densités changent en progression géométrique, pendant que les hauteurs des lieux sont en progression arithmétique. * En bas ce n'est pas la même chose: par-

* C'est ce qui fournit cette regle très-simple que je rapporte en faveur de quelques Lecteurs. Il n'y a qu'à chercher dans les tables ordinaires les logarithmes des hauteurs du mercure dans le Barométte, exprimées en lignes; & si on ôte une trentiéme partie de la différence de ces logarithmes, en prenant avec la caracteristique seulement les quatre premieres figures qui la suivent, on aura en toises les hauteurs relatives des lieux. Le mercure se soutenoit dans le Barométre à Carabourou qui est la plus basse de toutes nos Stations, à 21 pouc. $2\frac{1}{4}$ lig. ou à $254\frac{1}{4}$ lig: au lieu que sur le sommet pierreux de Pichincha il se soutenoit à 15 pouc. 11 lig. ou à 191 lig. Si l'on prend la différence des logarithmes de ces deux nombres, on trouvera 1250, & si on en ôte la trentiéme partie, il viendra 1209 toises pour la hauteur de Pichincha au-dessus de Carabourou; ce qui s'accorde avec la détermination Géométrique. L'application de cette regle est d'autant plus exacte que les hauteurs du mercure dans le Barométre ne varient que très-peu en chaque lieu de la Zone torride. La variation en bas au bord de la Mer n'est guere que $2\frac{1}{2}$ lig. ou 3 lig. & à Quito elle est d'environ une ligne. M. Godin a remarqué le premier qu'il s'en fait une chaque jour à certaines heures à Quito, & je crois qu'on doit l'attribuer à la dilatation journaliere que cause le Soleil par sa chaleur à l'atmosphére. Cette dilatation n'empêche pas que le poids au bord de la Mer ne soit toujours le même. Car que la colomne soit plus ou moins haute elle doit toujours peser également. Mais la dilatation causée pendant le jour fait que la partie d'en

ce que l'intenſité de la force élaſtique de l'air y eſt réellement plus petite qu'à 1 ou 2 cens toiſes de hauteur, & il faut même qu'elle y ſoit conſidérablement moindre, puiſqu'elle l'eſt malgré l'effet de la chaleur qui contribue à la rendre plus grande. Ce n'eſt pas ici le lieu d'inſiſter davantage ſur ce ſujet, & d'expliquer tous les moyens dont je me ſuis ſervi pour découvrir les degrés précis de cette force en chaque lieu. Pour achever de rendre compte des obſervations faites ſur Pichincha, le pendule à ſecondes, lorſqu'on s'arrête à ce que fourniſſent immédiatement les expériences, y étoit plus court qu'au bord de la Mer, de $\frac{36}{100}$ ligne. *

Nous eûmes beſoin d'aſſez de conſtance pour lutter pendant plus de vingt jours contre les rigueurs d'un pareil poſte. Nous fûmes obligés de reconnoître à la fin qu'il falloit abſolument renoncer aux ſommets très-élevés. A force de monter & de vouloir découvrir plus de terrain, on ne découvre preſque rien. Une haute montagne arrête non-ſeulement tous les nuages qui viennent la rencontrer, mais même ceux qui paſſent à côté à une certaine diſtance : ils ſont jettés derriere par le vent, & ils y trouvent preſque toujours un calme qui les y retient. Outre cela lorſque le haſard veut que la pointe ſur laquelle on eſt ſitué ſoit découverte, ſouvent les autres qu'on doit obſerver ne le ſont pas; & la difficulté devient incomparablement plus grande, lorſqu'il faut que quatre ou cinq montagnes paroiſſent preſque en même tems. Nous ſentîmes donc qu'il y avoit à gagner pour nous de toutes manieres à ne pas porter ſi haut les triangles de notre Méridienne, & que nous devions nous contenter pour l'ordinaire de placer nos ſignaux ſur les

bas de la colomne contient un peu moins d'air & qu'il en paſſe un peu davantage au contraire dans la partie ſupérieure; ce qui change la diſtribution du poids par rapport à tous les lieux qui ſont ſitués dans la Cordeliè-re, de même que ſur les autres montagnes.

* Je l'ai trouvé en haut de 36 pouces $6\frac{71}{100}$ lignes à Quito de 36 pouces $6\frac{83}{100}$ lignes, & au bord de la Mer de 36 pouces $7\frac{7}{100}$ lignes.

collines,

collines, au pied des pyramides pierreuses. Malgré cette précaution si nécessaire, rien ne nous a incommodés davantage dans nos travaux, que cette alternative subite de chaud & de froid que nous éprouvions d'un moment à l'autre, toutes les fois que nous montions ou que nous descendions d'une quantité un peu considérable.

Nous étions déja montés une autrefois M. de la Condamine & moi sur ce même sommet : mais nous n'y allions alors que pour examiner le poste, & nous descendîmes sur le champ. Nous fûmes surpris en haut par un orage. Le vent n'avoit pas de direction fixe ; il nous frapoit presque dans le même tems de différens côtés. Le tonnerre lança horisontalement contre nous des grains de grêle & ne se fit guere plus entendre qu'une amorce de fusil ; ce qui nous fit croire que sur les montagnes les plus élevées, il ne faisoit jamais plus de bruit. Nous eumes tout le loisir pendant notre station de trois semaines de reformer ce premier jugement ; & nous nous sommes vûs une infinité de fois depuis sur d'autres montagnes, où nous entendions des roulemens terribles, qui quelquefois se faisoient sur nos têtes & d'autres fois au-dessous de nous. Il ne faut pas douter qu'il n'y ait des coups de tonnerre qui sont extrêmement foibles : tels sont peut-être tous ces éclairs qui ne sont suivis d'aucun bruit. On ne les entend pas d'en bas : ce sont des coups heureusement perdus ; ce qui peut venir de plusieurs causes, & souvent aussi de ce qu'on en est trop éloigné. Dans l'occasion dont je parle, nous nous trouvâmes, pour ainsi dire, dans le foyer même de l'orage ; mais apparemment que les matieres inflammables s'y rassemblerent en trop petite quantité.

Les plus hautes de nos stations dans le travail de la Méridienne ont toujours été les plus pénibles pour nous. Le poste le plus élevé qui ait réellement servi à nos triangles est 2334 toises au-dessus de la Mer. Il se nomme Sinazahuan ; il forme un des sommets de la mon-

tagne de l'Asouay, qui sépare les jurisdictions de Riobamba & de Cuenca. On s'étonnera d'apprendre que les Incas y pratiquerent un chemin, qu'on fréquente encore tous les jours : mais on tâche de bien prendre son tems. Car lorsqu'on a le malheur d'y être surpris par quelque orage mêlé de frimats ou de neige, on court risque de n'en pas revenir. Nous y fîmes porter heureusement des tentes de rechange ; il fallut en substituer successivement trois différentes l'une à l'autre, en dix ou douze jours que nous y restâmes. On eut de si grandes allarmes à notre sujet à Atun-Cagnar, bourg qui est à 3 ou 4 lieues de distance, qu'on y fit des prieres publiques pour nous.

Nous avons eu tout le tems en parcourant ces montagnes de voir combien se trompent quelques Physiciens qui pensent que les nuages sont d'une autre nature que les brouillards. Souvent les nuages ne parvenoient pas jusqu'à nous, ils étoient cinq ou six cens toises trop bas, & ils nous empêchoient de voir la terre, pendant qu'ils cachoient le ciel aux habitans de la campagne : d'autres fois ces nuages avoient moins de pesanteur, ils montoient plus haut, & ils n'étoient alors pour nous qu'un simple brouillard dans lequel nous nous trouvions. Lorsque je les ai vûs fort au-dessous de moi, ils m'ont toujours paru très-blancs : je ne sçaurois mieux les comparer, & pour la couleur & pour la forme qu'ils avoient alors, qu'à des tas de coton qui se toucheroient & dont l'assemblage formeroit une surface ondée. Quant à la couleur, il arrive précisément la même chose à l'eau qu'au verre. On sçait que le verre perd sa transparence lorsqu'on le pulvérise, & qu'il paroît d'une blancheur de neige, si on le regarde du côté qu'il est très-éclairé. C'est la même chose lorsque l'eau est réduite en très-petites parcelles ou en gouttelettes presque imperceptibles dans les nuages ou dans les brouillards. Si ces très-petites gouttes ne sont autre chose que de petites sphé-

res creuses, l'air intérieur en se dilatant plus ou moins, doit obliger l'eau qui forme la bulle à changer d'épaisseur; & la petite sphére changeant de volume, le nuage doit monter plus ou moins haut, jusqu'à ce qu'il se trouve en équilibre avec la couche de l'atmosphére dans laquelle il flotte. Aujourd'hui les nuages ont une certaine pesanteur spécifique, ils se soutiennent à une hauteur précise, on ne les voit parvenir que jusqu'à un certain point dans toutes les montagnes; mais un autre jour le diamétre des petites bulles sera plus ou moins grand, ces nuages deviendront plus ou moins légers, & on les verra se placer dans une région plus haute ou plus basse. C'est principalement au lever du Soleil qu'on les voit sujets à un mouvement sensible, & qu'ils montent d'une maniere uniforme & quelquefois avec une assez grande vitesse. Mais pour revenir à leur transparence, comme les petites bulles qui les composent, présentent un trop grand nombre de petites surfaces à la lumiere, ils paroissent obscurs lorsqu'on les regarde par-dessous; au lieu que si le spectateur est placé au-dessus, comme nous l'étions souvent sur Pichincha & sur nos autres montagnes, tous les rayons réfléchis & confondus, après qu'ils ont souffert diverses réfractions, forment le blanc, conformément à ce que nous connoissons des propriétés de la lumiere.

On voit presque tous les jours sur le sommet de ces mêmes montagnes un phénomene extraordinaire qui doit être aussi ancien que le monde, & dont il y a cependant bien de l'apparence que personne avant nous n'avoit été témoin. La premiere fois que nous le remarquâmes nous étions tous ensemble sur une montagne moins haute, nommée Pambamarca. Un nuage dans lequel nous étions plongés, & qui se dissipa, nous laissa voir le Soleil qui se levoit & qui étoit très-éclatant; le nuage passa de l'autre côté: il n'étoit pas à trente pas, & il étoit encore à trop peu de distance pour avoir ac-

quis la blancheur dont je viens de parler, lorſque chacun de nous vit ſon ombre projettée deſſus, & ne voyoit que la ſienne, parce que le nuage n'offroit pas une ſurface unie. Le peu de diſtance permettoit de diſtinguer toutes les parties de l'ombre, on voyoit le bras, les jambes, la tête; mais ce qui nous étonna, c'eſt que cette derniere partie étoit ornée d'une gloire ou auréole formée de trois ou quatre petites couronnes concentriques d'une couleur très vive, chacune avec les mêmes variétés que le premier arc-en-ciel, le rouge étant en dehors.

Les intervalles entre ces cercles étoient égaux, le dernier cercle étoit plus foible; & enfin à une grande diſtance nous voyions un grand cercle blanc qui environnoit le tout. C'eſt comme une eſpéce d'apothéoſe pour chaque ſpectateur; & je ne dois pas manquer d'avertir que chacun jouit tranquillement du plaiſir ſenſible de ſe voir orné de toutes ces cournnes, ſans rien appercevoir de celles de ſes voiſins. Il eſt vrai que c'eſt préciſement la même choſe à l'égard de l'arc-en-ciel ordinaire, quoiqu'on n'y faſſe pas toujours attention. Chaque ſpectateur voit un arc-en-ciel particulier, puiſque cet arc a un centre différent pour chaque perſonne. Mais comme les couronnes qu'on aperçoit ſur les montagnes du Pérou ſont très-petites & qu'elles paroiſſent apartenir à l'ombre du ſpectateur, chacun eſt en droit de s'approprier celles qu'il découvre. La premiere environne immédiatement la tête de l'ombre, les autres ſuivent; & le ſpectateur ſeulement témoin de ce qui le concerne, ne fait que conjecturer que les autres ſe trouvent dans le même cas que lui.

J'ai obſervé ſouvent les diamétres de ces iris. Je ne manquai pas même de le faire la premiere fois que nous les aperçûmes; je formai à la hate une eſpece d'arbaleſtrille avec les premieres regles que je trouvai, parceque je craignois que cet admirable ſpectacle ne s'offrit

que rarement. J'ai remarqué depuis que les diamétres changeoient de grandeur d'un instant à l'autre, mais en conservant toujours entr'eux l'égalité des intervalles, quoique devenus plus grands ou plus petits. Le phénomene outre cela ne se trace que sur les nuages, & même sur ceux dont les particules sont glacées, & non pas sur les gouttes de pluye, comme l'arc-en-ciel. Qu'un nuage qui couvroit le Soleil se retire & que cet astre devienne plus vif, aussi-tôt les petites bulles du nuage opposé doivent se dilater; leur surface devenant plus grande, la petite épaisseur de l'eau doit diminuer; & réduite à une lame plus mince, ce n'est qu'une obliquité plus grande, ou que des bulles plus éloignées du centre de l'ombre, qui peuvent faire voir les mêmes couleurs, selon les autres expériences que nous avons sur ce sujet. Ordinairement le diamétre du premier Iris étoit d'environ 5 degrés $\frac{2}{3}$, du suivant, d'environ 11 degrés, de l'autre de 17 degrés, & ainsi de suite; celui du cercle blanc étoit d'environ 67. Le tems propre à ce spectacle qui demande que l'ombre soit projetée sur un nuage, disculpe les gens du Pérou, qu'il ne faut pas blâmer de ne l'avoir pas vû: c'est une heure indue pour tout autre que des Physiciens, pour se trouver sur le sommet d'une haute montagne; où l'apercevroit apparemment quelquefois sur nos tours qui sont fort élevées. Chacun de nous a vû des brouillards peu étendus, qui n'étoient qu'à quelque pas de distance. Il ne manquoit plus que l'autre condition, le Soleil placé dans l'horison à l'opposite. Dans les rencontres même où cette derniere circonstance n'a pas exactement lieu, on peut encore distinguer souvent quelque portion du cercle blanc, comme je l'ai remarqué différentes fois depuis que j'y ai fait attention.

La hauteur du sommet pierreux de Pichincha est à peu près celle du terme inférieur constant de la neige dans toute les montagnes de la Zone torride. J'ai trou-

vé que ce sommet pierreux est élevé au-dessus du niveau de la Mer du Sud de 2434 toises. La neige tombe beaucoup plus bas. On la même vû quelquefois, quoique très-rarement, tomber à Quito qui est plus de 900 toises au-dessous; mais elle est sujette à se fondre le jour même: au lieu qu'au-dessus elle se conserve dans toute la partie de la Cordelière que j'ai parcourue. Quelques montagnes n'atteignent pas ce terme, quelques autres viennent y toucher, comme Pichincha; d'autres en très-grand nombre s'élevent plus haut, & leur partie supérieure est continuellement neigée, & par conséquent inaccessible, parce que la neige s'y convertit en glace. Sa surface ne peut pas manquer de se fondre un peu pendant le jour, lorsque la montagne n'est point cachée dans les nuages; mais le Soleil cesse-t'il d'agir, il se forme comme du verglas; l'eau passe dans les interstices des couches inférieures & s'y gêle, en rendant la neige extrêmement compacte & en formant un tout solide. La surface se durcit en même tems & devient polie comme un miroir, ce qui est cause qu'il est comme impossible de monter plus haut. Ce terme dépend de trop de diverses circonstances pour n'être pas sujet à de grandes irrégularités. Plusieurs montagnes dans le Pérou ont une disposition prochaine à l'incendie, car presque toutes ont été volcans, ou le sont encore actuellement, malgré toutes leurs neiges qui sont si propres à les faire méconnoître. Il est certain outre cela que plus la masse qui leur sert de base a de grandes dimensions, plus elle doit leur communiquer de chaleur, & éloigner le terme de la congélation, puisqu'il faut presque considérer ces masses comme un second sol qui est échauffé chaque jour par le Soleil. D'un autre côté la partie neigée, lorsqu'elle est plus grande, produit un effet tout contraire; elle cause à la ronde un plus grand froid, capable de congeler ou de produire de la glace un peu plus bas. Cependant la différence n'est pas grande, autant que je

l'ai pû remarquer, & le bas de la neige forme comme une ligne de niveau dans toutes les montagnes du Pérou; de sorte qu'on peut juger de leur hauteur par un simple coup d'œil.

Les volcans, comme je viens de le dire, forment l'exception la plus forte à cette regle; mais l'exception est, quelquefois telle qu'il seroit difficile de la prévoir. C'est ce que j'ai remarqué à l'égard de Cotopaxi qui avoit servi à notre Méridienne & qui est situé dans la chaîne orientale. Le lieu de notre station étoit environ 150 ou 180 toises au-dessous du bas de la neige: mais cette montagne ayant été sujette à une nouvelle éruption en 1742, la neige se fondit en haut. On la vit d'en bas quelquefois augmenter d'épaisseur & quelquefois diminuer; mais le bas ou le commencement de la congélation descendit en même tems & se trouva ensuite au-dessous du poste où nous avions campé pendant que nous travaillions à nos triangles. Je me donnai la peine au commencement de 1743 d'aller visiter derechef la montagne pour vérifier cette circonstance, en même tems que diverses autres; & je ne pû pas m'y tromper. Cette singularité paroît avoir du rapport avec ces opérations connues, dans lesquelles on hate la congélation par le secours du feu. Cependant l'examen de la chose me fit entrevoir qu'elle dépendoit d'une cause toute différente. Je reconnu que ce que j'avois pris de loin pour de la neige n'en étoit pas; mais que c'étoit de l'eau qui en tombant d'en haut & en ruisselant tout autour de la montagne, s'étoit gelée pendant sa chute. Il est bien certain que la moindre chaleur doit suffire pour faire fondre des parties délicates comme celles de la neige, lorsqu'elles tombent sur un terrain qui se trouve échauffé intérieurement. Mais lorsqu'une couche d'eau d'une certaine épaisseur coule sur ce même terrain, la chaleur de dessous peut être si foible qu'elle ne se communique pas à la surface supérieure; & si cette surface se trouve exposée à un grand froid, rien

ne l'empêchera de se convertir en glace. La neige d'en haut en se fondant sur Cotopaxi par le voisinage du feu fournissoit donc continuellement de nouvelle eau; & cette eau en se gêlant en bas après s'être divisée en une infinité de ruisseaux, formoit comme une chevelure de glace à la montagne, vûe d'une certaine distance, mais paroissoit de plus loin comme un tout sans interruption. Le même effet auroit lieu sur toutes les autres montagnes: la neige ne s'y conserve que jusqu'à un certain terme en descendant; au lieu qu'une couche d'eau pour peu qu'elle eût d'épaisseur, gêleroit encore un peu plus bas par sa surface supérieure. Tel est l'éclaircissement que je me procurai de ce Phénomene, en me transportant sur les lieux. Si l'on à égard à l'exception qu'il fournit & à quelques autres qui ne sont pas considérables, le bas de la neige, nous le repetons, forme une ligne assez exactement de niveau dans tous les pays qui sont aux environs de l'Equateur.

Mais si nous examinons la chose d'une maniere plus générale, si nous portons la vûe sur tout le globe, cette ligne n'est pas exactement parallele à la surface de la terre: il est évident qu'elle doit aller en descendant d'une maniere graduée à mesure qu'on s'éloigne de la Zone torride, ou qu'on avance vers les Poles. Cette ligne est élevée de 2434 toises au-dessus du niveau de la Mer dans le milieu de la Zone torride; elle ne sera élevée vers l'entrée des Zones tempérées que de 2100 toises en passant par le sommet de Theyde ou du Pic de Ténériffe qui a à peu près cette hauteur. * En France & dans

* Le Pere Feuillée à qui nous devenons un grand nombre d'observations importantes, donne 2213 toises de hauteur au Pic de Teneriffe, dans une relation manuscrite qu'il présenta à l'Académie au retour du voyage qu'il fit en 1724 aux Isles des Canaries. Mais nous croyons sur les raisons que nous allons rapporter, qu'il faut au moins retrancher 140 ou 150 toises de cette hauteur. L'Observateur se servit d'une base qui n'ayant que 210 toiſ. de longueur, étoit beaucoup trop courte, vû la distance du Pic dont il étoit éloigné de plus de 10000 toises. Cette base à cause de sa mauvaise situation n'étoit équivalente qu'à une autre beaucoup plus pe-

le

le Chili elle passera à 15 ou 1600 toises de hauteur, & continuant à descendre à mesure qu'on s'éloignera de l'Equateur, elle viendra toucher la terre au-delà des deux cercles polaires, quoique nous ne la considérions toujours que pendant l'Eté.

On peut appeller cette ligne, celle *du terme inférieur constant de la neige*, car il doit y en avoir une autre, celle *du terme supérieur*, mais que, selon toutes les apparences, les plus hautes montagnes du monde n'atteignent pas. S'il y en avoit d'assez élevées pour porter leurs cimes au-dessus de tous les nuages, ces plus hautes pointes seroient exemptes de neige dans leurs parties supérieures, & on jouiroit en haut, si on pouvoit y parvenir, d'une sérénité parfaite & perpétuelle, comme on l'a souvent supposé mal à propos de l'Olympe, du mont Ararat & de Theyde ou Pic de Ténériffe, quoique ce dernier n'atteigne pas même tout-à-fait le terme inférieur de la congélation. Pour me borner à dire ici simplement ce que j'ai vérifié par moi-même, quelques montagnes qui ont servi à nos triangles, comme Cotopaxi, ont une partie neigée de 6 à 700 toises de hauteur perpendiculaire. Il seroit inutile d'en nommer plusieurs autres qui

rite. Car conformément à une méthode qui n'est presque jamais bonne que dans la Théorie, elle étoit dirigée sur la montagne, au lieu d'avoir une direction à peu près perpendiculaire : Desorte qu'elle ne se réduisoit réellement qu'à une base d'une quarantaine de toises, qui eût été placée verticalement ou dans une situation à peu près perpendiculaire aux deux rayons visuels conduits jusqu'au sommet de la montagne. Enfin le P. Feuillée négligea l'inclinaison de sa base ; parce qu'on lui dit que la Mer en avoit autrefois couvert le terrain. Cependant si la chose étoit vraie, le terrain s'étoit élevé depuis, & il avoit dû s'élever davantage vers le pied de la montagne, où étoit le lieu de la seconde station. Or que la pente du terrain ait été seulement de 3 toises sur 210, ce qui n'est pas considérable, les deux rayons visuels, à cause de l'élevation de la seconde station, se sont rencontrés en l'air à une moindre distance & à une moindre élevation ; & eu égard au peu de longueur de la base réduite, qui n'étoit que de 40 toises, il faut diminuer la hauteur trouvée par le P. Feuillée, d'environ une treiziéme ou quatorziéme partie. J'ai crû que les Lecteurs ne regarderoient point cette note comme étrangere dans un ouvrage comme celui-ci où il s'agit si souvent de montagnes.

ſont le long de notre Méridienne, de même que d'autres qu'on trouve de l'un & de l'autre côté de la riviere de la Magdeleine en venant vers la Mer du Nord jusqu'à Sainte-Marthe. Chimboraço qui eſt la plus haute de toutes celles que j'ai obſervées & même vûes, a 3217 toiſes au-deſſus de la Mer, & ſa partie neigée a plus de 800 toiſes. Mais ſi les nuages paſſent quelquefois beaucoup plus bas, ce qui permet de voir le ſommet de la montagne au-deſſus, ils paſſent auſſi très-ſouvent beaucoup plus haut, & quelquefois de 3 ou 400 toiſes, autant que j'ai pû en juger de loin, en comparant leur hauteur aux dimenſions de la montagne que j'avois déja meſurée. En un mot, l'intervalle dans le ſens perpendiculaire ou vertical entre les deux termes, le ſupérieur & l'inférieur, de la neige, eſt au moins de 11 ou 1200 toiſes dans la Zone torride; il faut même augmenter conſidérablement cette hauteur, s'il eſt permis de confondre avec les autres nuages ceux que forment quelquefois la fumée des volcans; car je l'ai vû monter 7 à 800 toiſes encore plus haut. Ainſi, ſi l'on s'arrêtoit à ce dernier terme, & qu'il y eut des montagnes aſſez hautes, on leur verroit une ceinture ou Zone de glace qui commenceroit à 2440 toiſes au-deſſus du niveau de la Mer, & qui finiroit à environ 4300 ou 4400 toiſes, non pas par la ceſſation de froid, puiſqu'il eſt certain au contraire que le froid augmente à meſure qu'on s'éloigne de la terre, mais parce que les nuages ou les vapeurs ne peuvent pas monter plus haut.

Il n'eſt pas difficile, lorſqu'on y fait un peu d'attention, de reconnoître que le froid doit augmenter à meſure qu'on s'éleve dans l'atmoſphére. C'eſt non-ſeulement le premier obſtacle qui nous empêche de monter, mais celui qui nous empêcheroit auſſi de vivre à une très-grande hauteur, s'il nous étoit donné d'y parvenir; & c'eſt à quoi ne penſoient pas toujours aſſez ceux qui ont parlé du ſéjour agréable qu'ils ſe formoient au-deſſus de

la région des nuages. On a eu raiſon pour expliquer le froid qu'on reſſent ſur le ſommet des montagnes, d'inſiſter ſur le peu de durée de l'action du Soleil, qui ne peut fraper chacune de leurs faces que pendant peu d'heures, & qui ſouvent ne le fait pas. Une plaine horiſontale lorſque le Ciel eſt pur, eſt ſujette ſur le haut du jour à l'action perpendiculaire des rayons dont rien ne diminue la force : au lieu qu'un terrain fort incliné, les côtés d'une haute pointe de rochers preſque eſcarpés, ne peuvent être frapés qu'obliquement. Mais conſidérons pour un inſtant un point iſolé, au milieu de la hauteur de l'atmoſphére; & faiſons abſtraction de toutes montagnes, de même que des nues qui flotent dans l'air.

Plus un milieu eſt diaphane, moins il doit recevoir de chaleur par l'action immédiate du Soleil. La facilité avec laquelle un corps très-tranſparent donne paſſage aux rayons, montre qu'à peine ſes petites parties en ſont frapées. En effet quelle impreſſion pourroit-il en recevoir, pendant qu'ils le traverſent ſans preſque trouver d'obſtacle ? Selon les obſervations que j'ai faites autrefois, la lumiere lorſqu'elle eſt formée de rayons paralleles, ne perd pas ici bas une 100000 me partie de ſa force en parcourant un pied dans l'air libre. On peut juger ſur cela combien peu de rayons ſont amortis ou peuvent agir ſur ce fluide, en traverſant une couche qui n'a d'épaiſſeur, je ne dis pas un pouce ou une ligne, mais le ſimple diamétre d'une molécule. Cependant la ſubtilité & la tranſparence ſont encore plus grandes en haut : on s'en apercevoit quelquefois à la vûe ſimple dans la Cordelière en regardant les objets éloignés. Enfin l'air groſſier s'échauffe en bas par le contact ou par le voiſinage des corps plus denſes que lui qu'il environne & ſur leſquels il rampe; & la chaleur peut ſe communiquer de proche en proche juſqu'à une certaine diſtance. La partie baſſe de l'atmoſphére contracte tous les jours par ce moyen une chaleur très-conſidérable, & elle peut en recevoir

une d'autant plus grande, qu'elle a plus de denſité ou de maſſe. Mais on voit bien que ce n'eſt pas la même choſe à une lieue & demie ou deux lieues au-deſſus de la ſurface de la Terre, quoique la lumiere lorſqu'elle y paſſe, ſoit un peu plus vive. L'air & le vent doivent donc y être toujours extrêmement froids, & plus on conſidérera des points élevés dans l'atmoſphére, plus le froid y ſera pénetrant.

Au ſurplus la chaleur dont nous avons beſoin pour vivre n'eſt pas ſimplement celle que nous recevons immédiatement du Soleil dans chaque inſtant. Le degré momentané de cette chaleur ne répond qu'à une très-petite partie de celle qu'ont contracté tous les corps qui nous touchent, & ſur laquelle la nôtre eſt à peu près reglée. L'action du Soleil ne fait qu'entretenir à peu près dans le même état le fonds de la chaleur totale, en reparant de jour les diminutions qu'il a ſouffertes pendant la nuit ou qu'il reçoit continuellement. Si les degrés ajoutés ſont plus grands que les degrés de perte, la chaleur totale va en augmentant, comme il arrive ici en Eté, & elle croîtra de plus en plus juſqu'à un certain terme; mais conformément à ce que nous venons de voir, cette addition ou cette ſomme, pour ainſi-dire, de degrés accumulés ne peut jamais aller fort loin ſur le ſommet d'une haute montagne, dont la pointe qui s'éleve beaucoup n'eſt toujours que d'un très petit volume. C'eſt par cette raiſon que les alternatives du Thermométre étoient ſi grandes ſur Pichincha; au lieu qu'elles étoient moindres à Quito; & plus petites encore au bord de la Mer. L'état le plus bas du Thermométre en chaque lieu ſe rapporte toujours à la quantité de chaleur acquiſe par le ſol, & cette quantité étant très-petite ſur le ſommet de la montagne, la partie ajoutée par le Soleil pendant le jour doit ſe trouver rélativement plus grande.

Il eſt certain qu'on peut comparer à la plûpart des autres effets Phyſiques qui augmentent peu à peu & qui

ſont renfermés dans des limites qu'ils ne paſſent pas, la chaleur que contracte la Terre par la continuité de l'action du Soleil. Les degrés d'augmentation qui réſultent de la complication du tout, ne ſont jamais continuellement égaux : ces degrés principalement ſi on les conſidére vers le milieu de leur progrès, vont en diminuant juſqu'à devenir nuls, ou juſqu'à ce que l'effet ceſſant d'augmenter, touche à ſon dernier terme d'accroiſſement. Or il ſuit de-là que plus la chaleur accumulée ou totale eſt petite ou que plus elle eſt éloignée de ſon *maximum*, plus auſſi elle doit recevoir d'augmentation dans un tems égal, par l'action de l'agent quoique le même.

Une particularité qu'on obſerve encore dans tous les endroits élevés de la Cordelière, & qui dépend de la même cauſe ; c'eſt que lorſqu'on paſſe de l'ombre au Soleil, on reſſent une plus grande différence qu'ici pendant nos beaux jours, dans la température de l'air. Tout contribue quelquefois à Quito à y rendre le Soleil extrêmement vif : on n'a alors qu'à faire un pas, on n'a qu'à paſſer à l'ombre, & on reſſent preſque du froid. La même choſe n'auroit pas lieu, ſi le fonds de la chaleur acquiſe par le terrain étoit beaucoup plus conſidérable. Nous voyons auſſi maintenant pourquoi le même Thermométre mis à l'ombre & enſuite au Soleil, ne ſouffre pas des changemens proportionnels dans tous les tems ni dans tous les lieux. Cet inſtrument marque ordinairement le matin ſur Pichincha quelques degrés au-deſſous de la congélation, ce qu'on doit regarder comme la température propre du poſte ; mais qu'on expoſe l'inſtrument au Soleil pendant le jour, il eſt facile de juger que l'effet ſera fort grand, & beaucoup plus que double, quelque foit la maniere dont on le meſure.

Il reſte une derniere conſidération à faire entrer dans cette matiere, pour pouvoir expliquer pourquoi nous éprouvions quelquefois un froid ſi rigoureux, pendant que le Thermométre n'en indiquoit qu'un médiocre. Il

ſemblé que trois ou quatre degrés que cet inſtrument marquoit au-deſſous de la congélation ne répondoient pas à toute l'incommodité ou, pour mieux dire, tout le mal que nous reſſentions. Mais il faut ſe reſſouvenir que nous partions d'un climat très-tempéré, dont nous nous étions fait, pour ainſi-dire, une nouvelle patrie & que notre paſſage dans une autre ſe faiſoit toujours d'une maniere bruſque. On eſt tous les jours à portée d'éprouver dans ces pays là que le chaud & le froid ne ſont grands que relativement, & que notre diſpoſition préſente dépend principalement du lieu d'où nous ſortons. Lorſqu'on monte ou qu'on deſcend la Cordelière & qu'on paſſe par les endroits qui ſont élevés de 6 ou 7 cents toiſes au-deſſus de la Mer, on a froid ou chaud dans le même lieu ſelon qu'on vient d'en bas ou d'en haut. On a froid ſi l'on vient d'en bas, & on ſe trouve au contraire tout en ſueur ſi l'on deſcend d'en haut où il geloit.

Nous avions déja obſervé quelque choſe de ſemblable, lorſqu'en paſſant dans nos Iſles, nous montâmes ſur les plus hautes montagnes que nous y trouvâmes. Après cinq à ſix heures de marche à la Martinique, nous parvîmes au haut de la Montagne Pelée vers une heure après-midi, & nous y tremblions tous de froid, quoique le Thermométre fut encore à $17\frac{1}{2}$ degrés au-deſſus de la congélation. Il faut même que le ſéjour ſoit aſſez conſidérable en chaque lieu, pour qu'on s'y faſſe abſolument; ce qui prouve que nos pores ne changent pas aiſément de grandeur, ou que nous ne prenons pas ſur le champ la diſpoſition qui convient à chaque climat. C'eſt là ſans doute la cauſe de tous ces accidens funeſtes qui arrivent de tems en tems, lorſqu'on eſt obligé de paſſer ſur quelque crête ou gorge très-haute pour ſortir de la Cordelière ou pour y entrer. Comme on trouve une eſpece d'abri pendant qu'on monte, parce que le vent eſt interrompu par la rencontre de la montagne, on jouit d'un air tempéré en chemin. Mais eſt-

on une fois parvenu ſur la crête, on ſe trouve ſaiſi tout-à-coup par le froid, & le vent impétueux qui s'éleve le rend incomparablement plus vif par les parties de glace qu'il tranſporte. Qu'on conſidére combien la promptitude de ce changement différe de la lenteur avec laquelle nos différentes ſaiſons nous ſont amenées; & on ſe repréſentera mieux tout le danger auquel on eſt expoſé dans le cas dont il s'agit. J'ai eu occaſion de remarquer auſſi plus d'une fois que très-peu de différence dans l'élevation des poſtes très-hauts en produiſoit une très-grande dans leur température. Quelquefois le tems n'étoit que médiocrement mauvais dans le lieu où j'étois; & je voyois très-diſtinctement que c'étoit toute autre choſe 30 ou 40 toiſes au-deſſus de moi dans l'endroit où l'orage frapoit la partie de la montagne qui étoit couverte de neige. Quelques voyageurs n'ont rechapé lorſque la tempête a duré peu de tems, qu'en ouvrant le ventre de leurs chevaux & en s'y renfermant.

J'ai déja dit un mot du paſſage qu'offre le pied de Chimboraço au-deſſus de Guayaquil ou de Caracol; mais il eſt un autre Pas infiniment plus redoutable & qui eſt fameux dans toute l'Amérique méridionale. On le nomme le Pas de Gouanacas: il eſt par 2d 34′ de latitude ſeptentrionale entre Popayan & la petite ville de la Plata. On y paſſe pour traverſer la Cordelière orientale, qui en conſervant ſa même hauteur, puiſqu'elle a toujours de diſtance en diſtance des ſommets neigés, va en ſuivant ſa premiere direction ſe terminer environ 100 lieues plus au Nord vers la jonction des rivieres de Cauca & de la Magdeleine entre leſquelles elle marche depuis Popayan. On ne ſe hazarde qu'en tremblant à la franchir à Gouanacas, principalement lorſqu'on vient de dehors. On a le ſoin d'aller camper le plus haut qu'on peut, ou bien on s'arrête au village de même nom qui eſt ſur le côté oriental ou extérieur; & il faut abſolument ſe réſoudre à y attendre, ſi par la noirceur des

nuages qui se sont fixés en haut on découvre que le tems soit contraire. Les mules dont on se sert toujours à cause de la sûreté de leur pas & parce qu'elles sont plus fortes, partagent non-seulement le péril, elles en courent de plus grands. Outre qu'il faut qu'elles résistent comme les hommes à un froid qui les pénétre, elles sont accablées de lassitude. Tout le chemin dans un espace de plus de deux lieues, est tellement couvert des ossemens de celles qui y ont péri, qu'il n'est pas même possible d'y reposer une seule fois le pied, en les évitant. J'ai été obligé de passer par cette gorge pour venir m'embarquer sur la riviere de la Magdeleine & me rendre à Cartagène, en revenant en Europe. Comme je sortois de l'intérieur de la Cordelière, je devois être plus propre à supporter la rigueur de ce passage, qui a du côté du Sud à une distance de 4 ou 5 lieues une montagne neigée, fort haute nommée Cocounoucou, volcan ancien, mais qui est actuellement éteint, & du côté du Nord une autre montagne également couverte de neige qui est celle de Houila. Il y a au haut de la gorge un petit étang dont l'eau n'étoit pas gelée; & à moins de cent toises de distance de part & d'autre se trouvent d'un côté une des sources de la Cauca, & de l'autre de la riviere de la Magdeleine. Je vis des balots qu'on avoit laissés le long de la route; on aimoit mieux venir les reprendre un autre jour, que de ne pas sortir entre deux soleils de ce pas dangereux. J'estime que l'intervalle entre Popayan & la Plata est de 19 à 20 lieues; & on met ordinairement 20 ou 22 jours à faire ce chemin.

Quoique la neige rende les montagnes inaccessibles au-dessus du terme inférieur de la congélation : cependant au mois de Juin 1742 M. de la Condamine & moi nous montâmes sur le volcan de Pichincha qui est un autre sommet plus élevé que le premier derriere lequel il est situé par rapport à Quito. Nous nous trouvâmes environnés de neige, elle ferma pendant quelques jours

tous

tous les chemins pour venir à nous; & quelquefois nous fûmes obligés de nous mettre tous en action pour l'empêcher d'abattre la tente qui nous servoit de demeure. Comme cette neige étoit récente, qu'elle cédoit un peu à l'impression de nos pieds, que la pente n'étoit pas roide, & qu'il nous restoit peu de chemin à faire, nous pûmes monter jusqu'en haut, jusqu'au bord du volcan dont les différentes éruptions n'ont été que trop fatales à Quito. L'extrême vivacité du froid ne nous permit pas de rester en haut plus d'un demi-quart d'heure; nous reconnumes par l'inspection des lieux que deux obstacles avoient suspendu le grand effet du volcan sur la ville, l'interposition du sommet pierreux sur lequel nous fîmes cette longue & pénible station, & outre cela la bouche même du volcan qui a la forme d'une demi-couronne de rochers du côté de Quito, laquelle en résistant a déterminé les matieres lancées à prendre ordinairement un autre chemin. Il est assez singulier que pendant que nous nous livrions à cet examen, un autre volcan dans la chaîne orientale s'enflamma, & comme sous nos yeux, Cotopaxi, qui en fondant ses neiges rappella le souvenir de ses anciens ravages & une des plus remarquables époques dans l'histoire de ces pays là.

Nous sommes encore monté M. de la Condamine & moi, une fois au-dessus du terme constant & inférieur de la neige sur Choussalong ou le Coraçon de Barionuevo, autre montagne dont une des collines nous a aussi fourni un point d'appui pour nos triangles. Sa partie pierreuse a comme la forme d'un toît de maison, & l'extrêmité qui est du côté du Nord se trouvant alors presqu'entiérement dénuée de neige, nous en profitâmes, quoiqu'avec beaucoup de peine; lorsque nous parvînmes en haut, nous nous trouvâmes couverts de glace. Cette montagne a 2476 toises de hauteur, selon les mesures géometriques que j'en ai prises: le mercure s'y soutint dans le Barométre à 15 pouces 9 lignes, un peu plus de

12 pouces 3 lignes plus bas qu'au bord de la Mer. On n'avoit jamais porté Barométre dans un lieu si haut, & il y a même beaucoup d'apparence que personne n'y étoit allé, car il faut un motif pour entreprendre de pareils voyages. L'amour des richesses qui remue tant de gens au Pérou, comme par-tout ailleurs, bien loin de les conduire sur des rochers si élevés, les sollicite plûtôt à chercher en bas dans les ravines.

C'est assez que la premiere couche de neige qui est tombée sur une montagne n'ait pas été sujette à se fondre, pour que la seconde & la troisiéme se fondent encore moins. Ainsi il semble que la neige doit toujours augmenter d'épaisseur jusqu'à ce qu'en perdant à la fin son talus, elle s'éboule; ce qui arrive encore par les tremblemens de terre. On voit de ces masses plus grosses que des maisons rouler en bas, & se conserver, quoique beaucoup au-dessous de la ligne de niveau dont nous avons parlé; parce qu'elles se trouvent à l'ombre dans le creux de quelque ravine profonde. Le vent jette dessus du sable qui s'y attache; elles perdent leur blancheur, & on y est trompé, en les prenant pour de vrais rochers dont elles ont presque la dureté: une de ces masses s'étant détachées de Cotopaxi en 1739, je déterminai quelques mois après une partie de l'épaisseur qu'avoit la neige dans la montagne. Je la mesurai par le secours d'un micrométre, en l'examinant de divers endroits; & je la trouvai d'environ 54 pieds, quoique ce ne dût être qu'une partie de l'épaisseur totale. J'eus occasion au commencement de 1743 de mesurer une autre épaisseur qui n'étoit encore que partiale, & je la trouvai de 76 pieds, dans le tems même que la montagne jettoit des torrens de fumée & de flammes.

III.

Remarques ou obſervations particulieres ſur la nature du terrain, ſur les tremblemens de terre, les volcans, &c.

Les montagnes des environs de Quito paroiſſent contenir peu de parties métalliques, quoiqu'on y ait trouvé le tems paſſé & qu'on y trouve encore quelquefois de l'or en paillettes. Les endroits dont on tire actuellement une quantité conſidérable de ce prétieux métal, au moins lorſqu'il eſt en poudre, ſont ordinairement beaucoup plus bas. La Cordelière ſe trouve avoir perdu preſque toute ſa hauteur à deux degrés de diſtance de l'Equateur du côté du Nord : à peine y a-t-elle le quart de l'élévation qu'elle a aux environs de Quito. Elle s'éleve enſuite tout-à-coup auprès de Popayan, qui eſt ſitué 8 à 9 cents toiſes au-deſſus du niveau de la Mer;* mais elle deſcend derechef, non pas la partie orientale, mais l'autre chaîne, celle qui eſt du côté de la Mer du Sud, & qui en ſe détournant vers l'Oueſt après avoir jetté un rameau à l'Orient du golfe de Darien, prend le chemin de l'iſthme de Panama, en ſéparant le Choco du reſte de l'Amérique méridionale, & paſſe enſuite dans le Méxique.

Cette Cordelière occidentale contient beaucoup d'or de même que le pied de l'orientale, & celui d'une autre chaîne très-longue qui s'en détache un peu au Sud de Popayan, & qui après avoir paſſé par Santa Fé de Bogota & par Mérida va ſe terminer vers Caracas ſur la Mer du Nord; outre que l'or en paillettes occupe toujours des poſtes aſſez bas à l'égard du reſte de la Cor-

* Le mercure ſe ſoutient dans le Barométre à Popayan à 22 pouc. 10 $\frac{2}{3}$ lig. & il n'y doit varier au plus que d'une ligne & demie comme dans tous les autres endroits élevés de la Zone torride.

delière, on ne peut aussi jamais le découvrir qu'en enlevant presque toujours deux couches de différentes terres qui le cachent. La premiere qui est de la terre ordinaire a trois ou quatre pieds d'épaisseur & quelquefois dix ou douze. On trouve souvent au-dessous une couche moins épaisse qui tire sur le jaune, & plus bas est une troisiéme qui a une couleur violette, qui a souvent trois ou quatre pieds d'épaisseur, mais qui n'a aussi quelquefois qu'un pouce, & c'est cette troisiéme dans laquelle l'or est mêlé. Au-dessous la terre change encore de couleur, elle devient noire comme à la surface du sol, & elle ne contient aucun métal. D'ailleurs on ne creuse pas indistinctement par tout. On se détermine à chercher en certains endroits plûtôt qu'en d'autres par la pente du terrain. On agit comme si l'or avant que d'avoir été couvert par les deux couches supérieures, avoit été charié par des eaux courantes. On s'est assuré aussi que les terres une fois *lavées* ou dépouillées de leurs richesses n'en produisent point d'autres; ce qui prouve que l'or y avoit été comme déposé. C'est, peut-être, ce qui n'est pas également vrai à l'égard des autres mines, dans lesquelles le métal fait corps avec quelque substance pierreuse. On prétend que dans ces dernieres qui sont les mines proprement dites & qu'on trouve dans le sein des montagnes, mais que je n'ai point vûes, & qu'on ne trouve qu'au-delà de l'Equateur ou du côté du Sud, il se fait journellement une nouvelle production de matieres métalliques.

Aux environs de Popayan, comme à Quina-major, à Barbacoa & même au Choco dont j'ai déja indiqué la situation, on ne transporte point les terres pour les laver, comme on le fait au Chili. Ce transport seroit presque toujours trop difficile ou même impossible, d'autant plus que les chemins n'y sont pas praticables aux bêtes de charge. On sépare l'or & la terre par une opération faite sur le lieu même. On fait une tranchée

d'environ quarante pieds de long selon la pente du terrain & on lui donne 5 à 6 pieds de largeur. On enleve les deux premieres couches, on fait ensuite passer par cette excavation, de l'eau à laquelle on procure une issue par l'autre extrêmité, & dans le même tems cinq ou six hommes qui se mettent dans l'eau labourent le fond avec des pêles & des barres de fer, en boulversant la terre qui contient les parties métalliques. Ce travail dure quinze jours ou trois semaines, & jusqu'à ce que toute la partie de la troisiéme couche qui est renfermée dans l'espace ait été non-seulement delayée mais entraînée, & qu'il ne reste en bas que la poudre d'or avec le sable le plus pesant. On reconnoît qu'on a assez creusé lorsque la terre que rapportent les instrumens devient noire. Il semble que dans un pays où il pleut presque sans cesse, on ne devroit pas manquer d'eau. Cependant comme le sol n'est pas propre à la retenir, on est quelquefois obligé d'aller la chercher fort loin. On se la dispute dans ces forêts : il faut l'acheter quelquefois très-cher, on ne l'obtient réellement qu'au poids de l'or, & on ne la conduit encore qu'à grands frais, quoique par des especes d'acqueducs faits à la hâte avec des planches ou ces gros roseaux dont j'ai fait mention. Cette difficulté jointe avec le défaut de vivres que ces endroits ne fournissent point, ou qu'on n'a pas le tems d'y cultiver, oblige souvent d'abandonner le travail en différens lieux, dont la richesse est extrême.

Le reste coûte moins de tems aussitôt qu'on a une fois recueilli l'or en poudre & le sable avec lequel il est mêlé. Quelques lotions suffisent; on se sert d'un plat ou bassin dans lequel on agite le tout, & qu'on incline de tems en tems. On rend quelquefois l'opération plus prompte en employant le jus glutineux de certaines plantes qui s'attache au sable & qui ne s'attache pas à l'or avec la même facilité. On se sert de l'aiman lorsque le sable en est attiré ; ce qui arrive souvent. Quelquefois

aussi on a recours à un expédient tout contraire : on se sert de mercure & on y est souvent obligé au Choco, où le métal est mêlé avec la platine, espece de pyrite particuliere au pays. La Chymie ne doit toujours mettre que des procédés très-simples entre les mains des Artistes qui travaillent dans les déserts de l'Amérique. Pour retirer le vif argent sans en perdre, on se contente de prendre un plat ou bassin de bois, dans lequel on met une certaine quantité d'eau; on pose au milieu une ou deux tuiles sur lesquelles on en met une autre qui est ardente & qui est destinée à soutenir l'amalgame & on couvre le tout avec un autre bassin un peu moins grand, afin que le mercure qui en s'exhalant va le rencontrer, puisse tomber dans celui de dessous. L'or des environs de Popayan est de 21 ou 22 karats. Une de ces tranchées dont j'ai marqué les dimensions n'en fournit quelquefois qu'un seul marc, mais souvent cinq à six & jusqu'à 18 ou 20, lorsque par un extrême bonheur on a parfaitement bien rencontré. On y trouve aussi quelquefois des grains d'une grosseur considérable.

Quito ne peut pas se vanter de posseder ces richesses si fort ambitionnées qu'on trouve dans le Choco, mais cette capitale en possede de bien plus réelles dans la bonté de son terrain. J'ajouterai à ce que j'en ai déja dit qu'on y a souvent le plaisir de voir les arbres chargé à la fois de fleurs, de boutons & de fruits. Il ne faut pas douter que l'égalité parfaite de saisons ne soit favorable aux arbres qui sont propres aux pays chauds; mais elle paroît produire un effet un peu contraire sur ceux d'Europe qu'on y a portés. Ces derniers peuvent aisément trouver dans la Cordelière le terme précis de température qui leur convient, mais la chaleur n'y étant pas distribuée comme elle l'est ici, il leur manque toujours quelque chose. Ils ne peuvent pas se reposer, pour ainsi dire, pendant un certain tems; & agir dans un autre, en réunissant toute leur force. C'est, peut-être, ce

qui eſt cauſe que nos fruits n'y prennent jamais le même degré de bonté qu'ils ont en Europe. Peut-être qu'entre ceux du pays, il y en a auſſi quelques-uns qui auroient également beſoin d'alternatives dans les ſaiſons; car l'arbre même qui produit le fruit le plus délicieux que j'y aye vû, ſe dépouille de ſes feuilles chaque année.

Ce fruit que je ne puis comparer à aucun des nôtres & que je ſerois tenté de mettre au-deſſus, ſe nomme Chirimoya. Il eſt ſouvent plus gros que nos plus groſſes pommes. L'écorce n'en eſt guere plus forte que celle de nos figues, quoiqu'elle ſoit un peu plus épaiſſe, & elle a une couleur un peu plus foncée. Mais elle eſt comme ſculptée, elle eſt comme couverte d'écailles legerement formées, ou qui n'auroient été que tracées par le ciſeau. La pulpe en eſt blanche & par fibres, mais d'une délicateſſe infinie. L'anana lorſqu'il eſt bien choiſi & bien mur, eſt auſſi d'un goût exquis & du parfum le plus parfait. Mais la plûpart des autres fruits dont la ſaveur ne ſe termine pas par une legere pointe d'acide, ont dans la Zone torride un goût de caſſe ou quelqu'autre choſe qui déplaît à ceux qui n'y ſont pas accoutumés.

On ne ſçait au reſte s'il ne ſeroit pas poſſible avec de nouveaux ſoins d'y rendre tout à la fois les fruits plus parfaits & d'en augmenter encore le rapport. L'Agriculture malgré la belle apparence des campagnes eſt comme tous les autres arts, extrêmement négligée dans l'Amérique Eſpagnole, & on y rénonce ſans le ſçavoir à divers avantages dont il ne couteroit rien de profiter. On aura ſans doute de la peine à le croire, vû le grand nombre de perſonnes qui paſſent chaque année dans ces pays là & qui ne devroient pas totalement ignorer les pratiques du jardinage : cependant le fait eſt certain. Tous les arbres du Pérou ſont ſauvages : on ne ſçait pas y emprunter une ſève déja préparée & la faire paſſer de l'un à l'autre. On ſçait auſſi peu combien il ſeroit utile de

retrancher à propos diverses branches. Ainsi on ignore qu'elle y seroit la vraie valeur de toutes ces terres si fertiles par elles-mêmes. Nous pouvons seulement juger qu'il ne seroit pas difficile de la porter beaucoup plus loin, puisqu'elles ouvrent leur sein & accordent leurs productions sans violence & en les faisant acheter aux habitans par si peu de peines.

Peut-être que les cendres jettées par les volcans contribuent beaucoup à y augmenter la fécondité, après qu'elles se sont parfaitement incorporées avec les terres. Tout le pays abonde en sels. On voit presque tous les matins le salpêtre comme une legere fleur en divers endroits des rues & des chemins. Je ne mets entre ces différentes particularités que la relation qu'elles doivent avoir : je ne les rapporte que parce qu'elles me paroissent dignes de remarque. M. de Tournefort a observé que les melons d'eau profitent parfaitement bien dans les terres salées de l'Arménie, particulierement aux environs des Trois-Eglises. Ce lieu doit être extrêmement élevé, comme on le reconnoît en jettant les yeux sur le cours des rivieres représentées par les cartes. J'ai été étonné de trouver un endroit tout semblable au Sud de la riviere de Mira, à 15 ou 16 lieues au Nord de Quito. La terre y est assez salée, principalement dans le village de Sainte-Catherine des Salines, pour fournir du sel à presque toute la Province. Ce même endroit donne d'excellens melons d'eau; & tous les environs de ce canton sont les plus fertiles de la Cordelière.

On a la facilité au Pérou de voir l'intérieur de la terre jusqu'à une assez grande profondeur; parce que tout y est coupé de ravines. On en trouve fréquemment qui ont deux cents toises de largeur & 60 à 80 de profondeur; il y en a même quelques-unes de deux fois plus grandes. Les tremblemens peuvent en avoir formé plusieurs; mais la plûpart ont été produites par la rapidité des eaux qui sont capables dans les montagnes de tout entraîner

entraîner pendant les orages, & qui dans les autres tems sont en si petite quantité qu'on peut souvent les passer à pied sec. Quelquefois les côtés de ces ravines sont coupés tout-à-fait aplomb, & lorsqu'on se donne la peine de monter jusqu'à leur origine, on voit qu'elles commencent aussi par une chute verticale que quelquefois le haut du terrain n'annonçoit pas. On marche souvent sur un tapis d'herbes qui n'a qu'une legere pente; & on se voit tout-à-coup sur le bord d'un de ces précipices.

Il suffit de chercher quelque endroit pour descendre dans ces especes de grands lits de riviere qui ne contiennent toujours que très-peu d'eau, & on peut examiner toutes les qualités des différentes couches de la terre. On n'y distingue aucun vestige des grandes inondations qui ont laissé tant de marques dans toutes les autres régions. J'ai fait tout mon possible pour y découvrir quelque coquille, mais toujours inutilement. Apparemment que les montagnes du Pérou sont trop hautes. On y apperçoit beaucoup de ce sable noir qui est attiré par l'aimant; & il est facile de reconnoître que les couches qu'on y remarque & dont les nuances sont très-distinctes, bien loin d'être l'effet de différentes alluvions, sont plûtôt l'expansion des matieres vomies par les volcans; presque tout y est, ce semble, l'ouvrage du feu. Quelques-unes de ces montagnes jusqu'à une assez grande profondeur, ne sont formées que de scories, de pierres-ponces & de fragmens de pierres brûlées de toutes les grosseurs, & quelquefois le tout est caché sous une couche de terre ordinaire, qui porte des herbes & même des arbres. Ces matieres sont arrangées par lits, dont l'épaisseur est différente & qui va en diminuant à mesure qu'on s'éloigne de la montagne: on les voit se réduire à un pied, à un demi pied, à un pouce, & on ne les perd de vûe à quatre ou cinq lieues de distance, qu'en retombant souvent dans le voisinage de quelqu'autre volcan, dont on commence à découvrir

des effets à peu près ſemblables à ceux du premier.

J'ai remarqué toutes ces choſes principalement au pied de Cotopaxi qui eſt devenu un cone tronqué parfait dont le ſommet a été emporté : le bas de ce volcan a été arrondi & a pris une forme réguliere, par l'épanchement de toutes les matieres qui n'ont pas été pouſſées avec aſſez de force, ou qui étoient trop legeres pour recevoir aſſez de mouvement. J'ai dit ci-devant que les pyramides pierreuſes qui ſe trouvent au haut de preſque toutes les montagnes ne ſe ſont peut-être découvertes que par l'éboulement ſubit des terres ou par leur chute inſenſible. Mais il y a bien de l'apparence que la choſe s'eſt faite autrement à l'égard de pluſieurs, & peut-être même à l'égard de Pichincha dont il s'agiſſoit alors. Il n'eſt pas impoſſible que le rocher qui eſt brûlé & noir & qui contient beaucoup de parties que le fer aimanté attire, ait été ſoulevé par l'action d'un feu ſouterrain. Ce feu s'eſt fait jour par d'autres iſſues & n'a pas eu aſſez de force pour pouſſer en haut tout le rocher.

Pour revenir à Cotopaxi, on voit à ſon pied des lits de pierres brûlées réduites en très-petites parcelles, qui ont juſqu'à cinq ou ſix hauteurs d'hommes d'épaiſſeur. La plus épaiſſe de ces couches eſt la ſupérieure ; & je me ſuis bien aſſuré que c'eſt la même qui s'étend fort loin & qui ſe cache ſous la bonne terre qui n'étoit, peut-être, originairement que de la cendre. Je ſuis porté à croire qu'il faut attribuer la couche ſupérieure de pierres calcinées à la terrible éruption dont parlent tous les Hiſtoriens, qui ſe fit après la mort d'Atahualpa, Roi de Quito, vers le commencement de 1533, & dont nous avons tous vû avec le plus grand étonnement d'autres marques auſſi extraordinaires, des pierres qui ont plus de 8 à 9 pieds de diamétre, qui ont été jettées à plus de trois lieues de diſtance, & dont pluſieurs forment des traînées qui indiquent encore le volcan d'où elles ont été lancées. Ces groſſes pierres ne

ſont nullement brûlées comme celles dont le pied de la montagne eſt couvert, & elles ne peuvent avoir été jettées ſi loin que par le premier effort de l'exploſion. Ainſi il ſemble qu'on n'aura pas à craindre un pareil effet, tant que la bouche du volcan ſera large de 5 à 600 cents toiſes, comme elle paroît être maintenant.

Les Indiens prétendirent que cet accident leur avoit été annoncé & ils le regarderent comme le moment fatal où il leur devenoit inutile de ſe défendre contre les étrangers qui devoient les ſubjuguer, & qui avoient déja fort avancé leur conquête. Pedro Cieça de Leon, Garcilaſſo, Herrera & tous les autres Hiſtoriens en font mention; ils attribuent ces prédictions en partie à Huayana Capac douziéme & dernier Empereur, pere d'Atahualpa; ils nomment cette montagne le volcan de Latacunga qui eſt à 5 à 6 lieues de diſtance. Si l'on devoit compter ſes différentes éruptions par la multitude des différentes couches de pierres brûlées qui ſont à ſon pied, ſans même avoir égard aux lits inférieurs qui ſont rompus & boulverſés, cet incendie ſeroit au moins le vingtiéme; mais apparemment que chaque éruption fait ſortir des matieres de différentes couleurs & de différentes eſpéces, & qu'elles ſont lancées ſucceſſivement ſelon qu'elles ſont diverſement arrangées dans le ſein de la montagne. Cependant il n'eſt pas douteux qu'il n'y ait eu pluſieurs embraſemens, & il eſt certain que celui de 1533 n'a pas pû ſeul fournir toutes les matieres qu'on voit au pied du volcan. Si toutes les différentes couches avoient été lancées dans le même tems, les divers établiſſemens que les Indiens avoient dans les environs & dont quelques-uns ſont encore ſur pied, euſſent été entierement détruits. Mais quelle époque aſſigner aux couches boulverſées qu'on voit au-deſſous des autres? Ces lits avoient été arrangés parallelement comme ceux qui ſubſiſtent; mais la Nature oubliant, pour ainſi-dire, ſa maniere lente d'agir, mit toute cette partie de la Cordelière en

convulsion. J'ai remarqué ces couches rompues aux environs d'un endroit nommé Tioupoulou à plus de quatre lieues du volcan, & on les voit à plus de 40 pieds de profondeur : il fallut une agitation prodigieuse pour les rompre & pour les entasser les unes sur les autres en les mettant dans l'état où elles sont.

C'est apparemment dans des tems aussi reculés & peut-être lorsque le pays n'avoit point encore d'habitans que s'est formée la masse de pierres-ponces qui est environ sept lieues au Sud de Cotopaxi. On ne trouve sur les montagnes des pierres-ponces que d'une certaine grosseur, de simples fragmens. Mais dans cet endroit de la Cordelière qui répond à notre dixiéme triangle, ce sont des rochers entiers, ce sont des bancs paralleles de cinq à six pieds d'épaisseur dans une espace de plus d'une lieue quarrée, & on n'en connoît pas la profondeur. Qu'on s'imagine quel feu il a fallu pour mettre en fusion cette masse énorme, & la mettre en fusion tout à la fois & dans le lieu même où elle est : car on reconnoît aisément qu'elle n'a pas été dérangée, & qu'elle s'est refroidie dans l'endroit où elle a été liquéfiée. On a dans les environs profité du voisinage de cette immense carriere ; & toute la petite ville de Latacunga qui a de très-jolis édifices, est entiérement bâtie de pierres qu'on en a tirées, depuis le tremblement de terre qui la renversa en 1698.

Le dernier incendie de Cotopaxi, celui de 1742, qui s'est fait en notre présence, n'a causé de tort que par la fonte des neiges ; quoiqu'il ait ouvert une nouvelle bouche à côté vers le milieu de la partie continuellement neigée, pendant que la flamme sortoit toujours par le haut du cone tronqué. Il y eut deux inondations subites : celle du 24 Juin & celle du 9 Décembre ; mais la derniere fut incomparablement plus grande. Il faut d'abord remarquer que l'eau tomba au moins de 7 à 8 cents toises. Dans sa premiere impétuosité elle boulversa en-

tierement le poste qui avoit servi de station à nos sixiéme & septiéme triangles. Les vagues qu'elle forma dans la campagne étoient élevées de plus 60 pieds & elle monta en certains endroits de plus de 120. Sans parler d'un nombre infini de bestiaux qu'elle enleva, elle rasa 5 à 600 maisons, & elle fit périr 8 à 900 personnes. Toutes ces eaux avoient 17 ou 18 lieues de chemin à parcourir ou plûtôt à ravager vers le Sud de la Cordelière avant que de pouvoir en sortir par le pied de Tongouragoua; elles ne mirent pas plus de trois heures à faire ce trajet. C'est ce qui peut donner quelque idée de leur vitesse moyenne, celle qui tient le milieu entre la rapidité prodigieuse qu'elles avoient d'abord & la moindre vitesse qu'elles eurent dans la suite. Mais si on en juge par divers effets produits à trois ou quatre lieues de la montagne, elles devoient y parcourir encore 40 ou 50 pieds par seconde. Il y eut des pierres très-pesantes de plus de 10 ou 12 pieds de diamétre qu'elles changerent de place & qui furent transportées à 14 ou 15 toises de distance sur un terrain presque horisontal.

Tout le monde étoit persuadé à Quito, que l'eau étoit sortie de l'intérieur de la montagne; on se trouva d'autant plus porté à le croire, qu'on étend presque toujours dans tous ces pays là la signification du nom de volcan, & qu'on prétend qu'il y en a de deux espéces tout opposées, les volcans de feux & ceux d'eaux. Il n'est pas impossible en effet qu'il se forme de grands amas d'eaux dans les concavités qu'il y a quelquefois vers le haut des montagnes. Ces amas peuvent être entretenus par l'évaporation des eaux qui sont plus bas, à peu près comme l'expliquoit M. Descartes. Si ce n'est pas la chaleur du Soleil, ce sera le voisinage des feux souterrains qui rendra l'évaporation très-forte; & lorsque les eaux qui se seront rassemblées en haut seront en assez grande quantité, il ne sera pas étonnant qu'elles renversent quelquefois les espéces de murs ou les parois qui les retenoient,

& qu'elles se répandent tout-à-coup dans la campagne. Mais on ne s'en formoit pas cette idée au sujet de Cotopaxi. Pour prouver qu'elles bouilloient dans le bassin que leur fournissoit le sommet de la montagne & que c'étoit l'ébullition portée trop loin qui les avoit fait passer par dessus les bords, on citoit l'exemple des cadavres submergés en bas, qui paroissoient presque tous avoir été exposés à l'action de l'eau bouillante.

Ce fut en me transportant sur les lieux que je reçû divers éclaircissemens nécessaires. Des témoins dignes de foi qui avoient eu le bonheur de ne toucher qu'au bord de l'inondation, m'assurerent que l'eau n'étoit point chaude. Ils avoient vû une matiere huileuse qui étoit enflammée, que l'eau portoit & poussoit devant elle; & qui dût produire l'effet remarqué sur les cadavres. On m'assura aussi que lorsqu'on entendit le grand bruit que causa apparemment la premiere chute, le sommet de la montagne étoit enveloppé dans les nuages; ce qui détruisoit absolument le rapport de ceux qui publioient avoir vû comme un fleuve se répandre par-dessus les bords du volcan, à peu près comme nous voyons une liqueur sortir d'un vase incliné. Il me parut enfin en examinant l'étendue des espaces qui avoient été submergés & toutes les autres circonstances, qu'une très-petite quantité d'eau avoit pû causer tout le desastre. L'inondation ne dura pas un quart de minute en plusieurs endroits. Elle étoit annoncée par un bruit qui étourdissoit. On s'avertissoit réciproquement les uns les autres du péril; mais plusieurs, au lieu de courir sur les hauteurs voisines, alloient à sa rencontre. L'eau disparoissoit dans un instant; & on se seroit imaginé que c'étoit un songe, sans les funestes marques qu'elle laissoit de son passage. Je soupçonne que la neige se fondoit depuis long-tems vers le haut du volcan. Celle d'en bas beaucoup plus éloignée du feu, conservoit sa dureté; & elle formoit comme une espece de bassin avec la crou-

pe de la montagne. Mais la fonte devenant toujours plus grande, le poid augmenta trop considérablement, l'eau dût tomber, & on vit aussi de grosses masses de neige toutes fumantes qu'elle entraînoit, & qui quoique brisées avoient encore plus de 15 ou 20 pieds de diamétre.

Il y eût quelque chose de semblable lorsqu'un tremblement furieux renversa la petite ville de Latacunga & plusieurs bourgs ou villages jusqu'à Ambato qui se trouvent vers le tiers de notre Méridienne. Une montagne fort haute presque adjacente à Chimboraço s'écroula, de même que d'autres moins élevées qui étoient sur la même ligne & dont les débris ont servi à nos triangles. Il en sortit une si grande quantité d'eau qu'il y eut une forte inondation dans les environs, si l'on peut nommer inondation les terres éboulées qui se delayerent & qui se convertirent en boue; mais en boue assez liquide pour couler sous la forme de ruisseaux & de rivieres, dont on voit encore divers vestiges. Cargaviraço la plus haute de ces montagnes n'a plus maintenant qu'une hauteur médiocre. D'autres s'écroulerent en partie; une moitié tomba & l'autre moitié subsista avec un talud qui la rendit inaccessible du côté de l'éboulement. J'ai eu la curiosité de monter sur une de ces montagnes nommée Pugnalic, au pied de laquelle nous avions un signal; j'y trouvai une infinité de différentes crevasses qui m'obligeoient de marcher avec précaution, & il me parut que la terre y étoit d'une extrême legereté. Cargaviraço en perdant sa hauteur prit une forme conoïdale très-applatie; & il faut qu'il contienne des sels qui aident à la congélation. Quoiqu'il s'en manque beaucoup qu'il n'atteigne la ligne de niveau qui passe par le bas de la niege dans les autres montagnes, il a néanmoins son sommet continuellement neigé. Il forme seul une exception bien marquée. On vit des champs entiers & plantés d'arbres se détacher & passer à quelques lieues de distance. Le

malheur de Latacunga principalement fut extrême. Les familles entieres furent enſevelies ſous le même toît ; & il n'y eut abſolument aucune maiſon où on n'eut à pleurer la mort de quelqu'un. Cette terrible ſcene arriva le 20 Juin 1698 vers une heure après minuit ; & preſque tout le mal fut cauſé par la premiere ſecouſſe.

On ne s'étonnera pas que l'Aſtrologie judiciaire ait entrepris au Pérou de prévoir les tremblemens de terre & les incendies des volcans. On conſerve du goût pour cette ſçience vaine dans tous les pays où les vrayes ſciences n'ont fait que peu de progrès. Un curieux qui étoit ſubſtitut du Profeſſeur de Mathématiques dans l'Univerſité de Lima, publia en 1729 un ouvrage ſous le titre *d'Horloge Aſtronomique des tremblemens de terre*. Il ſe bornoit alors à marquer les heures fatales pendant leſquelles il y avoit à craindre. Il donna en 1734 un autre livre pour faire part au public d'une *période tragique* qui devoit ſervir à diſtinguer les années ſujettes aux mêmes accidens : & il ne craignit pas d'avancer que ſi en 1729 ſon horloge Aſtronomique étoit déja confirmée par 143 obſervations, il en avoit recueilli en 1734 ſoixante-dix autres qui y étoient également conformes. Il y a long-tems qu'on a remarqué que les endroits maritimes ſont plus expoſés à ces terribles Phénoménes que les lieux avancés dans les terres. Qu'on jette les yeux ſur tous les endroits du vieux Monde où il y a des volcans ; on les verra preſque toujours ſitués dans des Iſles ou ſur le bord de la Mer. Ce ne ſont pas les Alpes, par exemple, qui ſont ſujettes aux tremblemens, ce ſont les parties de l'Italie les plus avancées dans la Mediterranée. C'eſt la même choſe dans l'Amérique. Il ſe peut faire quelquefois que les amas de matieres inflammables cachées dans la terre n'attendent que le mélange de l'eau pour prendre feu. Or lorſque la Mer monte davantage, ſoit par l'effet du flux & reflux, ou parce qu'elle eſt ſimplement pouſſée par les vents, elle peut paſſer dans divers

divers canaux souterrains par dessus les espéces de digues qui l'arrêtoient, & elle peut pénétrer en plusieurs lieux où elle ne seroit point parvenue sans cela.

Il suit évidemment de-là que toutes les circonstances du mouvement de la lune qui produisent des effets sensibles à l'égard du flux & reflux, pourroient en causer aussi à l'égard des tremblemens & même à l'égard des éruptions de volcans. Ainsi un Astrologue, en parlant continuellement de tête & de queue de dragon de la lune, de distance de cette planete au soleil, de sa situation par rapport à son apogée ou périgée, & en prononçant tout cela d'une maniere vague comme il le fait toujours, pourroit avancer par hazard plusieurs choses qui dans cette rencontre particuliere ne seroient pas absolument vuides de sens. J'ai cru en tout cas que le sujet méritoit quelque discussion. Je vais rendre compte ici en peu de mots du résultat de mes remarques, qui entrent assez naturellement dans le plan de cette relation.

Le grand nombre de causes particulieres qui contribuent à ces terribles accidens, fait peut-être que le concours de plusieurs de ces causes, supplée souvent à ce qui manque du côté des autres : mais l'instant précis & le tems même de l'effet, n'en doit être que plus incertain. Peut-être que la chaleur du Soleil y a aussi quelque part : nous voyons au moins qu'elle aide à l'inflammation des matieres que la Chymie mêle quelquefois ensemble, pour nous représenter l'embrassement des volcans. La ville de Lima a été ruinée trois fois : la premiere en 1586, & les deux autres en 1687 & 1746. La premiere fois le désastre arriva en Juillet *; mais les deux autres ce fut en Octobre **, après que les marées de l'Equinoxe avoient pû introduire une grande quantité d'eau dans les concavités souterraines; & lorsque le Soleil en avançant dans l'Hemisphére austral commençoit déja à l'échauffer davantage. Trois autres tremble-

* Le 9.

** Le 19 & le 28.

mens ont encore été très-considérables; celui du 17 Juin 1678 qui ne peut pas servir d'exemple à notre remarque, mais les deux autres, celui de 1630 & un au-
7 & tre de 1655, tomberent en Novembre. *

Ainsi des six plus forts tremblemens que Lima ait souffert depuis sa fondation, il y en a quatre, qui au lieu de se distribuer indifféremment dans toutes les parties de l'année, sont arrivés dans les mois d'Octobre & de Novembre. On regardera, peut-être, cette particularité comme un effet du hasard. Mais seroit-il impossible que le retour de la chaleur & les grandes marées de Septembre & d'Octobre y eussent contribué? Les reverdies à la côte du Pérou aux environs de Lima, doivent retarder encore plus que par tout ailleurs par rapport à l'Equinoxe de Septembre, vû la quantité dont ces endroits sont avancés vers le Sud, quoique dans la Zone torride. La communication qu'il y a entre les concavités souterraines peut faire aussi que l'effet du flux & reflux s'étende fort loin. Entre les différens tremblemens que j'ai ressentis, un des plus violens renversa quelques maisons aux environs de Latacunga & y tua plusieurs personnes. On vit en même tems, quoique ce ne fut pas à la même heure, dans une montagne voisine, une flamme sortir du fond d'un lac en traversant l'eau. C'étoit à la fin de 1736 & au commencement de Décembre. J'ai quelques autres observations semblables: &, tout considéré, il me paroît en me bornant au fait simple, que si on est exposé au Pérou dans tous les tems à ces funestes Phénomenes, on y est néanmoins encore un peu plus sujet dans les derniers mois de l'année.

L'Auteur dont nous avons parlé, assure qu'il n'y a absolument de tems critique que les six heures quelques minutes que la Lune employe à passer du cercle horaire de 3 heures à celui de 9. C'est précisément le tems du reflux: car il est pleine Mer sur presque toutes les côtes de l'Amérique méridionale dans la mer du Sud,

lorſque la lune paſſe par le cercle horaire de trois heures. Mais qu'on examine combien il faudroit que différentes conditions concouruſſent pour que la regle de notre Auteur ſe trouvât exacte. Il faudroit que le foyer de l'incendie fut toujours dans le même lieu, que l'eau ſuivit la même route, qu'elle pénétrât toujours avec la même viteſſe, que le mêlange n'employât toujours que le même tems à s'enflammer. Si toutes ces conditions ne doivent pas avoir toujours lieu enſemble, il doit encore moins ſe faire des compenſations exactes qui ſuppléent à leur défaut. Auſſi le tremblement de terre de 1746 qui a cauſé la deſtruction totale de Lima eſt il arrivé, lorſque la lune au lieu de paſſer du cercle horaire de 3 heures à celui de 9, paſſoit au contraire de celui de 9 à celui de 3. La période tragique ne s'eſt pas moins trouvé démentie. L'Auteur prétendoit qu'on n'avoit à craindre que lorſque les nœuds de la lune ſe trouvent dans les ſignes malfaiſans du Scorpion ou d'Amphora : au lieu que ces nœuds étoient alors dans les ſignes de la Vierge & des Poiſſons.

Il n'eſt guere de ſemaine pendant laquelle on ne reſſente au Pérou quelques legeres ſecouſſes de tremblemens ; ſi ce n'eſt pas dans un endroit c'eſt dans un autres. Le plus ſouvent on n'y fait aucune attention ; perſonne ne ſe charge d'en recueillir les dates & de les marquer. Un Aſtrologue a donc liberté entiere de ſe vanter que l'obſervation ne s'eſt jamais écartée de ſes conjectures. Il n'y a de redoutable pour lui que les ſeuls tremblemens qui ont des ſuites fâcheuſes. Mais heureuſement ceux-ci ſont rares ; & ils peuvent après tout arriver auſſi bien dans un tems que dans un autre. On a toujours la ſage précaution, comme on le juge aſſez, de ne pas renfermer ſes prognoſtics dans des limites trop étroites ; & outre cela la prétendue regle doit au moins cadrer avec quelques-uns des accidens précedens, avec ceux ſur leſquels on la formée.

Enfin, si on avoit voulu proceder avec méthode & découvrir s'il y avoit réellement une période qu'on put nommer tragique, on devoit prendre un autre chemin. Il falloit commencer par l'examen des cas les plus simples; il falloit prendre, ce semble, les éruptions de volcans pour premier objet des observations. En effet les tremblemens de terre, lorsqu'il s'agit de leur retour, présentent des évenemens extrêmement compliqués; ils peuvent se transmettre par la seule contiguité des terres, quoiqu'on soit très-éloigné du point qui répond au-dessus du foyer de l'incendie. On ressent en chaque lieu tous les tremblemens qui se font à la ronde à une certaine distance, & on ne sçait à quel endroit ils appartiennent plus particulierement: au lieu que les volcans offrent des points plus déterminés dans chaque contrée & fournissent par conséquent des observations moins équivoques. On ne remarque rien de reglé dans le retour de l'embrassement. Ce doit donc être la même chose à l'égard des tremblemens de terre, qui par la raison que nous venons de rapporter doivent encore moins se soumettre aux régles; puisque généralement parlant ils dépendent pour chaque lieu d'un plus grand nombre de casualités. Les eaux pluviales produisent sans doute très-souvent les mêmes effets que les eaux de la Mer, & on doit faire attention que c'est aussi dans les derniers mois de l'année qu'il pleut le plus dans tous les pays dont nous parlons. Quelquefois un tremblement très-fort dans la Cordelière ne s'étend qu'à un très petit espace. Il y a tout lieu de penser que l'amas des matieres inflammables est alors situé à peu de profondeur, & que la Mer n'a aucune part à l'accident, au moins d'une maniere immédiate. La Mer contribue à plusieurs tremblemens, de même que les pluyes à plusieurs autres; & c'est une double cause pour qu'ils soient très-fréquens.

La comparaison des éruptions des volcans & des tremblemens de terre répand quelque jour sur diverses

particularités de ces derniers Phénomenes. Les volcans lorſqu'ils ſont très-enflammés agiſſent par repriſes; on voit la flamme ou la fumée ſortir preſque toujours par bouffées. Lorſque j'étois occupé dans une de nos ſtations à Senegualap, mon ſommeil la nuit étoit continuellement interrompu par les mugiſſemens du volcan de Macas nommé Sangaï. J'en étois éloigné d'un peu plus de 18000 toiſes; cependant le bruit étoit affreux & me reveilloit à tout moment. Cette montagne a la forme d'un cone, dont les côtés ſont parfaitement droits, & auquel il ne manque que la pointe. Tous les gens du pays aſſurent que la maſſe de cette montagne va continuellement en diminuant; ſa hauteur actuelle au-deſſus de la Mer eſt de 2664 toiſes. La flamme ſortoit d'en haut; & ſouvent un ruiſſeau de matiere enflammée couloit juſqu'en bas par un des côtés. Une ravine du pied a pris le nom de *Riviere du ſouffre*. Les mugiſſemens du volcan formoient quelquefois un bruit éclatant de tonnerre, mais ils reprenoient bien-tôt leur période réglée en faiſant un bruit plus ſourd que je trouvois néanmoins ſi incommode par ſa repétition. J'ai remarqué de même les bouffées de fumée ſortir de Cotopaxi par intervalles égaux, & former de jour des eſpéces de gerbes. Il y avoit 42 ou 43 ſecondes entre leurs ſorties, lorſque je les obſervois. La matiere enflammée dans le ſein du volcan portoit ſans doute plus loin ſa dilatation chaque fois : mais cette dilatation l'épuiſant en partie, l'inflammation diminuoit un peu; ce qui donnoit lieu à l'air exterieur d'entrer derechef, ſoit par l'ouverture d'en haut ou par quelque autre. Peut-être même auſſi qu'il ſurvenoit pendant cet intervalle d'autre matiere inflammable, qui trouvoit alors plus de facilité à s'introduire. Sur le champ l'incendie prenoit une nouvelle force & reproduiſoit ou un nouveau jet de fumée ou un mugiſſement.

Les matieres qui prennent feu dans l'interieur de la terre & qui cauſent les tremblemens doivent être ſujet-

tes aux mêmes alternatives. Lorſque le feu prend dans une concavité, la dilatation de la matiere enflammée & de l'air doit être portée très-loin & doit agir juſques dans les autres ſouterrains qui ont communication avec le premier. Le ciel de la voute eſt pouſſé en haut avec force & il peut auſſi ſe trouver pouſſé comme de côté, quoique l'amas des matieres ſoit préciſément au-deſſous. La direction de l'effort dépend alors de la ſituation horiſontale ou inclinée de la voute; & c'eſt ce qui fait quelquefois que les murs des édifices ſont épargnés ou ne le ſont pas, ſelon la maniere dont ils ſont orientés. Le ciel de la voute revient à ſa premiere place, en faiſant néceſſairement des oſcillations qui ſont indépendantes de l'action du feu. Leur promptitude doit dépendre de l'étendue de la voute, de ſon épaiſſeur & de la nature des matieres dont elle eſt formée. Mais l'effort de l'exploſion ceſſant un peu, en même tems que l'air ſe trouve beaucoup trop comprimé dans toutes les concavités voiſines, il ſe fait un reflux violent vers le lieu de l'incendie, ce qui donne occaſion à un autre accès & à une nouvelle ſecouſſe plus forte. Ainſi il doit y avoir des repriſes marquées par une agitation plus violente; & les intervalles doivent être ſenſiblement égaux, juſqu'à ce qu'il arrive quelque changement conſidérable ou dans la matiere enflammée ou dans la diſpoſition du ſouterrain. Les ſecouſſes plus foibles ſont celles du terrain une fois ébranlé; les plus fortes ce ſont celles que cauſe immédiatement l'inflammation, leſquelles ſont analogues aux mugiſſemens des volcans & qui doivent ſe repéter avec plus ou moins de fréquence, ſelon la facilité avec laquelle s'enflamment les matieres, & ſelon auſſi le rapport qu'à leur volume avec l'étendue des eſpaces où elles ſont renfermées.

Un pays qui contient tant de matieres inflammables doit fournir à l'Hiſtoire naturelle le ſujet de beaucoup d'autres remarques. La Nature y a pour ainſi-dire con-

tinuellement entre les mains tous les matériaux & tous les instrumens propres à y opérer des choses extraordinaires. Les exhalaisons doivent produire en certains endroits les mêmes accidens que dans la fameuse grotte du chien. Les eaux impregnées de matieres minérales doivent former des bains chauds, pendant qu'en d'autres endroits on les verra travailler à des incrustations & à des cristallisations. Je remets tout ce détail à un autre tems, pour pouvoir dire un mot de la partie de l'Amérique que j'ai traversée dans mon retour.

IV.

Retour de l'Auteur depuis Quito jusqu'à la Mer du Nord par la riviere de la Magdl eine; observations sur l'Aiman, &c.

Lorsque je m'en revenois en Europe, au lieu de couper à l'Est en partant de Popayan & de passer par Guanancas pour sortir de la Cordelière, je pouvois continuer mon chemin vers le Nord entre les deux chaînes de montagnes, & traverser celle d'Orient vers son extrêmité. Cette Cordelière orientale offre divers passages. Il en est un, qui est environ 45 lieues plus au Nord, qui conduit de Cartago à Ibagué, dont on ne peut se tirer qu'en se servant de bœufs, au lieu de mules. Ces animaux ont un anneau qui leur traverse le cartilage du nez, & on y attache des corroyes qui servent de rênes. Ils ont plus de force pour soutenir la fatigue d'une route si pénible : le voyageur est moins exposé & moins fatigué par leurs mouvemens qui sont plus lents; & outre cela le bœuf par la forme particuliere de ses pieds, est plus propre à se dégager des bourbiers dans lesquels il ne se trouve aucune pierre ni aucun autre corps solide qui empêche l'enfoncement. J'avois plusieurs raisons pour préférer le Pas de Guanacas; mais ce qui me dé-

termina principalement à le choisir, c'est que voulant examiner le cours de la riviere de la Magdeleine, j'étois bien aise d'arriver plûtôt sur ses bords. Je levois la Carte des contrées que je traversois; & je me proposois de faire la même chose à l'égard du pays baigné par ce fleuve.

Il est extrêmement facile à un Observateur dans toute cette partie de l'Amérique, de déterminer la situation respective de tous les endroits où il passe. Il suffit de relever avec la boussole la direction des montagnes qu'on apperçoit de très-loin. On arrive après un certain nombre de jours de marche au pied de ces montagnes; & on en voit d'autres qui commencent à se découvrir dans l'éloignement. Je trouvois la même facilité à marquer la longueur du chemin. J'allois presque toujours assez exactement au Nord; je n'avançois qu'à très-petites journées, comme cela arrive toujours, lorsqu'on est obligé de porter avec soi son lit & ses provisions; & d'ailleurs les séjours étoient fréquens. Quelquefois nous nous trouvions arrêtés par la crüe subite de quelque riviere; d'autres fois quelques-unes de nos mules s'égaroient, & on passoit une partie du jour à les chercher. Il n'y est pas d'usage de les attacher les unes aux autres; on les laisse libres, afin qu'elles puissent trouver plus aisément & avec moins de risque de quoi manger dans le bois & sur le bord des précipices: on ne sçait rien de mieux pour ne pas les perdre, que de les accoutumer à la compagnie d'un cheval qui leur sert de guide & dont ordinairement elles ne s'écartent guere. Je tâchois en acquérant une plus grande connoissance du pays de mettre à profit tous ces séjours forcés, dont quelquefois je ne me plaignois pas. Toutes les fois que je le pouvois, j'observois la latitude. J'avois une platine de tole percée d'un petit trou: elle me servoit à former un gnomon auquel je donnois souvent huit à neuf pieds de hauteur, en l'apuyant contre quelque tronc d'arbre ou même contre un des piliers de ma tente. Lorsqu'au lieu de camper en plein

champ

champ, je rencontrois quelque cabane ou quelque maison, l'opération devenoit encore plus facile : je n'avois qu'à écarter un peu la paille du toît, & introduire la platine de tole. Pour éviter toute erreur de la part du niveau du sol, qui ordinairement n'étoit pas assez horisontal, je recevois le rayon du Soleil sur une tuile ou sur un morceau de planche; je faisois descendre du petit trou un fil aplomb; je mesurois avec les parties égales d'un compas de proportion & en me servant de roseaux comme de regles, deux côtés du triangle, sçavoir la longueur du rayon de lumiere qui servoit d'hypothénuse, & la plus courte distance du point où tomboit le rayon jusqu'au fil aplomb; & je resolvois ensuite le triangle par le calcul, en le traitant comme rectangle, parce qu'il l'étoit effectivement.

Ces observations repétées me redressoient dans l'estime que je faisois de la grandeur des distances. Les mauvais pas qu'on trouve dans la Cordelière & le passage des ruisseaux & des rivieres qu'on rencontre fréquemment lorsqu'on en est sorti & lorsqu'on cotoye le pied de la chaîne de montagnes, jettent continuellement dans l'erreur, quelque pratique qu'on ait. Les observations réiterées de la latitude venoient à mon secours; & en les combinant avec les directions fournies par la boussole, je parvenois à des déterminations aussi exactes, qu'on peut les exiger pour les usages ordinaires de la Géographie. On marche presque depuis la Plata jusques à Honda sur le bord de la riviere de la Magdeleine, & toujours sur le bord occidental. Honda est une petite ville très-riante; c'est le premier port qu'on trouve vers le haut du fleuve, qui néanmoins est navigable encore beaucoup au-dessus. Je ne pouvois pas pendant ma navigation me servir aussi avantageusement du relevement des montagnes; mais je mesurois de tems en tems la vitesse de la riviere; je marquois continuellement toutes ses directions. J'employai quatorze jours à la descendre

en me laissant entraîner par son courant, & chaque soir je couchois à terre. Le tems que je restai à Mompox qui est un port fort joli, environ 7 lieues au-dessus du confluent de la Magdeleine & de la Cauca, n'est pas compris dans ces quatorze jours. Je joins ici sous la forme de notes les principaux résultats de toutes mes déterminations, qui se trouverent confirmées lorsque j'arrivai au bas du fleuve le 30 Septembre 1743, dans le voisinage de Carthagène & de Sainte-Marthe, dont je connoissois déja la situation par rapport à Quito. *

* *Lieux situés dans la Cordelière.*	*Latitudes Septentri.*	*Longitud. orien. par rapport au Mérid. de Quito.*
COMBAL, bourg qui est situé au pied d'un volcan toujours couvert de neige.....	0d 49'	0d 42'
YPIALES.	0 45	0 54
PASTO, petite ville au pied d'un volcan presque toujours enflammé.	1 13½	1 13
MERCADERES, village trois lieues au Nord de la riviere de Mayo, qui separe les deux Evêchés de Quito & de Popayan & jusqu'à laquelle Huayana-Capac dernier Inca porta ses conquêtes du côté du Nord.	1 45	1 19
POPAYAN, ville Episcopale.....	2 27	1 54
Lieux qui sont hors de la Cordelière.		
LA PLATA.	2 23	2 51
BACCHE', hameau qui est ½ lieue à l'Occident de la riviere de la Magdeleine.	3 16	3 25
NEYVA, petite ville qui est de l'autre côté de la riviere de la Magdeleine est éloignée de Bacché d'environ 3½ lieues au SSE.		
LA VILLA-VIEJA, qui est aussi sur le bord Oriental du même fleuve est éloignée du même hameau de 3 lieues au NE.		
HONDA, premier port d'en haut de la riviere de la Magdeleine.....	5 16	4 57
MARIQUITA, petite ville 4 lieues à l'O¼SO de Honda. La riviere de Guali vient de Mariquita & passe par le milieu de Honda.		
IBAGUE', petite ville 18 lieues au Sud de Honda & 11 à l'O. C'est où le chemin qui part de Carthago & qu'on fait sur des bœufs vient se rendre. Ibagué est 5 à 6 lieues à l'Occident de la Magdeleine.		

J'étois obligé, pour atteindre dans la construction de ma carte à une exactitude suffisante, d'observer souvent la déclinaison de l'aiguille aimantée; & j'y étois d'ailleurs invité par plusieurs autres motifs, sçachant combien la Physique peut s'intéresser dans ces sortes de recherches. J'avois trouvé à Quito dans le mois de Novembre 1742 que l'aiguille aimantée s'inclinoit au-dessous de l'horison vers le Nord d'environ 10 degrés. Je dis d'environ; car ayant fait forger trois aiguilles de différentes longueurs, je ne pûs pas réussir à les faire donner précisement la même inclinaison. Dans le même tems la déclinaison se trouva de $8\frac{1}{2}$ degrés vers le NE. Elle étoit à la Plata de la même quantité l'année suivante au mois de Juillet; & quatre mois après, je la trouvai à Sainte-Marthe de $6^d\ 35'$, toujours vers le NE. Il me falloit l'observer en chemin, parce qu'elle étoit sujette à diverses irrégularités. Je trouvois souvent des quartiers de rochers qui étoient répandus sur la surface de la terre. Ces rochers étoient noirs exterieurement; ils paroissoient avoir été exposés à l'action du feu, & je croirois volontiers qu'ils avoient été lancés par l'explosion de quelques volcans. Je ne puis mieux les comparer qu'à des masses d'argile qui se seroient fendues & gercées au Soleil & qui se seroient ensuite converties en pierres. L'aimant avoit des déclinaisons toutes différentes dans ces endroits; il suffisoit de faire cinq à six pas pour voir l'aiguille aimantée changer de direction, quelquefois de plus de 30 degrés. On voit de ces pierres en divers lieux. Mais il y en a de très-remarquables vers le tiers de la distance de la Plata à Honda, environ 3 lieues au-dessous

MOMPOX, port très-commerçant sur la rive occidentale de la riviere de la Magdeleine.	9	19	4	15
TAMALAMEQUE, petite ville sur le bord oriental de la riviere est environ $8\frac{1}{2}$ lieues au Sud de Mompox & 13 lieues à l'E.				
LAPORQUERA, bourg sur la rive occidentale de la Magdeleine à 3 lieues de l'embouchure de cette riviere.	10	59	3	58

d'un hameau nommé Bacché. Il y en a deux dont la plus grande a une face d'environ 20 pieds de longueur sur 11 de hauteur. Elle est fort unie, elle n'a souffert aucune gerçure; & on y voit gravé divers caracteres & plusieurs figures. On trouve encore de ces pierres également gravées dans des endroits plus reculés, plus hauts & plus voisins de la Cordelière. Mais je ne les ai pas vûes; au lieu que l'autre je l'ai dessinée. On les nomme mal-à-propos dans le pays pierres peintes (*piedras pintadas.*) Peut-être que toutes ces figures & ces caracteres tiennent lieu d'inscription, & marquent par des hieroglyphes le tems & les circonstances de l'éruption des volcans ou de quelqu'autre évenement, comme quelque crue extraordinaire du fleuve. Il m'a paru au moins que c'est un ouvrage fait de propos déliberé & avec beaucoup de patience : le creux des figures a au moins $2\frac{1}{2}$ pouces de profondeur. La propriété qu'ont tous ces quartiers de rochers d'agir fortement sur la boussole montre qu'ils contiennent quelques parties de fer. Mais ces parties sont très-cachées : l'interieur des pierres est blanc, & il est outre cela d'un grain très-fin.

Je profiterai de l'occasion pendant qu'il est question de l'aiman, pour communiquer sur cette matiere quelques expériences qui m'ont fort occupé pendant mon retour. Il s'agissoit d'un Phénomene qu'il ne me suffisoit pas d'examiner une seule fois, mais qui demandoit des observations faites successivement en différens lieux plus ou moins éloignés de l'Equateur. Il ne s'agissoit pas pour moi d'examiner si dans le magnetisme la force directrice est différente ou separable de l'attractive. Il est certain par diverses expériences que nos aiguilles aimantées ne se dirigent vers les poles magnétiques de la terre, que parce que chacune de leurs extrêmités en est attirée. Mais je sçavois que plusieurs personnes prétendoient qu'un des poles de la terre étoit beaucoup plus fort que l'autre; & je ne pouvois pas choisir de lieu au

monde plus propre que Quito, pour travailler à la décision de cette question. Je fis faire dans cette vûe une longue aiguille de cuivre suspendue comme une aiguille aimantée. Je fis souder à une de ses extrêmités une petite pointe qui s'élevoit. Je mettois cette aiguille horisontalement sur un pivot, & j'appliquois sur la petite pointe dont je viens de parler & qui étoit verticale, une aiguille aimantée ordinaire; & je faisois ensorte par quelque petit contre-poids que le tout fût exactement en équilibre, & pût tourner librement. Il est évident que si un des poles magnétiques de la terre a plus de vertu que l'autre; que si par exemple le pole du Nord a plus de force, il doit arriver nécessairement deux effets. Non-seulement l'aiguille aimantée doit prendre sa direction ordinaire, mais attirée plus fortement par le pole nord de la terre, elle communiquera peu à peu du mouvement à l'aiguille de cuivre, & le tout en avançant vers le Nord, se placera sur le Méridien magnétique; de sorte que les deux aiguilles formeront une ligne directe.

Tout étant disposé, je fis à Quito l'expérience non pas une fois, mais vingt ou trente, & j'y apportois d'autant plus de précautions que j'étois prevenu en faveur du sentiment que je me proposois de vérifier ou de confirmer. Mais quelque chose que je fisse, l'aiguille de cuivre ne reçevoit aucun mouvement de l'autre & restoit toujours dans la situation où je la laissois. Je ne pouvois pas d'ailleurs attribuer son repos au frotement du pivot; car lorsque j'attachois les deux aiguilles ensemble, elles prenoient très-promptement la direction que leur donnoit l'aiman. J'imprimois aussi quelquefois du mouvement à celle de cuivre, pendant que l'autre étoit parfaitement libre, & la premiere s'arrêtoit toujours indistinctement sur toutes les directions. Il me falloit donc nécessairement conclure que les deux poles magnétiques de la terre, qui résultent, peut-être, eux-mêmes de la

complication de plusieurs autres, ont sensiblement la même force. Nos aiguilles aimantées ordinaires, lorsqu'elles prennent une certaine direction, obéissent à cette force ; & elles ne peuvent pas avancer dans le sens de leur longueur, parce qu'elles sont retenues par leur centre. Mais puisque celle qui servoit à mes expériences étoit mobile à tous égards, & que néanmoins elle n'avançoit ni vers le Nord ni vers le Sud, c'étoit une démonstration incontestable qu'une de ses extrêmités n'avoit pas plus de tendance vers un des poles, que l'autre extrêmité vers le pole opposé.

L'égalité entre les forces absolues étant établie, quoique contre mon attente, il me restoit à examiner les forces relatives, je veux dire, la force qu'on ressent de la part du pole dont on s'écarte, & celle de l'autre pole qui doit augmenter à mesure qu'on s'en aproche. C'est ce que je pouvois observer aisément pendant mon retour, en repétant l'observation dans des lieux diversement éloignés de l'Equateur. J'en fis trois essais le long de la route, le troisiéme à la Porquera, bourgade qui est au bas de la riviere de la Magdeleine, à trois lieues de son embouchure ; mais ces expériences eurent toujours précisement le même succès qu'à Quito. Le centre de gravité de l'aiguille aimantée, quoique mobile, restoit toujours en repos, pendant qu'elle se mettoit sur le Méridien magnétique. Je me trouvois alors réduit à penser que je n'avois pas encore fait assez de chemin vers le Nord ; quoique je fusse déja éloigné de l'Equateur d'environ 11 degrés, ce qui mettoit plus de 20 de différence entre mes distances aux deux poles opposés. Enfin arrivé en France, j'ai encore repeté l'expérience, & elle n'a toujours réussi que de la même maniere. Comme je craignois de ne pas porter les précautions assez loin, je ne me suis pas contenté de suivre le même procedé qu'auparavant, j'ai eu recours à un autre qui devoit me faire appercevoir la plus petite inégalité. J'ai suspen-

du par ſon centre de gravité avec un aſſemblage de cheveux long de cinq à ſix pieds une aiguille aimantée. Ce nouveau fil aplomb ne devoit pas ſe mettre tout-à-fait verticalement, il devoit avancer par en bas un peu vers le Nord, s'il eſt vrai que le pole magnétique boréal dont nous ſommes plus voiſins agiſſe avec une plus grande force que le pole magnétique oppoſé. Je me ſerois aiſément apperçû d'un écart de 5 ſecondes, ou d'une différence dans la force qui n'eut pas même été d'une 40000me partie du poids de l'aiguille. Quelque attention que j'y aye apportée, je n'ai remarqué aucune tendance horiſontale qui ſe compoſât avec la peſanteur ou qui en alterât la direction; il m'a toujours paru que le cheveux ſe mettoit verticalement & qu'en même tems que l'aiguille ſe dirigeoit Nord & Sud, elle ne faiſoit pas le moindre effort pour ſe tranſporter vers l'un ou l'autre pole dans la direction de ſa longueur.

Ce n'eſt que depuis mon retour & en y penſant davantage, que j'ai entrevû à la fin la raiſon de cette égalité toujours parfaite que je trouvois, & qui me paroiſſoit ſi extraordinaire, entre les forces attractives des deux poles. On peut comparer la direction des efflux magnétiques à des rayons de lumiere dont la force augmente ou diminue ſelon que ces rayons ſe trouvent réunis dans un plus grand ou moindre eſpace. Lorſque les rayons ſont divergens, la force de la lumiere va en diminuant; & elle continue à le faire, à moins que par la rencontre d'un verre convexe ou par celle d'un miroir concave, on ne change la divergence en convergence. Alors la force de la lumiere augmente, quoique reçûe à une plus grande diſtance du corps lumineux. Il doit arriver la même choſe à l'égard de la vertu magnétique. Les directions ſelon leſquelles cette force s'exerce ſont des eſpeces de Méridiens, & elles ſont le plus éloignées les unes des autres qu'il eſt poſſible aux environs de l'Equateur: c'eſt donc là où la force du magnétiſme doit

être moindre. Mais si l'on avance dans l'un ou dans l'autre hémisphére, il ne faut pas croire que ce n'est que l'effet seul du pole dont on s'approche, qui doit augmenter; ce sera aussi l'effet de l'autre pole; puisque ses directions sont dans le même cas que les rayons de lumiere, qui de divergens deviennent convergens. Ces directions qui se trouvoient à une plus grande distance les unes des autres vers l'Equateur, vont ensuite en se rapprochant mutuellement, à mesure qu'elles avancent. La force que nous devons ressentir ici à Paris de la part du pole magnétique austral doit être selon cela sensiblement égale à celle que nous éprouverions de la part du même pole, si nous étions à une égale distance de l'Equateur de l'autre côté. Ainsi à parler généralement & laissant à part quelques considérations sur lesquelles on peut ici se dispenser d'insister, il n'importe en quel endroit de la terre on se place, il n'importe qu'on soit également éloigné des deux poles ou qu'on soit à une moindre distance d'un des deux, on ressentira toujours autant d'action de la part de l'un que de l'autre. Il vrai est que la force de chaque pole sera plus ou moins grande, mais les deux forces seront néanmoins toujours égales: & c'est aussi ce que confirment mes observations. La resistance de l'air introduiroit apparemment quelque différence entre les deux actions, si la matiere magnétique rampoit sur la surface de la terre & si elle avoit un très-long trajet à faire dans l'air grossier que nous respirons. Mais les aiguilles d'inclinaison nous indiquent la route que suit la matiere magnétique; cette route ne différe guere d'être verticale ici bas; ce qui montre que la matiere magnétique a bientôt traversé l'air grossier & que presque tout son chemin qui doit se détourner en haut, se fait au-dessus de la partie dense de l'atmosphere.

Le Lecteur ne desaprouvera pas sans doute qu'en vûe des observations dont je viens de rendre compte, je l'aye conduit du Pérou jusqu'en Europe, pour retourner

ner presque sur le champ vers le milieu de la Zone torride. Lorsque je sortois de la Cordelière, je n'avois pas lieu de douter que si le terrain se trouvoit assez bas, je verrois un pays qui auroit à peu près les mêmes qualités que celui qui est de l'autre côté de la double chaîne de montagnes. Cependant je remarquai au premier aspect plusieurs différences. Le sol de la Plata est assez peu élevé : le mercure dans le Barométre s'y soutenoit à 25 pouces justes ; & à Honda il se soutenoit à 27 pouces $5\frac{3}{4}$ lignes. Tout ce terrain au moins vers le haut est pierreux, & le pays est découvert. Les environs de la Plata qui est quatre ou cinq lieues à l'occident de la riviere de la Magdeleine, sont assez peuplés. Le reste l'est très-peu & on ne trouve jusques vers la Mer, d'endroits ou de villes un peu considérables que Honda & Mompox. Le second de ces deux lieux est orné d'un fort beau quai, auquel il a fallu donner une grande hauteur, à cause des crues auxquelles la riviere est sujette. Quoiqu'elle y soit très-large, elle y monte régulierement de 12 ou 13 pieds chaque année vers le commencement de Décembre. Elle coule entre des rochers & sur le sable jusques vers le milieu de la distance de Honda à Mompox ; mais elle souffre au-dessous à peu près le même changement que l'interieur de la Cordelière. Elle roule ses eaux sur de la vase ; ses belles plages se convertissent en bas presque toutes en marais, & il y en a qui s'étendent fort loin.

Une particularité qui a attiré souvent mon attention dans toutes ces contrées, c'est que toutes les montagnes auprès desquelles je passois & qui sont au pied & au dehors de la grande Cordelière, me paroissoient avoir eu une origine toute différente de celles que j'avois vûes auparavant. Les lits de différentes terres & le plus souvent de rochers dont elles étoient formées, n'étoient pas inclinés de divers côtés, comme dans les autres : ils étoient parfaitement horisontaux ; & je les voyois

quelquefois se répondre fort loin dans les différentes montagnes. La plûpart de celles-ci ont deux ou trois cents toises de hauteur, & elles sont presque toutes inaccessibles; elles sont souvent escarpées comme des murailles : c'est ce qui permet de mieux voir leurs lits horisontaux dont elles présentent l'extrêmité. Le spectacle qu'elles fournissent n'est pas riant; mais il est rare & singulier. Lorsque le hazard a voulu que quelqu'une fût ronde & qu'elle se trouvât absolument détachée des autres; chacun de ses lits est devenu comme un cilindre très-plat ou comme un cone tronqué qui n'a que très-peu de hauteur; & ces différens lits placés les uns au-dessus des autres & distingués par leurs couleurs & par les divers talus de leur contour, ont souvent donné au tout la forme d'ouvrage artificiel & fait avec la plus grande régularité. Il est une de ces montagnes à environ une lieue de Honda sur le bord du Guali & sur le chemin de Mariquita, qui est exposée à la vûe de tous les voyageurs; mais je sens que si j'en donnois ici une répréſentation, il faudroit que je comptasse sur le crédit que doit naturellement avoir le rapport de quelqu'un qui n'a aucun intérêt d'alterer la vérité & qui a eu toute sa vie le plus grand éloignement pour le mensonge. On voit dans ces pays là les montagnes y prendre continuellement l'aspect d'anciens & somptueux édifices, de chapelles, de dômes, de châteaux; quelquefois ce sont des fortifications formées de longues courtines munies de boulevarts. Il est difficile lorsqu'on observe tous ces objets & la maniere dont leurs couches se répondent, de douter que le terrain ne se soit abaissé tout autour. Il paroît que ces montagnes dont la base étoit plus solidement appuyée, sont restées comme des especes de témoins ou de monumens qui indiquent la hauteur qu'avoit anciennement le sol.

Je ne connois les environs de l'Orinoque que par relation, mais je sçai qu'en plusieurs endroits les mon-

tagnes y ſont également formées de couches horiſontales & qu'elles ont ſouvent en haut des plates-formes qui ſont exactement de niveau. On ne trouve à ce que je crois rien de ſemblable au Pérou, malgré la varieté preſque infinie qui y eſt repandue. Toutes les couches y vont en s'inclinant autour de chaque ſommet, en ſe conformant à la pente des collines. Si, comme il y a de l'apparence, cette partie de la ſurface de la terre s'eſt abaiſſée de part & d'autre de la chaîne de montagnes qui partant du Sud de Popayan ſépare la riviere de la Magdeleine de l'Orinoque, la ſubmerſion de l'Atlantide dont Platon a parlé, deviendra beaucoup plus plauſible. Notre imagination ſe révolte, lorſque nous voulons nous repréſenter d'auſſi grands changemens faits à la forme exterieure de notre globe, dont l'état actuel nous paroît ſi permanent. Mais nous ne devons pas juger tout à fait à cet égard des tems les plus reculés par le tems préſent. Les grandes altérations ont leurs limites : elles ſont toujours ſuivies d'un état d'équilibre ou de repos relatif, auquel elles conduiſent & qui doit avoir une certaine durée.

Le chemin depuis la Plata juſqu'à Honda eſt aſſez uni ; il eſt traverſé par diverſes petites rivieres qui vont tomber dans la Magdeleine. Le fleuve reçoit auſſi de l'autre côté beaucoup d'autres rivieres, principalement le Bogota qui paſſe par Santa-Fé & qui vient tomber vis-à-vis d'Ibagué dont j'ai marqué la ſituation. Le Bogota eſt très-conſidérable même à Santa-Fé. On chercheroit peut-être inutilement ſur toute la terre une plus haute cataracte que celle qu'il forme 15 ou 16 lieues au-deſſous de cette ville & à environ 8 lieues de la Magdeleine, dans un lieu nommé Tequendama. Je ſuis convaincu qu'il faut retrancher beaucoup de ce qu'en ont écrit quelques voyageurs qui ont ignoré qu'on ne devoit pas employer ſi aiſément l'expreſſion de lieues dans l'évaluation des hauteurs, & que Santa-Fé étoit à

peine élevée de 14 cents toiſes au-deſſus du niveau de la Mer. Cette cataracte, ſi j'en juge par des élevations auxquelles on me la comparée dans le voiſinage, doit avoir deux ou trois cents toiſes de hauteur; & la chute ſe fait verticalement.

On a imaginé des ponts ſinguliers ou d'autres moyens pour paſſer toutes ces rivieres, de même que celles qui ſont dans l'interieur de la Cordelière lorſqu'elles ne préſentoient point de gué. Outre les ponts de pierres que les Eſpagnols ont conſtruits en divers endroits, il y en a pluſieurs qui ne ſont formés que par des ſimples cables tendus d'un côté de la riviere à l'autre. Ces cables qui ſont faits de racines d'arbres ſont preſque gros comme la cuiſſe. Il y en a toujours deux au moins qui ſont ſitués parallelement à quatre ou cinq pieds de diſtance l'un de l'autre. Ils paſſent ſur deux eſpeces de chevalets de charpente établis ſur chaque bord; & au pied d'un de ces chevalets, on voit un treuil ou cabeſtan horiſontal qui ſert à les roidir. On met deſſus des traverſes de bois & des faſcines, & on tend un peu plus haut & à côté deux autres cables pour ſervir de garde-foux. On peut paſſer ſans péril ſur ces ſortes de ponts; mais lorſqu'ils ſont d'une longueur conſidérable, comme j'en ai vû, ils forment un grand arc par leur peſanteur, & ils deviennent incommodes par leurs oſcillations. En d'autres endroits on a fait les choſes avec beaucoup moins de frais. On a tendu d'un côté de la riviere à l'autre trois ou quatre cordes de cuir qui par leur aſſemblage n'en forment qu'une. On leur donne une inclinaiſon de 15 ou 16 degrés; & ceux qui veulent paſſer ſe ſuſpendent à une eſpece de poulie qui gliſſe avec viteſſe ſur les corroyes tendues. Le mouvement s'accelere quelquefois aſſez pour que le feu prenne à la poulie, qui n'eſt qu'un ſimple morceau de bois formé par la bifurcation de deux branches qu'on a coupées. Il faut que le voyageur ſe garantiſſe de la vapeur enflammée qui en ſort,

& qu'il en écarte ses yeux. Quant à la trop grande vitesse du mouvement, un homme situé sur le rivage la modére par une longue corde attachée à la poulie. Lorsqu'on veut passer la riviere dans un sens contraire, on va chercher plus haut ou plus bas un poste où les bords se sont trouvés plus élevés que de l'autre côté ; & où on a établi un semblable équipage de cordes, qu'on nomme *tarabite*.

Le pont qui m'a paru de tous le plus extraordinaire c'est celui de la Plata: on ne pouvoit pas le construire en même tems avec des matieres plus fragiles & lui donner une plus grande solidité. La riviere de la Plata va tomber dans le Paès & ensuite dans la riviere de la Magdeleine : elle est si rapide qu'elle roule de très-gros quartiers de pierre ; elle a 110 ou 120 pieds de largeur, & ses deux bords sont très-peu élevés; ce qui interdisoit l'usage de presque toutes les autres especes de ponts. On y a suppléé en se servant de ces gros roseaux dont j'ai déja parlé plusieurs fois. On en a attaché plusieurs les uns au bout des autres : & de deux de ces assemblages mis parallelement à 4 ou 5 pieds de distance, on en a formé un grand cintre qui va d'un côté de la riviere à l'autre. On a placé en travers sur ce cintre des troncs de roseaux qui servent comme de marche lorsqu'on veut passer : car il faut monter plus de trente pieds pour parvenir au haut de l'arcade, & on descend ensuite de l'autre côté. Deux autres assemblages de roseaux servent de balustrade : & comme l'édifice seroit renversé par le vent & ne pourroit pas même se soutenir de lui-même, on a attaché des especes de cordages qui en partant du haut de l'arc vont se rendre en divers endroits du bord de la riviere; & ces cordages ne sont encore que des roseaux moins gros, qu'on a attachés à l'extrêmité les uns des autres.

Le marbre est très-commun sur le bord de plusieurs de ces rivieres; on y voit aussi des rochers d'ardoise, &

j'ai ſouvent eu occaſion d'y obſerver la grande affinité qu'il y a entre ces deux ſortes de pierres. J'avois déja fait cette remarque dans la Cordelière principalement aux environs d'Atapou & de Soula au-deſſous de nos ſignaux de Senagoualap & de Sachattian. Les rochers de marbre & d'ardoiſe s'y touchent ſouvent, & j'en ai vû qui étoient ardoiſe par une extrêmité & marbre parfait par l'autre. Toutes les fois qu'il ſurvient un nouveau ſuc pierreux analogue à l'ardoiſe & qui en unit les feuilles, il rend tout le rocher plus compacte & plus dur; le rocher ceſſe d'être de l'ardoiſe pour devenir du marbre. Une pierre également diſtribuée par feuilles qu'on nomme ſchite, eſt auſſi ſujette à cette transformation. Quelquefois ce ne ſont pas ſimplement ſes feuilles qui ſe ſoudent entr'elles, un quartier de cette pierre ſe joint comme au hazard avec une autre. Si le tout eſt enſuite expoſé à l'action du gravier & des cailloux roulés par une eau courante, & qu'il reçoive une ſorte d'arondiſſement qui le rende à peu près cilindrique, il prend toutes les apparences d'un tronc d'arbre; & il eſt même quelquefois très-difficile de ne s'y pas tromper. Je fus très-fâché de ne pouvoir porter avec moi une de ces eſpeces de tronc que je trouvai dans une ravive entre Guanacas & la Plata, au pied d'une colline nommée la *Subida del Frayle*. C'étoit un morceau de marbre qui avoit 20 pouces de longueur ſur 17 ou 18 de diamétre; on diſtinguoit comme les fibres du bois, la ſurface préſentoit des nœuds de diverſes formes; le contour même du tronc étoit également propre à en impoſer. Il y avoit un enfoncement d'un côté qui formoit un angle rentrant, & une ſaillie du côté oppoſé. Je ne ſçavois qu'en penſer, de même que les perſonnes qui m'accompagnoient. Je ne réuſſi enfin à me décider, qu'en jettant les yeux ſur d'autres quartiers de ſchite qui étoient auprès, qui commençoient à prendre les mêmes apparences, mais qui n'étoient pas encore dans

un état à pouvoir jetter dans l'erreur, & qui au contraire m'éclairerent sur la nature du morceau de marbre. On prétend qu'entre les différens bois, c'est le gayac qui se pétrifie le plus aisément. On m'assuroit que je verrois au-dessous de Mompox dans un bourg ou village nommé le *Pueblo del Rey* une croix dont tout le haut de l'arbre étoit encore de ce bois, pendant que le bas étoit réellement de la pierre à fusil : plusieurs personnes m'affirmerent en avoir tiré du feu. Lorsque je passai dans cet endroit on me confirma la même chose; mais on m'ajouta qu'une crüe extraordinaire avoit fait tomber la croix dans la riviere, il y avoit 6 à 7 ans.

Je ne dirai que peu de chose des animaux & des insectes qu'on trouve dans ces différentes contrées, & qui sont à peu près les mêmes que ceux qu'on voit de l'autre côté de la grande Cordelière. Il y a dans le fleuve des caymans qui ont 18 à 20 pieds de longueur, qui n'attaquent guere les hommes que quand ils ont par quelque accident déja mangé de la chair humaine : je les ai toujours vû fuir, lorsqu'ils étoient couchés sur le rivage & que je m'en approchois. Ce qui frape le plus dans ces pays là, c'est une espece d'araignée qu'on trouve dans les chemins & qui seroit extrêmement à craindre si tous les accidens qu'on en rapporte étoient vrais : Tout le monde en parle d'une maniere uniforme de même que les voyageurs qui en ont écrit. Ces araignées qui sont de la grosseur des nôtres sont ordinairement cachées sous les pierres ; elles filent une toile blanche & très-fine, & c'est ordinairement cette toile qui les décele. Elles sont d'un très-beau noir ; il n'y a que leur ventre qui est d'une autre couleur, il est entierement rouge, à six petites tâches noires près, qui se font remarquer sur la partie supérieure. Le venin de cet insecte qu'on nomme Coya est mortel, & il est si actif qu'il pénétre par les pores de la peau. Jusqu'aux chevaux & aux bœufs périssent, si on écrase un de ces in-

ſectes ſur eux. Cependant la plante de nos pieds & même le dedans de nos mains, ont ordinairement une épaiſſeur qui les rend impénetrables au venin. Dans toute la contrée où les coyas ſont communes, on ſe trouve dans une contrainte continuelle : on n'oſe ni le jour ni la nuit chaſſer un inſecte qu'on ſe ſent ſur le viſage, parce qu'on a toujours peur de la fatale araignée & qu'on ſçait qu'elle s'écraſe très aiſément. Le contre-poiſon, ſi on peut le nommer ainſi, eſt d'ailleurs auſſi effrayant que le mal même, ſuppoſé qu'il ne le ſoit pas davantage. Le malade étant nud & étendu à terre, on le couvre d'une certaine quantité de paille, & on y met le feu. Quelques-uns ne ſont morts ni du venin de la coya ni de l'application du remede; mais d'autres qui en on rechapé, ont eu le cerveau dérangé.

On juge aſſez que je fus curieux d'examiner celles de ces circonſtances dont il étoit facile de faire l'eſſai. Ayant été obligé de ſéjourner dans le voiſinage d'un hameau nommé Bacché, je ſurmontai la difficulté qu'on faiſoit de me chercher de ces inſectes; on m'en apporta 10 ou 12. Je fis plumer un poulet ſous la poitrine & raſer un chevreau ſur le dos. Tout le hameau accourut; plus de vingt perſonnes voulurent voir l'expérience; il s'y trouva auſſi un des plus riches habitans de Popayan, nommé D. Joſeph Ténorio, qui alloit à Carthagène & qui avoit été Gouverneur de la Province du Choco. On ne ſçavoit pas ſi le poulet en mourroit; parce que les poules avalent ſouvent les coyas, ſans qu'il leur arrive aucun mal; mais à l'égard du chevreau, il devoit mourir en moins d'une heure & peut-être ſur le champ, après avoir ſouffert quelques convulſions. Les deux eſſais furent faits à 3 heures du ſoir: cependant le lendemain matin à 10 heures, lorſque je partis, le poulet & le chevreau attachés chacun à un piquet, mangeoient de très-bon appétit. Je priai D. Joſeph Ténorio qui devoit me rejoindre à Honda, de ſuivre l'expérience. Il m'en rendit

dit compte effectivement près d'un mois après ; mais j'avois déja fait une autre épreuve & qui avoit eu le même succès sur une mule de selle qui étoit à moi. On écrasa plusieurs coyas en différens endroits de son col & de son dos après en avoir coupé le poil ; on en écrasa aussi une sur une blessure ; & le tout n'eut aucune suite.

Je ne puis pas me rendre également garant du fait extraordinaire que je vais rapporter, & que je suis bien fâché de n'avoir pas pû vérifier. Le P. Gumilla pieux & zelé missionaire Jesuite en parle dans la description qu'il a donnée de l'Orinoque, mais il avoue aussi qu'il n'en a fait aucune expérience. On trouve vers le bas de la riviere de la Magdeleine & encore plus vers l'Orinoque un serpent très-dangereux qui est du genre des amphisbènes : on me l'a nommé à Mompox *tatacua*. Ses vertébres sont articulées d'une façon particuliere & qui m'a paru très-différente de celle de l'anguille. Aussi ce serpent rampe-t'il d'une maniere distincte des autres. Sa tête & sa queue lui servent de point d'apui & il avance de côté. Lorsqu'on l'attache à quelque branche d'arbre & qu'on le laisse secher ou lorsqu'on le suspend dans une cheminée ; on peut dix ou douze ans après, si on le veut, le rappeller à la vie. Il suffit pour cela de le jetter dans une eau bourbeuse exposée au Soleil & de l'y laisser quelques jours. Le fait m'a été attesté par plusieurs personnes qui se disoient témoins oculaires, particulierement un Chirurgien François établi à Mompox, nommé Granchamp. Cependant je n'assure rien ; toutes ces personnes pourroient avoir été trompées. Mais si la chose étoit vraie, le sentiment de M. Descartes sur l'ame des bêtes se trouveroit démontré. Les bêtes seroient certainement des machines ; puisque nous aurions dans certains cas le moyen, pour ainsi-dire, de les remonter, ou de renouveller leur mouvement vital, après que la mort l'a détruit absolument.

V.

Des Habitans du Pérou & de leurs mœurs.

Si le pays peut offrir tant de ſingularités phyſiques, les mœurs & les coutumes des peuples ne ſeroient pas moins capables d'attirer notre attention, & pourroient donner matiere à un très-long récit. On ſçait que ce pays eſt habité par les Eſpagnols qui en ont fait la conquête, & par les Indiens qui en ſont les anciens habitans, & qui ne différent pas de ces autres hommes qu'on connoît ſous le nom de Sauvages ou de Caraïbes. Comme la Zone torride & les Zones glacées ſont, pour ainſi dire, mêlées au Pérou, qu'il ſuffit d'entrer dans la Cordelière ou d'en ſortir, pour trouver des contrées plus différentes les unes des autres que ſi on traverſoit toute l'Europe, cette extrême différence ne peut pas manquer d'en apporter dans les uſages de ces peuples & juſques dans leurs inclinations. Le grand intervalle qui ſepare les deux continens, & qui rend la communication difficile, doit auſſi produire des effets ſenſibles. Il eſt facile de juger que ſi l'amour national eſt comme par tout ailleurs, porté fort loin dans l'Amérique Eſpagnole, & que s'il va, comme il le doit, juſqu'à former de bons citoyens, on y eſt néanmoins plus iſolé, principalement dans les contrées le plus reculées. On y voit de trop loin tous les différens intérêts de l'Europe, pour que cet amour puiſſe, en franchiſſant ſes juſtes limites, aller juſqu'à l'excès qui le rend vitieux, lorſqu'il nous donne de l'antipathie pour tous les hommes qui ne ſont pas nos compatriotes. C'eſt l'endroit du monde où on exerce le mieux l'hoſpitalité. Comme on y eſt à la ſource des richeſſes, on les regarde avec plus d'indifférence; & la pauvreté y eſt cenſée un moindre mal. Les jeunes gens qui y paſſent d'Europe y ſont accueillis de la maniere

la plus obligeante : ils y ſont reçûs comme d'anciens amis ou comme des freres. On prend ſoin de leur fortune; ils y trouvent preſque toujours des établiſſemens avantageux; & on n'examine pas même beaucoup d'où ils viennent & s'ils ont reçû quelque éducation. La plus grande tache dans ce pays là c'eſt d'être d'un ſang mêlé : mais l'examen eſt tout fait à l'égard d'un homme qui a traverſé la Mer & qui ne vient pas d'Afrique; il eſt tout prouvé à ſon égard qu'il eſt réellement de *chair blanche*, & dès cet inſtant, il peut figurer avec tout le monde. Il y a de cette ſorte comme deux eſpeces d'Eſpagnols dans l'Amérique. On nomme *Chapétons* tous ceux qui ſont nés en Europe. Les autres ſont les *Creoles*, qui ſouvent deſcendent de ceux qui paſſerent dans ce pays là il y a plus de deux ſiecles du tems de la conquête. On y trouve des cadets des meilleures maiſons d'Eſpagne; & ce ſont eux qui y jouiſſent encore des plus grands biens, au moins en poſſeſſion de terres. Ils ont ordinairement reçû de l'éducation dans leur premiere jeuneſſe; ils ſont d'un caractere ſimple & d'un très-bon commerce.

Quant aux Indiens, il m'a paru qu'il falloit diſtinguer. Les uns ſont retirés en bas dans leurs forêts, où ils forment comme de petites Républiques, dirigées par leur Curé qui eſt Eſpagnol, & par leur Gouverneur aſſiſté de quelques autres Indiens qui lui ſervent d'Officiers. Il eſt facile de remarquer qu'ils péchent tous un peu par le défaut de vivacité. Ce que l'on a cru ſouvent, que le grand chaud rendoit l'imagination plus vive, n'eſt pas vrai à leur égard; ils l'ont pareſſeuſe. Quand ils s'appliquent à quelque ouvrage, ils ne ſont capables que d'imiter, mais leur induſtrie ne va pas aſſez loin pour leur faire produire du nouveau; ce même défaut ſe manifeſte dans leurs diſcours & dans tous leurs procedés. Ils vivent tous dans une auſſi grande union qu'ils paroiſſent vivre dans une parfaite innocence. Ils ſont prévenans & honnêtes, ils ne ſont capables d'aucune défiance, & il

ne leur tombe pas même dans l'esprit qu'on puisse jamais avoir l'intention de les tromper. Les portes de leurs maisons sont toujours ouvertes, quoiqu'ils ayent du coton, des calebasses, de la pite, espece d'aloës dont ils tirent du fil, & quelques autres denrées dont ils font souvent quelque trafic. La grande chaleur leur permet d'aller presque nuds; ils se peignent ordinairement en rouge avec le rocou, & ils s'en font une espece de parure; au lieu de se peindre entierement, ils ne tracent que de simples bandes, & ils s'en mettent jusque sur le visage. Il paroît qu'ils ont regardé cette coutume dans son origine comme une précaution contre la piqûre des maringouins ou moustiques. Ces mêmes Indiens sont de tous les métiers qui leur sont nécessaires; ils sont charpentiers, ils sont les architectes de leurs maisons, ils construisent leurs pirogues, ils sont tisserands. Lorsqu'il s'agit de grands ouvrages, ils les font ordinairement en commun: un Indien invite tous les autres des environs, il lui suffit de les bien traiter, & la maison, quelque grande qu'elle soit, car en certains endroits trois ou quatre familles particulieres logent sous le même toît, chacune dans un espace de quelques pieds; la maison, dis-je, quelque grande qu'elle soit, est achevée le jour même, & quelquefois en une ou deux heures de travail.

Leur sort ne laisse pas d'être assez heureux; ils sont seuls ou sans le mélange d'aucun étranger qui les gêne. Ils ont aussi l'avantage de joindre aux fruits de la terre qui ne leur manquent jamais, la chasse & la pêche qui leur fournissent d'abondantes ressources. Ils tuent le gibier ou avec des flêches qui sont quelquefois empoisonnées, ou avec des boules d'argile lancées par des sarbacanes; & quant à la pêche, elle leur est d'autant plus facile que les rivieres n'ayant plus cette grande pente qui les rendoit en haut des torrens furieux, le poisson s'y trouve en quantité. Quoique les Indiens qui n'ont pas

été soumis, & qu'on nomme *Guerriers*, ne soient guere connus, même dans les contrées où ils font de tems en tems des incursions, on sçait que leur maniere de vivre a beaucoup de rapport avec celle des autres : les mêmes circonstances de la part des lieux ont dû introduire les mêmes usages.

Nous ne sçavons au surplus s'il est absolument nécessaire de se faire à l'égard de ces peuples la difficulté qui peut si fort embarrasser à l'égard des Négres. Il y a quelqu'apparence qu'ils ne sont différens de nous que parce qu'ils vivent dans un climat très-différent du nôtre, ce qui a produit à la longue des effets très-marqués. Je suis au moins certain qu'il ne faut regarder que comme une différence passagere leur couleur, qui tire sur celle du cuivre, qui est indépendante de leur peinture, & qu'on croit ordinairement leur être propre. J'ai eu occasion d'observer que ceux qui vivent immédiatement au pied de la Cordelière, du côté de l'occident, ou du côté de la mer du Sud, je dis ceux qui vivent immédiatement au pied de la Cordelière, & du côté de l'occident, sont presque aussi blancs que nous. Ceux-ci ne sont pas exposés comme les autres à un hâle violent & continuel, ils passent au contraire leurs jours dans un pays où il regne un calme si parfait, qu'il n'est jamais interrompu par le moindre souffle ; la montagne les mettant à l'abri du vent continuel d'orient, qui doit passer près d'une lieue par dessus leur tête. Si on s'éloigne davantage de la Cordelière en avançant vers la côte, ce n'est plus la même chose ; le vent s'y fait ressentir, & les Indiens reprennent la couleur de cuivre. Il est vrai que si la carnation des premiers ne paroît pas les distinguer de nous, ils n'ont point de barbe, ni de poil sur la poitrine ni en aucun endroit du corps, & ce qui les caractérise encore, c'est leur longue chevelure ; ils ont toujours de gros cheveux noirs, plats & très-forts. Mais si on admet que leur couleur qui en général est si dif-

tincte de la nôtre, vient de la température du climat; ou de la grande action de l'air à laquelle donne lieu leur défaut de vêtement, il semble qu'on peut soupçonner que les autres accidens dépendent à peu près des mêmes causes.

La condition des Indiens qui vivent en haut dans la Cordelière, n'est pas la même, & ce sont aussi des hommes tout différens. Ils ont autant de mauvaises qualités que les autres en ont de bonnes, si on les considére comme citoyens, ou comme faisant partie de la société, car d'ailleurs ils ne sont pas capables de faire de mal. Ils sont tous d'une paresse extrême, ils sont stupides, ils passeront des journées entieres dans la même place assis sur leurs talons, sans remuer, ni sans rien dire. Ils servent de domestiques dans les villes, & on les applique aux champs au travail des terres. L'habillement qu'on leur donne, fait partie du payement de leurs gages, de même que les légumes ou les grains qu'on leur donne à la campagne, pour leur subsistance. Lorsqu'ils se marient les droits du Curé sont fort grands, de même que les frais funéraires lorsqu'il meurt quelqu'un de leur petite famille. Tout cela est cause qu'ils n'ont jamais rien en leur disposition, & qu'ils se trouvent presque toujours endettés envers leurs maîtres : leur indolence en est considérablement augmentée. On ne peut assez dire combien ils montrent d'indifférence pour les richesses, & même pour toutes leurs commodités; peut-être parce qu'ils sentent qu'il leur seroit inutile d'y penser. A cela près qu'ils aiment un peu trop à boire d'une espece de biére qu'ils font avec le mays, ils forment comme une grande secte de Philosophes Stoïciens ou plûtôt Cyniques. On ne sçait souvent quelle espece de motif leur proposer, lorsque l'on veut en exiger quelque service. On leur offre inutilement quelques piéces d'argent, ils répondent qu'ils n'ont pas faim. On ne doit pas s'étonner que de pareilles gens n'ayent pas encore imaginé

qu'il leur étoit utile d'avoir des poches : ils n'en ont aucune, & ils ne sçavent rien de plus commode, lorsqu'on les a obligés de recevoir quelque petite monnoye, que de la serrer dans leur bouche.

Ils n'ont pas la liberté de porter de linge, ni d'avoir de bas : leur habillement ne différe pas de celui qu'ils portoient anciennement. C'est une chemisette de drap sans manche, faite dans le pays, qui leur tombe jusqu'au genouil, & sur cette chemisette ils mettent souvent une autre piéce d'étoffe plus longue que large, au milieu de laquelle il y a une ouverture pour passer la tête : ce surtout a presque la forme d'une dalmatique. Ils n'ont dans leur petite cabane aucun meuble. Ils se couchent à terre sur un cuir, & ils passent quelquefois des années entiéres sans manger de viande. Il est vrai qu'ils élevent souvent quelques volailles ou quelque bétail, mais c'est presque toujours pour en faire des présens à leurs Curés; s'ils en mangent, c'est dans quelques cas très-extraordinaires, principalement lorsqu'il meurt quelqu'un d'entr'eux. Les amis & les parens du défunt se hâtent alors de se rassembler, pour se régaler en pleurant, de tout ce qu'ils peuvent soustraire à l'église : la fête lugubre continue jusqu'à ce qu'il ne reste plus absolument rien.

Il paroît que ceux qui demeurent hors de la Cordelière, ont conservé davantage leurs anciennes mœurs, au lieu que ceux qui vivent en haut où le pays est incomparablement plus peuplé, ont plus ressenti les effets de la dépendance. De leur mélange avec les Espagnols il résulte une troisiéme espece, celle des Métices qui forment maintenant la plus grande partie des habitans, & qui sçavent ordinairement les deux langues, l'Espagnole & l'ancienne du pays, celle des Incas. Ces Métices, dont la naissance est presque toujours illégitime, ne sont pas plus Espagnols qu'ils sont Indiens ; ils jouissent néanmoins de tous les priviléges des premiers, ils sont à divers égards réputés hommes blancs ; & ils ne manquent

pas de talens naturels. Ce ſont eux qui excercent dans les villes tous les arts dont le public a beſoin. Car les Eſpagnols n'en excercent aucun : parmi ces gens de tous états qui arrivent d'Europe, on ne voit abſolument perſonne qui ſçache quelque métier ou qui oſe le déclarer. C'eſt ce qui peut ſervir à expliquer ce que j'ai dit d'extraordinaire touchant l'état où ſe trouvent les arts dans ces pays là & en particulier l'Agriculture.

Ce ſont les Métices dont l'autorité s'appeſantit le plus ſur les Indiens; cependant la ſageſſe du Gouvernement Eſpagnol qui a tâché de tout prévoir, a pris les plus grandes précautions pour arrêter ce mal & faire ſentir ſa protection aux triſtes reſtes de ce peuple qui diminue toujours. On a voulu lui épargner tous les travaux qui pourroient le ſurcharger; on lui a donné des protecteurs d'office dans toutes les villes, on a même trouvé plus ſimple de l'exempter de la juriſdiction de l'Inquiſition, que d'obliger ce Tribunal à ſuivre d'autres régles que celles que lui dicte ſa ſévérité ordinaire; ils ne ſont ſoumis qu'à la correction des Evêques ou des Curés. Mais la grande diſtance des lieux eſt cauſe que ces réglemens ſi prudens n'ont pas tout le fruit qu'ils pourroient avoir, & que, tout conſidéré, les Indiens ne ſont jamais mieux que dans leurs forêts. C'eſt ce qui contribue ſans doute avec les autres circonſtances, à mettre entre ceux des diverſes contrées, ſi peu de conformité. Il faut avouer malgré cela que lorſqu'on compare les uns & les autres à la peinture admirable qu'en font quelques Hiſtoriens, on n'en croit pas ſes propres yeux; tout ce qu'on rapporte de leurs talens, des différens établiſſemens qu'ils avoient, de leurs Loix, de leur Police, deviendroit ſuſpect, s'il étoit poſſible d'aller contre le témoignage d'un ſi grand nombre d'Auteurs dignes de foi, & s'il ne reſtoit outre cela pluſieurs monumens qui prouvent invinciblement qu'il ne faut pas juger de l'état ancien de ces peuples par celui où nous les voyons maintenant.

On

On ne peut comprendre comment ils ont pû élever les murailles de leur temple du Soleil dont on voit encore les restes à Cusco; ces murs sont formés de pierres qui ont 15 à 16 pieds de diamétre, & qui, quoique brutes & irréguliéres, s'ajustent toutes si exactement les unes avec les autres, qu'elles ne laissent aucun vuide entr'elles. Nous avons vû les ruines de plusieurs de ces édifices qu'ils nommoient Tambos, qui servoient d'entrepôts ou de magasins, & où logeoient les Incas lorsqu'ils voyageoient. Les portes n'en sont pas larges, mais elles sont fort hautes; le Souverain ne sortant jamais que porté sur un brancard soutenu sur les épaules des principaux Seigneurs de sa Cour. Les murailles en sont souvent d'une espece de granite, & les pierres qui sont taillées, paroissent usées les unes contre les autres, tant les joints en sont parfaits. On remarque encore dans un de ces Tambos quelques mufles qui servent d'ornement, dont les narines qui sont percées, soutiennent des anneaux ou boucles qui sont mobiles, quoiqu'ils soient faits de la même pierre. Tous ces édifices étoient situés le long de ce magnifique chemin qui conduisoit dans la Cordelière de Cusco à Quito, & même en deçà, qui avoit près de 400 lieues de longueur, & dont nous avons souvent suivi les traces. Il y a dans notre 24me triangle les restes d'une ancienne forteresse qui étoit accompagnée de corps-de-gardes avancés, & de différens bâtimens séparés les uns des autres, & distribués avec assez de régularité. Je ne parle pas de différens retranchemens faits avec art sur le sommet de plusieurs montagnes, principalement de celles qui soutiennent nos premiers triangles, & qu'il faut attribuer aux naturels du pays, lorsqu'ils vendoient chérement leur liberté aux autres Indiens venus de Cusco sous la conduite de Huayana Capac qui n'étoit pas encore alors Empereur, & qui, comme je l'ai déja dit, fut le douziéme, peu de tems avant l'entrée des Espagnols. Il

faut donner apparemment presque la même époque à des sépulchres d'une grandeur & d'une forme étonnante, que nous avons trouvés dans un lieu nommé Cochesqui. Ce sont des levées de terre dont quelques-unes ont 40 pieds de hauteur sur 70 toises de longueur & 40 de largeur, avec des rampes extrêmement longues qui y conduisent par une pente insensible. Il y en a 7 ou 8, & plus de 100 d'une autre forme : notre Méridienne se termine du côté du Nord sur une de ces masses. Les Historiens font mention d'un palais que les Incas s'étoient fait élever dans le même endroit, & il n'en reste aucun vestige, au lieu que les tombeaux dont personne n'a parlé, subsistent encore. Presque tous les anciens ouvrages des Péruviens ont été sujets au même sort : plus ils ont attiré l'attention, plûtôt ils ont été détruits. Tout ce que je puis ajouter, c'est qu'on ne peut voir de pareils monumens sans se trouver disposé à penser avantageusement de ceux qui ont osé les entreprendre, & qui ont eu le courage de les porter à leur fin.

Les limites dans lesquelles je suis obligé de me renfermer, ne me permettent pas d'entrer dans un plus grand détail. Je renvois à un autre tems les remarques que j'ai faites, en comparant les Histoires du pays avec les lieux dont elles parloient : j'exposerai aussi peu ici mes conjectures sur la Mythologie de ces peuples, de même que sur leur origine & sur leurs différentes transmigrations. Il me paroît clairement qu'outre le passage plus ancien qui a pû se faire par l'Atlantide, & qui n'a guere pû se faire autrement, il faut absolument que quelques navires dans des tems très reculés ayent été jettés par quelques tempêtes sur ces côtes éloignées, à peu près comme on a prétendu que la même chose étoit arrivée au Pilote qui donna à Colomb la premiere connoissance de l'Amérique, & comme nous en avons quelques autres exemples récens. Je crois même distinguer deux différentes époques bien marquées de ces anciens pas-

ſages, qui ne peuvent avoir été que fortuits. Il doit y avoir une infinité de choſes à dire de Regions ſi vaſtes & ſi peu connues. Quand même on ſe borneroit à marquer les ſeules modifications que la différence des circonſtances a aporté au Gouvernement des Eſpagnols dans ces contrées là, on ſeroit très-ſûr de picquer la curioſité des Lecteurs : tout ce qui eſt ſuſceptible de changement dans l'exterieur de la vraie Religion qu'on y profeſſe, devoit auſſi frapper l'attention d'un étranger qui tâchoit de tout examiner, & qui a eu de fréquentes occaſions de le faire. Mais je dois me ſouvenir que cette Relation n'eſt qu'une ſimple ébauche, & qu'il ne s'agiſſoit principalement ici que de donner une idée exacte, quoique tracée avec un crayon très-groſſier, du pays dans lequel nos opérations ont été faites.

Explication du profil & de la vûe de la Cordelière du Pérou aux environs de Quito.

IL faut ſuppoſer que le plan vertical qui coupe la Cordelière perpendiculairement à ſa longueur, paſſe environ une lieue au Nord de Quito, & que le Spectateur eſt tourné vers le Sud. Les montagnes qu'il a vers la droite ſont celles de l'Occident ou du côté de la mer du Sud ; & la chaîne orientale formée d'Antiſana, de Chinchoulagoua, Cotopaxi, Tongouragoua, &c. eſt à gauche. C'eſt dans l'intervalle de ces deux chaînes qu'eſt ſituée la partie la plus habitée de la Province de Quito, comme on l'a dit page xxxij & ſuivantes, & comme le montre la carte de la Méridienne. Le plan vertical dont nous parlons coupe à peu près vers le milieu *la vûe* des deux chaînes qu'on a repréſentées au-deſſous. Il eſt évident au ſurplus qu'on ne doit découvrir dans ce profil que les ſeules montagnes qui ſont au-delà du plan vertical, ou vers le Sud.

La *vûe* repréſente les deux chaînes de montagnes

pour un Spectateur placé du côté de la Mer pacifique. Ainsi c'est la chaîne occidentale qui est la plus voisine ; & on ne découvre l'autre ou l'orientale que par dessus la premiere. On a été attentif à marquer les mêmes endroits par les mêmes lettres dans ces deux représentations. On pourroit se dispenser de repéter que la vûe ne contient guere que le quart de la longueur de la Méridienne.

La ligne AAA marque le niveau de la Mer.

BBB. La ligne du niveau de Carabourou, la plus basse de toutes les stations de notre Méridienne & l'extrêmité Septentrionale de notre premiere base.

CCC. Terme inférieur de la neige dans les montagnes, lequel est élevé d'environ 2440 toises au-dessus de la surface de la Mer dans la Zone torride.

D. Antisana, volcan qui s'enflamma vers le commencement de l'autre siecle, & où se trouve une des sources du Napo.

E. Cotopaxi, volcan actuellement enflammé.

F. Tongouragoua, volcan qui jette encore de la fumée de tems en tems & qui fit de grands ravages en 1640 & 45.

G. Pichincha sur lequel nous avions plusieurs signaux.

H. Le Coraçon de Barionuevo ou Choussalong, la plus haute montagne sur laquelle deux des Académiciens ayent monté & où le Barométre se soutenoit à 15 pouces 9 $\frac{1}{2}$ lignes.

I. Les deux sommets d'Ilinissa dont on a déterminé immédiatement la hauteur au-dessus du niveau de la Mer, & dont on a conclu celles des autres montagnes.

K. Chimboraço, la plus haute montagne qu'on ait observée, & au Sud de laquelle on a fait l'expérience de l'attraction.

L. Lit de la riviere de Guaillabamba en sortant de la Cordelière & en allant se joindre à la riviere des Emeraudes pour se rendre à la Mer pacifique.

M. Cochesqui, observatoire de l'extrêmité septentrional de la Méridienne.

N. La ville de Quito.

O. Signal d'Oyambaro, extrêmité australe de notre premiere base.

P. Bourgade de Mindo qui est au dehors de la Cordeliére & dans la Province des Emeraudes.

Q. Signal sur Cotopaxi qui a servi à nos sixiéme & & septiéme triangles, & dont le poste a été entierement boulversé, comme on l'a dit, par la nouvelle éruption du Volcan en 1742.

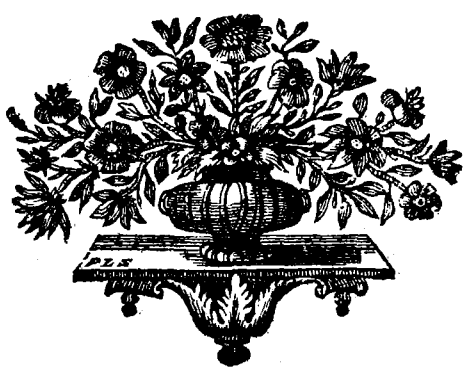
R. Signal de Tanlagoua sur la chaîne occidentale. Le signal de Pambamarca est vis-à-vis sur l'autre chaîne qui est derriere, & il a servi de sommet au troisiéme angle de notre premier triangle formé sur la base d'Yarouqui.

S. Signal qui a servi à M. Godin dans ses triangles particuliers.

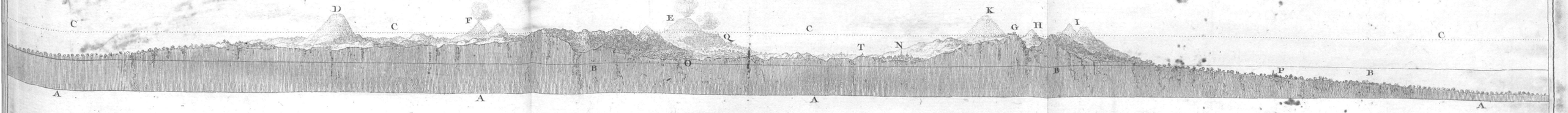
T. Signal de Gouapoulo qui est encore propre à M. Godin.

On fera attention sans doute, en considérant le profil de ces montagnes, après avoir lû ce que j'ai dit de la difficulté qu'on trouve à les escalader, qu'on ne prend qu'une idée très-imparfaite de pareils objets par la vûe d'un dessein dans lequel on a observé, comme on a tâché de le faire ici, un rapport exact entre toutes leurs dimensions. Une pente représentée sur le papier ne paroît pas roide comme celle qu'on voit de près sur le terrain. Il devient impossible d'escalader une montagne dont l'inclinaison des côtés par rapport à l'horison est de 35 ou 36 degrés, à moins qu'on ne se saisisse aux herbes ou aux arbustes, ou que les rochers dont la montagne est formée ne fournissent comme des marches. Je suis monté deux fois de notre signal de Cotopaxi jusqu'au terme inférieur constant de la neige : la pente étoit tout aussi roide ; mais les fragmens de pierres-ponces & de

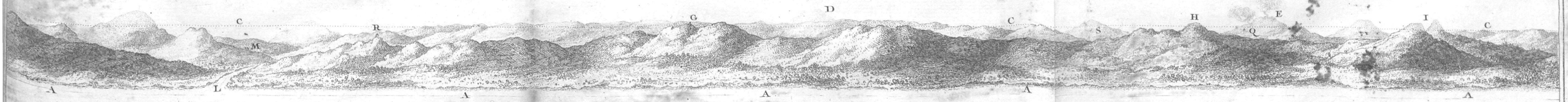
pierres - calcinées sur lesquels je marchois me servoient d'apui, quoiqu'ils cedassent souvent, & qu'il m'arrivât quelquefois de plus reculer que d'avancer. Je mis environ cinq quarts-d'heure ou un peu plus à monter les 140 ou 150 toises dont nous étions au-dessous du terme de la neige; & il ne me fallut que 11 minutes pour descendre. Une autre remarque qui n'a point de rapport avec la précedente mais dont l'objet étoit bien plus important pour nous; c'est que nous avons été fort heureux que la Cordelière du Pérou eût aux environs de l'Equateur une direction peu différente du Méridien: si elle avoit décliné du Méridien de 40 ou de 50 degrés nous ne pouvions plus la suivre, nos opérations nous conduisoient dans les forêts d'en bas & dans des pays marécageux & comme impénetrables. Notre voyage se trouvoit manqué vraisemblablement: ou bien il nous eut fallu établir nos triangles sur la côte; ce que je proposai lorsque nous abordâmes à Manta, & ce qui nous eut peut-être épargné bien du tems & beaucoup de peines.



PROFIL DE LA CORDELIERE DU PÉROU, COUPÉE PAR UN PLAN VERTICAL PERPENDICULAIRE À SA LONGUEUR.



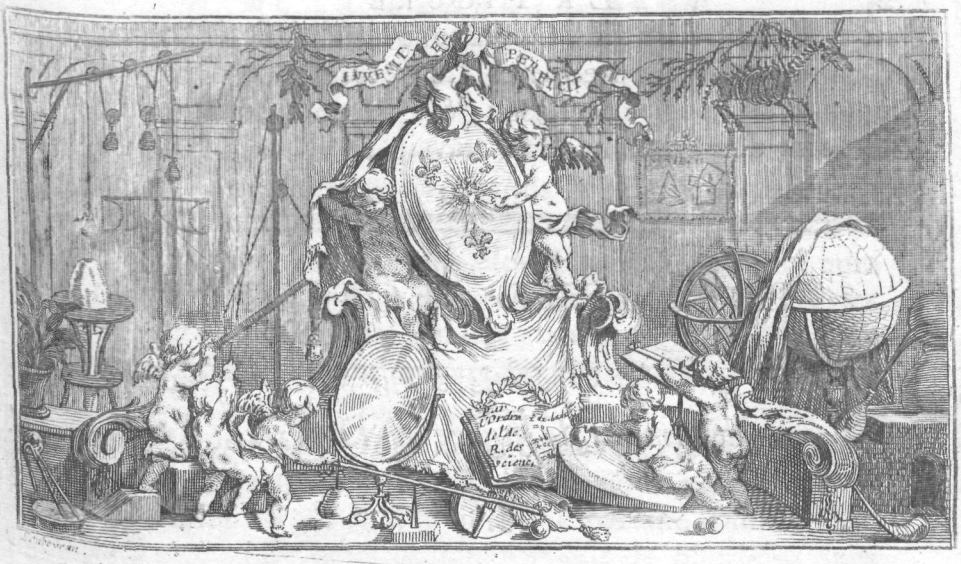
VUE DE LA CORDELIERE DU PEROU AUX ENVIRONS DE QUITO.



Echelle de trente mille toises.

1 2 3 4 5000. 10000. 20000. 30000. Toises.

LA FIGURE
DE LA
TERRE.



LA FIGURE DE LA TERRE,

Déterminée par les Obſervations faites au Pérou par Meſſieurs de l'Académie Royale des Sçiences.

LA commiſſion dont l'Académie me fait l'honneur de me charger, de mettre ſous les yeux du Public le réſultat des opérations faites au Pérou pour déterminer la Figure de la Terre, m'oblige d'expoſer en même tems toutes les précautions que nous avons priſes, & de développer les raiſons qui les rendoient néceſſaires. Je ſuivrai les choſes par ordre, en inſiſtant d'abord ſur le choix que

nous dûmes faire des Opérations qu'il étoit à propos d'entreprendre les premieres. Le Lecteur supposera qu'il nous accompagne au Pérou; & que nous sommes sur le point de commencer le travail.

PREMIERE SECTION.

Du choix entre les Opérations qui peuvent servir à déterminer la figure de la Terre.

I.

1. NOUS ne pouvons pas nous dispenser de joindre à la mesure de quelques degrés de l'Equateur celle de quelques degrés du Méridien, si nous voulons par nos seules & propres Observations décider la question de la figure de la Terre. La comparaison de ces différens degrés nous apprendroit si la Terre est exactement une Sphére, ou si elle forme un Sphéroïde allongé ou applati. Il est évident qu'il faudroit que cette grande masse fut parfaitement sphérique, ou qu'au moins sa surface vers son milieu ne différât pas de celle d'un Globe exact, pour que les premiers degrés de latitude & les degrés de longitude fussent rigoureusement égaux les uns aux autres. Dans ce seul cas la courbure de la surface terrestre seroit exactement la même dans les deux sens, & paroîtroit parfaitement reguliere à un Observateur placé dans le milieu de la Zone torride.

2. Mais supposé que la Terre soit applatie vers les Poles, sa surface au milieu de la Zone torride aura en même tems deux différentes courbures, & l'une sera plus grande que l'autre. Le cercle de l'Equateur sera plus grand de même que ses degrés; pendant que la

courbure, dans le ſens du Méridien, ſera comme la portion d'un plus petit cercle ; ou ce qui revient au même, la Terre ſera plus éloignée d'être plate dans ce ſecond ſens, & par conſéquent les premiers degrés de latitude ſeront plus petits que les degrés de l'Equateur. Ce ſera tout le contraire ſi notre Globe eſt allongé vers les Poles : la Terre étant moins élevée vers l'Equateur, aura moins de circuit dans la direction de ce cercle, & ſes degrés ſeront moins étendus ; au lieu que la courbure dans le ſens perpendiculaire ou dans le ſens des Méridiens étant moins ſubite, les degrés de latitude ſeront plus longs. Ainſi l'égalité entre les degrés de l'Equinoxial & ceux du Méridien ſeroit pour nous un *argument*, aſſez ſûr de la ſphéricité ou parfaite rotondité de la Terre ; elle nous indiqueroit que la courbure dans les deux ſens eſt la même. Les degrés du Méridien plus grands que ceux de l'Equateur nous apprendroient que la Terre eſt allongée dans le ſens de ſon axe ; & les degrés du Méridien plus petits que ceux de l'Equateur nous marqueroient au contraire que la Terre eſt applatie vers les Poles.

3. Rien ne ſeroit plus flateur pour nous que de pouvoir ainſi ſans rien emprunter des Obſervations des autres Mathématiciens, décider entierement le Problême. Mais ſi nous ſommes expoſés par la longueur des opérations, ou par quelques autres accidens à n'en pouvoir entreprendre qu'une ſeule, à ne meſurer que les ſeuls degrés de l'Equateur ou ceux du Méridien ; obligés alors d'avoir recours à des Obſervations étrangeres pour comparer la grandeur que nous trouverons au degré avec celle qu'il a en Europe, nous devons préferer ici celle des deux déterminations qui peut répandre le plus de lumiere ſur la queſtion. Outre qu'il peut ſe trouver des difficultés dans une des meſures qui ne ſe trouvent pas dans l'autre, on ſçait qu'entre les Méthodes qui ſont également bonnes dans la ſpéculation pour

resoudre un Problême, il en est toujours quelqu'une qui réussit mieux dans la Pratique. On est sujet, quelque biais qu'on prenne, à se tromper dans les *données*, au moins de ces petites quantités qui se refusent au peu de délicatesse de nos sens : les *données* par leur complication se transforment, pour ainsi dire, en la quantité qu'on veut découvrir; mais malgré cette transformation, elles restent toujours affectées des mêmes erreurs, lesquelles tirent ensuite plus ou moins à conséquence, selon les divers procédés de la Méthode. Ainsi quand même il seroit également facile pour nous de mesurer ou les degrés de latitude ou ceux de longitude, il pourroit arriver qu'une des deux opérations fût entierement préférable à l'autre; vû le meilleur usage qu'on pourroit en faire en la combinant avec les Observations faites en Europe. Ce choix, pour agir avec pleine connoissance de cause, est non-seulement nécessaire si nous ne nous proposons qu'une des mesures; il le seroit encore si nous tentions les deux. Supposé qu'elles fussent également propres, prises séparement, à remplir notre intention, il seroit alors indifférent de commencer par l'une ou par l'autre : mais si l'une des deux jouit de quelque avantage particulier, si elle exige moins de dépenses & moins de travaux, si elle est susceptible d'une plus grande exactitude ou si elle est plus décisive, nous devons sans difficulté l'entreprendre la premiere; afin de nous précautionner contre tous les évenemens. Il faut que nous n'oublions jamais, que nous trouvant au-delà de l'Ocean dans un pays étranger où nous sommes privés de tout secours & où nous avons une infinité d'obstacles à craindre capables de nous faire manquer l'objet de notre Mission, nous ne sçaurions trop nous hâter d'en assûrer le succès, en travaillant d'abord à la partie qui est incontestablement la plus essentielle.

4. Il est vrai que la prudence du sage Ministre, sous les auspices duquel nous faisons notre voyage, n'a rien

laissé à notre choix : les ordres qu'il nous a fait l'honneur de nous donner de la part du Roy, & que nous avons reçûs lorsque nous étions sur le point de venir à l'exécution, nous prescrivent la seule mesure des degrés du Méridien. Ces ordres supérieurs d'accord avec les regles les plus infaillibles de la Géométrie, ne font autre chose dans cette rencontre extraordinaire que nous obliger d'agir en vrais Géométres. Souvent la raison dans le tems même qu'elle est armée de démonstrations, n'est pas sûre de triompher : outre qu'il lui arrive quelquefois de perdre de ses droits par la maniere dont elle est défendue, il n'est que trop fréquent, quelques chers que ses intérêts nous doivent être, de les voir sacrifiés au plaisir aussi stérile qu'injuste que plusieurs personnes trouvent dans la contradiction. Mais enfin l'autorité est venue à son secours ; & si en nous interdisant la diversité des partis, elle nous a ôté le mérite de bien choisir, elle nous a heureusement délivré d'un autre côté de la fatale liberté de pouvoir nous tromper.

I I.

Examen des erreurs qu'on est sujet à commettre dans la mesure des degrés du Méridien.

5. On a souvent assigné à 5″, & même à moins, les erreurs qu'on peut commettre dans chacune des Observations Astronomiques, qui sont nécessaires pour déterminer la grandeur des degrés du Méridien. Le Lecteur est déja prévenu que nous sommes réduits à ne pouvoir connoître la figure & les dimensions de notre Globe qu'en consultant le Ciel. On ne juge du chemin qu'on a fait sur la Terre dans le sens du Méridien à proportion de tout son circuit, qu'en examinant le changement de spectacle que nous offrent les Astres. Le Zénith répondant verticalement sur notre tête, change de

place à mesure que nous marchons ; son mouvement répond au nôtre, & nous n'en déterminons la quantité qu'en comparant ce point à quelque terme fixe, ou qu'en mesurant sa distance dans les divers lieux à la même étoile. On regarde avec raison comme nulle l'erreur qui peut se glisser dans la mesure Géométrique de l'intervalle compris entre les lieux où on fait les Observations : il est certain, comme nous le montrerons dans la suite, qu'elle ne va guéres qu'à une dixaine de toises sur un espace de 60 lieues, aussi-tôt qu'on part d'une base d'une longueur suffisante, qu'on a eu le soin de bien conditionner ses triangles, & qu'on se sert pour mesurer les angles d'un instrument armé de Lunettes, & qui ait au moins deux pieds de rayon. Mais l'arc du Méridien étant mesuré en toises, il faut sçavoir à quel intervalle il répond dans le Ciel ; il faut déterminer sa valeur en degrés & en minutes de grand cercle ; c'est ce qui met dans la nécessité de comparer le Zenith de chaque extrémité à la même Etoile ; car les moyens qu'on a quelquefois proposé pour éviter cette comparaison, ne sont nullement susceptibles de la précision qui est nécessaire dans cette rencontre. Mais quoique nous croyons avoir travaillé avec quelque succès à perfectionner les moyens de faire ces sortes d'Observations, comme on le verra dans la suite, nous sommes cependant encore obligés d'avouer ingénument que nous ne pouvons guéres répondre en rigueur que de 4 secondes. Nous parlons comme quelqu'un qui croyant qu'une des principales parties de l'Astronome est la candeur, n'a aucun intérêt de ne pas représenter fidélement l'état des choses, & qui se le reprocheroit outre cela toute sa vie, s'il avoit le malheur de pécher le moins du monde contre la vérité, même dans cette rencontre. Je conviens aisément que lorsqu'on se contente de faire réflexion à chaque partie de l'opération, & qu'on examine avec une loupe l'étendue qu'ont 5″, on est tenté d'affirmer que

malgré le concours de toutes les petites erreurs qu'on peut commettre, il n'eſt pas poſſible qu'on ſe trompe ſi conſidérablement. Mais j'en appelle à l'expérience, principalement à celle qu'on fera en repetant l'Obſervation avec différens inſtrumens ou avec le même, après l'avoir changé de diſpoſition : on verra qu'il n'y a aucune exagération dans ce que j'avance.

6. On regarde ſouvent la conformité entre les Obſervations comme une marque infaillible de leur exactitude, quoi qu'elle n'en ſoit qu'une marque très-équivoque. Il eſt certaines erreurs qui étant abſolument fortuites, peuvent ſe trouver tantôt dans un ſens & tantôt dans un autre : au lieu qu'il en eſt d'autres qui quoique ſujettes à varier ſont plus régulieres. Elles ſe font toujours dans le même ſens ; ſoit parce qu'elles viennent de l'inſtrument, ſoit parce qu'elles naiſſent de la maniere trop uniforme de proceder de l'Obſervateur, ou de la conſtitution particuliere de ſes yeux. Nos preuves ſeroient ſuſpectes ſi elles n'étoient fondées que ſur notre propre expérience : mais qu'on conſulte les Obſervations que nous ont laiſſé nos plus habiles Obſervateurs, on y trouvera des preuves ou plutôt des démonſtrations inconteſtables, qu'on ſe promet ſouvent dans ces ſortes de matieres une exactitude beaucoup plus grande que celle qu'on eſt ſûr d'obtenir, & qu'outre cela l'accord entre les obſervations lorſqu'on les vérifie, ne ſuffit pas toujours pour diſſiper tous les doutes.

7. C'eſt en me fondant ſur ces exemples, que je ne fais pas difficulté d'avancer, qu'il faut pouſſer le ſcrupule juſques à l'excès dans chaque Obſervation, & y apporter des ſoins ſuperſtitieux pour pouvoir répondre de 3 ou 4″, & que pour peu qu'on ſe néglige, on peut ſe tromper de 10 ou 12″, quantité qui ſe trouvant tantôt dans un ſens & tantôt dans un autre, ou tantôt en excès & tantôt en défaut, peut introduire plus de 20 ſecondes de différence entre les Obſervations. Si lors

qu'on opére avec le plus de précision, & lorsqu'on ne se trompe que de 3 ou 4 secondes, les erreurs commises aux deux extrémités de la Méridienne se joignent ensemble, elles en formeront une qui sera double & qui pourra donc être de 7 ou 8. C'est la plus grande exactitude, à ce qu'il me paroît, qu'on peut se flater d'obtenir ordinairement; vû les moyens & les instrumens dont nous sommes obligés de nous servir, quoi qu'on puisse approcher davantage du but & le rencontrer souvent, puisqu'il n'y a aucune nécessité de se tromper. Il est vrai que cette erreur, qui seroit excessive si l'on avoit mesuré un trop petit espace, devient relativement moindre sur un arc plus étendu, puisqu'elle se partage à mesure que l'espace contient un plus grand nombre de degrés. Lorsqu'on se borne à un arc de trois degrés, l'erreur sur chacun est trois fois plus petite & elle n'est que d'environ $2\frac{1}{2}$ sec. ou d'environ 40 toises. Il peut arriver qu'on se trompe moins; & il y a lieu de le penser si on repete les Observations plusieurs fois avec les mêmes attentions; mais on ne peut pas en répondre absolument. Enfin nous proposant de mesurer au Pérou un espace de 60 lieuës dans le sens du Méridien, & pouvant nous tromper de 7″ sur l'amplitude de cet espace, nous devons évaluer, comme on le voit, à environ une 1500me partie l'erreur que nous avons à craindre sur la grandeur de chaque degré.

Examen des erreurs qu'on est sujet à commettre dans la mesure des degrés de longitude.

8. Si la mesure des arcs de l'Equateur ne demande que des Observations très-simples & même plus simples, elles sont néanmoins sujettes à des erreurs encore plus considérables. Nous négligeons comme ci-devant la quantité dont on peut se tromper dans la mesure Géodésique de l'intervalle, ou dans sa valeur exprimée en toises.

toiſes. Mais il faut chercher après cela ſa valeur en degrés & en minutes, & c'eſt alors qu'on peut tomber dans la plus grande erreur. On juge de la grandeur de l'Arc par la différence de Méridiens découverte en heure ; différence qu'on ne peut déterminer qu'en réglant deux Horloges à pendule aux deux extrêmités de la diſtance, en comparant leur état par le moyen de quelque ſignal inſtantané pris dans le Ciel ou fait ſur la Terre. Il eſt évident qu'on a beſoin pour faire cette comparaiſon d'un ſignal précis qui aſſure les deux Obſervateurs qu'ils ſe ſont accordés dans le même inſtant à remarquer chacun de ſon côté l'heure qu'indique ſon Horloge. Mais ſans parler des Eclipſes de Lune, qui ne peuvent pas ſervir dans cette rencontre à cauſe de l'indéciſion des Phaſes, les immerſions & les émerſions des Satellites de Jupiter qui paroiſſent incomparablement plus propres à ces ſortes de déterminations, ne le ſont cependant pas encore aſſez. Deux Aſtronomes compareront inutilement leur Lunette & la diverſe délicateſſe de leur vûe, en obſervant enſemble ; rien ne les aſſûreroit lorſqu'ils ſe ſépareront, que les fatigues d'un voyage ne changeront rien dans la conſtitution de leurs yeux : & d'ailleurs le Ciel pourroit ſe trouver plus ou moins pur dans un poſte que dans l'autre, puiſqu'on expérimente quelques fois cette différence, en obſervant dans la même Ville à quelques centaines de toiſes de diſtance. Suppoſé que l'erreur fût de 8″ de tems, elle répondroit à 2′ de degré ou à environ $\frac{2}{3}$ de lieüe ſur l'Equateur, ce qui eſt ordinairement peu conſidérable dans les déterminations Geographiques ; mais l'erreur ſeroit énorme dans la circonſtance préſente, puiſqu'elle pourroit faire diſparoître toute la quantité qu'il s'agit de découvrir. Les Obſervateurs en un mot fuſſent-ils les plus exercés, on auroit des Obſervations pour l'hypothéſe de la Terre allongée pendant qu'il y en auroit auſſi d'autres pour celle de la Terre aplatie : on ſeroit maître de choiſir.

9. Ainsi il n'est que trop certain qu'il faut renoncer aux Signaux célestes pour en employer d'autres qui offrent un terme ou un instant plus décidé aux Spectateurs. Un Signal de feu, comme un assez grand tas de poudre, qui en s'enflamant donnera subitement une grande lumiere, un Feu ordinaire, mais assez grand qu'on découvrira & qu'on cachera par le moyen d'un rideau, paroissent les plus convenables. Cependant ils sont sujets à cet inconvénient très-considérable, qu'on ne peut s'en servir que pour mesurer au plus un Arc de 40 ou 50 lieues d'étendue. Il faut trouver un endroit vers le milieu qui puisse être vû des deux extrémités; & quoique le Pérou soit terminé du côté de l'Orient d'une chaîne de Montagnes, qui étant dirigée Nord & Sud paroît d'abord placée comme exprès pour fournir ce poste intermédiaire où l'on doit faire le signal, je n'y connois pas d'endroits où l'on puisse mesurer par ce moyen plus de 40 lieues d'intervalle en longitude; parce que la chaîne de montagnes est trop large ou plûtôt parce qu'elle est double. Je n'insiste pas sur la longue patience dont il faudroit que s'armassent les Observateurs à cause des nuages dont tous les sommets fort hauts sont presque toujours couverts. Je ne puis pas m'empêcher de rappeller à ce sujet que malgré un mois & demi de séjour dans une Isle deserte de la riviere des Emeraudes, je n'ai pu découvrir une seule fois assez distinctement la montagne de Pichincha, quoique je n'en fusse guéres éloigné que de 51400 toises. Outre cela il est très-difficile en reglant une Horloge de pouvoir répondre de son état à moins d'une demie seconde. Les Observateurs ne s'accorderoient pas toujours assez à saisir le signal dans le même instant, quoique son aparition ne durât que trés-peu; ils se tromperoient à estimer la fraction de seconde que marque l'Horloge. Or si ces diverses erreurs jointes ensemble faisoient seulement une seconde entiere pour chaque Observateur, on

pourroit se tromper de deux secondes de tems sur tout l'Arc, lequel étant de 40 lieues ou de 2 degrés, ce qui répond à 8′ de tems ou à 480″, l'erreur seroit d'une 240me partie. C'est-à-dire qu'elle seroit six ou sept fois plus grande que celle qu'on est sujet à commetre sur la mesure des degrés de latitude.

10. Le Lecteur doit remarquer que nous mettons ici toutes les choses sur le plus bas pied, en évaluant chaque erreur particuliere, & il s'en convaincra aisément s'il veut entrer un peu dans le détail. Il faut comme on le sçait pour regler une Horloge prendre du côté de l'Orient & du côté de l'Occident des hauteurs correspondantes du même Astre. On ne compte pas comme une source d'erreur le changement que souffre dans l'intervalle des Observations la déclinaison de l'Astre, puisque ce changemenr est connu : mais il faut rendre les hauteurs prises vers l'Occident parfaitement égales à celles qu'en a observées vers l'Orient ; & quelque soin qu'on y aporte il y aura toujours en cela quelque petite erreur qui ne laissera pas de tirer à conséquence, soit parçe que le fil à plomb ne tombera pas assez exactement sur les divisions du quart de cercle, soit parce qu'on se trompera de quelque chose à saisir le limbe de l'Astre.

11. Le tems le plus propre pour prendre ces hauteurs correspondantes, est d'observer l'Astre lorsqu'il passe par le premier Vertical, comme il est très-facile de le démontrer & comme je l'ai prouvé ailleurs. * On peut supposer que la quantité dont on est sujet à se tromper est toujours la même : cependant l'erreur qui en resultera sur le midi ou sur l'instant de la médiation, sera d'autant plus considérable qu'on sera plus éloigné de l'Equateur, ou que la hauteur Polaire sera plus grande. L'erreur suivra la raison inverse du Sinus complement de cette hauteur, ou ce qui revient au même, elle augmentera en même raison que la sécante de la lati-

* Mém. de l'Acad. des Scien. de 1736 page 460 & suiv.

tude. Ainſi ſuppoſé qu'au lieu d'être ſur l'Equateur on en ſoit éloigné de 60 degrés, l'erreur dans la maniere de regler l'Horloge poura être deux fois plus grande, quoiqu'on y apporte le même ſcrupule. Telle eſt cette erreur, lorſqu'on la conſidere abſolument, comme il le faut faire dans diverſes recherches : mais dans la rencontre préſente elle perd relativement cet excès de grandeur qu'elle a lorſque la hauteur Polaire eſt plus grande ; parce que ſi l'on meſure un Arc de longitude dont la longueur ſoit d'un nombre determiné de lieues, cet Arc ſe trouvera étendu ſur la circonférence d'un plus petit cercle & vaudra un plus grand nombre de degrés ; préciſement en même raiſon que la ſecante de la latitude ſera plus grande ; ce qui produira une parfaite compenſation. Lorſqu'on eſt par 60 degrés de latitude on peut ſe tromper deux fois plus dans l'état de l'Horloge ; mais d'un autre côté le même eſpace de lieues répond à une différence de Méridiens qui évaluée en degrés ou en tems, eſt deux fois plus grande. L'erreur eſt donc relativement la même, ou pour s'exprimer autrement, elle eſt toujours une pareille partie de la quantité qu'on veut déterminer ; & comme c'eſt la même choſe par toutes les autres latitudes, il n'importe par conſequent à cet égard, que les Obſervations ſe faſſent à plus ou à moins de diſtance de l'Equateur.

12. Outre l'erreur précedente qu'on doit craindre dans la maniere de regler l'Horloge, erreur qui naît du défaut d'égalité entre les hauteurs correſpondantes & qui peut monter aiſément à plus d'une demie ſeconde de tems, l'Obſervateur quoique très-attentif à écouter le bruit de ſa Pendule lorſqu'il prend les hauteurs, ou lorſque de nuit il obſerve l'apparition du ſignal, peut ſe tromper comme nous l'avons déja dit de quelque fraction de ſeconde, peut-être de plus d'un quart ou d'un tiers. Cette ſeconde erreur doit naturellement ſe trouver de la même quantité abſolue par

tout; je veux dire que sa grandeur ne dépend pas comme l'autre de la latitude par laquelle se font les Observations. Mais puisque le même espace de lieues en longitude répond à un plus grand nombre de degrés, ou à un plus grand nombre de minutes & de secondes de tems aussi-tôt qu'on est plus proche du Pole, cette seconde erreur se trouvera moindre à proportion, ou fera une moindre partie de la quantité totale, lorsqu'on sera par une plus grande latitude. Ces sortes d'erreurs qui sont si éloignées de suivre la même Loi doivent être imputées à l'Observateur; & leur somme à cause de la seconde erreur deviendra un peu moindre, lorsqu'on fera les Observations dans des endroits plus éloignés de l'Equateur.

13. Il est encore une troisiéme sorte d'erreur qui ne doit être attribuée qu'à l'Horloge qui n'est pas parfaitement exacte dans les parties du tems qu'elle indique. Ses révolutions peuvent être parfaitement égales, & que cependant sa marche soit un peu irréguliere. Cette anomalie qui peut aller quelques fois après d'une seconde dépend principalement de l'intempérie du posts que l'on occupe, qui peut faire varier la longueur du Pendule, sur tout s'il est de cuivre ou d'argent. J'ai souvent tâché de sauver cette irrégularité dans mes Observations, en mettant auprès de l'Horloge une espece de Thermometre de métal, qui m'indiquoit les différentes extentions de la verge du Pendule, & qui me mettoit en état de faire usage d'une table d'équations horaires que j'avois construite. L'irrégularité peut encore venir, comme je crois l'avoir experimenté, de la diverse longueur qu'a le cordon qui soutient le poids moteur de l'Horloge; selon les diverses longueurs de ce cordon, le poids qui reçoit quelque agitation des battemens fait des oscillations, qui quoiqu'insensibles ébranlent aussi un peu à leur tour toute la Machine, & aident ou nuisent aux vibrations du Pendule selon qu'el-

les ſont commenſurables ou incommenſurables avec les ſiennes. Enfin on voit évidemment qu'il n'y a aucune exageration à ſuppoſer que toutes ces erreurs, quoiqu'on en évite une partie, peuvent par leur complication en former une qui ſoit d'une ſeconde entiere pour chaque Obſervateur, & de 2″ ſur tout l'Arc. Nous n'avons donc pas eu tort d'avancer qu'on peut ſe tromper d'une 240me. partie ſur la meſure d'un Arc de longitude de 2 degrés, & ſix ou ſept fois plus que ſur la meſure d'un Arc de latitude de 3 degrés. Ainſi pour reconnoître laquelle des deux Opérations eſt la plus déciſive, ou celle par laquelle nous devions commencer ſi nous avions à choiſir, il nous reſte à diſcuter combien les erreurs auxquelles l'une & l'autre eſt ſujette, & dont nous venons de marquer la quantité au moins reſpectivement, peuvent influer ſur la figure de la Terre ou ſur le rapport de ſes deux Axes.

III.

Remarques générales ſur les proprietés qui ſont communes aux Méridiens de différentes courbures, dans leſquels les degrés changent inégalement, mais ſelon la même loi.

14. Auſſi-tôt que la Terre n'eſt pas ſphérique, les directions de la peſanteur ne peuvent pas concourir à un ſeul point, & la Terre doit avoir comme différens centres par raport à chaque endroit de ſa ſurface.
Figure 1. Suppoſons que AMDC (*Fig.* 1.) ſoit le quart du plan du Méridien, ou que CD ſoit la moitié de l'Axe proprement dit; D un des Poles, & CA qui eſt perpendiculaire à CD un des rayons de l'Equateur. Les directions de la peſanteur étant perpendiculaires à la ſurface de la Terre dans tous les pays, comme le prouve la

ſtabilité des eaux qui cherchent continuellement leur niveau, ces directions ſeront pour le point A la ligne AC, pour le point P la ligne PF, pour le point M la ligne MG, &c. & ces droites formeront par leur concours ou par leurs interſections ſucceſſives & infiniment voiſines les unes des autres la courbe AFGH que nous pouvons nommer *gravicentrique* ou *barocentrique*. Ignorant comme nous le faiſons beaucoup de choſes à l'égard de la gravité des corps, nous ne pouvons pas aſſurer que ces droites PF, MG &c. ſervent de directions à la peſanteur dans l'intérieur même de la Terre : il ſe peut faire que cette force agiſſe ſelon des lignes courbes en ſe détournant de ces lignes droites; mais quoiqu'il en ſoit ces lignes indiqueront toujours les directions ſelon leſquelles la peſanteur s'exerce à la ſurface, & la courbe AFGH ſera la *gravicentrique* à notre égard. Cette ligne courbe nous indique non-ſeulement par ſes tangentes les directions de la peſanteur ou les verticales pour chaque point de la ſuperficie de la Terre, elle nous marque auſſi la quantité des diverſes courbures en chaque endroit du Méridien, puiſqu'elle termine les rayons de ſes diverſes curvités, ou qu'elle eſt le *lieu géométrique* de leurs centres. Le rayon de la courbure, ou le rayon du cercle oſculateur du Méridien au point A eſt cenſé ici infiniment petit. Au point P la courbure n'eſt pas infinie, ou ce qui revient au même, la partie du Méridien aux environs de P appartient à un cercle dont le rayon PF eſt fini. En M le rayon MG eſt encore augmenté; & il eſt le plus grand de tous en D au Pole où DH eſt ſa longueur.

15. La grandeur des degrés étant proportionelle à la grandeur des cercles auxquels ils appartiennent & à la grandeur de leur rayon, il eſt évident que vû la forme que nous attribuons ici au Méridien & à ſa *barocentrique*, la longueur des degrés de latitude va en augmentant depuis l'Equateur juſqu'au Pole : Ces degrés ſuivront la

Figure 1. proportion des rayons PF, MG, DH. Comme dans la circonſtance préſente la longueur du premier degré eſt nulle, puiſque le rayon de la courbure du Méridien en A eſt infiniment petit, les autres rayons comme PF, MG expriment en même tems la grandeur abſolue des autres degrés & leur augmentation ſur le premier : mais ſi au lieu de conſidérer cette grandeur abſolue, on veut ſeulement conſidérer leur excès ou leur défaut par rapport au premier, ces changemens ſeront repréſentés par l'excès de tous les rayons ſur le rayon du cercle oſculateur au premier point A. Or ces excès comme le ſçavent les Lecteurs ſont égaux aux parties correſpondantes de la courbe AFG à commencer au point A, puiſqu'ils en ſont les dévelopemens ; c'eſt-à-dire, que l'excès de FP ſur le rayon au point A eſt égal à l'arc FA ; & l'excès de GM ſur le premier rayon, eſt égal à l'arc GA. Ainſi on voit que les longueurs des arcs AF, AG, &c. de la *gravicentrique* à commencer au point A, expriment les excès de tous les degrés de latitude ſur le premier, en même tems que les arcs partiaux AF, FG, GH repréſentent les excès de ces degrés les uns ſur les autres. Ces arcs ne ſont pas égaux aux acroiſſemens des degrés : mais ils ſuivent la même loi, ils ont le même rapport avec eux, que le rayon du cercle oſculateur en A avec le premier degré de latitude, ou que le rayon AC de l'Equateur avec ſes degrés.

16. A l'égard de la latitude de chaque point comme M, il eſt clair qu'elle eſt marquée par l'angle que fait le rayon MG avec le rayon AC de l'Equateur. Car la latitude terreſtre n'eſt autre choſe que la diſtance de chaque endroit à l'Equateur ; & cette diſtance au lieu d'être abſolue eſt une diſtance angulaire, qui ne peut être exprimée que par l'angle que font les verticales AC & MG, lequel exprime en même tems la diſtance du Zénith du point M à l'Equateur céleſte, qui dans la circonſtance préſente eſt CA prolongé indéfiniment

niment vers le haut. Comme les verticales FP, GM &c. ſont les prolongemens des parties infiniment petites de la *gravicentrique*, il eſt également clair que les latitudes de tous ces points P, M &c. du Méridien ſont égales aux inclinaiſons ou obliquités des parties correſpondantes de la *barocentrique* par rapport au rayon AC de l'Equateur. Au point A il n'y a point de latitude; auſſi la *barocentrique* n'eſt-elle point inclinée dans ſon origine A par rapport à AC qu'elle a pour tangente. Figure 1. L'inclinaiſon des parties de la courbe va enſuite en augmentant de même que les latitudes; & en H cette même courbe a une direction perpendiculaire au rayon de l'Equateur; parce qu'en D au Pole, la latitude eſt de 90 degrés. Il ſuit de tout cela que la *gravicentrique* a ces trois propriétés très-remarquables. 1°. *Ses tangentes FP, GM indiquent les directions de la peſanteur à la ſurface de la Terre.* 2°. *Les différentes inclinaiſons de ſes parties infiniment petites dans les points F, G par rapport à l'Equateur ſont égales aux latitudes des endroits correſpondans P, M, &c.* 3°. *Ses arcs AF, FG &c. marquent les excès de longueur des degrés de latitude les uns ſur les autres, pendant que ſes arcs entiers AF, AG, &c. à commencer du point A marquent les excès de chaque degré ſur le premier.*

17. Lorſque la *gravicentrique* aura beaucoup plus d'étendue, l'acroiſſement des degrés ſur le premier ſera très-grand: mais ſi l'on diminue toutes les dimenſions de cette ligne courbe proportionellement ſans toucher néanmoins à la longueur du rayon de l'Equateur, en même tems que les excès des degrés de latitude ſur le premier ſuivront toujours la même loi ou progreſſion, ils ſe trouveront plus petits. Si, par exemple, a f g h eſt la gravicentrique, & que toutes ſes parties ſoient deux fois plus petites que celles de la premiere, les excès des degrés du Méridien les uns ſur les autres ſeront auſſi deux fois moindres. Le dernier degré de latitude

ne surpassera plus le premier que de la longueur de l'arc a h, au lieu qu'il le surpassoit de l'arc AH : le demi axe C d approchera plus d'être égal au rayon AC de l'Equateur, & cette moindre différence donnera à la Terre une forme A p m d plus aprochante de la sphérique. On peut diminuer ainsi de plus en plus la gravicentrique ; & si on la réduisoit à la fin au seul point C, alors l'inégalité entre les degrés disparoîtroit entierement, & le Méridien deviendroit exactement un quart de cercle A μ Δ.

18. Il est clair au surplus que pendant cette diminution de la barocentrique toutes les particules F, f &c. qui ont la même inclinaison ou obliquité par rapport au rayon de l'Equateur dans ces différentes lignes courbes, se trouvent toujours sur la même droite CF qui passe par le centre C, puisque nous rendons semblables toutes ces lignes courbes. Il n'est guéres moins évident que les points comme P, p, π, p &c. qui sont par la même latitude dans les différentes courbes APMD, A p m d, &c. qu'imite alors le Méridien se trouvent aussi tous sur une même ligne droite PP2 qui en est *le lieu*. En effet le rayon FP qui appartient au point P étant égal à l'arc AF, au lieu que le rayon C π de la Terre supposée sphérique est égal à AC, l'excès de ce rayon sur le premier sera égal à l'excès de AC sur AF ; & si on considére une autre gravicentrique a f h, le rayon p f qui appartient au point p de la même latitude dans le Méridien A p m d sera égal à A a + a f, au lieu que le rayon C π de la Terre supposée sphérique est égal à AC ou à A a + a C ; ainsi ce dernier rayon surpasse le rayon p f de l'excès de a C sur af. Or comme tous ces excès de AC sur AF ou de a C sur a f, &c. qui sont en même tems les excès du rayon du Méridien circulaire A μ Δ sur les rayons des autres Méridiens, diminuent en même raison qu'on fait diminuer la gravicentrique ; il s'ensuit que les rayons mê-

mes PF, pf, &c. des différentes courbures que prend le Méridien, deviennent de plus grands en plus grands & qu'ils augmentent en progreſſion arithmétique depuis FP juſqu'à Cπ. Ainſi puiſqu'une de leurs extrémités eſt ſur une ligne droite FC & qu'ils ſont tous paralleles auſſi-tôt qu'ils appartiennent à une même latitude, leurs autres extrémités, P, p, π, &c. ne peuvent pas manquer de ſe trouver ſur une autre droite Pπ.

19. La même propriété doit avoir lieu à l'égard de tous les autres points des Méridiens qui ſont par même latitude: tous ces points ont toujours pour *lieu* une ligne droite; & c'eſt encore la même choſe lorſque le demi axe CD2 eſt plus long par le rayon AC de l'Equateur, ou lorſque la Terre eſt un ſphéroïde oblong, ce qui arrive lorſque la gravicentrique a une diſpoſition A2 F2 D2 oppoſée à la premiere, & que la longueur des degrés de latitude au lieu d'aller en augmentant vers le Pole va en diminuant. Nous avons par conſéquent ce Théoreme général qui ne peut pas manquer d'avoir diverſes applications; que dans tous les *Méridiens de même genre* AMD, Amd, A$\mu\Delta$, *&c. qui partent du même point* A, *les points* M, m, μ, *&c. qui appartiennent à la même latitude ſont tous ſur une même ligne droite* MM2. Tous ces points ſont ſur une même ligne droite dans les différens Méridiens: mais ſi l'on fait tourner les lignes courbes AMD, Amd, &c. au tour de CD2 pour avoir des ſphéroïdes plus ou moins allongés, il eſt clair que tous les points qui ſeront par la même latitude dans ces ſphéroïdes différens, quoique du même genre, ſeront dans une ſurface conique formée par la révolution de MM2.

20. On voit bien que nous ne prenons pas ici le mot de *genre* dans le même ſens que l'entendent ordinairement les Géométres, qui diſtinguent les courbes par le plus haut expoſant des équations qui expriment la rélation de leur ordonnées & de leurs abſciſſes. Les Figure 1.

Méridiens sont ici censés de même genre, aussi-tôt que le changement de leurs degrés de latitude par rapport au premier soit en excès soit en défaut, suit la même progression, quoiqu'il soit plus ou moins grand. Il n'importe que ces Méridiens soient plus ou moins racourcis ou plus ou moins allongés, ou que la gravicentrique soit plus ou moins grande, ou renfermée dans l'angle ACH ou dans son opposé A2CD : tant que cette derniere courbe ne différera que par sa grandeur ou par sa position, tous les Méridiens seront renfermés dans le même genre; & on doit remarquer que comme le cercle A μ Δ tient comme le milieu entre toutes ces différentes especes de Méridiens, on peut dire qu'il appartient à tous les genres. Ce Méridien circulaire fait toujours le partage entre les quantités positives & négatives; tout ce qui étoit excès d'un côté devient défaut de l'autre, & tous ces excès & défauts se trouvent nuls dans le passage par le cercle; les degrés de latitude sont égaux entr'eux; le demi axe est égal au rayon de l'Equateur, &c.

21. On peut déduire de ce Théoreme différens corolaires que nous laissons à la recherche & à la curiosité du Lecteur. Nous nous contentons de faire cette remarque importante que le degré est de différente grandeur dans tous les points P, p, π, &c. qui sont par la même latitude dans les divers sphéroïdes AMD, A m d &c, & que c'est la même chose dans tous les autres endroits; tous ces degrés qui sont par la même latitude dans les différens sphéroïdes ne peuvent pas manquer d'être plus grands ou plus petits en progression arithmétique; puisque leurs rayons FP, fp, Cπ, fp, &c. sont terminés par l'une & l'autre extrémité par des lignes droites PP2 & FF2. Mais l'inégalité disparoît lorsque le *lieu* MM2 des points qui sont par même latitude est parallele au *lieu* GG2 des centres G, g, &c. des cercles osculateurs. Tous les Méridiens ont leurs rayons MG, mg, μC, &c. égaux entr'eux dans ces points M, m, μ

&c, & la longueur du degré de latitude est donc aussi la même & égale à celle du degré de l'Equateur, puisque tous les rayons GM, gm, &c. sont égaux à Cμ ou à CA. Figure 1.

22. C'est ce qui doit arriver aussi-tôt que l'arc AG de la gravicentrique est égal à AC : car le rayon MG étant égal à cet arc AG dont il est le dévelopement, sera égal à AC ou à μC qui sont également rayons du Méridien circulaire A$\mu\Delta$. Si l'on considére après cela une autre gravicentrique afh, comme son arc homologue ag sera aussi égal à aC, le rayon mg qui est égal à Aa + ag, le sera aussi à Aa + aC, ou à AC, ou à μC. Ainsi nous avons la démonstration complette d'une vérité très-digne de remarque; que *tous les Méridiens de même genre* APD, Apd, A$\pi\Delta$, *&c. ont un certain point* M *ou* m, *&c. précisement par une même latitude, dans lequel le degré est exactement de même longueur & égal au degré de longitude pris sur l'Equateur.* On voit encore que *pour découvrir cette latitude qui rend le degré de même longueur dans tous les sphéroïdes de même genre, ou ce qui revient au même, que pour déterminer les points* G, g *des barocentriques* AGH *ou* Agh, *lesquels y répondent, il suffit toujours de rendre l'arc* AG *ou* ag *égal à* AC *ou à* aC, *qui est l'excès du rayon* AC *de l'Equateur sur le rayon du premier degré de latitude.*

IV.

De la précision avec laquelle on peut obtenir le rapport qu'il y a entre les deux axes de la Terre par les diverses comparaisons des degrés de latitude & de longitude.

Le Lecteur peut maintenant receuillir le fruit de la Théorie précédente : toutes les discussions sur cette matiere deviendront d'autant plus simples qu'étant désor-

Figure 1. mais réduites à des recherches purement géometriques, les yeux aideront davantage à l'esprit; & on se trouvera en état de resoudre même d'une premiere vûe plusieurs doutes qu'on n'éclaircissoit qu'avec peine & que par le secours du calcul. On reconnoîtra aussi que c'est l'attention que nous faisions à cette même Théorie qui devoit nous donner une si forte repugnance à commencer nos opérations au Pérou par la mesure des degrés de longitude. Nous pouvions employer un tems précieux dans ce travail, ou pour mieux dire le perdre; nous pouvions nous donner beaucoup de mouvemens & de peines, & si après avoir consommé cette longue opération, la mort de quelqu'un de nous, ou quelque accident qu'on ne peut pas prévoir, mais qui n'arrive que trop aisément, nous eût empêché de passer à l'autre mesure, nous eussions eu le mortel chagrin de laisser la question de la figure de la Terre toute aussi indécise que si nous n'avions rien exécuté. On connoît en Europe la longueur du rayon MG par les différentes opérations qu'on y a faites; & nous eussions conclu de notre mesure des degrés de l'Equateur, le rayon AC: mais puisqu'une infinité de différentes figures, sçavoir tous les Sphéroïdes formés par les Méridiens de même genre AMD, A m d, &c ont ces rayons de même grandeur, le problême se fut trouvé absolument indéterminé. Il nous restoit toujours à sçavoir malgré tous nos travaux, si la Terre étoit un sphéroïde applati ou allongé, puisqu'il est une infinité des uns & des autres qui ayant le degré de l'Equateur d'une certaine grandeur, ont aussi un degré du Méridien précisement de la même étendue, & que ce degré est selon toutes les apparences par une latitude qui n'est guéres différente de celle du milieu de l'Europe.

De la nature des Méridiens, dans lesquels l'excès ou le défaut des degrés par rapport au premier, est proportionel au sinus des latitudes.

24. Ce qu'il y a encore de plus fâcheux c'est qu'on ne peut déterminer avec précision la latitude par laquelle se trouve ce degré, que lorsqu'on connoît la nature de la gravicentrique, ou que lorsque la question de la figure de la Terre est déja résolue. Il sera facile de se convaincre, que si les acroissemens des degrés de latitude ou leur diminution par rapport au premier, suivent le rapport des Sinus des latitudes, le point où le degré de tous les Méridiens de même genre est égal aux degrés de l'Equateur, est environ par $51^d\ 45^m$ de latitude; Nous démontrerons aussi dans la suite entre plusieurs autres choses, que si les changemens des degrés au lieu de suivre le rapport des Sinus des latitudes suivent, le rapport des quarrés de ces Sinus, ce point sera par environ $54^d\ 44^m$. Dans ce second cas les Méridiens de même que leurs gravicentriques sont des courbes géométriques; * & les Méridiens sont sensiblement des Ellipses, au moins lorsque les deux axes ne sont pas éloignés d'être égaux, l'axe proprement dit & le diamétre de l'Equateur. Le Sinus de la latitude du point dont il s'agit, est exactement égal au Sinus total multiplié par $\sqrt{\frac{2}{3}}$ dans tous les Méridiens de ce genre.

Figure 1.

* Voyez l'art. II. de la sixiéme Section.

25. Dans le premier cas, ou lorsque les excès ou les deffauts des degrés de latitude par rapport au premier suivent la proportion simple des Sinus, les Méridiens ont pour gravicentriques des demies cycloïdes dont le sommet est en A ou en a, & qui ont la moitié de leur base égale & parallele à AC ou à aC, pendant que HC ou hC est égale & parallele au diamétre de leur cercle générateur. C'est ce qu'on verra évidemment si l'on jette

les yeux ſur la figure 2. ALI eſt la moitié de la cir-
Figure 2. conférence du cercle générateur, laquelle eſt égale à la moitié IH de la baſe de la demie cycloïde AFH. Si des points F & G de cette ſeconde ligne courbe, on tire juſqu'à la rencontre du cercle des paralleles FK & GL à HI, les cordes AK & AL du cercle générateur ſeront égales comme le ſçait le Lecteur, aux moitiés des arcs correſpondans AF & AG de la cycloïde, & ſeront en même tems paralleles aux tangentes FP & GM à cette derniere courbe. Or il ſuit de-là que les latitudes des points P & M, leſquelles ſont repréſentées par les obliquités qu'a la cycloïde par rapport au rayon AC de l'Equateur dans les points F & G, ſont égales aux angles KAC, LAC ou aux angles AIK, AIL qui ſont de même grandeur. Ainſi prenant AI pour Sinus total, les droites AK & AL ſeront les Sinus des latitudes des points P & M; & puiſque ces mêmes lignes ſont conſtamment égales à la moitié des arcs correſpondans AF & AG de la cycloïde, leſquels repréſentent les excès des degrés du Méridien en P & en M ſur le premier, il s'enſuit que ces mêmes excès ſont proportionels aux Sinus des latitudes.

26. Cela ſuppoſé il eſt facile de déterminer la latitude par laquelle tous les Méridiens compris dans le genre dont il s'agit actuellement, ont le degré de cette grandeur moyenne, qui le rend préciſement de même longueur que le degré de l'Equateur. Il faut pour cela chercher l'arc AG de la cycloïde qui eſt égal à AC ou à la moitié IH de la baſe. Si nous ſuppoſons que le diamétre IA du cercle générateur eſt de 113; nous aurons ſelon Métius, $177\frac{1}{2}$ pour la demie circonférence ALI qui eſt égale à IH & à AC; & il eſt donc queſtion de faire enſorte que l'arc AG de la Cycloïde ſoit de même longueur. Or l'arc AG étant de $177\frac{1}{2}$, la corde correſpondante AL du cercle générateur ſera de $88\frac{3}{4}$, & l'angle AIL qui étant égal à l'angle LAC ou à l'angle

gle que fait la tangente GM avec le rayon de l'Equateur désigne la latitude du point M, sera de 51^d 45 ou 46′. Cet angle pour parler dans la rigueur géométrique a son Sinus égal à la huitiéme partie de la circonférence du cercle.

27. Si l'on veut connoître les dimensions du sphéroïde le plus applati & le plus allongé de ce même genre, on n'a qu'à remarquer que HD résultant du dévelopement entier de l'arc HFA, est double du diamétre AI du cercle générateur, & qu'ainsi CD est égale à HC ou à IA. Il suit de-là que le demi axe CD du sphéroïde le plus applati qui a la cycloïde pour gravicentrique, est au rayon AC de l'Equateur, comme le diamétre du cercle est à la moitié de la circonférence, ou comme le rayon est au quart de cercle, ou à peu près comme 226 est à 355; puisque pendant que CD est égal à AI, le rayon AC de l'Equateur est égal à LH qui est égale à la demie circonférence ALI. Nous pourrions nous dispenser d'avertir que le Méridien AMD, qui forme par sa révolution autour de l'axe CD ce sphéroïde le plus applati, est une demie cycloïde parfaitement égale à HGA dont elle est la ligne d'évolution.

28. Il ne sera gueres plus difficile de trouver la longueur du demi axe CD_2 du sphéroïde le plus allongé que de l'autre sphéroïde extrême. Le Méridien AM_2D_2 est la ligne d'évolution de la gravicentrique $D_2G_2A_2$, mais dévelopée dans le sens contraire, c'est-à-dire en commençant au point D_2 au lieu de commencer au point A_2, le quart ACD_2 du Méridien est par conséquent semblable à ECH qui résulte du dévelopement de la gravicentrique AGH, lorsqu'on le commence par le point H; on a donc cette analogie CE est à CH, comme le rayon AC de l'Equateur est au demi axe CD_2: ou ce qui revient au même, il n'y a toujours du point A qu'à conduire la droite AD_2 paral-

lelement à la droite HE, & elle viendra rencontrer HΔ dans le Pole D2 qu'il s'agissoit de déterminer. Telle est la construction générale Mais dans l'hypothése particuliere que nous examinons, le demi axe CD2 est égal au diamétre du cercle générateur de la cycloïde D2 G2 A2, pendant que le rayon CA de l'Equateur est l'excès de AA2 sur CA2, ou l'excès de la demie cyloïde A2 G2 D2 sur sa base, ou l'excès de deux fois le diametre du cercle générateur sur sa demie circonference. Or il suit de-là que CD2 est à CA, comme 226 est à 97, ou comme 828 $\frac{14}{97}$ est à 355, c'est-à-dire que le rayon CA de l'Equateur étant de 355 parties, le demi axe CD2 du sphéroïde le plus allongé est d'environ 828 $\frac{14}{97}$ de ces mêmes parties.

29. Ainsi si nous nous bornions au Pérou à mesurer les degrés de l'Equateur pour découvrir la figure de la Terre, l'indétermination du Problême seroit toujours telle que le rayon AC de ce cercle étant fixé à 355 parties, nous pourrions en attribuer au demi axe ou 226 ou 828 $\frac{14}{97}$. Cette prodigieuse variation de l'axe, qui rendroit le sphéroïde de très-applati très-allongé, en le faisant passer par tous les degrés d'applatissement ou d'allongement intermediaires, ne produiroit toujours aucune différence ni sur la longueur du degré de l'Equateur ni sur celle du Méridien par 51^{d} 45$^{\prime}$ de latitude.

De la nature des Méridiens dans lesquels la longueur des degrés augmente ou diminue selon une progression Arithmétique simple, ou selon une progression Arithmétique composée.

30. Il se peut faire que les changemens des degrés du Méridien par rapport au premier, au lieu d'être proportionels aux sinus des latitudes le soient aux latitudes mêmes. Alors les degrés augmenteront ou diminueront en progression Arithmétique; & la gravicen-

trique AGH sera un quart de cercle qui aura AC & HC pour tangentes. Car les changemens de longueurs des degrés qui sont toujours proportionels aux arcs AF, AG, &c. seront dans ce cas particulier proportionels aux latitudes ; puisque c'est une proprieté du cercle que les arcs AF, & AG expriment la grandeur des angles que font leurs tangentes FP & GM avec AC. Si l'arc GA ou g a est double ou triple de l'arc FA ou f a, l'excès du degré du Méridien en M ou en m sur le premier en A, sera double ou triple de l'excès du degré P ou p : mais le rayon GM ou g m du Méridien formera aussi avec l'Equateur AC un angle double ou triple, & la latitude sera par conséquent deux ou trois fois plus grande. Cela supposé, si l'on cherche l'arc AG ou a g qui est égal en longueur à son rayon AC ou a C, on reconnoîtra que c'est par environ 57^d $18'$ de latitude que le degré de tous les Méridiens du genre dont il s'agit, est égal au degré de l'Equateur; & cela sans qu'il importe que ces Méridiens soient le plus racourcis ou le plus rallongés qu'il est possible ; ou que l'axe proprement dit soit CD ou CD 2, quoique ces deux lignes qui ont le rayon de l'Equateur pour moyenne proportionelle géométrique entr'elles, soient alors à peu près dans le raport de 16 à 49, comme il est facile de s'en assurer. Figure 1.

31. Le quart de cercle sert de gravicentrique aux seuls Méridiens dont les degrés changent en progression Arithmétique. Il sera facile aux Lecteurs Géométres de reconnoître que la ligne d'évolution ELK (*Fig.* 3) du quart de cercle, ou celle qui résulte de son développement est la gravicentrique des Méridiens, dans lesquels le changement des degrés est proportionel aux quarrés des latitudes, & que si l'on prend la ligne d'évolution de cette ligne d'évolution, & ainsi toujours de suite, ou aura successivement les gravicentriques des Méridiens de tous les genres de plus élevés en plus élevés, dans lesquels les excès ou les défauts des de- Figure 3.

Figure 3. grés par rapport au premier, ſont proportionels aux cubes ou aux quatriémes puiſſances, &c. des latitudes.

32. C'eſt ce qu'on voit avec la derniere évidence à l'égard de la premiete ligne d'évolution ELK. Le dévelopement de chacune des petites parties g G du cercle produit la petite partie correſpondante 1L de la ligne d'évolution. Ainſi la multitude de ces dernieres parties eſt repréſentée par la grandeur des arcs EG du cercle ou par la grandeur des latitudes ; mais outre cela ces petites parties croiſſent en même raiſon que leur rayon GL ou que les arcs EG du cercle; d'où il ſuit que l'arc EL de la ligne d'évolution eſt plus grand que l'arc EI par deux chefs. Il contient plus de parties & elles ſont plus grandes dans le même rapport ; ce qui fait que le premier arc eſt au ſecond, comme le quarré de EG eſt au quarré de EF. Si après cela on paſſe à la ſeconde ligne d'évolution, la multitude de ſes parties ſera également exprimée par les arcs de cercle EF ou EG, ou par les latitudes. Mais ſes parties qui ſeront proportionelles à leurs rayons ou aux arcs EI & EL dont ces rayons ne ſont autre choſe que le dévelopement, ſeront en même temps comme les quarrés des arcs EF & EG, ce qui rendra les arcs de la ſeconde ligne d'évolution proportionels aux cubes des arcs de cercles EF, EG, &c. On verra dans la ſuite qu'on peut non-ſeulement introduire de cette ſorte entre les arcs d'évolution, le rapport des puiſſances exactes des arcs du cercle, mais qu'on peut y introduire auſſi les rapports qu'ont des puiſſances imparfaites ou les quantités complexes formées de quarré, de cube, de quatriéme puiſſance, &c.

33. Si l'on exprime maintenant par a & q le rapport du rayon au quart de la circonférence du cercle, & par m la puiſſance des latitudes z qui eſt proportionelle aux acroiſſemens ou aux diminutions des degrés, l'équation ſuivante renfermera la détermination générale de

la latitude z, par laquelle tous ces différens Méridiens ont leur degré égal à celui de l'Equateur. Figure 3.

$$z^m = m q^{m-1} a - m \times \overline{m-1} \times \overline{m-2} \times q^{m-3} a^3 + m \times \overline{m-1} \times \overline{m-2} \times \overline{m-3} \times \overline{m-4} \times q^{m-5} a^5 - m \times \overline{m-1} \times \overline{m-2} \times \overline{m-3} \times \overline{m-4} \times \overline{m-5} \times \overline{m-6} \times q^{m-7} a^7 + \&c.$$
$$\pm m \times \overline{m-1} \times \overline{m-2} \times \overline{m-3} \times, \&c. \times 1 \times a^m.$$

Le ſecond membre de cette équation a tous ſes termes ſans excepter le dernier, alternativement poſitifs & négatifs. Les coëficiens des termes conſecutifs contiennent toujours deux facteurs de plus que les précedens : le premier n'a que m pour facteur, mais le ſecond en a trois ; le troiſiéme cinq, ſçavoir m, $m-1$, $m-2$, $m-3$, $m-4$, & ainſi de ſuite. Les expoſans de a vont en croiſſant en progreſſion Arithmétique, & les expoſans de q vont en diminuant ; mais on doit s'arrêter ſans inſerer entre le nombre des termes, celui où l'expoſant de q devient ou nul ou négatif ; & il ne reſte plus qu'à joindre le dernier terme $\pm m \times \overline{m-1} \times \overline{m-2} \times$, &c. $\times 1 \times a^m$ dans lequel les facteurs m, $m-1$, $m-2$, &c. doivent être continués juſqu'à ſe reduire à l'unité. Suppoſé qu'il s'agiſſe du genre de Méridien dans leſquels les changemens des degrés ſont proportionels aux latitudes, on aura $m=1$, & tous les termes du ſecond membre diſparoiſſant, excepté le dernier, on aura $z=a$, ce qui rend z de $57^d\ 18'$ comme nous l'avons trouvé. Suppoſé que les changemens des degrés au lieu d'être proportionels aux latitudes, ſoient proportionels à leurs quarrés, on aura $m=2$, & notre équation générale ſe reduira à $z^2 = 2qa - a^2$, ce qui donne environ $61^d\ 13'$ pour la latitude z. Si l'on fait $m=3$, on aura l'équation $z^2 = 3q^2 a - 6a^3$ dont on deduira $64^d\ 8'$ pour la valeur de z. Si l'on ſuppoſe $m=4$, aura $z^4 = 4q^3 a - 24qa^3 + 24a^4$; ce qui donne $z = 66^d$

24'. Enfin le lieu *géométrique* MM2 (*Fig.* 1.) qui joint tous
Figure 1. les points où les degrés des Méridiens sont égaux entr'eux & égaux aux degrés de l'Equateur, s'approchera continuellement du Pole à mesure que leurs degrés suivront dans leurs changemens une progression arithmétique d'un ordre plus élevé.

34. Il est vrai qu'il y a tout lieu de croire que les opérations faites en Europe pour la mesure des degrés du Méridien, ne tombent pas exactement dans ce point pour ainsi dire fatal, qui rendroit leur comparaison absolument inutile avec la mesure des degrés de l'Equateur. Mais on doit remarquer que si elles n'y tombent pas précisement, elles ne peuvent pas manquer d'en être fort proches & que c'est presque le même inconvénient; parce que ce point est non-seulement dangereux par lui-même, ses mauvaises influences s'étendent fort loin. Si l'on se bornoit au Pérou à mesurer les degrés de longitude, ou à déterminer le rayon AC de l'Equateur par le rapport qu'on sçait qu'il a avec ce degré, ce rayon étant très-peu différent du rayon g m du Méridien déterminé au point m, (*Fig.* 3.) on
Figure 3. ne connoîtroit, en conferant les deux, qu'une très-petite partie de la gravicentrique; & l'erreur se multiplieroit ensuite extrêmement, lorsque de cette petite quantité on prétendroit, en supposant la nature de la courbe EGH connue, s'élever à la détermination de toutes ses dimensions qui sont beaucoup plus grandes. Le rayon AC de l'Equateur étant égal au rayon GM du Méridien ne différeroit, peut-être, du rayon g m découvert par les opérations de Messieurs Picard & Cassini que d'un arc Gg qui seroit la 100me ou la 200me partie de toute la gravicentrique. Or il est clair que les erreurs inévitables auxquelles sont sujettes toutes ces sortes de recherches & qui pourroient altérer assez le petit arc Gg pour l'absorber entierement, deviendroient 100 ou 200 fois plus grandes, lorsqu'on tenteroit de découvrir la

longueur de la gravicentrique entiere; comme cela arrive toujours lorſqu'on veut déduire une trop grande quantité d'une trop petite. Figure 3.

35. On ſe trouveroit expoſé préciſement au même inconvénient que ſi l'on vouloit conclure la figure de la Terre de la grandeur de deux différens degrés du Méridien meſuré à trop peu de diſtance l'un de l'autre. On a, par exemple, déterminé la grandeur des degrés dans les points M & m qui ſont très-voiſins. L'arc G g de la gravicentrique ſera égal à la différence des deux rayons GM & g m; mais s'il eſt vrai qu'on peut ſe tromper d'une 1500me partie dans chaque meſure, on poura commettre une erreur ſur le petit arc G g, qui ſera la 750me partie, non pas de ce petit arc, mais des grandeurs totales même GM, g m; puiſque c'eſt par rapport à l'étendue entiere du degré repréſenté par ces lignes, que nous avons évalué la quantité dont on peut ſe tromper. Ainſi l'erreur plus grande que la petite quantité qu'on veut découvrir, pourra faire diſparoître entierement cet arc ou troubler l'ordre des points G & g, en traveſtiſſant la petite quantité de poſitive en négative; ce qui feroit donner une ſituation oppoſée à la gravicentrique, & attribuer à la Terre une forme toute contraire à celle qu'elle auroit.

36. Mais qu'on meſure au Pérou le premier degré de latitude, & qu'on compare le rayon AE qu'on en conclura avec le rayon GM ou gm connu par les opérations faites en France, on obtiendra alors une portion extrêmement plus grande EG de la courbe EH, & les erreurs des obſervations ne ſeront enſuite que peu à craindre. Comme on eſt toujours obligé de ſuppoſer que la nature de cette courbe EH eſt connue, nous feindrons ici pour plus de facilité qu'elle eſt un quart de cercle, ou que les degrés du Méridien ſuivent dans leurs changemens depuis l'Equateur juſqu'au Pole les termes d'une progreſſion Arithmétique ſimple. Nos opérations nous donnant le

Figure 3. rayon AE, pendant que celle de Messieurs Picard & Cassini nous donnent le rayon MG qui appartient à peu près au 47me degré de latitude, l'excès de l'un sur l'autre nous fera connoître l'arc EG qui est d'environ 47 degrés. Il est vrai que l'erreur que nous commettrons sur cet arc augmentera sur le quart de cercle entier dans le rapport de 47 à 90. Mais elle ne manquera pas de devenir moindre, lorsque nous passerons à la recherche des autres parties du quart de cercle qui sont plus petites. Rien n'est plus facile que d'évaluer cette erreur, en la faisant croître ou diminuer à proportion de la grandeur des parties de la gravicentrique qu'on examine. On sçait qu'il s'agit toujours, ou que c'est au moins le dernier objet de toutes ces sortes de recherches, de déterminer la différence des deux axes, ou du rayon de l'Equateur & du demi axe proprement dit. Or cette différence est égale à l'excès de EC sur CK, puisque les deux autres parties AE & KD sont égales. Il nous suffit d'ajouter que cet excès de EC sur CK, que la ligne CK, le rayon OH de la barocentrique, & la longueur de cette ligne courbe peuvent être exprimés selon Archimede, par les nombres 3, 4, 7 & 11. Si l'on se trompe donc sur l'arc EG d'une 750me partie du rayon AE ou MG, il n'y aura d'abord qu'à faire croître cette erreur dans le rapport de EG à EH ou de 47^{d} à 90: & il faudra ensuite la faire diminuer dans le rapport de EH à EC—CK ou de 11 à 3. On verra de cette sorte qu'on n'aura à craindre de se tromper sur le rapport des deux axes que d'environ une 1440me partie.

37. Telle est l'exactitude que nous sommes déja sûrs d'obtenir en commençant notre travail par l'arc du Méridien, & je crois qu'il est superflus d'avertir que nous pouvons nous en promettre encore une plus grande, aussi-tôt qu'on aura mesuré quelques degrés de latitude aux environs du cercle Polaire; puisque l'erreur primitive

 Figure 3.

tive étant la même, deviendra relativement plus petite vû la grandeur du plus grand arc EG qui en sera affecté. L'erreur sur le rapport de deux axes se trouvera diminuée précisement en même raison que l'arc EG sera plus grand : ainsi elle ne sera plus que d'environ une 2030me partie.

38. On nous objectera, peut-être, qu'on aprocheroit également du but par la comparaison du premier degré de latitude & des degrés de longitude pris sur l'Equateur. Il est vrai qu'en retranchant le rayon qui appartient à l'un de ces degrés du rayon qui appartient à l'autre, nous trouverions immédiatement EG qui sert de rayon au quart de cercle EH, & qui étant égal à l'arc EG nous promettroit autant d'exactitude que le moyen précedent, s'il étoit aussi facile de mesurer les degrés de longitude que ceux de latitude. Mais on doit faire attention que pendant qu'on n'est sujet dans la mesure de ces derniers degrés qu'à une erreur de la 1500me partie comme nous l'avons vû ci-devant ; on peut se tromper six à sept fois plus dans la mesure des autres ; on peut se tromper d'une 240me partie. Ces deux erreurs par leur somme, si l'on vouloit comparer ces deux sortes de degrés, en feroient une sur la différence EC des rayons, d'environ une 207me partie de leur longueur, au lieu qu'on ne se trompe au plus que d'une 750me partie de cette même longueur sur l'arc EG, lorsqu'on le cherche par la comparaison des degrés de latitude.

39. Il est donc certain que nous n'avons point à balancer entre les deux divers moyens qui se présentent à nous pour prononcer sur la question de la figure de la Terre. L'un nous engage dans deux grandes opérations : la seule mesure des degrés de longitude ne suffisant pas & laissant le problême absolument indéterminé, il nous faudroit encore mesurer le premier degré du Méridien. Mais si la Terre approchoit assez d'être sphérique pour que la différence entre les deux axes ne fut pas d'une 300,

ou 400me partie, cette différence échaperoit au peu de délicateſſe d'une méthode ſi imparfaite. L'autre moyen au contraire ne nous oblige qu'à une ſeule opération; il diminue notre travail de beaucoup plus de moitié, il n'exige de nous que la ſeule meſure d'un arc du Méridien que nous comparerons avec les degrés de latitude meſurés en Europe : je ne repete pas que ce moyen eſt en même tems incomparablement plus exact; & qu'il peut nous faire appercevoir des quantités au moins cinq fois plus petites. Il n'eſt pas douteux après toutes ces raiſons de préference, que c'eſt à cette derniere meſure qui eſt commune aux deux moyens, & qui quoique ſeule aſſure déja le ſuccès de notre voyage, qu'il faut donner notre principale attention, s'il ne faut pas la donner toute. Tout ce qu'on feroit de plus en travaillant à la détermination d'un arc de longitude ne ſerviroit qu'à confirmer l'autre reſultât; mais n'en feroit qu'une confirmation très-groſſiere. On ne peut trop craindre en effet dans des recherches difficiles de ſe livrer à des méthodes dont la préciſion ne réponde pas à la petiteſſe des quantités qu'on veut découvrir. Car lorſqu'on a eu une fois le malheur de commettre quelque faute en cela, on ne conſent pas volontiers à regarder ſon travail comme perdu. Il faut toujours ſe ſouvenir qu'il ne s'agit pas tant ici de découvrir les grandeurs abſolues que leur différence, qui pourroient être totalement alterées ou données à contre ſens par des obſervations qui ſeroient d'ailleurs d'une exactitude ordinaire.

40. Enfin c'eſt non-ſeulement notre propre intérêt qui nous oblige à prendre le parti que nous ſuivons; c'eſt l'intérêt des Académiciens qui ſont allés au Nord & qui exigent de nous des obſervations correſpondantes. Nous pouvons nous repoſer ſur leurs lumieres du choix de leur opération; ſi nous n'avons pas eu le bonheur de les conſulter, nous n'en ſommes pas moins obligés d'agir comme ſi nous l'avions fait, & de travailler

pour ainsi dire de concert avec eux. Les obstacles sont trop grands ou pour mieux dire, il est impossible qu'on entreprenne jamais de mesurer quelqu'autre degré plus avancé vers le Pole, malgré l'émulation que peut exciter dans d'autres Souverains l'exemple glorieux de nos Rois qui accordent aux Sciences une protection si puissante ; mais nous devons néanmoins en perçant même dans l'avenir, avoir en vûe la plus grande utilité que pourront avoir nos travaux dans la suite. Ce sera toujours la même chose ; qu'on mesure vers le Pole des degrés de latitude ou de longitude, ce n'est pas avec les degrés de l'Equateur qu'il faudra les comparer, mais avec le premier degré du Méridien. Figure 3

41. Supposé qu'on pût mesurer le dernier degré de latitude, on auroit par sa confrontation avec le premier la longueur entiere de la gravicentrique, & l'erreur diminuant à l'égard de la différence des axes selon la raison de 11 à 3, on obtiendroit leur rapport à une 2750me partie près : au lieu que si l'on comparoit le dernier degré de latitude avec les degrés de l'Equateur, outre que cette comparaison se ressentiroit de la plus grande difficulté qu'on trouve à mesurer ces derniers degrés, on ne découvriroit que CK en retranchant un rayon l'un de l'autre, en retranchant AC=AE+EC =DK+HC, rayon de l'Equateur, de DH qui est le rayon du dernier degré de latitude : & l'erreur ne diminueroit ensuite que dans le seul rapport de 4 à 3 ; puisque pendant que CK est de 4 parties, la différence des deux axes qui est égale à l'excès de EC sur CK n'est que de 3.

42. Supposé d'un autre côté qu'on réussisse quelque jour à mesurer à très-peu de distance du Pole quelques degrés de longitude, on conclura la longueur, par exemple, de MQ qui sera très-petit ; & si surmontant tous les obstacles qui se présentent dans la détermination des grandes latitudes (tant à cause de l'imperfection des

instrumens qu'à cause des irrégularités des refractions Astronomiques, & du trop peu de précision avec laquelle nous connoissons les déclinaisons de la plupart des Astres,) si surmontant, dis-je, tous ces obstacles, on découvre avec assez d'exactitude la latitude du point M, on pourra par la résolution du triangle rectangle MQS découvrir son hypoténeuse MS. Il ne seroit pas question dans cette rencontre d'une simple différence, il faut connoître les angles aigus du triangle rectangle; & on a besoin pour cela de la latitude absolue même; & la moindre erreur qu'on commettroit sur celle du point M si ce point étoit trop voisin du Pole, tireroit extrêmement à conséquence sur la longueur de MS. Les opérations que je vois qu'on a fait en France depuis notre départ pour mesurer des degrés de longitude, ne sont pas sujettes à cet inconvenient. On peut en tirer d'autant plus d'utilité qu'elles sont moins dépendantes dans leur application d'une connoissance si pécise de la latitude. Mais encore une fois, ce n'est pas avec le rayon AC de l'Equateur qu'il faut comparer toutes les lignes comme MS pour en déduire les dimensions de la gravicentrique; ces lignes AC & MS aprochent trop d'être égales; leur comparaison ne pourroit qu'induire à erreur. Il faudroit au contraire comparer à MS le rayon AE du premier degré de latitude, parce que l'excès de l'un sur l'autre donneroit tout l'arc EG augmenté de GS. Ainsi tout contribue à nous confirmer dans la résolution que nous avons prise.

SECONDE SECTION.

Des triangles de la Méridienne de Quito considérés absolument, avec les précautions qu'on a prises pour en mesurer les angles & obtenir la longueur de leurs côtés.

I.

De la Base mesurée dans la pleine d'Yarouqui.

1. LA partie la plus considérable de la Province de Quito, que nous destinions à servir de Théâtre à nos opérations, est renfermée de même que sa Capitale entre les deux chaînes de Montagnes dont la Cordeliere est formée en cet endroit. Dans cet espace, non pas au milieu, mais à moins de distance de la chaîne qui est du côté de l'Orient & presque à son pied, est un Bourg ou Village nommé *Yarouqui*, par environ 10′ de latitude Australe, & qui est environ 12500 toises à l'Est de *Quito*. Plusieurs ravines profondes coupent dans cet endroit le terrein comme par tout ailleurs ; mais comme elles ont toutes à peu près la même direction, elles ne font heureusement aucun tort à la pleine qu'elles laissent entr'elles, si ce n'est de la rendre plus étroite. Le Sol vers le Nord est uni, au lieu qu'il est plus inégal vers le Sud : mais malgré cela lorsqu'on y jette la vûe, on reconnoît que c'est par une espece de prodige que la Nature a laissé dans un pays si raboteux une base que nous pussions mesurer, & qui fut en même tems d'une longueur suffisante. Une ravine aussi large qu'elle est profonde la termine du côté du Nord vers *Guaillabamba*, au lieu que du côté du

Sud ce ſont les ſimples inégalités du terrein qui nous empêcherent de la pouſſer plus loin ; & nous nous arrêtames à une petite éminence propre à en rendre l'extrêmité plus marquée. L'extrêmité Nord eſt par 6′ quelques ſecondes de latitude Auſtrale; l'endroit ſe nomme *Carabourou* : l'extrêmité Sud eſt par 12′ 20″ de latitude & ſe nomme *Oyambaro*, qui n'eſt pas fort éloigné d'un Bourg ou Village nommé *Piſſo*. Le terrein va en s'élevant vers le Sud; ce qui rend la ſeconde extrêmité environ 126 toiſes plus haute que le niveau de la premiere.

2. Nous employâmes pluſieurs jours à choiſir la direction la plus convenable, pour éviter le plus qu'il étoit poſſible les inégalités & les autres obſtacles locaux, & enſuite pour tracer l'alignement dans toute ſon étendue ; ce qui étoit d'autant plus difficile que dans certains endroits du milieu qui étoient creux & couverts, on perdoit de vûe les deux termes. Je m'y occupai avec M. de la Condamine & D. George Juan l'un des deux Officiers Eſpagnols. Il nous fallut percer quelques murs & abbatre quelques arbres, & par le moyen de ce travail qui dura environ 8 jours la baſe ſe trouva comme tracée, & réellement apparente dans toute ſa longueur, regardée de l'une ou de l'autre extrêmité. Elle ſe trouva avoir pour direction le Nord 28ᵈ O de la Bouſſole, (c'étoit aux mois de Novembre & de Decembre de 1736) & pour vraie direction le N. 19ᵈ 26′ O. Nous l'avions partagée d'eſpace en eſpace par pluſieurs ſignaux qui devoient non-ſeulement nous diriger, mais qui devoient nous ſervir auſſi comme d'époques & nous faire découvrir plus aiſément la ſource des mécomptes, ſuppoſé qu'il arrivât que M. Godin & nous qui la meſurâmes en même tems, mais en différens ſens, ne nous accordaſſions pas dans nos meſures. Mais heureuſement cette précaution fut inutile, & on put mepriſer la différence qui ſe trouva entre les deux déterminations.

3. Voulant nous diviser en deux Compagnies lorsqu'il fut question de commencer ce travail, nous dûmes naturellement nous separer M. Godin & moi. Quant à M. de la Condamine il pouvoit passer de l'un & de l'autre côté, mais il passa du mien. Les deux Officiers Espagnols se separerent aussi: D. George Juan se joignit à M. Godin, & D. Antonio de Ulloa passa de notre côté à M. de la Condamine & à moi. Nous étions aidés par M. Verguin Ingenieur de la Marine, & nous avions plusieurs Indiens pour le transport des Instrumens. Nous nous servions également dans les deux Compagnies de trois perche de même longueur, chacune de 20 pieds. Nous les avions distinguées de notre côté par différentes couleurs, nous les mettions toujours dans le même ordre, & nous prenions leur assemblage qui étoit de 60 pieds ou de 10 toises pour une seule mesure. On avoit fait avec la scie une fente à chacune de leurs extrêmités, & on y avoit introduit une plaque de cuivre assez épaisse, qui étant bien clouée avoit une saillie d'environ $1\frac{1}{2}$ pouces. Ces platines se touchoient lorsque nous disposions les perches, elles se trouvoient dans une situation perpendiculaire l'une à l'autre, & nous avions le soin de faire ensorte que *l'Osculation* se fît avec précision & sans choc, afin que les perches déja placées ne reculassent pas.

4. Nous essayâmes d'abord l'usage de chevalets pour soutenir les perches, dans l'intention de les avoir toujours à une hauteur commode; mais nous sentîmes aussitôt tous les inconvéniens de cette pratique. Le vent étant très-fort, les perches n'étoient pas assez stables; ce qui nous détermina en changeant de méthode à les poser sur le terrein même. Si le travail devenoit de cette sorte beaucoup plus sûr, il étoit en même tems infiniment plus penible: car ne voulant nous en rapporter à personne sur l'exactitude de la mesure, & les Indiens qui nous aidoient ne servant qu'à transporter les per-

ches, nous étions obligés de nous coucher à terre pour les disposer; c'est à ce prix & en nous traînant tout le long de la base que nous avons réussi à la mesurer. La situation qu'il falloit donner à nos perches nous étoit indiquée par une longue corde bien tendue & exactement dirigée. Nous examinions avec le niveau la position horisontale de chacune, & lorsqu'à cause des inégalités du terrein que nous reparions continuellement avec des cales en forme de coins, nous ne pouvions pas les faire se toucher, nous discutions avec un fil à plomb formé d'un cheveu ou d'un fil de pite très-fin, si l'extrêmité de l'une répondoit exactement au-dessus de l'extrêmité de l'autre dans la même verticale. Nous avions à nous précautioner contre le vent dans cette opération, ce qui la rendoit très-longue; & il falloit outre cela y regarder de très-près pour ne pas se permettre les moindres erreurs, qui en se multipliant en eussent pu produire à la fin de considérables. Nous eussions pu quelques fois par le moyen des cales, mettre de suite un grand nombre de fois les perches de niveau à l'extrêmité les unes des autres; mais nous aimions mieux suivre le terrein dans toutes ses inégalités; il n'étoit pas ensuite nécessaire de donner tant de longueur au fil à plomb lorsque nous y avions recours, & nous croyions avoir moins à craindre des effets du vent. Toutes ces attentions augmenterent la lenteur de notre marche, qui ne nous permit d'arriver à l'autre terme qu'après 25 jours d'un travail très-fatiguant.

5. Comme nos perches étoient sujettes à changer de longueur par la secheresse ou l'humidité de l'air, nous nous trouvions obligés d'examiner chaque jour & souvent plusieurs fois la petite équation ou correction qu'il falloit leur appliquer, & qui étoit presque toujours différente. Nous avions une toise marquée sur une barre de fer que nous conservions à l'ombre sous une tente qui nous suivoit & qui servoit de demeure aux gens qui

qui gardoient le poste. Nous comparames aussi nos perches avec celles de M. Godin, lorsque nous nous rencontrâmes un peu au-delà du milieu de la plaine. Pour terminer le travail de chaque journée, & marquer avec précision le point où nous devions commencer le lendemain, nous faisions planter avec force dans la terre deux gros piquets à l'extrêmité de la derniere perche; nous tendions de la tête de l'un à la tête de l'autre un fil horisontal perpendiculaire à la direction de la base, lequel rasoit l'extrêmité de la perche, & nous marquions sur la tête des piquets les points par lesquels passoit le fil. Nous couvrions ensuite le tout avec des herbes & du sable, & nous cherchions avec soin pour nous précautioner contre tout accident, des marques ou repaires dans la campagne, que nous fournissoient à souhait les arbres & une infinité d'autres objets.

6. Il n'est pas surprenant, si avec toutes ces précautions qui ont sans doute été portées aussi loin par M. Godin & sa Compagnie, nous nous sommes accordés d'une maniere si parfaite dans nos mesures, malgré notre maniere si différente d'opérer. De notre côté nous allions pour ainsi dire en rempant tout le long de la base; au lieu que M. Godin prenoit toutes ses mesures en l'air en se servant de chevalets fort hauts. De notre côté aussi-tôt que deux perches placées horisontalement ne pouvoient pas se toucher, nous nous servions du fil à plomb, & cette opération se repétoit à chaque instant: au lieu que M. Godin se prévalant de la hauteur de ses chevalets n'employoit le fil à plomb qu'à la derniere extrêmité, que lorsque ses perches se trouvant trop hautes, il étoit sur le point de n'y plus atteindre. Alors il plaçoit en bas la perche suivante, & il faisoit en une seule fois avec son fil à plomb ce que nous n'exécutions qu'en six ou sept. Il y avoit quelque différence jusques dans la façon de former nos alignemens; & je ne dois pas oublier de faire remarquer que

naturellement les petites erreurs que nous pouvions commettre devoient aller en différens sens, & devenir plus sensibles en se doublant; puisque pendant que M. Godin alloit en descendant, nous autres nous allions en montant, & que le vent devoit aussi produire des effets contraires sur nos fils à plomb, & racourcir une des mesures pendant qu'il allongeoit l'autre. Malgré tout cela, & quoique nous ne nous fussions déterminés à regarder comme une plaine le terrein que nous mesurions, que parce que nous étions dans le pays du Monde le plus montagneux, il ne s'est trouvé entre nous qu'une différence qui n'est pas de trois pouces. Nous avons trouvé la distance d'un terme à l'autre de 6272 toises 4 pieds 5 pouces, après avoir ajouté 11 pouces pour toutes les petites équations dont nos mesures avoient besoin; & M. Godin après qu'il a eu fait de son côté les réductions nécessaires, a trouvé 6272 toises 4 pieds 2 $\frac{1}{6}$ pouces. On ne peut pas demander une conformité plus parfaite, puisqu'elle rend comme superflue la formalité qu'on observe ordinairement dans ces sortes de circonstances, de s'arrêter à la quantité moyenne lorsqu'on est parvenu à des resultats différens.

7. La longueur fournie par la mesure actuelle de 6272 toises 4 pieds 3 $\frac{7}{12}$ pouces (je prend la quantité moyenne) n'est ni la longueur de la base prise en ligne droite depuis une extrémité jusqu'à l'autre, ni cette longueur réduite au niveau de l'un ou de l'autre terme. C'est une longueur qui n'est pas continue & qui forme comme des échellons, à peu près comme les girons de toutes les marches d'un escalier. Il n'étoit pas possible de faire autrement. Car comment donner avec exactitude l'inclinaison nécessaire à nos perches dans chaque endroit de la base pour pouvoir la mesurer en ligne droite; & supposé que nous l'eussions entrepris, comment eussions-nous pu reparer toutes les inflexions du terrein dont certains points sont 10, 15 & 20 toises au-dessous

de la ligne droite conduite en l'air depuis une extrémité jusqu'à l'autre ? Nous n'avions donc pas d'autre parti à prendre que de donner continuellement une situation horisontale à nos mesures, quoique nous n'obtinssions de cette sorte qu'une longueur dont toutes les parties étant en différens plans, ne formoient ni une ligne droite ni une ligne courbe.

8. Il nous étoit facile de reconnoître par un calcul grossier ou par une premiere vûe, que la ligne droite dont nous avions intérêt de connoître l'exacte longueur pour en faire le côté de notre premier triangle, étoit plus longue que cette mesure actuelle de 5 ou 6 pieds, & voyant qu'elle étoit d'environ 6274 toises, nous nous proposâmes de lui donner cette longueur exacte. M. Godin qui se chargea de faire cette correction, pendant que M. de la Condamine & moi étions occupés ailleurs, ne nous en avertit qu'après l'avoir exécutée. Il supposa que notre mesure actuelle avoit été prise 40 toises au dessus de *Carabourou* & 80 au dessous d'*Oyambaro* ou du terme Austral, & se dispensant outre cela d'avoir égard aux différentes inclinaisons de la base en ligne droite par rapport à l'horison qui est différent en chaque point, il crut devoir en éloignant un peu les termes l'un de l'autre, allonger de 3 pou. 8 lig. l'intervale à échellons que nous avions mesuré actuellement. * C'est ce qui a rendu cette distance

* M. de la Condamine en rendant compte d'un premier calcul dans un écrit envoyé à l'Académie, trouve la ligne droite de 6274 toises 0 pied 9 pouces ; & ajoute, *Pour éviter les fractions, nous sommes convenus de nous en tenir à 6274 toiſ. en raprochant un des deux termes de l'autre de la quantité néceſſaire.* M. Godin par un calcul à peu près semblable dans un Mémoire daté du 8 Decembre 1736, & qui a été lû à l'Académie le 15 Mai 1739 donne 6274 toiſ. 0 pied $7\frac{1}{2}$ pouces à notre base en ligne droite, & dit ensuite, *pour éviter les fractions nous rapprochons un des termes de l'autre de $7\frac{1}{2}$ pou. & la baſe eſt alors de 6274 toiſ.* Mais cet Astronome ne se tenant pas à ce premier calcul, en entreprit un second, & il trouva que la ligne droite étoit de 6273 toiſ. 5. p. 8 pou. 4 lig. & ce fut en conséquence de cette nouvelle détermination que lui & D. George Juan allongerent la base de 3 pou. 8 lig., c'est ce qu'ils firent le 24 Août 1737, comme me

de 6272 toiſ. 4 pieds 7 $\frac{1}{4}$ pou. ainſi qu'elle a été énoncée dans une Inſcription dont j'aurai occaſion de parler : *Diſtantiam horiſontalem intrà hujus & alterius obeliſci axes, 6272 Hexapedarum Pariſſ. Pedum 4 poll. 7.*

9. Nous ne pouvons pas nous diſpenſer de rapporter ces faits, afin de rendre compte au public de la petite différence qu'il y a entre les termes de l'inſcription & ce qui peut en avoir été publié ailleurs; les deux rapports ſont fideles. La diſtance fournie par la meſure faite horiſontalement étoit de 6272 toiſ. 4 pieds 3 $\frac{7}{12}$ pouces; mais en touchant un peu à l'un des termes, on l'a fait de 6272 toiſ. 4 pieds 7 $\frac{1}{4}$ pouces. Il nous reſte à vérifier ſi la diſtance en ligne droite, celle qui ſelon les termes de l'inſcription doit ſervir de baſe au premier triangle & qui doit être conclue de l'autre, *ex quâ elicietur Baſis I. trianguli latus*, &c. eſt effectivement de 6274 toiſes, comme on a eu intention de le faire. Si le terrein dans les deux tiers de la baſe conſervoit exactement le niveau de Carabourou, & qu'il s'élevât enſuite tout à coup dans l'autre tiers à la hauteur d'Oyambaro, on pourroit ſans doute regarder toute la meſure comme priſe au tiers de la hauteur d'un terme au deſſus de l'autre : au lieu qu'il eſt certain que dans l'état actuel des choſes, la difficulté n'eſt pas moins grande de déterminer cette hauteur moyenne, que de réſoudre la queſtion même qui fait l'objet de cette recherche.

le marqua M. Godin par ſa lettre du jour ſuivant. *Deſorte*, ce ſont ſes propres termes, *qu'au lieu de raprocher les deux termes de 7 $\frac{1}{2}$ pou. comme nous diſions, je les ai éloigné de 3 pou. 8 lig. pour donner à la baſe la longueur 6284 toiſ.* Je n'entre dans ce détail que pour donner le dénouement de ce qui eſt dit deux fois dans le Recueil imprimé à Madrid, que je retranchai 9 pou. de la longueur de la baſe. Ce retranchement n'a été que projetté de même que celui des 7 $\frac{1}{2}$ pou. de M. Godin. Mais s'il a été exécuté, ce qui ſe ſeroit fait ſans ma participation, les choſes ont certainement été rétablies dans leur premier état par M. Godin, & il a de plus lui & D. George Juan fait la petite addition des 3 pou. 8 lig. dont il s'agit ici.

De la réduction à la ligne droite de la Base mesurée actuellement.

10. Supposons que C (*Figure* 4) soit le centre de la Terre, & que les points A & D étant de niveau ou également éloignés du centre, le Sol s'éleve du point A au point B de toute la quantité BD. Il est évident que si en voulant mesurer la distance AB, on met continuellement, comme nous l'avons fait, les mesures horisontalement, on ne trouvera pas la distance AB; mais la somme de tous les petits arcs AI, EK, FL, GM, &c. qu'on peut considerer comme infiniment petits, vû la petitesse & la repétition de chanque mesure: & il n'est pas moins clair que pour conclure la distance AB par le moyen de la mesure actuelle de ces petits espaces, il faut connoître la nature de la courbe AB que forme le terrein. Si cette courbe étoit une logarithmique spirale, le terrein seroit par tout également incliné; puisque la logarithmique spirale fait le même angle avec toutes les lignes AC, EC, FC, &c. qui servent ici de verticales. Ainsi tous les petits triangles AEI, EFK, &c. seroient semblables; il y auroit un rapport constant entre toutes les parties AE, EF, FG, & les petits arcs actuellement mesurés AI, EK, FL, &c. & la distance AB prise selon toute la courbure du terrein, seroit par consequent plus longue que la somme de tous les petits arcs AI, EK, FL fournis par la mesure actuelle, dans le même rapport que la secante de l'inclinaison du terrein seroit plus grande que le Sinus total. Il y auroit aussi un rapport constant entre la somme de tous ces petits arcs & la verticale BD, dont une des extrémités B seroit élevée au-dessus du niveau de l'autre A. Quant à l'arc AD, on sçait qu'il seroit le logarithme du rapport des deux verticales AC & BC dont BD est la différence, & on sçait aussi qu'à l'aide de Figure 4.

Figure 4. ces choſes il ne ſeroit pas difficile de déterminer la longueur de la ligne droite AB tirée d'un terme à l'autre.

11. Si le terrein au lieu d'être courbe ſelon unè logarithmique ſpirale, forme une ligne exactement droite AB; il n'y a qu'à nommer x les parties variables QA de cette ligne, à commencer du point Q où tombe la perpendiculaire CQ, abaiſſée du centre C. Nommer c cette perpendiculaire CQ, & dz, les petites parties horiſontales AI, EK, FL, &c. dont la ſomme z eſt connue par la meſure actuelle. Les petits triangles retrangles comme EFK qui ont les dz pour hypothéneuſes, ſeront ſemblables aux grands FCQ correſpondans & on pourra faire cette analogie; $CF = \sqrt{CQ^2 + QF^2} = \sqrt{c^2 + x^2} \mid CQ = c \mid\mid EF = dx \mid EK = dz$, qui donnera $dz = \frac{c\,dx}{\sqrt{c^2+x^2}}$ & $z = \int \frac{c\,dx}{\sqrt{c^2+x^2}}$. Ainſi on voit que que la rélation des parties de la droite AB à la ſomme des petits arcs AI, EK, &c. dépend de la quadrature de l'hyperbole, ou ſe réduit au calcul des logarithmes. Si l'on veut donner à l'integrale $\int \frac{c\,dx}{\sqrt{c^2+x^2}}$ une forme abſolument logarithmique, il n'y a qu'à prendre une nouvelle variable s, qui ſoit telle que $x = \frac{1}{\sqrt{2}} s - \frac{c^2}{2\sqrt{2} \times s}$, & on transformera l'équation précedente en $dz = \frac{c\,ds}{s}$ & en $z = \mathrm{L}\,s$. Il eſt auſſi très-facile, comme le ſçavent les Lecteurs, de réduire en ſerie ces expreſſions. Si au lieu de faire commencer en Q les parties x de la droite QB, on les fait commencer en A, & qu'on nomme b la partie conſtante QA, on aura $dz = \frac{c\,dx}{\sqrt{c^2+b^2+2bx+x^2}}$ & $z = \int \frac{c\,dx}{\sqrt{c^2+b^2+2bx+x^2}} = \frac{cx}{\sqrt{c^2+b^2}} + \frac{cbx^2 - \frac{1}{3}cx^3}{2 \times \overline{c^2+b^2}^{\frac{3}{2}}} + \frac{4cb^2x^3 - 3cbx^4 + \frac{3}{5}cx^5}{8 \times \overline{c^2+b^2}^{\frac{5}{2}}}$ &c. Il eſt vrai que ces

moyens ne servent qu'à deduire z de la valeur x supposé connue : mais outre qu'on peut recourir avec succès à la méthode du retour des suites, on doit remarquer qu'il n'y a aucune erreur à craindre dans la pratique, d'attribuer à la quantité x la valeur qu'on sçait à peu près qu'elle doit avoir, d'en conclure la valeur de z, ce qui apprendra combien une de ces grandeurs surpasse l'autre ; & cet excès sera la petite correction qu'il faudra appliquer à la mesure actuelle, ou à la somme de tous les petits arcs AI, EK, FL, &c. pour avoir la vraye longueur de la droite AB.

12. Le seul inconvénient qu'il faut nécessairement éviter, c'est que la plupart des méthodes, qui sont suffisantes pour faire découvrir la grandeur absolue de x par rapport à z, ne sont pas susceptibles d'assez de précision, pour donner l'excès d'une de ces grandeurs sur l'autre avec l'exactitude qu'on peut souhaiter. Ces méthodes sont sujettes à quelques legeres erreurs qui sont peu considérables, comparées aux grandeurs même, mais qui sont énormes comparées à leur différence. C'est ce qui arrivera en particulier, lorsqu'en employant la formule $z = Ls$, on se servira des tables des logarithmes : ces tables sont assez exactes pour les usages ordinaires ; mais la différence qu'il est ici question de découvrir échapera presque toujours, à cause de sa petitesse, tant qu'on n'aura pas recours à d'autres expediens. Il vaudra ordinairement mieux se servir de la serie que nous avons donnée ci-dessus : ou bien employer l'aproximation suivante sur laquelle il est facile de fonder un calcul qui sera beaucoup moins long.

13. Le point C (*Figure* 5.) est toujours le centre de la Terre, & AB la base ou la ligne droite dont on a mesuré toutes les petites parties, non pas selon leur propre inclinaison ou dans toute leur longueur, mais continuellement réduites ou projettées dans l'horison. La ligne CQ est la ligne perpendiculaire que nous avons nom- Figure 5.

mée c; je la prolonge jusqu'en c, en faisant ensorte que Qc soit égale à $\sqrt{2\times\overline{CQ}^2+\overline{QB}^2}$. Du point c comme centre je decris l'arc QS, & je tire les deux droites cA, cB. Dans les circonstances où QB sera très-petite par rapport à CQ, comme cela arrivera presque toujours, l'arc RS intercepté entre les deux droites cA, cB sera sensiblement égal à la somme de tous les petits arcs dz mesurés horisontalement, & alors on poura se contenter pour trouver ce point c de faire Qc plus grand que QC dans le rapport de $\sqrt{2}$ à 1; ou dans le même rapport que la diagonale d'un quarré est plus grande que son côté. Dans les autres cas RS ne sera pas si exactement égal à la somme z des mesures actuelles; mais on découvrira cette somme par l'analogie suivante. Du point Q on abaissera la perpendiculaire QT sur CB; & on fera CB+CT est à 2QC, ou la somme de la secante de l'inclinaison de la ligne droite AB au point B & du Sinus de complement est au double du Sinus total, comme RS est à z.

14. On découvrira la raison de cette pratique si l'on considere l'équation $dz=\frac{cdx}{\sqrt{c^2+b^2+bx+x^2}}$, ou plûtôt cette autre $dz=\frac{cdx}{\sqrt{c+b^2-{}^2bx+x^2}}$ dans laquelle b désigne non pas QA, mais la distance QB de l'autre extrémité B de la droite AB au point Q, pendant que x marque les parties sensibles comme BG, BE, &c. de AB à commencer du point B; ce qui les rend négatives. On peut extraire la racine du dénominateur $\sqrt{c^2+b^2-{}^2bx+x^2}$ par un moyen qui paroît d'abord peu exact, mais qui cependant approche extrémement de la vérité dans la rencontre présente, comme on le verra aisément si l'on fait attention à la grandeur qu'ont les diverses quantités qui entrent dans ce dénominateur. Cette racine est $\sqrt{c^2+b^2}-\frac{2bx+x^2}{2\sqrt{c^2+b^2}}$, ce qu'on trou-

ve

ve en prenant d'abord la racine de la partie qui a une grandeur considérable & en divisant le reste qui doit être très-petit par le double de cette racine. Ainsi au lieu de l'équation $dz = \frac{c\,dx}{\sqrt{c^2+b^2-2bx+x^2}}$, on aura $dz = \frac{c\,dx}{\sqrt{c^2+b^2} - \frac{2bx+x^2}{2\sqrt{c^2+b^2}}} = \frac{2c\sqrt{c^2+b^2}}{2c^2+b^2} \times \frac{2c^2+b^2 \times dx}{2c^2+b^2+\overline{b-x}^2}$. Or cette derniere différentielle appartient visiblement au cercle & appartient à celui dont $2c^2+b^2$ est le quarré du rayon, & dont $b-x$ désigne les tangentes. Pour trouver l'integrale de $\frac{2c^2+b^2 \times dx}{2c^2+b^2+\overline{b-x}^2}$ Nous n'avons donc qu'à faire $Qc = \sqrt{2c^2+b^2} = \sqrt{(2 \times \overline{CQ}^2 + \overline{QB}^2)}$, & tirant les droites Ac, Bc, l'arc RS intercepté entre ces lignes, lequel a le point c pour centre, & Qc pour rayon, sera la valeur requise. Il n'est plus question après cela que de multiplier cet arc RS par $\frac{2c\sqrt{c^2+b^2}}{2c^2+b^2}$ ou par $\frac{2c\sqrt{c^2+b^2}}{c^2+c^2+b^2}$, mais cette quantité est égale à $\frac{2c}{\frac{c^2}{\sqrt{c^2+b^2}} + \sqrt{c^2+b^2}}$ c'est-à-dire à $\frac{2CQ}{CT+CB}$, ce qui nous donne $\frac{2QC \times RS}{CB+CT}$ pour la valeur de z, qui est comme on s'en souvient la somme de tous les petits arcs continuellement horisontaux AI, EK, FL, &c. il n'y aura donc qu'à la retrancher de AB pour avoir la petite équation ou correction additive, qu'il faut appliquer à la longueur trouvée effectivement par la mesure actuelle, lorsqu'on veut reduire cette mesure à la ligne droite.

15. La question ne sera pas plus difficile à résoudre si l'on demande la courbure AB, qu'il faudroit que suivit le terrein pour que la mesure prise horisontalement par parties, fût exactement la même que si on l'avoit prise effectivement sur l'arc OP, (*Figure* 4) qui est concentrique à la Terre & situé au $\frac{1}{3}$ ou au $\frac{1}{4}$ ou à quelqu'autre partie de la hauteur totale DB, d'un des termes au Figure 4.

Figure 4. dessus de l'autre. On n'a qu'à nommer a le rayon CA de la Terre, u les arcs variables AD ou parties sensibles de la circonférence de la Terre supposée circulaire ; & y les quantités TF, ou BD dont le terrein s'éleve au-dessus de l'horison. On aura d'abord cette proportion; $CT = a \mid TX = du \mid\mid CF = a + y \mid FL = dz$, & on en conclura $dz = du + \frac{y\,du}{a}$ & $z = u + \int \frac{y\,du}{a}$. D'un autre côté si la fraction $\frac{1}{m}$ exprime à quelle partie DP de la hauteur totale DB, on veut que soit situé l'arc OP qui est égal à la somme des petits arcs AI, EK, &c. mesurés horisontalement, on aura cette autre analogie, $CA = a \mid AD = u \mid\mid CO = CA + AO = a + \frac{1}{m}y \mid OP = z = u + \frac{uy}{ma}$. Ainsi on aura l'équation $u + \frac{uy}{ma} = u + \int \frac{y\,du}{a}$ dont on déduit $\frac{uy}{ma} = \int \frac{y\,du}{a}$ & $\frac{u\,dy}{m} + \frac{y\,du}{m} = y\,du$, & $u\,dy = \overline{m-1} \times y\,du$, & enfin $y = u^{m-1}$. Nous aprenons donc que pour que la mesure prise horisontalement par parties soit la même que si on l'avoit prise sur OP à la moitié de la hauteur DB, il faut que le terrein AB soit courbé selon un arc de spirale ordinaire ou de celle d'Archimede : car alors la fraction $\frac{1}{m}$ est $\frac{1}{2}$, & m étant 2, l'équation générale $y = u^{m-1}$ se réduit à $y = u$, laquelle nous fait connoître que les hauteurs TF, DB, &c. du terrein au-dessus du premier terme, doivent être égales ou proportionelles aux arcs correspondants AT, AD, &c. ce qui est la principale proprieté de la spirale ordinaire. Si on vouloit que la mesure prise horisontalement par parties fut la même que si on l'avoit prise en OP au tiers de la hauteur totale, la fraction $\frac{1}{m}$ seroit $\frac{1}{3}$; m seroit 3 & on auroit alors $y = u^2$. Il faudroit donc que le terrein dans ce second cas suivit par son inflexion la courbure d'une espece de parabole spirale qui ne seroit

autre chose qu'une parabole ordinaire comparée à la tangente à son sommet, mais dont on eut courbé cette tangente selon la courbure de l'arc de cercle AD.

16. Cette matiere seroit susceptible de plusieurs autres discussions dans lesquelles nous entrerions, si nous croyons que la chose le méritât, & si nous ne tardions déja trop à travailler à la détermination de la longueur exacte de notre base. Je l'ai supposée divisée en 7 portions qui pouvoient être traitées sensiblement comme des lignes droites. Je mesurai lorsque j'étois à l'extrémité Australe, combien divers points dont je connoissois la distance me paroissoient bas par rapport au terme Boréal de *Carabourou*, & M. de la Condamine mesura les mêmes dépressions avec le Micrométre de son quart de cercle. Je me transportai ensuite au terme Boréal & je fis la même chose à l'égard de divers points. Je rapporterai plus bas toutes ces dépressions telles que nous les trouvâmes, & que je les communiquai dans le tems à M Godin. Nous avions déja obtenu les hauteurs & les dépressions respectives des deux termes : un peu avant midi nous avions observé tous ensemble à Carabourou au terme Boréal, les deux Compagnies étant réunies, que la hauteur apparente du terme Austral au-dessus de l'horison, étoit de $1^d\ 6'\ 9''$, & me trouvant un autre jour à Oyambaro au terme Sud, j'observai avec M. de la Condamine & M. de Ulloa la dépression du terme Nord de $1^d\ 12'\ 20''$. M. Godin a trouvé depuis en particulier des quantités un peu différentes ; il trouva pour la hauteur du terme Sud observée du terme Nord $1^d\ 6'\ 30''$, & pour la dépression du terme Nord en l'observant du terme Sud $1^d\ 11'\ 35''$. Il faut qu'il ait observé ces deux inclinaisons dans des circonstances peu favorables, lorsque les refractions terrestres étoient excessives & beaucoup plus grandes que celles que nous fournissent la plus part de ses autres observations : La refraction totale étoit d'environ $1'\ 33''$. No-

Figure 6. tre base occupe un peu plus de 6′ 37 $\frac{1}{2}$″ de la circonférence de la Terre; & puisqu'au lieu de trouver toute cette différence entre les deux angles d'inclinaison 1d 6′ 30″, & 1d 11′ 35″, on ne trouva que 5′ 5″ qui en plus petite de 1′ 33″, cette derniere quantité appartient toute à la refraction.

17. On peut remarquer qu'il s'agit ici du principal, & du premier élement qui sert à déterminer la juste grandeur du degré terrestre, & que néanmoins nous supposons cette derniere grandeur connue : mais le Lecteur n'ignore pas que c'est malheureusement la même chose dans la pratique de toutes les parties des Mathématiques mixtes & principalement de l'Astronomie : qu'on est continuellement réduit, pour ne se pas voir arrêté à chaque pas par des problêmes absolument insolubles, à commettre ces sortes de petitions de principes, lesquelles sont toujours permises, aussi-tôt que ne faisant aucun tort à la certitude des inductions qu'on en tire, elles applanissent les difficultés. Enfin si l'on corrige les dernieres inclinaisons en les purgeant de la refraction, on verra qu'elles se reduisent à 1d 5′ 44″ & à 1d 12′ 21″; * au lieu que les deux premieres corrigées de la même maniere deviennent 1d 5′ 57″ & 1d 12′ 33″. La différence comme on le voit est si peu considérable qu'elle peut se négliger. Cependant comme il m'a paru que M. Godin insistoit beaucoup sur la grande exactitude qu'il avoit réussi à donner à ses dernieres déterminations, j'ai consenti volontiers à les adopter, convaincu que j'étois, qu'il n'y avoit aucun inconvénient à employer les unes ou les autres.

18. Ces inclinaisons absolues jointes aux rélatives que nous avions observées M. de la Condamine & moi,

* La courbure qu'a un rayon visuel est différente en chaque point; le rayon du cercle osculateur de cette courbure étant toujours sensiblement proportionel aux distances au centre de la Terre : mais l'inégalité est si petite qu'on peut la négliger en partageant la refraction totale 1′ 33″ par la moitié, & en la distribuant également à chaque inclinaison.

m'ont mis en état de tracer le profil de notre base, en la partageant comme je l'ai dit, en parties sensiblement droites. AB (*Figure 6*) est la ligne droite tirée d'un terme à l'autre ou de *Carabourou* à *Oyambaro*; & ACDEFGHB représente toutes les infléxions du Sol. La premiere partie AC à commencer du côté de *Carabourou* par où nous commençâmes notre mesure particuliere est de 817 toises; la seconde CD de 583, & les autres de 697, 1390, 798, 1050, 948. Les perpendiculaires CI, DK, EL, &c. abaissées des points d'infléxion C, D, E, &c. du terrein sur la ligne droite AB sont de 12 $\frac{42}{100}$ toises, de 12 $\frac{28}{100}$; de 11 $\frac{38}{100}$, de 16 $\frac{37}{100}$; de 20 $\frac{24}{100}$ & de 13 $\frac{47}{100}$. C'est ce que j'ai inferé des inclinaisons apparentes observées à Oyambaro, des points F, G, H par rapport à AB, de 20′ 28″; de 35′ 11″, & de 49′ 17″ & des dépressions toujours observées par rapport à AB, des points C, D & E lorsque j'étois en A à Carabourou, de 52′ 36″, de 30′ 32″, & de 18′ 57″. J'ai après cela cherché combien chaque partie AC, CD, &c. est plus longue que la partie correspondante AI, ou IK, &c. de la droite AB; & afin de n'avoir rien à craindre des négligences de calculs, j'ai suputé les excès en 100000mes de toise. J'ai trouvé les nombres suivans 9441, 2, 59, 896, 949, 2183, 9570 dont la somme est 23100. Ainsi la ligne ADGB que forme le terrein avec ses inflexions est plus longue que la droite AB de $\frac{23100}{100000}$ toise. Figure 6.

19. Il n'a plus été nécessaire après cela que de découvrir par les moyens expliqués ci-devant, combien chaque partie rectiligne du Sol est plus longue que la mesure que nous en avons prise en mettant nos perches horisontalement. J'ai également suputé ces excès en 100000mes de toise. Ils sont de 670, 11283, 15292, 18668, 9365, 38398, 58425. Ainsi la ligne ADGB que forme le terrein avec ses inflexions est plus longue que l'espace que nous a fourni la mesure actuelle de

Figure6. $1\frac{52101}{100000}$ toises qui est la somme des nombres précedens. Si les deux excès de la ligne ADGB sur la mesure actuelle & sur la droite AB, étoient égaux, la mesure actuelle seroit égale à la droite AB; mais puisque la ligne ADGB surpasse la mesure actuelle de $1\frac{52101}{100000}$ toises, au lieu qu'elle ne surpasse la droite AB que de $\frac{23100}{100000}$ toises, il est évident que cette derniere ligne est plus longue & qu'elle l'est de $1\frac{29001}{100000}$ toiſ. ou de 1 toiſ. 1 pied 8 pou. $10\frac{1}{2}$ lig. Ainsi la distance du point A au point B trouvée par la mesure actuelle, lorsqu'on met les perches horisontalement & qu'on s'assujettit à toutes les courbures du terrein, étant de 6272 toises 4 pieds 7 pouces 3 lignes depuis que M. Godin a reculé un des termes de 3 pouces 8 lignes, la droite AB destinée à servir de base à nos triangles, doit être de 6274 toises 4 pou. $1\frac{1}{2}$ lig. Il paroît sans doute & nous en convenons aisément, que cette précision est le fruit d'un calcul extrêmement long & très-pénible. Cette difficile discussion servira au moins à justifier que nous n'avons rien négligé pour tâcher de parvenir au plus grand degré d'exactitude : d'ailleurs elle est du nombre de celles qu'il faut avoir le courage d'achever entierement, pour sçavoir seulement si elles sont utiles.

20. Nous avons mesuré au mois d'Août 1739 après avoir formé tous nos triangles, une autre base dans une longue prairie nommée *Tarqui* qui se trouve environ 5 lieues au Sud de Cuenca, à l'autre extrêmité de la Méridienne. M. de la Condamine aidé de M. Verguin la mesura en allant du Nord au Sud, pendant que je la mesurai en sens contraire avec M. de Ulloa qui voulut bien partager avec moi toute la peine de cet ouvrage. Nous n'employâmes de notre côté que 10 jours à ce travail que les circonstances rendoient plus facile, quoique nous nous traînassions encore tout le long du terrein. Il devient inutile de rendre compte des précautions que nous observâmes dans cette seconde opération,

puisqu'elles furent à peu près les mêmes que dans la premiere. Nous ne nous communiquâmes également nos mesures qu'après qu'elles furent entierement terminées, & il ne se trouva que deux ou trois pouces de différence entre nous. Figure 6.

Détail plus particulier de diverses circonstances de l'opération faite dans la plaine d'Yarouqui.

21. Je crois au surplus devoir marquer encore plus en détail quelques unes des circonstances de notre premiere opération à laquelle D. Antonio de Ulloa assista de mon côté, comme je l'ai déja dit.

Je ne sçai pas précisement les arrangemens qu'on prit dans l'autre Compagnie : je ne parlerai ici que des choses qui se sont passées sous mes yeux & dont je suis témoin. C'est pourquoi je ne puis pas contredire à tous égards une déclaration que fit quatre ou cinq ans après M. Godin, lorsqu'il nous paroissoit déja regarder son retour en France comme très-éloigné : mais il est certain qu'il devoit craindre de donner trop d'étendue, ou de généralité à ce qu'il attestoit ; puisque les deux Compagnies que nous formions étoient presque toujours très-éloignées les unes des autres, & souvent de six à sept lieues. Pour ne parler actuellement que de la mesure de la base, je ferai remarquer que quelques uns de nos assemblages de dix toises furent formés avant que chacun de nous se fût attaché plus particulierement à une certaine partie de l'ouvrage, mais nous ne tardâmes pas de nous soumettre à un ordre fixe & constant. Nous avions un grand nombre d'Indiens qui servoient à nous porter les perches, & à nous fournir les coins dont nous avions besoin comme je l'ai déja marqué. M. de la Condamine & M. Verguin se chargeoient de faire toucher exactement les perches, en recevant celle qu'on posoit, & en retenant celle

qui étoit déja en place, afin d'empêcher tout choc, & d'ôter lieu au recul.

Il falloit que l'osculation des deux extrêmités se fît avec précision, & que ce ne fut qu'une simple osculation; il ne falloit pas que les perches s'appuyassent les unes contre les autres, ou qu'elles se pressassent réciproquement; ce qui eut causé quelque dérangement toujours à craindre, lorsqu'on enlevoit la perche la plus reculée, pour la transporter en avant des deux autres. C'est par cette raison que nous voulûmes en avoir trois: deux restoient toujours sur le terrein & assuroient la mesure pendant qu'on transportoit ou qu'on disposoit la troisiéme. Pour moi je faisois mettre les mesures exactement à côté du cordeau qui servoit à nous alligner, & je travaillois en même tems à leur procurer une situation horisontale, en me servant d'un niveau à air que j'appliquois dessus, & que je soutenois par une longue regle.

Cet arrangement subsista entre nous les six premiers jours de notre travail, sçavoir les 3, 4, 6, 8, 9 & 10 d'Octobre 1736, mais le 11 du même mois je cédai le niveau à M. Verguin; cet Ingenieur passa à ma place, & je pris la sienne, en me joignant à M. de la Condamine pendant les 19 autres jours que dura l'ouvrage.

22. Chacun d'entre nous, en écrivant le nombre des mesures à part s'étoit fait une maniere particuliere de compter, en choisissant celle qui lui paroissoit la plus convenable pour ne pas se méprendre. M. de la Condamine n'oublioit pas même de marquer l'heure & la minute qu'il étoit à sa montre, lorsqu'on avoit achevé chaque assemblage de 10 toises. M. Verguin avoit aussi sa maniere d'écrire que je n'ai pas assez présente. Pour moi je marquois en abregé sur la terre qui étoit sabloneuse le nombre de nos mesures de distance en distance par une plus grande précaution. Enfin une quatriéme

triéme personne que j'avois avec moi avoit le soin de compter aussi, en même tems qu'elle avoit l'œil sur les Indiens qui transportoient les perches, & qu'elle nous aidoit & à prendre nos aplombs & à former nos allignemens, lorsqu'il s'agissoit de tendre le long cordeau sur lequel nous nous reglions. C'étoit le sieur Grangier actuellement Arpenteur Royal à Saint Domingue.

23. Il étoit nécessaire que j'entrasse dans ce détail pour donner aux Lecteurs une idée plus exacte des choses, & pour indiquer aussi une partie des raisons qu'eut l'audience de Quito en rendant deux Arrêts en notre faveur, l'un le 2 Décembre 1740, & l'autre le 19 Juillet 1742.

24. Nous avions fait élever deux pyramides aux deux extrêmités de notre premiere base ou de celle dont je viens de parler, & il s'agissoit de se décider entre toutes les différentes Inscriptions qu'on proposoit pour informer la posterité de la destination de ces deux monumens, de l'érection desquels le goût de M. de la Condamine l'avoit fait se charger. Le premier Arrêt fut obtenu sur Requête, & sollicité par cet Académicien qui s'employa dans cette affaire avec ce zéle que tout le monde lui connoît; mais le second Arrêt fut rendu contradictoirement. Je me trouvai occupé hors de Quito pendant presque toute l'année 1741. M. de la Condamine agit en son nom, & au mien; je lui avois envoyé ma procuration; cependant j'arrivai encore assez à tems pour que nous fissions ensemble les démarches nécessaires auprès des Juges, & je produisis en mon privé nom le 10 May 1742 un écrit dans lequel je mettois à la déclaration de M. Godin, dont j'ai déja parlé, les fortes restrictions dont elle avoit besoin. Tout considéré, l'Audience de Quito crut que les expressions qui avoient été employées dans notre Passeport devoient servir de regle & qu'on devoit les regarder comme con-

ſacrées. Il étoit dit que Meſſieurs les Officiers Eſpagnols nous accompagneroient pour aſſiſter aux obſervations que nous ferions, & pour en tenir journal; *para que aſſiſtan con los mencionados Franceſes à todas las obſervaciones que hizieren y apunten las que fueren executando*: Ce ſont les propres termes du Paſſeport, & il fut ordonné qu'ils entreroient dans l'Inſcription. Le même Tribunal qui eſt un des trois ou quatre ſuperieurs qu'a l'Eſpagne dans l'Amérique méridionale, crut auſſi devoir mettre une grande différence entre les dépenſes perſonnelles que ces Meſſieurs étoient obligés de faire en nous accompagnant, & les frais immenſes dans leſquels les opérations mêmes nous engageoient, & dans leſquels elles n'engageoient que nous ſeuls.

25. Voici l'Inſcription qui fut autoriſée, & dont le projet avoit été reglé en France avant notre départ par l'Académie Royale des Belles-Lettres.

AUSPICIIS

PHILIPPI V. HISPANIA. ET INDIAR. REG. CATHOL.

PROMOVENTE REGIA SCIENT. ACADEM. PARIS.

FAVENTIBUS

EM. HERCUL. DE FLEURY SAC. ROM. ECCL. CARDINA.

SUPREMO (EUROPA PLAUDENTE) GALLIAR. ADMINIS.

CELS. JOAN. FRED. PHELYPEAUX COM. DE MAUREPAS.

REG. FRANC. A REBUS MARIT. ET OMNIGENÆ ERUD. MOECENATE

L. GODIN, PE. BOUGUER, CAR. MAR. DE LA CONDAMINE

EJUSDEM ACADEMI. SOCII

LUD. XV. FRAN. REG. CHRIS. JUSSU ET MUNIFICEN.

IN PERUVIAM MISSI

AD METIENDOS IN ÆQUINOCTIALI PLAGA TERRESTRES GRADUS

QUO GENUINA TELLU. FIGURA TANDEM INNOTESCAT.

ASSIST. EX MANDATO REG. CATH. GEORG. JUAN ET ANT. DE ULLOA

NAV. BELL. PRIM. ORD. VICEPRÆFECTIS

SOLO AD PERTICAM LIBELLAMQUE EXPLORATO

IN HAC YARUQUEENSI PLANITIE

DISTANTIAM HORISONT. INTRA HUJUS ET ALT. OBELISCI AXES

6272. HEXAP. PARISS. PED. 4. POLL. 7.

Ex quâ elicietur Basis I. trianguli latus operis fundamen in lin. quæ excurrit à Bor. Occid. versus grad. 19 min. 25½.

STATUERE

ANN. CHRIS. M. DCC. XXXVI. MENS. NOVEMB.

META { AUSTRALIS. / BOREALIS. }

I I.

Description des quarts de cercles qui ont servi à la mesure géometrique de la Méridienne, avec les diverses précautions qu'on a prises pour reduire les angles au centre des stations, &c.

26. La longueur de la base étant reglée, il nous faut passer par le moyen des triangles à la mesure de la Méridienne. Au lieu de nous arrêter à faire ici une description détaillée des quarts de cercles qui nous ont servi, je crois qu'il vaut mieux insister un peu davantage sur l'examen que nous avons entrepris pour vérifier leur exactitude, & sur les attentions que nous avons eues dans l'usage que nous en avons fait. Le Lecteur sçait la forme qu'ont ordinairement ces instrumens : nous en avions trois, un pour chaque Académicien. Celui de M. de la Condamine étoit le plus grand, il avoit trois pieds de rayon & étoit d'une construction un peu ancienne ; il avoit appartenu en France à feu M. le Chevalier de Louville qui y avoit fait appliquer le premier Micrometre qu'on ait vû attaché à la Lunette d'un quart de cercle. Le mien suivoit celui de M. de la Condamine par la grandeur, il avoit environ 2 pieds 6 pouces de rayon ; les barres de fer qui le formoient étoient larges & épaisses, & engagées les unes dans les autres par de forts tenons, il étoit monté outre cela sur un pied extrêmement solide ; ce qui contribue beaucoup à la sûreté & à la facilité des observations, principalement sur les montagnes, où le vent est presque toujours assez fort pour agiter un quart de cercle qui n'auroit pas tant de stabilité. Celui de M. Godin étoit le plus petit : il n'avoit pas tout à fait deux pieds de rayon ; mais il étoit très-proprement & très-exactement construit.

Enfin Messieurs les Officiers Espagnols depuis leur arrivée au Pérou en reçurent de Paris un quatriéme qui étoit à peu près moyen par la grandeur entre celui de M. Godin & le mien, il étoit de la même main que les deux autres, & parfaitement bien construit. *

* Par le Sr. Langlois.

Examen particulier du quart de cercle dont on s'est servi.

27. Chacun de nous travailla à part à reconnoître l'état de son quart de cercle : je n'ai ici à rendre compte que de mes tentatives particulieres que je commençai à Oyambaro, aussi-tôt que nous eûmes achevé la mesure de la premiere base. ** Je mesurai divers angles au tour de moi dont la somme devoit faire 360 degrés : cette méthode que plusieurs Observateurs ont employée avec succès en France, est presque toujours très-longue au Pérou, parce que dans les pays de Montagnes, les objets dont on est obligé de se servir, sont tous à différentes hauteurs, ce qui engage dans le travail pénible de réduire à un même plan tous ces divers angles dont la somme doit être égale à la circonférence du cercle. La longueur du calcul ne m'effraya pas, & il me vint toujours une somme trop petite de plus de 2 minutes, lorsque je ne partageois le tour de l'horison qu'en 6 ou 7 angles ; & je n'avois garde de pousser le partage plus loin, de crainte de trop multiplier les petites erreurs que je pouvois commettre, indépendamment des

** Nous étions divisés en deux Compagnies lorsque nous mesurions les angles des triangles, de même que lorsque nous travaillions à la mesure de la base. D. Antonio de Ulloa se trouvant de mon côté & n'ayant point d'instrumens, je ne pû pas manquer de l'inviter à partager avec moi l'usage des miens : mais je crois devoir avertir qu'il paroît par la page 156 du Recueil d'observations imprimé à Madrid, que cet Officier à qui je communiquois à chaque mesure d'angle la correction qu'il falloit y appliquer, ne s'est souvenu ni des moyens que j'avois employés pour découvrir ces corrections ni des causes regulieres d'erreurs auxquelles étoit sujet mon quart de cercle, causes d'erreurs dont je vais parler.

défauts de l'inſtrument. Je formai enſuite divers triangles & principalement l'équilateral; je donnois plus de 300 toiſes à chaque côté, & faiſant tranſporter le quart de cercle à chaque angle, je voyois s'ils faiſoient enſemble 180 degrés. Je reconnus de cette ſorte que l'angle de 60^{d} avoit beſoin d'une équation ou correction additive d'environ 20″, & faiſant enſuite entrer cet angle dans d'autres triangles dont je meſurois également les trois angles, je découvrois la ſomme des erreurs des deux autres, & je reuſſiſſois à les ſeparer par les moyens dont je parlerai plus bas. J'examinai auſſi l'angle droit avec ſoin & de pluſieurs manieres, qui ſans s'accorder parfaitement entr'elles m'apprenoient cependant toutes que mon quart de cercle me trompoit en défaut ſur la meſure de cet angle, de 36 ou 40″. C'eſt ce que je reconnu principalement en repetant 4 fois l'angle droit pour en former le tour entier de l'horiſon, méthode qui peut s'appliquer à tous les angles qui ſont des ſous-multiples de 360 degrés; & j'employai outre cela pluſieurs fois un autre moyen dont je rendrois ici compte, ſans que j'ai vû depuis que M. le Chevalier de Louville l'avoit auſſi imaginé & qu'il l'expliquoit dans un de ſes Mémoires donnés à l'Académie. *

*Voyez le Volume de 1714. pag. 70.

L'état de mon quart de cercle étant ainſi reconnu par rapport à pluſieurs angles, j'eu la facilité de les ſubdiviſer en deux ou trois parties & d'en former enſuite d'autres de leur ſomme, vû la multitude des objets que m'offroit la campagne. J'appris par ces opérations que l'angle de 30 degrés & ceux qui étoient au-deſſous étoient ſujets à peu d'erreur; au lieu que le quart de cercle rendoit trop petits tous les angles qui étoient au-deſſus. Enfin je comparai ſucceſſivement tous les divers arcs de 5 degrés les uns aux autres par le moyen de deux piquets éloignés de moi de 500 toiſes & dont la diſtance qu'il y avoit de l'un à l'autre ſoutenoit exactement un angle de ce nombre de degrés.

28. J'employai la plus grande partie d'un mois à tous ces examens qui m'aprirent qu'outre les fautes de détail qu'il y avoit en assez grand nombre dans les divisions de mon quart de cercle & dont il n'étoit pas encore alors question, il y avoit une cause générale & reguliere d'erreur. Je ne tardai pas à la reconnoître cette cause, qui consistoit dans le défaut de situation de l'allidade qui ne tournoit pas exactement sur le centre même de la graduation. La différence étoit si petite qu'il falloit y regarder de très-près pour la reconnoître; mais comme il y a tout lieu de croire que ce défaut qui peut échapper à l'Observateur, n'est que trop ordinaire dans tous nos instrumens, je me determinai à en avertir nos Messieurs, quoique je ne doutasse nullement du scrupule avec lequel ils avoient de leur côté examiné leurs quarts de cercles. * Donnant à l'allidade une situation parallele à la lunette fixe, on n'avoit qu'à marquer le point de cette regle qui répondoit exactement sur quelqu'un des arcs tracés sur le limbe; & lorsqu'on lui faisoit parcourir 90 degrés, le point qu'on avoit marqué passoit peu à peu en dehors, & l'allidade se trouvoit comme trop longue de plus de $\frac{1}{8}$ de ligne. C'est un fait dont je m'assurai par plusieurs examens réiterés après que je l'eus remarqué la premiere fois, & j'avois occasion de le vérifier presque chaque jour.

29. Supposé donc que ABC (*Figure* 7.) représente l'instrument dont C est le centre, l'allidade au lieu de tourner sur le point C, tournoit sur un point K, & lorsque pour mesurer un angle je plaçeois d'abord la lunette mobile parallelement à la fixe AC, je donnois à l'allidade ou au moins à la ligne qui lui étant parallele passe par le centre de son mouvement, la situation K*a* éloignée d'environ un huitiéme de ligne du vrai rayon. Dirigeant ensuite l'allidade à l'autre objet, elle prenoit Figure 7.

* Ma Lettre à M. Godin sur ce sujet est du 18 Septembre 1738. j'en ai conservé la copie.

la ſituation K *e*, & on étoit parconſéquent toujours ſujet à ſe tromper, en regardant mal à propos l'arc *ae* pour la meſure de l'angle *a*K*e*; au lieu de prendre l'arc AE qui étoit compris entre les deux rayons CA, CE exactement paralleles à l'allidade dans ſes deux ſituations. Si les petits arcs *a*A & *e*E étoient égaux, l'arc *ea* ſeroit égal à EA, & l'excentricité de l'allidade n'aporteroit aucune erreur dans la meſure de l'angle. Mais lorſque le petit arc *a*A eſt plus grand que *e*E, l'arc vrai AE eſt auſſi plus grand de la même quantité que l'arc meſuré *ae*, & il faut par conſéquent ajouter à ce dernier pour correction l'excès de A*a*, ſur E*e*, ou A*a* — E*e*. Cette correction ſur l'angle droit devient A*a* — B*b* qu'il faut également ajouter à la meſure fournie par le quart de cercle, car l'arc intercepté entre les deux ſituations perpendiculaires K*a*, K*b*, de l'allidade, eſt *ab*: l'angle meſuré *a*K*b* eſt effectivement droit; mais ſa meſure *ab* donnée par ce quart de cercle eſt trop petite; & il faut l'augmenter de A*a* — B*b* pour la réduire à l'arc vrai AB.

30. Comme les petits arcs A*a*, E*e*, &c. à cauſe de leur petiteſſe peuvent être conſiderés comme des lignes droites, il eſt toujours facile d'en calculer la valeur auſſi-tôt que la ſituation du centre K du mouvement de l'allidade eſt connue par rapport au centre C. Si on abaiſſe du point K la perpendiculaire KD ſur le rayon BC, que par le point D on tire GF perpendiculairement aux rayons CE, K*e*, & qu'on nomme *a* le Sinus total, *b* le Sinus de l'angle meſuré ACE ou *a*K*e*, & *c* ſon Sinus de complement; on aura dans le triangle DFC, cette analogie; le Sinus total eſt à DC, comme le Sinus *c* de l'angle DCF eſt à DF$=\frac{c}{a}$DC; & dans le triangle rectangle KGD cette autre proportion; le Sinus total *a* eſt à DK, comme le Sinus *b* de l'angle K eſt à GD$=\frac{b}{a}$DK. Ainſi on aura $\frac{c}{a}$DC$+\frac{b}{a}$DK

pour

pour GF ou pour E*e* & la correction A*a* — E*e* qu'il faut appliquer à l'arc *ae*, est $DC - \frac{c}{a} DC - \frac{b}{a} DK$. On peut en examinant l'instrument, découvrir immédiatement, comme j'ai tâché de le faire dans mon quart de cercle, les petites quantités DC & DK qui déterminent la situation du point K : mais on peut les découvrir aussi en comparant l'expression générale $DC - \frac{a}{c} CD - \frac{b}{a} DK$ avec l'erreur connue pour deux différens angles. Il n'y a que deux quantités DC & DK à découvrir; il sera toujours facile d'y réussir aussi-tôt qu'on aura deux équations.

31. Je crois avoir reconnu que le point K tomboit assez exactement sur le rayon BC, dans le quart de cercle dont il s'agit, & que les points K & D se confondoient. Il arrive de-là que DK & DG disparoissent comme dans la Figure 8, & que l'expression de l'erreur A*a* — E*e* devenoit beaucoup plus simple; elle étoit DC — DF, qui est égale à FH; & on voit en prenant DC pour Sinus total, qu'elle est continuellement proportionelle à l'excès du Sinus total sur le Sinus complement de l'angle mesuré; ou ce qui est la même chose, qu'elle suit le rapport du Sinus verse de l'angle même. Figure 8.

32. Mais l'excentricité de l'allidade ne suffisoit pas pour produire les erreurs regulieres auxquelles étoit sujet le quart de cercle : car la petite quantité DC étant d'environ $\frac{1}{8}$ lig. devoit valoir en A*a* sur le limbe environ 1′ 11″, & l'erreur sur l'angle droit eut été de toute cette quantité; au lieu que je suis bien sûr qu'elle étoit beaucoup moindre. C'est ce que me confirmoit aussi l'examen de la plûpart des autres angles, de ceux mêmes que j'avois le mieux examinés & qui étoient exempts dans leurs divisions de toute faute de détail. La seconde source d'erreur qui se compliquoit avec la

premiere n'étoit donc pas moins réelle, & elle venoit du trop peu d'étendue qu'on avoit donné aux degrés par rapport au rayon du quart de cercle. Lorsqu'il s'agit d'une différence considérable, l'ouvrier qui se rend scrupuleux dans la graduation de l'instrument, ne manque pas de s'en appercevoir : mais supposé qu'en prenant avec un compas à verge la longueur du rayon, il se trompe seulement d'un 25me ou d'un 30me de ligne, lorsqu'il reverifiera sa mesure, les pointes du compas tombant sur le bord des points ou sur le penchant des traits qui les marquent, glisseront sans effort sensible au-dedans ; il croira sa mesure exacte, il s'en servira pour marquer l'arc de 60^{d}; & déterminant ensuite tous les autres à proportion de ce premier, il fera regner sur tout son ouvrage, s'il ne commet pas d'autre faute, une erreur générale & reguliere qui sera exactement proportionelle à la grandeur des arcs. La chose peut avoir encore une autre origine dans les quarts de cercles qui sont sujets à tomber, ou à recevoir quelques coups. Si le mien a été frappé vers le point de 45 degrés avec assez de force pour faire diminuer son rayon en cet endroit, le limbe en perdant de sa courbure, aura imité sensiblement celle d'une portion d'un plus grand cercle, & l'étendue de sa graduation qui étoit exacte pour sa premiere curvité, sera devenue tout-à-coup trop petite à proportion de la nouvelle qu'il aura acquise.

33. Je ne sçaurois décider à laquelle de ces deux causes je dois attribuer la seconde erreur de mon quart de cercle ; j'ai seulement reconnu que son arc AB de 90 degrés étoit trop court d'environ 30 secondes ; & que tous les autres arcs étoient sujets au même défaut, mais diminué proportionellement. Ainsi dans la mesure d'un angle quelconque ACE ou *a* D *e*, on étoit sujet à commettre deux erreurs lorsqu'on se servoit de cet instrument. 1°. On prenoit l'arc *ae* pour la mesure de cet angle, au lieu de prendre l'arc AE, qui étoit un

peu plus grand; & l'erreur dans laquelle on tomboit étoit proportionelle au Sinus verse de l'angle mesuré. 2°. On se trompoit sur la quantité même de l'arc *ae* en lui assignant trop de valeur; puisque l'étendue des degrés étoit trop petite; & cette seconde erreur étoit proportionnelle à la grandeur de l'arc. J'avois calculé sur ces principes une table des équations totales dont je me servois pour corriger ces deux erreurs à la fois. Figure 9.

34. A l'égard des fautes de détail que j'ai aussi remarquées, elles se trouvoient tantôt dans un sens & tantôt dans l'autre sans observer aucune loy, mais aussi sans troubler totalement le cours des autres qui étoient reglées. Je les ai discutées à loisir dans les trop longs séjours que le mauvais tems & les autres obstacles nous ont quelques fois obligés de faire au pied des montagnes: & je n'ai fait pour cela que comparer en me servant d'un compas ordinaire ou d'un compas à verge les points suspects avec les autres qui étoient exacts & à peu de distance. Je n'ai jamais manqué de venir à cet examen particulier, ou lorsque j'ai trouvé quelque différence considérable entre les deux mesures du même angle que me fournissoient les transversales ou que me donnoit le micrometre dont étoit muni la lunette de l'allidade, ou lorsque les équations déja calculées ne suffisoient pas pour sauver les inégalités qui se trouvoient dans la somme des trois angles, ou ne s'accordoient pas avec la déposition des autres quarts de cercles. Alors j'examinois avec soin les divisions du mien dans l'endroit qui avoit servi; & le Procès étoit pour ainsi-dire plaidé contradictoirement. Il eut été assez inutile de discuter d'avance l'exactitude de tous ces degrés: car outre qu'il eut été très-difficile de donner le même degré d'attention à toutes les parties d'un examen si long & si rebutant, il arrive presque toujours que les angles actuels ne sont pas d'un nombre précis de degrés, & que la faute de détail vient de la négligence avec la-

quelle a été tirée une transversale, où a été marqué le point qui indique quelque dixaine de minutes : ce sont ces endroits qui se ressentent le plus ordinairement des distractions de l'ouvrier. Je n'ai que faire d'avertir qu'il n'étoit pas question dans ces dernieres discussions des erreurs absolues ou totales, & que je me proposois simplement de découvrir les petites quantités dont il falloit corriger les premieres équations dont j'avois déja la table.

De la reduction des angles au centre de chaque Station.

35. Comme les quarts de cercle ordinaires ont une grandeur considerable, il est souvent absolument nécessaire de distinguer celui de leurs points qui marque le vrai lieu de la station : cette attention est indispensable, lorsque les côtés des triangles dont on mesure les angles sont très-courts comme de 1000 ou 1200 toises, & à plus forte raison, lorsqu'ils ne sont que de trois ou quatre cens toises, comme ceux que je formois, pendant que je travaillois aux examens dont je viens de parler. C'est pourquoi je crois devoir insister un peu sur ce sujet : Si mes remarques ne sont pas utiles au Lecteur, elles seront au moins propres à justifier que nous avons poussé le scrupule très-loin à l'égard de toutes les parties de notre ouvrage.

36. On est toujours obligé dans l'usage des quarts de cercles de venir à une opération particuliere pour s'assûrer de la direction de la ligne de foi, qui est dépendante de l'état réciproque des deux lunettes, de la mobile & de la fixe. On pointe l'une & l'autre sur un objet qui doit être très-éloigné, afin que les axes des deux puissent être censés paralleles, & que l'allidade puisse marquer sur le limbe le point qu'on doit, eu égard à tout, regarder comme le commencement de la gradua-

tion. Nous avons le ſoin de ſpécifier que c'eſt eu égard à tout; car il n'importe pour l'exactitude de cette pratique qu'on nomme ordinairement la *vérification*, que la lunette fixe ſoit conſidérablement éloignée du premier rayon, ni que le fil ou le cheveu qui étant attaché à l'allidade & tendu à peu près ſelon ſa direction, eſt deſtiné à marquer ſur le limbe la juſte grandeur des angles, differe peu ou beaucoup d'être ſitué parallelement à la lunette mobile. Il ſuffit que ce fil ſoit lui-même le prolongement d'un rayon, pour indiquer enſuite toujours, auſſi-tôt que les deux lunettes concourent ſur le même objet, le point des tranſverſales qui doit être traité comme le commencement des diviſions. Ainſi ſuppoſé que dans cette opération le cheveu de l'allidade ou le fil de métal qui ſert d'Index, au lieu de marquer zéro comme il devroit faire, puiſque l'angle eſt nul lorſque les deux lunettes ſont dirigées ſur le même objet, marque 7 ou 8 minutes, le quart de cercle rendra tous les angles trop grands de cette quantité, & il faudra par conſéquent les diminuer pour les corriger: On feroit le contraire ſi l'Index de l'allidade tomboit ſur la partie négative du limbe ou ſur celle qui précede le point de zéro; parce qu'alors le quart de cercle rendroit la meſure des angles trop petite.

37. Cette courte explication préſuppoſée; lorſqu'en travaillant à la vérification, on ſe ſert d'un objet très-éloigné comme de 15 ou 20 mille toiſes, la même vérification, comme il eſt aſſez clair, doit ſervir enſuite pour tous les angles qu'on meſurera de quelque longueur que ſoient leurs côtés; ne fuſſent-ils que de 50 ou 60 toiſes: mais le lieu de la ſtation ou la vraye pointe de l'angle obſervé, ſera le point d'interſection des deux lunettes actuellement dirigées ſur les deux objets. Ce point qui pourra ſe trouver en dehors de l'inſtrument à quelques pieds de diſtance lorſque l'angle ſera très-petit, n'eſt pas l'interſection de l'allidade dans les deux

ſituations : car ſi on la ramenoit ſur le point qu'on doit regarder comme le premier des diviſions, elle ſe trouveroit pointée à côté de l'objet de toute ſa diſtance à l'autre lunette. On doit remarquer de plus que l'inſtrument ne meſure pas alors immédiatement l'angle qu'on ſe propoſe ; mais un autre qui lui eſt égal.

38. La figure 9me rendra ceci ſenſible, s'il ne l'étoit pas aſſez. FCE eſt un quart de cercle dans lequel AB eſt la lunette fixe pointée ſur l'objet H, pendant que la lunette mobile eſt dirigée ſur l'objet G. Ces deux objets ſont à très-peu de diſtance de l'Obſervateur & pour ainſi dire à ſes pieds : mais comme il a eu la facilité de déterminer par le moyen d'un autre objet extrêmement éloigné le point E qui eſt cenſé le commencement de la graduation en rendant les axes des deux lunettes exactement paralleles, il eſt de la derniere évidence que l'arc ED marquera toujours la vraye valeur de l'angle HIG ou BID, quoique le ſommet de cet angle ſoit en I. Il n'eſt pas moins clair que ſi la diſpoſition particuliere de l'allidade & celle de ſon Index qui eſt trop à côté donnent le point *e* pour le commencement de la graduation, au lieu de donner le point E, cela n'empêchera pas que l'inſtrument ne fourniſſe encore la juſte grandeur des angles ; car lorſqu'on dirigera la lunette mobile DC ſur l'objet G, l'Index de l'allidade s'arrêtera ſur le point *d* autant éloigné du point D & dans le même ſens, que le point *e* l'étoit du point E. Ainſi tout conſiſte, comme on le voit, à choiſir dans la *vérification* un objet aſſez éloigné pour que les axes CE & AB des deux lunettes ſoient parfaitement paralleles, lorſqu'on travaille à découvrir le point E.

39. C'eſt à cet uſage que je me ſuis preſque toujours aſſujetti, & c'eſt auſſi ce qu'il y a de mieux, auſſi-tôt que la choſe eſt poſſible. Mais ſi l'on ne peut pas ſe ſervir d'objets aſſez éloignés pour la vérification ; privé alors de l'avantage de pouvoir rendre les deux lunettes

exactement paralleles, il faudra *vérifier* en particulier pour chaque angle qu'on mesurera, ou au moins toutes les fois qu'on cessera de viser au même objet H par la lunette fixe. La vérification se fera sur cet objet en dirigeant dessus les deux lunettes comme on l'a fait dans la Figure 10, & dans ce cas le lieu précis de la station ne sera pas l'intersection des deux lunettes, mais l'intersection C de l'allidade ou de la lunette mobile dans les deux différentes situations qu'elle prendra, pointée successivement sur l'un & sur l'autre objet. L'angle HCG sera l'angle mesuré, & l'arc ED sera sa mesure : car comme les deux lunettes AB & CE se trouvent fort éloignées d'être paralleles pendant qu'elles sont pointées sur l'objet H, & qu'on ignore la quantité de leur obliquité, la premiere AB n'a d'autre usage dans cette rencontre que d'assurer l'Observateur que l'instrument parfaitement immobile n'a point participé au mouvement de l'allidade, lorsqu'on l'a fait tourner pour la diriger sur le point G. C'est pour cette même raison qu'il faut repeter la vérification aussi-tôt qu'on change d'objets & qu'on veut mesurer un autre angle.

40. Il arrive encore presque toujours que le quart de cercle placé à quelque distance du point où on eut dû le mettre, ne donne pas précisement l'angle qu'on vouloit obtenir, & qu'il faut faire quelque réduction. Quelques Observateurs se sont quelques fois donné la peine de mesurer des autres stations la grosseur apparente de chaque objet, afin d'avoir la liberté de choisir ensuite quel point ils voudroient pour terme de leur angle, ou pour nouveau point de station. Mais toute l'Optique est contraire à cette pratique qu'elle condamne & qui peut devenir la source de très-grandes erreurs. La grosseur apparente des objets dépend de tant de circonstances, qu'on ne doit presque jamais l'employer dans des opérations aussi délicates que celles dont il est ici question. Non-seulement cette grosseur apparente est sujette à

changer, l'objet perd quelques fois entierement sa forme par la différente apparence de toutes ses extrémités qui varient selon qu'elles sont plus ou moins éclairées, ou selon le plus ou moins de lumiere que reçoit le fond sur lequel elles se projettent. C'est ce que j'ai experimenté plusieurs fois; j'ai vû cette différence sur nos tentes dont les angles s'évanouissoient entierement lorsqu'elles nous servoient de signaux; je l'ai vû encore d'une maniere plus remarquable sur un signal particulier (celui de Pamba-marca) qui étoit formé comme un tétraëdre par trois pieces de bois. Quoique j'en fusse éloigné de plus de 20 mille toises, je découvrois distinctement toutes ses parties, & un point noir en haut qui étoit l'intersection des trois montans qu'on avoit un peu grossie; & un instant après je ne voyois plus qu'un objet lumineux qui occupoit 5 ou 6 fois plus de place que le tout dans ma lunette, & qui me paroissoit comme une espece d'astre. Cet effet très-singulier ne devoit cependant son origine qu'à une simple nate qui prêtoit son poli au Soleil, lorsque les nuages qui se succedoient par intervalle le permettoient. Tout le contraire arrivera lorsque l'objet sera dans l'ombre & qu'il se projettera sur le Ciel, ou sur quelque campagne éclairée du Soleil. Or il suit de tout cela qu'il n'y a rien de plus sûr que de se servir de signaux qui ayent la forme la plus reguliere qu'il est possible, qu'il faut tâcher de ne les observer que lorsqu'ils sont dans l'ombre; & qu'au lieu de pointer à l'un ou l'autre de leurs bords, il faut toujours pointer à leur milieu, comme au point qui est le moins sujet à changer. Nous discutâmes beaucoup cette matiere, qui nous occupa trop long-tems, avant que de commencer nos opérations, & pendant que nous travaillions aux premiers triangles: toutes les expériences que j'ai faites dans le cours de l'ouvrage ont confirmé l'avis que j'avois d'abord embrassé.

41.

41. La reduction des angles devient donc absolument nécessaire, lorsqu'on ne peut pas se placer au centre des signaux ou objets qu'on avoit observés des autres endroits : c'est ce qui nous est arrivé presque toujours, ou parce que nous nous sommes trouvés plusieurs Observateurs avec différens quarts de cercles à chaque station, ou parce que le poste ne pouvoit pas recevoir un si grand instrument. Nous nous sommes fait chacun de nous pour cette reduction différentes méthodes. Voici celle à laquelle je me suis arrêté, qui m'a paru d'autant plus simple qu'on peut l'employer avec facilité en pleine campagne, sans avoir recours aux tables des Sinus ni à aucune autre. DCE (*Figure* 11.) est l'angle actuellement mesuré avec le quart de cercle, & il s'agit de le reduire au point A où devoit se faire la station. J'abaisse de ce point des perpendiculaires AF, AG sur les deux lunettes du quart de cercle ou sur leur prolongement : ces deux perpendiculaires qui n'ont jamais que quelques pieds de longueur se mesurent avec facilité avec un fil tendu horisontalement ou avec une perche, & il ne reste plus qu'à résoudre les deux triangles AGP & AFQ, pour avoir les deux angles P & Q de reduction, qui ne sont ordinairement que de quelques secondes. D'ailleurs la résolution de ces triangles ne demande nullement à être traitée avec rigueur ; car la distance des objets étant très-grande par rapport aux perpendiculaires AF, AG, on peut se dispenser de regarder ces perpendiculaires pour des Sinus, & les confondre avec des arcs de cercles qui auroient pour centre les deux objets P & Q. Ainsi il suffit d'avoir quelque notion des distances de ces mêmes objets, se ressouvenir que la grandeur du degré est à peu près la $57\frac{3}{10}$ partie de la longueur du rayon ; & il n'en faut pas davantage pour se trouver en état de déterminer toujours aisément, combien valent à proportion les deux perpendiculaires AF, AG, ou quelle est la grandeur des

Figure 11.

angles Q & P qui ont ces perpendiculaires pour soustendentes. Si la distance de l'objet Q connue grossierement est de 12000 toises & que AF soit de 5 pieds 6 pouces, on trouvera que l'angle Q est de presque 16″, & il est facile de voir qu'il faut le soustraire de même que l'autre angle P, pour obtenir l'angle dernierement reduit HAI. En retranchant l'angle P de l'angle DCE qui est exterieur par rapport au triangle CP*c*, il vient l'angle *c*; & retranchant de cet angle *c* qui est exterieur par rapport au triangle AQ*c*, l'autre angle de reduction Q, il reste l'angle demandé HAI.

Figure 11. & 12.

42. Lorsque je n'avois pas le tems de faire cette opération sur le terrein, & que je n'avois pas la table que j'avois construite pour me dispenser de revenir chaque fois à ce calcul quoique très-court, je me contentois d'écrire la longueur des deux perpendiculaires AF & AG en leur donnant le titre de *positive* ou de *négative*, selon qu'il falloit ajouter ou soustraire la reduction. Il n'est sans doute pas nécessaire de faire l'énumeration des autres cas que le Lecteur distinguera avec facilité. Dans la Figure 12 l'angle Q qui est soutenu par AF, est également à soustraire; mais l'angle P soutenu par AG est à ajouter; la disposition de la direction AH par rapport à CD rendant l'angle A plus grand. Souvent j'évitois une partie de cette reduction en la faisant consister en un seul angle; je mettois exactement le quart de cercle, je veux dire une de ses lunettes, sur la direction AH ou AI conduite du centre A de la station à l'un des objets P ou Q; ce qui anéantissoit une des deux perpendiculaires.

De la mesure des angles qui sont dans des Plans fort inclinés.

43. Enfin pour expliquer au moins généralement tout ce qui concerne la maniere de se servir du quart de

cercle dans les opérations géométriques, je dois prevenir le Lecteur sur la difficulté qui se présente, lorsqu'on mesure des angles qui sont dans des Plans très-inclinés, comme l'étoient presque tous ceux de notre Méridienne; une des stations étant quelques fois élevée de 8 ou 9 cens toises au-dessus de l'autre. Le quart de cercle soutenu par un double génoüil peut se mettre dans tous les Plans imaginables; mais comme on néglige quelques fois de penser assez à ces sortes de choses, & que même on les méprise souvent, à cause de la facilité qu'on se plaît à y supposer, il n'est que trop ordinaire de s'y trouver arrêté dans l'occasion & de perdre en tentatives inutiles le tems précieux d'une observation importante. Je sçai qu'on a quelques fois employé deux ou trois heures à mesurer un seul angle. On vouloit faire par le moyen des grosses vis du pied du quart de cercle, qui sont principalement destinées à reparer les inégalités du terrein, ce qu'on ne devoit faire que par le genoüil; ou on touchoit à une des parties de cette piece, au lieu de toucher à l'autre: & on ne réussissoit que par hazard à donner au quart de cercle la situation qu'il devoit avoir.

44. Je suppose qu'on ait présente la forme du double genoüil. IK (*Figure* 13.) est le haut du pied de l'instrument, la partie qui est faite en canon & qui reçoit la longue tige CD qui est arrêtée perpendiculairement au cilindre BA. On peut donner une infinité de directions à ce cilindre, le pointer vers tous les côtés de l'horison, à cause de la facilité qu'a la tige CD de tourner dans le canon IK, lorsqu'elle n'est pas pressée par la vis L. Le cilindre AB qui est creux reçoit le cilindre solide EF, qui forme avec le second cilindre creux GH la seconde partie du genoüil; ce cilindre GH est ici dans une situation verticale, mais on peut l'incliner vers un côté ou vers l'autre, en faisant tourner le cilindre EF dans le cilindre creux AB; il faut pour cela lâcher la vis M. Figure 13.

Figure 13. Enfin le quart de cercle a un cilindre ſolide fortement attaché à ſon revers, à peu près dans ſon centre de gravité; & ce cilindre qui eſt exactement perpendiculaire au plan de l'inſtrument, entre dans le cilindre creux GH & a la liberté d'y tourner. Telle eſt la conſtruction entiere du genoüil, par le moyen de laquelle il eſt queſtion de donner au quart de cercle quelle ſituation on veut. Il eſt clair que par cette diſpoſition, le plan de l'inſtrument eſt toujours parallele aux cilindres AB & EF qu'on peut nommer le genoüil horiſontal, quoiqu'il n'ait pas toujours exactement cette ſituation. Si ce genoüil eſt une fois dirigé vers un certain point de l'horiſon, on ne pourra donc pas incliner le quart de cercle vers ce même point ou vers le point oppoſé, excepté en touchant les groſſes vis du bas du pied qu'on voit repréſentées dans la Figure 14. Mais on pourra l'incliner autant qu'on le voudra vers la droite ou vers la gauche, en faiſant rouler le cilindre EF dans le cilindre creux AB. Lorſque les deux objets entre leſquels nous ſuppoſons d'abord qu'eſt ſitué l'axe du genoüil horiſontal BA, ne ſont pas fort élevés au-deſſus de l'horiſon, ou ne ſont pas fort abaiſſés au-deſſous; on pourra toujours réuſſir à les atteindre en ſe ſervant de ces groſſes vis qui feront pancher tout le pied de l'inſtrument vers l'un ou l'autre côté. Si ce mouvement ne ſuffit pas, on ne pourra alors rien faire de plus, ſans changer la direction du genoüil horiſontal.

45. La regle générale eſt de le faire tourner juſqu'à ce qu'il ſe trouve dans le plan qui paſſe par ces deux objets; ou pour expliquer la même choſe en d'autres termes, il n'y a qu'à imaginer une ligne droite qui joigne les deux objets, & diriger l'axe du genoüil horiſontal, ſoit en touchant à ce genoüil ſoit en touchant aux groſſes vis du pied, ſur quelqu'un des points qui appartiennent à cette ligne droite; ſans qu'il importe que ce point ſe trouve entre les deux objets ou en dehors. Auſſi-tôt

que le pied IK eſt exactement vertical, le genoüil BA Figure 14.
ſe trouve exactement horiſontal vers quelque côté qu'on le tourne; ainſi il faut dans ce cas particulier le diriger ſur le point de l'horiſon où vient ſe rendre la ligne droite dont nous parlons. Cette regle étant obſervée, il n'y aura plus, comme il eſt évident, qu'à faire incliner le quart de cercle vers la droite ou vers la gauche, en faiſant rouler le cilindre EF dans le cilindre AB, pour achever de le mettre dans le plan des deux objets; & enfin ne touchant plus ni à une partie du genoüil ni à l'autre; afin que l'inſtrument ne ſorte pas du Plan dans lequel il eſt déja, on le fera rouler ſur ſon genoüil particulier, ou ſur le cilindre qui entre dans le cilindre creux GH, & on ajuſtera les deux lunettes.

46. On voit qu'il y a naturellement cet ordre entre tous les mouvemens du genoüil, qu'on ne doit généralement parlant toucher à une piece qu'après avoir déja donné la diſpoſition néceſſaire aux précedentes, en commençant par celles qui appartiennent le plus au pied. Sans qu'il importe que ce pied ſoit exactement vertical, il faut toujours faire enſorte que la direction du genoüil horiſontal BA aille rencontrer en quelque point la ligne droite qui paſſe par les deux objets. C'eſt ce que repréſente la Figure 14. dans laquelle on voit le quart de cercle entier & tout monté. OQ eſt la lunette fixe & OR la mobile, laquelle avec la regle de fer qui la ſoutient forme l'allidade : les deux objets ſont S & X; le genoüil horiſontal BA eſt dirigé ſur le point Z, & le plan du quart de cercle eſt néceſſairement parallele à la droite BZ. Ainſi il ſuffit donc d'incliner cet inſtrument vers P ou vers Q pour le mettre entierement dans le plan dans lequel il doit être, ou pour faire paſſer ſon plan par les deux objets.

47. On réuſſira de cette ſorte avec facilité à obſerver la diſtance de deux aſtres quelques élevés qu'ils ſoient; obſervation qu'on ne ſçauroit trop travailler à.

rendre ſimple en faveur des progrès de l'Aſtronomie, qui peut tirer de très-grands ſecours de la détermination immédiate de ces diſtances. Lorſque les deux objets ſont fort élevés & à la même hauteur, il n'y a pour le mieux qu'à rendre le pied exactement vertical, & faiſant attention que la droite SX étant alors parallele à l'horiſon ne va le rencontrer qu'à une diſtance infinie, ou donnera au genoüil BA une ſituation parallele à cette ligne, ou on le dirigera ſur un point de l'horiſon éloigné de 90 degrés du milieu de S & de X. Dans les cas ordinaires où les objets ne ſont pas à une hauteur exceſſive, la regle générale reçoit une application particuliere qui la rend encore plus ſimple; il n'y a qu'à donner exactement à la lunette fixe & au genoüil horiſontal la même direction, & les ajuſter l'une & l'autre, non pas ſur un point quelconque de la droite SZ, mais ſur un des objets, & ce doit être ſur celui S qui eſt à gauche, vû la diſpoſition ordinaire de nos quarts de cercles. On ſe ſervira pour cela des groſſes vis du pied qui ont toujours une longueur conſidérable: il eſt de la derniere évidence que la lunette fixe étant ainſi pointée, elle ne perdra rien de ſa direction, quoiqu'on éleve ou qu'on abaiſſe l'autre côté P du quart de cercle, pour faire paſſer ſon plan par l'autre objet X.

III.

Du choix qu'on doit faire entre les triangles, afin de meſurer avec plus d'exactitude la longueur de la Méridienne.

48. Quelques précautions qu'on prenne dans la meſure des angles, on eſt toujours ſujet à s'y tromper de quelques petites quantités, & les triangles ne peuvent par manquer de s'en reſſentir. Les examens dont nous

avons parlé ci-devant empêchent que ces erreurs soient très-considérables : mais outre qu'il peut rester quelque legere faute de détail qu'on n'a pas reconnu, l'Observateur de son côté peut se tromper aisément de quelque chose, soit dans la vérification du point du limbe qui doit être regardé comme le commencement de la graduation, soit dans la mesure même de l'angle, parce qu'il ne pointera pas assez exactement aux objets, ou qu'il ne discutera pas avec assez de soin le nombre des secondes qu'a l'angle outre les degrés & les minutes. Comme ces erreurs ne dépendent en aucune maniere de la grandeur de l'angle, elles doivent naturellement être les mêmes, soit que l'angle soit grand ou petit ; & ce doit être la même chose des fautes du détail que le Fabricateur du quart de cercle est sujet à commettre, lorsqu'en se négligeant, il ne réussit pas à enfoncer son poinçon ou son tire-ligne précisement dans les points des divisions qu'il a déja tracées. Ces erreurs quoique les mêmes produiront cependant ensuite différens effets selon que les angles seront plus ou moins grands : une minute apporte beaucoup plus de différence dans le Sinus d'un petit angle que dans le Sinus d'un grand ; & les côtés qu'on calcule par le moyen des triangles, doivent être sujets à la même erreur que ces Sinus, puisqu'ils changent dans le même rapport.

49. Les calculs qui sont très-longs se font ordinairement par le moyen des tables des logarithmes qui réduisent comme on le sçait à de simples additions & soustractions toutes les proportions ou regles de trois qui ne se feroient sans cela que par la multiplication & la division. Si l'erreur sur chaque angle étoit effectivement d'une minute, il n'y auroit qu'à voir dans la table des logarithmes la différence des Sinus des angles mesurés & de ceux qui en différent d'une minute : il est évident que cette différence logarithmique subsisteroit sans augmenter ni diminuer dans tout le calcul, & qu'elle

feroit encore précifement la même dans le dernier refultat. Il eft par conféquent très-facile de prendre une notion diftincte de la plus grande erreur qu'on doit craindre fur une fuite de triangles, quelque grande qu'elle foit. Il n'y a qu'à examiner tous les angles qui doivent entrer dans le calcul, on verra la différence logarithmique de leur Sinus & des Sinus qui appartiennent à des angles plus grands ou plus petits d'une minute ou de quelqu'autre quantité determinée, & faifant une fomme de toutes ces différences, on n'aura pas encore, il eft vrai, l'erreur qui eft à craindre dans le réfultat; mais on aura la différence logarithmique qui y répond. Si elle donne 5 ou 6 toifes fur une longueur de 10000, elle en donnera une de 15 ou de 18 fur une longueur de 30000; puifque telle eft la nature des logarithmes, que l'égalité de leur différence marque l'égalité de rapport entre les grandeurs naturelles ou abfolues.

50. La fomme de toutes les différences logarithmiques confiderées fimplement, exprime l'erreur telle qu'elle naît des triangles conditionés comme ils le font, mais faifant abftraction de la longueur de leurs côtés. Plus les côtés feront longs, plus l'erreur deviendra grande, comme nous venons de le voir; quoique la fomme des différences logarithmiques foit la même. Pour avoir donc l'erreur abfolue ou ulterieure, il faut multiplier la fomme des différences logarithmiques par la longueur des côtés; c'eft-à-dire que l'erreur abfolue croît en raifon compofée de la longueur des côtés & des différences logarithmiques. Si l'on forme, par exemple, fur l'hypothénufe d'un triangle ifofcelle rectangle un autre triangle femblable qui ait cette hypothénufe pour côté, & ainfi de fuite jufqu'au 6me comme le repréfente la Figure 15, on découvrira en partant de la bafe AB que nous
Figure 15. fuppofons de 10000 toifes, un côté AH huit fois plus grand. Suppofé de plus que tous les angles aigus de ces triangles foient également érronnés & qu'ils le foient d'une

d'une minute, la différence logarithmique qu'on peut regarder comme l'erreur primitive sera de 1263. La différence logarithmique de l'angle droit, à quelque erreur qu'il soit sujet, est nulle : car tous les Sinus aux environs de 90 degrés sont sensiblement égaux entr'eux; ce qui fait qu'on peut employer indifféremment le Sinus de 90 degrés ou le Sinus de 90 degrés 1 minute ou 2 minutes. Or la différence logarithmique 1263 repetée six fois à cause des six angles aigus dont les Sinus entrent dans le calcul, formera 7578 qui répondroit à environ $17\frac{46}{100}$ toises sur un côté de 10000 comme l'apprennent les tables, mais sur un côté AH qui est huit fois plus long ou qui est de 80000 toises, l'erreur doit être huit fois plus grande ou de 139 ou 140 toises. Telle est la plus grande quantité dont on peut se tromper; & celle qui auroit effectivement lieu dans une pareille opération, si une fatalité malheureuse vouloit que les six triangles se trouvassent défectueux dans le même sens, & que chaque erreur particuliere fut d'une minute.

51. La distinction que nous avons vû qui se trouvoit entre l'angle droit & l'angle aigu de 45 degrés, est propre à nous faire remarquer le différent degré de perfection dont jouissent les angles selon leur différente grandeur. Ce degré n'est pas proportionel à leur grandeur; mais il est exprimé comme nous venons de le reconnoître par la plus petite différence logarithmique entre leurs Sinus & le Sinus d'un angle plus grand ou plus petit d'une quantité déterminée. Lorsqu'on est sujet à se tromper d'une minute dans tous les angles, celui de 45 degrés porte avec lui dans tous les résultats cette erreur de 1263 qui est sa différence logarithmique; ce nombre sera le logarithme du rapport selon lequel on se trompera. Si au lieu de se tromper d'une minute, on ne se trompe que d'une demie minute, la différence logarithmique sera sensiblement diminuée de motié, & l'erreur qu'il faudra craindre sur les côtés sera aussi sen-

ſiblement deux fois moindre : car les différences des logarithmes lorſqu'elles ſont très-petites comme nous devons les ſuppoſer ici, & lorſqu'elles ſont priſes dans le même endroit de la table, ſont ſenſiblement proportionelles aux différences des nombres naturels correſpondans. Mais quelque erreur qu'on commette ſur la meſure de l'angle droit, qu'on s'y trompe d'une demie minute ou d'une minute entiere, comme cet angle n'a point de différence logarithmique, ſon erreur n'influera jamais par elle-même ſur le réſultat. Il ſuffit donc d'examiner ſelon qu'elle loi changent les différences logarithmiques des Sinus, pour ſçavoir de combien les angles deviennent préférables, lorſqu'on les rend plus grands.

Examen du divers degré de bonté des angles ſelon leurs différentes grandeurs.

52. Conſiderons dans un quart de cercle ABC (*Figure* 16.) différens angles ACD, ACG, dont DE
Figure 16. & GH ſont les Sinus, & ſuppoſons qu'on ſe trompe de la même quantité D*d* ou G*g* en meſurant ces angles. Au lieu des Sinus DE & GH, on prendra en ſe trompant les Sinus *de* & *gh*, & l'erreur qui dans ſon origine étoit la même, produira différens effets; puiſqu'outre la différence GI des Sinus GH & *gh* ſera plus petite que DF différence des Sinus DE, *de*; elle ſera d'ailleurs une erreur ſur une plus grande quantité, ce qui la rendra encore moindre à proportion, ou ce qui la rendra une moindre partie de la grandeur qu'elle altere. Pour découvrir quelle partie elle eſt, nous n'avons qu'à la chercher à proportion de quelque quantité conſtante. Nous prolongeons juſqu'en K & en M les petites droites *d*F & *g*I qui ſont paralleles au rayon AC, & nous formons les grands triangles LCB, NCB par le Sinus total & par les tangentes & ſecantes des arcs de com-

plemens DB & GB. Il eſt clair que c'eſt la même choſe de ſe tromper de DF & de GI ſur les Sinus DE & GH que de ſe tromper de DK & de GM ſur les rayons DC & GC; puiſqu'il y a même rapport de DK à DC, que de DF à DE, & de GM à GC que de GI à GH. Ainſi nous pouvons regarder DK & GM, comme les *conſéquences* ou comme les *momens* des erreurs égales, commiſes ſur des angles de différentes grandeurs : ce ſont les erreurs réſultantes des premieres; pendant qu'on fait abſtraction de la longueur des côtés des triangles qu'il s'agit de déterminer, ou lorſqu'on ſuppoſe que ces longueurs ſont égales, comme le ſont réellement les deux rayons CD, CG. Mais on peut conſiderer d'un autre côté que les petits arcs D*d*, & G*g* étant égaux & leur courbure pouvant ſe négliger à cauſe de leur petiteſſe, les petits triangles *d*DK, *g*GM ſont ſemblables aux grands triangles CBL, CBN, chacun à ſon correſpondant, & que les petits côtés DK, GM ſont continuellement proportionels aux tangentes LB, NB des angles de complemens. Or il ſuit de-là que les *momens* des erreurs primitives égales, ſont comme les tangentes de complemens des angles dont on ſe ſert : c'eſt-à-dire, que lorſqu'on calcule les côtés d'un triangle en ſe ſervant d'angles de différentes grandeurs, mais ſujets à la même erreur, les quantités dont on ſe trompe ſur les côtés ſont proportionelles aux tangentes de complement de ces angles.

53. La tangente de complement d'un angle de 60 degrés eſt trois fois plus petite que la tangente du complement d'un angle de 30 degrés. Il eſt donc trois fois plus avantageux, toutes les autres circonſtances étant les mêmes, de ſe ſervir d'un angle de 60 degrés pour découvrir par la Trigonométrie une certaine diſtance, que de ſe ſervir d'un angle de 30 degrés. Il vaut encore infiniment mieux employer pour cela un angle droit dont la tangente de complement eſt nulle, ce qui fait que

l'erreur sur cet angle ne tire absolument par elle-même à aucune conséquence, conformément à ce que nous sçavions déja. Mais si l'on y fait un peu d'attention, il suit de tout cela que les tangentes de complement des angles sont proportionelles aux différences logarithmiques dont nous avons parlé ci-dessus; puisque les unes & les autres expriment également les erreurs dérivées sur les côtés.

54. C'est aussi ce qu'on peut vérifier aisément, aussitôt qu'on n'ignore pas la vraye nature des logarithmes. On sçait que ces nombres artificiels avec les naturels auxquels on les fait répondre, expriment les dimensions d'une certaine logistrique ou logarithmique dont la soûtangente est d'une longueur determinée. Si nous considerons cette ligne courbe (*Figure* 17.) & que nous rendions ses ordonnées GH, *gh* égales aux Sinus GH, *gh* de la Figure 16, les parties HP, *h*P de l'axe à commencer d'un certain point P pris pour origine des abscisses, seront les logarithmes de ces Sinus, & la partie H*h* sera par conséquent la différence logarithmique qui exprime; comme nous l'avons vû, l'erreur qui résulte de la mesure défectueuse de l'angle. Or cette petite quantité a toujours même rapport à la soûtangente HO, que la différence GI des deux Sinus au Sinus GH, puisque le petit triangle G*ig* est semblable au grand GHO. Il suit de-là que si l'on rendoit la soûtangente HO égale au rayon GC du quart de cercle de la Figure 16, la petite différence logarithmique H*h* seroit égale au petit espace GM de la Figure 16, puisque ce petit espace a aussi toujours même rapport au rayon GC que la différence GI des deux Sinus au Sinus GH. Si d'un autre côté la soûtangente HO n'est pas égale à GC, elle aura au moins toujours un rapport donné avec ce rayon, puisqu'elle est constante; & la différence logarithmique H*h* qui cessera d'être égale à la petite ligne GM, lui sera toujours proportionelle, & le sera donc

Figures 16. & 17.

aussi à la tangente de complement BN de l'angle mesuré ACG. Ainsi les deux expressions de l'erreur dérivée à laquelle sont sujets les côtés d'un triangle se concilient : on peut employer indifféremment l'une ou l'autre. Nous sçavons maintenant *que les erreurs qu'on commet dans le calcul des côtés des triangles, aussi-tôt qu'on s'est trompé dans la mesure des angles, sont également proportionelles aux tangentes de complement de ces angles, ou aux différences logarithmiques de leurs Sinus.* Plus les angles diminuent, plus leurs différences logarithmiques augmentent, de même que leur tangente de complement; plus la même erreur est par conséquent à craindre, à cause de ses suites fâcheuses qui croissent dans le même rapport. L'angle pourroit même diminuer tellement, que ce seroit pécher contre toute prudence que de se hazarder à s'en servir ; les conséquences de la moindre erreur à laquelle il seroit sujet, devenant alors immenses.

55. Ces deux expressions étant parfaitement équivalentes, tout ce qui est vrai de l'une l'est également à l'égard de l'autre. De même que ces différences logarithmiques ne souffrent aucune alteration en se transmettant, quelque nombre de triangles qu'il y ait, & qu'elles passent toutes entieres dans le résultat en s'ajoutant ou en se soustrayant simplement, selon qu'elles sont additives ou positives; la somme des tangentes de complement comme si elles tenoient de la nature des logarithmes, doit exprimer aussi la plus grande erreur à laquelle on est exposé, lorsqu'on employe diverses series de triangles. Chacune de ces expressions jouit cependant de ses avantages particuliers ; la derniere paroît plus propre lorsqu'il s'agit de comparer généralement les erreurs ; & la premiere lorsque voulant descendre plus dans le détail, il s'agit d'en estimer la quantité. J'ai souvent fait usage de l'une ou de l'autre pour choisir la meilleure disposition qu'on pouvoit donner à nos signaux, toutes les fois que les circonstances du terrein nous of-

froient divers systêmes, & que mon vœu particulier pouvoit produire quelque effet. Nous pouvons aussi maintenant en élevant nos vûes, fonder avec facilité sur ces principes un commencement de Théorie dont la premiere ébauche suffira pour répandre de la lumiere sur tout ce sujet, & dont on se trouvera éclairé dans le tems même qu'on n'entreprendra pas de s'y conformer scrupuleusement.

De la maniere de bien conditionner les triangles.

56. Supposons qu'il s'agisse de déterminer la longueur
Figure 18. d'une ligne AB (*Figure* 18.) par le moyen d'une base qu'on veut faire commencer en B, & dont la direction BC soit *donnée*; je dis que la longueur la plus avantageuse que peut avoir cette base est d'être égale à AB. Quoiqu'il s'agisse de découvrir cette derniere ligne, nous la traitons comme connue, & c'est ce que nous ferons toujours dans la suite : On sçait en effet toujours d'avance sa longueur au moins grossierement; ou plûtôt nous supposons qu'on en a déja tenté une premiere détermination, & qu'il ne s'agit maintenant que d'en obtenir une autre plus exacte, comme on le fait ordinairement dans les opérations très-importantes. Qu'on donne après cela à la base les deux longueurs BD, B*d* qui ne différent l'une de l'autre que de la petite quantité D*d*; si achevant les triangles ABD, AB*d* & qu'après avoir décrit du point B comme centre l'arc AE, on abaisse les perpendiculaires BF, B*f* sur AD & A*d*, & qu'on les prolonge jusqu'à la rencontre des tangentes AH, E*g*, les angles DBF, ABF seront les complemens des angles D & A qui sont les seuls qui entrent dans l'analogie qui sert à déduire de la base BD le côté BA. Mais puisque les deux tangentes AH & EG représentent les erreurs particulieres qu'on doit craindre dans le résultat, leur somme sera l'erreur résultante totale; & il est clair que cet-

te somme diminuera si nous rendons la base BD un peu plus longue ; car en même tems que la tangente EG augmentera, l'autre tangente AH deviendra plus courte & souffrira plus de diminution H*h*, que l'autre ne recevra d'augmentation G*g*. Or ce sera la même chose tant qu'en augmentant BD, on lui donnera une longueur plus aprochante de celle de la ligne BA qu'on veut déterminer ; la somme des deux tangentes ira toujours en diminuant ; & on doit remarquer que l'excès de l'une sur l'autre diminuera aussi, ce qui répond au cas dans lequel une des erreurs particulieres est négative par rapport au résultat, pendant que l'autre est positive. A l'égard de l'erreur qu'on commettra dans la mesure actuelle de la base BD, nous ne devons point la compter : car elle doit être proportionelle à la longueur mesurée actuellement, ce qui la rend toujours relativement la même. La différence logarithmique qui l'exprime est donc constante, & par consequent l'erreur plus ou moins grande qu'on doit craindre dans la résolution du triangle, ne vient précisement que de la seule diversité des angles.

57. Ainsi nous pouvons prendre pour regle générale que lorsqu'on *est assujetti à donner une certaine grandeur à l'angle compris entre deux côtés dont il s'agit de découvrir le rapport, il faut le plus qu'on peut rendre le triangle isoscelle, ou faire la base qu'on doit mesurer de même longueur que l'autre ligne.* * On sera toujours sujet, il est vrai, à se tromper dans la mesure des angles ; mais le triangle étant isoscelle, les mêmes erreurs tireront moins à conséquence. Il n'importe d'ailleurs que l'angle B soit très-petit ; & il est au contraire avantageux qu'il le soit ; parce que les deux autres approcheront plus d'être droits.

* Ce n'est que long tems après avoir écrit ceci & depuis que je suis arrivé en France que j'ai vû que M. *Roger Cotes* avoit démontré la même chose, mais par une méthode très-différente, & pour le cas particulier dans lequel l'angle donné B est droit. Voyez son écrit. *Æstimatio errorum in mixtâ Mathesi*, à la suite de son Livre *Harmonia Mensurarum*.

58. Si ce n'eſt pas la direction de la baſe qui ſoit donnée, mais ſa longueur, *la diſpoſition qu'on doit alors préferer eſt de former un triangle rectangle qui ait pour hypothéneuſe ou la baſe ou le côté qu'on veut découvrir.* En effet
Figure 19. ſi AB (*Figure* 19.) eſt ce côté, & BC la longueur de la baſe, & que du point B comme centre on décrive l'arc de cercle *c*C*c*, il eſt évident que le triangle ABC étant rectangle en C ou que AC étant tangente au cercle *c*C*c*, outre qu'on n'aura enſuite rien à craindre de la part de l'angle C qui ſera droit, ce ſera encore le cas qui rendra l'angle A le plus grand qu'il ſera poſſible; & la tangente de complement par conſéquent la plus petite; deux conditions qui rendent l'erreur un *minimum*, lorſqu'on paſſe de BC à BA ou de BA à BC. Il ſuit de-là que lorſqu'en partant d'une baſe BC, on veut parvenir à la détermination de lignes plus longues comme BA, il faut toujours les faire ſe terminer ſur la perpendiculaire CA à l'autre extrêmité de la baſe : & il n'eſt pas moins clair que pour paſſer à un côté plus long par le moyen de pluſieurs triangles, il faut ne ſe ſervir que de triangles rectangles, afin de diminuer le plus qu'il ſe peut l'erreur particuliere qui naît de chacun.

59. Ce n'eſt encore ſçavoir qu'une ſeule condition des triangles qu'on doit préférer, lorſqu'on en employe pluſieurs; & comme il doit être quelque fois utile de ne pas ignorer en quoi conſiſte leur derniere perfection, nous devons pouſſer cette recherche un peu plus loin.
Figure 15. Suppoſons qu'il s'agiſſe de paſſer de la baſe AB (*Fig.* 15) au côté AD par le moyen de deux triangles BAC, CAD, & qu'il ſoit indifférent quelle direction on donne à cette baſe; c'eſt-à-dire que contre ce que peut repréſenter la Figure, l'angle DAB n'eſt pas cenſé droit, & qu'il eſt indéterminé. Je nomme *b* la longueur de la baſe AB, *a* celle du côté AD, & *y* le côté moyen AC, qui étant déterminé décidera entierement la forme ou la diſpoſition que doivent avoir les deux triangles que nous ſçavons

ſçavons déja devoir être rectangles. Puiſque ce ſont les ſeuls Sinus des angles aigus C & D qui entrent avec le Sinus total dans les deux analogies qu'il faut faire, nous n'avons qu'à chercher l'expreſſion des tangentes de leur complement. L'angle BAC eſt le complement du premier qui a BC ($=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AB}^2}$) $=\sqrt{y^2-b^2}$ pour tangente, lorſqu'on prend la baſe AB pour Sinus total. L'angle CAD eſt le complement du ſecond angle aigu D, & nous trouverons ſa tangente par cette proportion, AC$=y$ eſt à DC ($\sqrt{\overline{DA}^2-\overline{AC}^2}$) $=\sqrt{a^2-y^2}$ comme le Sinus total b eſt à $\frac{b}{y}\sqrt{a^2-y^2}$; & il n'eſt donc plus queſtion que de faire un *minimum* de la ſomme $\sqrt{y^2-b^2}+\frac{b}{y}\sqrt{a^2-y^2}$ de ces deux tangentes. Je prens pour cela ſa différentielle $\frac{ydy}{\sqrt{y^2-b^2}}-\frac{bdy}{y^2\sqrt{a_2-y}}$ $-\frac{bdy}{\sqrt{a^2-y^2}}$, & l'égalant à zero, il me vient $y^3\sqrt{a^2-y^2}$ $-a^2b\sqrt{y^2-b^2}=0$ qui ſe reduit à $y^8-a^2y^6+a^4b^2y^2$ $-a^4b^4=0$, dont on tire $y^2=ab$ & $y=\sqrt{ab}$; ce qui nous aprend que AC doit être moyenne proportionelle géométrique entre AB & AD, & que les deux triangles rectangles ABC, ACD doivent être ſemblables. Il eſt évident que ce doit être la même choſe lorſqu'on employe un troiſiéme ou quatriéme triangle; afin que conſiderés conſecutivement deux à deux, ils ayent la diſpoſition la plus parfaite. Ainſi c'eſt une maxime qu'il eſt bon de ſçavoir, que *lorſqu'on s'éleve à un côté d'une longueur beaucoup plus grande & qu'on veut y parvenir par pluſieurs triangles, de le faire par des triangles rectangles ſemblables, en paſſant par des côtés qui croiſſent en progreſſion géométrique:* cette regle eſt ſûre toutes les fois que les côtés ſucceſſifs croiſſent au moins dans le rapport de 1 à $\sqrt{3}$ ou de 100 à environ 173.

60. Nous avons le ſoin de mettre cette reſtriction

néceſſaire, qu'il faut que les hypothénuſes ſucceſſives croiſſent au moins dans le rapport de 100 à 173. Car ſi l'augmentation ſe faiſoit ſelon un moindre rapport, le *minimum* indiqué par $y = \sqrt{ab}$ ne ſeroit plus qu'un *minimum* relatif comparé à deux *maximum* entre leſquels il ſe trouveroit, & qui ſeroient indiqués par les deux autres racines vrayes $y = \sqrt{\frac{1}{2}a^2 + a\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}}$, & $y = \sqrt{\frac{1}{2}a^2 - a\sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}}$ qu'à l'équation $y^8 - a^2y^6 + a^4b^2y - a^4b^4 = 0$. Nous devons même ajoûter que ſi a n'étoit pas tout à fait double de b, les deux dernieres racines que nous venons de ſpécifier deviendroient imaginaires, & le *minimum* qui répondoit à la valeur $\sqrt{ab}$ de y, ſe convertiroit en *maximum*. On ſe convaincra de ce changement, ſi l'on fait attention que y n'a alors d'autre valeur vraye que $\sqrt{ab}$, & que cette valeur ne peut répondre qu'à un *maximum*; puiſque la différentielle que nous avons égalée à zéro, eſt d'abord affirmative & même infinie; ce qui montre que la quantité que nous nous propoſions de rendre *un moindre* va en augmentant. Ainſi on voit clairement que toutes les fois que b n'eſt à a que comme 1 eſt à 2, ou que les hypothénuſes ſucceſſives n'augmenteroient que dans le rapport de 1 à $\sqrt{2}$ ou de 100 à environ 141, il faut éviter le plus qu'on peut la diſpoſition qui rend les triangles ſemblables, & qu'on ne ſçauroit les rendre trop diſſemblables en les faiſant néanmoins toujours rectangles. Il n'eſt pas moins évident que pour rendre deux triangles ſucceſſifs les moins ſemblables qu'il eſt poſſible, il n'y a qu'à par la diminution du côté BC de l'un, & par l'augmentation du côté DC de l'autre, faire diſparoître le premier triangle & reduire les deux à un ſeul. Cela veut dire que lorſqu'il s'agit de paſſer d'un côté AB ou Ab à un autre AD qui eſt moindre que le double du premier, il vaut mieux ne ſe ſervir que d'un ſeul triangle A Db que des deux ABC, ACD. C'eſt ce

qui eſt vrai, lorſqu'on ne conſidere que les plus grandes erreurs auxquelles on eſt expoſé; mais ce qui eſt combatu par d'autres raiſons que nous expoſerons plus bas, qui invitent à multiplier les triangles.

Examen des erreurs qu'on eſt ſujet à commettre lorſqu'on diviſe par parties la longueur qu'il s'agit de déterminer, & qu'on découvre ſucceſſivement ces parties par des triangles qui ſe ſuivent.

61. Il n'eſt pas poſſible d'ailleurs de paſſer continuellement de triangles de plus grands en plus grands; parce que l'extrême longueur des côtés, empêcheroit de voir les ſignaux. Les triangles ſont ordinairement égaux ou à peu près égaux; nous leur attribuerons ici une parfaite régularité, afin de rendre la diſcuſſion plus ſimple, & nous ſuppoſerons qu'ils ſont tous iſoſcelles rectangles, & qu'ils ſe ſuivent comme dans la Figure 20; afin de ne pas laiſſer ſans quelque examen le cas le plus ordinaire dans la meſure des Méridiennes. La baſe dont on part eſt repréſentée par AB, & tous les triangles ACD, CDE, &c. qui ſuivent le premier ABC, ont leur hypothénuſe double de cette baſe. Lorſqu'on paſſe de cette baſe au côté AC, on n'a d'erreur à craindre que de la part du ſeul angle ACB; mais lorſqu'on parvient enſuite aux autres côtés DC, DE, &c. on doit craindre de l'erreur de la part des deux angles aigus de chaque triangle. Ainſi prenant l'unité pour la tangente de complement de l'angle ACB, nous avons 1 pour l'erreur ſur le côté AC, 3 pour l'erreur ſur le côté DC, à cauſe des trois angles aigus qui contribuent à le déterminer; 5 pour l'erreur ſur le côté DE, 7 ſur EF, & ainſi toujours, deſuite en augmentant en progreſſion arithmétique. Des côtés AC, DE, FG, &c. on paſſera à la détermination des hypothénuſes AD, DF, FH, &c. qui

Figure 20. forment ensemble la longueur AH qui sera si on le veut, celle de la Méridienne, & dans cette seconde partie du calcul, l'erreur augmentera de 1 ou d'une tangente dans chaque passage, à cause de l'angle aigu qu'il faudra employer dans chaque analogie. Ainsi l'erreur sur AD sera 2; sur DF elle sera 6, parce que sur DE elle étoit 5; sur FH elle sera 10, parce que sur FG elle étoit 9; elle suivra de cette sorte les termes d'une progression arithmétique dont la différence est 4 & le premier terme 2.

62. On fait abstraction dans chaque de ces erreurs de la longueur des côtés; car les tangentes des angles de complement expriment les erreurs, comme nous l'avons déja dit plusieurs fois, de la même maniere que les différences logarithmiques des Sinus, lesquelles répondent à des erreurs plus ou moins grandes, selon que les côtés sont plus ou moins longs. Ainsi il faut les multiplier par la longueur 2 des côtés pour les rendre parfaitement complettes; ce qui nous donnera 4 pour l'erreur sur AD; 12 sur DF; 20 sur FH, &c. Pour sçavoir donc l'erreur totale qu'on doit craindre sur toute la longueur AH, il n'y a qu'à ajoûter ensemble tous les termes de cette derniere progression.

Si nous nommons n le nombre des parties AD, DF, FH, &c. de la Méridienne entiere, la différence 8 de la progression sera repétée le nombre de fois $n - 1$: ainsi le dernier terme surpassera le premier qui est 4 de $8n - 8$, & sera $8n - 4$; & la somme de tous les termes ou de toutes les erreurs particulieres sera $8n \times \frac{1}{2}n$ ou $4n^2$ produit de la somme du premier & du dernier terme par la moitié du nombre des termes. Cette quantité $4n^2$ exprimera par conséquent l'erreur totale qu'on doit craindre, laquelle augmente ainsi qu'on le voit comme le quarré de la multitude des parties que contient toute la Méridienne. L'erreur qu'on commettra en même tems sur HI qu'on peut regarder comme une se-

conde base propre par sa mesure à justifier la bonté de toutes les opérations précédentes, ne croîtra pas en si grand rapport & sera représentée simplement par $4n$, comme il est facile de s'en assurer, en examinant la progression 1, 3, 5, 7, &c. que suivant les erreurs particulieres sur les côtés AC, CD, DE, &c. L'expression générale des termes de cette progression pris de deux en deux, est $4n-1$: elle se réduit par exemple à 7 pour FE, puisque n vaut alors 2 à cause des deux parties AD, DF dans lesquelles est divisée la Méridienne ; cette même expression se réduit à 9 pour GH, puisque n vaut 3 à cause des trois parties AD, DF, FH. Or il faut ajouter l'unité ou une tangente pour le passage de GH à HI ; ce qui donne $4n$ pour l'expression générale de l'erreur sur HI, laquelle ne change pas lorsqu'on la multiplie par la longueur 1 du côté.

63. Si au lieu de proceder par tous ces triangles, on pouvoit n'en former qu'un seul AbH qui étant rectangle en b, eût la longueur AH de toute la Méridienne pour hypothénuse; alors Hb tangente de l'angle HAb exprimeroit l'erreur à laquelle on seroit exposé ; la longueur de cette tangente seroit $\sqrt{4n^2-1} = \sqrt{\overline{AH}^2 - \overline{AB}^2}$. Car n désignant le nombre des parties AD, DF, &c. dont 2 marque la longueur particuliere, $2n$ exprimera la longueur totale AH, pendant que 1 marque toujours celle de la base Ab égale à AB. Mais il reste à multiplier par la longueur entiere de la Méridienne qu'on déterminera ici immédiatement, la tangente HB ; puisque l'erreur dépend comme nous l'avons reconnu, non-seulement de la disposition des triangles, mais aussi de la longueur absolue de leurs côtés : ainsi nous aurons $2n\sqrt{4n^2-1}$ pour l'expression complette de l'erreur qu'on seroit alors sujet à commettre.

64. Afin de prendre une notion plus particuliere de ces erreurs, nous supposerons qu'on se trompe d'une

minute sur chaque angle aigu & que la base AB est de 6000 toises, ou que les parties AD, DF, &c. sont de 12000 toises, & qu'il y en a 14 qui forment ensemble une longueur de 168000 toiſ. ou d'environ 60 lieues. La différence logarithmique des Sinus des angles sera 1263; & cette différence se repete ici le nombre de fois $2n^2$; car l'expression $4n^2$ que nous avons trouvée ci-dessus pour l'erreur totale, marque non-seulement le nombre de fois dont les tangentes qui sont proportionelles aux erreurs particulieres sont réiterées par la multitude des triangles, nous l'avons outre cela multipliée par 2 qui étoit la longueur de chaque côté. Or la différence logarithmique 1263 repond sur un côté de 12000 toises à environ $3\frac{40}{100}$ toises; & si on la repete à cause de tous les triangles le nombre de fois $2n^2 = 392 = 2 \times 14 \times 14$, il viendra 1368 toises pour l'erreur totale commise sur la longueur de la Méridienne. Telle est donc l'erreur monstrueuse qu'aporteroit sur ces 168000 toises de AH la simple erreur d'une minute sur chaque angle aigu, si on se trompoit dans le même sens dans chaque triangle. On se tromperoit en même tems sur la seconde base HI d'environ 98 toises: car la différence logarithmique 1263 répond sur un côté de 6000 toises à environ $1\frac{70}{100}$ toiſ. & elle se trouve repetée ici le nombre de fois $4n$ ou 56, comme nous l'avons vû, en cherchant combien de fois se repetent les tangentes des complemens à l'égard de ce côté.

65. L'erreur qu'on seroit sujet à commettre en n'employant qu'un seul triangle AbH, pour découvrir tout d'un coup la longueur AH de la Méridienne, seroit un peu moindre que celle à laquelle on s'expose par la suite des 28 triangles: ces deux erreurs sont dans le rapport de $2n\sqrt{4n^2 - 1}$ à $4n^2$ ou dans celui de $\sqrt{4n^2 - 1}$ à $2n$ qui est à peu près égal à celui de $783\frac{1}{2}$ à 784. On peut trouver immédiatement cette erreur en examinant ce triangle, dont l'angle aigu AHb est d'environ $2^d\,2'$

48″, lequel a 35438 pour différence logarithmique, & cette différence qui sur un côté de 12000 toises ne répondroit pas à 100 toises, doit répondre sur un côté de 168000 tois. à environ 1397.

66. Il faut avouer que si toutes ces erreurs que je me suis contenté de déterminer à peu près, ne sont pas capables d'effrayer les personnes qui entreprennent de grandes opérations trigonométriques, elles doivent leur faire sentir au moins qu'on ne sçauroit y apporter trop de scrupule. Il est vrai que nous supposons sur chaque angle une différence très-considerable : les Observateurs exacts avec les instrumens que nous avons spécifiés ne se trompent pas ordinairement d'une minute. Mais supposons que l'erreur soit quatre fois moindre ; supposons qu'elle ne soit que de 15″, il est difficile de se promettre une plus grande précision : Cependant les erreurs précédentes ne diminuant que dans le même rapport, ou que quatre fois ; on sera encore sujet à se tromper de presque 342 toises, lorsqu'on tâchera de déterminer toute la longueur AH par un seul triangle. On sera exposé à se tromper à peu près de la même quantité par la suite des 28 ; & cette erreur est si grande qu'elle doit faire tout craindre. Si l'on cherche enfin par le 29me triangle la longueur de la seconde base HI, on verra qu'on est exposé à une erreur qui est encore d'environ 25 toises. Ce sera la même chose, si l'on procede par des triangles équilateraux, au lieu de triangles isoscelles ; à la plus grande facilité près qu'il y a de vérifier le quart de cercle pour l'angle de 60 degrés. Qu'on nous dise donc après tout cela quelle foi il faut ajouter aux opérations que nous entreprenons, & à toutes celles dans le même genre que plusieurs Mathématiciens célébres ont déja achevées, ce semble, avec tant de succès ?

67. Nous convenons qu'en mesurant la longueur de la Méridienne par un seul triangle le peril seroit éminent : car comment pourroit-on répondre de ne pas se trom-

per de 12 ou 15 ſecondes ſur l'angle le plus aigu, & c'eſt de ce ſeul angle que dépendroit alors pour ainſi dire toute la bonté de la détermination ? Mais ce n'eſt plus la même choſe ſi nous partageons la Méridienne par parties, en employant un grand nombre de triangles : s'il eſt poſſible que nous nous trompions ſur chaque angle, il ne l'eſt pas moralement que toutes les erreurs ſoient égales, ni dans les ſens précis qui fait qu'elles s'accordent à s'ajouter enſemble dans le réſultat ; il faudroit pour cela ſe tromper de propos déliberé. Suppoſé que l'erreur toujours de 15″, au lieu de tomber entiere ſur les deux angles aigus de chaque triangle, tombe ſur l'angle droit & ſur le premier des angles aigus, la différence logarithmique qui répond à chaque erreur particuliere, au lieu de ſe repeter le nombre de fois $2n^2$, ne ſe repetera plus que le nombre de fois $n^2 - n$, comme il eſt facile de le reconnoître, & l'erreur ſur le réſultat ſe trouvera déja plus de deux fois moindre dans le cas que nous avons pris pour exemple. Mais dans quelques triangles il n'y aura pas d'erreur du tout ; dans les autres il y en aura un peu, mais elle ſera de différent ſens, & il ſe formera de tout cela une eſpece de compenſation.

68. Il n'y a enfin qu'une diſpoſition particuliere qui en portant le mal à ſon excès, puiſſe faire que l'erreur ſoit de 342 toiſes ſur une longueur de 60 lieues, au lieu qu'il y en a réellement une infinité qui nous ſont ſenſiblement favorables, & une infinité d'autres qui le ſont parfaitement. Il importe peu par conſéquent qu'on ait lieu de craindre une erreur, par exemple, d'une toiſe ſur les côtés d'un triangle dont les longueurs ſont de 5 à 6 mille : il ne s'enſuit nullement que ſur une ſuite de 25 ou de 30 triangles l'erreur ſe conſerve ſur le même pied ou qu'elle augmente ſelon la loi aſſignée. C'eſt ce qui ne s'enſuit nullement, & on ne peut le craindre qu'en tombant dans un paralogiſme viſible. Deux Dez donnent

donnent ſouvent une rafle de ſix, & il y a cependant tout au monde à parier que 60 Dez jettés enſemble ne s'accorderont jamais du premier coup à donner cette même rafle. Ceux des Lecteurs qui voudront examiner plus particulierement cette matiere ſuſceptible de recherches très-délicates, verront que la multitude infinie des différens cas qui rendent d'une grandeur déterminée, l'erreur totale, eſt exprimée par les ordonnées de lignes paraboliques d'un genre d'autant plus élevé qu'il y a un plus grand nombre d'erreurs primitives qui ſe combinent, & que ces ordonnées qui vont en diminuant à meſure que l'erreur réſultante eſt plus grande deviennent toujours nulles, ou plûtôt ſe reduiſent à un point, pour le cas où l'erreur totale parvient à ſes dernieres limites. On conjure donc, pour ainſi dire, le ſort & on ſe le rend favorable, en ſe ſervant de pluſieurs triangles; & ce qui juſtifie pleinement ſans qu'il ſoit néceſſaire d'entrer dans une nouvelle diſcuſſion qui nous éloigneroit trop de notre ſujet, qu'on réuſſit ſans peine à vaincre la fatalité contraire, auſſi-tôt qu'on opére avec les précautions que nous avons indiquées, c'eſt que la ſeconde baſe que nous avons meſurée à la ſeconde extrêmité de la Méridienne, ne différe que de deux pieds de la longueur que lui donne le calcul trigonométrique; bien loin d'en différer de 25 toiſes ou de 150 pieds; comme cela arriveroit ſi un hazard qui n'eſt pas poſſible, avoit fait accumuler toutes les erreurs particulieres, en les portant outre cela à leur plus grand degré; car le concours ſeroit néceſſaire de ces deux différens hazards, qui dépendent eux-mêmes d'un ſi grand nombre d'autres. Nos craintes doivent ſe diſſiper après tout cela; & nous pouvons nous flatter avec raiſon d'avoir la vraye longueur de nos 60 lieues à 5 ou 6 toiſes près par la ſuite des triangles dont nous allons rendre compte. On voit même d'une maniere à n'en pas douter, qu'il n'y auroit eu que de l'avantage à prolonger encore notre Mé-

ridienne si les difficultés locales nous l'eussent permis; puisque sans faire croître beaucoup les erreurs de la mesure géodesique, on eut éludé les effets des erreurs qu'on commet dans la mesure Astronomique, lesquelles sont beaucoup plus grandes, mais qui deviennent relativement moindres sur de plus grands arcs.

IV.

De la marche que nous avons suivie pour mesurer les angles; avec la liste de nos triangles depuis le Nord de Quito jusqu'au Sud de Cuenca.

69. Dans l'intention d'expedier plus promptement l'ouvrage pénible de la mesure des angles, & de tirer parti du grand nombre de personnes dont notre Compagnie étoit formée, nous convînmes de nous separer en différentes troupes. Si nous étions restés toujours ensemble, non-seulement plusieurs personnes devenoient inutiles, nous nous embarrassions à chaque station; il eut fallu nous attendre les uns les autres pour pouvoir nous servir commodement chacun de nous de nos quarts de cercles; & cette perte de tems eut été d'autant plus préjudiciable, que nous sçavions déja qu'une assez longue suite de jours ne fournissoit souvent qu'un seul instant propre aux observations. Il étoit donc nécessaire de nous partager; mais nous avions en même tems quelque regle à garder en cela. Il falloit que chaque Académicien en s'appliquant à diverses parties pût rendre un témoignage aussi complet que s'il s'étoit trouvé chargé seul de tout l'ouvrage, puisqu'il n'étoit pas moins indispensable de donner à notre travail toute l'autenticité possible, que de le rendre exact, pour n'en pas perdre le fruit. C'est ce qui nous obligeoit à nous imposer la loi de mesurer chacun de nous au moins deux angles de chaque triangle & de ne nous repofer reciproquement sur nos Confreres que du soin de mesurer le

troisiéme angle que nous étions nous-mêmes en état de conclure. Si cet assujettissement nous retardoit un peu, il nous conservoit d'un autre côté le titre de *témoins nécessaires*, qui nous étoit aussi précieux dans la circonstance présente que celui d'Observateur. Ainsi pour décider en combien de troupes nous devions nous partager, il suffisoit d'examiner la marche d'une seule qui se chargeât de mesurer deux angles de chaque triangle. Par la partie de l'ouvrage qui restoit à faire, nous devions juger du nombre d'autres petites troupes qui étoient encore nécessaires ; & il suffisoit d'être attentif à ne pas blesser le droit qu'elles avoient toutes de mesurer également deux angles de chaque triangle.

70. C'est ce que j'examinai dans un petit écrit que je divulguai dans notre Compagnie au commencement de 1738, après avoir déja proposé mon avis sur ce sujet à M. Godin dans diverses lettres particulieres, principalement dans une du 20 Décembre précédent. Il étoit du bien du service que personne de la Compagnie n'ignorât l'ordre général de notre marche sur les montagnes, afin que chacun sçût toujours ce qu'il avoit à faire, lorsqu'éloigné dans des Déserts, il ne seroit pas à portée de le demander. Le Lecteur reconnoîtra aisément qu'il n'y avoit pas d'autre parti à prendre que de faire successivement deux stations sur l'espece de Méridienne que forment les côtés exterieurs Orientaux, par exemple, des triangles comme, en B & en C (*Fig.* 20.) & de passer ensuite sur l'autre Méridienne AH, formée par les côtés exterieurs Occidentaux, afin d'y faire aussi successivement deux stations, comme en D & en F. C'est la marche que doit suivre une des Compagnies qui ne laisse à l'autre qu'un seul angle à mesurer de chaque triangle ; mais afin de ne blesser en rien les droits de cette seconde, il suffit qu'elle observe le même ordre dans ses stations, mais toujours sur la Méridienne opposée ; il faut qu'elle se trouve en C & en E, pendant que Figure 20.

la premiere eſt en D & en F. Il eſt vrai que cette ſeconde troupe meſure un des angles déja meſuré, & qui l'eſt par conſéquent deux fois ; mais on ne doit pas regarder cela comme un grand inconvénient, ſuppoſé que c'en ſoit un. Les deux Compagnies ne ſe rencontrent par cette diſpoſition jamais enſemble dans les mêmes poſtes, elles ſe trouvent à la vûe l'une de l'autre chacune ſur ſa Méridienne, elles en changent réciproquement après deux ſtations conſécutives, & elles ne ſont toujours ſéparées que par la longueur d'un côté de triangle ; ce qui les met à portée de ſe communiquer & de s'aider mutuellement dans l'adminiſtration des ſignaux, ſans jamais s'embarraſſer.

71. Nous nous ſommes en général conformé à cet arrangement, quoique les occaſions nous ayent quelques fois obligés de nous en éloigner. Il étoit bon au commencement de l'ouvrage de meſurer les trois angles de chaque triangle, pour mieux nous aſſurer de l'état de nos quarts de cercles ; ce que nous pouvions faire d'autant plus aiſément que les premieres ſtations étoient à peu de diſtance de Quito qui étoit notre réſidence ordinaire. L'indéciſion de M. Godin me mit dans la néceſſité de faire placer un ſignal qui devint le commencement d'une ſuite différente de triangles, & nous ne nous rejoignîmes qu'au 8me. Nous continuâmes M. de la Condamine & moi juſques-là à meſurer les trois angles, & nous le fîmes encore par quelques raiſons particulieres dans les deux triangles ſuivans. Ainſi dans les 10 premiers nous avons généralement pris tous les angles avec deux quarts de cercles différens, celui de M. de la Condamine & le mien ; & outre cela il y a eu deux angles de ceux de ces triangles qui nous ont été communs avec M. Godin, qui ont encore été pris avec un autre quart de cercle. La même choſe eſt arrivée dans les triangles 14me, 15me, & 16me & dans les auxiliaires qui les accompagnoient, parce que nous ne voulûmes

pas perdre le trop long séjour que nous nous trouvâmes obligés de faire aux environs de Riobamba. A l'égard des autres, l'arrangement premierement pris a été suivi : nous avons de notre côté mesuré deux angles de chaque triangle avec nos deux quarts de cercles, & l'autre Compagnie qui a pris le 3me angle, a outre cela mesuré comme je l'ai dit plus haut un des deux autres que nous avions observés. Nous nous sommes separés derechef au 27me triangle afin de poursuivre la Méridienne au-delà de Cuenca & de profiter de la pleine de Tarqui qui nous offroit une base dont nous pouvions obtenir la longueur par la mesure actuelle avec autant de facilité que d'exactitude. Dans ces derniers triangles qui nous été propres à M. de la Condamine & à moi, nous avons encore presque toujours mesuré les trois angles avec nos deux quarts de cercles. Ainsi on voit que nous avons réussi à donner à notre travail un avantage particulier qu'on n'a pas toujours procuré aux autres ouvrages dans le même genre qu'on a entrepris jusques à présent. Non-seulement nous n'avons jamais cru devoir conclure le troisiéme angle d'un triangle en observant les deux premiers ; nous avons toujours observé actuellement les trois angles : deux angles au moins ont toujours outre cela été mesurés par le moyen de deux différens quarts de cercles, & il y en a eu un très-souvent mesuré par trois quarts de cercles ; & cela toujours avec le concours d'un grand nombre d'Observateurs.

72. Il nous a fallu pour former cette longue suite de stations élever des signaux par tout ; les montagnes ne fournissant pas de point assez précis. Nos triangles se sont étendus d'une cordeliere à l'autre ; c'est ce qui en a reglé la grandeur ; ou pour mieux dire ils se sont appuyés de part & d'autre sur les deux chaînes de Montagnes dont la grande Cordeliere est formée aux environs de Quito, & dont la direction ne s'éloigne pas extrêmement de celle du Méridien. Je crois pouvoir me-

dispenser de mettre ici une vûe & un profil des deux Cordelieres; ce qui donneroit néanmoins une idée plus distincte des choses: il vaut mieux reserver pour ma Relation historique lorsque j'aurai la commodité de la publier, ces deux estampes curieuses, de même que le plan de la Ville de Quito que j'eus le soin de lever peu de tems après mon arrivée dans cette Ville. S'il n'y avoit eu qu'une seule chaîne de montagnes dans la partie du Pérou où nous opérions, nos triangles se trouvoient très-élevés par un côté & très-bas par l'autre: au lieu que l'autre Cordeliere placée par une disposition particuliere de la Nature parallelement à la premiere, a comme servi à rétablir le niveau; & tous nos triangles se sont trouvés en l'air élevés de 7 à 8 cent toises au-dessus du terrein le plus habité, & d'environ 2000 toises au-dessus du niveau de la Mer. Pour revenir aux signaux nous les faisions quelquefois en pyramide par plusieurs pieces de bois; mais le plus souvent nous nous sommes servis, conformément à la proposition de M. Godin, des canonieres ou petites tentes dont nous étions munis. Comme ces tentes ne laissoient aucun vestige, nous avons cru devoir en marquer le poste soit en le creusant soit en y entassant des pierres; cela n'empêchera pas néanmoins qu'il ne soit assez difficile en quelques années d'ici de retrouver quelqu'uns de ces endroits, d'autant plus que les pluyes continuelles & les fréquens tremblemens de terre produisent en peu de tems dans les montagnes du Pérou des changemens considérables, quoique moins subits que ceux qu'ont reçûs nos stations de Cotopaxi, qui ont été entierement boulversées par la nouvelle éruption de ce Volcan dont j'ai parlé dans les Mémoires de 1744. Une autre difficulté qui peut contribuer encore à faire méconnoître les endroits que nous avons occupés, c'est la différence des noms connus seulement dans ces Déserts de quelques Pasteurs Indiens, qui en laissent perdre la tradition ou qui en imposent

ſouvent de nouveau ſelon leur caprice. Je ne puis rien faire de mieux que de rapporter exactement tous ceux qui ſont venus à ma connoiſſance, ſans dédaigner d'entrer dans le détail de leurs étimologies Péruviennes, & en les écrivant conformément à l'orthographe Françoiſe autant qu'il eſt poſſible; puiſqu'il ne s'agit que de rendre les mêmes ſons & non pas de ſçavoir comment les Eſpagnols écrivent des noms dont ils alterent ſouvent eux-mêmes la vraye prononciation. Enfin la Carte que je donne de la Méridienne ſuppléera au reſte, & montrera la diſpoſition générale des triangles, en indiquant auſſi le lieu particulier de chaque ſtation, beaucoup mieux que je ne le pourrois faire par de très-longs diſcours. C'eſt un témoignage que je ne me laſſe pas de rendre, parce que je l'ai rendu dans tous les tems avec le même plaiſir, que M. de Ulloa a non-ſeulement aſſiſté de mon côté à toutes ces opérations Trigonométriques mais qu'il y a auſſi eu part : il a regardé dans les lunettes de mon quart de cercle, & il a diſcuté avec moi la grandeur de tous les angles; excepté dans quelques ſtations vers le milieu de la Méridienne qu'il eſt inutile d'indiquer, ſa ſanté ne lui permettant pas de réſider ſur des montagnes où on reſſentoit ſous une tente toutes ſortes d'incommodités, & l'ouvrage d'ailleurs ne devant pas s'interrompre.

73. Je ne rapporte ici que les angles reputés vrais, c'eſt-à-dire tels qu'ils me ſont venus, je ne dis pas ſimplement après que je leur ai appliqué les corrections abſolument néceſſaires dont j'ai parlé ci-devant, mais une nouvelle correction lorſque la ſomme des trois angles, ne faiſoit pas exactement 180 degrés. Les premieres corrections n'avoient rien d'arbitraire, elles remédioient à des erreurs bien connues; au lieu que la derniere étoit moins décidée, eu égard à la diſtribution qu'il en falloit faire. Quelques fois je l'ai partagée également entre les trois angles; d'autres fois je l'ai diſtri-

buée inégalement, en regardant comme plus exacts les angles qui s'étoient trouvés précisement de la même grandeur par les différens quarts de cercles & mesurés par les divers Observateurs : mais ce que je puis affirmer, c'est que cette correction n'est jamais tombé que sur une très-petite partie de minute ou que sur un petit nombre de secondes, parce qu'il s'en est toujours fallu très-peu que les trois angles n'ayent fait exactement 180 degrés. Il n'a été ordinairement question que de repartir 15 ou 20 secondes, souvent beaucoup moins, & l'erreur totale n'est allé à une 30e de secondes que dans quelques rencontres très-rares. Chaque Académicien ayant observé avec un quart de cercle différent, il naît tout autant de différentes déterminations des mêmes angles & des triangles. Je ne vais rendre compte que de la mienne : mais les communications réciproques que nous nous sommes faites non-seulement des premieres mesures, mais des quantités auxquelles chacun de nous s'est arrêté en dernier lieu, m'autorisent à dire que les petites différences qu'on verra entre nous, lorsque les autres déterminations seront publiques, ne feront que justifier que ce sont des Observateurs attentifs qui ont opéré séparement, en se servant de quarts de cercles vérifiés avec soin.

ANGLES.

TRIANGLE. I.	$77^d\ 35'\ 38''$	à la Pyramide de Carabourou, extrêmité Septentrionale de la base d'Yarouqui.
	$63^d\ 48'\ 14''$	à la Pyramide d'Oyambaro, extrêmité Méridionale de la base.
	$38^d\ 36'\ 8''$	au signal de Pambamarca, * au *Poucara* ou Forteresse ancienne des Indiens au-dessus du Quinché.

* *Pamba marca*, la Forteresse de la plaine ; *Marca* signifiant Forteresse, & *Pampa* plaine.

La

La base ou la distance de la Pyramide de Carabourou à celle d'Oyambaro est de 6274 toises 0 pi. $4\frac{1}{8}$ pou. ou de 6274. 057 toises.

Donc la dist. de Pambamarca à { Carabourou 9023. 15 tois. / Oyambaro 9821. 22 tois.

ANGLES

TRIANGLE II.
- 74^d 10′ 57″ à Oyambaro
- 69^d 46 38 à Pambamarca.
- 36^d 2 25 à Sinchoulagoüa de Tanlagoua.

Donc la distan. de Tanlagoua à { Oyambaro 15663. 70 tois. / Pambamarca 16060. 60 tois

TRIANGLE III.
- 38^d 36′ 32″ à Pambamarca.
- 89^d 14 4 à Tanlagoua.
- 52^d 9 24 au pied du sommet pierreux de Pichincha sur la coline qui s'étend vers Quito.

Donc la dist. de Pichincha à { Tanlagoua 12690. 85 tois. / Pambamarca 20336. 06 tois

TRIANGLE IV.
- 39^d 46′ 57″ à Pambamarca
- 61^d 6 30 à Pichincha
- 79 [illegible] 33 à Changailli dans un champ de la Paroisse de Pintac.

Donc la distan. de Changailli à { Pambamarca 18132.00 tois / Pichincha 13251.21 tois.

TRIANGLE V.
- 58^d 26′ 18″ à Pichincha
- 82^d 57 38 à Changailli
- 38 36 4 au pied de Chousalong* ou du sommet pierreux du Coraçon de Bario-nuevo vis-à-vis du Bourg de Machaché.

Donc la distan. du Coraçon à { Pichincha 29079. 39 tois. / Changailli 18097. 67 tois.

* *Cœur* en langue Indienne.

ANGLES

TRIANGLE VI.
- $41^d\ 14'\ 43''$ à Changailli
- $74^d\ 8\ 18$ au Coraçon
- $64^d\ 36\ 57$ à Pouca-ouaicou sur la croupe de Cotopaxi presque deux cens toises au-dessous du terme constant du bas de la neige.

Donc la distan. de Cotopaxi à { Changailli 19268. 95 toiſ. / au Coraçon 13206. 99 toiſ.

TRIANGLE VII.
- $21^d\ 22'\ 14''$ au Coraçon
- $81^d\ 46\ 54$ à Cotopaxi
- $76^d\ 50\ 52$ à Papa-ourcou ** au-dessus d'Ilitiou maison de campagne des PP. Jésuites.

Donc la dist. de Papaourcou à { Cotopaxi 4942. 13 toiſ. / Coraçon 13423. 16 toiſ.

Les signaux particuliers qui nous ont servi pendant que les autres nous étoient communs avec M. Godin, sont ceux de Pichincha, Changailli & Cotopaxi. M. Godin avoit aussi un signal sur cette derniere montagne, mais le nôtre étoit plus haut & plus Sud.

TRIANGLE VIII.
- $41^d\ 37'\ 4''$ au Coraçon
- $94^d\ 6\ 41$ à Papa-ourcou
- $44^d\ 16\ 15$ à Milin au-dessus de Saquisili

Donc la distan. de Milin à { Coraçon 19180. 01 toiſ. / Papa-ourcou 12771. 43 toiſ

Triangle subsidiaire du VII & VIII.
- $62^d\ 56'\ 13''$ au Coraçon.
- $75^d\ 17\ 45$ à Cotopaxi.
- $41^d\ 46\ 2$ à Milin.

La distance de *Cotopaxi* au *Coraçon* est de 13206. 99 par le triangle VI.

* Montagne des pommes de terre, *Ourcou* signifiant Montagne, & *Papas* les pommes de terre qui font une grande partie de la nourriture des gens du pays.

Donc la distance de *Milin* au *Coraçon* est de 19177. 38 toiſ.

75. Cette diſtance diffère de $2\frac{63}{100}$ toiſes de celle que nous a donné le triangle VIII. & ſi l'on prend une eſpece de milieu en diviſant cette différence proportionellement aux plus grandes erreurs qu'on doit craindre dans chaque diſpoſition, quoique cette maniere de partager l'erreur ne ſoit pas tout à fait exacte, on aura 19178. 65 toiſes pour la diſtance moyenne de Milin au Coraçon. De cette diſtance moyenne, on conclut par le triangle VIII. que celle de *Milin* à *Papa-ourcou* que nous trouvions de 12771. 43 toiſes, eſt de 12770. 52 toiſes. C'eſt cette derniere diſtance qui ſert de baſe aux triangles ſuivans, leſquels ont été communs aux deux Compagnies: Je la communiquai dans le tems à M. Godin qui me répondit qu'il la faiſoit de 12769. 685 toiſes. La différence n'eſt pas d'une toiſe, elle n'eſt que $\frac{85}{100}$.

ANGLES.

TRIANGLE IX.
- $60^d\ 31'\ 36''$ à Papa-ourcou.
- $60^d\ 31\ 36$ à Milin.
- $58^d\ 56\ 48$ à Oüangotaſſin au-deſſus de Palopos.

Donc la diſtan. d'Oüangotaſſin à { Papa-ourcou 12977. 68 toi. / Milin . . 12977. 68 toiſ.

TRIANGLE X.
- $52^d\ 18'\ 35''$ à Milin.
- $78^d\ 23\ 27$ à Oüangataſſin.
- $49^d\ 17\ 58$ à Choulapou ſur Sagotoa.

Donc la diſtan. de Choulapou à { Milin 16767. 87 toiſ. / Oüangotaſſin 13545. 99

TRIANGLE XI.
- $34^d\ 47'\ 55''$ à Oüangotaſſin.
- $73^d\ 54\ 24$ à Choulapou.
- $71^d\ 17\ 41$ à Hivicatſou au-deſſus du Bourg ou Village de Pillaro.

Donc la diſtan. de Hivicatſou à { Oüangotaſſin 13740. 93 toiſ. / Choulapou 8161. 71 toiſ.

ANGLES.

TRIANGLE XII.
75d 56′ 22″ à Choulapou
68d 53 22 à Hivicatſou.
35d 10 16 à Chichichoco au pied de Pougnalic auprès de Mocha.

Donc la diſt. de Chichichoco à { Choulapou 13218. 21 toiſ. / Hivicatſou 13744. 56 toiſ.

TRIANGLE XIII.
34d 29′ 5″ à Hivicatſou.
72d 6 20 à Chichichoco.
73d 24 35 à Moulmoul au-deſſus du Bourg de Quero.

Donc la diſt. de Moulmoul à { Hivicatſou 13647. 87 toiſ. / Chichichoco 8120. 05 toiſ.

TRIANGLE XIV.
48d 51′ 41″ à Chichichoco.
54d 19 11 à Moulmoul.
76d 49 8 à Goüyama au pied du ſommet pierreux d'Ygoualaté.

Donc la diſt. de Goüyama à { Moulmoul 6280. 85 toiſ. / Chichichoco 6774. 26 toiſ.

TRIANGLE XV.
60d 49′ 30″ à Moulmoul
91d 22 26 à Goüayama
27d 48 4 à Ilmal au-deſſus du Bourg de Quimiac.

Donc la diſtan. d'Ilmal à { Moulmoul 13462. 67 toiſ. / Goüayama 11758. 11 toiſ.

TRIANGLE XVI.
71d 35′ 51″ à Goüayama.
67d 20 40 à Ilmal.
41d 3 29 à la Coulebrilla ou Dolomboc, ou Siça-pongo (porte des fleurs) au-deſſous de la petite Ville de Riobamba.

Donc la diſt. de Siça-pongo à { Goüayama 16520. 14 toiſ. / Ilmal 16986. 02 toiſ.

Triangles auxiliaires du XV. & XVI.

$69^d\ 54'\ 45''$ à Moulmoul.
$68^d\ 39\ 41$ à Goüayama.
$41^d\ 25\ 34$ à Nabouſſo au-deſſus du Bourg de Penipé.

De Moulmoul à Goüayama 6280. 85 toiſ. ſelon le triangle XIV.

Donc de Goüayama à Nabouſſo 8915. 11 toiſes.

ANGLES.

$77^d\ 53'\ 1''$ à Goüayama.
$59^d\ 55\ 32$ à Nabouſſo.
$42^d\ 11\ 27$ à la Cantera d'Amoula.

Donc de Goüayama à Amoula 11487. 44 toiſ.

$55^d\ 16'\ 46''$ Gouayama.
$63^d\ 37\ 58$ à Amoula.
$61^d\ 5\ 16$ à Ilmal.

Donc de Goüayama à Ilmal 11757. 91 toiſes, & reſolvant derechef le triangle XVI. en prenant cette derniere diſtance pour baſe, on aura d'Ilmal à Siça-pongo 16985. 73 toiſ.

$94\ 15'\ 4''$ à Gouayama.
$58^d\ 23\ 15$ à Nabouſſo.
$27^d\ 21\ 41$ à Siça-pongo.

De Goüayama à Nabouſſo 8915. 11 toiſ.

Donc de Goüayama à Siça-pongo 16519. 31 toiſ.

D'où on conclut en reſolvant encore une fois le triangle XVI. la diſtance d'Ilmal à Siça-pongo de 16685. 27 toiſ.

79. Ainſi nous avons ces trois nombres différens 16986. 02 toiſ. 16985. 73 & 16985. 27 toiſ. le premier trouvé immédiatement par le triangle XVI. & les autres par les quatre triangles auxiliaires, pour la diſtance de Siça-pongo à Ilmal. Nous prenons comme ci-devant

une espece de milieu & nous nous arrêtons à 16985. 69 toiſ.

ANGLES.

TRIANGLE XVII
48d 31′ 50″ à Siça-pongo.
63 39 49 à Ilmal.
67 48 21 à Zagroum au-deſſus du Village ou Bourg de las Cevadas

Donc de Zagroum à { Siça-pongo 16440. 78 toiſ. / Ilmal 13745. 99 toiſ.

TRIANGLE XVIII.
47d 28′ 29″ à Siça-pongo.
52 1 15 à Zagroum.
80 30 16 à Lanlangouſſo au-deſſus de Poul.

Donc de Lanlangouſſo à { Siça-pongo 13139. 19 toiſ. / Zagroum 12284. 82 toiſ.

TRIANGLE XIX.
71d 0′ 57″ à Zagroum.
47 46 32 à Lanlangouſſo.
61 12 31 à Senegoüalap au-deſſus d'Atapou.

Donc de Senegoüalap à { Zagroum 10380. 37 toiſ. / Lanlangouſſo 13255. 27 toiſ.

TRIANGLE XX.
66d 28′ 39″ à Lanlangouſſo.
55 40 51 à Senegoualap.
57 50 30 à Chouſeaï au-deſſus du Bourg d'Alauſſi.

Donc de Chouſeaï à { Lanlangouſſo 12931. 62 toiſ. / Senegoualap 14356. 35 toiſ.

TRIANGLE XXI.
78d 5′ 56″ à Senegoüalap.
45 21 35 à Chouſeaï.
56 32 29 à Tiouloma ou Sachattian au-deſſus de Soula.

Donc de Sachattian à { Senegoüalap 12244. 03 toiſ. / Chouſeaï 16838. 08 toiſ.

TRIANGLE XXII.
50d 53′ 1″ à Chouſeaï.
51 55 26 à Sachattian.
77 11 33 à Sinazahoüan un des ſommets de Laſſouay-

ANGLES.

Donc de Sinazahoüan à	Chouseaï	13593. 00 toiſ.
	Sachattian	13997. 42 toiſ.

TRIANGLE XXIII.	56d 59′ 53″	à Sachattian.
	50 38 45	à Sinazahouan.
	72 21 22	à Yougloüil ou Quinoa-loma*.

Donc de Quinoa-loma à	Sachattian	10870. 81 toiſ.
	Sinazahouan	11790. 42 toiſ.

TRIANGLE XXIV.	86d 39′ 20″	à Sinazahouan.
	48 53 36	à Quinoa-loma.
	44 27 4	à Boueran au-deſſus du Bourg de Cagnar.

Donc de Boueran à	Sinazahouan	12685. 89 toiſ.
	Quinoa-loma	16807. 55 toiſ.

TRIANGLE XXV.	47d 24′ 49″	à Quinoa-loma.
	47 11 48	à Boüeran.
	85 23 23	à Yaſſouay.

Donc d'Yaſſouay à	Quinoa-loma	12371. 59 toiſ.
	Boueran	12414. 86 toiſ.

TRIANGLE XXVI.	85d 7′ 13″	à Boueran.
	32 55 33	à Yaſſouay.
	61 57 14	à Sourampalté ou Cahouapata au-deſſus de Bourgay.

Donc de Cahouapata à	Boueran	7646. 01 toiſ.
	Yaſſouay	14015. 73 toiſ.

TRIANGLE XXVII.	49d 20′ 56″	Yaſſouay.
	77 42 5	Cahouapata.
	52 56 59	Borma au-deſſus du Bourg de Paccha.

Donc de Borma à	Yaſſouay	17158. 21 toiſ.
	Cahouapata	13323. 54 toiſ.

*Quinoa-loma la coline de la Quinoa qui eſt une graine ronde, blanche & un peu transparente dont le goût a quelque rapport à celui du Ris.

ANGLES.

TRIANGLE XXVIII.
34d 8′ 37″ à Cahouapata.
91 44 49 à Borma.
54 6 34 à Pougin ou Pougeaï à l'entrée de la plaine de Tarqui.

Donc de Pougin à { Cahouapata 16438. 36 toiſ. / Borma 9230. 63 toiſ.

TRIANGLE XXIX.
37d 47′ 38″ à Borma.
83 53 50 à Pougin.
58 18 32 à Pillachiquir au-deſſus de Combés.

Donc de Pillachiquir à { Borma 10786. 70 toiſ. / Pougin 6648. 01 toiſ.

TRIANGLE XXX.
38d 4′ 24″ à Pougin.
54 29 49 à Pillachiquir.
87 25 47 à Ailparoupachca (*terre brûlée* en langue du pays.)

Donc d'Ailparoupachca à { Pillachiquir 4103. 75 toiſ. / Pougin 5417. 48 toiſ.

TRIANGLE XXXI.
16d 31′ 17″ à Pougin.
72 50 22 à Ailparoupachca.
90 38 31 à Chinan, extrêmité Auſtrale de notre ſeconde baſe dans la plaine de Tarqui.

Donc de Chinan à Pougin 5176. 55 toiſ.

TRIANGLE XXXII.
94d 58′ 10″ à Pougin.
6 20 23 à Chinan.
78 41 27 à Hoüahoütarqui (*le petit Tarqui* ou *l'enfant Tarqui*,) terme Boréal de la ſeconde baſe.

77. Donc la longueur de la ſeconde baſe conclue par la ſuite de tous les triangles, ou la diſtance de Chinan à Hoüahoüatarqui eſt de 5259. 21 toiſes : au lieu que cette diſtance par la meſure actuelle qui en a été priſe en

en 1739 à la suite de toutes nos opérations trigonométriques, a été trouvée en mettant les perches horisontalement comme nous l'observions à l'égard de la premiere base, de 5268 tois. 4 pi. $3\frac{1}{5}$ pouc., ou de 5258. 71 tois. Cette derniere longueur a déja reçu les petites corrections qu'exigeoit la diverse longueur des perches par les viscissitudes du tems, & j'ai pris outre cela le milieu entre les deux mesures faites dans les deux sens opposés, * lesquelles ne différoient entr'elles que de quelques pouces. Mais cette seconde base formant une longueur à échellons, il faut y ajouter environ $\frac{10}{100}$ tois. pour la reduire à la ligne droite, ce qui donne 5258. 90 tois. ou 5258 tois. 5 pieds presque 5 pouces. Ainsi la différence entre la longueur réelle de cette seconde base & celle qui résulte par le calcul de la suite des triangles, est de $\frac{11}{100}$ tois. ou d'un peu moins de deux pieds : différence qui est si peu considérable vû, toutes les circonstances, qu'on avouera aisément qu'elle est plus propre à justifier la bonté de toutes les observations précédentes qu'elle ne doit servir à les corriger. Entre les différentes manieres qui se présentent d'y avoir égard, il me paroît que le parti le plus simple, est d'assujettir à la seconde base les derniers triangles depuis le 14me, à cause de la diminution que souffrit la longueur des côtés entre Moulmoul & Gouayama; nos triangles qui s'étendoient d'une Cordeliere à l'autre, étant venus s'apuyer tout à coup dans cet endroit sur un groupe de montagnes qui est entre deux.

* Voyez Num. 20.

Détermination particuliere des endroits où ont été faites les observations Astronomiques.

78. En mesurant la plaine de *Tarqui*, je marquai sur la base divers points d'où l'on voyoit les environs de la maison de *D. Pedro de Sanpertigué*, qui se nomme *Mama tarqui*, * qui est retirée dans un enfoncement du cô-

** *Legrand Tarqui ou la Mere Tarqui.*

té de l'Orient, & dans laquelle nous nous proposions de faire l'observation Astronomique. Sur une portion de 439 toises 4 pieds de la base, je formai un triangle, mais qui au lieu de se terminer à la maison même qui ne se voyoit pas des deux stations, ne se terminoit qu'à une cabane d'Indien qui en étoit à quelque distance. Si TX (*Figure* 21) représente la partie Australe de la base de Tarqui, dont T est le terme, AB sera la portion de 439 toiſ. 4 pieds: C sera la cabane de l'Indien; & l'angle C étoit de 48d 16′, pendant que les angles B & A sur la base étoient de 79d 36′ & de 52d 8′, le point B étant éloigné du terme Sud T ou de Chinan de 1322 toiſ. 1 pied, & le point A de 1761 toises 5 pieds. Le point D représente en même tems le lieu même de l'observation ou le milieu de la place qu'occupoit l'instrument dans la maison de *Mama-tarqui*; la distance CD se trouva par la mesure actuelle que j'en pris de 89 toiſ. 2 pieds sur une direction qui déclinoit du Septentrion vers l'Occident de 22 degrés; au lieu que la base TX décline du Septentrion vers l'Orient de 32d 26′ comme on le verra dans la suite. M. de la Condamine voulut depuis n'employer absolument qu'un seul triangle, ce qui étant plus immédiat & plus simple étoit préférable; quoique la base de ce second triangle fut plus petite. Les deux méthodes s'accorderent à donner précisement la même place à l'Observatoire & nous apprendre qu'il étoit éloigné de la base vers l'Orient de 530 ½ toises sur une perpendiculaire ED éloignée de Chinan ou du terme Sud de la distance TE, de 1353 toises: Cette entiere conformité m'autorisa à ne rien faire de plus sur ce sujet.

Figure 21.

79. Il a été nécessaire à l'extrêmité Septentrionale de la Méridienne de former un grand triangle pour y lier *Cochesqui* maison de campagne de D. Emanuel Frayré à quelque distance au Nord de la riviere de *Pisqué* sur la colline Australe de Mohanda dans la Paroisse de *Toca*-

ché; maison que j'avois choisie pour y faire l'autre observation. Ce triangle s'appuye à *Cochesqui* sur une *Tola* ou ancien Sépulchre d'Indiens, qui est un petit monticule à quelques toises vers le Sud & vers l'Orient de la maison, comme j'aurai soin de le spécifier d'une maniere plus particuliere. Je me contente actuellement de décrire ce triangle dont on verra la disposition à l'égard des autres dans la Carte de la Méridienne que je joins ici.

ANGLES.

33d 57′ 15″	à Oyambaro terme Sud de la premiere base.	
61 37 33	à Sinchoulagoua de Tanlagoua.	
83 25 12	à *la Tola* de Cochesqui.	

Donc de *la Tola*	Tanlagoua	8806. 65 toises
de Cochesqui à	Oyambaro	14002. 28 toises.

80. Au surplus je dois avertir qu'on n'a point à craindre qu'il se soit glissé d'erreurs dans les suputations précédentes ni dans celle que je rapporterai par la suite, au moins d'erreurs qui puissent tirer à conséquence. A mesure que nous formions nos triangles & aussi-tôt que j'en avois seulement obtenu deux angles, j'en faisois sur le champ un premier calcul qui ne pouvoit pas être entierement exact, mais qui m'apprenoit au moins la longueur des côtés en toises. J'ai depuis entrepris le même travail en poussant la discussion plus loin, aussi-tôt que j'ai eu la mesure des trois angles, & je l'ai réperée encore une autre fois, sans compter que diverses parties ont été sujettes à une quatriéme & cinquiéme vérification.

TRIOSIEME SECTION.

Dans laquelle on réduit les triangles au plan de l'Horiſon & on compare leurs côtés à la direction de la Méridienne.

I.

Des hauteurs des ſtations les unes par rapport aux autres.

1. C'Eſt un travail que nous avons eu de plus dans nos opérations, & que nous ne pouvions nous diſſimuler, que de faire une attention expreſſe à l'inclinaiſon de nos triangles qui étoient tous dans des plans très-différens, les uns par rapport aux autres. On a pu en France s'épargner cette peine, ou au moins ſe contenter d'examiner la choſe d'une maniere générale: au lieu qu'il nous a fallu pouſſer la diſcution juſqu'au dernier détail, puiſqu'il eſt certain que ſi nous euſſions voulu étendre ſur un même plan ſans y rien changer les triangles que nous avions formés, & qui étoient appuyés par chacun de leurs angles ſur des ſommets de montagnes de hauteur très-différentes, la ſituation de tous leurs côtés ſe fut alterée & le terrein défiguré; la ſuite des triangles perdant ſa vraye direction, & ſe détournant vers la droite ou vers la gauche. Une Carte quelque exacte qu'elle ſoit ne donne qu'une idée trop imparfaite d'un pays comme la Cordeliere du Pérou; & il eſt certain que cette Carte ſeroit très-défectueuſe par rapport à nos recherches, ſi on la conſtruiſoit par les triangles bruts, pour ainſi dire, qui réſultent de la premiere meſure. C'eſt ce que la premiere inſpection du pays nous a fait ſentir; & ce qui nous a obligés en

même tems que nous mesurions les angles que nous pouvons nommer horisontaux, quoiqu'il s'en fallut beaucoup qu'ils le fussent, d'observer respectivement les angles de hauteur & de dépression de tous nos signaux, afin de pouvoir en projettant sur l'horison tous les triangles dont la situation étoit si irréguliere, les reduire à d'autres qui formassent ensemble une surface parfaitement continue.

Méthode de déterminer la hauteur relative des stations.

2. Il est si facile de déterminer l'élevation respective des stations, les unes au-dessus des autres, aussi-tôt qu'on a mesuré tous les angles de dépression, & de hauteur, que nous nous dispenserions d'en parler si nous ne nous proposions de mettre tous les Lecteurs en état de vérifier plus aisément nos calculs. Soient A & H (*Fig.* 22.) deux stations consecutives, C le centre de la terre & AD un arc de cercle, qui ayant ce point pour centre, passe par la station la plus basse : la seconde station H, sera plus haute que la premiere, de toute la quantité HD ; & il s'agit donc de découvrir cette hauteur. La principale attention qu'il faut avoir afin de diminuer la prolixité de l'opération, c'est d'éviter de se servir des rayons de la terre, qui ne s'exprimeroient que par de très-grands nombres : on peut aussi en faveur de la facilité, ne pas s'attacher à la précision géométrique ; pourvû qu'il soit certain qu'on ne s'expose à tomber dans aucune erreur sensible. Figure 22.

3. La distance AH est connue par la résolution des triangles qui servent à lier les stations ; triangles que nous nommons horisontaux pour les distinguer des autres. Comme cette distance AH, n'est jamais inclinée que de quelque degrés, on peut en la supposant horisontale, l'évaluer en minutes, & en secondes de degrés de grand

cercle, & on aura la valeur de l'angle C au centre de
Figure 22. la terre, mesuré par l'arc AD. Prenant la moitié de cet angle, on obtiendra l'angle EAD formé par la corde AD & la tangente AE au cercle au point A, laquelle sert d'horison à ce même point. Il n'y aura donc qu'à ajoûter ce dernier angle à l'angle de la hauteur du signal H, pour avoir l'angle HAD de sa hauteur au-dessus de la corde AD. On doit seulement considerer que la réfraction terrestre fait paroître le signal H plus haut qu'il n'est réellement; qu'elle le fait paroître en B, & que c'est l'angle BAE, & non pas l'angle HAE qu'on obtient par l'observation. Ainsi il faut retrancher de l'angle de la hauteur apparente BAE la refraction BAH, pour avoir l'angle vrai de hauteur HAE; & c'est à ce dernier qu'il faut ajouter l'angle EAD, égal à la moitié de l'angle au centre C de la terre, pour avoir l'angle HAD. Quant à l'angle ADB, ce sera toujours l'angle droit augmenté du même demi-angle au centre de la terre, ou de l'angle que fait la corde AD avec la tangente au cercle au point D. Enfin resolvant le triangle HAD dont on connoîtra les angles, & le côté AH, on trouvera la quantité verticale requise HD, dont la seconde station H est élevée au-dessus de la premiere A.

4. La base, par exemple, que nous avons mesurée dans la plaine d'Yarouqui est de 6274. 057 toises: elle occupe un espace de 6′ 37½″; & lorsque du terme Boreal A on observe la hauteur du terme Austral H, on la trouve de 1ᵈ 6′ 30″, ce qui donne 1ᵈ 5′ 43″, pour la hauteur vraye, ou pour l'angle HAE, en retranchant la réfraction. L'angle total HAD est donc de 1ᵈ 9′ 2″, l'angle ADH de 90ᵈ 3′ 19″; & par conséquent, l'angle H de 88ᵈ 47′ 39″. Or il suit de toutes ces *données* que la hauteur HD, du terme Austral de la base *d'Yarouqui*, sur le terme Boréal, est d'un peu moins de 126 toises. J'ai passé successivement de la même maniere aux hauteurs de toutes les autres stations: je les rapporte ici, &

je transcris en même tems tous les angles d'inclinaisons, observés presque toujours en compagnie de M. de la Condamine, quoiqu'avec mon quart de cercle. Ces angles sont les apparents, c'est-à-dire, ceux que m'a donné le quart de cercle après qu'il a été vérifié, & ils sont affectés de la réfraction, & de ses irrégularités qui sont quelques fois très-considérables. Ces irrégularités sont en partie cause qu'il n'est pas possible, sur tout dans les circonstances où nous nous sommes trouvés, de déterminer la hauteur des montagnes les unes par rapport aux autres avec la même précision, qu'on réussit à déterminer leurs distances.

Angles de hauteurs & de dépressions apparentes observées à chaque station.

5.				
A Carabourou extrêmité Septentrionale de notre premiere base.	Hauteur d'Oyambaro terme Austral de la premiere base.	1d	6′	9″
	Hauteur de Pambamarca.	5	33	5
	De Tanlagoua.	3	1	34
	De la Croix de Pichincha.	4	10	28
	Du sommet pierreux de Pichincha.	5	35	33
	Du sommet de Cotopaxi.	2	41	9
A Oyambaro extrêmité Méridionale de notre premiere base.	Dépression de Carabourou terme Boréal de la premiere base.	1d	12′	20″
	Hauteur de Pambamarca.	4	20	12
	De Tanlagoua.	1	18	30
	Du sommet pierreux de Pichincha.	4	21	45
	De la *Tola* de Cochesqui.	0	27	34
A Pambamarca.	Hauteur du signal de Pichincha.	0d	9′	53″
	Dépression de Tanlagoua.	1	25	42
	Dépression d'Oyambaro.	4	30	27
	Dépression de Changailli.	2	21	47
A Pambamarca,	Dépression du signal de Guapoulo de M. Godin.	2d	10′	17″.
	De Guamani signal de M. Godin.	0	14	12.

A la *Tola* de Cochesqui.	Hauteur de Pambamarca.	3d	49′	2″
	Hauteur de la croix de Pichincha.	1	34	42
	Hauteur de Tanlagoua.	1	34	22
	Dépression d'Oyambaro.	0	40	32
Au Signal de Pichincha.	Dépression de Carabourou. Le fil aplomb sortoit des divisions du Limbe, & il a fallu estimer le mieux qu'on a pu cette premiere dépression.	5d	3′	26″
	Dépression d'Oyambaro.	3	55	51
	Dépression de Pambamarca.	0	28	26
	Dépression de Tanlaguoa.	2	16	11
	Dépression de Changailli.	3	39	11
	Dépression du signal du Coraçon.	0	12	6
Sur le plus haut sommet pierreux de Pichincha.	Dépression d'Oyambaro.	4d	33′	53″
	Dépression de Pambamarca.	1	2	28
	Dépression de Tanlagoua.	3	12	53
	Dépression de Chimboraço	0	1	30
A la croix de Pichincha.	Dépression de Carabourou.	4d	1′	30″
A Changailli,	Hauteur de Pambamarca.	2d	4′	56″
	Hauteur du signal de Pichincha.	3	25	47
	Du sommet pierreux de Pichincha.	4	3	26
	Du signal du Coraçon.	2	24	31
	De notre signal de Cotopaxi.	2	24	17
	Du sommet de Cotopaxi.	4	17	46
Au Coraçon.	Hauteur du sommet pierreux de Pichincha.	0d	25′	15″
	Hauteur du sommet de Cotopaxi.	2	45	15
	Hauteur de notre signal de Cotopaxi.	0	6	50
	Dépression du signal de Pichincha.	0	7	59
	Dépression de Changailli.	2	42	10
	Dépression du signal de Cotopaxi de M. Godin	0	8	39
	Dépression de Papa-ourcou.	1	45	19
	Dépression de Milin.	1	24	35

A Cotopaxi.	Dépreſſion de Changailli.	2d	42′	54″
	Dépreſſion du Coraçon.	0	19	34
	Dépreſſion de Mîlin.	1	39	14
	Hauteur du ſommet du Coraçon.	0	46	6
A Papa-ourcou.	Hauteur de notre ſignal de Cotopaxi.	4d	59′	8″
	Hauteur du ſignal de Coraçon.	1	30	58
	Hauteur du ſommet du Coraçon.	2	35	17
	Hauteur du ſommet aigu d'Iliniſſa	4	20	19
	Hauteur de l'autre ſommet d'Iliniſſa	3	51	40
	Hauteur d'Oüangotaſſin.	1	0	48
	Hauteur de Chimboraço.	1	26	5
	Dépreſſion de Mîlin.	0	16	32
A Mîlin.	Hauteur du ſignal du Coraçon.	1d	5′	50″
	Hauteur de notre ſignal de Cotopaxi.	1	23	35
	Hauteur de Papa-ourcou.	0	3	30
	Hauteur de Choulapou.	0	24	16
	Hauteur d'Oüangotaſſin.	1	11	20
A Oüangotaſſin.	Dépreſſion de Papa-ourcou.	1d	14′	45″
	Dépreſſion de Mîlin.	1	23	45
	Dépreſſion de Choulapou.	0	40	45
	Dépreſſion de Hivicatſou.	2	14	52
A Choulapou.	Hauteur d'Oüangotaſſin.	0d	27′	15″
	Dépreſſion de Hivicatſou.	2	42	50
	Dépreſſion de Mîlin.	0	40	40
	Dépreſſion de Chichichoco.	0	39	55
A Chichichoco.	Hauteur de Choulapou.	0d	27′	05″
	Hauteur de Hivicatſou.	1	9	19
	Hauteur de Moulmoul.	1	13	10
	Hauteur de Gouyama.	3	29	35
	Hauteur du ſommet de Tongouragoua.	3	11	20

A Moulmoul.	Hauteur de Gouyama.	2d	7′	35″
	Hauteur du sommet de Chimboraço.	4	19	55
	Hauteur du sommet du Coraçon	0	7	5
	Hauteur du sommet de Cotopaxi.	0	55	15
	Hauteur du sommet de Tongouragua.	6	4	45
	Dépression de Chichichoco.	1	20	30
	Dépression de Hivicatsou.	1	55	0
	Dépression d'Ilmal.	0	22	25
A Ilmal.	Hauteur de Moulmoul.	0d	10′	9″
	Huateur de Gouyama,	1	22	59
	Hauteur de Siça-pongo.	0	23	39
	Hauteur de Chimboraço.	3	55	4
	Hauteur de Tongouragua.	2	58	4
	Dépression d'Amoula.	0	53	16
	Dépression de Zagroum.	0	38	46
A Siça-pongo.	Hauteur de Gouyama.	0d	22′	40″
	Hauteur du bas de la flamme du Volcan de Macas.	0	43	0
	Hauteur de Lanlangousso.	0	29	45
	Dépression d'Imal.	0	40	15
	Dépression de Nabousso.	1	17	30
	Dépression de Zagroum.	1	7	45
A Lanlangousso.	Dépression de Siça-pongo	0d	42′	35″
	Dépression de Zagroum.	2	4	20
	Dépression de Senegoualap.	0	22	35
	Dépression de Chougeaï.	1	20	5
A Senegoualap.	Hauteur de Lanlangousso.	0d	10′	39″
	Hauteur du sommet de Sangai, Volcan de Macas.	1	27	44
	Hauteur de Sachattian.	0	3	49
	Dépression de Zagroum.	2	3	51
	Dépression de Chouseay.	0	58	31

A Sachattian.	Hauteur de Sinazahoüan.	0d 26′ 31″
	Dépression de Senegoualap.	0 15 39
	Dépression de Quinoa-loma.	0 58 59
A Sinazahoüan.	Dépression de Sachattian.	0d 40′ 14″
	Dépression de Quinoa-loma.	1 33 6
	Dépression de Chouseaï.	1 42 24
	Dépression de Boüeran.	1 43 4
A Qui oa-loma par M. Godin.	Hauteur de Sachattian.	0d 48′ 32″
	Hauteur de Sinazahouan.	1 21 4
	Dépression de Boüeran.	0 20 57
	Dépression d'Yassoüay.	0 48 27
A Boueran.	Hauteur de Sinazahoüan.	1d 30′ 42″
	Hauteur de Quinoa-loma.	0 3 52
	Dépression d'Yassoüay.	0 32 28
	Dépression de Cahoüapata.	1 14 0
A Yassoüay.	Hauteur de Quinoa-loma.	0d 37′ 23″
	Hauteur de Boueran.	0 21 8
	Dépression de Cahoüapata.	0 21 14
	Dépression de Borma.	1 1 7
A Borma.	Dépression de Pougin.	0d 53′ 13″
A Pougin.	Hauteur de Cahouapata.	1d 2′ 30″
	Hauteur de Borma.	0 44 15
	Hauteur de Pillachiquir.	2 4 47
	Hauteur d'Ailparoupachca.	1 1 0
A Cahouapata par M. de la Condamine.	Hauteur de Boüeran.	1d 6′ 55″
	Hauteur d'Yassouay.	0 8 58
	Dépression de Borma.	0 59 40
	Dépression de Pougin.	1 18 55

A Chinan, terme Sud de la seconde base.	Hauteur de Pougin.	0d 45′ 11″
	Hauteur d'Ailparoupachca	6 23 26
	Dépression de Hoüa-hoüa-Tarquime Nord de la seconde base.	0 32 29
A Hoüa-hoüa Tarqui terme N. de la seconde base.	Hauteur de Pougin.	11d 36′ 19″
	Hauteur de Chinan, terme Sud de la seconde base.	0 27 44

Hauteurs des stations de la Méridienne & de quelques autres montagnes au-dessus du niveau de Carabourou extrêmité Septentrionale de la premiere base. *

	Hauteurs en Toises.	
6.	126	D'Oyambaro.
	883	De Pambamarca.
	517	De Tanlagoua.
	261	De la *Tola* de Cochesqui.
	999	Du signal de Pichincha.
	818	De la croix de Pichincha.
	1208	Du sommet pierreux de Pichincha, qui est à peu près le terme constant du bas de la Neige.
	318	Du signal de Gouapoulo de M. Godin.
	240	De Quito dans la grande Place.
	1783	Du sommet de Cayambour, montagne toujours neigée.
	1774	D'Antissana, montagne toujours neigée, d'où sort le Napo.

* Il faut augmenter toutes ces hauteurs de 1226 toises, lorsqu'on veut avoir les hauteurs absolues au-dessus du niveau de la Mer, comme on le verra dans l'article VII. de cette Section.

Hauteurs en Toises.

182 De Changailli.
937 Du ſignal du Coraçon ou de Chouſalong.
1250 Du ſommet du Coraçon, qui eſt un peu plus haut que le terme inférieur de la glace dans la Zone Torride.
1486 Du ſommet aigu d'Iliniſſa, montagne toujours neigée.
1037 De notre ſignal de Cotopaxi.
1724 Du ſommet de Cotopaxi; Volcan ancien, enflammé derechef, & toujours neigé.
601 De Papa-ourcou.
563 De Mîlin.
854 D'Ouangotaſſin.
719 De Choulapou.
342 De Hivicatſou.
591 De Chichichoco.
773 De Moulmoul.
1009 De Gouyama.
1394 De Tongouragoua, Volcan éteint, mais qui jette cependant de la fumée de tems en tems & qui eſt toujours neigé.
1991 De Chimboraço, * la plus haute montagne que nous ayons obſervée, qui eſt toujours neigée à quelques lieues au Nord de la petite Ville de Riobamba.
482 De Nabouſſo.
709 D'Ilmal.
558 D'Amoula.
868 De Siça-pongo.
582 De Zagroum.
1008 De Lanlangouſſo.
942 De Senegoualap.

* *Raço* ſignifie neige en Indien & *Chimboraço* les neiges de *Chimbo* peuplade d'Indiens qui eſt au pied.

Hauteurs en Toises.

1450 De Sangaï, Volcan de Macas, actuellement enflammé & toujours neigé.
730 De Chouseai.
979 De Sachattian.
1108 De Sinazahoüan.
808 De Quinoa-loma.
746 De Boüeran.
652 D'Yassouay.
592 De Cahouapata.
386 De Borma.
256 De Pougin.
504 De Pillachiquir.
357 D'Ailparoupachca.
185 De Chinan, terme Sud de la seconde base.
140 De Hoüa-hoüa-Tarqui, terme Nord de la seconde base.

I I.

De la réduction des côtés des triangles de la Méridienne à l'Horison.

7. Nous n'avons également qu'à résoudre le triangle ABD (*Fig.* 22) pour découvrir le côté AD, auquel se réduit chaque distance AB d'une station à l'autre, lorsqu'on rapporte cette distance à l'Horison. Nous obtiendrons l'angle BAD, en ajoutant à l'angle BAE de la hauteur apparente du signal H le demi-angle au centre de la terre, ou l'angle que fait la tangente AE avec la corde AD : nous trouverons l'angle D comme ci-devant, en ajoutant à l'angle droit, le demi angle au centre C, & il ne restera plus qu'une seule analogie à faire pour déterminer le côté de projection requis AD.

Figure 22.

Nous employons ici dans la résolution du triangle BAD la hauteur apparente du signal H sans la corriger de la réfraction : on verra la raison de cette omission, si l'on considere que lorsque nous mesurions avec nos quarts de cercles, placés à peu près horisontalement, les angles formés par nos signaux, la réfraction ne laissoit pas de produire son effet sur ces angles. Nous ne pointions pas précisement aux signaux, mais à leur image qui étoit plus haute. Lorsque nous croyons aussi par le calcul trigonométrique, découvrir la vraye longueur des côtés compris entre les stations, nous ne découvrions les distances qu'entre leurs simples apparences. Ceci seroit susceptible de différentes exceptions, sur lesquelles il est d'autant moins nécessaire d'insister, qu'elles seroient plus propres à satisfaire la curiosité de quelques Lecteurs, qu'elles ne seroient utiles par elles-mêmes. Mais enfin il est toujours évident que quoique le sommet H observé du point A paroisse en B par la réfraction, & que quoiqu'on trouve la distance AB, au lieu d'obtenir AH par les triangles horisontaux, on conclura cependant ensuite par la résolution du triangle vertical BAD la vraye longueur de la ligne de projection AD du côté AH, précisement comme si la réfraction, n'avoit rien alteré : & ce seroit encore la même chose si le point apparent B, étoit beaucoup plus élevé par rapport au vrai point H. Figure 22.

8. Outre l'opération précédente, par le moyen de laquelle j'ai réduit les stations de deux en deux au niveau de la plus basse, j'ai encore été obligé de faire une autre réduction pour rapporter absolument tous les côtés de la Méridienne à la même surface horisontale, sans quoi on ne pourroit les considerer à l'extrêmité les uns des autres. Carabourou, le terme Septentrional de notre premiere base, étant l'endroit le plus bas de toutes nos stations, il étoit naturel de tout réduire à son niveau. Ainsi A & H représentant deux montagnes voi-

ſines, ſur leſquelles nous ſommes montés, comme Tan-
Figure 22. lagoua & Pichincha, nous n'avons pas dû nous contenter de réduire la diſtance AH à la corde AD, il nous a fallu encore réduire AD à FG qui eſt un peu moindre & qui eſt au-deſſous, de toute la quantité AF dont Carabourou eſt plus bas que Tanlagoua. On voit clairement que pour découvrir la petite déduction que doit recevoir AD, il ſuffit de tirer du point G, la droite GI parallelement au rayon CA : on aura le petit triangle iſoſcelle DGI dont l'angle G eſt égal à l'angle au centre C de la terre; les deux côtés GD, GI ſeront égaux à AF, & par la réſolution de ce petit triangle, on trouvera la petite quantité ID, qui étant retranchée de AD, donne AI ou FG que nous pouvons regarder comme le côté AB ou AH dernierement réduit.

9. On ne doit pas craindre au reſte qu'il naiſſe d'erreur dans les déterminations précédentes, de la premiere ſuppoſition qu'on eſt obligé de faire, lorſqu'on déduit de la longueur du côté AB la valeur de l'angle au centre C. Si cette crainte ſe trouvoit fondée, il ſuffiroit toujours de recommencer à calculer en prenant AD ou FG déja trouvée, & non pas AB pour la valeur de cet angle : ce ſera aſſez de faire cet eſſai une ſeule fois pour ſe convaincre que ce ſecond calcul donneroit préciſement la même choſe que le premier. Je n'ai pas manqué non plus de m'aſſurer par un examen pouſſé juſqu'au dernier détail, qu'on pouvoit négliger ſans s'expoſer au plus leger inconvénient, la diverſe direction des côtés ou des diſtances des ſtations les unes aux autres, laquelle apporte auſſi quelque différence à la réduction qu'il faut y faire. Cependant comme je n'ai pas pû me livrer à cet examen ſans découvrir le petit changement que recevoit derechef chacun des côtés réduits, il m'a été tout auſſi facile d'y avoir égard.

10. Si la terre étoit parfaitement ronde, il n'importeroit qu'elle fut la direction du côté AB, il n'occu-
peroit

peroit toujours que le même nombre de minutes & de secondes de la circonférence. Ce ne doit pas être précisement la même chose, si la terre est un sphéroïde allongé ou applatti; selon que le côté AB sera dirigé selon le Méridien, ou selon l'Equateur, le rayon AC sera différent, puisque les degrés de l'Equateur ne seront pas alors égaux aux premiers degrés de latitude; & il est évident que si *c* est le centre de la terre, au lieu du point C, la verticale BC prenant la situation B*c* rendra un peu plus longues les cordes AD & FG auxquelles on reduisoit d'abord le côté AB. On peut supposer que le petit intervalle C*c* est la 100me partie du rayon AC: ainsi tirant la petite ligne CK parallelement à la corde AD, elle sera sensiblement la 100me partie de cette corde, ou pour approcher davantage de la rigueur géométrique, elle en sera la 101me partie; & il n'est pas moins clair que la petite augmentation G*g* que recevra FG par la transposition de la verticale BG en B*c*, sera une pareille partie de CK, que la hauteur BG de la plus haute station au-dessus de la premiere ou au-dessus de Carabourou, le sera du rayon BC. Figure 22.

11. supposé donc que BG soit de 1000 ou 1200 toises, ou d'une 3000me partie du rayon terrestre, il s'ensuivra que la petite augmentation G*g* sera une 3000me partie de CK qui est déja une 101me partie de FG; & par conséquent elle sera, eu égard à tout, une 30300me partie de cette même corde FG. C'est le terme de la grandeur qu'elle peut avoir; & cela lorsque le côté AB sera dirigé à peu près selon l'Equateur: car lorsque ce côté approchera d'être dirigé selon le Méridien, la longueur du degré selon cette direction, differera moins de celle des premiers degrés de latitude; & l'intervalle C*c* se trouvant plus petit, l'équation G*g* diminuera dans la même raison, de même que CK. La diminution se fait selon le quarré du Sinus de l'angle que forme le côté AB avec le Méridien: car le petit chan-

Figure 22. gement que souffre le degré selon ses diverses directions, suit ce même rapport, comme nous aurons occasion de le montrer.* C'est une des utilités du premier calcul que je fis d'abord grossierement des triangles horisontaux de la Méridienne, que de m'avoir donné avec nos premieres observations Astronomiques, une notion anticipée de la Figure de la Terre : j'ai pû ensuite m'en servir pour revenir sur mes pas & distinguer entre les divers Elemens que j'avois employés, ceux qui en étoient trop dépendans. Je transcrirai ici pour ne pas éterniser mes détails, qui sont déja si longs, la longueur réduite des seuls côtés Occidentaux de nos triangles; parce que c'est de ces seuls côtés dont je déduirai la grandeur de chaque partie de la Méridienne. Je le pouvois faire également par les côtés Orientaux; mais outre que le peu de distance de Quito à laquelle passent les autres côtés m'a porté à les préferer, il m'a paru encore qu'ils me conduisoient d'une maniere un peu plus directe, d'une des extrêmités de la Méridienne à l'autre.

*Voyez Num. 53. de la sixiéme Section.

Liste des côtés Occidentaux des triangles de la Méridienne reduits à l'Horison & au niveau de Carabourou, exprimés en centiémes de toises.

Distances reduites. Toises.	
8802. 01.	12. De Cochsequi à Tanlagoua.
12678. 78.	De Tanlagoua à Pichincha.
21072. 93.	De Pichincha au Coraçon.
19169. 57.	Du Coraçon à Mîlin.
16763. 84.	De Mîlin à Choulapou.
13214. 92.	De Choulapou à Chichichoco.
6758. 35.	De Chichichoco à Gouyama.
16514. 31.	De Gouyama à Siça-pongo.
13134. 59.	De Siça-pongo à Lanlangousso.

Toises.		
12926.	92.	De Lanlangoufſo à Chouſeai.
13583.	94.	De Chouſeai à Sinazahoüan.
12677.	31.	De Sinazahoüan à Boueran.
7642.	82.	De Boueran à Cahouapata.
16432.	83.	De Cahouapata à Pougin.
5175.	71.	De Pougin à Chinan.

III.

De la réduction des angles des triangles de la Méridienne à l'horiſon.

13. Il ſuffiroit de rapporter à l'Horiſon par la méthode précédente les trois côtés de chaque triangle de la Méridienne, pour avoir le triangle entierement projetté ſur un plan horiſontal ; & connoiſſant les trois côtés de ce dernier triangle, il n'y auroit qu'à en chercher les angles ; & de cette ſorte les angles du premier ou les angles actuels, formés par les ſtations, ſe trouveroient reduits à l'Horiſon. Mais outre que cette méthode n'eſt pas parfaitement reguliere, vû la premiere application que je me propoſe de faire des angles réduits, elle eſt encore extrémement longue ; de ſorte que je me trouve invité de toutes manieres à chercher quelqu'autre moyen. Celui qui m'a paru le plus facile, dont j'ai toujours fait uſage, & qui a paru auſſi aſſez ſimple aux Mathématiciens de notre Compagnie pour qu'ils l'adoptaſſent en le préferant aux autres méthodes dont on s'étoit ſervi juſques à préſent ; c'eſt de rapporter la queſtion à la trigonométrie ſphérique. Je prolonge par la penſée juſques dans le Ciel les rayons viſuels dirigés aux deux objets ou ſignaux : & je conſidere le triangle ſphérique que forment le Zénith avec les deux points de projection. Les trois côtés de ce triangle ſont connus : la diſtance d'un point de projection à l'autre, eſt égale à l'angle en-

tre les deux objets obſervés avec le quart de cercle, & la diſtance de chaque point de projection au Zénith eſt le complement de la hauteur apparente des objets qu'on ne pouvoit pas ſe diſpenſer de meſurer, & que j'ai rapporté ci-devant pour tous nos ſignaux. * Il s'agit enſuite comme on le voit évidemment de trouver l'angle au Zénith, compris entre les deux verticaux, lequel a pour meſure l'arc de l'Horiſon intercepté entre les mêmes verticaux, & qui eſt égal à l'angle rectiligne qu'on cherche, formé par les deux rayons viſuels, mais abaiſſés juſqu'au plan de l'Horiſon. Or tous les Lecteurs ſçavent que la Trigonométrie ſphérique fournit pour cela un abregé qui ne demande que très-peu de calcul, auſſitôt qu'on ſe ſert des logarithmes. On remarquera que je me ſers encore dans cette opération de la hauteur apparente des objets; & je le dois faire, quelque grande que ſoit la réfraction terreſtre qui l'altere; les raiſons que j'ai alleguées ci-devant, n'admettant dans cette rencontre aucune exception.

* N. 5 de cette Sect.

Examen de l'erreur qu'on commet en réduiſant les angles à l'Horiſon par la méthode précédente.

14. Mais en même tems que nous nous permettons de négliger l'exactitude Mathématique, toutes les fois que nous pouvons le faire ſans inconvéniens pour gagner quelque choſe du côté de la promptitude des calculs, il ſemble auſſi que cette exactitude ſe refuſe à nous de toutes parts. Nous ſuppoſons dans la réduction précédente des angles, au moins implicitement, qu'on peut toujours imaginer un plan qui paſſe par les verticales de deux endroits différens; mais il ſe peut faire que cette ſuppoſition n'ait pas lieu, parce qu'elle dépend de la figure qu'a la terre. Il s'agit donc encore ici de voir ſi l'on ne s'engage dans aucune erreur qui puiſſe tirer à conſéquence; nous nous livrons d'autant plus volontiers

à cet examen, que ce que nous allons expliquer aura encore son usage dans la suite. Figure 3.

15. Supposé que P (*Fig.* 23.) soit un des Poles de la terre, AQ une portion de l'Equateur; AP & DP deux Méridiens, & que du point A on observe les deux signaux ou objets E & B; il est vrai que la verticale du point A & celle du point E feront dans un même plan, puisqu'elles feront dans le plan du Méridien même ACP, & elles se couperont en G; de même que les verticales des points D, B, &c. du Méridien DP feront aussi toutes dans un même plan. Mais si la terre est un sphéroide allongé ou applatti, les premiers degrés du Méridien DP ne feront point égaux aux degrés de l'Equateur; les rayons DF, ou BF qui appartiendront à ces degrés feront donc plus ou moins grands que les rayons AC, ou DC de l'Equateur, lesquels concourent exactement au centre C de la terre. Les premiers rayons se couperont au point F: & plus ce point sera au-dessus ou au-dessous du centre C, plus il s'en faudra, toutes choses d'ailleurs égales, que le rayon ou la verticale BF du point B puisse se trouver dans le plan ABC qui passant par le point B & par le rayon AC, est seulement vertical à l'égard de l'observateur situé en A. Il résulte de-là ce paradoxe ou cette verité extraordinaire, que si la terre n'est pas sphérique & qu'on éleve une haute Tour au point B en la rendant exactement verticale, elle paroîtra inclinée lorsqu'on la considerera d'une infinité d'endroits. L'axe de cette Tour sera la ligne BK prolongement de la verticale BF; & observée du point A, son inclinaison apparente sera l'angle FBI, formé par le rayon BF & par le plan ABC.

16. Le cas est entierement semblable; & il n'est pas douteux qu'on ne soit exposé à se tromper, lorsque pour réduire ou pour rapporter à l'Horison le sommet K d'une montagne qu'on observe d'une autre station A, on abaisse du point K une ligne qu'on regarde comme verticale,

parce qu'elle paroît l'être, vûe de l'autre endroit : le point
Figure 23. K devroit se projetter en B, & la projection se faire par la perpendiculaire KF. Ainsi c'est encore ici une de ces circonstances qui se sont déja présentées, lesquelles obligent après qu'on est parvenu à une premiere connoissance de la figure de la terre, de se livrer derechef à un nouvel examen, pour vérifier si cette figure n'apporte aucune alteration considérable à quelqu'une des *données* dont on s'est servi. Heureusement la discussion dans laquelle ce doute nous engage, n'est ni longue ni difficile.

17. Supposé que le côté AB soit d'une longueur déterminée, comme de 19 ou 20 mille toises & décline de 45 degrés de la direction du Méridien, les différences en latitude DB & en longitude AD seront de 14 ou 15′, l'angle au centre C de la terre formé par les deux rayons AC & DC de l'Equateur sera de la même quantité, puisqu'il aura l'arc AD pour mesure ; & il sera très-facile de comparer cet angle DCA ou FCG à l'angle FBI qui est plus petit par deux chefs. Premierement, les côtés FB, IB du dernier sont plus longs que les côtés FC, GC de l'autre, & ils le seront 100 fois, si l'on suppose que la différence FC entre le rayon de l'Equateur & le rayon du premier degré de latitude, est d'une 100me partie. Secondement, l'angle FCG est soutenu par FG, au lieu que l'angle FBI est soutenu par FI qui est plus petit que FG dans le rapport du Sinus de 45 degrés au Sinus total, ou dans le rapport d'environ 7 à 10 ; ce qui fait encore diminuer l'angle FBI dans la même raison. Tout consideré, cet angle est à l'angle ACD ou FCG environ comme 7 est à 1000, & n'est donc que d'environ 6″ à proportion de l'autre qui est de 14 ou 15 minutes.

18. Ainsi il ne reste plus qu'à chercher combien cette petite inclinaison dans une ligne qu'on regarde mal à propos comme verticale, peut produire d'erreur lorsq-

qu'on fait tomber cette ligne du sommet de quelque signal K, sur le plan de l'Horison. Mais qu'on suppose que le point K est élevé de 2400 toises, l'inclinaison de 6″ dans la verticale ne portera le point de projection à côté, que d'environ 5 pouces, & cette petite quantité vûe de 20000 toises de distance, ne soutiendra pas un angle d'une seconde. Il faut encore remarquer que si cette erreur qu'on est très en droit de négliger, se trouve ici en deffaut, elle se trouvera en excès sur l'angle de complement BAD, & précisement de la même quantité; ce qui rendra l'erreur absolument nulle sur l'angle droit: & ce sera la même chose de tous les angles qui feront ensemble 180 degrés, & qui seront compris entre deux parties consécutives du Méridien. Figure 23.

Angles aux stations Occidentales de la Méridienne, réduits à l'Horison.

19. A Oyambaro, terme Austral de la premiere base.	Entre la base & Pambamarca.	63d	36′	57″
	Entre Pambamarca & Tanlagoua.	74	14	3
A Tanlagoua.	Entre Oyambaro & Cochesqui.	62d	39′	15″
	Entre Oyambaro & Pambamarca.	35	56	17
	Entre Pambamarca & Pichincha.	89	16	31
A Pichincha.	Entre Tanlagoua & Pambamarca.	52d	8′	40″
	Entre Pambamarca & Changailli.	61	4	42
	Entre Changailli & le Coraçon.	58	22	54
Au Coraçon.	Entre Pichincha & Changailli.	38d	31′	51″
	Entre Changailli & Cotopaxi.	74	6	52
	Entre Cotopaxi & Papa-ourcou.	21	17	31
	Entre Papa-ourcou & Mîlin.	41	37	57
	Entre Cotopaxi & Mîlin.	62	55	28

A Mîlin.	Entre le Coraçon & Papa-ourcou.	44d 15′ 43″
	Entre Papa-ourcou & Ouangotaſſin.	60 31 16
	Entre Ouangotaſſin & Choulapou.	52 18 35
A Choulapou.	Entre Mîlin & Ouangotaſſin.	49d 17′ 14″
	Entre Ouangotaſſin & Hivicatſou.	73 51 57
	Entre Hivicatſou & Chichichoco.	75 57 19
A Chichoco.	Entre Choulapou & Hivicatſou.	35d 8′ 11″
	Entre Hivicatſou & Moulmoul.	72 4 17
	Entre Moulmoul & Gouyama.	48 51 5
A Gouyama.	Entre Chichichoco & Moulmoul.	76d 55′ 47″
	Entre Moulmoul & Ilmal.	91 26 11
	Entre Ilmal & Siça-pongo.	71 36 27
A Siça-pongo.	Entre Gouyama & Ilmal.	41d 2′ 43″
	Entre Ilmal & Zagroum.	48 32 7
	Entre Zagroum & Lanlangouſſo.	47 26 56
A Lanlangouſſo.	Entre Siça-pongo & Zagroum.	80d 31′ 23″
	Entre Zagroum & Senegualap.	47 45 52
	Entre Senegualap & Chouſeai.	66 28 47
A Chouſeay.	Entre Lanlangouſſo & Senegualap.	57d 50′ 56″
	Entre Senegualap & Sachattian.	45 21 49
	Entre Sachattian & Senazahouan.	50 53 18
A Sinazahouan.	Entre Chouſeai & Sachattian.	77d 12′ 22″
	Entre Sachattian & Quinoa-loma.	50 38 57
	Entre Quinoa-loma & Boueran.	86 41 59
A Boueran.	Entre Sinazahouan & Quinoa-loma	44d 26′ 1″
	Entre Quinoa-loma & Yaſſouay.	47 11 36
	Entre Yaſſouay & Cahouapata.	85 7 51

A

A Cohouapata.	Entre Boueran & Yassouay.	61d	57′	5″
	Entre Yassouay & Borma.	77	41	48
	Entre Borma & Pougin.	34	8	57
A Pougin.	Entre Cahouapata & Borma.	54d	6′	56″
	Entre Borma & Pillachiquir.	83	55	9
	Entre Pillachiquir & Ailparoupachca.	38	4	25
	Entre Ailparoupachca & Chinan, terme Austral de la seconde base.	16	24	57
A Chinan, terme Austral de la seconde base.	Entre Pougin & Houa-houa-Tarqui, terme Nord de la seconde base.	6d	12′	45″

IV.

De la direction des côtés des triangles comparés au Méridien.

20. Connoissant comme nous le faisons maintenant les angles horisontaux que forment les côtés de nos triangles, il suffit de sçavoir par quelques observations Astronomiques la direction de quelqu'un de ces côtés par rapport aux vrayes Régions du monde, pour pouvoir connoître la direction de tous les autres. Nous avons déja dit ci-devant que notre base d'Yarouqui, déclinoit du Septentrion vers l'Occident de 19d 26′, en négligeant quelques secondes; & le calcul nous a apris que l'angle à Oyambaro réduit à l'Horison entre la base & Pambamarca est de 63d 36′ 57″; il suit de-là que la direction d'Oyambaro à Pambamarca décline du Septentrion vers l'Orient de 44d 10′ 49″. Celle d'Oyambaro à Tanlagoua déclinera par conséquent du Septentrion vers l'Occident de 30d 3′ 14″; puisque l'angle horisontal à Oyambaro entre Pambamarca & Tanlagoua est de 74d 14′ 3″. En se servant après cela des angles horisontaux calculés

pour le dernier de ces endroits, on trouvera les autres directions qui s'y terminent; & continuant de la même maniere, mais en appliquant une petite équation ou correction dont je ferai mention plus bas, on obtiendra toutes les autres que j'offre ici.

Directions des côtés Occidentaux des triangles de la Méridienne.

21. La *Tola* de Cochesqui décline par rapport à Tanlagoua, du Septentrion vers l'Orient de	$87^d\ 17'\ 31''$
Tanlagoua par rapport à Pichincha, du Septentrion vers l'Orient de	$23^d\ 17'\ 0''$
Pichincha par rapport au Coraçon, du Septentrion vers l'Orient de	$14^d\ 53'\ 19''$
Le Coraçon par rapport à Mîlin du Septentrion vers l'Orient de	$10^d\ 27'\ 32''$
Mîlin par rapport à Choulapou du Septentrion vers l'Occident de	$12^d\ 26'\ 57''$
Choulapou par rapport à Chichichoco, du Septentrion vers l'Orient de	$6^d\ 39'\ 36''$
Chichichoco par rapport à Gouyama, du Septentrion vers l'Occident de	$17^d\ 16'\ 54''$
Gouyama par rapport à Siça-pongo, du Septentrion vers l'Orient de	$42^d\ 41'\ 50''$
Siça-pongo par rapport à Lanlangousso, du Septentrion vers l'Occident de	$0^d\ 16'\ 22''$
Lanlangousso par rapport à Chouseay, du Septentrion vers l'Orient de	$14^d\ 29'\ 25''$
Chouseay par rapport à Sinazahouan, du Septentrion vers l'Occident de	$11^d\ 24'\ 38''$
Sinazahoüan par rapport à Boueran, du Septentrion vers l'Orient de	$23^d\ 8'\ 51''$
Boueran par rapport à Cahoüapata, du Septentrion vers l'Orient de	$19^d\ 54'\ 26''$

Cahouapata par rapport à Pougin, du Septentrion vers l'Orient de	$13^d\ 42'\ 32''$
Pougin par rapport à Chinan, du Septentrion vers l'Orient de	$26^d\ 14'\ 3''$
Hoüa-hoüa-Tarqui par rapport à Chinan, ou le terme Nord de la base de Tarqui par rapport à l'autre, du Septentrion vers l'Orient de	$32^d\ 26'\ 28''$

22. L'avantage que nous avons eu de consommer notre ouvrage au milieu de la Zone torride, pouvoit nous autoriser à regarder tous les Méridiens comme s'ils étoient exactement paralleles; & à supposer que les côtés de nos triangles ne changeoient de direction par rapport aux Régions du monde que par la seule obliquité qu'ils ont les uns à l'égard des autres. Carabourou observé d'Oyambaro décline du Septentrion vers l'Occident de $19^d\ 26'$, & Oyambaro observé réciproquement de Carabourou décline exactement de la même quantité, du Midi ou du Sud vers l'Orient. Ce n'est plus la même chose aussi-tôt qu'on est dans les autres Zones; les directions respectives ne sont plus exactement contraires quant à leur dénomination; puisque les Méridiens différent sensiblement d'être paralleles; ce qui est cause que le même côté ou la même ligne fait des angles de divers grandeurs avec les deux Méridiens qui passent par ses deux extrêmités. Cependant nous devons encore le reconnoître, que quoique nos triangles ne s'éloignent de l'Equateur que d'un peu plus de 3 degrés, ils ne laissent pas de commencer à se trouver un peu sujets à cet inconvénient : la convergence, quoique naissante des Méridiens, apporte déja une différence d'environ $1'$ sur la direction de nos derniers côtés; tant il est vrai que l'attention que nous indiquons mérite qu'on l'ait toujours présente. Cette déviation est cependant si petite qu'elle pouvoit aisément rester méconnue, quoi-

qu'on verifiât avec ſoin par voye Aſtronomique la ſituation des côtés des triangles dans tout le cours de la Méridienne. Mais puiſqu'il n'eſt que trop certain qu'elle eſt réelle malgré ſa petiteſſe, & qu'il ne dépend même que de quelques circonſtances qu'elle n'aille plus loin ſur les derniers côtés, il a ſans doute été plus à propos d'y avoir égard.

23. Je pouvois rapporter la queſtion à la Trigonométrie ſphérique; mais il m'a paru plus ſimple de n'avoir recours qu'à la Trigonométrie rectiligne, & je le pouvois ſans commettre d'erreur ſenſible, puiſque le peu d'étendue des triangles permet non-ſeulement de conſiderer leurs côtés comme des lignes droites; mais de regarder même leur aſſemblage comme s'ils étoient tous dans un même plan, auſſi-tôt qu'ils ſont déja réduits.
Figure 24. Suppoſons que QAP (*Fig.* 24.) ſoit une partie de la ſurface de la terre; AQ une portion de l'Equateur; P un peu des Poles; que BE ſoit un des côtés d'un des triangles & qu'on ſçache déja ſa direction par rapport au Méridien AP. Il faut d'abord remarquer que la liberté qu'on a de regarder l'eſpace BFE comme un plan, ne donne aucun droit de conſiderer les deux Méridiens qui paſſent par les points B & E, comme paralleles: ce ſont deux choſes abſolument diſtinctes, car ſi on tranſporte le côté BE à très-peu de diſtance du Pole, il ſera tout auſſi permis de traiter la ſurface de la terre en cet endroit là comme ſi elle étoit plane dans un petit eſpace; & cependant il eſt clair que le voiſinage du Pole rendra les deux Méridiens dont il s'agit beaucoup plus convergens l'un par rapport à l'autre, & pourra même les rendre perpendiculaires. En général, il n'y a qu'à abaiſſer du point E la perpendiculaire EF ſur le Méridien AP, & tirant deux tangentes aux deux Méridiens aux points F & E, on les prolongera juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en H ſur le prolongement de l'axe CP, & l'angle qu'elles formeront en H ſera l'obliquité d'un

Méridien par rapport à l'autre. C'eſt ſubſtituer à la ſurface ſphérique une ſurface plane ou plûtôt une ſurface conique, dont le ſommet eſt en H & dont tous les côtés répréſentent les Méridiens. C'eſt ne plus négliger qu'en partie la courbure de la ſurface de la terre : on ne la néglige que du Septentrion au Midi, pendant qu'on la répréſente exactement par celle du Cone dans le ſens parallele à l'Equateur. Mais il n'eſt pas moins clair que l'angle EHF étant appuyé ſur EF de même que l'angle ECF qui a ſa pointe au centre de la terre, ils ſeront ſenſiblement l'un à l'autre en raiſon inverſe de la longueur de leurs côtés : c'eſt-à-dire que l'angle H ſera plus petit que l'angle ECF, en même raiſon que EC eſt plus petit que EH, ou en même raiſon que le Sinus total eſt moindre que la tangente du complement de la latitude, ou que la tangente de la latitude même eſt plus petite que le Sinus total; car tous ces rapports ſont préciſement les mêmes.

24. Si le côté BE eſt, par exemple, la diſtance de Siça-pongo à Gouyama, dont la longueur eſt de 16514 toiſes & qui décline du Méridien d'environ 42 ^{d} 42′, la perpendiculaire EF ſera de 11199 toiſes, & l'angle ECF au centre de la terre ſera de 11′ 46″. La latitude ou la diſtance à l'Equateur du point moyen entre Gouyama & Siça-pongo eſt d'environ 1^{d} 36′ dont la tangente eſt 35 ou 36 fois plus petite que le Sinus total. Ainſi l'angle H qui eſt plus petit que l'angle ECF le même nombre de fois, doit être de 20″. Telle eſt donc la petite quantité dont il s'en faut que les deux Méridiens qui paſſent par les deux ſtations ſpécifiées, ne puiſſent être regardés comme paralleles. La différence n'eſt pas la même à l'égard de tous les autres côtés; elle eſt nulle à l'égard de quelqu'uns, & en ſens contraire à l'égard de quelques autres : c'eſt pour cette raiſon que ſur la ſuite entiere, elle ne parvient qu'à environ une minute, comme on peut aiſément s'en aſſurer.

Diverses observations Astronomiques pour vérifier la direction des côtés des triangles.

25. Il nous reste maintenant à rendre au moins compte des observations Astronomiques qui nous ont appris la direction de la base d'*Yarouqui*, dont nous avons ensuite conclu la direction de tous les autres côtés. Nous ne nous contenterons pas de satisfaire à notre engagement sur ce point; nous tâcherons de convaincre le public, que nous n'avons pas eu moins en vûe l'exactitude & la sureté de notre ouvrage à l'égard de cette partie dont nous connoissions l'extrême importance, qu'à l'égard de toutes les autres. Il faut convenir aussi que le voisinage de l'Equateur donne une extrême facilité pour faire réussir ces sortes d'observations. Le Soleil monte ou descend à son lever ou à son coucher en suivant long-tems le même vertical, & on a tout le loisir de le comparer aux objets éloignés, sans avoir à craindre, je ne dis pas les effets de la réfraction puisqu'ils sont connus, mais les effets mêmes de ses irrégularités. On ne sçauroit trop priser cet avantage considérable, dont on est privé dans la Sphére oblique. Comme les cercles diurnes coupent l'Horison très-obliquement, lorsque le Pole est très-élevé, l'Astre à son lever ou à son coucher fait plus ou moins de chemin dans le sens horisontal que dans le vertical : ainsi il ne faut pas alors se tromper le moins du monde à le saisir à la hauteur précise. Car si pendant qu'il est à une certaine élevation, on s'imaginoit, prévenu par quelque faux systême sur la réfraction qu'il est plus bas de 4 ou 5 minutes, on pourroit se tromper de la même quantité dans la situation du vertical, & on pourroit commettre une erreur encore plus grande si l'observation se faisoit sur le Soleil dans le tems des solstices; puisque les Tropiques coupent l'Horison plus obliquement; ce qui fait que la même erreur dans la hauteur

répond alors à une plus grande dans le sens horisontal.

26. Le seul moyen de prévenir le mal lorsqu'on est par une grande latitude, c'est d'employer toujours une pendule exactement reglée ; afin de se dispenser de prendre la hauteur de l'Astre pour un des Elemens du calcul. L'instant de l'observation fait connoître l'angle formé par le cercle horaire & par le Méridien ; & cet angle avec la déclinaison de l'Astre & la latitude du lieu, mettent en état d'obtenir l'Azimuth, en éludant les illusions de la réfraction & de la parallaxe. Il ne faut pas douter que les Académiciens voyageurs au cercle Polaire n'ayent usé de cette précaution essentielle ;* puisqu'ayant contr'eux toutes les circonstances fâcheuses, la grande obliquité de la Sphére & les réfractions encore plus irrégulieres vers les Poles que par tout ailleurs, ils n'eussent pas même pû répondre du cinquiéme ou du quart d'un degré sur la direction des côtés de leurs triangles. Pour nous, on le voit assez ; nous avons pû indifféremment en nous prévalant de la Sphére droite, ou nous servir d'une horloge, ou nous dispenser de nous en servir, sans avoir à craindre que la constitution de l'atmosphere ou quelqu'autre cause d'erreurs nous en imposât. Pour épargner au Lecteur une trop longue énumeration, je ne lui exposerai ici que les seules observations destinées à vérifier la direction des côtés Occidentaux, lesquels comme je l'ai déja dit plusieurs fois me serviront seuls à découvrir la longueur des parties de la Méridienne.

27. Je commence par une observation de M. Godin à laquelle j'ai eu part, faite à *Oyambaro* le 25 Novembre 1736 au matin. Le bord inférieur du Soleil rasant une montagne dont la hauteur nous étoit connue, le bord Septentrional de cet Astre se trouva éloigné vers le Sud du signal de Pambamarca de $66^d\ 28'\ 57''$: la hau-

* C'est ce que j'ai vû depuis avec plaisir, en consultant les observations faites aux deux extrêmités des triangles à Kittis & à Torneo.

teur apparente du centre du Soleil étoit de 11^{d} 40′ 55″, & celle du ſignal de Pambamarca étoit de 41 20′ 12″, ainſi que nous l'avons rapporté ci-devant. On trouve en réſolvant le triangle ſphérique formé par la diſtance de Pambamarca au centre du Soleil & par les deux verticaux qui paſſent par Pambamarca & par le Soleil, que l'angle au Zénith étoit de 67^{d} 8′ 14″, ou ce qui revient au même, que la diſtance horiſontale de Pambamarca au centre du Soleil étoit de cette quantité. Je connoiſſois les trois côtés de ce triangle, puiſque le côté d'en bas qui étoit la diſtance de Pambamarca au centre du Soleil, n'étoit autre choſe que la diſtance 66^{d} 28′ 67″ fournie par le quart de cercle, & augmentée du demi diamétre de l'Aſtre; & à l'égard des deux autres côtés, c'étoient les complemens de la hauteur du Soleil, & de la hauteur de Pambamarca. Ces hauteurs ſont affectées de la réfraction qui a élevé conſiderablement l'un & l'autre objet; mais conformement à une remarque ſur laquelle il nous a déja fallu inſiſter, le quart de cercle nous a donné leur intervalle préciſement comme ſi les deux objets avoient été placés plus haut: la diſtance du Soleil à Pambamarca eſt accommodée à l'effet des réfractions produit ſur les deux hauteurs, & l'angle au Zénith eſt exactement le même. D'un autre côté connoiſſant la latitude Auſtrale d'Oyambaro de 12 20″, la déclinaiſon du Soleil & ſa hauteur vraye, j'ai trouvé en réſolvant encore un triangle ſphérique dont j'avois les trois côtés, que l'Azimuth du Soleil faiſoit au Zénith avec le Méridien un angle de 68^{d} 40′ 57″; c'eſt-à-dire que le centre du Soleil étoit éloigné du point du vrai Sud, de cette quantité à meſurer ſur l'Horiſon. Or ajoutant cette diſtance horiſontale avec la premiere 67^{d} 8′ 14″, il vient 135^{d} 49′ 11″ pour la diſtance horiſontale du ſignal de Pambamarca au point vrai du Sud. Ainſi ce ſignal eſt éloigné du point du vrai Nord de 44^{d} 10′ 49″; & comme la baſe d'Yarouqui fait à Oyambaro avec

la

la direction de Pambamarca un angle horisontal de 63^d $36'$ $57''$, * il s'ensuit que la base décline du Septentrion vers l'Occieent de 19^d $26'$ $8''$. J'ai d'autres observations dans lesquelles j'ai comparé le Soleil au même signal de Pambamarca, & d'autres dans lesquelles je l'ai comparé le soir au signal de Pichincha: mais comme le milieu entre toutes n'est pas éloigné de la détermination précédente, j'ai crû devoir m'y arrêter, après y avoir mûrement pensé.

*Voyez Num. 19.

28. Le 28 d'Août 1738 étant au pied du signal de Mîlin, par un peu moins de $52'$ de latitude Australe, je ne pû comparer le Soleil couchant à aucun de nos signaux; mais je mesurai la distance de son bord Septentrional au pied d'un arbre qui étoit vers le Nord & je la trouvai de 65^d $35'$ $58''$. La hauteur apparente de cet objet étoit de 2^d $8'$ $25''$ & celle du centre du Soleil de 8^d $31'$; comme je le reconnu en mesurant la hauteur du point de la montagne que le bord inférieur de cet Astre touchoit à l'instant de l'observation. Toutes ces données apprenent que la direction de l'arbre déclinoit du Septentrion vers l'Occident de 14^d $15'$ $57''$, & comme la distance mesurée aussi avec le quart de cercle entre cet arbre & le signal du Coraçon de Barionuero, se trouva de 24^d $43'$ $27''$, dont le signal me paroissoit plus vers l'Orient que l'arbre, & que cette distance réduite à l'Horison est de 24^d $42'$ $42''$, il s'ensuit que le Coraçon observé de Mîlin décline de 10^d $26'$ $45''$ du Septentrion vers l'Orient: au lieu que cette déviation par la suite des triangles & par les observations d'Oyambaro est de 10^d $27'$ $32''$, comme je l'ai marqué ci-devant.

29. Le 29 Septembre de la même année, étant à *Chichichoco* qui est par 1^d $25'$ $20''$ de latitude Astrale; la hauteur apparente du centre du Soleil levant étant de 1^d $10'$, le bord Septentrional de cet Astre parut éloigné & plus Nord que le signal de *Gouyama* de 70^d $32'$ $54''$. Il suit de ces Elemens & de la hauteur apparente de

Gouyama, que ce dernier signal vû de Chichichoco, décline du Midi vers l'Orient de $17^d\ 17'\ 32''$; au lieu que c'est selon la suite des triangles de $77^d\ 16'\ 54''$.

30. Le 20 Novembre encore de la même année 1738 étant au pied du signal de *Siça-pongo*, M. de la Condamine & moi nous observâmes que le bord Austral du Soleil qui se couchoit, étoit éloigné du signal de Lanlangousso de $70^d\ 15'\ 42''$. La hauteur apparente du centre du Soleil étoit de $5^d\ 18'$; celle de Lanlangousso de $0^d\ 29'\ 45''$ comme je l'ai marqué dans la liste de ces hauteurs; & la latitude de Siça-pongo est Méridionale de $1^d\ 42'\ 30''$. Le calcul fondé sur ces Elemens donne $0^d\ 16'\ 34''$ pour la quantité dont la direction de Lanlangousso à Siça-pongo décline du Septentrion vers l'Occident; ce qui ne différe que de $14''$ de la direction fournie par la suite des triangles.

31. Le 18 Octobre 1739 je fis planter verticalement une regle ou jalon dans la plaine de Tarqui, précisement sur la direction de la base & vis-à-vis de la maison de campagne (*de Mama-Tarqui*) dans laquelle nous étions déja occupés à observer la distance d'Orion au Zénith. Le sommet de ce jalon nous paroissoit de $22'\ 56''$ au-dessous de l'Horison, & nous trouvâmes M. de la Condamine & moi qu'il étoit éloigné du bord Austral du Soleil & plus Nord de $69^d\ 37'\ 47''$. Il étoit alors exactement $5^h\ 24'\ 0''$ du soir au tems vrai. D'où il suit & de la latitude de *Mama-Tarqui* qui est Australe d'environ de $3^d\ 4'\ 50''$, que la direction de nous au jalon déclinoit de $30^d\ 21'\ 27''$ du Septentrion vers l'Occident. Nous nous transportâmes ensuite sur la base, & mesurant l'angle formé au jalon par Chinan, terme Sud, & par l'endroit où nous avions fait l'observation, nous le trouvâmes de $62^d\ 47'\ 14''$. Ainsi la direction de la base de Tarqui décline du Septentrion vers l'Orient de $32^d\ 25'\ 47''$ au lieu qu'on trouve cette direction de $32^d\ 26'\ 27''$, lorsqu'on l'a déduit des observations d'Oyambaro par la suite de tous les triangles.

32. Ces obſervations montrent aſſez que nous connoiſſons auſſi exactement qu'il eſt poſſible la direction de la Méridienne. C'eſt ce que confirmeroient également pluſieurs autres obſervations que j'ai faites à Cocheſqui, à Changailly, à Ilmal, &c. de même qu'un très-grand nombre d'autres particulieres de Meſſieurs Godin & de la Condamine que nous nous ſommes réciproquement communiquées dans le tems. Il eſt ſurprenant que la diverſe hauteur de nos ſtations qui a placé tous nos triangles dans des plans ſi différens & ſi inclinés les uns par rapport aux autres, n'ait pas fait gliſſer dans un intervale de plus de 60 lieues d'erreur plus conſidérable dans cette partie de notre ouvrage. Les différences qui s'y trouvent & qui ne vont jamais à une minute ne ſont d'aucune conſéquence; & on doit remarquer outre cela qu'il ne faut pas tout donner à quelques obſervations faites dans des poſtes incommodes où le vent ſe joignoit à la difficulté de l'opération, qui eſt d'autant plus délicate, qu'elle dépend preſque toujours du concours de deux Obſervateurs. Enfin puiſque nous connoiſſons non-ſeulement la longueur réduite à l'Horiſon des côtés Occidentaux des triangles, mais auſſi leur direction, rien ne nous empêche maintenant de déterminer la longueur de la Méridienne qui en réſulte, laquelle eſt l'unique objet de toutes les recherches précédentes.

V.

De l'exacte longueur de la Méridienne.

33. Si nous faiſons paſſer un Méridien par une des extrêmités B (*Figure* 24) d'un des côtés BE des triangles, & que nous lui abaiſſions une droite perpendiculaire de l'autre extrêmité E, il eſt évident qu'elle interceptera la partie BF qui pourra être regardée comme la différence en latitude entre les ſtations B & E. Pour trai- Figure 24.

Figure 24. ter la chose avec plus d'exactitude, il n'y auroit qu'à résoudre le triangle rectiligne EBH, en supposant connus les deux côtés BH & BE, & l'angle B qu'ils comprennent qui est l'obliquité du côté BE par rapport au Méridien. Il est vrai qu'à parler dans la rigueur Mathématique, les angles B qu'il faudroit ici employer sont un peu plus petits que ceux que nous avons rapportés dans l'article précédent en donnant la direction de chaque côté. Car ces angles que nous avons déja trouvés sont parfaitement horisontaux à l'égard de chaque station, puisqu'ils sont formés par les tangentes à la surface de la terre; au lieu que ceux dont il faudroit ici faire usage sont un peu inclinés au-dessous de l'Horison, puisqu'ils sont réellement formés par les cordes correspondantes: mais le Lecteur voit assez que la différence doit être absolument insensible. On chercheroit donc en résolvant le triangle EBH le côté EH; & le retranchant de BH, il viendroit avec précision la différence en latitude qui n'est pas effectivement interceptée par la perpendiculaire E*f*, mais par un arc de cercle décrit sur la surface conique BHE du point H comme centre, lequel arc est en même tems parallele à l'Equateur.

34. Nous pouvons aussi sans nous donner la peine de résoudre rigoureusement le triangle EBH, découvrir aisément la petite inégalité F*f* qui résulte de ces deux différentes manieres de procéder, lorsqu'on intercepte la différence en latitude BF par un arc de cercle EF comme on le devroit, ou lorsqu'on la détermine par une simple ligne droite perpendiculaire E*f*. Supposons qu'il s'agisse de la différence en latitude entre Gouyama & Siça-pongo, ou de la partie de la Méridienne interceptée entre ces deux stations, la perpendiculaire E*f* sera de 11199 toises, ainsi que nous l'avons déja dit; & si on la considere comme un arc de grand cercle, elle vaudra 11′ 51″. Or si nous cherchons dans les tables le

Sinus verse de cet arc en prenant 10000000 pour Sinus total, nous trouverons qu'il est de 60 parties pendant que le Sinus droit est de 34470; & par la comparaison de ce dernier Sinus avec l'arc EF ou son Sinus EZ, car on peut ici identifier l'un avec l'autre, vû leur peu de différence, on trouvera que le Sinus verse FZ est de 19.49 toises: c'est ce que donne cette analogie, le Sinus droit 34470 des tables est au Sinus verse correspondant 60, comme 11199 toises est à 19.49 toises. Mais si le petit Sinus verse FZ est d'une quantité si considérable, c'est par rapport au centre C, ou lorsqu'on le cherche dans le plan ECF: au lieu que rapportant l'arc EF au plan BEH, ou si l'on examine sa courbure dans ce plan, le point H lui servira de centre, & le Sinus verse doit se trouver d'autant plus petit que le nouveau rayon EH est plus grand, c'est-à-dire qu'il doit être moindre que le premier Sinus verse FZ, dans le même rapport que la tangente du complement de la latitude est plus grande que le Sinus total. Ainsi dans le cas présent où la tangente FH est 35 ou 36 fois plus grande que le Sinus total comme nous l'avons vû ci-devant, le petit Sinus verse ou la petite partie F*f* du Méridien, que nous avons intérêt de connoître & qui est interceptée entre la perpendiculaire E*f*. & l'arc de cercle EF décrit du point H comme centre, est seulement de $\frac{55}{100}$ toiſ. Figure 24.

35. La curiosité m'a insensiblement engagé à chercher de la même maniere, les petites équations qu'exigent les autres différences en latitude que j'avois déja trouvées en abaissant de chaque station des perpendiculaires sur la Méridienne, & il ne m'a ensuite rien coûté d'en faire usage. Si sur la différence en latitude entre Gouyama & Siça-pongo, quoiqu'on soit tenté par l'extrême proximité à l'Equateur de regarder les Méridiens comme exactement paralleles, nous trouvons déja plus d'une demie toise d'équation, il est facile de juger que dans la Zone temperée ou dans la Zone froide,

l'erreur pourroit selon les circonstances, devenir très-considérable. Il faut observer encore qu'elle va toujours en s'accumulant, puisqu'elle se trouve dans le même sens, ou continuellement positive ou négative pour tous les côtés, selon qu'on procéde dans le calcul en s'approchant du Pole ou en s'en éloignant.

Différences en latitude & en longitude réduites au niveau de Carabourou, exprimées en centiémes de toises, entre toutes les stations Occidentales consécutives des triangles de la Méridienne.

		Diff. en latitu. *toises.*	Diff. en longi. *toises.*
36.	Entre la Tola de Cochesqui & Tanlagoua.	415.85	8792.24
Entre	Tanlagoua & Pichincha.	11646.23	5011.63
	Pichincha & le Coraçon.	20365.46	5414.50
	le Coraçon & Mîlin.	18851.05	3479.85
	Mîlin & Choulapou.	16369.64	3613.83
	Choulapou & Chichichoco.	13125.72	1532.63
	Chichichoco & Gouyama.	6453.15	2007.70
	Gouyama & Siça-pongo.	12136.60	11198.73
	Siça-pongo & Lanlangoufso.	13134.46	62.51
	Lanlangoufso & Choufeai.	12515.73	3234.52
	Choufeai & Sinazahouan.	13315.38	2687.40
	Sinazahouan & Boueran.	11656.54	4983.41
	Boueran & Cahouapata.	7186.07	2605.81
	Cahouapata & Pougin.	15964.00	3894.31
	Pougin & Chinan.	4642.53	2287.84

37. Enfin il ne reste plus qu'à ajouter ces différences en latitudes particulieres pour avoir toute la longueur de la Méridienne depuis la *Tola* de Cochesqui jusqu'à Chinan; on aura 177778.41 toises; dont il faut d'abord retrancher $5\frac{68}{100}$ toises, si l'on veut assujettir la

seconde partie des triangles depuis Gouyama, à la mesure de la base de Tarqui, comme nous en sommes convenus : il vient donc 177772. 73. toises. Il faut encore après cela retrancher 857. 48. toises pour la quantité dont l'Observatoire de Mama-Tarqui dans la plaine de Tarqui est plus Septentrional que Chinan, comme il résulte de la position de cet Observatoire par rapport à la base ; en même tems qu'il faut ajouter vers l'autre extrêmité de la Méridienne $10\frac{2}{3}$ toises pour la quantité dont l'Observatoire de Cochesqui qui nous servit à M. de la Condamine & à moi au commencement de 1740 est plus Nord que la *Tola*, à laquelle se terminent nos triangles du côté du Septentrion. C'est donc 176925. 91. toises pour la différence en latitude entre les deux Observatoires, ou pour la vrave longueur de la Méridienne.

38. Cette différence en latitude n'est pas tant, lorsqu'on la considere dans la rigueur Mathématique, un arc de ligne courbe qu'une portion de Poligone inscrit au dedans ; chaque côté que nous avons déterminé à part étant la corde d'un arc qui est un peu plus long. Mais il est facile de reconnoître que la différence entre les deux n'est d'aucune importance sur le tout ; puisqu'elle ne va qu'à environ 1 pied sur les 60 & tant de lieues de la longueur de la Méridienne. Presque tous les arcs de lignes courbes se peuvent considerer comme des arcs de cercles, lorsqu'ils sont très-petits ; & le Lecteur qui sera initié dans la nouvelle Géometrie, se convaincra aisément que l'excès d'un petit arc de cercle sur sa corde, est sensiblement égal au cube de cette même corde, divisée par 24 fois le quarré du rayon. On trouve par ce Théorême dont il suffit dans le cas présent de faire une application grossiere, qu'il faut ajouter $\frac{1}{100}$ toises à la différence en latitude, entre Pichincha & le Coraçon pour réduire la ligne droite à un arc d'une courbure convenable. On peut chercher de la même ma-

niere les autres petits excès, afin de réduire le Poligone à une ligne courbe uniforme. Il suffit d'en avoir calculé un seul avec précision pour pouvoir découvrir aisément tous les autres, puisqu'ils sont proportionels aux cubes de la longueur de chaque corde, ou de chaque arc. Mais nous le repetons, cette sevérité de calcul ne change en rien la longueur entiere de la Méridienne dont nous pouvons déja supposer que toutes les parties forment un arc parfaitement régulier.

39. Si l'on joint ensemble les différences en longitudes énoncées ci-dessus, en distinguant des *positives*, celles qui sont *négatives*, on verra que Chinan est à l'Occident de la *Tola* de Cochesqui de 44064. 03. toises. La petite correction que la mesure de la seconde base nous a apris qu'il falloit faire à cette différence, est de 1. 54. toises, laquelle est soustractive. Il faut outre cela retrancher 1173. 35. toises pour la quantité dont l'Observatoire de *Mama Tarqui* est à l'Orient par rapport à *Chinan*, & encore $32\frac{2}{3}$ toises dont l'Observatoire de Cochesqui à l'autre extrêmité de la Méridienne, étoit à l'Occident par rapport à la *Tola*. Ainsi il vient, toutes réductions faites, 42856. 48. toises pour la différence en longitude entre les deux Observatoires; & si on la combine avec la différence en latitude déja découverte, on reconnoîtra que la direction d'un Observatoire à l'autre décline à très-peu près de 13^d $37'$ du Septentrion vers l'Orient. Cet écart du Méridien qui n'a pas été volontaire de notre part, puisque nous nous vû sommes assujettis dans notre marche, pour ne pas nous perdre dans des Déserts & dans des Forêts impénetrables, à suivre les deux chaînes de montagnes de la Cordeliere, ne peut avoir ici aucune suite fâcheuse; au lieu que si l'obliquité étoit beaucoup plus grande, la moindre erreur dans la direction sur les côtés des triangles tireroit à conséquence sur la longueur de la Méridienne. Il est facile de reconnoître que les *momens* ou les effets produits par la

la même erreur ſont proportionels aux Sinus des déviations, & qu'une demie minute de différence ſur la direction ne produit que 6 toiſes dans le cas préſent ſur la longueur totale, & n'introduiroit par conſéquent qu'une erreur d'environ 2 toiſes ſur la grandeur du degré de latitude qu'il s'agit de découvrir.

40. Je dois encore avertir pour prévenir toute équivoque que la différence en latitude 176926 toiſes entre les deux Obſervatoires de *Mama-Tarqui* & de *Cocheſqui* eſt celle qui convient à nos premieres obſervations. Nous avons depuis jugé à propos M. de la Condamine & moi de les repeter, afin de les rendre parfaitement *ſimultanées* aux deux extrêmités; il a fallu pour cela nous ſéparer; M. de la Condamine eſt allé au Sud, pendant que j'ai obſervé au Nord. Il a fait ſon obſervation à *Tarqui* préciſément dans le même endroit de la maiſon de *Mama-Tarqui*; au lieu que j'ai été obligé à *Cocheſqui* d'établir mon Obſervatoire dans un autre appartement, quoique toujours dans la même maiſon. Ce ſecond endroit étoit environ 14 $\frac{1}{2}$ toiſes plus au Nord que le premier ou 25 toiſes 1 $\frac{1}{2}$ pied plus Septentrional que la *Tola*. Lorſqu'il s'agira donc des dernieres obſervations, on doit ſe reſſouvenir de prendre 176940 toiſes pour la longueur totale de la Méridienne.

V I.

De la ſituation de Quito par rapport aux triangles de la Méridienne.

41. Comme nous avons fait différentes obſervations à Quito, & que c'eſt outre cela comme la Méridienne de cette Ville que nous avons tracée par nos triangles, il eſt à propos d'en déterminer l'exacte ſituation. J'ai reconnu par des éclipſes de Lune, & par des immerſions & emerſions des Satellites de Jupiter, que Quito

eſt vers l'Occident par rapport à Paris de 5^h 21′ ou de 80_d 15′, & que la latitude obſervée aux environs de Ste Barbe une de ſes Egliſes Paroiſſiales, eſt Auſtrale de 13′ 6″. Mais ce qu'il s'agit ici principalement de ſçavoir, c'eſt la ſituation par rapport à nos triangles. Cette Ville étant dans une eſpece de baſſin fermé de tous côtés, ne ſe voit qu'avec peine des endroits éloignés; & il nous manquoit pour la facilité de la détermination de pouvoir l'obſerver de deux de nos ſtations conſecutives. J'avois déja obtenu la ſituation de la Croix de Pichincha qui commande à cette Ville, en meſurant à Carabourou, & à Oyambaro les deux angles du triangle qu'elle forme avec la baſe. Le premier de ces angles s'étoit trouvé de 81^d 55′ 40″, & le ſecond de 66^d 29′ 13″, ce qui me donnoit preſque 11860 toiſes pour la diſtance de cette Croix à Oyambaro terme Sud de la baſe. D'un autre côté le premier des ſignaux particuliers de M. Godin étoit placé à peu de diſtance, & dans un endroit dont on découvre le haut d'une petite montagne nommée *le Panecillo* qui eſt au Sud de la Ville & qui y eſt immédiat. J'avois même pris à la recommandation de M. Godin un des angles du triangle que ce ſignal placé au-deſſus d'un Bourg ou Village nommé Gouapoulo, formoit avec les ſignaux précédens qui nous étoient communs, & j'avois auſſi meſuré l'angle d'inclinaiſon. Tout cela me détermina à lier Quito avec la Croix de Pichincha & avec le ſignal de Gouapoulo, dont j'ai eu occaſion depuis de vérifier l'entiere poſition; * quoique cela ne fût pas néceſſaire.

*Voyez Num. 52.

42. On verra en jettant les yeux ſur la Figure 25. les deux premiers triangles qui ont ſervi à notre Méridienne, & outre cela le triangle qui eſt le troiſiéme de la diſpoſition particuliere de M. Godin. Les trois angles de ce triangle, formé par Pambamarca, Tanlagoua & Gouapoulo ſont à la premiere de ces ſtations de 67^d 17′ 33″, à la ſeconde de 65^d 39′ 42″, & à la

Figure 25.

troisiéme de $47^d\ 2'\ 45''$; ce qui donne lorsqu'on prend la distance déja connue de Pambamarca à Tanlagoua pour base, 15863 toises pour la distance de Gouapoulo à Pambamarca, & 12742 pour la distance à Tanlagoua. Je cherchai la direction de ce dernier côté, je le réduisis au niveau de Carabourou & je trouvai que la différence en latitude entre Gouapoulo & Tanlagoua étoit de 12738 toises. J'avois aussi réduit à l'Horison les différences d'Oyambaro à Pambamarca & à la Croix de Pichincha, & cherché l'angle horisontal que formoient ces deux distances par la réduction des deux angles partiaux. L'angle total horisontal étoit de $129^d\ 58'\ 48''$, & résolvant le triangle formé par Pambamarca, Oyambaro & la Croix de Pichincha dont je venois de trouver l'angle à Oyambaro & dont je connoissois les deux côtés, je trouvai la distance horisontale 19624. 12 toiſ. de la Croix de Pichincha à Pambamarca ; d'où je passai à la distance inclinée & absolue 19624. 26. toises, en observant les attentions spécifiées ci-devant ; mais en suivant l'inverse de la méthode, comme cela étoit nécessaire. Je cherchai aussi l'angle horisontal à Pambamarca, lequel étant comparé avec l'angle horisontal formé au même signal entre Tanlagoua & Gouapoulo, m'aprit que l'angle horisontal à Pambamarca entre la Croix de Pichincha & Gouapoulo étoit de $4^d\ 46'\ 44''$. Cet angle avec les deux côtés qui le comprenoient 19624 toises & 15863 toises, mais réduits à l'Horison de Pambamarca, me donnerent par la résolution du triangle la distance horisontale de la Croix de Pichincha à Gouapoulo, & cherchant ensuite l'actuelle ou l'absolue, il me vint 4077. 35. toises sur une direction qui déclinoit du Septentrion vers l'Orient de $89^d\ 13'\ 31''$. Figure 25.

43. Nous prîmes M. de la Condamine & moi cette distance de la Croix de Pichincha à Gouapoulo pour base ; nous fîmes placer un signal sur le Panecillo ; nous montâmes à ce signal & ensuite à la Croix de Pichin-

cha, nous mesurâmes avec un petit quart de cercle qui appartenoit à cet Académicien, l'angle dans ce second endroit entre Gouapoulo & le Panecillo de 66d 9′ 30″, après avoir déja trouvé l'angle au Panecillo entre la Croix de Pichincha & Gouapoulo de 75d 54′ 20″; ce qui apprend que les distances du Panecillo à la Croix de Pichincha & à Gouapoulo sont de 2584. 24. toises & de 3845. 17. toises, sur des directions qui déclinent du Septentrion vers l'Occident de 22d 18′, & du Septentrion vers l'Orient de 53d 14′. La seconde de ces distances en vertu de sa direction & de son inclinaison qui étoit au Panecillo de 51′, répondoit à 2301 toises de différence en latitude réduite au niveau de Carabourou. Enfin nous formâmes un dernier triangle par la Croix de Pichincha, le Panecillo & le coin de notre maison, dont on ne découvroit que le haut, lorsqu'on étoit à la Croix. L'angle à la Croix étoit de 17d 36′ 31″, & celui au Panecillo de 54d 11′ 50″; ce qui donne 2207 toises pour la distance de notre maison à la Croix, & 823 toises pour sa distance au Panecillo sur une direction qui décline du Septentrion vers l'Orient de 29d 53′. Il ne restoit donc plus après cela qu'à réduire cette derniere distance à l'Horison, en me servant de son inclinaison qui étoit d'environ 6d 3′ au Panecillo; & à rapporter cette distance au Méridien pour déterminer la différence en latitude qui se trouvera de 711 toises.

44. Ainsi, en résumant les résultats précédens, on voit que le signal de Gouapoulo est 12738 toises au Sud de Tanlagoua; que le Panecillo est 2301 toises au Sud de Gouapoulo & 15039 toises au Sud de Tanlagoua, & que la maison de Quito dans laquelle nous avons fait diverses observations & déterminé principalement l'obliquité de l'Ecliptique est 14328 toises au Midi de Tanlagoua. Ainsi elle divise la longueur de toute la Méridienne, de maniere que la partie Septentrionale jusqu'au second Observatoire de Cochesqui est de 14769.

toiſes; & la partie Auſtrale juſqu'à l'Obſervatoire de Mama-Tarqui de 162171 toiſes.

45. Notre maiſon étant ainſi placée par rapport à la longueur de la Méridienne, tout le reſte de Quito s'y place naturellement par le moyen du plan de cette Ville que j'ai cru comme je l'ai déja dit pouvoir me diſpenſer de donner ici. Ce n'eſt que plus de deux ans après avoir obtenu la détermination précédente que j'ai ſçû que M. Godin avoit vû cette même Ville & obſervé une de ſes Tours de deux de ſes ſtations conſécutives. J'ai déja rapporté les trois angles du triangle formé par Pambamarca, Tanlagoua & Gouapoulo: le triangle ſuivant dont je meſurai encore un angle à la recommandation de M. Godin, eſt formé par Pambamarca, Gouapoulo & Gouamani qui tombe au Sud de Pambamarca ſur la même Cordeliere Orientale; & les trois angles ſont dans le même ordre de $47^d\ 57'\ 21''$, de $72^d\ 8'\ 58''$ & de $59^d\ 53'\ 45''$. C'eſt de Pambamarca & de Gouamani que la Tour du Couvent de la Merci de Quito a été obſervée, & les trois angles de ce triangle ſont de $46^d\ 41'\ 1''$ à Pambamarca, de $72^d\ 40'\ 4''$ à Gouamani, & de $60^d\ 38'\ 55''$ à la Tour de la Merci. Il ſuit du calcul Trigonométrique que j'en ai fait, que cette Tour eſt environ 14401 toiſes au Sud de Tanlagoua, ce qui s'accorde avec l'autre détermination, & ce qui la confirme.

VII.

De la hauteur abſolue des ſtations de la Méridienne par rapport au niveau de la Mer, & de la diminution qu'il faut faire en conſéquence à la longueur du premier degré du Méridien meſuré dans la Cordeliere.

46. Il manque encore à toutes nos opérations quoi-

que si longues & quoiqu'en si grand nombre, une partie essentielle : nous avons réduit les côtés & tous nos triangles & toutes les dimensions de la Méridienne au niveau de Carabourou, extrêmité Septentrionale de notre premiere base : Nous sçavons les hauteurs respectives des montagnes que nous avons parcourues; mais il nous reste à sçavoir la hauteur de Carabouru même au-dessus de la surface de la Mer, & la hauteur absolue de toutes nos stations. Il est vrai que les expériences du Barometre pouvoient nous faire juger à peu près qu'elle étoit cette hauteur. J'avois formé une regle très-simple, qui satisfaisoit aussi heureusement qu'il étoit possible à toutes ces experiences, tant aux premieres que nous avions faites au bord de la Mer, qu'à celles que nous avions faites ensuite aux environs de Quito. Mais si nous avions recueilli un très-grand nombre d'observations sur ce sujet, elles étoient toutes restreintes entre des limites trop étroites; les unes étoient renfermées vers le sommet de la Cordeliere, & ne tomboient que sur des différences relatives vers la fin de la progression, pendant que les autres vers le commencement n'avoient pour objet que de trop petites hauteurs au bord de la Mer; ce qui laissoit absolument inconnu & sans examen tout l'espace intermédiaire, quoique fort étendu. Il n'étoit donc pas tems de former encore des hypothéses comme notre impatience naturelle pouvoit nous y inviter; ou au moins il n'y avoit aucune certitude que ces hypothéses qui répréſentoient le mieux les Phénomenes déja connus, représentassent également ceux qui restoient à connoître. La simplicité de la regle que j'avois trouvée & sa parfaite conformité avec tous les faits que nous avions rassemblés, ne pouvoit pas me faire illusion; pendant que je connoissois une infinité d'autres regles qui satisfaisoient tout aussi-bien aux expériences, qui donnoient précisement les mêmes hauteurs relatives & qui différoient néanmoins de 100 & de 150 toises sur les

hauteurs absolues : les progréssions Arihmétiques composées de tous les ordres étoient pour moi un fond intarissable où je pouvois puiser ces hypothéses ou ces différentes regles qui étoient toutes alors également recevables, parce qu'elles l'étoient toutes réellement aussi peu. C'est ce que je justifiai à M. Godin dans diverses lettres, que je cru devoir lui écrire sur ce sujet afin de prouver l'utilité d'un voyage vers la Mer Pacifique à quelque endroit de la côte dont on put observer la Cordeliere. Il me paroissoit qu'après les peines infinies que nous nous étions données pour porter à sa fin un ouvrage de l'espece du nôtre, nous ne devions pas consentir à ignorer cette circonstance trop essentielle. Il étoit d'ailleurs absolument nécessaire de connoître la hauteur absolue de nos montagnes, puisque le degré du Méridien mesuré sur leur sommet étoit considérablement trop grand, quoique déja réduit, & qu'il falloit sçavoir la diminution qu'il étoit à propos de lui faire subir une seconde fois, pour le réduire du niveau de Carabourou au niveau de la Mer.

Descente vers la Mer par la Province des Emeraudes.

47. Il s'agissoit donc en partant de Quito de franchir la Cordeliere Occidentale, & de descendre de l'autre côté au moins aussi bas qu'il m'étoit arrivé d'autres fois de monter haut, lorsqu'en tenant le Barometre à la main, je partois du bord de la Mer. Cependant pour plus de sureté j'allai beaucoup plus loin, malgré toutes les fatigues dont j'ai eu occasion de rendre compte dans les Mémoires de 1744. Comme je fis à mon retour à Quito une Relation assez étendue de ce voyage pour la divulguer dans notre Compagnie, il me suffira d'en faire ici une espece d'extrait, laissant à part tout ce qui n'a pas rapport à l'objet qui nous occupe présentement. J'eus la

précaution de faire élever un signal sur le plus haut sommet pierreux de Pichincha, que je n'avois jamais vû que du côté de l'Orient & que j'eusse pû méconnoître en le voyant de l'autre côté. J'entrai après cela au travers des bois dans la Province des Emeraudes, qui n'est elle-même qu'une Forêt immense; je portois un quart de cercle, celui dont je me servois ordinairement, une Horloge à pendule, & plusieurs lunettes; & après quelques jours de marche j'arrivai à *Niguas* qui est comme au centre de cette Forêt, qui s'étend depuis la Cordeliere jusqu'à la Mer. J'étois déja considérablement descendu, puisque le Mercure qui ne se soutenoit dans le vuide à Quito qu'à 20 pouces 1 ligne, s'arrêtoit à 24 pouces 11 $\frac{1}{4}$ de hauteur, environ $\frac{1}{2}$ lig. plus haut qu'au piton du petit Goave dans l'Isle de St. Domingue dont la hauteur au-dessus de la Mer fut trouvée géométriquement de 550 toises. * Ainsi s'il étoit permis de comparer une experience à l'autre, *Niguas* seroit élevé au-dessus de la Mer de 542 toises.

48. J'observai dans la place de ce Village à l'extrêmité Septentrionale de la maison Presbiterale, la hauteur du sommet de Pichincha de 4^d 30′ 30″, & par la comparaison du Soleil levant je trouvai que la direction de cette montagne déclinoit du Midi vers l'Orient de 59^d 52′ 53″. On voyoit aussi une autre montagne nommée Ilinissa qui est sur la Cordeliere Occidentale de même que Pichincha à peu de distance au Sud du Coraçon, & qui se rend remarquable par les deux pyramides fort hautes & continuellement neigées dans lesquelles elle se partage : mais ce fut principalement à mon retour quand je passai par Niguas, que je me décidai sur l'an-

* Je suis remonté sur ce piton le 29 Décembre 1743 en repassant à St. Domingue; & par le moyen d'un Barometre exactement divisé, & qui est le même qui me servit dans mon voyage à la Province des Emeraudes, je trouvai d'un beau tems à 5 heures du soir que le Mercure se soutenoit à 24 pouces 10 $\frac{1}{5}$ lig.

gle.

gle horifontal qu'elle formoit avec le fommet de Pichincha. Lorfque je m'arrêtois à la maffe que forment les deux Pyramides en fe confondant par la bafe, l'angle étoit de 43d 57′ 15″ dont Ilinifſa étoit plus vers le Sud; mais en confiderant la partie qui paroiffoit appartenir plus particulierement à la pointe obtufe qui fe préfentoit toute entiere à Niguas, l'angle étoit plus voifin de 43d 58′. La hauteur du fommet aigu qu'on voyoit un peu par deffus l'autre, & qui ne s'en demêloit qu'à peine, étoit de 2d 40′ 10″.

49. Je continuai à defcendre en marchant toujours au travers des bois fans rencontrer aucun endroit peuplé, comme je n'en avois point rencontré avant que d'arriver à Niguas. J'arrivai au premier Port de la riviere des Emeraudes, où les ordres de M. Maldonnado Gouverneur & Capitaine Général de la Province, me firent trouver des Pirogues & des Indiens. Je defcendis environ deux lieues plus bas, en m'arrêtant dans une Ifle qui eft une efpece de Delta que forment les deux bras d'une autre riviere nommée de l'*Inca* qui vient fe joindre à la premiere. Six ou fept obfervations de la hauteur Méridienne du Soleil s'accorderent à m'apprendre, en fuppofant la plus grande obliquité de l'Ecliptique de 23d 28′ 30″, que j'étois par 14′ 33″ de latitude Septentrionale; & ayant vû deux fois Ilinifſa, je trouvai par l'obfervation de l'Azimuth du Soleil que fon fommet aigu déclinoit du Midi vers l'Orient de 36d 3′ 10″; fa hauteur apparente fe trouva deux fois d'un beau tems entre neuf & dix heures du matin de 1d 53′ 43″. Le Mercure dans le Barometre fe foutenoit ordinairement dans le même endroit à 27 pouces $9\frac{1}{3}$ lignes; ce qui me faifoit juger que je n'étois élevé que de trente & quelques toifes au-deffus du niveau de la Mer; & ce qui pouvoit me le confirmer, c'étoit la pente qu'avoit la riviere. En la nivelant dans deux endroits, dans l'un au-deffus de l'Ifle, elle avoit 3 pieds 4 pouces d'inclinai-

ſon ſur une longueur de 484 toiſes; & dans l'autre qui étoit au-deſſous elle avoit 3 pieds 11 pouces de pente ſur une eſpace de 540 toiſes, qui meſuré en ligne droite, n'étoit que de 370. Sa viteſſe dans ce ſecond endroit lui faiſoit parcourir 20 toiſes en 21″; j'en réiterai l'expérience en préſence de M. Maldonnado qui alloit viſiter les Ports & la côte de ſon Gouvernement: il ſe munit d'une pendule ſimple & des autres meſures, & voulut bien ſe charger de faire la même expérience 14 ou 15 fois en deſcendant. Il trouva quelques endroits encore plus rapides que le paſſage de l'Inca, mais ils étoient tous très-courts; & la grande rapidité diminuoit ſubitement, quoiqu'elle fût toujours aſſez grande pour s'oppoſer en bas aux effets du flux & reflux de la Mer. La riviere pour parcourir 20 toiſes employoit 30″, 40, 52 & juſqu'à 54 proche de ſon embouchure; ce qui joint à la longueur connue de ſon cours, me fit voir que la dépoſition du Barometre n'étoit pas fort éloignée de la vérité.

50. Je n'avois garde de deſcendre plus bas; car la trop grande diſtance des montagnes dont je voulois obtenir la hauteur, eut rendu toutes mes déterminations trop incertaines. Il y avoit encore un autre inconvénient à craindre pour le moins auſſi conſidérable; c'eſt que quoique la diſpoſition du terrein me fit ſoupçonner qu'on pouvoit voir Pichincha des environs du Bourg des Emeraudes, qui eſt dans la Riviere à peu de diſtance de la Mer, j'étois cependant comme ſûr qu'il devoit ſe paſſer des années entieres ſans qu'on pût découvrir cette montagne. Tout ce pays dont le ſol continuellement à l'ombre par les arbres qui le couvrent, eſt toujours mouillé, ne forme qu'un vaſte bourbier; & les vapeurs qui s'en élevent ne manquent pas d'y retomber, vû le calme perpetuel qui y regne; la Cordeliere interceptant le vent d'Orient qui domine comme on le ſçait dans toute l'étendue de la Zone torride. Ainſi c'eſt par

une espece de prodige que les endroits intermédiaires dans lesquels il ne manque jamais de pleuvoir chaque jour, s'accordent quelquefois tous ensemble à donner un Ciel parfaitement serein proche de l'Horison, & permettent de voir les objets éloignés. Si dans l'Isle de l'Inca j'avois pû compter quelques fois comme cinq ou six rideaux distincts, formés par les nuages qui me déroboient tout le haut de Pichincha; que ne devoit-ce pas être, si j'eusse été encore deux fois plus loin, lorsque chaque endroit d'entre deux contribuoit à augmenter les obstacles : il n'y a que ceux qui sont un peu versés dans l'art des combinaisons, qui puissent juger combien la difficulté est multipliée de fois par la plus grande distance. J'avois consulté aussi le Curé du Bourg des Emeraudes & les plus anciens de ses Paroissiens qui passerent deux fois par mon Isle, & tous m'assurerent qu'ils n'avoient jamais vû du lieu de leur habitation ni des environs aucune partie de la Cordeliere. Je n'avois donc d'autre parti à prendre que de m'en revenir; la détermination de la latitude de l'Isle de l'Inca, & la direction d'Ilinissa pouvant suppléer à l'observation d'un second objet, qu'un séjour prolongé un mois & demi dans le même Désert malgré toutes les incommodités imaginables, n'avoit pas suffit à me faire voir au moins assez distinctement.

Retour à Quito : Opérations pour placer exactement Ilinissa par rapport aux triangles de la Méridienne & conclure sa hauteur au-dessus de la Mer.

51. De retour à Quito, il me falloit pour tirer quelque utilité de mes observations, déterminer plus exactement que nous ne l'avions fait la situation d'Ilinissa. Il y avoit long-tems que j'avois la position exacte du sommet pierreux de Pichincha par un triangle qui s'y terminoit & qui s'appuyoit sur notre premiere base. J'a-

vois trouvé l'angle à Carabourou de 91d 54′ 3″, celui à Oyambaro de 61d 10′ 33″, & celui à Pichincha de 26d 55′ 24″; d'où on infére que ce sommet est éloigné de Carabourou de 12156 toises, d'Oyambaro de 13848 toises, & qu'il est élevé au-dessus de Carabourou de 1208 toises, en employant l'angle d'élevation qui étoit également connu.* Ce sommet n'est marqué ni dans la Figure 25 ni dans la Carte de la Méridienne pour éviter la confusion; mais il est facile de le placer sur ce que nous disons; & il ne se trouvera pas fort éloigné de la croix ni du signal qui a servi à la Méridienne. Si la casite que nous avions sur ce plus haut sommet eut subsisté, il me suffisoit d'y monter; & avec quelques jours de patience je consommois une des stations pour déterminer Ilinissa. La seconde station devoit se faire naturellement à Papa-ourcou, mais malheureusement ce second poste n'est pas visible du premier. Ainsi de quelque maniere que ce fut, je me trouvois toujours condamné à employer un assez long circuit pour parvenir à la détermination que je me proposois.

* Voyez Num. 5.

52. D'autres occupations m'ayant appellé au Quinché petit Bourg qu'on trouvera marqué dans la Carte & dans la Figure 25 à peu de distance de Pambamarca, je me résolu à y prendre le milieu de la porte principale de l'Eglise, pour point de la premiere station. Mr de la Condamine qui étoit présent voulut bien se joindre à moi pour mesurer tous les angles dont j'avois besoin, de même que pour mesurer l'angle au signal de Gouapoulo où nous allâmes quelques jours après. Nous avions aussi besoin lui & moi de plusieurs de ces angles pour autre une détermination, & nous nous servîmes du petit quart de cercle qu'il avoit & donc j'ai parlé. Le point de la station au Quinché fut déterminé par les signaux de Tanlagoua & de Gouapoulo; nous mesurâmes non-seulement deux angles de ce triangle, nous observâmes la direction du Quinché à Tanlagoua qui déclinoit du

Septentrion vers l'Occident de 49d 21′ 30″, de sorte que nous nous mîmes non-seulement en état par les seuls angles que nous avions observés de placer le Quinché, mais de placer aussi Gouapoulo s'il ne l'avoit déja été par M. Godin. L'angle au Quinché se trouva de 65d 28′ 40″, & celui à Gouapoulo de 65d 33′ 0″. Nous obtîmes aussi les directions du Quinché aux deux sommets aigus & obtus d'Ilinissa; elles déclinoient du midi vers l'Occident de 37d 21′ 30″ & de 38d 24′ 30″. Je fis ensuite exprès le voyage de Papa-ourcou; & deux observations du Soleil couchant faites au centre même du signal, avec un grand quart de cercle que j'y avois fait apporter, s'accorderent à me donner pour la direction du sommet aigu d'Ilinissa une ligne qui déclinoit du Septentrion vers l'Occident de 70d 8′, en négligeant 7 ou 8″ en deffaut qui ne sont ici d'aucune conséquence : le sommet obtus déclinoit de 67d 15′ du même côté, & sa hauteur apparente étoit de 3d 51′ 39″, au lieu que celle de l'aigu étoit de 4d 20′ 19″.

53. Il seroit trop long de rapporter en détail tous les calculs qu'il me fallut faire ensuite sur ces Elemens. Il me fallut commencer par chercher la distance du Quinché à Papa-ourcou qui devoit servir de base pour déterminer Ilinissa. Le Lecteur verra aisément sur la Carte les triangles qu'on a été obligé pour cela de résoudre. cette distance en ligne droite qui passe au travers de plusieurs montagnes qui sont entre deux, est de 37564 toises sur une direction qui décline du Septentrion vers l'Orient de 20d 29′ 22″. Cette direction avec celle d'Ilinissa observée aux deux stations, donnent les trois angles du triangle qu'il étoit impossible de mesurer actuellement. Enfin après bien des suputations, on trouvera que le sommet aigu de cette montagne est éloigné du sommet pierreux de Pichincha de 29589 toises sur une direction qui décline du Midi vers l'Occident de 16d 36′, & le sommet obtus éloigné de 29003 toises sur une di-

rection qui décline de 17d 40′. De sorte que le sommet obtus est à environ 800 toises, de l'autre sur une direction qui décline du Septentrion vers l'Occident de 26d. Le dernier sommet qui a été observé de Niguas & de l'Isle de l'Inca est plus haut que Pichincha de 278 toises, & plus haut par conséquent que Carabourou de 1586 toises.

54. Prenant ensuite la distance de Pichincha à Ilinissa pour base, il a été facile de déterminer la situation de Niguas. J'avois mesuré l'angle à ce Bourg soutenu par cette base, & il faut remarquer que la direction connue de Niguas à Pichincha, avec celle de Pichincha à Ilinissa, connue depuis, tenoient lieu de la mesure d'un autre angle. La résolution du triangle donne 23109 toises pour la distance de Niguas à Pichincha, & on apprend en même tems que le sommet de cette montagne est élevé de 1896 toises au-dessus de la place de ce Bourg. C'est ce qui n'avoit pas besoin d'être confirmé, & ce qui l'a cependant été par la hauteur d'Ilinissa, quoique déterminée avec moins de précision, qui se trouve de 2179 toises, à 4 ou 5 toises près de ce qu'elle devroit être.

55. Il est non-seulement plus difficile de découvrir la hauteur de Pichincha sur l'Isle de l'Inca, la détermination doit être moins sure. On trouve en se servant des différences en latitude entre cette Isle & Ilinissa, & de leur direction, qu'Ilinissa est élevée de 2670 toises sur cette Isle; & si on retranche 278 toises, il restera 2392 pour la hauteur de Pichincha, à laquelle après avoir mûrement tout pesé, on ne peut ajouter au plus que 40 ou 42 toises, au lieu de 30 que je croyois devoir employer d'abord, pour la différence de niveau entre l'Isle de l'Inca & la mer. Il vient donc 2434 toises pour la hauteur absolue de Pichincha; celle de Niguas sera de 538 toises, & celle de Carabourou la plus basse de toutes nos stations, sera de 1226; ce qui nous met en

état de trouver la hauteur absolue de toutes les montagnes dont nous n'avions que la hauteur relative. La hauteur de Quito dans la grande place sera de 1466 toises au-dessus de la Mer : celle du sommet du Coraçon de Bario-nuero, qui est vraisemblablement, comme nous l'avons déja dit, l'endroit le plus haut du monde où l'on soit jamais monté, & où nous avons vû que le Mercure se soutenoit dans le Barometre, à 15 pou. $9\frac{1}{4}$ lig., sera de 2476 toises. Celle de Chimboraço la plus haute montagne de la Cordeliere dans la partie que j'ai parcourue, sera de 3217 toises, &c.

De la diminution qu'il faut faire à la longueur du degré du Méridien, pour le réduire au niveau de la Mer.

56. La hauteur de Carabourou étant ainsi fixée à 1226 toises, au-dessus de la surface de la Mer Pacifique, nous n'avons plus qu'à supposer que la corde ou l'arc AD (*Fig.* 22.) répréſente la longueur du premier degré du Méridien qui résultera de nos opérations, pendant que C est le centre de sa curvité; & si AF & DG sont de 1226 toises, la corde ou plûtôt l'arc FG sera la longueur du degré dernierement réduit. Pour trouver la petite déduction DI qu'il faut faire à la premiere longueur, nous n'avons donc, conformement à ce que nous avons dit ci-devant qu'à résoudre le triangle isoscelle IGD dont les deux côtés sont maintenant connus, & dont l'angle compris G est exactement d'un degré. On trouve 21 $\frac{2}{5}$ toises pour la valeur de DI, qu'il faut par conséquent retrancher de la longueur du degré, soit du Méridien, soit de l'Equateur, &c. mesuré au niveau de Carabourou, pour obtenir la longueur qu'il a au niveau de la Mer. Figure 22.

Qu'il n'y a aucune erreur à craindre dans la réduction précédente, quoique les lignes verticales ne soient pas droites.

57. Nous avons dans toute cette Section été inquiétés de différens scrupules qu'on peut pour ainsi dire nommer géométriques : nous avons toujours craint que le deffaut de précision Mathématique n'apportât dans nos conclusions quelques legeres erreurs, qui en se multipliant devinssent considérables. Ici il se présente un dernier doute qui pouvoit même s'offrir plûtôt, & qui est d'une autre espece, puisque c'est la Physique qui nous le suggere. Nous n'avons pas tardé à reconnoître en le discutant qu'il n'y a rien à craindre de l'erreur qu'il a pour objet : cependant nous croyons qu'il est bon de l'expliquer dans le détail, parce que cette discussion sera susceptible de quelque nouvelle utilité dans la suite.

58. Lorsque nous réduisons nos stations au niveau de Carabourou ou au niveau de la Mer, nous les projettons par le moyen des lignes verticales ou des directions de la pesanteur. Mais nous ne sçavons pas si ces verticales ne sont pas sujettes à recevoir quelque changement dans leur cours vers le bas, & si le point qui est par une certaine latitude sur le sommet d'une montagne haute comme Pichincha, par exemple, répond au dessus du point qui est précisement par la même latitude au niveau de la Mer. En effet si AFD (*Fig.* 26.) est un quart de la circonférence de la terre; AC le rayon de l'Equateur, P un des Poles; & si B est une de nos stations, & que BE soit la direction de la gravité, nous rapportons le point B au point F; & supposé que *a* B soit l'étendue précise de 3 degrés de latitude déterminés dans la Cordeliere depuis l'Equateur, nous regardons AF comme l'étendue des mêmes degrés au niveau de la Mer. Cependant il est très-possible

Figure 26.

possible que le changement que souffrent la pesanteur & sa direction sur la ligne BF qui est très-longue, vû l'extrême élevation de nos montagnes, soit cause que le point F ne soit pas précisement par 3 degrés de latitude, comme le point B qui est au-dessus. Il suffit pour cela que FE ne soit pas la direction de la pesanteur en F; car la latitude qui est la distance angulaire AEC à l'Equateur, se trouvera différente. Figure 26.

59. Il faut que nous insistions ici sur la distinction qu'il y a entre la pesanteur primitive, cette force originaire telle qu'elle soit, qui agit sur tous les corps, & la pesanteur actuelle que nous expérimentons, qui n'est autre chose que la premiere, mais alterée par la force centrifuge qui naît du mouvement diurne de la terre au tour de son axe. Le grave qui est en B tend à s'approcher du centre ou de quelque point C avec la force BC; mais puisqu'il est entraîné avec toute la vitesse du mouvement de révolution de la terre, il est dans le même cas, comme nous le sçavons, que la pierre qui est dans la fronde, & il doit continuellement faire effort pour s'éloigner de l'axe CP. La petite ligne BD répréfente cet effort, & de la combinaison des deux forces BC & BD contraires en partie, il résulte la pesanteur actuelle, qui conformement aux loix de la composition des mouvemens, s'exerce sur la diagonale BE du parallograme DBCE; & ce sont les effets de cette derniere pesanteur que nous éprouvons, lorsque nous voyons les corps tomber, ou les liqueurs prendre leur niveau. Il est outre cela facile de reconnoître que lorsque le point B est par 3 degrés de latitude, ou que lorsque la direction BE fait un angle de trois degrés avec le rayon AC de l'Equateur, l'angle EBC formé par les directions de la pesanteur primitive & de la pesanteur actuelle, est de 37 ou 38″; puisque la détermination anticipée de M. Hugens & de plusieurs autres Mathématiciens, se trouve comme justifiée par nos expériences; la force

Figure 26. centrifuge répréſentée par BD ou CE eſt à très-peu près la 289me partie de la peſanteur primitive répréſentée par BC.

60. Mais tranſportons-nous maintenant au point F : la peſanteur primitive y ſera plus grande, c'eſt ce que nous pouvons encore atteſter. Elle ſera plus grande, en même raiſon ſans doute que le quarré de CF eſt moindre que celui de CB. La force centrifuge en F ſera au contraire plus petite ; puiſque la rapidité du point F eſt moins grande. Or il réſulte de ces deux changemens, lorſqu'on ſuppoſe même que la peſanteur primitive agit toujours vers le même centre C, que la direction FE de la peſanteur actuelle doit changer & faire un angle plus aigu avec le rayon AC de l'Equateur en s'approchant de FC ; puiſque les graves qui ſont en F ſont pouſſées avec plus de force ſelon FC, & en même tems moins détournés de cette direction par la force centrifuge qui eſt plus foible. Il eſt donc évident que la latitude du point F eſt dans la rigueur Mathématique plus petite que celle du point B ; notre ſcrupule paroît fondé ; mais quoiqu'on réuniſe les deux cauſes qui détournent la direction BE, le Lecteur verra aiſément que la déviation totale échappera toujours à la plus grande délicateſſe de nos ſens.

61. La force centrifuge en F eſt plus petite qu'en B, ſenſiblement dans le rapport de CF à CB ou de CI à CF, ſi l'on fait IF égale à FB. Le côté CE qui étoit égal à BD diminuera dans le même rapport, & l'angle EFC ſouffrira un changement ſenſiblement proportionel. Outre cela l'angle EFC ſubira une autre diminution, ou ce qui revient au même, FE changera encore de direction, parce que la peſanteur primitive au point F, au lieu d'être répréſentée par CF, le ſera par CH qu'on déterminera en faiſant BH ou KH double de BF, puiſque la peſanteur primitive en F eſt plus grande qu'en B, dans le même rapport que le quarré de BC eſt plus

grand que celui de FC, & qu'on ſçait que les différences des quarrés des grandeurs qui différent peu entr'elles, ſont deux fois plus grandes à proportion que les différences même de ces grandeurs. C'eſt-à-dire en reſumant les deux changemens que l'angle EFC diminue par le ſecond chef dans le rapport que CH à CF, & par le premier dans le rapport de CF à CI. Tout conſideré, le changement total que ſouffre la direction E F de la peſanteur actuelle, eſt donc à l'angle EFC ou à l'angle EBC que nous pouvons regarder ici comme égaux, dans le même rapport que IH qui eſt quadruple de la hauteur BF, eſt aux rayons CF ou CB de la terre. Ainſi on voit que malgré l'extrême élevation de nos ſtations, je ne dis pas les unes au-deſſus des autres, mais au-deſſus même de la ſurface de la Mer, le détour de la direction de la gravité eſt comme nul, puiſqu'il n'eſt que la 600me partie ou tout au plus la 400me de l'angle EFC, qui n'eſt que de 37 ou 38″. Le point F peut ſe conſiderer comme s'il étoit par la même latitude que le point B; & nous n'avons pas la moindre erreur à craindre dans la maniere dont nous projettons les dimenſions de notre Méridienne *a* B ſur la ſurface AF. Lorſque nous ne conſiderions que notre ſeule élevation au-deſſus du niveau de la Mer, nos ſoupçons ne laiſſoient pas d'être fondés; il a fallu que notre voiſinage à l'Equateur détruiſit d'un autre côté l'effet de cette grande hauteur. Figure 26.

62. Mais enfin, quoique nous ſçachions généralement qu'il faut retrancher 21 $\frac{1}{7}$ toiſes de la longueur du degré pour le réduire à la ſurface de la Mer, à cauſe de la hauteur abſolue 1226 toiſes de Carabourou au niveau duquel nous avons rapporté toutes nos meſures, nous ignorons cependant encore combien il faut retrancher de l'arc total de notre Méridienne, ou de la différence en latitude 176940 toiſes qu'il y a entre les deux Obſervatoires de ſes extrêmités. C'eſt qu'il faut attendre

pour le ſçavoir que les obſervations Aſtronomiques nous apprenent la valeur de cet intervalle en degrés & en minutes, ou quelle partie il eſt de la circonference du cercle.

QUATRIEME SECTION.

Des précautions qui ont été priſes dans les Obſervations Aſtronomiques faites aux deux extrêmités de la Méridienne.

I.

1. NOus voici parvenus à la partie la plus délicate de toutes nos opérations ; à celle qui demandoit que nous redoublaſſions d'attention & de ſcrupule ; parce que tout le ſuccès de notre entrepriſe en dependoit. Il étoit queſtion en ceſſant de nous occuper de meſures terreſtres, de déterminer par voye Aſtronomique l'amplitude de l'arc de notre Méridienne ; de comparer la même Etoile aux Zéniths des deux extrêmités de l'arc, afin d'en découvrir la valeur par la ſomme ou par la différence des deux diſtances. Il faut que l'Etoile ſoit extrêmement élevée ; c'eſt une condition abſolument néceſſaire ; afin d'avoir moins à craindre des irrégularités de la réfraction, de même que des erreurs inévitables des diviſions de l'inſtrument, auxquelles on eſt expoſé, lorſqu'on ſe ſert d'une trop grande partie du limbe. Mais d'un autre côté rien n'eſt plus difficile que d'obſerver avec préciſion la hauteur d'un Aſtre très-voiſin du Zénith : il n'eſt pas poſſible en ſe bornant même aux premieres circonſtances de l'obſervation, de répréſenter tout l'embarras où ſe trouve un Obſervateur qui ne ſçait à quoi s'en prendre, lorſqu'il ne peut concilier ces

trois conditions, mettre son Secteur dans une situation exactement verticale, en diriger le Limbe dans le plan du Méridien, & faire passer l'Astre par le centre de la lunette ou par l'intersection des soyes, à l'instant précis de la médiation. Il essaye quelque fois inutilement toutes les situations qu'il peut donner à son Secteur; & ce n'est qu'après en avoir éprouvé cent différentes, qu'à la fin il renonce à quelqu'une des conditions spécifiées; en se contentant, peut-être, de satisfaire à celle qui est la moins importante, pendant qu'il néglige les deux autres ou qu'il leur fait violence.

2. M. Picard qui étoit plus en état que personne s'il l'eut voulu, de découvrir les causes précises de toutes ces difficultés & de nous les indiquer, a mieux aimé les éluder dans ses fameuses opérations pour la mesure de la Terre. Il choisit de propos déliberé une Etoile considérablement éloignée du Zénith, & il crut qu'il étoit plus simple de transporter son Secteur sur des brancards d'une extrêmité de la Méridienne à l'autre, au risque de le voir se déranger, que de se servir du moyen ingénieux qu'il avoit inventé, de vérifier les instrumens, en observant deux fois la hauteur méridienne de la même Etoile, pendant que le Limbe est tourné successivement vers l'Orient & vers l'Occident. On sçait combien il est rare que cette opération aussi généralement connue qu'elle est peu mise en usage, réussisse sur les quarts de cercles ordinaires. Cependant l'observation est incomparablement plus hazardée, lorsqu'on joint à tous les autres obstacles, l'embarras qui ne peut pas manquer de naître des dimensions d'un Secteur dont le rayon est quatre ou cinq fois plus grand. S'il ne falloit observer que les seules variations auxquelles est sujette la situation apparente d'une Etoile, la stabilité & la solidité tiendroient souvent lieu à l'instrument de toute autre perfection: mais il ne s'agit pas de déterminer de simples différences, on demande les quantités

absolues mêmes ; & il faut pour cela porter toutes les précautions jusqu'au dernier scrupule. Enfin on peut ajouter que l'espece de Théorie qui devroit éclairer ici la pratique comme par tout ailleurs, a été comme négligée jusqu'à présent. Chaque Astronome s'est tiré comme il a pû de ce pas difficile, & l'a franchi sans se mettre en peine le moins du monde d'aider à en sortir les autres Observateurs qui s'y trouveroient.

3. Je ne sçai qu'un seul Auteur qui par le titre d'un Ecrit qu'il publia en 1738, s'engagea à éclaircir cette matiere. Il avoit différens résultats à examiner, & il s'agissoit pour lui de marquer ceux auxquels on devoit donner la préférence. Il falloit pour cela établir les regles qui devoient servir à former la décision : il falloit réduire en Art autant qu'il étoit possible, la maniere de peser le mérite des observations & d'assigner à chacune son degré de bonté. Mais l'Auteur se contentant d'éfleurer son sujet ne vit rien de mieux que de compter de quel côté les opérations étoient en plus grand nombre. Ce n'est nullement l'envie de faire une critique inutile qui m'invite à le dire ; mais j'ai crû pouvoir marquer mon sentiment sur une dispute qui a fait du bruit, & dont je vois que peu de personnes soient encore exactement instruites ; parce que la plûpart de ceux qui pouvoient en connoître, étoient parties intéressées. On peut dans une contestation litteraire tendre un piege très-subtil à la personne contre laquelle on dispute ; on peut dans un Ecrit anonyme lui prêter des sophismes tellement spécieux, qu'elle soit tentée de les adopter & de croire qu'on prend réellement sa deffense. Peut-être que presque tous ceux qui ont entendu parler du Livre dont il s'agit, s'en sont formé cette idée. Mais il n'est rien de cela. On y agite simplement une question qu'on n'approfondit point ; on y expose les choses comme si l'on n'en voyoit que l'exterieur, on ne dit rien de tout ce qu'il y avoit à dire en entreprenant une discus-

ſion réflechie du ſujet, & on fait tout de bon & très-ſerieuſement, quoiqu'on eut peut-être une intention toute contraire, un Factum en faveur de l'adverſaire contre lequel on avoit à plaider.

4. Il ne faut pas penſer que l'Auteur ſe propoſât de nous mettre dans la néceſſité de tirer nous-mêmes différentes conſéquences qu'il ne vouloit pas développer. Outre qu'il ſeroit deſavoué en cela du Public, il n'eſt pas douteux que ſi l'on avoit quelque choſe à conclure d'un examen qui ne va pas au but, les concluſions ne regarderoient que l'Auteur. Tout ce qui réſulte bien certainement de toutes les parties de cette diſpute, c'eſt que les ſçiences partiques ſe perfectionnent plus difficilement que les ſpéculatives, à cauſe des diverſes recherches qu'elles ſuppoſent ſur des points indépendans les uns des autres. Les matieres n'y étant pas liées entr'elles comme dans la Théorie, ne ſe prêtent pas reciproquement de la lumiere; & au contraire elles ſe donnent, pour ainſi-dire, une ſorte d'excluſion, parce que l'attention que chacune exige ne fait pas naître celle qu'on doit aux autres. Rien n'eſt plus propre à juſtifier aux yeux mêmes de l'Auteur, la verité de ce que nous avançons, que le trait que nous trouvons dans un autre de ſes livres, publié deux ans après, & lorſqu'on devoit voir beaucoup plus clair dans toutes ces matieres. Si l'on en juge par la remarque qu'il fait à la page XXX ſur la fléxion du rayon des Secteurs, on en conclura que s'il eût fait ſeul des obſervations, il dépendoit du hazard qu'il trouvât les degrés du Méridien plus petits ou plus grands, & qu'il adoptât des hypothéſes tout à fait oppoſées ſur la figure de la Terre. On ne me ſera ſans doute que plus obligé après tout cela, de ce qu'en expoſant, comme je le dois ici, les précautions qui ont été priſes dans la conſtruction de nos inſtrumens au Pérou, je tâche de répandre une nouvelle lumiere ſur toutes les parties de ce ſujet, en y joignant des moyens ſimples & ſûrs de faire réuſſir les obſerva-

tions. J'entrerai pour cela dans le détail de plusieurs choses qu'on pourroit regarder comme des minuties, si elles n'étoient toutes d'une application fréquente, & si la précision qui fait tout le prix de cette sorte de travail, ne dépendoit d'une discussion, pour ainsi dire, superstitieuse des plus petites quantités qu'on négligeroit dans toutes les autres rencontres. Mes éclaircissemens au reste serviront toujours à justifier, de même que ceux que j'ai déja donnés, que rien n'a été executé dans nos opérations qu'avec connoissance de cause.

II.

De la forme générale du Secteur pour faire les observations Astronomiques.

5. Aussi-tôt qu'il ne s'agit d'observer que des Astres très-voisins du Zénith, on doit rendre très-court le Limbe de l'instrument, puisqu'on ne feroit en l'étendant, qu'augmenter inutilement la grandeur & le poids du tout, & communiquer, peut-être encore à l'assemblage de toutes les parties plus de facilité à se déranger. On ne manque pas d'être muni de quarts de cercles ordinaires ou d'autres instrumens équivalens, lorsqu'on entreprend ces sortes d'observations; ainsi on sçait à peu près d'avance la distance de l'Etoile au Zénith; ce qui apprend la grandeur qu'il faut donner au Limbe qui doit avoir une étendue double. Pour observer un Astre dont le complement de la hauteur est de 2 ou 3 degrés, il faut faire le Limbe de 5 ou 6 degrés: la raison en est évidente. Lorsqu'on vise à l'Etoile, le fil aplomb qui est suspendu au haut de l'instrument au centre du Secteur, s'éloigne autant par en bas de la lunette, que l'Etoile est éloignée du Zénith: mais malheureusement on ignore le terme précis duquel il faut compter l'éloignement du fil aplomb, puisqu'on ne sçait pas, au moins avec l'exactitude qu'on exige dans cette rencontre, le point

point du Limbe auquel répond l'axe de la lunette. C'eſt pourquoi il faut conformément à l'idée de M. Picard, faire faire un demi-tour à l'inſtrument, tourner le Limbe vers l'Occident, ſuppoſé qu'il fut tourné d'abord vers l'Orient. Lorſqu'on obſervera enſuite la diſtance méridienne de la même Etoile au Zénith, le fil aplomb s'écartera de la lunette vers l'autre extrêmité du Limbe: cette diſtance ſera égale à la premiere; & les deux en s'étendant en ſens contraire, commenceront également à ce point inconnu qui ne peut varier auſſi-tôt que l'inſtrument ne ſe dérange pas. Il eſt donc clair que l'arc total ou que tout l'intervalle parcouru ſur le Limbe par le fil aplomb ſera égal au double de la diſtance de l'Etoile au Zénith; & il ne reſte par conſéquent qu'à prendre la moitié de cet arc pour avoir cette diſtance apparente, de même que pour ſe mettre en état de marquer ſur le Limbe, ſi on le veut, le point précis auquel répond l'axe optique de la lunette.

6. Cette ſimple explication de la choſe ſuffit ce ſemble, pour montrer qu'elle doit être en général la forme du Secteur, & que la lunette doit être étendue le long du rayon du milieu, ou doit au moins lui être parallele. On peut de cette ſorte ſe contenter de former l'inſtrument d'une ſeule barre de fer qui répréſentera ce rayon principal, & on lui attachera en bas perpendiculairement une regle pour ſervir de Limbe, en la faiſant plus ou moins longue, ſelon que les Etoiles qu'on veut obſerver, ſont plus ou moins éloignées du Zénith. Nous laiſſons à l'experience de l'ouvrier à regler les largeurs & les épaiſſeurs que doivent avoir ces pieces, pour ne pas manquer de ſolidité; quoique nous nous propoſions de faire dans la ſuite quelques remarques qui pourront l'aider à ſe déterminer. Dans le Secteur de 12 pieds de rayon que nous avons porté de France au Pérou, la barre de fer ou plûtôt les deux barres, qui entées à l'extrêmité l'une de l'autre, alloient depuis le bas juſqu'au

haut, avoient environ trois pouces de largeur sur 2 lignes d'épaisseur, & elles étoient outre cela fortifiées par une autre regle de fer posée de champ derriere. Il semble qu'il n'y avoit point à craindre que de pareilles pieces fussent sujettes à fléchir : cependant le tout souffriroit une courbure très-considérable, & c'est ce qui me détermina lorsque je fis construire depuis à Quito un autre instrument, de rendre le rayon beaucoup plus fort, quoiqu'il n'eut que 8 pieds de long, sans aucune brisure au milieu.

De la suspension de l'Instrument.

7. Il ne nous reste plus qu'à dire un mot de la suspension de l'instrument, pour achever de donner une idée générale de sa disposition. On peut le soutenir par un genouil & un pied comme les quarts de cercles ordinaires, quoique la croisée du pied puisse gêner alors l'Observateur dont la situation la plus naturelle est d'être assis à terre, de maniere qu'en renversant un peu la tête, son œil se trouve à portée de la lunette. Quelques Astronomes ont parlé de l'attitude extrêmement incommode dans laquelle ils se mettoient pour observer les Astres qui sont proche du Zénith ; ils se tenoient couchés ou à demi couchés, & alors ils ne devoient soutenir leur tête à la hauteur précise qu'avec beaucoup de travail, malgré les secours qu'ils pouvoient se prourer : au lieu qu'on ne ressent aucune incommodité aussi-tôt qu'on a eu le soin d'élever assez le Secteur pour qu'on puisse y observer étant assis pendant que le corps est dans une situation droite. Quant à la suspension de l'instrument on peut si aisément en imaginer de différentes, qu'il n'y a pas beaucoup de mérite à en trouver de nouvelles. Il m'étoit venu en pensée de faire tourner le Secteur sur un pivot qui en soutiendroit tout le poids : je regardois comme un avantage considéra-

ble de pouvoir le diriger ſans y toucher, & en n'agiſſant que ſur un levier qui ſeroit attaché derriere. Cependant comme le Sieur Hugot notre Horloger venoit d'executer un autre ſuſpenſion pour l'inſtrument de M. Godin, & que je ne voulois pas perdre le tems en tentatives, *j'abandonnai la choſe à ſon choix, & il aima mieux* imiter un ouvrage qu'il ne faiſoit que d'achever, que d'en entreprendre un tout différent.

8. On voit dans la Figure 27 la principale piece d'en haut de la ſuſpenſion qui ſervit alors. Elle avoit ſix à ſept pouces de hauteur, elle étoit de cuivre, elle étoit formée d'un hémiſphere & d'une pate, joints l'un à l'autre par un colet qui paſſoit dans la main de fer PQ, laquelle étoit attachée à la charpente du toit. La pate N étoit arrêtée par le moyen de pluſieurs vis au haut de l'inſtrument; & comme le colet avoit du jeu dans la main de fer & la liberté de s'y mouvoir, on pouvoit donner au Secteur toutes les ſituations néceſſaires. Pendant que l'inſtrument étoit ſoutenu de cette ſorte par en haut, il étoit arrêté en bas par un banc étroit placé dans la direction du Mériden: il n'y touchoit pas immédiatement: mais il étoit engagé par deux tenons dans une regle qui étoit mobile ſur ce banc par le moyen de pluſieurs vis de régie, qui ſervoient à donner les petits mouvemens dont on avoit beſoin dans les préparatifs de l'obſervation. Lorſqu'il étoit néceſſaire de faire faire un demi tour à l'inſtrument pour préſenter ſon Limbe ſucceſſivement à l'Orient ou à l'Occident, on dégageoit la regle d'en bas; & en montant enſuite en haut, on faiſoit tourner l'inſtrument, en touchant ſeulement à l'hémiſphere de cuivre qui le ſoutenoit.

9. M. Godin a employé depuis à Mira, extrêmité Septentrionale de ſa Méridienne l'autre maniere de ſuſpenſion que j'avois d'abord propoſée au Sieur Hugot. Je l'ai auſſi fait mettre en exécution avec quelque différence pour ma derniere obſervation à Cocheſqui. Je

m'étois d'abord proposé de me servir d'une piece de bois comme d'un axe mobile & presque vertical, qui soutiendroit le Secteur à quelque distance par deux bras; mais nous avons même réussi à suprimer cet axe, en appliquant immédiatement au bas du Secteur un long pivot, & en le coudant, afin qu'il se trouvât à quelque distance du Limbe, & n'ôtât rien des commodités de l'Observateur toujours assis à terre.

10. Ce pivot entroit dans une crapaudine de métal qui étoit arrêtée dans un morceau de bois de trois ou quatre pouces en quarré, & ce morceau de bois retenu par des coulisses avoit la liberté de glisser dans le sens du Méridien sur un autre un peu plus grand, lorsqu'on le poussoit ou qu'on le retiroit par une longue vis de régie. Le second morceau de bois étoit soutenu par un troisiéme encore plus grand sur lequel il pouvoit aussi glisser, mais dans le sens perpendiculaire au Méridien, lorsqu'on faisoit agir les vis qui le retenoient; & le tout avoit la liberté de tourner sur la tête cilindrique d'un poteau qui entroit dans la terre & qui avoit un peu plus de deux pieds & demi de hauteur. Par en haut il y avoit une simple tige attachée à l'instrument, laquelle montoit presque verticalement & qui étoit coudée de même que le pivot d'en bas & pour les mêmes raisons. Cette tige passoit avec facilité & pouvoit tourner à la maniere d'un gond dans une main de fer dont le bras étoit fort long, & qui étoit arrêté à la charpente du toit. Cette main sans presque rien soutenir du poids de l'instrument, ne servoit qu'à l'empêcher de tomber, & il est évident qu'elle ne devoit par répondre tout à fait verticalement au-dessus du poteau d'en bas, mais s'éloigner de la verticale, d'une distance reglée sur celle du Zénith aux Etoiles qu'on vouloit observer. Enfin un assez long levier placé horisontalement n'étoit pas attaché à l'instrument, mais au coude du pivot d'en bas, & venoit s'appuyer sur deux tringles horisontales qu'on

avoit mis à quelque diſtance à droit & à gauche ; & c'étoit par le moyen de ce levier qu'on faiſoit tourner le Secteur. Tout cet arrangement, je l'avoue, m'a paru très-préferable à l'autre, après que j'ai long-tems eſſayé des deux. J'ai toujours eu le ſoin de faire conſtruire en haut proche le toit un échafaut, pour avoir la commodité de viſiter le centre de l'inſtrument & toutes les parties ſuperieures, & pour qu'on pût auſſi toujours aller avec facilité & ſans riſque, retirer & remettre les tuiles du toit qui ſe trouvoient dans la direction de la lunette.

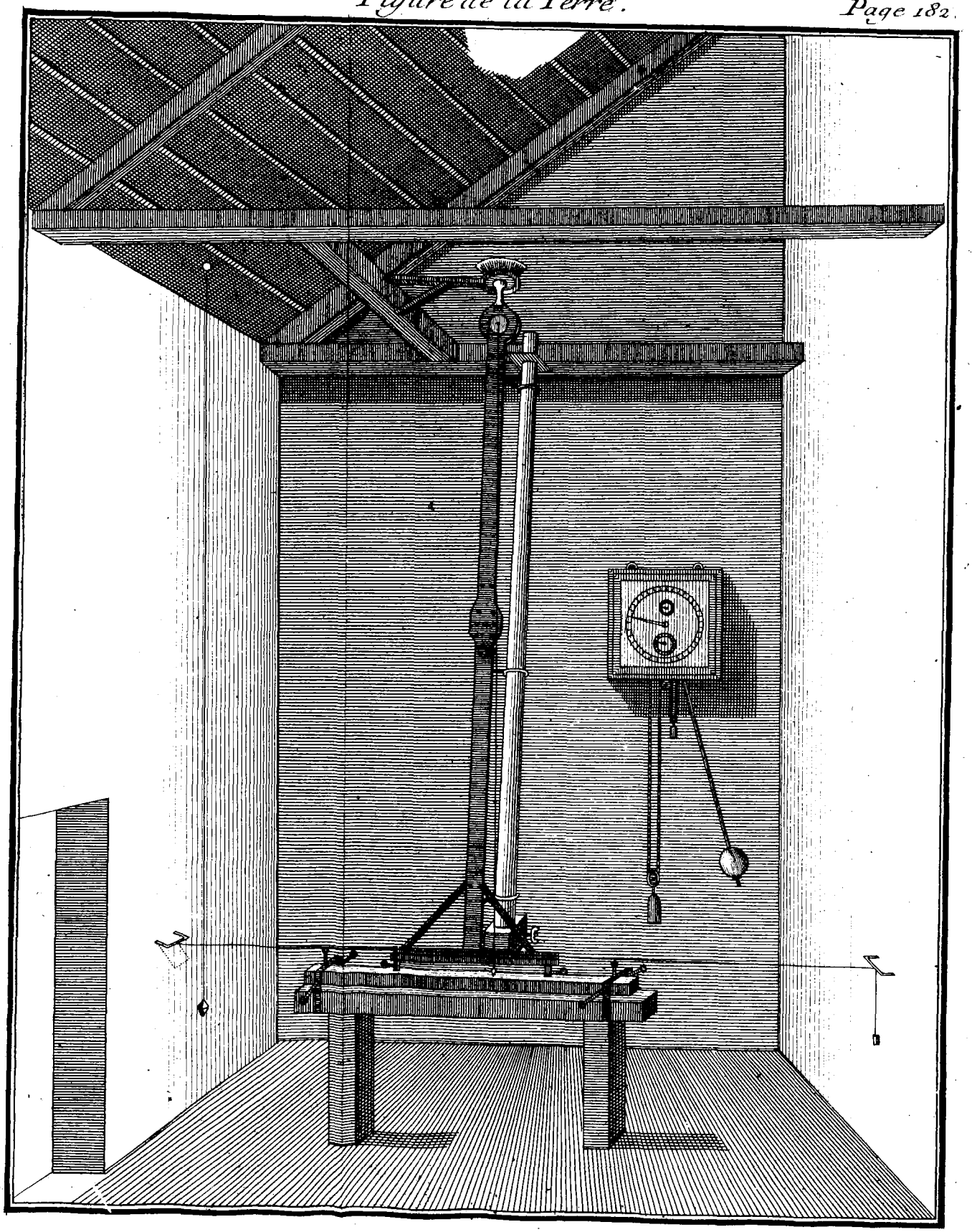
11. C'eſt au ſurplus à l'Obſervateur en faiſant quelques eſſais, à varier la méchanique de cette diſpoſition, ſelon les divers avantages qu'il a en vûe ou ſelon les autres circonſtances. L'uſage du Micrométre, par exemple, attaché à la lunette, diſpenſe de toucher au corps même de l'inſtrument pendant l'obſervation, ce que nous regardons comme une commodité très-conſidérable, au lieu que ſi l'on ſe ſervoit des tranſverſales marquées ſur le Limbe, il faudroit pouvoir en même tems qu'on a l'œil à l'oculaire, étendre la main juſqu'à quelque vis qui pouſſât ou retirât le bas du Secteur ſelon que l'exige la ſituation de l'Aſtre. Il ſuffit pour fixer un peu plus l'imagination du Lecteur de donner ici une ſeule repréſentation de l'inſtrument tout monté. La Planche ci-jointe repréſente la premiere maniere de ſuſpenſion qui ne me paroît inférieure à l'autre, que parce que le Limbe étant ſaiſi ou arrêté par les deux extrêmités, on peut craindre que cette action ne faſſe quelques fois un peu tordre le rayon du Secteur. Mais on peut lever cet inconvénient de pluſieurs manieres, ſans rien changer dans le total de la diſpoſition. Nous avons tâché de ne rien oublier dans la Planche : on voit juſqu'au gnomon dont nous parlerons dans la ſuite, & le fil tendu horiſontalement qui indique la direction du Méridien. On voit auſſi l'ouverture du toit.

III.

De la matiere dont on doit faire l'Instrument.

12. La forme générale du Secteur étant déterminée, la premiere chose qui se présente à examiner c'est la matiere dont on doit le construire. On se sert ordinairement de fer dans la construction des quarts de cercle; sans doute parce que ce métal qui est en même tems très-commun, a beaucoup de force; car il n'y a pas d'apparence qu'on l'ait regardé comme celui de tous qui est le moins sujet aux changemens d'extensions par les vicissitudes du froid & du chaud, quoiqu'il soit très-vrai qu'il jouisse de cette proprieté. Cependant comme il seroit très-difficile de graver sur le fer avec l'exactitude nécessaire les divisions de la graduation, on fait ordinairement le Limbe de cuivre ou de laiton; & on peut douter si cette diversité de matiere ne produit pas quelques inconvéniens. Il est clair qu'aussi-tôt qu'un quart de cercle est entierement formé du même métal, il n'y a rien à craindre de la plus grande extension ou contraction de ses parties, puisqu'elles doivent toutes changer proportionellement: la figure de l'instrument ne change pas, pendant qu'il change de grandeur, & les angles indiqués par les divisions du Limbe sont absolument les mêmes. Le cas est tout différent lorsque l'instrument est fait de fer & en partie de cuivre: ces dernieres parties plus susceptibles de variation changent considérablement pendant que les autres restent presque dans le même état; & le quart de cercle doit devenir non-seulement plus ou moins grand, il doit perdre aussi de l'exactitude de sa figure. Ainsi c'est un sujet de question, & la chose demande à être examinée, de sçavoir si la différence va assez loin pour préjudicier à l'exactitude des observations.

13. C'est en partie ce qui m'a engagé dans toutes ces expériences dont j'ai déja rendu compte & que j'ai



repétées tant de fois sur l'extension que souffrent les métaux par la chaleur. * Dans les endroits très-fermés comme l'ont toujours été ceux dans lesquels j'ai fait les observations, ou sans me contenter d'interdire toutes les fenêtres, je faisois encore faire des retranchemens interieurs avec des nattes, pour éviter le moindre vent, une barre de fer de 6 pieds de longueur ne recevoit gueres que $\frac{2}{100}$ ou $\frac{3}{100}$ de lig. de changement depuis le matin jusqu'au tems de l'après midi de la plus grande chaleur. Dans les galeries seulement couvertes d'un toit & ouvertes par les côtés, ce changement ainsi que je l'ai dit lorsque j'ai traité expressement de cette matiere, alloit ordinairement à $\frac{5}{100}$, lig.; je l'ai souvent vû de $\frac{10}{100}$, & quelques fois il est allé à $\frac{14}{100}$ ou $\frac{15}{100}$ de lig., & même plus loin.

14. Je m'arrête au changement de $\frac{10}{100}$ lig. ce qui réduit à $\frac{5}{100}$ lig. le changement d'extension que reçoit le rayon d'un quart de cercle de 3 pieds. Le Limbe s'il étoit de même matiere recevroit en même tems sur 90 degrés un allongement qui seroit plus grand, dans le même rapport que le quart de la circonférence du cercle est plus long que le rayon; l'allongement seroit d'environ $\frac{79}{1000}$ lignes, & dans ce cas comme nous l'avons déja dit, & comme la chose est évidente par elle-même, la grandeur de l'angle ne changeroit pas. Le Limbe étant de laiton au lieu d'être de fer, & les extensions de ces deux métaux par le même degré de chaleur étant à peu près dans le rapport de 11 à 8, l'extension sera de $\frac{109}{1000}$ lig. Mais il faut remarquer qu'il n'est pas question dans le cas présent de l'allongement total, mais seulement de son excès sur celui que recevroit un Limbe de fer, puisque c'est ce seul excès qui produit le mal, en alterant les angles. Cet excès est de $\frac{30}{1000}$ lig. ou de $\frac{3}{100}$ qui répondent dans un quart de cercle de 3 pieds de rayon à environ 14″. Ainsi quoiqu'on eut le

* Voyez les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1745 page 230 & suiv.

ſoin de ſe garantir de la grande chaleur du Soleil, l'erreur dans la meſure des angles ſeroit ſenſible du matin au ſoir, lorſqu'on ſe ſert de l'arc de 90 degrés, ſuppoſé que le Limbe fut entierement de laiton pendant que les autres parties ſont de fer. L'erreur ſeroit encore plus grande, elle ſeroit de plus de 30″, ſi le Limbe étoit d'argent.

15. Mais le mal ſeroit encore plus grand, ſi l'on expoſoit l'inſtrument aux rayons d'un Soleil vif, quoique l'extenſion ne fut cauſée que par la chaleur immédiate & par le ſimple contact de l'air. Peut-être n'ai-je pas ſaiſi dans mes expériences qui n'ont pas été autant multipliées à l'égard de ce cas particulier qu'à l'égard des autres, le plus grand degré de l'allongement; mais s'il eſt vrai qu'il ne ſoit que d'environ $\frac{1}{5}$ lig. ſur une barre de fer de ſix pieds & de $\frac{1}{10}$ lig. ſur 3 pieds, la différence ſur l'angle droit ſera d'environ 28″. Nos quarts de cercles ordinaires ſeroient donc ſujets à nous tromper de toute cette quantité, ſi ce n'eſt que la maniere dont ſont aſſemblées les barres de fer qui les compoſent, & encore plus la barre de fer qui eſt courbée en arc & qui eſt clouée au-deſſous du Limbe, s'oppoſent à ces extenſions ou contractions. Je me ſuis aſſuré par l'expérience que ces expédiens qu'on ne regardoit pas ſans doute comme tels, prévenoient le mal preſqu'entierement. Ayant placé horiſontalement dès le matin un quart de cercle dans un endroit abſolument découvert, & ayant dirigé ſes deux lunettes ſur deux objets éloignés l'un de l'autre de 90 degrés, j'attendis qu'il acquit tant de chaleur qu'à peine on y pouvoit toucher. Le Limbe en s'allongeant devoit donc faire paroître l'angle plus petit au moins de 28″, ou faire paſſer de cette quantité les deux lunettes en dehors des deux objets; mais à peine pûs-je en y regardant avec le plus de ſcrupule, appercevoir quelque différence, & s'il y en avoit, elle n'étoit au plus que de 5″. Cela montre combien il eſt important de forti-

fier

fier le Limbe de laiton par un autre encore plus fort de fer qui le soutienne. Cependant on ne doit jamais mettre ces instrumens de plat au grand Soleil que le moins qu'on peut; afin de ne pas exposer les rivets qui joignent les deux regles à un trop grand effort.

16. Il est facile au reste de remarquer que l'erreur dont il s'agit, ne dépend pas de la grandeur de l'instrument; c'est-à-dire qu'il n'importe que le quart de cercle soit d'un pied de rayon, par exemple, ou de 3 : l'alteration étant proportionelle vaudra toujours le même nombre de minutes & de secondes. Ce sera encore la même chose si l'instrument est de 18 ou 20 pieds; le changement d'extension ou de contraction par la chaleur ou par le froid, étant six ou sept fois plus grand, répondra toujours au même nombre de minutes & de secondes sur le Limbe, dont les intervalles des divisions seront aussi plus grands dans la même proportion. Mais si la grandeur de l'instrument ne produit aucune différence, il est clair que l'amplitude du Limbe, c'est-à-dire, le nombre de degrés qu'il contient, doit en apporter. Supposé que l'erreur soit de 14″ sur 90 degrés, elle ne sera que de 7″ sur 45 degrés, de 2 ou 3″ sur 15 degrés; & elle sera donc absolument insensible dans les Secteurs toujours placés à l'ombre dont on se sert pour mesurer la distance au Zénith des Etoiles qui sont fort hautes.

17. Une derniere attention qui ne coute rien & qui peut néanmoins contribuer encore à nous rassurer sur l'invariabilité de figure du Secteur, c'est supposé qu'on n'ait pas recours à quelque autre expédient, de faire le tuyau de la lunette qui sert de pinnule, de même métal que le rayon sur lequel il est appliqué. L'un & l'autre, recevant ensuite les mêmes changemens par les vicissitudes du chaud & du froid, le tuyau n'aura aucun effort à soutenir qui puisse alterer la direction de son axe. Il est vrai qu'on peut suppléer à cette précaution, en faisant ensorte que le tuyau soit de différentes pieces

qui étant engagées les unes dans les autres sans être soudées, soient liées chacune séparement sur le rayon. Dans les quarts de cercles ordinaires le tuyau de la lunette est presque toujours de laiton & sur une longueur de 3 pieds, il peut recevoir environ $\frac{1}{27}$ lig. plus d'allongement que la regle de fer à laquelle il est parallele, lorsque l'instrument reste exposé pendant quelques heures au grand Soleil. Il ne faut pas douter que cet excès d'extension qui est très-considérable ne produisit des effets marqués & dangereux, si le hazard n'avoit voulu qu'on y remediât sans y penser. Le tuyau de la lunette est toujour formé de différentes pieces qui sont inserées, avec quelque force les unes dans les autres; mais cette force doit toujours céder aisément à l'effort que font ces mêmes pieces lorsqu'elles s'étendent ou qu'elles se contractent. A considerer les choses dans la derniere rigueur, il seroit nécessaire que le tuyau de la lunette fut brisé dans les cas mêmes où il est de même métal que le reste de l'instrument; car aussi-tôt que la lame qui le forme n'a pas la même épaisseur que les autres pieces, elle ne peut pas manquer de recevoir plus promptement les effets du chaud & du froid. Cette remarque prouve qu'il seroit même à propos, si on devoit pousser le scrupule à l'excès, que toutes les regles qui entrent dans la construction du Secteur fussent précisement de la même grosseur ou au moins également épaisses, & outre cela de métal également bien forgé ou écroüi, afin qu'elles changeassent toutes d'extension dans le même tems & par les mêmes degrés. Lorsque ces regles ne sont pas également grosses quoiqu'elles soient de la même matiere, celles qui sont plus minces souffrent presque tout à coup une extension ou une contraction que les autres pieces qui sont épaisses ne reçoivent que lentement, & la figure du Secteur qui doit s'en ressentir, se trouve exposée de cette sorte à une alteration qui ne cesse le plus souvent que lorsqu'il en survient une autre toute contraire.

IV.

De la longueur que doit avoir la Lunette par rapport au rayon du Secteur.

18. Nous nous trouvons naturellement conduits à un autre point de discussion qui est d'une importance beaucoup plus grande que les précédens sur lesquels nous croyons avoir assez insistés. On demande s'il est à propos que la lunette soit de même longueur que le rayon du Secteur, ou s'il ne seroit pas permis de la faire beaucoup plus courte. La lunette augmente la grandeur apparente des objets autant de fois que le verre objectif est d'un plus long foyer que le verre oculaire; elle grossit les objets 30 ou 40 fois; il n'est donc pas nécessaire de la rendre si longue que le fil aplomb ou que le rayon du Secteur; puisque plus courte, elle fournira à cause de la proprieté qu'elle a d'augmenter l'apparence des objets, tout autant de précision qu'on peut en obtenir dans l'autre partie de l'observation, je veux dire dans l'examen du nombre de minutes & de secondes qu'indique le fil aplomb sur la graduation. Si l'on rend au contraire la lunette plus longue, si on la fait égale au rayon du Secteur, on visera plus parfaitement à l'Astre, on sera sujet à une moindre erreur, on verra mieux la plus petite quantité; mais cette plus grande exactitude sera inutile, puisque celle qu'on obtiendra du côté fil du aplomb n'y répondra aucunement.

19. Ce raisonnement qui n'est que possible a pû quelques fois en imposer, quoiqu'il ne soit fondé que sur des suppositions toutes également fausses. Si la grossiereté & l'imperfection de nos sens font que nous sommes sujets à commettre des erreurs considérables dans quelque partie de nos opérations, ce n'est du tout point une raison pour que nous devions négliger l'avantage qui

s'offre à nous de mieux réussir dans les autres. Nous nous trompons, il est vrai, en examinant le point du Limbe sur lequel tombe le fil aplomb; le Fabricateur de l'instrument a aussi peut-être commis des fautes considérables dans les divisions de la graduation; mois qu'importe tout cela? Faut-il parce que nous ne pouvons pas remedier à ces erreurs, en commettre encore de nouvelles comme de propos déliberé, afin qu'elles se compliquent avec les premieres, lorsque nous pourrions les éviter? La quantité qu'il s'agit de découvrir est une intervalle compris entre deux termes: saississons donc s'il est possible l'un de ces termes avec exactitude, en attendant que nous réussissions mieux à l'égard de l'autre; & au lieu d'avoir deux erreurs à craindre qui ont toujours entr'elles quelque proportion, nous n'en aurons plus qu'une seule.

20. Il faut remarquer outre cela, que c'est notre faute si nous ne discutons pas toujours les divisions du Limbe avec une loupe qui grossisse autant & même plus les objets que ne le fait la lunette. La longueur du foyer de l'objectif ne fait que former un rayon plus long, de même que le fait aussi de l'autre part le fil aplomb: l'angle compris est constaté avec plus de précision, parce qu'il a pour côtés des lignes plus longues. Mais si l'on recevoit l'image de l'Astre sur des tablettes placées au foyer de l'objectif, & qu'on examinât sa situation à la vûe simple, la plus grande longueur de la lunette ne donneroit rien autre chose que ce que donne également la plus grande longueur du fil aplomb: il n'y auroit aucun avantage d'un côté ni d'autre. Il est vrai qu'on ne regarde pas à la vûe simple l'image de l'Etoile tracée dans la lunette; mais on doit faire attention que rien n'empêche de se servir aussi d'une loupe pour discuter la situation du fil aplomb; & alors la longueur du rayon du Secteur combiné avec la loupe, fera absolument le même effet qu'une lunette de même longueur.

Il y aura même cette différence qui favorise notre sentiment, que si l'instrument est 3 ou 4 fois plus grand, on pourra employer toujours pour regarder les divisions, une loupe de la même force ou qui grossisse également les objets, indépendamment du plus de distinction qu'y aportera le plus grand rayon de l'instrument: au lieu que tous les Opticiens sçavent qu'on est ordinairement obligé d'affoiblir l'oculaire qu'on adopte à une lunette trois ou quatre fois plus longue. Ainsi le fil aplomb examiné sur le Limbe avec une loupe convenable, est équivalent à une lunette plus longue que l'autre; & il n'y a donc aucun motif pour diminuer la longueur de cette derniere.

De la nécessité de donner la même longueur à la lunette qu'au rayon de l'instrument, & d'attacher l'objectif au haut du rayon.

21. Au défaut des raisons précédentes prises de l'Optique, la Méchanique nous en fournit d'autres, qui font toucher au doigt l'extrême péril auquel on s'expose de manquer toutes ses observations, lorsqu'on ne fait pas la lunette précisement de même longueur que le rayon des grands Secteurs.

Une barre de fer de 10 ou 12 pieds de long, quoiqu'elle ait 3 pouces ou 3 pouces & demi de largeur sur 2 ou 3 lignes d'épaisseur, n'est pas exempte de se courber par son propre poids; je ne dis pas dans le sens dans lequel il est évident qu'elle a le plus de flexibilité, mais même dans l'autre. Soit qu'on l'appuye par ses deux extrêmités, ou qu'on la soutienne seulement par le milieu, ce qui revient au même, la courbure est la plus grande, comme il est évident, dans la situation horisontale; mais on est étonné de voir jusqu'où elle va dans cet état. A mesure qu'on incline la regle, la quantité de la flexion diminue: car lorsque la barre ou la regle est située ho-

risontalement, sa pesanteur qui travaille à la faire plier, agit avec un levier qui a précisement pour longueur celle de ses différentes parties : au lieu que le bras du levier diminue par l'inclinaison ; il diminue proportionellement au Sinus de l'angle formé avec la ligne verticale. Si cet angle est de 30 degrés la courbure ne sera donc qu'environ la moitié de ce qu'elle étoit, & elle ira toujours en diminuant à mesure qu'on élevera la regle par une de ses extrêmités ; ainsi que chacun l'a experimenté plusieurs fois.

22. On sçait aussi que cet effet est beaucoup plus grand lorsque la regle est plus longue : la pesanteur est plus grande ; cette même pesanteur est appliquée à des leviers plus longs, par rapport à chaque point qui participe à la flexion ; il y a un plus grand nombre d'endroits sujets à se courber ; & outre cela le même degré de flexion produit un plus grand écart à l'extrêmité de la regle. Ainsi toutes les autres circonstances étant les mêmes, une barre de fer deux ou trois fois plus longue, doit se courber 16 fois ou 81 fois davantage ; les courbures en général lorsqu'elles sont petites comme le sont celles que nous considerons ici, doivent suivre à peu près le rapport des quarrés quarrés des longueurs. Si l'on prenoit pour la quantité de la courbure l'angle formé par les tangentes aux deux extrêmités de la regle, elle n'augmenteroit que comme le cube de la longueur ; puisqu'elle dépendroit seulement de la plus grande pesanteur de la regle, du plus long levier auquel elle seroit appliquée, & du plus grand nombre d'endroits sujets à se courber : au lieu que mesurant la flexion par la quantité dont une des extrêmités s'éloigne de la direction ou de la ligne droite qui est tangente de la courbure que forme l'autre, la longueur de la regle doit s'introduire encore une fois dans le rapport, par la raison que les deux côtés d'un angle vont en s'éloignant l'un de l'autre à mesure qu'ils deviennent plus longs. J'ai eu la cu-

riosité de voir combien se courboit effectivement la toise de fer que nous avions aportée de France, laquelle avoit 1 $\frac{1}{2}$ pouce de largeur sur 3 $\frac{1}{3}$ lignes d'épaisseur. J'ai trouvé lorsque je la mettois horisontalement de champ en la soutenant seulement par ses deux extrêmités, que la flexion considerée dans le sens que je viens de spécifier, étoit tantôt de 1 $\frac{7}{20}$ lignes & tantôt de 1 $\frac{1}{12}$ lig. La différence des expériences peut venir de diverses causes, mais il faut l'attribuer en partie aux différens degrés de temperature de l'air, qui faisoient augmenter ou diminuer l'élasticité du fer. Je mettois au milieu de la longueur de la toise un objectif d'environ 18 pouces de foyer. Je plaçois une mire à une des extrêmités, & j'en recevois à l'autre l'image sur une espece de Micrométre ou de chassi au-delà duquel j'avois mis un oculaire. Enfin mettant la toise dans les deux situations contraires, je trouvois par le Micrométre la quantité de la courbure ou la quantité dont une des extrêmités s'éloignoit de la ligne droite; & il me venoit toujours plus d'une ligne.

23. J'ai fait la même expérience sur une barre de fer beaucoup plus forte, laquelle sur 8 pieds de long avoit 2 pouces 8 lignes de largeur par un bout & 3 pouces 3 lignes par l'autre avec 2 $\frac{1}{2}$ lignes d'épaisseur. Je dis que cette seconde barre étoit plus forte que la premiere, car la plus grande épaisseur n'ajoute gueres ici à la force. Une barre deux fois plus épaisse doit presque se considerer comme deux barres d'une épaisseur simple qui seroient appliquées l'une contre l'autre, & la flexion doit être à peu près la même. Cette barre étant posée horisontalement de champ, & lorsqu'elle devoit donc se courber le moins, elle le faisoit encore de $\frac{18}{25}$ lignes. La Figure 28 représente cette barre avec sa courbure qu'il a fallu exagerer. Le petit espace BD répréfente la quantité dont s'écartoit l'extrêmité B de la ligne droite ACD, qui partant de l'extrêmité A passoit exactement Figure 28.

par le point C du milieu. Le renverſement de la barre me donnoit $\frac{18}{25}$ lignes pour le double de cette quantité. Ainſi BD étoit de $\frac{9}{25}$ lig. & la flêche GC de la courbure de $\frac{9}{50}$ lig. Mais ſi nous cherchons comme ci-devant la flexion BE par rapport à la ligne droite AE qui étant tangente à l'autre extrêmité A de la courbure en marquoit la direction ; il eſt clair ſans qu'il ſoit néceſſaire d'entrer ici dans la recherche de la nature de la courbe ACB, qu'on ne ſe trompe gueres de doubler BD, pour avoir BE qui ſe trouve donc de $\frac{18}{25}$ lig. Or prenant ces expériences pour principes, on verra qu'une barre de fer de même groſſeur & de 18 pieds de long, doit ſe courber de plus de 18 lignes, conformement au rapport des quarrés quarrés des longueurs. Si l'on cherche la courbure d'une barre de fer ſeulement de 12 pieds, on trouvera $3\frac{64}{100}$ lig. : & ſi en élevant une de ſes extrêmités, il ne s'en faut que 6 degrés qu'elle ne ſoit exactement verticale, ſa flexion ſera encore de $\frac{38}{100}$ ou de près de deux cinquiémes de ligne, conformément à la proportion des Sinus d'inclinaiſon.

24. Il eſt facile de reconnoître les mauvaiſes ſuites que doit avoir cette courbure dans les Secteurs qui ſont d'un grand rayon & qui ne ſont armés que d'une lunette très-courte. On peut négliger la petite quantité dont le rayon ſe racourcit par ſa fléxion comme ne produiſant que très-peu d'effet ; & c'eſt par cette raiſon qu'il n'y a preſque rien à craindre de la courbure qui ſe fait en avant ou en arriere. Mais ſi le rayon a 10 ou 12 pieds de longueur pendant que la lunette n'en a que 3 ou 4, il arrivera infailliblement que ſa courbure dans le ſens lateral tranſportera le centre & le fil aplomb du côté que l'inſtrument eſt incliné, & que le fil aplomb trop porté vers l'extrêmité du Limbe, fera paroître la diſtance de l'Aſtre au Zénith trop grande. Pendant que le rayon AG du Secteur répréſenté dans la Figure 29, eſt inflexible, le fil aplomb bat ſur le Limbe au point F

&

& donne l'arc AF pour le complement de la hauteur de l'Astre, mais aussi-tôt que le rayon en se courbant porte le centre de C en *c*, le fil aplomb bat en *f*, pendant que la lunette ED est toujours dirigée exactement sur le même point du Ciel : & on se trompe par conséquent en excès de toute la petite quantité F*f*. Ce sera la même chose lorsqu'on tournera l'instrument ou qu'on présentera vers l'Occident sa face qui étoit tournée vers l'Orient, le fil aplomb se trouvera également porté en dehors vers la seconde extrêmité G du Limbe ; on se trompera encore en excès. Ainsi l'erreur étant doublée, se retrouvera de sa premiere quantité lorsqu'on prendra la moitié de l'arc total. Figure 29.

25. L'erreur deviendra encore plus grande si l'Astre est plus éloigné du Zénith ; & elle ira en augmentant jusqu'à l'inclinaison de 45 degrés. La quantité C*c* dont le centre change de place par la flexion, est proportionelle, ainsi que nous l'avons dit au Sinus CI de l'inclinaison de l'instrument ; mais cette erreur du centre ne se doit pas compter toute entiere, elle se décompose ; & la partie qu'elle produit dans le sens horisontal ou dans la situation du fil aplomb, qui n'est transposé que de la quantité F*f* égale à O*c*, est un peu moindre. C*c* est à *c*O, comme le Sinus total AC est au Sinus complement AI de l'inclinaison du Secteur. Ainsi composant les deux rapports ou considerant le changement de C*c*, & celui de *c*O, l'erreur ulterieure *c*O ou *f*F dérivée de la premiere, est comme le produit du Sinus CI de l'inclinaison par son Sinus de complement AI, comparé au quarré du Sinus total ; & les Géometres sçavent que ce produit augmente jusqu'à ce que les deux Sinus soient réduits à l'égalité, ou qu'ils soient chacun les Sinus de 45 degrés. Alors l'erreur seroit sensiblement la moitié de la quantité dont se courbe la barre de fer qui forme le rayon, lorsqu'on la met horisontalement ; c'est-à-dire que la barre de 12 pieds dont nous avons

Figure 29. parlé, rendoit F*f* d'environ $1\frac{82}{100}$ lig. quantité qui doit effrayer les Obſervateurs, puiſqu'elle produiroit une erreur en excès de preſque 3′ 40″ ſur la diſtance de l'Aſtre au Zénith.

26. La quantité F*f* va enſuite en diminuant, ſoit qu'on éleve le Secteur ou qu'on l'abaiſſe ; & ſe réduit à rien, auſſi-tôt que l'Aſtre eſt au Zénith ou qu'il eſt à l'Horiſon. Elle va en diminuant dans les moindres hauteurs, parce que ſi la quantité abſolue C*c* de la courbure devient plus grande, ſa ſituation preſque verticale eſt cauſe qu'elle produit moins d'effet *c*O ou *f*F dans le ſens horiſontal. L'erreur va auſſi en diminuant dans les grandes hauteurs ; parce que ſi *c*O aproche alors davantage d'être égale à la flexion abſolue *c*C, cette derniere quantité devient en récompenſe beaucoup plus petite. Ce petit eſpace n'eſt néanmoins toujours que trop grand pour l'exactitude des obſervations, de même que *c*O & que *f*F : nous l'avons trouvé de $\frac{2}{5}$ lig. lorſque l'inclinaiſon eſt de 6 degrés ; malgré l'extrême force que nous avons attribuée à la barre de fer AC : & il eſt facile de reconnoître que $\frac{2}{5}$ lig. valent environ 48″ dans un Secteur de 12 pieds de rayon.

27. Les différentes précautions qu'il a été naturel de prendre pour rendre l'inſtrument plus ſolide ont ſouvent été nuiſibles, en faiſant encore croître le mal. On a mis preſque toujours derriere le rayon d'autres barres de fer étendues ſur les premieres, mais de champ ou perpendiculairement. Bien loin de condamner cet uſage nous l'approuvons, parce qu'il empêche la flexion en avant ou en arriere ; nous prétendons ſeulement qu'il faudroit en même tems remédier à l'inconvénient auquel il eſt ſujet. Il eſt évident que ces dernieres barres de fer contribuent beaucoup plus par leurs poids à faire augmenter la courbure dans le ſens qui eſt à craindre, qu'elles ne peuvent s'y oppoſer par le nouveau degré de force qu'elles donnent à l'inſtrument. Lorſqu'au lieu de ſoute-

nir le centre par un seul rayon, on en a mis deux, l'erreur a dû suivre d'autres loix & se trouver différente selon que le fil aplomb est tombé en dedans ou en dehors de ces rayons. D'ailleurs cette disposition exige qu'on employe un plus grand nombre de vis pour maintenir l'assemblage de toutes les pieces; & si leur jeu imperceptible se joint à l'effet de la flexion, on peut alors commettre des erreurs immenses sans qu'on s'en apperçoive. Il suffit pour introduire ce jeu, d'avoir mis de l'huile aux vis, comme ne manquent jamais de le faire, à moins qu'on ne s'y oppose, les ouvriers qui prêtent leurs mains à cet ouvrage. Ils serrent toutes les pieces avec force; tout paroît solide, sans l'être : l'huile qui agit par la qualité corrosive qu'elle conserve toujours un peu, rend bientôt lâches les parties qu'on avoit le plus serrées, & on en voit les fâcheuses suites. Nous ne devons pas craindre d'occuper le Lecteur de détails si petits en apparence, puisqu'il n'est que trop vrai que le succès des observations en dépend entierement.

28. Il est étranger à notre sujet de décider la question de fait, si quelqu'un des cas dont nous parlons est quelques fois arrivé. Mais si un Secteur tel que ceux que nous venons de décrire ne s'accordoit pas avec des quarts de cercles ordinaires & qu'il augmentât par rapport à ces autres instrumens, la distance d'une Etoile au Zénith, nous imputerions au Secteur toute la nonconformité. Nous dirions que le rayon en fléchissant, a porté le fil aplomb plus loin; pendant que la lunette plus courte n'a pas participé aux mêmes changemens de directions ou ne les a reçûs qu'en partie. Il faut remarquer outre cela qu'on ne remédieroit point au mal en repétant les observations, puisque les erreurs dont il s'agit viennent d'une cause Physique constante & qu'elles doivent être toujours à peu près égales, non seulement lorsqu'on se sert du même Secteur, mais encore lorsqu'on en employe d'autres disposés ou construits à peu

près de la même façon. De même qu'on a été trompé la premiere fois, on doit l'être toutes les autres; & le mécompte ne peut que prendre force & s'accréditer.

29. Le Lecteur qui se donne la peine de nous suivre, ne peut pas manquer de nous prévenir en imaginant le seul moyen d'éviter tout le mal. C'est de rendre la lunette aussi longue que le rayon du Secteur, & d'attacher solidement l'objectif au centre, afin qu'il ensuive tous les mouvemens. Mais on travaillera également à rendre l'instrument solide. Nous avons déja remarqué que la plus grande épaisseur ne suffit pas; parce que si elle augmente le nombre des parties interieures qui s'opposent à la flexion, elle augmente précisement dans le même rapport la pesanteur totale qui en est l'unique cause. C'est la largeur des regles ou barres de fer qu'il faut principalement augmenter: car il est facile de reconnoître que la quantité de la flexion suit au moins la raison inverse des quarrés de ces largeurs. En doublant ou en triplant celle du rayon, il sera sujet à une courbure au moins 4 fois ou 9 fois plus petite. Mais enfin ce qui restera de la flexion ne produira aucun mauvais effet, aussi-tôt que le haut de la lunette sera toujours situé de la même maniere par rapport au centre à tous les mouvemens duquel il participera, & que la partie d'en bas (le Micrométre,) sera assujettie aussi à répondre toujours exactement au même point du Limbe.

30. Nous croyons même qu'on pourroit sans risque, lorsqu'on ne perd pas de vûe les deux précautions absolument décisives dont nous venons de parler, se hazarder de briser l'instrument par le milieu, pour transporter ses parties séparement d'un endroit à l'autre, & s'en servir en le remontant, comme s'il n'avoit pas changé d'état. Supposons que l'objectif soit arrêté solidement contre le centre C, & que d'un autre côté le foyer ou les foyes qui l'indiquent par leur intersection, répondent toujours exactement vis-à-vis du point A du Lim-

be, il arrivera peut-être, lorsqu'on remontera le Secteur que les deux barres de fer qui forment le rayon, prendront la disposition AB*c* au lieu de ABC, le petit intervalle C*c* sera d'une ligne ou de deux lignes; ce qu'on pourra toujours reconnoître aisément, si on a eu le soin de marquer des repaires qui puissent servir à vérifier la direction des deux barres; mais si le centre est porté en *c*, l'objectif sera sujet au même changement; & l'angle A*c*F soutenu par le même arc AF sera égal sans aucune différence sensible à l'angle ACF.

31. La lunette aura la droite A*c* pour axe optique, au lieu de AC; & comme il faudra l'élever pour qu'elle soit toujours pointée à l'Astre, la ligne *c*F deviendra verticale, & le fil aplomb indiquera donc toujours sensiblement le même point F sur la graduation. Pourvû cependant, nous mettons cette condition qui a même lieu dans tous les cas, que l'Astre soit assez élevé pour qu'on puisse regarder comme nul l'excès du rayon *c*F ou CA sur le Sinus AI du complement de l'inclinaison, ou supposer qu'il y a même rapport de AC à C*c* que de F*c* à *c*O; ce qui rend égaux les deux angles CA*c* & OF*c*. Sans cela le fil aplomb au lieu de prendre la situation *c*F prendroit la situation *c*φ, en coupant CF dans le point M où AM rencontre perpendiculairement CF; & il faudroit appliquer à l'observation une petite équation pour corriger l'erreur φF. On trouveroit cette équation par cette analogie, le Sinus total AC est à l'angle CA*c* de la flexion, comme l'excès de CF sur AI ou comme le Sinus verse HI de l'inclinaison de l'instrument est au petit arc φF qu'il faudroit ajouter à l'arc Aφ, si le centre C étoit porté vers *c*; mais qu'il faudroit soustraire au contraire si le centre étoit jetté de l'autre côté. On doit remarquer que ces deux différens cas peuvent avoir lieu lorsque le rayon est sujet à se courber par sa seule pesanteur. Si l'instrument n'est suspendu que par un seul point pris vers son milieu, le centre passera de C en *c* par la

flexion du rayon : & ce sera tout le contraire si le Secteur est soutenu par ses deux extrêmités par en haut & par en bas ; car alors le rayon tournera la concavité de sa courbure en haut, & ce sera la même chose que si le centre C avançoit un peu vers H.

32. Pour résumer tout ceci en peu de mots, nous avons toujours trois petites quantités à considerer. 1°. La quantité C*c* dont le centre s'éloigne de sa vraie place ; 2°. La petite quantité *c*O ou *f*F dont on se trompe dans les observations lorsque l'objectif de la lunette ne suit nullement les mouvemens du centre ; 3°. La plus petite quantité φF qui répréſente l'erreur à laquelle on est encore sujet, lorsque l'objectif est exactement attaché au centre, de maniere qu'il participe à tous ses mouvemens. Or on n'a qu'à se ressouvenir que ces trois quantités sont entr'elles comme le Sinus total, comme le Sinus de la hauteur de l'Astre, & comme le Sinus verse du complement de cette hauteur. Dans mes dernieres observations le rayon du Secteur s'éloignoit de la ligne droite par sa courbure d'environ 1 ligne lorsqu'on le plaçoit horisontalement, & il ne devoit s'en écarter à proportion que de $\frac{1}{40}$ lig. lorsque l'instrument n'étoit incliné que de 1d 25′ ou 26′, conformément à la distance de l'Etoile ε d'Orion au Zénith. Cet écart C*c* de $\frac{1}{40}$ lig. que la solidité de l'instrument & sa situation presque verticale rendoient si petit, valoit environ $4\frac{1}{2}''$ sur la circonférence d'un cercle dont le rayon est de 8 pieds ; mais l'objectif étant attaché au centre, l'erreur devoit diminuer dans le rapport du Sinus total au Sinus verse de 1d 26′ ou dans le rapport de 100000 à 32 ; ce qui, eu égard à nos sens trop bornés, l'annéantissoit entierement.

V.

De la maniere de rendre l'axe optique de la Lunette parallele au plan du Secteur.

33. Les raisons précédentes prouvent que la lunette ne sçauroit être placée à trop peu de distance du rayon, afin d'y être plus immédiatement attachée; & il n'en sera que plus facile de rendre son axe exactement parallele au plan de l'instrument. Il suffira pour cela après avoir couché le Secteur, de viser à quelque objet très-éloigné par le bord du Limbe & par la platine du centre: on le fera avec plus de précision, en se servant de deux pinnules & en les changeant réciproquement de place pour mieux reconnoître si elles ont exactement la même hauteur, ou si elles rendent le rayon visuel exactement parallele au plan de l'instrument; & il ne restera plus qu'à ajuster la lunette sur le même objet. Nous avons le soin d'avertir qu'il faut viser sur un point suffisamment éloigné; parce qu'autrement il faudroit avoir égard à l'éloignement de l'axe de la lunette au plan du Limbe, ou faire attention à l'angle quoiqu'extrêmement aigu, que forment les deux rayons visuels. On reconnoîtra aussi à peu près par la même opération le point du Limbe qui répond à l'axe de la lunette; ce point qui doit servir de commencement aux divisions de la graduation, ou de part & d'autre duquel elle doit s'étendre également, lorsqu'on se propose de rectifier le Secteur par le moyen proposé par M. Picard.

34. Cette maniere de s'assurer du parallelisme de la lunette & du Secteur, est si facile, que je me suis moins proposé de l'expliquer dans cet article, que de la recommander. En effet il paroît qu'on n'insiste pas autant sur cette précaution qu'on le devroit: on pensoit que la lunette étoit toujours assez bien placée, aussi-tôt que sa

déviation ne se manifestoit pas à l'œil ; & on ne remarquoit pas que la moindre négligence sur ce point, est non-seulement une source d'erreurs dans toutes les observations, mais qu'elle est aussi l'unique cause de cette grande difficulté qu'on éprouvoit à observer la hauteur des Astres qui sont très-voisins du Zénith, & que redouta le grand Astronome que nous avons cité déja plusieurs fois dans cette Section. Les Fabricateurs d'instruments de Mathématique apportent en particulier si peu de soin à cet égard, que j'ai vû plusieurs quarts de cercles où il y avoit 4 ou 5 minutes d'erreur dans le parallelisme dont il s'agit ; & il ne faut pas douter qu'on n'ait encore souvent commis de plus grandes fautes dans la disposition des grands secteurs. Il est certain que tant qu'on se borne à un examen grossier, ou que même on n'y regarde pas, 5 ou 6 lignes sont très-peu de chose sur la direction d'une lunette qui est formée d'un gros tuyau, dont l'axe, comme on le sçait, n'est pas une ligne palpable, & qui a par exemple, 10 pieds de longueur. On peut se tromper encore plus considérablement sur cette direction, si la lunette est beaucoup plus courte que le rayon de l'instrument, & si elle est outre cela rejettée vers une des extrêmités du Limbe comme dans la Figure 29 ; puisqu'on manque alors de terme vers le haut, qui aide à rendre le défaut sensible. La déviation de la lunette se trouvera donc aisément de 13 ou 14 minutes, & peut-être de 20 ou 25, ce qui ne répond qu'à un écart de 11 ou 12 lignes. Or on laisse à juger s'il est possible après cela de diriger en même tems le Secteur dans le plan du Méridien, & de faire passer l'Etoile par le centre de la lunette à l'instant précis de la médiation ? Il falloit nécessairement que l'Observateur optât, comme nous l'avons dit au commencement de cette Section, entre les conditions dont il ne sentoit que trop l'incompatibilité, sans en connoître assez la cause. Pendant qu'il prenoit à tâche de saisir l'Astre dans l'instant précis de la médiation

diation, il se contentoit de voir que l'instrument étoit à peu près dirigé selon la Méridienne; mais il renonçoit à lui donner exactement cette direction.

35. Ce n'est pas assez que l'axe de la lunette soit bien placé de même que l'intersection des deux soyes qui sont au foyer; il faut encore qu'une de ces soyes soit exactement parallele au Limbe & que l'autre lui soit perpendiculaire, quoique cette derniere particularité ne soit pas si essentielle que l'autre. Si l'on se trouvoit près de la Mer, on pourroit se prévaloir de l'Horison qu'elle fournit, en ajustant dessus successivement les deux soyes; pendant qu'on mettroit le Limbe exactement de niveau & dans une situation verticale. Lorsqu'on ne sera pas à portée de se servir de ce moyen, il n'y aura qu'à suspendre à 40 ou 50 toises de distance une ficelle chargée d'un poids, & faire concourir dessus les soyes de la lunette, pendant que par le moyen d'un niveau on placera successivement le Limbe verticalement & horisontalement. Au lieu de la ficelle verticale, je me suis encore servi quelques fois d'une petite soye simple suspendûe dans la lunette même, à très-peu de distance du foyer, & chargée par en bas d'un grain de sable ou de quelqu'autre petit poids. Si on ménageoit à la lunette une ouverture pour remettre & ôter ce petit aplomb, on pourroit en tirer plusieurs utilités que ce n'est pas ici le lieu d'expliquer. Il est de conséquence qu'une des soyes soit parallele au Limbe; mais à l'égard de la situation perpendiculaire de l'autre, elle n'est importante qu'afin d'avoir quelques secondes de tems plus à soi, dans les observations. On voit l'Astre suivre le fil; au lieu que si ce fil n'étoit pas exactement perpendiculaire au Limbe, on n'auroit toujours qu'un seul instant pour observer l'Astre, le seul instant de son passage pour l'autre fil.

VI.

De la maniere de mettre les foyes du Micromètre exactement au foyer de la lunette.

36. Nous continuons à traiter de la disposition de la lunette, & de toutes ses particuliarités, en exposant comme nous le devons toutes les précautions que nous avons prises. On se trouve quelques fois assujettis pour découvrir la juste longueur du foyer de la lunette, ou même pour déterminer la valeur des parties du Micromètre qui y est appliqué, de se servir d'objets terrestres trop voisins : on cherche la longueur qui fait voir avec plus de distinction l'objet & en même tems les foyes qui sont au foyer commun des deux verres ; & on examine en changeant l'œil de place si l'objet paroît invariable par rapport aux foyes. Si son image recevoit un changement qui s'accordât avec celui de l'œil ou qui y fut contraire, ce seroit une marque que cette image peinte dans la lunette, ne se formoit pas précisement sur le chassis du Micromètre, mais en-delà ou en-deçà, comme le sçavent les Lecteurs qui sont initiés dans l'Optique : & alors il faudroit racourcir ou rallonger la lunette, en approchant ou en reculant l'objectif. Mais après avoir déterminé par ces tentatives la longueur de la lunette, il faudra la racourcir toujours un peu pour l'accommoder aux objets fort éloignés qui ne seront pas plus lumineux que les premiers. On trouvera la quantité de cet acourcissement par cette analogie ; la distance du premier objet à l'objectif moins la longueur de son foyer est à la longueur du foyer, comme cette même longueur est à la petite quantité dont la lunette doit être racourcie. Cette proportion est fondée sur cette proprieté connue, que le foyer souffre par rapport au verre des changemens de distance qui sont contraires à ceux de l'objet:

qui s'éloigne ou qui s'approche ; & que ces changemens du foyer ſont en raiſon inverſe des diſtances de l'objet non pas préciſement au verre, mais à un point qui en eſt autant éloigné vers l'objet que le foyer en eſt éloigné de l'autre côté. A meſure que l'objet s'éloigne, l'image ſe raproche donc un peu du verre ou plûtôt du vrai foyer ; & elle ne tombe dans ce dernier point qui eſt un vrai point aſymptotique, que lorſque l'objet eſt à une aſſez grande diſtance pour qu'on puiſſe la regarder comme infinie. Pendant que le Fabricateur de l'inſtrument travaille à diſpoſer le plus exactement qu'il eſt poſſible toutes les parties dont nous venons de parler, il doit penſer qu'on ſera toujours obligé dans l'uſage, d'y faire quelques changemens, ſoit à cauſe de la conformation particuliere des yeux de l'Obſervateur, ſoit par d'autres motifs : il ne doit donc jamais négliger de procurer par quelques vis le moyen de changer un peu la diſpoſition de toutes ces choſes.

Que le foyer dans les grandes lunettes eſt différent ſelon la conſtitution des yeux de l'Obſervateur, & ſelon auſſi qu'on enfonce ou qu'on retire l'oculaire.

37. Cette attention eſt d'autant plus néceſſaire qu'il faut ordinairement enfoncer ou retirer un peu l'oculaire pour chaque Obſervateur ; & que ce changement en aporte preſque toujours un peu dans le foyer commun des deux verres, principalement dans les grandes lunettes dont il eſt ici queſtion. Comme la lumiere des Etoiles eſt formée de même que celle du Soleil de rayons de différentes couleurs, & que ces rayons en ſe ſéparant conſervent toutes leurs proprietés ſpécifiques, leurs divers degrés de force, leur teinte, leur différente refrangibilité, le foyer de l'objectif dans le tems même que ce verre a la figure la plus parfaite n'eſt pas un point unique, mais il occupe un eſpace conſidérable ſur l'axe.

Les rayons rouges vont se terminer plus loin parce qu'ils souffrent moins de réfraction; au lieu que les rayons violets qui sont les plus réfrangibles se réunissent plûtôt, & l'intervalle entre ces deux foyers extrêmes, (car les rayons de toutes les autres couleurs se réunissent entre deux,) est comme on le sçait depuis les expériences de M. Newton, environ la 27 $\frac{1}{2}$ me partie de la distance de l'objectif au foyer moyen: c'est-à-dire que dans une lunette de 12 pieds cet espace est de plus de 5 pouces. Il est vrai que les rayons des couleurs extrêmes sont si rares ou forment une lumiere qui a si peu d'intensité, qu'ils ne sont gueres capables en présence des autres de faire impression sur les yeux; mais si nous considerons les seuls rayons orangés & jaunes qui sont les plus capables d'agir, leur foyer occupera encore plus de deux pouces. Or si deux Observateurs dont l'un est Myope & l'autre Presbite essayent sur une Etoile la même lunette déja disposée pour les vûes ordinaires, le premier qui ne voit distinctement que les objets voisins, ne verra bien aussi que celle de ces images qui sera la plus voisine de lui sur l'axe; les autres ne faisant qu'une impression confuse sur sa retine, faute de s'y peindre dans un assez petit espace: au lieu que le Presbite verra mieux l'image la plus éloignée. Ainsi le foyer de l'objectif se trouvera différent à l'égard de ces deux personnes: il semblera même que les deux vûes différentes seront inégalement affectées par des rayons de diverses couleurs; ce qui peut bien arriver aussi quelques fois par la différente teinte des humeurs de l'œil, comme je crois l'avoir experimenté. Mais enfin il résulte de tout cela que pour faire concourir le foyer avec les foyes du Micrométre, il faut allonger la lunette pour le 1r. Observateur; c'est-à-dire qu'il faut faire par rapport à l'objectif le contraire de ce qu'on fait par rapport à l'oculaire; car on enfonce comme on le sçait, ce dernier verre pour les vûes courtes, & on le retire au contraire en dehors pour les vûes lon-

gues. Toutes circonſtances qui prouvent que ces deux eſpeces d'Obſervateurs ne doivent pas ordinairement s'aſſocier enſemble.

38. Nous ne devons pas manquer d'avertir encore que le ſeul changement de place de l'oculaire eſt capable de faire changer un peu le foyer de l'objectif pour la même perſonne. Quoique la conſtitution particuliere de nos yeux demande que l'oculaire ait une ſituation déterminée, elle s'accommode cependant aux autres diſpoſitions, pourvû qu'elles ne ſoient pas extrêmement différentes. Lorſque nous retirons l'oculaire, nous le diſpoſons pour les images les plus voiſines de nous dans la lunette, ou les plus éloignées de l'objectif; de ſorte que le foyer de ce dernier verre paroît s'allonger. Si au contraire nous enfonçons l'oculaire, nous voyons mieux les images les plus éloignées de nous; ce qui produit le même effet que ſi le foyer de l'objectif ſe racourciſſoit. Il faut même que cette différence ſoit aſſez conſidérable; car je l'ai trouvée d'environ $\frac{1}{2}$ ligne dans une lunette qui avoit ſeulement $2\frac{1}{2}$ pieds de longueur.

39. Tout ce que nous venons de dire deviendra plus clair, ſi l'on jette les yeux ſur la Figure 30 qui repréſente une lunette formée de deux verres convexes, comme le ſont toutes celles dont on ſe ſert dans la pratique de l'Aſtronomie. AB eſt l'objectif; RS eſt l'oculaire, & FG le chaſſis du Micrométre ou des ſoyes qui devroient ſe couper au foyer commun des deux verres. C repréſente une des images de l'Etoile qu'on regarde avec la lunette; cette image eſt peinte par une infinité de rayons AC, OC, BC, &c. qui venant de l'Etoile ſe rompent en traverſant l'objectif & ſe rendent tous dans le même point C. Comme un ſeul rayon OC ne feroit pas une impreſſion aſſez forte ſur l'œil, l'Auteur de la Nature a voulu que les autres rayons qui en partant du même objet prenoient d'autres chemins, fuſſent détournés par la refraction en traverſant la cornée & le Figure 30.

Figure 30. cristallin & fortifiassent la premiere impression en frappant la retine précisement dans le même point. C'est ce que l'Art a sçû imiter avec succès en taillant les verres & en composant les lunettes. Mais supposons que l'image C soit formée par les rayons jaunes qui partent de l'Etoile, il y aura une infinité d'autres images formées depuis C jusqu'en *c* par les rayons verts, bleus, &c. & d'autres depuis *c* jusqu'en *x* peintes par les rayons orangés & rouges. Ce sont ces différentes images qui sont toutes comme enfilées sur l'axe OC, que chaque œil saisit selon qu'il est disposé pour mieux voir les objets voisins ou éloignés, & selon aussi qu'on avance ou qu'on recule l'oculaire RS.

40. Ce dernier changement produit environ une demie ligne sur la situation de l'image C dans une lunette de deux pieds & demi : c'est ce que j'ai reconnu de la maniere suivante. Après avoir remarqué que l'angle ACB formé par les rayons extrêmes rompus AC & BC, étoit d'environ 2d 30′, j'enfonceai l'oculaire le plus qu'il me fut possible sans rendre la vision confuse, afin de voir une image de l'objet un peu plus éloignée, & de pouvoir en changeant l'œil de place la rapporter à différens endroits du Micrométre : je la voyois tantôt vis-à-vis du point H & tantôt vis-à-vis du point I, selon que je mettois l'œil en L ou en N, & la différence IH mesurée par le Micrométre étoit de 13″. Or connoissant le petit espace qu'occupent ces 13″ & de plus l'angle ICH de 2 $\frac{1}{2}$ degrés que soutenoit ce petit espace, il m'étoit facile de découvrir que les deux côtés CI & CH étoient d'environ une demie ligne, ou qu'ils étoient un peu plus longs. Telle étoit la distance de l'image C au chassis du Micrométre ; au lieu qu'elle venoit s'y remettre exactement lorsque je tirois assez à moi l'oculaire.

Que le foyer des grandes lunettes est encore sujet à changer par la constitution de l'Atmosphére

41. Mais le foyer est sujet à un autre changement dont nous n'avons point encore parlé, qui fait un tort extrême aux observations. Selon la force & la couleur qu'a la lumiere dont on se sert pour éclairer les fils, lorsqu'on observe de nuit, l'air intérieur de la lunette devient comme un diaphane différent qui admet certains rayons & qui reçoit plus difficilement les autres. Je ne parle pas de l'effet que peut causer la chaleur de la bougie avec laquelle on éclaire : l'air s'échauffant avec la plus grande facilité, on doit craindre que celui qui est renfermé dans la lunette ne se raréfie, ce qui produiroit infailliblement quelque variation irréguliere dans le foyer. Je ne considere l'air interieur que comme un milieu imbu de certaine couleur. L'Atmosphére considerée de nuit & ensuite de jour est sujette au même changement : la présence du Soleil, la rend de jour un corps coloré, & il paroît en général qu'elle se trouve alors plus disposée à donner passage aux rayons rouges ou orangés qu'à ceux des autres couleurs ; ce qui fait que le foyer pour l'ordinaire se rallonge. J'ai le soin de dire pour l'ordinaire & je n'ose pas même trop l'assurer : car outre les autres causes de varietés dont ce sujet est susceptible comme tous ceux de Physique, il peut arriver ainsi que je l'ai déja insinué plus haut, que la constitution particuliere des yeux de l'Observateur donne occasion à une autre séparation de la lumiere qui prédomine ; ce qui répand de l'incertitude à cet égard sur des expériences qu'il ne m'a pas été permis de multiplier autant que je l'eusse souhaité. Mais c'est pendant la nuit que l'effet se produit de la maniere la plus marquée, selon que le Ciel est serein ou legerement couvert de nuages. Le foyer change alors assez & cela d'un instant à l'autre, pour

rendre nulle ou pour rendre excessive l'espece de parallaxe que nous venons d'expliquer ; ce qui est cause qu'on ne sçait quelques fois à quel point rapporter l'image de l'Etoile, tant est grand le jeu IH auquel elle semble sujette. Dans le tems même que le Ciel paroissoit parfaitement serein & que la différence ne pouvoit pas venir de la maniere d'éclairer les fils, le peu de vapeurs ou d'exhalaisons qu'il y avoit dans l'air, ne laissoit pas de donner lieu à ce Phénomene, qui est outre cela différent à l'égard de diverses Etoiles, selon que leur lumiere est plus ou moins vive, ou plus ou moins rouge. Enfin il ne faut pas croire qu'il s'agisse ici de quantités peu considérables. M. de la Condamine a vû tout comme moi avec une lunette de 12 pieds aller jusqu'à 20 ou 25″ & même plus loin, ce jeu de l'image ; au lieu que d'autres nuits nous n'en remarquions absolument aucun. Cette variation qui peut se trouver encore plus grande pour d'autres Observateurs, en indique une dans le foyer d'environ 1 $\frac{1}{2}$ pouce, ce qui montre assez qu'on ne peut pas l'attribuer au changement de longueur du tuyau de la lunette produit par le chaud ou par le froid, puisque ce dernier changement ne devoit être au plus que de 5 ou 6 centiémes de ligne dans les endroits fermés qui nous servoient d'Observatoires. Cette variation doit croître à peu près dans le même rapport que la longueur des foyers ; ainsi elle contribue à donner aux dimensions des instrumens, dont le rayon doit être reglé comme nous l'avons vû sur la lunette, des limites qu'il n'est pas à propos de passer.

Moyen de se précautionner contre les variations que souffre le foyer dans les grandes lunettes.

42. Il seroit presque inutile d'avoir si fort insisté sur les inconvéniens auxquels on est sujet dans l'usage des grandes lunettes, si nos recherches ne nous mettoient en

en état de les ſauver, au moins en partie. Une premiere précaution, c'eſt de faire en ſorte que l'Aſtre paſſe à peu de diſtance du centre du champ, comme à 1′ ou 2′, car le Micrométre n'eſt jamais d'un meilleur uſage, que lorſqu'il porte mieux ſon nom ou que lorſqu'on s'en ſert pour meſurer de plus petites quantités : on évite de cette ſorte une obliquité dans la viſion de l'objet, qui ne peut être que préjudiciable. Cette attention m'a paru ſi eſſentielle que je n'ai pû me réſoudre dans mes obſervations à comprendre pluſieurs Etoiles dans le champ de la lunette, en la laiſſant dans la même ſituation ; & que j'ai toujours été exact à pointer en particulier ſur chacune, afin de l'avoir plus près du centre.

43. Une ſeconde attention dont je n'oſerois pas abſolument aſſurer le ſuccès, parce que je n'en ai pas fait l'expérience, mais qui doit, ce me ſemble, réuſſir ; c'eſt de rénoncer aux rayons de couleurs différentes, en ſe ſervant d'un objectif qui étant coloré ne donnera que difficilement paſſage aux rayons qui ſeront de quelqu'autre couleur. M. de la Condamine ayant par mégarde laiſſé aller ſon haleine ſur l'oculaire pendant qu'il obſervoit à Quito, remarqua que la parallaxe de l'Etoile par rapport aux ſoyes, étoit extrêmement diminuée. Je ſoupçonne que la lunette étoit un peu trop longue : les rayons verds & bleus mêlés avec les autres ſe réuniſſoient avant que d'être parvenus au Micrométre ; mais auſſi-tôt qu'ils furent interrompus, les rayons rouges qui traverſent l'air de même que l'eau qui a une certaine épaiſſeur avec plus de facilité que les autres rayons, reſterent ſeuls ou prévalurent ; & le foyer parut s'être allongé & rapproché des ſoyes. Je ne ſerois pas d'avis malgré cela d'avoir à la main des verres enfumés ou colorés pour s'en ſervir, ſelon que le Ciel eſt plus ou moins pur : on s'expoſeroit à manquer beaucoup d'obſervations, en s'amuſant à faire un choix qui ſe trouveroit ſouvent inutile. Mais puiſqu'il eſt ordinaire que les rayons bleus

Figure 30. ou verds qui nous viennent des Aſtres ſont interceptés en traverſant la partie baſſe de l'Atmoſphére, il n'y a, s'il ſe peut, qu'à ſe les interdire pour toujours, en rendant l'objectif rouge ou jaune : il ſemble que le foyer ſera enſuite beaucoup moins ſujet à changer, s'il n'eſt pas abſolument invariable ; & il ſuffira de le ſaiſir une fois & d'y faire répondre le Micrométre, pour n'avoir plus rien à craindre.

44. Enfin rien n'empêche de diminuer beaucoup de l'étendue de l'objectif, en couvrant ſes bords d'un diaphragme, puiſque la lumiere des objets celeſtes eſt toujours aſſez vive. L'image deviendra d'autant plus nette, que c'eſt le milieu du verre qui eſt ordinairement travaillé avec le plus de ſoin, & qu'on interrompera outre cela tous ces rayons que les bords d'une lentille Sphérique réuniſſent néceſſairement dans d'autres foyers & qui ne ſervent qu'à rendre la viſion confuſe. Il eſt évident que ſi on diminue de cette ſorte l'angle ACB que forment les rayons extrêmes juſqu'à le rendre 3 ou 4 fois plus petit, la parallaxe IH, ou le jeu de l'image ſera auſſi trois ou quatre fois moindre ou même diminué encore davantage : & il ne ſera donc au plus que de 4 à 5″. On en évitera enſuite les mauvais effets avec la plus grande facilité, en changeant l'œil de place, & en ſaiſiſſant le milieu du petit eſpace que l'image paroîtra parcourir. On doit faire attention qu'il ſuffit toujours de ſaiſir ce milieu ou de placer l'œil ſur le rayon moyen CQP pour ne pouvoir tomber en aucune erreur, auſſitôt que l'objectif eſt bien centré ; car que le foyer s'approche ou s'éloigne & qu'au lieu de ſouffrir le changement *cx* par les mutations de diaphanité de l'air, il en ſouffre un, deux ou trois fois plus grand ; l'image C ſe trouvera toujours ſur le rayon principal ou moyen OQ, & obſervée du point P, on la rapportera préciſement au même point du Micrométre, que ſi elle étoit reſtée dans le même endroit, ou qu'elle ſe peignît continuel-

lement au milieu du petit intervalle IH. Ainsi tout consiste à choisir exactement pendant l'observation ce rayon CQP qui garde le milieu ou qui sert d'axe au cone que forme la lumiere; & il me paroît que le moyen le plus simple est de le chercher immédiatement chaque fois. Figure 30.

45. J'ai eu le soin d'avertir qu'il falloit pour cela que l'objectif fut bien centré, car s'il ne l'étoit pas, le mouvement réel de l'image ne se feroit plus sur le rayon qui est au milieu des autres. Un verre n'est pas bien centré, dans le sens que nous l'entendons ici, lorsque sa plus grande épaisseur ne se trouve pas exactement en son milieu. On a bien senti que ce défaut étoit considérable, mais il paroît que jusqu'à présent on n'a pas reconnu quel en étoit le vrai inconvénient. Nous ne pouvons pas mieux représenter un verre deffectueux par cet endroit, qu'en supposant que l'objectif AB est rompu par le milieu, & qu'on ne se serve que d'une de ses deux moitiés, comme de la superieure AO. La plus grande épaisseur se trouvera au bord même du verre. L'image C de l'objet ne sera ensuite peinte que par les seuls rayons compris entre OQ & AK; mais il est clair que si le foyer change de longueur par les divers accidens que nous avons indiqués, l'image reculera ou avancera sur la ligne OQ qu'on doit toujours par cette raison regarder comme rayon principal, quoiqu'elle soit fort éloignée d'être rayon moyen ou axe du cone ou du demi cone de lumiere, puisqu'elle en sera un des côtés. Il ne faut pas croire qu'on puisse reconnoître le défaut, en examinant la différence des épaisseurs du verre; car elle est ordinairement si petite qu'elle échaperoit à toutes les mesures : mais l'Optique nous fournit d'autres moyens qu'on peut employer avec succès.

46. Les Observateurs connoissent une pratique dont ils se servent utilement. C'est de faire faire un demi tour à l'objectif dans le même plan & dans sa propre place,

pendant qu'on conserve à la lunette sa même direction.

Figure 30. Si ce changement de situation de l'objectif n'en produit aucun dans la situation de l'image ; c'est une marque que le centre d'étendue au tour duquel s'est fait le mouvement concourt exactement avec la plus grande épaisseur de verre. L'expérience dont nous avons parlé plus haut,* nous fournit un autre expédient très-simple auquel on peut avoit recours. Il n'y a qu'à viser à un objet voisin très-éclatant, comme à une mire blanche éclairée du Soleil & posée sur un fond noir, & faire concourir exactement son image avec l'intersection des soyes qui sont au foyer, en enfonçant le plus qu'on pourra l'oculaire. On tirera ensuite à soi ce verre le plus qu'il sera possible, sans déranger la direction de la lunette : on choisira pour ainsi dire par ce changement de l'oculaire, une autre image qui sera toujours sur le rayon OQ, mais qui sera plus voisine, & qui étant comparée aux soyes, sera sujette à parallaxe ; & il n'y aura donc qu'à examiner si son mouvement apparent se fait autant d'un des côtés des soyes que de l'autre. ** S'il y a une égalité parfaite, ce sera une marque que le rayon principal ou que le rayon qui traverse l'objectif par l'endroit le plus épais & le long duquel se fait le transport C x de l'image, est exactement le rayon du milieu, & qu'il passe par conséquent par le centre d'étendue de l'objectif. S'il y a de la différence, & qu'elle ne soit pas excessive, on pourra corriger le défaut en couvrant une plus grande partie d'un des bords de l'objectif, par le diaphragme dont nous avons déja parlé & qu'on appliquera dessus. Mais il faudra absolument rejetter le verre de tous les usages astromoniques dans lesquels la lunette sert de pinnule, aussi-tôt que le mal sera trop grand.

* Voyez Num. 38.

** On peut pour faire mieux réussir l'expérience donner deux couleurs différentes à la mire placée dans le même endroit ; il n'y aura qu'à la rendre d'abord bleue ou violette & ensuite jaune ou rouge, & on pourroit outre cela l'éclairer par des couleurs prismatiques.

47. Nous n'avons garde d'approuver dans cette rencontre l'usage d'un autre Diaphragme qu'on met souvent entre l'œil & l'oculaire. Il ne serviroit ici qu'à dissimuler le mal ou plûtôt à l'augmenter; car s'il est quelques fois avantageux de s'en servir, c'est lorsque le foyer de l'objectif se trouve considérablement éloigné des foyes par une disposition trop imparfaite de la lunette, & qu'il s'agit cependant d'observer quelques objets terrestres. Alors le Diaphragme qui oblige de mettre l'œil dans la même place, est un remede à la négligence; il sauve la parallaxe à laquelle l'image est sujette par rapport aux fils du Micrométre; parallaxe qu'on peut regarder dans ce cas comme constante, parce que le foyer souffre peu de variation, aussi-tôt que la lunette n'a que deux ou trois pieds de longueur, & qu'elle est outre cela pointée sur des objets peu lumineux, & suffisamment éloignés. Mais le cas est ici tout différent: l'Astronome qui ne néglige rien pour faire réussir ses observations, a déja fait concourir le Micrométre avec le foyer aussi exactement qu'il est possible; il est question de remedier après cela aux variations que souffre ce point, lesquelles sont un effet réel ou Physique qu'il ne dépend pas de nous d'empêcher. Il est certain qu'on sera également sujet à se tromper malgré l'usage du Diaphragme, si pendant que l'œil est toujours dans le même point N d'un des rayons extrêmes, l'image de l'Etoile qu'on observe, passe tout à coup de C en x en suivant une autre direction: il est évident qu'on la rapportera à un autre point du Micrométre. Le Diaphragme ne serviroit donc alors qu'à nous entretenir dans une fausse securité, en nous cachant une erreur qu'il ne nous empêcheroit pas de commettre, & qu'il ne feroit que rendre moins variable en la portant peut-être jusqu'à son dernier terme de grandeur. Figure 30.

48. Enfin il est clair qu'aussi-tôt qu'on ne découvre pas en son entier le jeu apparent IH de l'image, on se trouve hors d'état d'en saisir le milieu, & de s'assurer si l'on

satisfait à celle des conditions qui est la plus impor-
Figure 30. tante ou qui est même la seule. L'Observateur myope qui approchera l'œil se servira par préférence des rayons comme KL, & au contraire l'Observateur presbite se servira des rayons MN, & l'un de ces Observateurs se trompera presque toujours en excès pendant que l'autre se trompera en défaut : au lieu qu'ils ne commettront aucune erreur, s'ils se conforment à notre avis. Comme nous avons assez insisté ce me semble, sur la disposition entiere du Secteur & de sa lunette, il est tems de passer à la maniere d'en graduer le Limbe, afin d'achever tout ce qui concerne l'instrument.

VII.

De la maniere de graduer le Limbe.

49. Si la pratique & l'adresse de l'ouvrier sont nécessaires dans la construction entiere des grands Secteurs, elles le sont encore beaucoup plus, lorsqu'il s'agit de graduer le Limbe, & de rendre sensibles les plus petites parties de la graduation par le moyen des transversales. Ce n'est pas précisement la même chose lorsque l'Observateur se sert d'une lunette armée d'un Micrométre ; il n'a besoin que de quelques points sur le Limbe ; & il pourra toujours lui-même, comme nous le ferons voir, les marquer avec facilité, ce qui le mettra plus en état de répondre de l'exactitude de toutes les circonstances de ses opérations, & ce qui lui procurera en même tems plusieurs autres avantages. Quelque attention qu'apporte un Fâbricateur d'instrument de Mathématiques dans la division des degrés, il suffit de jetter les yeux sur son travail, pour y remarquer des erreurs monstrueuses qu'il feroit lui-même tout étonné d'avoir commises, vû la peine infinie qu'il s'est donnée ; si ce n'est qu'il n'a que trop appris par une fâcheuse expérience qu'il faut se

contenter dans cette matiere d'un succès très-borné. On a encore à craindre d'autres erreurs qui sont d'autant plus de conséquence qu'elles sont moins exposées à être vûes. Quelque petit que soit l'arc qu'on veut graduer, il faut le prolonger sur un grand plan jusqu'à 60 degrés, & on descend ensuite par des subdivisions jusqu'à l'arc proposé. Cette opération préliminaire de tracer sur une table ce grand arc de 10 ou 12 pieds de rayon & de le subdiviser est extrêmement délicate, & l'Astronome est exposé à toutes les fautes secretes que peut y avoir commis l'Artiste. Qu'on se serve au contraire du Micrométre & de l'expédient que je vais proposer, on évitera tous les inconvéniens. Il suffira pour cela de marquer pour toute graduation un seul arc terminé par deux points; & l'Observateur sans sçavoir graver, sans avoir aucune pratique difficile ou longue à acquerir, & en ne travaillant pour ainsi-dire que grossiérement, réussira à déterminer cet arc avec autant de précision que, si on l'ose dire, il ne pourra pas même se tromper de ces plus petites quantités qu'on a de la peine à appercevoir en se servant d'une loupe. Tout le secret consiste, non pas à faire l'arc comme à l'ordinaire un soûmultiple exact de 60 degrés, mais à lui donner pour corde une partie aliquote exacte du rayon, sans se mettre en peine de la longueur absolue de l'un & de l'autre. On peut attendre, si on le veut, que l'instrument soit tout monté, qu'il soit suspendu, que la lunette soit disposée, qu'on soit en un mot sur le point de commencer à observer. C'est par toutes ces raisons qu'on peut épargner l'opération à l'ouvrier, pour en faire une des parties ou des circonstances de l'observation.

50. La distance de l'Etoile au Zénith étant connue à peu prés, on sçaura de combien doit être l'arc tracé sur le Limbe qui doit être deux fois plus grand.* On cherchera ensuite dans les tables trigonométriques l'arc le plus voisin dont la corde est une partie aliquote exac-

* Voyez Num. 5 de cette Sect.

te du rayon, & on en reglera la longueur sur les dimensions connues du Secteur. Nous avons employé aux extrêmités Australe & Septentrionale de la Méridienne en observant l'Etoile du milieu du baudrier d'Orion deux différens arcs. Je fis la corde du premier égale à la dix-septiéme partie du rayon; & celle du second à la vingtiéme; parce que la distance de l'Etoile au Zénith du second poste étoit à peu près de $1^d\ 26'$, & que le double de cette distance ne différe que très-peu de $3^d\ 51'\ 54''$ que me fournissoit cette derniere corde. J'avois dé-
Figure 29. terminé à peu près le point A (*Fig.* 29) auquel se rendoit le rayon CA parallele à la lunette, & de part & d'autre duquel devoit s'étendre l'arc FG sur le Limbe. J'étois outre cela muni d'une regle aussi longue que le rayon, & j'y avois fait appliquer des platines de métal de distance en distance pour recevoir les pointes du compas dont je me servois, pour multiplier la longueur de la corde. Ce compas étoit solide & se maintenoit dans le même état par le moyen d'un arc de fer qui alloit d'une jambe à l'autre, & qu'on arrêtoit avec des vis, comme dans les compas des horlogers. Aussi-tôt que j'avois porté sur la longue regle la longueur de la corde repétée autant de fois qu'il étoit nécessaire pour en former le rayon, je prenois cette derniere longueur avec un grand compas à verge; je m'en servois pour décrire du point C comme centre l'arc FG; & il ne me restoit plus qu'à porter sur cet arc depuis F jusqu'en G la longueur de la corde que le premier compas (le compas d'horloger) tenoit pour ainsi dire en dépôt, & je marquois les points F & G. C'est ce que j'exécutois avec le compas même ou au moins ce que je commençois à faire, parce que ses pointes extrémement aigues étoient d'acier trempé & que j'avois eu le soin de leur faire donner une situation presque perpendiculaire au Limbe par la courbure qu'avoient les deux jambes par en haut. Tout cela s'exécutoit avec une extrême facilité, & presqu'en moins

moins de tems qu'il ne m'en a fallu pour l'expliquer.

51. Il eſt évident qu'on n'eſt point ſujet à ſe tromper dans cette pratique ſur la longueur de la corde : on n'a pour cela qu'à ne toucher qu'avec précaution au compas qui la marque par ſon ouverture ; & pour plus de ſûreté, il faut faire toute l'opération à l'abri & le plus promptement qu'il eſt poſſible, afin que les changemens du chaud ou du froid n'apportent aucune altération aux meſures. A l'égard de la longueur du rayon, on peut s'y tromper lorſqu'on la prend avec le compas à verge ſur la regle pour la porter ſur l'inſtrument ; mais on doit remarquer qu'il faudroit y commettre une erreur conſidérable, pour qu'elle tirât à conſéquence : c'eſt ce qui m'a empêché de me ſervir de l'expédient qui m'étoit venu en penſée, de faire ſur l'inſtrument même la multiplication de la longueur de la corde. On peut auſſi, ſi le Limbe eſt aſſez long & ſi on le veut, repéter l'arc GF, ou en mettre quelqu'autre à ſon extrêmité dont la corde ſoit quelqu'autre partie aliquote du rayon. Il eſt vrai enfin qu'on n'obtient jamais par cette pratique que des arcs dont la valeur va par ſault ; mais le Micrométre ſupplée au reſte, & c'eſt pour cela qu'on eſt obligé de s'en ſervir. Il fournit les petites quantités qui ſont à ajouter à l'arc FG, ou qu'on doit en ſouſtraire, & de cette ſorte le tout ſe trouve exactement meſuré.

52. Il pourroit venir en penſée de donner beaucoup plus d'étendue à l'uſage du Micrométre dont la principale partie, comme le ſçavent tous les Lecteurs, eſt une longue vis. Il ſemble qu'on pourroit meſurer le rayon de l'inſtrument par le moyen d'un fil aſſez gros de métal qui ne ſeroit qu'une vis dans toute ſa longueur, dont on compteroit les pas ; & on ſe ſerviroit d'un morceau de ce même fil étendu ſur le Limbe pour déterminer la corde, ou même pour faire mouvoir une petite platine, qui en gliſſant d'une extrêmité à l'autre porteroit

avec elle le point sur lequel doit battre le fil aplomb; & on pourroit pousser la précision jusqu'à discuter les fractions des spires. L'exactitude de ce moyen dépend de l'égalité parfaite des pas de la vis; & différentes causes Physiques peuvent y apporter des irrégularités, qui sans être considérables sur un espace de 2 ou 3 pouces, le deviendroient, peut-être, lorsqu'on donne à la vis plusieurs pieds de longueur. Le fil de métal plus ou moins doux peut céder avec plus ou moins de facilité dans un endroit que dans l'autre; l'ouvrier peut aussi ne pas toujours regler également son effort; & enfin l'expérience m'a montré qu'on appercevoit quelques fois quelque différence entre les vis passées par la même filiere, quoiqu'elles n'eussent que 3 ou 4 pouces de longueur. Or il n'en faut pas davantage pour rendre absolument suspecte la prétendue égalité de toutes les parties d'une vis qui aura 10 ou 12 pieds, quelque précaution qu'on prenne pour la former. Supposé d'ailleurs qu'on parvînt par un bonheur inesperé à cette irrégularité parfaite, il faudroit pour dissiper le scrupule qui subsisteroit toujours, revenir aux manieres ordinaires de mesurer. On suppose outre cela qu'on ait trouvé une méchanique commode pour faire mouvoir sur le Limbe la petite platine dont on a parlé. Car il n'est que trop évident que si l'on se contentoit de prendre avec un compas sur la vis la longueur de la corde, on pourroit commettre une erreur qui seroit d'autant plus à craindre qu'elle ne se subdiviseroit pas, & que toute entiere elle préjudicieroit à l'exactitude de l'observation. Ainsi tout bien consideré, on ne craint pas de préferer le premier moyen, qui consiste à rendre toujours la corde une certaine partie aliquote exacte du rayon: on avoue même ingénuement que ce moyen paroît si simple par le peu de circonstances dont il dépend, qu'on doute qu'il puisse s'en présenter d'autre qui doive jamais le faire exclure.

VIII.

De la maniere de donner au plan de l'inſtrument la direction qu'il avoit.

53. Le reſte eſt facile auſſi-tôt que le Secteur a été conſtruit avec toutes les attentions que nous venons d'indiquer. Il ſuffit de le diriger dans le plan du Méridien, & de faire tomber le fil aplomb ſur un des points marqués ſur le Limbe, pour que l'obſervation ſe conſomme ſans aucune peine : il ne ſera ſimplement queſtion que de meſurer avec le Micrométre combien l'Etoile paſſe au-deſſus ou au-deſſous de la ſoye horiſontale fixe du foyer. Il faut abſolument mettre le Secteur dans le plan du Méridien, puiſque c'eſt la ſeule diſtance méridienne de l'aſtre au Zénith qu'il s'agit d'obtenir. Mais il n'eſt pas douteux, vû les précautions que nous avons priſes, que l'inſtrument une fois diſpoſé, l'Aſtre ne vienne comme de lui-même paſſer dans la lunette & qu'il n'y paſſe à l'inſtant précis de la médiation, puiſque la lunette parallele au Secteur ſe trouvera néceſſairement bien dirigée. Ainſi on réuſſira avec ces ſeules attentions qui ſont ſi ſimples à diſſiper tous les obſtacles par leſquels on avoit été arrêté juſqu'à préſent, & qui avoient dû ſi fort embarraſſer les Obſervateurs capables de ſcrupule.

54. On ſe contentoit ordinairement, pour ne pas dire toujours, de diriger les grands inſtrumens en faiſant paſſer l'Etoile par la lunette à l'inſtant de la médiation ; & pour mieux s'en aſſurer, on prenoit des hauteurs correſpondantes de l'Etoile vers l'Orient & vers l'Occident. Ce n'eſt encore que lorſqu'on vouloit pouſſer l'exactitude très-loin qu'on avoit recours à ce ſecond expédient ; car ſouvent on croyoit avoir aſſez fait, de chercher la médiation par le calcul, en ſuppoſant connues les aſcenſions droites. On ne remarquoit pas que l'un & l'autre

moyen étoit fort éloigné de suffire, & que la formalité plus spécieuse de prendre des hauteurs correspondantes ne répondoit nullement à ce qu'on devoit avoir en vûe. L'Etoile passant très-près du Zénith doit changer très-subitement de vertical; il se peut faire qu'elle en change de plus d'un degré en 3 ou 4″ de tems. Ainsi il suffiroit de se tromper de ce court intervalle pour qu'on fut exposé à le faire sur la direction du Secteur de plus d'un degré, lorsque la Lunette est même disposée avec le plus de soin; & c'est bien pis lorsque la lunette n'est pas parallele au plan du Secteur, comme cela a dû arriver presque toujours.

55. Au lieu de se servir pour orienter l'instrument de l'Etoile même qu'il s'agit d'observer; il faut donc absolument choisir quelqu'autre Astre qui étant moins élevé donne la direction du Méridien avec plus d'exactitude. Il n'est pas nécessaire de montrer qu'on peut faire en cela un choix qui est plus avantageux, selon que l'Astre passe plus ou moins loin du Zénith & selon qu'il est situé par rapport à l'Equateur. Pendant que j'étois au Pérou j'ai toujours eu recours au Soleil, à l'égard duquel l'opération se trouve beaucoup plus simple. Il étoit d'abord question de regler une pendule; & aussi-tôt que j'en connoissois l'état, je formois un gnomon, en faisant un très-petit trou dans le toit par lequel je faisois passer l'image du Soleil à l'instant de midi; & j'indiquois la Méridienne par un long assemblage de cheveux ou par un fil de pite. Ce fil traversoit l'observatoire à peu près à la hauteur du bas de l'instrument, il étoit soutenu sur deux petits crampons attachés aux deux murailles opposéee;* on le tendoit presque chaque jour avant l'observation; & on examinoit avec une Echelle divisée en très-petites parties combien les deux extrêmités du Limbe en étoient éloignées. On pouvoit de cette sorte répondre de la direction de l'instrument, à moins d'une minute de degré; & il est certain que cette précision, qui ne dispensoit

*Voyez la Planche de la pag. 186.

pas de comparer l'instant du passage de l'Etoile à celui de sa médiation, étoit plus que suffisante pour qu'il n'y eut absolument aucune erreur à craindre. Car l'effet que produit sur l'observatoin une petite différence dans la direction, diminue comme son quarré, au moins dans le cas dont il s'agit maintenant.

Examen de l'erreur qu'on a été sujet à commettre en observant la hauteur des Astres avec un instrument dont la lunette étoit déviée, lorsqu'on mettoit cet instrument exactement dans le plan du Méridien.

56. Mais supposons qu'on n'ait pas été aussi scrupuleux que nous l'avons été sur le parallelisme de la lunette, & voyons ce qui a dû arriver, selon les différens procedés qu'on a pû suivre en dirigeant l'instrument. Il s'offroit deux divers moyens, comme nous l'avons déja insinué, l'un de diriger le Secteur par le secours d'une Méridienne exactement tracée, sans faire attention à l'instant du passage de l'Etoile par la lunette; l'autre de regarder ce passage comme la marque caracterisque des observations préférables, ainsi qu'il paroît qu'on l'a fait presque toujours jusqu'à présent.

56. Pour examiner d'abord le premier moyen, supposons que MZN (*Fig.* 31) soit le plan du Méridien, dans lequel est exactement situé l'instrument, que Z soit le Zénith, & P le Pole; que la lunette soit dirigée obliquement selon CA qui fait avec le plan de l'instrument & du Méridien l'angle ACB. Le Lecteur ne trouve sans doute aucune difficulté à imaginer l'instrument d'un aussi grand rayon que le Méridien & que le Ciel; il voit assez que cela ne doit rien changer aux raisonnemens que nous devons faire. L'Astre A après avoir passé par la lunette viendra rencontrer le Méridien en E, & ce sera ME sa hauteur méridienne, au lieu que l'Observateur ne pourra pas s'empêcher de prendre l'arc MB; Figure 31.

pour cette hauteur ; puisque c'est au point B du Limbe
Figure 31. que la lunette répond perpendiculairement, & que toutes les méthodes qu'on a de vérifier les instrumens ne servent qu'à déterminer ce point. L'erreur qu'on commet est compliquée ; l'instrument ne représente pas exactement les angles que fait l'axe de la lunette avec l'horison ; & d'un autre côté l'Astre qui est vers l'Orient ou vers l'Occident, n'a pas la même hauteur que lorsqu'il passe au Méridien : mais tout compté, l'Observateur se trompe de la petite quantité BE, qu'il est donc question de découvrir.

58. Je conçois un plan tangent à la Sphére & au Méridien en B, qui rencontre l'axe PC prolongé en G. Je puis à cause de la petitesse de AB (car la déviation de la lunette n'est pas supposée excessive) considerer dans ce plan la petite ligne AB & le petit arc AE, & prendre le point G pour le centre de cet arc ; & si nous achevons de décrire du point G comme centre, & sur le plan tangent, le cercle dont le petit arc AE est une portion, il arrivera à cause de la proprieté du cercle que AB sera moyenne proportionnelle géométrique entre EB & l'autre partie du diamétre. D'un autre côté cette seconde partie du diamétre sera sensiblement égale au diamétre même ou au double de GE ; puisque la petitesse de BA rend BE comme infiniment petite par rapport à EG. Ainsi l'erreur BE commise sur la hauteur de l'Astre sera égale au quarré de la déviation de la lunette, divisé par le double de la tangente du complement de la déclinaison de l'Astre.

59. Ainsi le peu de hauteur de l'Astre ou sa grande élevation n'entre pour rien dans l'erreur dont il s'agit actuellement : C'est seulement sa distance plus ou moins grande au Pole. Nous n'avons eu dans toutes nos observations au Pérou ; soit pour la mesure des degrés terrestres, soit pour la détermination de l'obliquité de l'Ecliptique, que de grandes hauteurs méridiennes à ob-

ſerver; l'Aſtre a toujours été voiſin de l'Equateur; & l'erreur $BE = \frac{AB^2}{2GE}$ dans laquelle nous avons pû tomber, a toujours été fort petite, auſſi-tôt que nous avons été attentifs à bien diriger le Limbe, puiſque la tangente GE a toujours été fort grande. Mais ſi nous avions eu au contraire à obſerver la hauteur méridienne de quelque Aſtre voiſin de l'horiſon, ou en général ſi quelque Obſervateur étoit obligé d'obſerver une Etoile très-voiſine du Pole, on voit que la déviation de la lunette jetteroit alors dans des erreurs très-conſidérables Figure 31.

Examen de l'erreur qu'on a été ſujet à commettre, lorſqu'au lieu de mettre l'inſtrument dans le plan du Méridien, on a fait paſſer l'Aſtre à l'inſtant de la médiation par le centre de la lunette quoique déviée.

60. Examinons maintenant l'erreur à laquelle on a été expoſé, lorſqu'au lieu de bien placer le quart de cercle ou l'inſtrument dans le plan du Méridien, on s'eſt contenté de le diſpoſer en faiſant paſſer l'Aſtre dans la lunette à l'inſtant de la médiation. Nous verrons que généralement parlant, l'erreur a été incomparablement plus grande, & que les conſéquences ont pû quelques fois en être énormes; parce qu'elles dépendent du peu de diſtance au Zénith de l'Aſtre qu'on obſerve, diſtance qui eſt ordinairement moindre que la diſtance au Pole. Si MZN (*Fig.* 32) eſt le Méridien, la lunette CA ſera dans le même plan: mais l'inſtrument, le ſecteur ou le quart de cercle ZCV en ſera donc éloigné, puiſqu'il fait un angle ACB avec la lunette. Du point A où répond l'Aſtre & la lunette dans le Méridien, j'abaiſſe la perpendiculaire AB ſur le plan du quart de cercle; & le point B ſervira de terme à la hauteur qu'on attribuera Figure 32.

Figure 32. à l'Aſtre. Le vrai complement de la hauteur eſt AZ qui eſt égal à ZD, retranché ſur l'inſtrument par l'almicantarat ou arc de petit cercle AD qui paſſe par l'Aſtre & qui eſt décrit du Zénith comme Pole; mais comme on prendra ſur l'inſtrument l'arc BZ pour complement de la hauteur, on ſe trompera donc de la petite quantité BD. Or cette erreur qui eſt toujours en défaut ſur le complement de la hauteur de l'Aſtre, eſt égale au quarré de la déviation AB de la lunette par rapport à l'inſtrument, diviſé par le double de la tangente AF du complement de la hauteur: c'eſt ce qu'on peut prouver par un raiſonnement ſemblable à celui que nous avons fait plus haut (N. 58.)

61. Ainſi l'erreur eſt nulle, lorſque l'Aſtre eſt tout à fait proche de l'horiſon, parce que la tangente AF eſt infinie, ou parce que AD & AB ſe confondent; & c'eſt tout le contraire lorſque l'Aſtre eſt tout à fait proche du Zénith. Dans ce dernier cas l'arc AZ devient ſenſiblement égal à la tangente AF; & par conſéquent l'erreur qu'on commet dans les obſervations, eſt alors égale à $\frac{AB^2}{2AZ}$, c'eſt-à-dire au quarré de la déviation de la lunette, diviſé par le double du complement de la hauteur. Si la déviation eſt par exemple, de 10′ & que l'Aſtre ne ſoit éloigné du Zénith que de 30′, on ſe trompera de $\frac{100}{60}$ ou $\frac{5}{3}$′ ou de 1′40″. Enfin l'erreur croît en raiſon doublée des déviations de la lunette, & en même rapport que la diſtance de l'Aſtre au Zénith eſt plus petite.

62. Si la diſtance de l'Etoile au Zénith étoit moindre que la quantité dont la lunette eſt *déviée*, on ne pourroit plus même quelque erreur qu'on ſe permît ſur la direction de l'inſtrument, faire paſſer l'Etoile par le centre de la lunette; il faudroit encore ſe permettre une faute d'un autre genre; il faudroit l'incliner l'inſtrument en lui faiſant perdre la ſituation verticale qu'il doit avoir. Il eſt évident que ſi l'Etoile paſſoit par le Méridien

Méridien, par exemple, en *a* seulement à 8′ de distance du Zénith pendant que la lunette est *déviée* de 12′, on seroit obligé d'incliner l'instrument au moins de 4′ de l'autre côté du Zénith, afin que la lunette se trouvât pointée sur l'Astre. Mais le Limbe au lieu d'être alors dirigé selon le Méridien seroit placé dans le sens tout à fait perpendiculaire; & comme cette disposition dont le défaut sauteroit aux yeux, ne seroit pas tolerable, on se trouveroit dans la fâcheuse nécessité pour diminuer le mal d'un côté, de l'augmenter de l'autre, en rendant l'inclinaison encore plus grande. L'embarras de l'Observateur dans de pareilles circonstances ne pourroit pas manquer d'être extrême; cependant toutes ses peines seroient inutiles tant qu'il ne s'aviseroit pas de remonter jusqu'à la source du mal.

63. N'ayant aucune certitude que la lunette de l'instrument de M. Picard fut parfaitement bien disposée, rien ne nous empêche de supposer qu'elle étoit *déviée* de 8 ou 10′, ou même d'une quantité plus grande. * Il paroît aussi que ce Mathématicien n'observoit de regle pour diriger son Secteur, que de saisir l'Etoile à l'instant précis de la médiation qu'il inferoit par le calcul, après avoir pris quelques hauteurs du même Astre encore fort éloigné du Méridien. Il embrassoit donc le plus mauvais des deux moyens que nous venons d'examiner. Mais nous reconnoissons l'extrême sagacité de ce grand Astronome, lorsque nous le voyons choisir de propos déliberé une Etoile qui passoit à une distance très-considérable du Zénith, afin d'éluder la difficulté qu'il avoit comme ressentie ou qu'il avoit au moins prévûe. Si la déviation de sa lunette étoit effectivement de 10′, & si l'on employe à la place des tangentes les arcs même, on aura pour l'erreur commise à Malvoisine ou le génouil (ε) de la Cassiopée étoit éloigné du Zénith de 9^d 59′ ou de 599′; on aura, dis-je, $\frac{100'}{2 \times 599}$ ou environ 5″ pour l'erreur sur cette distance. La même Etoile étoit

* Voyez Num. 34.

éloignée du Zénith d'Amiens d'environ $8^d 36'$ ou de $516''$, & l'erreur étoit en conséquence de $\frac{100'}{2 \times 516}$ ou d'environ $5\frac{4}{5}''$. Il faut retrancher une de ces erreurs de l'autre, puisqu'il faut faire la même chose à l'égard des deux distances : ainsi la différence $\frac{4}{5}''$ est à peu près la plus grande quantité dont M. Picard a pû se tromper sur l'arc de $1^d 23'$ compris entre les paralleles de Malvoisine & d'Amiens, ce qui justifie pleinement la bonté de la précaution à cet égard. Mais ce ne seroit pas la même chose, nous ne pouvons assez le repéter, si avec un instrument dont la lunette étoit peut-être encore plus *déviée*, on se hazardoit d'observer des Etoiles beaucoup plus voisines du Zénith, & qu'il fallut outre cela ajouter ensemble les deux distances : il ne seroit pas étonnant que l'erreur allât alors à plusieurs minutes. C'est encore une fois, qu'on ne sçauroit, sans oublier les autres attentions que nous avons prescrites, pousser trop loin le scrupule sur le parallelisme de la lunette & de l'instrument, & qu'il faut toujours malgré cela, lorsqu'on observe des Astres qui sont beaucoup plus voisins du Zénith que du Pole, s'attacher à mettre immédiatement le Limbe dans le plan du Méridien, en le rendant parallele à une méridienne tracée avec la plus grande exactitude.

CINQUIEME SECTION.

Détail des obſervations Aſtronomiques faites pour déterminer l'amplitude de la Méridienne de Quito, & pour conclure la grandeur du premier degré de latitude.

I.

1. J'ai rapporté toutes mes remarques ſur la maniere d'obſerver, avant que de rendre compte des obſervations même; parce qu'il y a eu effectivement le même ordre entre ces remarques & les obſervations. Il n'arrive que trop ſouvent qu'on ne penſe qu'après avoir agi: mais l'intérêt de la vérité, ſans qu'il s'y mêle aucun autre motif, m'oblige d'aſſurer que je n'ai point à me reprocher une pareille faute, & que les attentions dont je viens de faire le détail, ſur leſquelles je n'ai eu que trop le tems de refléchir par l'extrême longueur de notre ſéjour au Pérou, n'ont pas été imaginées après coup. Les recherches dans leſquelles j'avois à m'engager pour cela n'étoient pas difficiles: mais je ne dûs pas tarder à ſentir de quelle importance elles étoient, pour perfectionner malgré leur extrême ſimplicité, toute la partie de l'Aſtronomie pratique dont nous avions beſoin. Je vis bien qu'elles aſſuroient le ſuccès d'un voyage pour lequel toutes les Nations ſçavantes s'intéreſſoient; & que nous pouvions au contraire perdre entierement le fruit de notre miſſion, en nous contentant d'opérer avec des inſtrumens auſſi imparfaits que ceux dont on ſe ſervoit en Europe lorſque nous en partîmes.

2. Je ſpécifiai dans un premier rapport à la fin des premieres obſervations que nous fîmes enſemble M. de

la Condamine & moi à l'extrêmité Auſtrale de la Méridienne, toutes les attentions eſſentielles que j'avois eûes dans la conſtruction & dans la diſpoſition de notre Secteur. La fidelité de ce rapport fut atteſtée par M. de la Condamine & par M. Verguin Ingenieur de la Marine qui y mit auſſi ſon Certificat. Le premier de ces deux Meſſieurs déclare que s'il n'a pas vû diſpoſer l'inſtrument, il a été informé de toutes les précautions que j'ai priſes & qu'il les a vérifiées depuis pour la plûpart. Je dreſſai un ſemblable Procès-verbal pour les ſecondes obſervations: & ſi je n'inſiſtai alors que ſur les faits qu'il importoit de conſtater, c'eſt ce que je me reſervois à expliquer dans un Mémoire relatif à ces deux écrits & qui devoit leur ſervir de ſupplément, toutes mes réflexions particulieres & les motifs qui m'avoient déterminés. Ce Mémoire que j'ai eu l'honneur à mon retour de faire voir à l'Académie & que je n'ai gueres fait que tranſcrire dans la Section précédente, a été paraphé en pleine aſſemblée le 17 Février 1745; il eſt daté de Cocheſqui, extrêmité Septentrionale de notre Méridienne le 20 Mars 1740, & il a été légaliſé au Pérou avec les ſolemnités uſitées dans le Pays, de même que les deux Procès-verbaux. C'étoit bien malgré moi que j'avois recours à ces formalités qui devroient être inconnues des Philoſophes ou au moins bannies de leurs diſcuſſions. Mais la ſéparation de M. Godin devoit faire craindre qu'on ne jettât de l'obſcurité ſur une infinité de choſes. Nous ne pouvions preſque plus rien faire de concert avec cet Aſtronome; nous nous voyons pour toujours privés du conſeil réciproque les uns des autres; & il s'agiſſoit de prevenir l'indéciſion où l'on ſe trouveroit un jour en France, ſi nos réſultats ne s'accordoient pas aſſez & qu'il fut queſtion de prononcer ſur nos différends. Il pouvoit alors devenir extrêmement utile pour l'intérêt de la vérité & pour le bon droit de notre cauſe, de prouver non-ſeulement qu'on avoit eu préſentes de notre

côté les attentions néceſſaires pour bien obſerver, mais qu'on avoit murement peſé combien chacune en particulier influoit ſur la juſteſſe des opérations.

3. On voit par cet expoſé qu'on peut donner une entiere confiançe à notre travail, principalement s'il a été vérifié ou repété aſſez de fois pour qu'on n'ait point à y craindre ces erreurs qu'on n'eſt pas toujours exempt de commettre, quoiqu'on ne pêche pas contre les regles que preſcrit la Théorie. C'eſt dans le deſſein de diſſiper les doutes à ce dernier égard & même de deſarmer juſqu'aux objections les moins fondées, que je ſuis reſté dans le pays encore près de trois ans. Pendant tout ce tems-là je n'ai point eu d'autre objet, & toutes mes occupations s'y ſont rapportées, ſi l'on excepte le voyage dont j'ai parlé & que j'entrepris vers la Mer du Sud en 1740, pour déterminer la hauteur abſolue des montagnes ſur leſquelles étoient appuyés nos triangles. Cependant je vais commencer par communiquer des obſervations dont je ne puis répondre que juſqu'à un certain point, malgré l'extrême peine qu'elles nous donnerent. Ce ſont celles que nous fîmes ſur l'obliquité de l'Ecliptique peu de tems après notre arrivée au Pérou. J'inſererai ici le Mémoire que j'envoyai en Europe ſur cette matiere : mais j'ai cru afin de pouvoir faire entrer diverſes remarques qui ſont devenues néceſſaires, devoir refondre les éclairciſſemens que j'y joignis quelques mois après. Si l'obliquité de l'Ecliptique n'a point de rapport immédiat avec le ſujet principal de notre miſſion, elle pouvoit elle-même en être un objet particulier très-conſidérable. Outre cela nous ne pûmes pas nous occuper de cette recherche, ſans découvrir la latitude de Quito & obſerver la diſtance de quelque Etoile au Zénith de cette Ville pour rectifier le Secteur dont nous nous ſervions ; ce qui rentroit dans le plan de nos autres travaux & ce qui en étoit comme un prélude.

4. Enfin je dois avertir une fois pour toutes que ſup-

posé que le voisinage des montagnes altere la direction des fils aplomb, il n'y a néanmoins rien à craindre à cet égard pour l'exactitude des observations que je donnerai ici. J'ai eu le soin de m'en assurer par l'examen des circonstances locales : j'ai mesuré à peu près la solidité des montagnes pour la comparer à celle de la Terre ; j'ai évalué la gravitation dont nous pouvions ressentir les effets ; je l'ai fait pour Quito, pour Mama-Tarqui, & pour Cochesqui, & j'ai vû toujours que la partie qui pouvoit alterer les observations étoit nulle. J'ai poussé la discussion aussi loin à l'égard de *Pueblo viejo* extrêmité Septentrionale de la Méridienne de M. Godin, pour laquelle la chose méritoit davantage d'être examinée. J'avois reconnu ce poste dès 1737, & je l'avois indiqué comme celui où l'on pouvoit conduire les triangles du côté du Septentrion sans trouver de nouvelles difficultés. J'ai eu la curiosité de l'examiner derechef, lorsque je m'en suis trouvé à portée, en m'en revenant en Europe. Il y a des montagnes précisement au Nord, *Pouchoués*, *Chiltaçon* ; & le tout forme une masse considérable & fort élevée au-dessus de la Riviere de Mira & de la plaine qui est au Sud ; mais si la ligne verticale s'est détournée par en bas vers la montagne, & par en haut vers le Sud, ce qui aura diminué un peu l'amplitude de l'arc de la Méridienne dont il s'agit ; je suis persuadé que la différence n'a été tout au plus que de quelque fraction de seconde.

II.

Relation des Observations faites à Quito pour déterminer l'obliquité de l'Ecliptique au dernier Solstice de 1736 & au premier de 1737 avec un instrument de 12 pieds de rayon.

5. Ce n'est gueres que dans la Zone Torride & pro-

che de l'Equateur qu'on peut obſerver l'obliquité de l'Ecliptique avec une aſſez grande préciſion. Les hauteurs ſolſticiales du Soleil y étant fort grandes, on n'a rien à craindre des irrégularités de la réfraction; & comme les complements de ces hauteurs ſont preſques égaux & qu'ils ne ſurpaſſent gueres 23^{d}, on peut les meſurer auſſi bien l'un que l'autre avec un inſtrument d'un grand rayon. Nous euſſions pû commencer cette obſervation importante dès le mois de Juin 1736 & je le ſouhaitois; mais retardés par quelques obſtacles, nous ne l'avons entrepriſes qu'au mois de Décembre de la même année.

6. L'inſtrument dont nous nous ſommes ſervis eſt formé d'un Limbe de cuivre exactement diviſé par des points de minute en minute & ſubdiviſé mais avec moins de préciſion de cinq en cinq ſecondes par des tranſverſales. Deux barres ou regles de fer d'environ cinq pieds de long, & fortifiées par d'autres placées derriere & miſes de champ partent des deux extrêmités de ce Limbe & vont ſe joindre en haut à une troiſiéme regle de fer qui part du milieu. Cette derniere de même que celle qui eſt de champ derriere eſt prolongée juſqu'à 12 pieds de hauteur pour ſoutenir le centre & le bout objectif de la lunette. Tout l'inſtrument eſt maintenu dans un état conſtant par des vis & des claveres, & la lunette qui eſt armée d'un Micrométre & qui a douze pieds de longueur eſt non-ſeulement arrêtée par les deux extrêmités, mais auſſi par le milieu par le moyen d'un bras de fer qui vient ſe rendre à la jonction des trois premieres barres. Enfin tout l'inſtrument eſt ſoutenu par un génouil ſur un pied, comme les quarts de cercles ordinaires.

7. Le Ciel étant couvert le 19 & 20 de Décembre 1736, nous ne pûmes commencer à obſerver que le 21, & nous trouvâmes M. Godin, M. de la Condamine & moi la diſtance Méridienne du bord Auſtral du Soleil

au Zénith de 23d 18′ 53″. Nous continuâmes le 23, le 24, le 25 & le 27 du même mois. Je joins ici à ces observations le changement qu'avoit souffert la déclinaison du Soleil depuis l'instant du Solstice. J'ai employé pour les calculer l'obliquité de l'Ecliptique de 23d 29′ qui ne s'est pas ensuite trouvée exacte; mais cela n'empêche pas que les changemens ne soient toujours les mêmes.

1736. Decemb.	Dist. appa. du bord Austral du Sol. au Zénith.			Chang. en déclin. depuis l'inst. du Solstice.		Distance apparente Solst. du bord Aust. ☉ au Zénith.		
Jours.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.
Le 21	23	18	53	0	1	23	18	54
Le 23	23	17	49	1	9	23	18	58
Le 24	23	16	41	2	31	23	19	12
Le 25	23	14	51	4	18	23	19	9
Le 27	23	9	51	9	16	23	19	7

8. Je ne mets pas entre ces observations une autre du 13 Janvier 1737, où la distance du bord Austral du Soleil au Zénith se trouva de 21d 14′ 4″, parce que la conclusion que j'en pourrois tirer de la distance du Tropique, seroit trop dépendante de la Théorie du Soleil. Mais les cinq autres lorsqu'on en prend le milieu donnent 23d 19′ 4″ pour la distance solsticiale du bord Austral du Soleil au Zénith; & si on en retranche 16′ 22″ pour le semi-diamétre de cet Astre, on aura 23d 2′ 42″ pour la distance apparente du Tropique de ♑ au Zénith. Cette distance est affectée de la réfraction, de la parallaxe & de l'erreur de l'instrument.

9. Nous commençâmes le 31 Décembre à examiner cette erreur en observant la distance au Zénith de l'Etoile de la seconde grandeur qui est au milieu de la ceinture d'Orion, & qui est désignée par ε dans Bayer. Cette observation

obſervation de même que celles des 4 & 8 Janvier 1737 nous parurent défectueuſes. Mais le 9 nous obſervâmes la diſtance de 58′ 18″, le 10 de 58′ 21½″ & le 11 & le 12 de 58′ 19″; ce qui donne environ 51′ 19½″ pour la diſtance moyenne. Nous fîmes enſuite faire un demi-tour à l'inſtrument au tour de ſon pied, afin d'obſerver la diſtance de l'Etoile au Zénith ſur la partie du Limbe qu'on peut appeller *négative*. Alors nous nous trouvâmes ſeuls M. Godin & moi, parce que M. de la Condamine partit pour ſe rendre à Lima. Le 26 Janvier la diſtance de l'Etoile fut de 1ᵈ 22′ 56½″, & le 27 de 1ᵈ 22′ 54½″; le 31 de 1ᵈ 22′ 42½″, & le premier de Février que je me trouvai ſeul de 1ᵈ 22′ 56″. L'obſervation du 31 Janvier s'éloigne un peu des autres; mais je n'ai aucun moyen de la rejetter. La quantité moyenne entre les quatre eſt un peu moins de 1ᵈ 22′ 52½″, & l'erreur de l'inſtrument cauſée par la diſpoſition de la lunette, réſulte de 12′ 16½″; mais ſi on rejette l'obſervation du 31 Janvier comme je crois après tout qu'on le doit faire, on aura 12′ 18″, qui étant ajoutées à la diſtance apparente 23ᵈ 2′ 42″ du Tropique de ♑ au Zénith, donnent 23ᵈ 15′ 0″ pour la diſtance apparente corrigée. Mais on doit encore augmenter, comme je le montrerai ci-après, cette diſtance de 12½″ pour la ſeconde erreur de l'inſtrument produite par la diſpoſition particuliere de ſon centre. Ainſi la diſtance apparente du Tropique de ♑ au Zénith corrigée de toute erreur eſt de 23ᵈ 15′ 12½″.

10. Nous avons enſuite laiſſé l'inſtrument en place juſques à ce dernier Solſtice (celui de Juin 1737) je me propoſois pendant les ſix mois d'intervalle d'obſerver de tems en tems les hauteurs du Soleil; mais j'en ai été empêché ou par d'autres occupations ou par les pluyes ordinaires dans cette ſaiſon. Je ne ſuis arrivé que quelques jours avant le Solſtice d'un voyage que j'ai fait au Nord de Quito pour reconnoître le terrein par rapport à la Méridienne; & M. de la Condamine eſt arrivé en

même tems de son voyage de Lima. Les 20, 21 & 23 Juin nous observâmes le bord Septentrional du Soleil & le 24 son bord Austral ; je mets ici ces observations avec les distances que j'en ai conclu du Tropique de ♋ au Zénith ; j'ai pris 15′ 49″ pour le semi-diamétre du Soleil.

1737. Juin.	Dist. apparente du centre du Soleil au Zénith.			Quantité dont la décli. est moindre qu'à l'inst. du Solst.		Dist. apparente du Tropique de ♋ au Zénith.		
Jours.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.
Le 20	23	29	9	0	8	23	29	17
Le 21	23	29	19	0	½	23	29	19 ½
Le 22	23	29	7	0	17	23	29	24
Le 23	23	28	14	1	1	23	29	25
Le 24	23	27	19	2	6	23	29	25

11. En prenant le milieu il vient à très peu près 23d 29′ 20″ pour la distance apparente du Tropique de ♋ au Zénith, distance qui est non-seulement affectée de la parallaxe & de la réfraction ; mais aussi de l'erreur de l'instrument qui pourroit bien n'être pas la même qu'à l'autre Solstice par ce qu'on avoit été obligé de toucher aux fils du Micrométre.

12. Quoique ce fut peu avant onze heures du matin que l'Etoile ε d'Orion passât par le Méridien, nous nous proposâmes de nous en servir encore, comptant pouvoir la découvrir. Cela nous a réussi comme nous l'esperions ; mais cependant elle n'a jamais gueres paru que vers le milieu du champ de la lunette ; ce qui nous l'a fait manquer plusieurs fois, & ce qui joint au mauvais tems nous a obligé de la poursuivre pendant plus d'un mois. Le premier de Juillet sa distance apparente au Zénith se trouva de 1d 22′ 29″ sur la partie négative du Limbe ; le 2 de 1d 22′ 27″, le 5 de 1d 22′ 34″, & le 7 de 1d 22′ 33″. La distance moyenne est de presque 1d 22′

31′ qui devient 1^d 22′ 32″ en ajoutant environ $1\frac{1}{2}$″ à cause de la disposition du centre. Dès-lors nous pouvions connoître l'état de l'instrument ; mais craignant quelque variation de la part de l'Etoile soit par la parallaxe de l'Orbe annuel ou par quelques autres causes, nous voulumes prendre encore quelques distances, en nous servant de la partie positive de l'arc. Ce ne fut que le 28 Juillet que nous pûmes obtenir une observation revêtue de tous les caracteres d'exactitude que nous demandions. La distance de l'Etoile au Zénith se trouva de 58′ 39″. Le 30 je trouvai précisement la même chose, & le 3 du mois présent d'Août nous l'avons trouvée de 58′ 41″ ou de 58′ 44″ (la premiere estime est de moi) je prends pour milieu 58′ 40″ qui devient 58′ $41\frac{1}{2}$″ ou 58′ 42″ en appliquant la petite correction pour la disposition du centre. Il suit delà que l'erreur de l'instrument n'est plus de 12′ 18″, mais de 11′ 55″. Or ajoutant ces 11′ 55″ à la distance apparente 23^d 29′ 20″ du Tropique de 69 au Zénith, on a 23^d 41′ 15″ pour la distance apparente premierement corrigée ; & ajoutant encore $12\frac{1}{2}$″ pour la seconde correction, celle qu'exige la disposition du centre de l'instrument, il vient 23^d 41′ $27\frac{1}{2}$″ pour la distance apparente dernierement corrigée.

13. C'étoit le 3 de ce mois après avoir fait notre derniere observation qu'étant sur le point de démonter l'instrument, nous examinâmes la situation de son centre. Nous prîmes six pieds de Roy avec un compas à verge, & portant cet intervalle sur le Limbe, nous reconnûmes qu'il étoit la corde d'un arc de 28^d 58′ 43″. Nous vîmes très-distinctement M. Godin, M. de la Condamine & moi, car nous ne pouvions pas plus manquer d'être tous présens à cet examen qu'aux observations mêmes, que l'arc étoit d'un peu plus de 28^d 58′ 40″ & d'un peu moins de 28^d 58′ 45″ ; & nous nous sommes arrêtés au nombre que je viens de dire, en tendant sur les transversales un fil attaché au centre. Il suit de-là que le rayon de l'inf-

trument doit être de 11 pieds 11 pouces $10\frac{64}{100}$ lignes. Mais en le mesurant deux fois actuelement le long de la regle de fer qui soutenoit le centre, & en prenant le milieu des deux quantités qui ne différoient pas entr'elles d'un 10me de ligne, nous reconnûmes qu'il étoit de 11 pieds 11 pouces $10\frac{46}{100}$ lignes, trop court de $\frac{18}{100}$ lig. Ce rayon actuellement mesuré étoit éloigné de la direction de la lunette de $13\frac{1}{2}$ degrés.

14. Nous attachâmes ensuite au centre un fil de pite chargé d'un plomb, & nous déterminâmes sur ce fil la longueur du rayon par le moyen d'un nœud que nous pouvions faire glisser. Le faisant après cela battre sur divers endroits du Limbe, nous trouvâmes qu'à $25\frac{1}{2}$ degrés de distance de la lunette le rayon étoit plus long précisement d'une ligne que le rayon parallele à la lunette. Il nous étoit difficile de prendre d'autres mesures, l'instrument étant monté; & nous avions à craindre qu'en le mettant à terre, il ne reçût quelque changement : ainsi il est devenu comme nécessaire de chercher par ces *seules données*, la position du centre actuel par rapport au vrai centre.

Figure 33. 15. Dans la Fig. 33, CA représente le rayon parallele à la lunette. AD est la partie du Limbe de $25\frac{1}{2}$ deg. & AB celle de $13\frac{1}{2}$. Le point C est le vrai centre; de sorte que CB est de 11 pieds 11 pouces $10\frac{64}{100}$ lig. ainsi que nous l'avons trouvé à proportion de la corde de $28^d\ 58'43''$. Mais comme en mesurant le rayon actuel qui répond au point B nous l'avons trouvé trop court de $\frac{18}{100}$ lig. c'est une marque que le centre actuel, au lieu d'être en C, est comme en K sur une ligne droite FG, située $\frac{18}{100}$ lig. au-dessous de CE qui est perpendiculaire à CB ou parallele à une très-petite portion de l'arc prise en B, que nous supposons droite à cause de sa petitesse. * D'un autre côté si par le vrai centre C,

* Nous pouvons bien supposer ici que tous ces petits arcs sont des lignes droites, puisque sur 2 lignes de longueur leur courbure n'est pas de $\frac{1}{3000}$ lig.

on tire deux petites lignes droites CL & CI, l'une perpendiculaire à CA & l'autre perpendiculaire au rayon CD, il eſt clair que la petite perpendiculaire KL abaiſſée du centre actuel K ſur CH, ſera la quantité dont le rayon actuel ſera trop court au point A, & que la petite perpendiculaire KM abaiſſée du même centre actuel K ſur CI exprimera la quantité dont le rayon actuel qui répond au point D ſera trop grand. Tout cela eſt vrai à cauſe de l'extrême petiteſſe des lignes CL, CM, &c. par rapport au rayon de l'inſtrument. Mais il ſuit de-là que pour choiſir ſur FG le point K, où ſe trouve le centre actuel, il n'y a qu'à choiſir ce point; de maniere que KL & KM, faſſent jointes enſemble, un eſpace d'une ligne. Car alors le rayon actuel pris vis-à-vis de D ſera d'une ligne plus long que le rayon pris vis-à-vis de A, comme nous l'avons effectivement trouvé par nos meſures.

16. On a cet avantage en ſuivant cette méthode, que ſans s'engager dans aucun calcul, & qu'en ne ſuppoſant outre cela que des meſures qu'on peut prendre aiſément pendant que l'inſtrument eſt en pied & qu'il n'a pû ſouffrir aucun dérangement, on peut par le moyen d'une figure & d'une conſtruction très-ſimple déterminer le point K. Il n'y a qu'à conduire une parallele HN à CI qui en ſoit éloignée de la quantité MO (1 lig.) dont le rayon actuel qui vient ſe rendre en D eſt plus long que celui qui vient ſe rendre en A. Cette ligne HN coupera CH en quelque point H : on diviſera enſuite l'angle CHN par la moitié par HK, & le point K où la ligne HK rencontrera FG, ſera la place du centre actuel qu'on vouloit découvrir. Car KL étant égale à KO; la ſomme de MK & de KL, ſera égale à la quantité MO dont le rayon actuel qui appartient au point D, doit être plus long que celui qui appartient au point A. Outre cela le centre K étant ſur la ligne FG, le rayon actuel qui aboutit en B ſera plus court que le vrai, de

la quantité (de $\frac{18}{100}$ lig.) dont la ligne FG est éloignée de CE, comme il étoit aussi question de le faire. Il ne seroit pas possible d'exécuter cette construction avec quelque sorte d'exactitude, si on se contentoit de donner aux parties de la figure la grandeur qu'elles ont effectivement; mais rien n'empêche de représenter (à peu près comme je l'ai fait dans la Figure 34.) l'étendue d'une ligne par un espace de deux ou trois pouces, & il suffira d'imaginer en même tems que toutes les parties de l'instrument qui n'entrent pas dans la figure, sont plus grandes dans le même rapport.

Figure 33. & 34.

17. C'est de cette sorte que j'ai découvert que le centre actuel K de notre instrument étoit trop bas de la quantité KL de $\frac{70}{100}$ lig. qu'il est éloigné du rayon CA en dehors de l'instrument de $2\frac{17}{100}$ lig., & qu'il est éloigné de l'endroit C où il devoit être de la quantité KC de $2\frac{285}{1000}$ sur le rayon qui fait un angle d'environ 72^d avec la lunette.

18. Cela supposé, il ne m'a pas été difficile de découvrir les petites erreurs auxquelles toutes les observations ont été sujettes. Si la distance d'un Astre au Zénith est représentée par exemple (*Fig.* 35) par l'angle *s* K *a* & qu'on prenne pour sa mesure l'arc *s a*, il est évident qu'on s'est trompé & que la vraie mesure de cet angle n'est pas l'arc *s a*, mais l'arc SA compris entre les rayons CS & CA qui partent du vrai centre C, & qui sont paralleles à K*s* & à K*a*. Il faut convenir que si S*s* & A*a* étoient égaux, il n'y auroit pas d'erreur dans la mesure, parce que les deux arcs *as* & AS seroient aussi égaux. Mais S*s* étant plus grand A*a*, on se trompe de S*s* — A*a*. Ainsi il faut appliquer cette correction S*s*—A*a* à l'arc *as* & l'y ajouter. Dans toutes les observations que nous avons faites des distances du Soleil au Zénith, l'angle SCA s'est trouvé d'environ $23\frac{1}{2}$ deg. & l'angle SCK ou plûtôt QCK de $84\frac{1}{2}$ deg. Mais dans le petit triangle rectangle CQK, l'angle C étant de $84\frac{1}{2}$ deg. &

Figure 35.

l'hypothéneuse CK de $2\frac{28}{100}$ lig. Le côté KQ est d'environ $2\frac{275}{1000}$ lig., & comme le petit arc S *s* est sensiblement égal à KQ, de même l'arc A *a* l'est à PK $= 2\frac{17}{100}$ lig. Il s'en suit que S *s* surpasse A *a* de $\frac{105}{1000}\frac{1}{2}$ lig. & que l'arc AS est plus grand que l'arc *a s* de cette même quantité, qui sur la circonférence de notre instrument vaut environ $12\frac{1}{2}''$. Ainsi c'est cette correction qu'il a fallu appliquer comme nous l'avons fait à toutes nos observations du Soleil, pour les rendre exactes. Nous avons trouvé de la même maniere les petites corrections dont avoient besoin les observations de l'Etoile.

19. Enfin la distance apparente du Tropique ♑ au Zénith s'est trouvée de $23^d\ 15'\ 12\frac{1}{2}''$, & celle du Tropique de ♋ de $23^d\ 41'\ 27\frac{1}{2}''$. Mais ces deux distances qui sont affectées par la réfraction & la parallaxe sont un peu trop petites, parce qu'elles sont plus diminuées par l'une qu'elles ne sont augmentées par l'autre. J'ai déja rendu compte à l'Académie dans un Mémoire que j'ai eu l'honneur de lui envoyer, de mes recherches sur les réfractions Astronomiques dans la Zone Torride, dont j'ai donné deux tables, l'une pour les endroits qui sont au bord de la Mer, l'autre pour le niveau de Quito, avec les différences que produisent les changemens d'élevation de l'Observateur. En employant ces réfractions & les parallaxes de feu M. Cassini que je crois encore plus autorisées qu'aucunes autres, je trouve qu'il faut ajouter environ $12''$ aux distances apparentes des Tropiques au Zénith; il vient $23^d\ 15'\ 24\frac{1}{2}''$ & de $23^d\ 41'\ 39\frac{1}{2}''$ pour les distances vraies : ainsi la distance d'un Tropique à l'autre est de $46^d\ 57'\ 4''$, & l'obliquité de l'Ecliptique de $23^d\ 28'\ 32''$.

20. Je reconnois par les observations de M. Richer faites à Cayenne qu'elle étoit en 1673 de $23^d\ 28'\ 48''$. M. de la Hire ne la déduit des mêmes observations, de $28^d\ 29'\ 3\frac{1}{2}''$ dans l'usage de ses Tables astronomiques que par ce qu'il s'est servi des réfractions observées en France; après que M. Richer avoit jugé qu'elles étoient

les mêmes dans la Zone Torride qu'à Paris, parce que le Crepuſcule y étoit à peu près de même longueur. Mais ce n'étoit là qu'une ſimple conjecture, que des obſervations immédiates donnent ſans doute droit de recuſer. Des hauteurs ſolſticiales obſervées, je ne ſçai pas préciſement en qu'elle année par George Margraff, il réſulte auſſi que l'obliquité de l'Ecliptique étoit de 23^d $28''$ $56''$ au lieu de 23^d $29'$ $12''$. Ainſi on peut croire qu'il y a déja long-tems qu'elle eſt moindre que 23^d $29'$ & que ſi elle diminue, comme cela eſt vraiſemblable, la diminution n'eſt gueres que d'un quart ou d'un tiers de ſeconde chaque année. Pour décider la queſtion d'une maniere qui pût ſatisfaire l'impatience qui nous eſt ſi naturelle ; j'avois parlé à M. Godin & à M. de la Condamine d'un Gnomon que nous pourrions conſtruire dans quelqu'unes des Egliſes de cette Ville. Nous euſſions ſans doute choiſi celle des PP. Jeſuites, non pas tant parce qu'elle eſt ſolidement bâtie qu'afin de rendre le Gnomon plus utile ; ces Peres ayant ici comme en Europe ce goût déclaré qu'on leur connoît pour les Sçiences & qu'ils ſçavent ſi bien allier, avec leur zéle pour la religion. Les tremblemens de terre ſeroient ſeulement à craindre, & il ſe trouvera peut-être quelques autres difficultés, qui nous empêcheront de conſtruire ce Gnomon. On pourroit encore, mais cela eſt reſervé à d'autres qu'à nous, faire en quelque endroits ſous un des Tropiques, comme par exemple dans quelques unes des Iſles Lucayes, un puits d'une certaine profondeur, au fond duquel on recevroit au ſolſtice le rayon du Soleil, qu'on feroit paſſer en haut par un très-petit trou. Si l'obliquité étoit ſujette à quelque changement, la différence ſe manifeſteroit en très-peu d'années aux yeux même qui ne ſeroient pas d'Aſtronomes.

21. La latitude de Quito déduite de notre obſervation eſt dans notre maiſon de $13'$ $7\frac{1}{2}''$ Auſtrale, & celle de l'Egliſe Cathédrale qui n'eſt gueres plus Nord que celle des

des Jésuites de 13′, 19 ou 20″. Jamais latitude ne fut observée entierement ni immédiatement avec un instrument d'un si grand rayon.

22. La déclinaison Méridionale de l'Etoile ε d'Orion se trouve au mois de Juillet de 1d 22′ 44 ou 45″.

23. Au reste, je suis extrêmement flaté de pouvoir communiquer le premier cette observation à l'Académie. Si je le puis faire deux jours après que le tout a été consommé, ce n'est que parce que je m'étois chargé pendant le cours des observations de régler la pendule & de faire quelques autres opérations préparatoires; ce qui m'a donné occasion de réduire mes calculs de jour en jour. M. Godin, M. de la Condamine & moi nous ne pouvons pas manquer de nous accorder dans les faits, puisque nous en avons été également témoins. Mais j'espere que l'accord entre nous sera entier, aussitôt que ces Messieurs auront achevé leurs suputations & qu'ils se seront donné la peine de vérifier la Table que j'ai faite des réfractions Astronomiques pour Quito, dont je crois qu'il faut absolument se servir dans cette rencontre. *A Quito le 7 Août 1737.*

Additions au Mémoire précedent.

PREMIER ECLAIRCISSEMENT.

24. Ayant remarqué en relisant l'écrit précédent, que je n'avois pas expliqué la raison pour laquelle j'ai employé plûtôt toutes les observations que nous avons faites du Soleil, que celles que nous fîmes les propres jours des Solstices; j'ai cru que je devois aux Lecteurs un éclaircissement sur cet article, de même que sur quelques autres. Comme chaque observation avec quelque soin qu'elle soit faite, est toujours sujette à quelque leger défaut, on est exposé lorsqu'on l'employe seule à se trom-

per de toute la petite erreur dont elle peut être chargée : mais ce n'eſt pas la même choſe auſſi-tôt qu'on a pluſieurs obſervations revêtues des caracteres d'exactitude qu'on demande, & qu'on prend le milieu entre toutes. Il eſt certain que le riſque de ſe tromper eſt toujours beaucoup moindre ; puiſqu'à moins que toutes les erreurs ne ſoient dans le même ſens, ce qui n'eſt du tout point naturel, elles doivent en ſe modifiant les unes les autres, ſe corriger mutuellement. Ce que nous diſons ici a lieu ſi ſouvent dans l'Aſtronomie pratique, qu'il n'y a point d'Obſervateur qui n'ait éprouvé qu'on ne parvient dans une infinité de cas à une certaine préciſion, qu'en fondant ainſi pluſieurs obſervations enſemble, ou qu'en les liant par quelque eſpece de ſyſtême, qui en diminuant le trop grand excès des unes, & en réparant le trop grand défaut des autres, leur donne à toutes un cours uniforme & reglé. C'eſt d'ailleurs ce qui eſt toujours légitime & ce qui ne ſuppoſe aucun défaut d'exactitude, ſi entre les quantités obſervées & celles qu'on leur ſubſtitue en avertiſſant, il n'y a que ces très-petites différences dont il eſt pour ainſi-dire permis de ſe tromper, parce qu'elles ſe refuſent à nos ſens, malgré tous nos ſoins & tous les ſecours que nous pouvons nous procurer.

25. Mais il ſe préſente ici une autre conſidération que nous ne devons pas manquer de faire, puiſqu'elle pourroit changer quelque choſe dans ce que nous avançons. Il n'eſt pas abſolument queſtion dans le cas préſent d'obſervations nues ou ſimples, exemptes de toute modification : car comme nous les avons faites à quelques diſtances de l'inſtant du Solſtice, il eſt non ſeulement néceſſaire de ſçavoir combien la déclinaiſon a changé depuis cet inſtant ; mais il faut encore appliquer ce changement à chaque obſervation, pour pouvoir en conclure la diſtance du Tropique au Zénith. Il y a eu un tems où ce recours indiſpenſable à la Théorie du Soleil eût été dangereux : mais ſi les tables ne ſont pas encore aſſez

parfaites pour donner le lieu exact de cette Planete dans l'Ecliptique, l'ascension droite, la déclinaison, il est certain qu'elles fournissent au moins avec précision les différences de ces quantités, principalement pour un petit intervalle de jours. Nous ne craignons point lorsque nous rendons ce témoignage à la perfection qu'on a réussi dans ces derniers tems à donner à l'Astronomie, qu'on nous accuse de trop de complaisance pour la mémoire des grands hommes qui y ont travaillés. J'ai rejetté comme on l'a vû l'observation du 13 Janvier 1737, parce que la différence en déclinaison depuis le Solstice commençoit à être assez grande, pour qu'elle pût, lorsqu'on la cherche par les tables, se ressentir de ce leger défaut d'exactitude, auquel les déclinaisons mêmes sont sujettes. Mais encore une fois, ce n'est pas la même chose lorsque les plus grandes différences ne sont que de 8 ou 9′. Car les erreurs qui peuvent naître alors de l'usage de la Théorie du Soleil doivent être toujours très-petites, en comparaison de celles qu'on peut commettre dans les meilleures observations.

26. Je m'étois d'abord contenté de chercher, non pas les différences en déclinaisons dans le Livre de la Connoissance des tems, mais d'y prendre les lieux du Soleil, & de calculer ensuite les différences en déclinaisons. J'ai depuis refait les mêmes calculs avec plus de soin; & au lieu des différences que j'avois trouvées pour les 21, 23, 24, 25 & 27 Décembre 1736; j'ai trouvé les suivantes 1″, 1′ 11″, 2′ 29″, 4″ 14″ & 9′ 11″ dont la somme est plus petite de 9″ que des premieres, ce qui fait une diminution de $1\frac{4}{5}$″ sur la distance du Tropique de ☉ au Zénith. Pour le Solstice suivant il m'est venu ces nouvelles différences 7″, $\frac{1}{2}$′, 18″, 1′ 1″ & 2′ 7″ pour les 20, 21, 22, 23 & 24 Juin 1737: Leur somme est plus grande d'une seconde que de celles que j'avois employées; ce qui fait une augmentation de $\frac{1}{5}$″ dans le résultat; de sorte que tout compté, c'est une seconde &

demie d'incertitude sur le tout, ou si l'on veut une seconde & demie à rabattre sur la distance des deux Tropiques.

27. D'ailleurs un fait que l'intérêt de la vérité ne me permet plus de taire, depuis que j'ai fait attention à toute l'importance dont il étoit, empêche de comparer avec l'observation du 21 Juin 1737, la seule du 21 Décembre 1736, sans user auparavant de quelque précautions. Pendant que le 21 Décembre M. Godin étoit encore occupé à la lunette, je regardois avec soin l'endroit du Limbe de l'instrument sur lequel battoit le fil aplomb; M. de la Condamine y regarda après moi & nous vîmes tous les deux sans équivoque & très-distinctement un plus grand nombre que celui que vît ensuite M. Godin & que nous vîmes aussi avec lui. Soit que l'instrument ne fût pas bien calé ou que quelqu'une des vis de son pied eût depuis cedé sous le poids, je crû qu'il étoit retombé un peu après l'observation. M. Godin ne put pas être témoin de cette circonstance; il ne l'a pû sçavoir que de nous, puisqu'il ne pouvoit pas voir en même tems à la lunette & au Limbe; mais elle n'en est pas moins certaine. Outre que nous la lui déclarâmes dès-lors, je l'écrivis un instant après sur le Livret qui me servoit de Journal: ce Livre subsiste & je le montrerai à qui en sera curieux. M. de la Condamine en fit aussi mention dans le tems sur le sien: ainsi ce n'est point là un fait imaginé après coup, contre ce que nous nous devons à nous-mêmes, pour favoriser une certaine conclusion plûtôt qu'une autre. Enfin, si voyant sur le Limbe un autre nombre que celui que j'y avois vû d'abord, je consenti à m'arrêter au dernier, ce ne fut que parce que nous devions faire plusieurs autres observations que je me proposois toujours de combiner avec la premiere, & que je sçavois que ce moyen feroit infailliblement disparoître la plus grande partie de l'erreur. Je ne pensois point alors & je n'y pensois pas même encore en travaillant à mon Mémoire, que quelqu'un pourroit bien par la suite, ne vouloir em-

ployer que les seules observations des jours Solsticiaux. Cette réflexion qui m'est survenue depuis m'a fait sentir combien la circonstance dont je viens de parler étoit de conséquence, & combien il étoit nécessaire de ne la pas laisser ignorer du Public. Cette différence que je vis sur le Limbe étoit de 10″, qui sont à ajouter à la distance que j'ai marquée pour le 21 Décembre 1736 du bord Austral du Soleil au Zénith.

28. Il ne s'est jamais trouvé dans aucune de nos autres observations de celles que nous avons adoptées, une pareille irrégularité ; & quand il y a eu quelque incertitude, comme elle ne procedoit que de la difficulté d'estimer, à cause de l'agitation du fil aplomb, nous sommes toujours venu aisément à bout de la dissiper. Une fois & vraisemblablement par une cause semblable à celle dont j'ai parlé, c'étoit le 10 Janvier 1737 que nous travaillions à la vérification de l'instrument, je vis sur le Limbe dans le tems même que l'Etoile passoit dans la lunette, un nombre différent de $7\frac{1}{2}''$ de celui que remarquerent un instant après Messieurs Godin & de la Condamine ; mais comme j'insistai alors davantage & que mon nombre s'accordoit mieux avec l'observation précédente dont nous étions contens, on ne pût pas se dispenser de le préférer.

29. On peut remarquer au reste en jettant simplement les yeux sur l'observation dont il s'agit, qu'elle ne porte pas le caractere d'une exactitude particuliere, tant qu'on ne lui applique pas la correction que nous croyons nécessaire. Les observations les plus exactes sont naturellement (& cela suit de ce que nous avons dit) celles qui approchent le plus de la quantité moyenne ; au lieu que l'observation du 21 Décembre 1736 est une des deux qui s'en éloignent le plus. Les distances apparentes Solsticiales du bord Austral du Soleil au Zénith sont les suivantes.

1736 Décembre.	Distance apparente. Solst. du bord Austral du ☉ au Zénith.		
Jours.	D.	M.	S.
21	23	18	54
23	23	19	0
24	23	19	10
25	23	19	5
27	23	19	2

30. La quantité moyenne entre ces distances est 23^d $19'2\frac{1}{5}''$, & c'est donc un fort préjugé contre les deux observations du 21 & du 24, de ce qu'elles se trouvent dans les deux cas extrêmes. Mais si on ajoute $10''$, comme il le faut, à la premiere, le tout se racommode, & cette premiere observation devient 23^d $19'$ $4''$ qui doit être réputée ensuite une des meilleures.

31. Je ne me suis pas proposé de parler dans ces éclaircissemens de touts les moyens de calcul qu'on employera, peut-être, pour conclure la distance d'un Tropique à l'autre; mais je ne puis pas me dispenser de faire encore quelques réflexions sur la méthode qu'ont suivi Messieurs les Officiers Espagnols, nos compagnons de voyage. Ces Messieurs qui demeuroient alors dans une maison assez éloignée de la nôtre, ayant assisté à quelques unes de nos observations, ont cru devoir les inserer dans leur Recueil & les soumettre au même titre, avec celles que nous leur communiquâmes & qui étoient contenues dans le Mémoire précédent que je prétai à M. de Ulloa. Elles sont même exposées dans ce Livre d'une maniere qui laisse croire au Lecteur qu'on les a faites sans que nous y ayons eu aucune part, quoiqu'avec un instrument qui étoit à nous, & auquel nous n'avions fait donner à Paris un Limbe d'une certaine grandeur, que parce que nous les avions dès-lors en vûe. D. George Juan qui les a examinées, a parfaitement bien remarqué

que les différences qu'il y avoit entre les quantités qu'elles nous avoient fournies, ne suivoient pas la vraie loi; & il a travaillé à la rétablir, en appliquant de petites corrections. Mais il s'est contenté de rendre les différences proportionnelles aux quarrés des tems écoulés depuis l'instant du Solstice, sans faire attention qu'il y avoit une autre condition qui n'est pas moins essentielle & qu'il étoit aussi peu permis d'oublier; puisqu'elle n'est pas moins fondée sur les principes les plus incontestables de la Théorie du Soleil. C'est que les différences en déclinaison doivent être non-seulement proportionelles aux quarrés des tems, elles doivent avoir encore un certain rapport avec ces quarrés. On ne peut pas dire que Gregori & quelques autres se soient absolument trompés en négligeant cette seconde condition. La maniere générale dont ils considéroient la chose, pouvoit laisser indéterminé le rapport dont il s'agit : au lieu que le cas est tout différent dans la circonstance présente. Les différences en déclinaison & les tems peuvent être sensiblement représentés par les co-ordonnées d'une parabole: mais il faut absolument regarder comme *donné* le Paramétre de cette ligne courbe, car il l'est effectivement, par toutes les particularités du mouvement du Soleil que nous connoissons assez exactement pour cela, telles que la vitesse angulaire de cet Astre, la situation de la ligne des Apsides, l'obliquité de l'Ecliptique.

23. Nous n'employons un arc de parabole, que parce qu'on peut le confondre lorsqu'il est très-court, avec un petit arc de cercle d'un certain diamétre. La nature même du problême détermine le genre & l'espece de la ligne courbe qui s'éloigne de sa tangente, par les mêmes degrés que l'Ecliptique s'éloigne du Tropique. Cette ligne courbe est un cercle, qu'il ne tient pas à nous de faire changer: ce cercle reste toujours le même, quoique le Ciel soit couvert, ou quoique le beau tems nous permette d'obtenir un plus grand nombre d'obser-

vations dans le même intervalle de jours. Quelques personnes très-sçavantes ont cru, que le problême devenant plus que déterminé dans ce second cas, il falloit avoir recours à une parabole d'un genre mixte & plus élevé. Mais nous ne pouvons nous rendre à cet avis. Nous ne devons toujours employer que la même courbe; & si nous ne réussissons pas à la faire passer par les points donnés, nous n'avons point d'autre parti à prendre que d'avouer que toutes nos observations ne sont pas également exactes. Le Paramétre de notre parabole est $40\frac{1}{7}$ pour le Solstice d'Hiver, lorsque les intervalles des observations sont évalués en heures & que les changemens en déclinaison sont réduits en secondes. C'est-à-dire qu'il n'y a dans le siecle où nous sommes, qu'à diviser les quarrés des tems par $40\frac{1}{7}$, & on aura au quotient les changemens en déclinaison en secondes depuis le Solstice d'Hiver, pourvû que les intervalles ne soient pas trop grands. Le Paramétre de la parabole Solsticiale pour l'Eté est $49\frac{4}{9}$.

33. Nous avons encore une remarque importante à faire, qui oblige également de faire des changemens considérables au calcul que nous examinons. Il n'est pas douteux que la connoissance que l'on a de l'instant du Solstice, par toutes les observations qui ont servi dans ces derniers tems d'Elemens à la Théorie du Soleil, ne soit incomparablement plus sûre que celle qu'on inféreroit de nos observations particulieres, qui ne pouvoient pas avoir cette recherche pour objet. On peut se flater en effet d'avoir le Solstice à quelques minutes près; au lieu qu'il seroit absurde de le vouloir fixer avec quelque exactitude, par des observations qui sont sujettes à des erreurs aussi considérables que les changemens mêmes qu'a souffert la déclinaison certains jours. C'est donc encore une troisiéme considération à faire entrer dans la solution, ou une troisiéme condition à laquelle il falloit avoir égard, en la joignant aux deux premieres; &

il

il ne falloit pas oublier sur tout que l'heure du Solstice se trouvoit changée par la différence des Méridiens entre Paris & Quito. En un mot, nous croyons qu'on ne pouvoit pas se dispenser d'employer, comme nous avons tâché de le faire, tout ce qui étoit parfaitement connu d'ailleurs, afin de mieux déterminer les distances du Soleil au Tropique. Notre maniere d'opérer est outre cela aussi lumineuse qu'elle est naturelle. Elle est naturelle, puisqu'elle satisfait également à toutes les parties de la loi, bien loin de faire violence à rien. Elle est lumineuse, puisqu'elle fait voir la part qu'à chaque observation dans le résultat commun, & qu'elle fait même distinguer les erreurs qui s'y trouvent, & dont il faut que nous consentions ingénument à nous charger, parce qu'elles sont du fait de l'Observateur. L'autre procedé au contraire, indépendament de tous ses autres défauts, jette un voile presque impénétrable sur tout le calcul. Rien ne force ensuite d'adopter une détermination plûtôt qu'une autre; tout devient arbitraire, & il semble qu'on ne sort de cet état fâcheux d'indécision, que parce qu'on avoit choisi d'avance l'avis qu'on vouloit favoriser.

SECOND ECLAIRCISSEMENT,

Sur les Observations faites pour déterminer l'obliquité de l'Ecliptique.

34. Après avoir ainsi mis le Lecteur en état d'agir avec connoissance de cause, supposé qu'il fasse un autre usage que nous de nos observations, il me reste à dire un mot sur un autre article qui n'est pas moins important. J'ai dit dans le Mémoire que je tâche d'éclaircir, que nous mesurâmes avec soin le rayon actuel de l'instrument vis-à-vis de $13\frac{1}{2}$ degrés à compter depuis la lunette, & qu'en prenant le milieu des deux mesures, nous trouvâmes 11 pieds 11 pouces $10\frac{46}{100}$ lignes. Pour

consommer les deux opérations, nous portâmes depuis le centre deux fois six pieds avec un compas à verge, sur le rayon du milieu, & nous traçâmes sur le Limbe un petit trait, pour marquer l'endroit où se terminoient les 12 pieds. Les deux intervalles de 6 pieds portés le long du rayon ne formoient pas exactement une ligne droite dans une des opérations. Nous examinâmes qu'elle différence le détour apportoit, & nous discutâmes sur diverses Echelles de combien étoit la petite espace dont les douze pieds excédoient le rayon. La maniere dont il fut exprimé $1\frac{11}{25}$ lig. prouve assez que l'examen se fit avec quelque soin. Dans la seconde opération nous rétablîmes la rectitude du rayon, en appliquant au milieu un morceau de bois qu'on attacha fermement, & dans lequel on avoit fait entrer une espece de clou de fer ou de cuivre dont la tête devoit soutenir la pointe du compas à verge. On estima cette fois ci le petit excès des 12 pieds sur le rayon actuel, de $1\frac{292}{500}$ lig., ce qui montre encore qu'on y regarda d'assez près. Cependant on reconnut depuis que la mesure n'étoit pas exacte, & qu'elle rendoit le rayon top court d'environ $\frac{1}{20}$ lig. ou de $\frac{5}{100}$. Je ne perdrai point ici le tems à nous disculper de cette faute. On m'y donnera quelle part on voudra; & je consentirois même à m'en charger entierement, si l'on pouvoit supposer que toute l'opération fût de moi.

35. Les traits formés par le compas subsistant toujours, M. Godin qui avoit le Limbe dans sa disposition eût la commodité de remarquer la différence, & de l'examiner plusieurs fois. C'est ce qu'il fit dès le 5 d'Août 1737; mais nous n'en sçûmes rien M. de la Condamine & moi que long-tems après; & je devois être (c'est ce que M. Godin ne desavouera pas) dans une parfaite sécurité sur l'exactitude des deux mesures, le 7 du même mois lorsque j'adressois ma relation à l'Académie des Sciences. Ce ne fut enfin que deux mois après, ce ne

fut que le 7 d'Octobre qu'il m'en avertit la premiere fois, ayant toujours été dans la persuasion, disoit-il, que cette petite différence ne devoit pas tirer à conséquence dans nos conclusions. En effet il négligeoit dans ses premiers calculs non-seulement cette différence, mais même toute celle qui se trouve entre le rayon vrai & le rayon actuel; ce qui réduisoit presque à rien l'erreur de l'instrument, causée par la disposition du centre. L'éclaircissement que nous eûmes sur cet article fut cause que les deux traits furent examinés derechef, & j'avoue que M. Godin me parut avoir poussé l'exactitude si loin dans ce nouvel examen que je crû pouvoir m'y rapporter, avant même que je cherchasse à m'en convaincre par moi-même. Il mesura de quatre manieres différentes le petit intervalle dont il s'agit, & les quatre opérations qui ne différerent pas entr'elles de $\frac{2}{100}$ lig. & qui ne pouvoient pas être portées à une plus grande perfection, s'accorderent à faire le rayon actuel de 11 pieds 11 pouces $10\frac{55}{100}$ lig; au lieu que nous le faisions auparavant par la même mesure qui étoit la premiere de 11 pieds 11 pou. $10\frac{50}{100}$ lig.

36. On ne peut pas certainement se dispenser d'admettre la nouvelle détermination; mais il reste à sçavoir si nous devons toujours avoir égard à l'autre à laquelle nous parvîmes en mesurant en ligne droite par le moyen du morceau de bois dont j'ai parlé & qui rendoit le rayon encore plus court. Le trait que fournit cette seconde opération n'étoit pas si net que le premier; ce qui vint sans doute de ce que la pointe du compas à verge trouva dans cet endroit du Limbe quelques parties de cuivre qui résisterent moins ou qui résisterent inégalement; mais ce qui n'empêchoit pas que le milieu du trait ne fut toujours un terme exact. Il est si vrai que nous fûmes alors également satisfaits des deux especes de mesures, que nous convîmes de faire ce qu'on fait ordinairement en pareille rencontre; c'est-à-dire que

nous prîmes le milieu. M. Godin a depuis à ma priere, examiné le second trait & la seconde opération; & il a trouvé qu'elle faisoit le rayon de 11 pieds 11 pouces $10\frac{494}{1000}$ lig. De sorte qu'on voit que notre maniere de procéder, nous avoit fait tromper dans le même sens sur les deux petits intervalles.

37. Il me paroît après avoir tout consideré que de même que nous prenions le milieu entre les deux anciennes mesures, nous la devons prendre encore entre les deux nouvelles; & assigner un peu plus de 11 pieds 11 pouces $10\frac{52}{100}$ lig. au rayon actuel de $13\frac{1}{2}$ degrés. La complaisance a pû pendant quelque tems m'empêcher de suivre ce parti; mais je n'ai jamais cessé de déclarer qu'il me paroissoit le meilleur. Peut-être qu'une des deux mesures seroit plus favorable aux conclusions particulieres que nous en voudrions tirer. Mais il faut remonter au tems même de la vérification de l'instrument. Le 3 d'Août 1737 nous ne sçavions pas qu'elle seroit la quantité de l'obliquité de l'Ecliptique que nos observations nous fourniroient, notre jugement étoit parfaitement libre, & nous crûmes alors, comme je l'ai déja dit, devoir adopter les deux mesures. Nous devons donc le faire encore maintenant, puisqu'il ne nous est survenu aucune lumiere qui puisse nous faire préferer l'une à l'autre. Le rayon actuel étant vis-à-vis de $13\frac{1}{2}$ deg. de 11 pieds 11 pouces $10\frac{52}{100}$ lig. au lieu qu'il devroit être de 11 pieds 11 pouces $10\frac{40}{100}$ lig. la différence est de $\frac{12}{100}$ lig. & cette différence subsiste malgré l'examen severe qu'en a fait M. Godin. Ainsi nous ne pouvons pas en annéantissant cette petite quantité, parce que cela seroit, peut-être, plus commode pour nous, supposer que le rayon actuel & le vrai rayon sont égaux entr'eux, au moins vis-à-vis de $13\frac{1}{2}$ deg. où la discussion a été faite. Tout ce qui pourroit nous porter à croire que les deux rayons sont égaux; c'est l'adresse connue de l'ouvrier qui a construit l'instrument: mais le rayon étant brisé ou for-

mé de barres de fer qu'il faut enter les unes aux autres, & attacher par des clavetes ou par des cloux qui serrent plus ou moins, selon qu'on les enfonce ou qu'on change un peu leur direction en les frappant, je suis persuadé que si on montoit dix fois l'instrument, l'assemblage des barres de fer qui soutiennent le centre, se trouveroit avoir dix longueurs différentes.

38. On a jetté aussi quelque incertitude sur la longueur du rayon vrai, celui qui dépend de la courbure précise des arcs tracés sur le Limbe. Il est inutile que je réponde à des objections que j'ai suffisamment réfutées pendant que j'étois au Pérou, & qui à ce que je crois ne se reproduiront pas. Mais on a prétendu que nous eûmes tort de négliger l'obliquité du fil que nous tendions sur les transversales & qui venoit d'un centre qui n'étoit pas le vrai, lorsque nous estimâmes à combien de degrés & de minutes répondoit sur le Limbe la corde qui avoit exactement six pieds de longueur. Pour moi j'ai continué à ne point avoir égard à cette obliquité, parce que je n'ai pas voulu contredire un fait certain dont on voit des vestiges dans mon Mémoire & qui n'est contesté de personne. C'est qu'avant de nous servir du fil tendu sur les transversales, nous nous assurâmes avec une loupe que la corde de six pieds de longueur répondoit à plus de $28^d\ 58'\ 40''$ & à moins de $28^d\ 58'\ 45''$. Nous voyons distinctement que le petit intervalle étoit plus grand que les deux tiers d'une minute & moindre que les trois quarts. Or il falloit pour cela que le petit espace tombât vers le milieu de ces deux quantités fractionnaires; autrement il se seroit confondu avec l'une ou avec l'autre. La considération des transversalles ne servit donc qu'à nous faire préférer $43''$ à $42\frac{1}{2}''$, en nous obligeant de fixer la valeur de l'arc à $28^d\ 58'\ 43''$: d'où nous avons déduit, comme nous l'avons déja dit tant de fois, le rayon vrai de 11 pieds 11 pouces $10\frac{64}{100}$ lignes.

39. Il m'a fallu depuis le changement qu'a reçû la mesure du rayon actuel, chercher derechef l'erreur causée dans les observations par la disposition du centre. C'est ce que j'ai fait en suivant la méthode que j'ai expliquée dans l'écrit précédent, & j'ai trouvé que cette erreur étoit de $9\frac{1}{2}''$. J'ai aussi eu le soin depuis que je connois l'aberration de la lumiere d'en tenir compte, ou au moins d'avoir égard aux variations apparentes de situations, qu'à souffert ε d'Orion pendant que nous l'observions après chaque Solstice. Je me proposois d'employer ici les diamétres du Soleil observés avec le nouvel instrument que j'ai imaginé depuis mon retour en France pour mesurer les petits arcs célestes : mais quoique tout soit prêt depuis long-tems pour achever cette recherche que je me proposois de terminer à la fin de 1748; je suis obligé d'y renoncer actuellement par divers embarras qui ne me permettroient pas d'y vacquer, quand même le tems seroit favorable, au lieu qu'il ne l'est pas. On eût ôté presque toute l'incertitude qui naît des diamétres apparens, en observant au Pérou comme je le souhaitois, le même bord du disque dans les deux Solstices, non pas le superieur ou l'inferieur, qui sont réellement différens à Quito dans les deux saisons, mais le Septentrional ou l'Austral. Quoiqu'il en soit, je me sers des diamétres déterminés par M. de la Hire; & il n'y aura que quelque legere modification à faire à nos conclusions, lorsque l'usage de l'Héliométre nous aura plus parfaitement instruits.

40. L'obliquité de l'Ecliptique à laquelle je m'arrête est $23^d\ 28'\ 28''$, comme on le verra par la table que je joins à la fin de cet article, laquelle contient tout le calcul. La latitude de Quito prise dans notre maison aux environs de l'Eglise de Ste Barbe ne se trouve diminuée que d'un peu plus d'une demie seconde; elle est Australe de presque $13'\ 7''$, & celle de l'Eglise Cathédrale de $13'$, 18 ou $19''$. La déclinaison de l'Etoile ε d'Orion

corrigée de l'aberration étoit les premiers jours d'Avril 1737 de 1d 23′ 44 ou 45″.

41. Il me reste encore à dire que nous nous occupâmes assez long-tems à la fin de 1737 M. de la Condamine & moi à vérifier les divisions du Secteur. J'avoue qu'il est si difficile de réussir dans ces sortes de vérifications que si je n'oserois assurer qu'on dût y adjouter une foi entiere, quoique nous fissions tout notre possible pour parvenir à une certaine exactitude. Nous rapportions autant que nous le pouvions l'étendue des différens arcs dont nous nous étions servi, à celui dont nous avions mesuré la corde & qui s'étoit trouvé d'une toise exacte. Nous comparions outre cela les transversales aux points qui étoient marqués au-dessous & qui indiquoient les minutes. Les équations qu'exigeoit la situation des transversales étoient de différentes especes pour les deux Solstices; ce qui faisoit une vraie compensation, au moins à l'égard de la principale de nos déterminations; mais il restoit l'équation des points qui étoit, peut-être, de 3 ou 4″ & additives aux environs du 24me degré; ce qui augmenteroit réellement un peu l'obliquité de l'Ecliptique & la porteroit au moins à 23d 28′ 30″.

42. Au surplus, si le récit que je viens de faire, paroît chargé de trop d'incidens qu'il semble que nous pouvions éviter; je ne m'éforcerai point de montrer que je n'ai nullement contribué à les faire naître. Je me contenterai de faire remarquer que lorsqu'un Observateur opére seul, tout paroît uniforme dans son rapport; il n'a vû les choses que par une seule face; au lieu qu'il eut, peut-être, été très-à-propos que le même objet eut été consideré de divers côtés. Il arrive encore quelque fois que lorsque plusieurs Observateurs travaillent ensemble, quelques-uns d'entr'eux sacrifient leur sentiment particulier pour se réunir à l'avis commun; & cet inconvénient est pour le moins aussi dangereux que le premier; puisque le Public ne voit pas précisement les choses com-

me elles se sont passées. Nous avons au moins cette obligation au grand nombre de personnes qui observions, & à l'amour extrême que nous avions tous pour la vérité, que chacun de nous a ordinairement soutenu son sentiment tant qu'il a cru pouvoir le faire par des raisons valables. Je ne puis mieux montrer mes dispositions sinceres à cet égard, que par l'aveu que je vais faire sur la valeur des observations dont je viens de rendre compte. Pour pouvoir juger de celles que nous avons faites sur le Soleil, il suffit de jetter les yeux sur la table suivante : mais toutes les fois que j'ai pensé à la difficulté, ou pour mieux dire l'impossibilité que nous trouvions à nous satisfaire, lorsque nous observions l'Etoile, je n'ai été rassuré sur la bonté de cette derniere partie de notre travail que par son accord assez parfait avec d'autres observations dans le même genre que j'ai faites depuis. Nous nous trouvions engagés pour la premiere fois dans une opération très-délicate, qui ne s'entreprend que rarement, qui jusques-là n'avoit été décrite que d'une maniere très-imparfaite, & à l'égard de laquelle les Astronomes les plus habiles sont quelquefois peu exercés. Tout ce que je voyois bien clairement, c'est qu'il nous faudroit opposer dans la suite de plus grandes précautions aux obstacles qui se présentoient sans cesse & dont je n'avois pas de mon côté, je l'avoue, encore démêlé la cause.

43. *Observations faites au mois de Décembre 1736. des distances du Soleil au Zénith de Quito.*

1736. Déc.	Dist. apparente du bord Aust. du ☉ au Zénith.			Dist. apparente du centre du ☉ au Zénith.			Changement en déclin. depuis le Solst.		Dist. apparente du Trop. de ♑ au Zénith.		
Jours.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.
21	23	19	3	23	2	41½	0	1	23	2	42½
23	23	17	49	23	1	27½	1	11	23	2	38½
24	23	16	41	23	0	19½	2	29	23	2	48
25	23	14	51	22	58	29½	4	14	23	2	44
27	23	9	51	22	53	29½	9	11	23	2	41

23d	2′	43″	Distance apparente du Tropique de ♑ au Zénith.
	12	16¾	Correction addit. pour la lunette.
		9½	Correction addit. pour le centre.
		12	Refract. addit. moins la parallaxe.
23d	15′	21¼″	Distance vraie du Tropique ♑ au Zénith de Quito.

Observations faites au mois de Juin 1737.

1737. Juin.	Dist. apparente bord Sep. ☉ au Zénith.			Dist. apparente centre ☉ au Zénith.			Changement en declin. depuis le Solst.		Dist. apparente Trop. de 69 au Zénith.		
Jours.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.
20	23	44	57	23	29	8	0	7	23	29	15
21	23	45	8	23	29	19	0	$\frac{1}{2}$	23	29	$19\frac{1}{2}$
22	23	44	56	23	29	7	0	18	23	29	25
23	23	44	3	23	28	14	1	1	23	29	15
	Bord Aust.										
24	23	11	30	23	27	19	2	7	23	29	26

23d	29′	20″	Distance apparent. Tropique ♋ au Zénith.
	11	$53\frac{1}{4}$	Correction additive pour la lunette.
		$9\frac{1}{2}$	Correction additive pour le centre.
		12	Refract. addit. moins parallaxe.
23d	41′	35″	Distance vrai. Tropi. ♋ au Zénith de Quito.
46	56	56	Distances entre les Tropiques.
23d	28′	28″	Obliquité de l'Ecliptique en Mars 1737.

III.

Observations faites exprès aux deux extrêmités de la Méridienne de Quito, pour en déterminer l'amplitude.

44. Il faut maintenant passer aux observations faites exprès pour déterminer l'amplitude de notre Méridien-

ne. Je rapporterai d'abord celles que je fis à Mama-Tar qui, extrêmité Sud depuis le mois de Juillet 1741 jusqu'au mois de Décembre de la même année. Ces observations devoient être correspondantes de celles que M. Godin consentoit à faire en même tems du côté du Nord, pendant que M. de la Condamine observoit la même Etoile (ε d'Orion) à Quito avec une lunette scellée contre un mur. Je ne supprime pas ces observations, quoique je supprime toutes les autres auxquelles je n'ai point eu d'égard dans la suite, & entre lesquelles il y en a eu aussi quelques-unes auxquelles il a fallu absolument renoncer. Si les observations que je communique ne deviennent pas de quelque utilité, lorsque M. Godin publiera les siennes, elles serviront au moins à montrer combien j'ai travaillé à me précautionner contre toutes les causes exterieures d'erreurs, dont on n'est jamais trop sûr de se bien défendre lorsqu'on se sert d'un instrument qu'on est obligé de former en chaque endroit où on observe, & qu'on ne pouvoit transporter que par parties. La difficulté inexprimable des chemins qui sont entrecoupés dans la Cordeliere de précipices presque continuels, ne nous permettoit pas de faire autrement. Ç'eut été s'exposer non-seulement à déranger l'instrument mais à le briser, que de vouloir le transporter tout formé. J'ai dit quelqu'autre part combien le Ciel me fut contraire par les pluyes extraordinaires & continues qui durerent près d'un an dans presque toute l'Amérique Méridionale. Les tremblemens de terre qui étoient fréquens dérangerent aussi plusieurs fois mon Secteur; ce qui rendoit plus nécessaire que jamais la résolution que j'avois prise, de ne pas me contenter dans chaque suite d'observations, de le tourner successivement vers l'Orient & vers l'Occident, mais de le remettre encore dans sa premiere situation, pour voir s'il donnoit toujours la même chose. De propos déliberé j'en changeai aussi la disposition diverses fois

pour l'essayer dans différens états. Mais ce qui contribua le plus à prolonger mon sejour à Tarqui, quoique je sçusse qu'il y avoit long-tems que M. Godin qui étoit parti très-tard pour l'extrêmité Septentrionale de la Méridienne, étoit déja de retour à Quito, c'est que je voulois me décider davantage sur les variations alternatives & promptes qu'on prétendoit avoir aperçûes dans la situation des Etoiles fixes, & que j'avois toujours attribuées au peu de solidité des édifices auxquels on attachoit les lunettes.

45. Le rayon du Secteur avec lequel j'observois avoit 12 pieds de longueur & l'instrument étoit suspendu de la maniere que j'ai décrite dans la Section précédente.* J'avois pris le rayon de l'ancien Secteur que nous avions apporté de France & qui nous avoit servi à observer l'obliquité de l'Ecliptique; j'avois fortifié ce rayon par deux regles de fer appliquées sur sa brisure, & j'avois fait mettre un nouveau Limbe, auquel on donna un peu plus de deux pieds de longueur. Je n'avois pas d'abord fait fortifier le rayon par les deux regles appliquées sur la jonction de ses deux principales barres de fer; mais je fis faire cette réparation en passant par Quito, où je restai 10 ou 12 jours au commencement de Février 1740, en allant d'une extrêmité de la Méridienne à l'autre, & je fis raccourcir en même tems les fourchettes qui soutenoient la lunette. Les observations de Cochesqui dont j'aurai occasion de parler ne furent faites qu'ensuite; ce qui dût contribuer à les rendre plus exactes & plus sûres. Le voisinage de Cuenca m'a permis pendant le cours des observations faites à Mama-Tarqui dont je vais actuellement rendre compte, de faire faire au Secteur divers autres changemens plus ou moins considérables, mais je les indiquerai successivement en marquant leur date. Enfin pour éviter l'inconvénient dont j'ai parlé au commencement de la Section précédente (N. 11) & qui étoit uniquement à craindre dans l'usa-

*Voyez Num. 8.

ge d'un instrument suspendu comme celui dont je me servois, je ne le faisois toujours tourner que par en haut, comme je l'ai déja dit, après qu'on avoit eu le soin d'introduire du suif sous l'hemisphere de la suspension pour diminuer le frotement. Toute l'opération étoit d'autant plus facile que l'instrument n'avoit que peu de pesanteur; & on le soulevoit outre cela un peu par en bas en prenant la précaution de ne toucher qu'au rayon. La direction étant une fois donnée, il ne s'agissoit plus que de procurer l'inclinaison convenable; & c'est ce qu'on exécutoit en arrêtant le Secteur par en bas sans rien forcer, & en le faisant simplement se reposer sur les parties de la regle destinées à le retenir.

46. L'arc que j'employai à Mama-Tarqui étoit de $3^d\ 22'22''$. Je m'étois proposé de le faire de $3^d\ 22'15''$, en donnant exactement à sa corde comme je l'ai déja dit, la 17me partie du rayon. Mais ayant mesuré la distance des deux points déja marqués, j'éprouvai que repétée 17 fois, elle excédoit la longueur du rayon, d'un petit intervalle que j'examinai avec soin & dont j'inférai que l'arc étoit réellement de $3^d\ 22'\ 22''$. Je me trouvois en état d'observer dès les commencemens de Mars: le tems contraire ne me permit de voir l'Etoile que deux fois avant qu'elle se cachât dans les rayons du Soleil, & je ne recommençai à la découvrir que vers la fin de Juillet. J'ai déja dit que c'étoit celle du milieu du baudrier d'Orion, que Bayer a désignée par ι.

47. Au lieu de rapporter ici les parties que me fournissoit immédiatement le Micrométre, je crois qu'il vaut mieux en exprimer la valeur en minutes & en secondes. Je les avois examinées en 1739 de diverses manieres, & particulierement en mesurant avec M. de la Condamine des angles de quelques minutes, qui avoient pour côtés toute la longueur de la base de Tarqui, & pour soutendente un certain nombre de toises mesurées perpendiculairement. Les valeurs fournies par le Micro-

métre servent, comme on s'en souvient, de supplément ou de correction à la portion de l'arc tracé sur le Limbe, qui est comprise entre l'axe de la lunette & le point sur lequel le Secteur est calé ou sur lequel tombe le fil aplomb. Je dois aussi avertir que je n'ai jamais mis d'avance la soye mobile dans l'endroit du réticule où je sçavois que l'Astre devoit passer : je l'y ai toujours conduite de très-loin. Cette maniere d'opérer est cause que les observations ne s'accordent pas si parfaitement entr'elles ; mais on en est plus sûr de trouver le vrai dans leur multitude, lorsqu'on prend la quantité moyenne. Quelquefois on se permet aussi de supprimer les observations qui s'éloignent un peu trop des autres, & on donne de cette sorte à celles qu'on adopte une plus grande apparence de conformité. C'est ce que je n'ai jamais crû devoir imiter : j'admets toutes les observations que j'ai faites avec les mêmes précautions, & contre lesquelles je n'ai à reprocher aucun grief particulier. Je croirois ne pas exposer assez fidélement l'état des choses en suivant une autre conduite.

A Mama-Tarqui en 1741.

48. *Le Limbe du Secteur étant tourné vers l'Occident.*

Arc de 3 deg. 22′ 22″.

Le 28 Juillet.	$-0'\ 48\frac{1}{2}''$
Le 29.	$-0'\ 48\frac{1}{2}''$
Le premier Août.	$-0'\ 49\frac{1}{2}''$

Le Limbe étant tourné vers l'Orient.

Le 9 Août	$+0'\ 52''$
Le 12	$+0'\ 56''$

Le Limbe remis vers l'Occident.

Le 15 Août. . . . . — 0′ 50″
Le 16. . . . . — 0′ 52½″

Le Limbe retourné vers l'Orient.

Le 19 Août. . . . . + 0′ 57″

Selon ces obſervations, en prenant les quantités moyennes, il faut ôter d'une part à très-peu près 50″ & ajouter de l'autre 55″; ce qui réduit l'arc de 3d 22′ 22″ à 3d 22′ 27″, & ſi on en prend la moitié, il vient 1d 41′ 13½″ pour la diſtance apparente de l'Etoile au Zénith, & 1d 41′ 7″, lorſqu'on corrige l'obſervation pour l'aberration de la lumiere, comme je l'ai fait depuis.

49. Le 25 Août au matin vers 5 heures & demie la Terre trembla très-fortement, & deux jours après, ſçavoir le 27, il me fallut remettre d'autres ſoyes au Micrométre. Ce ne fut que le 12 du mois ſuivant que je revis l'Etoile.

Le Limbe étant tourné vers l'Orient.

Le 12 Septembre. . . . . — 0′ 23″

Le Limbe étant tourné vers l'Occident.

Le 13 Septembre. . . . + 0′ 21″

Le Secteur ne fut pas remis dans ſa premiere ſituation; & comme on le voit, on n'a obſervé qu'une fois pour chaque côté. Si malgré cela on adopte ces obſervations on aura le deuxiéme reſultat 1d 41′ 10″, ou 2d 41′ 2″ pour la diſtance de l'Etoile au Zénith, lorſqu'on a égard à l'aberration de la lumiere.

50. Je démontai après cela l'instrument, j'en fis river presque toutes les vis, & fortifier la partie inférieure par une nouvelle regle de fer placée environ trois pouces au-dessus du Limbe.

Le Limbe étant vers l'Orient.

Le 9 Octobre. . .	$+0'47''$
Le 11.	$+0'49''$

Le Limbe étant tourné vers l'Occident.

Le 27.	$-0'44''$
Le 28.	$-0'41''$

Je retournai ensuite le Limbe vers l'Orient sans pouvoir obtenir d'observation d'Orion, mais celles que j'obtins de l'Etoile α du Verseau que j'observois aussi, m'apprirent que l'instrument n'avoit pas changé d'état. Les quatre observations précédentes donnent $1^d\ 41'\ 13\frac{3}{4}''$ pour troisiéme résultat, ou plûtôt $1^d\ 41'\ 6\frac{1}{4}''$, en corrigeant l'erreur causée par l'aberration de la lumiere.

51. Je démontai encore l'instrument; je fis ajouter une nouvelle fourchette aux trois qui soutenoient déja la lunette, & j'arrêtai cette même lunette en deux autres endroits, de sorte qu'elle se trouva saisie par six points. C'est ce qui me valut les observations suivantes.

Le Limbe vers l'Occident.

Le 18 Novembre. . .	$+0'19''$
Le 19.	$+0'15''$

Le Limbe vers l'Orient.

Le 20 Novembre.	$-0'23''$
Le 21.	$-0'22''$

Le

Le Limbe remis vers l'Occident.

Le 22. . . . $+0' 20''$
Le 23. . . . $+0' 17\frac{1}{2}''$

Il vient pour quatriéme resultat $1^d 41' 8\frac{1}{4}''$ ou plûtôt $1^d 41' 4\frac{1}{4}''$, ayant égard à l'aberration de la lumiere.

52. Je retouchai encore à l'instrument, en ajoutant quelques nouvelles ligatures à la lunette, après avoir supprimé toute sa partie du milieu à laquelle je substituai un tuyau de papier noir. Comme je ne pouvois pas arrêter immédiatement l'objectif au centre du Secteur, je voulois voir si les divers points d'appui que je donnois aux deux extrêmités du tuyau, apporteroient du changement dans les observations.

Le Limbe vers l'Occident.

Le 2 Décembre. . . $+0' 57''$

Le Limbe vers l'Orient.

Le 3. . . . . $-0' 54''$

Le Limbe remis vers l'Occident.

Le 4. . . . . $+0' 52''$

Il vient pour cinquiéme resultat $1^d 41' 11''$ qui se réduit à $1^d 41' 8''$, lorsqu'on a égard à l'aberration de la lumiere.

53. On sera, peut-être, étonné de voir que j'ai changé tant de fois la disposition de mon Secteur. Je voulois me rassurer contre la flexion à laquelle cet instrument étoit sujet, & contre celle que souffroit peut-être aussi d'abord quelqu'une des pieces qui soutenoient la lunette. Je ne sentois que trop que c'étoit en observant plu-

ſieurs fois avec un inſtrument, pour ainſi dire, tout nouveau par les changemens que j'y faiſois, que je pouvois me démontrer à moi-même que je n'avois abſolument rien à craindre de ſa part, du côté de la ſolidité. C'eſt pourquoi on m'a vû le démonter pour en faire river preſque toutes les vis : d'autres fois pour fortifier le Limbe, ou pour faire ajouter une nouvelle fourchette qui aidât à ſoutenir la lunette. Il eſt vrai que toutes ces précautions nuiſoient conſidérablement à la délicateſſe des obſervations, puiſqu'elles empêchoient, en interrompant leur ſuite, de compter ſur les plus petites inégalités que je pourrois appercevoir. Lorſqu'on a, par exemple, obſervé la hauteur Méridienne du Soleil aux environs du Solſtice, on ne va pas prendre le jour d'après la même hauteur avec un autre quart de cercle pour avoir la petite différence en déclinaiſon ; c'eſt ce que je ſçavois parfaitement. Mais d'un autre côté, je rendois mes obſervations incomparablement plus ſûres, en les rendant plus indépendantes les unes des autres. J'agiſſois comme quelqu'un, qui dans le deſſein de porter la certitude encore plus loin, travailleroit continuellement comme s'il appréhendoit de s'être trompé & qu'il tachât de ſe relever de ſon erreur.

54. Si l'on fond enſemble les cinq réſultats, en les rapportant à la fin de Décembre de la même année par le changement reglé & connu que ſouffre la déclinaiſon de l'Etoile, & en corrigeant l'effet de la réfraction, on trouvera $1^d\ 11'\ 8''$ pour la diſtance vraie au Zénith. Un an après, c'eſt-à-dire à la fin de 1742, la même Etoile (ε d'Orion) devoit ſelon cela être éloignée du Zénith de $1^d\ 41'\ 11''$, ou plûtôt de $1^d\ 41'\ 14''$ à cauſe de la nutation particuliere de l'axe de la Terre que M. Bradley a non-ſeulement obſervée, mais qu'il a réuſſi à ſoumettre au calcul.

55. J'obſervois en même tems deux autres Etoiles, celle qui eſt dans la main ſuivante d'Antinoüs que Bayer

marque par θ, & celle de l'épaule suivante du Verseau marquée α. Je me servois d'un arc dont la corde étoit exactement la 19me partie du rayon. Deux suites d'observations, l'une depuis le 28 Juillet 1741 jusqu'au 16 Août suivant, & l'autre depuis le 30 d'Août jusqu'au 13 Septembre, & que j'ai communiquées à M. de la Condamine dans le tems comme toutes les précédentes, s'accorderent à me donner 1^d 30′ 33$\frac{1}{3}$″ pour la distance apparente de la premiere de ces Etoiles au Zénith.

56. Les observations que je fis de la seconde Etoile, c'est-à-dire d'α du Verseau depuis le 28 Juillet jusqu'au 16 Août me donnerent 1^d 30′ 41″ pour sa distance au Zénith. Les observations du 30 Août au 13 Septembre me firent trouver 1^d 30′ 44$\frac{1}{2}$″. Il faut faire attention que ces résultats sont affectés de la réfraction & de l'aberration de la lumiere, & qu'ainsi ils ont besoin de correction.

Autres observations faites un an après aux deux extrêmités de la Méridienne.

57. Le projet de la correspondance n'ayant pas eu lieu, quoique j'eusse fait de mon côté tout mon possible pour le faire réussir, nous noüâmes M. de la Condamine & moi une nouvelle partie, & nous voulûmes que le succès ne dependît que de nous seuls. Nous ne pouvions pas consentir à nous voir faire un jour l'objection quoique, peut-être, mauvaise, que nous ne nous étions pas précautionnés contre les balancemens Physiques qu'ont peut être les Etoiles, quoique nous eussions extrêmement multiplié nos observations & que nous en eussions dans toutes les saisons. Il nous falloit donc en faire d'autres les mêmes nuits, & comme aux mêmes instans aux deux extrêmités de la Méridienne, comme je m'étois proposé inutilement de le faire avec M. Godin. C'étoit le moyen de trancher toutes les difficultés. Nous

allions en saisissant les Etoiles dans les mêmes points du Ciel, nous garantir contre leurs variations, & réussir pour ainsi dire à les fixer, malgré tous les mouvemens irréguliers auxquels elles pouvoient être sujettes. M. de la Condamine se rendit à Mama-Tarqui & y observa avec l'instrument de 12 pieds de rayon dont je m'étois déja servi. Il fit l'arc exactement de $3^d\ 22'\ 15''$: voici ses observations.

Mama-Tarqui 1742.

Le Limbe étant vers l'Orient.

58.

	Arc de 3 deg, 22′ 15″.
Le 19 Novembre.	$+0'\ 47\frac{1}{2}''$
Le 30.	$+0'\ 49\frac{1}{9}''$
Le premier Décembre.	$+0'\ 47\frac{1}{3}''$

Le Limbe étant vers l'Occident.

Le 2 Décembre	$-0'\ 30\frac{2}{3}''$
Le 3.	$-0'\ 35''$

Le Limbe remis vers l'Orient.

Le 8 Décembre.	$+0'\ 38''$
Le 9	$+0\ 38\frac{1}{2}''$
Le 13.	$+0'\ 37\frac{2}{3}''$

Le Limbe remis vers l'Occident.

Le 17 Décembre.	$-0'\ 28\frac{1}{2}''$
Le 18.	$-0'\ 29\frac{4}{5}''$
Le 19.	$-0'\ 30\frac{1}{5}''$
Le 20.	$-0'\ 30\frac{1}{2}''$

Le Limbe retourné vers l'Orient.

Le 3 Janvier 1743. . .	$+0'\,36\frac{4}{5}''$
Le 11.	$+0'\,37\frac{1}{5}''$
Le 15.	$+0'\,37\frac{3}{5}''$

59. Des observations faites depuis le 29 Novembre jusqu'au 3 Décembre inclusivement, M. de la Condamine tiroit une premiere détermination, & trouvoit que la distance apparente d'Orion au Zénith étoit de $1^d\,41'\,15''$. Les autres observations lui donnoient cette même distance de $1^d\,41'\,11\frac{1}{2}''$. Cet Acadèmicien étoit tenté de préferer le second résultal au premier lorsque nous étions au Pérou, parce que nous ne sçavions pas qu'ils s'accordoient. Les deux donnent $1^d\,41'\,13''$ pour la distance vraie de l'Etoile au Zénith à la fin de 1742; ce qui ne différe que d'une seconde du résultat moyen des observations que j'avois faites l'année précédente dans le même endroit avec le même instrument.

60. Pendant que M. de la Condamine étoit ainsi occupé à observer à Mama-Tarqui, je faisois la même chose à l'autre extrêmité de la Méridienne. Il m'avoit fallu faire construire exprès pour cela un second Secteur auquel j'avois donné environ 8 pieds de rayon, en me conformant à la longueur d'une lunette dont je pouvois disposer. J'en ai déja parlé, & j'ai exposé aussi la maniere particuliere dont l'instrument étoit suspendu, qui étoit beaucoup plus parfaite que la premiere. Ce seroit celle en effet que j'employerois toujours par préférence, si je voulois me servir d'un très-grand Secteur. Mais dans ce cas j'attacherois l'instrument à une piece de bois presque verticale, comme j'ai eu le soin d'en avertir, * qui servir d'arbre ou d'axe; & je l'en éloignerois un peu par deux bras qui fussent assez longs ou qui admissent quelque jeu de charniere, afin d'empêcher que l'action de la piece de bois, lorsquelle se tourmente,

* Voyez Sec. précédente N. 9.

ne nuisit au Secteur, en alterant sa figure. Le rayon étoit formé d'une seule barre de fer fortifiée par une autre mise de champ derriere; & la lunette qui étoit en devant étoit fortement attachée à la premiere barre, dont elle n'étoit séparée que par des chevalets de cuivre, auxquels on avoit donné le moins de hauteur qu'on avoit pû, & qui étoient beaucoup plus solides que les fourchettes les plus courtes. Cette situation étoit un peu incommode; elle m'obligea de tracer l'arc sur le Limbe & d'y marquer les deux points de la graduation, avant que de placer la lunette. Le fil aplomb passoit en haut sous les chevalets. Toutes ces choses demanderent du tems, & il fallut y revenir plusieurs fois. La construction du nouveau Micrométre m'arrêta aussi beaucoup & m'engagea après cela dans un nouvel examen. Il fut ensuite question d'observer; je pû le faire long-tems avant M. de la Condamine; mais je crois qu'il suffit de commencer mon détail du jour que nos observations sur Orion devinrent simultanées. J'avois peu de tems auparavant démonté l'instrument, & je l'avois disposé derechef, après avoir observé θ d'Antinoüs & α du Verseau, comme je le dirai dans la suite. L'arc dont je me servois pour Orion étoit de $2^d\ 51'\ 50''$.

Cochesqui 1742.

61 *Le Limbe vers l'Orient.*

	Arc de 2 deg. 51′ 50″.
Le 29 Novembre.	— 1′ 21″
Le 30.	— 1′ 19″

Le Limbe vers l'Occident.

Le 2 Décembre.	+ 1′ 4″
Le 5.	+ 1′ 0″
Le 6.	+ 1′ 2″

Le 8.	$+0'\ 59''$
Le 9.	$+0'\ 59''$

Le Limbe remis vers l'Orient.

Le 17.	$-1'\ 16''$
Le 29.	$-1'\ 17''$
Le 31.	$-1'\ 16''$

Le Limbe remis vers l'Occident.

Le premier Janvier 1743. .	$+1'\ 2''$
Le 2.	$+1'\ 2''$

Ces obſervations nous donnent $1^d\ 25'\ 46\frac{3}{4}''$ pour la diſtance apparente d'ε d'Orion au Zénith de Cocheſqui & $1^d\ 25'\ 48''$ pour la diſtance vraie à la fin de 1742, après qu'on a eu égard à l'aberration & à la réfraction. Ce réſultat ne s'écarte pas beaucoup de ce que nous trouvâmes enſemble M. de la Condamine & moi aux mois de Mars & d'Avril 1740, en nous ſervant du Secteur de 12 pieds, & de l'autre eſpece de ſuſpenſion. Car il nous vint $1^d\ 26'\ 8''$ pour la diſtance de la même Etoile au Zénith, après avoir ſimplement corrigé la réfraction & pris le milieu entre deux différens réſultats qui ne différoient entr'eux que de $2''$. Or ſi après avoir retranché de cette diſtance $8''$ pour l'aberration, on fait la diminution convenable pour le changement en déclinaiſon, & qu'on adjoute $1''$ pour la quantité dont le ſecond Obſervatoire de Cocheſqui eſt plus Septentrional que le premier, on trouvera à moins de trois ſecondes près la quantité qui m'eſt venue en dernier lieu.

VI.

De l'amplitude de l'arc de la Méridienne de Quito, & de la grandeur du premier degré de latitude.

62. Comme nous nous proposons d'employer par préférence les observations simultanées, il faut que nous ajoutions la distance $1^d\ 25'\ 48''$ avec celle $1^d\ 41'\ 13''$ qu'a trouvé M. de la Condamine ; puisque l'Etoile étoit entre nos deux Zéniths. Il vient en négligeant quelque petite fraction de seconde, ce qui n'est que trop permis, $3^d\ 7'\ 1''$ pour l'intervalle entre les deux Observatoires, celui de Mama-Tarqui & le second de Cochesqui. Ce même intervalle réduit au niveau de Carabourou est de 176940 toises. * D'où il suit que le premier degré du Méridien est de 56767 toises. Mais Carabourou, quoique la plus basse de toutes nos stations, étant élevé de 1226 toises au-dessus du niveau de la Mer, il faut faire subir à la grandeur du degré une diminution de $21\frac{2}{5}$ toiſ. ** ce qui le rend de 56746 toiſ. Enfin il faut ajouter 6 à 7 toises, parce que l'étalon de nos mesures a dû s'étendre un peu par la chaleur, lorsque nous mesurions nos deux bases, ce qui nous a fait commettre sur le compte une petite erreur en défaut. Cette addition devient nécessaire, pour tout rapporter au terme de 14 ou 15 degrés du Thermométre de M. Reaumur, comme on l'a fait en Europe. Ainsi ayant égard à tout, nous avons 56753 toises pour la longueur du premier degré du Méridien au niveau de la Mer.

* Voyez Sec. III. Num. 40.

** Voyez Sec. III. Num. 62.

63. J'ai fait aussi à Cochesqui plusieurs observations de θ d'Antinoüs & d'α du Verseau que je puis comparer avec celles que j'avois faites un an auparavant à l'autre extrêmité de la Méridienne. Je me servois à Cochesqui d'un arc de $3^d\ 11'\ \frac{3}{5}''$ dont la corde étoit exactement

tement la 18me partie du rayon. Par un résultat obtenu depuis le 5 Août 1742 jusqu'au 18 du même mois, j'ai trouvé la distance vraie au Zénith de θ d'Antinoüs de $1^d\ 36'\ 17\frac{1}{2}''$, & celle d'α du Verseau de $1^d\ 35'\ 59\frac{1}{2}''$; les deux vers le Sud, de même qu'Orion. Lorsque je dis que ces distances sont vraies, j'entends qu'elles sont corrigées de réfraction; ainsi il suffit d'avoir égard de plus au changement en déclinaison produit pendant un an; puisque les observations à l'autre extrêmité de la Méridienne furent faites dans la même saison. La premiere des deux Etoiles donne $3^d\ 6'\ 59''$ pour l'amplitude de l'arc total, & la seconde, $3^d\ 6'\ 58''$.

64. Nous pourrions aussi, puisque nous avons trouvé à quel point de notre Méridienne répond Quito, * nous servir des observations faites dans cette Ville en 1737 sur Orion, & les comparer avec celles de Mama-Tarqui pour parvenir à une autre détermination de la grandeur du degré. Les raisons que nous avons rapportées à la fin de nos éclaircissemens sur l'obliquité de l'Ecliptique, nous empêchent d'insister sur cette comparaison. ** Cependant les observations faites après le Solstice d'Eté donnent une longueur qui n'excéde que de 18 ou 19 toises celle à laquelle nous nous arrêtons.

* Voyez la Sec. III. Num. 44.

* Voyez Num. 42.

65. Au reste notre résultat qui n'a pas besoin de confirmation après qu'il a été vérifié tant de fois & de tant de manieres différentes, se trouve néanmoins justifié par d'autres, auxquels on peut le comparer, qui n'en différent pas d'une quantité excessive & qui en différent dans un certain sens. Messieurs les Officiers Espagnols en se servant d'un instrument qui avoit 20 pieds de rayon, se sont trouvé obligés de l'encastrer dans une piece de bois. Je supprime mes reflexions sur le jeu d'Hygrométre auquel cette piece de bois a pû être sujette. Si ses fibres n'étoient pas exactement paralleles à son axe, elle aura été exposée à se tordre plus ou moins, comme le font les cordes par la sécheresse & par l'humidité, & di-

vers autres corps. Mais il paroît que les Obſervateurs n'ont pas regardé le parallelifme même de la lunette avec le plan de l'inſtrument comme une condition de la plus grande importance ; au moins ils n'en parlent pas ; & il faut qu'ils n'y ayent fait aucune attention, lorſqu'ils ſe ſont expliqués comme ils l'ont fait (pag. 4) au ſujet du Secteur dont nous nous ſervîmes pour déterminer l'obliquité de l'Ecliptique, lequel devoit être très-imparfait à cet égard. Il y avoit un moyen de ſauver ce défaut, vû les circonſtances favorables dans leſquelles nous nous trouvions, au milieu de la Zone Torride ; c'étoit de placer l'inſtrument avec préciſion dans le plan du Méridien, en ne ſe mettant nullement en peine, en obſervant l'Aſtre, de l'inſtant de ſa médiation. Mais nous voyons par la page 274 qu'on a pris au contraire cet inſtant précis pour le *criterium* des obſervations exactes. On a inſiſté ſur cette précaution, qui étoit non-ſeulement inutile, mais qui étoit nuiſible, tant qu'on n'avoit pas eu les autres attentions qui étoient préalables & d'une plus grande néceſſité. Or que la déviation de la lunette par rapport au plan du Secteur ait été ſeulement de 7 ou 8 minutes, on aura donné au Limbe en diſpoſant l'inſtrument une direction différente de celle du Méridien de 4 ou 5 degrés ; mais on aura digeré cette différence, ou on n'y aura pas pris garde, de même que pendant les obſervations de 1737 ; quoique la déviation fût encore plus grande & que la longueur qu'avoit alors le Limbe contribuât à la rendre ſenſible. Si nous ignorons juſqu'où a été porté le défaut de parallelifme de la lunette, nous ſommes au moins ſûrs que la différence ſur la diſtance de l'Aſtre au Zénith s'eſt faite conſtamment dans un certain ſens. On a toujours, ſelon ce que nous avons montré dans la Section précédente (Num. 60,) trouvé la diſtance de l'Aſtre au Zénith un peu moindre ; & il a dû parconſequent en réſulter une grandeur du degré qui excé-

doit la nôtre, comme cela eſt effectivement arrivé.

66. Ainſi nous n'avons point d'autre parti à prendre que de reſter attachés à notre détermination. J'ai fait dans mon particulier un aſſez grand nombre d'obſervations ſur l'exactitude deſquelles je puis compter, pour que rien ne m'empêchât, ſi mon amour propre s'en trouvoit flatté, de ne devoir qu'à elles ſeules un réſultat qui m'appartiendroit entierement. Mais j'ai crû que par la même raiſon, qu'il valoit mieux préférer les obſervations faites dans les mêmes ſaiſons à celles qui avoient été faites dans des ſaiſons différentes; il valoit encore beaucoup mieux avoir recours aux obſervations de M. de la Condamine, afin de n'en employer que de faites comme les mêmes nuits & à la même heure. M. de la Condamine apporte d'ailleurs une ſi grande préciſion dans tout ce qu'il entreprend, qu'il ne peut y avoir que de l'avantage à fonder le réſultat, autant ſur ſon travail que ſur le mien. Ainſi *je fixe toujours à 56753 la longueur du premier degré de latitude au niveau de la Mer; l'étendue de la minute ſera preſque de 945 $\frac{0}{10}$ toiſes*: & admettant le rapport établi par Métius entre le diamétre du cercle & ſa circonférence, *le rayon de la curvité du Méridien aux environs de l'Equateur ſera de 3251707 toiſes.*

SIXIEME SECTION.

Qui contient diverſes recherches ſur la Figure de la Terre & ſur les proprietés de cette Figure.

1. NOus pouvons maintenant en recueillant le fruit de notre travail, ou pour mieux dire le fruit de tous les travaux ordonnés par le Roi, réuſſir à déterminer la Figure de la Terre. Notre maniere de conſiderer le Problême le rendra d'une diſcuſſion auſſi ſimple qu'elle ſeroit embaraſſante, ſi on examinoit la choſe ſous une autre face. Ce Problême a pû paroître difficile; parce que la meſure des degrés de latitude ne fournit pas immédiatement différens points du Méridien par leſquels il ne s'agiſſe que de faire paſſer une ligne courbe : cette meſure ne donne que la longueur des rayons des cercles Oſculateurs, ce qui oblige pour remonter juſqu'à la nature du Méridien, d'avoir recours à la méthode inverſe des tangentes, en employant l'expreſſion générale des rayons donnés, laquelle eſt compliquée, comme on le ſçait, de différentielles de différens ordres. Mais la conſidération de la *gravicentrique*, cette ligne courbe dont nous avons parlé dans la premiere Section, diſſipera toute la difficulté : elle nous offrira un moyen auſſi direct que ſimple de faire regner entre tous les degrés de latitude quelle loi nous voudrons.

I.

Méthode générale d'assujettir la Figure de la Terre à la grandeur particuliere de quel nombre on veut de divers degrés du Méridien.

2. Il est bon de remarquer d'abord jusqu'où va l'indétermination du Problême, tant qu'on a la liberté d'attribuer toutes sortes de courbures à la gravicentrique, quoique sa situation & quelques-unes de ses principales dimensions soient données. Le Méridien AKB (*Fig.* 38) qui est une des lignes d'évolution de la gravicentrique DGE, différe beaucoup d'un quart de cercle, & le demi axe proprement dit CB est considérablement plus petit que le rayon CA de l'Equateur; mais si l'on donnoit beaucoup plus d'infléxion à la gravicentrique vers son milieu G, si on lui faisoit presque imiter dans sa courbure l'angle droit DCE, comme dans la Fig. 36 & comme le feroit une hyperbole qui ayant CD & CE pour tangentes, eut son centre très-peu en dehors du point C, & son premier axe extrêmement petit, il est clair que le Méridien auroit toujours des degrés très-inégaux entr'eux, & que néanmoins le total de sa courbure approcheroit beaucoup de la circulaire. La fléxion de la gravicentrique vers son milieu pourroit même être si grande, ou le point G pourroit être si voisin du point C que la différence entre les deux axes de la Terre devînt absolument insensible. AD seroit toujours le rayon du premier degré de latitude; & GK, rayon du 45me qui seroit sensiblement égal au rayon AC de l'Equateur, seroit plus grand que le premier de tout DC: le rayon EB du 90me degré surpasseroit en même tems celui du 45me de tout EC; & ce qui pourroit passer pour un paradoxe, cela n'empêcheroit pas, comme on le voit, que les trois lignes CA, CK, CB ne fussent sensiblement égales en-

Figure 36. 37 & 38.

tr'elles : quelque grande que fût l'inégalité entre les degrés, ou entre leurs vrais rayons AD, KG & BE.

Figure 36. 37 & 38.

3. Si au contraire la gravicentrique devenoit presque une ligne droite, ou si elle se réduisoit presque à sa corde DE comme dans la Fig. 37, en souffrant simplement une infléxion subite à son commencement & une autre à sa fin, la Terre se trouveroit avoir une forme très-applatie : on peut même voir que la différence entres ses deux axes (toutes les autres circonstances étant égales) seroit alors la plus grande qu'il est possible. Supposé en effet que la courbe DL soit la premiere ligne d'évolution de la gravicentrique ou celle qui part du même point D que cette autre courbe, LB sera égale à DA, & par conséquent l'excès du rayon de l'Equateur sur le demi axe proprement dit, sera égal à l'excès de CD sur CL ou à celui de EC+CD sur EC+CL =EGD : c'est-à-dire que la différence des deux demi-axes est toujours égale à l'excès de EC+CD sur EGD. Différence qui disparoissoit lorsque la longueur de la gravicentrique étoit presque égale à la somme des deux lignes CD & EC, comme nous le supposions il n'y a qu'un moment, & qui doit au contraire être la plus grande qu'il est possible, lorsque la longueur de la gravicentrique réduite à la ligne droite est devenue un *minimum*, comme nous le supposons maintenant.

4. On doit remarquer de plus que cette extrême varieté de Figures, de la Sphérique & du Sphéroide le plus applati, est toujours compatible avec une certaine grandeur donnée du premier degré du Méridien, de même qu'avec celle de quelqu'autre degré mesuré entre le Pole & l'Equateur & avec celle du dernier degré de latitude. Ainsi l'indétermination est excessive, tant qu'on considere la chose abstraitement & d'une maniere absolument Géometrique. Cependant il faut avouer que la mesure des degrés en deux divers climats est comme suffisante pour fixer la forme de la Terre, parce qu'il n'est pas

vraiſemblable que la courbe DGE ait cette fléxion ou cette rectitude extrêmes que nous venons de lui attribuer, & qu'il eſt au contraire plus naturel de penſer qu'elle tient une eſpece de milieu entre ces deux limites.

5. Nous avons d'ailleurs pluſieurs raiſons de donner l'excluſion à ces deux cas extrêmes. Dans le premier, ou lorſque la gravicentrique ſuit preſque tout le contour de l'angle droit DCE (Fig. 36) & que la Terre a une figure preſque ſphérique, quoique ſes degrés de latitude ſoient fort inégaux, l'accroiſſement de ces mêmes degrés ſeroit partagé en deux parties; la premiere auroit lieu aux environs de l'Equateur, les degrés qui ſuivroient après cela ſeroient ſenſiblement égaux dans un très-grand eſpace PS qui ſeroit peut-être de plus de 60 ou 80 degrés, & enſuite ils recommenceroient encore à augmenter & ils continueroient à le faire juſqu'au Pole. Dans l'autre cas où la Terre eſt extremement applatie, parce que la gravicentrique a perdu toute ſa forme angulaire, & qu'elle eſt preſque réduite à la ſimple ligne droite DE, (Fig. 37.) les premiers degrés du Méridien ſeroient au contraire ſenſiblement égaux entr'eux, les derniers le ſeroient auſſi entr'eux, & il ſe pourroit faire que tout l'accroiſſement ſenſible, quelque grand qu'il fût, ne tombât que ſur un eſpace PS qui eût à peine cinq à ſix degrés d'étendue. Telles ſont les propriétés particulieres de ces deux gravicentriques extrêmes; & il n'eſt pas néceſſaire de refléchir beaucoup, pour voir qu'on doit rejetter l'une & l'autre de ces lignes courbes & toutes celles qui en ſont voiſines. Ce ſeroit preſque faire la même choſe de les admettre, que d'attribuer à la Terre quelques angles à ſa ſurface : & il eſt certain que ces irrégularités ne mettroient pas en défaut ſans qu'on s'en apperçût, & toutes les regles de la Géographie & les pratiques ordinaires de nos Pilotes.

6. Mais le doute diminue extrêmement, & nous ne ſommes plus ſi fort livrés à nos conjectures, auſſi-tôt

que nous connoiſſons, comme nous le faiſons, la longueur de trois différens degrés à trois diverſes diſtances du Pole. Car c'en eſt aſſez pour commencer à diſtinguer la loi ſelon laquelle ils changent. Nos propres opérations nous fourniſſent le rayon AD du premier degré de latitude; nous connoiſſons outre cela les rayons KG & SR de deux autres degrés, l'un en France & l'autre au cercle Polaire : ainſi nous avons les arcs GD & RD de la gravicentrique qui ſont égaux aux excès de ces deux rayons ſur le premier; & nous ſçavons de plus les latitudes des points K & S; ce qui nous donne les angles que fait la gravicentrique aux points correſpondans G & R avec ſes ordonnées GH & RY. *

*Voyez N. 16. Sec. I.

7. Nous pouvons exprimer d'une maniere très-ſimple toutes ces choſes que nous connoiſſons. Nous n'avons qu'à tirer une ligne droite DE (Fig. 39.) de même longueur que la gravicentrique, & élever aux extrêmités G & R de ſes parties DG, DR des perpendiculaires GN & RX égales aux Sinus des latitudes. Nous aurons déja trois points D, N, X de la nouvelle courbe DNM, qui marque par ſes co-ordonnées la relation qu'il y a, non pas entre la longueur des degrés du Méridien, mais entre leurs augmentations & les Sinus des latitudes. Il ſeroit à ſouhaiter que nous euſſions un plus grand nombre de points; mais quoique nous n'en ayons que trois, nous avons quelque choſe. Commençant à voir comme nous le faiſons, le cours que prend la ligne courbe DNM, nous ſommes beacoup plus en droit de la traiter comme connue; nos concluſions ſeront moins hazardées ou moins hypothétiques. On apperçoit enfin aſſez, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'entrer ici dans une plus longue explication, que la meſure des degrés de latitude repetée dans toutes les Régions, ne donnera jamais immédiatement ni la nature des Méridiens ni celle de leur gravicentrique, mais celle ſeulement de cette courbe DNM. Ainſi il s'agit en la conſidérant comme *donnée*, de déduire tout le reſte. 8.

Figure 38. & 39.

8. Il suffit pour cela de considérer le triangle rectangle infiniment petit I G*g* (*Fig.* 38) formé par la gravicentrique, par la petite partie *g*I de son ordonnée *gh*, & par la petite ligne GI perpendiculaire à l'ordonnée ou parallele à la ligne des abscisses DF. Nous aurons cette proportion; le Sinus total est à G*g*, comme le Sinus de la latitude ou comme le Sinus de l'angle *g* est à GI ou à H*h*. Ainsi le rectangle du Sinus de la latitude par l'Elément G*g* de la ligne courbe est égal au rectangle du Sinus total par l'Elément H*h* de l'abscisse; c'est-à-dire que le petit rectangle G*n* de la Figure 39 est égal au produit du Sinus total par l'Elément H*h* de l'abscisse de la gravicentrique. Mais puisque la même propriété subsiste à l'égard de tous les autres points, & que chaque Elément de l'abscisse de la gravicentrique est continuellement proportionel au petit rectangle élementaire correspondant G*n*, la même proprieté doit avoir lieu à l'égard des parties finies ou sensibles. Nous voyons donc la vérité de ce Théoreme général, que *les abscisses* DH, DY, *&c. de la gravicentrique sont proportionelles aux aires correspondantes* DGN, DRX *d'une autre ligne courbe* (*Fig.* 39) *qui a pour abscisses les longueurs de la gravicentrique ou les excès des différens degrés de latitude sur le premier, & pour ordonnées les Sinus de ces mêmes latitudes.* Les abscisses de la gravicentrique sont égales aux aires de l'autre ligne courbe, divisées par le Sinus total. Figure 38. & 39.

9. Il nous est tout aussi facile de trouver une expression Géometrique très-simple des ordonnées de la gravicentrique. Nous voyons dans le petit triangle *g*I G que leurs élémens *g*I sont continuellement à ceux GI ou H*h* des abscisses, comme le Sinus complement de la latitude est au Sinus de la latitude. Nous n'avons par conséquent dans la Figure 39 qu'à prolonger les ordonnées NG, XR de l'autre côté de l'axe & faire les prolongemens GT, *gt*, RV égaux aux Sinus de comple-

ment de chaque latitude, & nous formerons une autre courbe QTV dont les petits rectangles élémentaires Tg seront continuellement proportionels aux petites parties gI des ordonnées GH. Nous aurons donc ce Théoreme aussi général que le premier, que *les ordonnées* GH, RY, *&c. de la gravicentrique sont proportionelles aux aires correspondantes* DQTG, DQVR *d'une autre ligne courbe, qui a pour abscisses les longueurs des parties de la gravicentrique ou les excès des différens degrés du Méridien sur le premier degré, & pour ordonnées les Sinus complemens des latitudes.* Les ordonnées de la gravicentrique sont égales aux aires de cette autre ligne courbe, divisées par le Sinus total.

10. Ainsi la difficulté est réduite à la simple quadrature des courbes, lorsqu'on connoît par les observations la loi que suivent les degrés de latitude dans leur augmentation ou de leur diminution, depuis l'Equateur jusqu'au Pole; & qu'on veut en conclure la nature de la gravicentrique. Pour descendre un peu de cette généralité & considerer cependant toujours la chose d'une maniere très-étendue, nous désignerons par a le Sinus total & par s le Sinus de chaque latitude, ce qui nous donnera $\sqrt{a^2 - s^2}$ pour le Sinus de complement; nommant u les arcs DG, DR de la gravicentrique ou les accroissemens des degrés du Méridien par rapport au premier, nous supposerons qu'ils sont proportionels aux Sinus s des différentes latitudes, élevés à la puissance m; ou pour satisfaire à la loi des Homogènes, nous ferons continuellement $u = a^{1-m} s^m$. Nous aurons $m a^{1-m} s^{m-1} ds$ pour la valeur de du, ou pour l'expression de la petite partie élémentaire Gg de la gravicentrique ou de l'axe DE (Fig. 39) des deux autres courbes. Multipliant après cela cette expression par NG $= s$ & par GP $= \sqrt{a^2 - s^2}$ pour avoir les petits trapezes élémentaires Gn & Gt, il nous viendra $ma^{1-m} s^m ds$ & $m a^{1-m} s^{m-1}$

$ds\sqrt{a^2 - s^2}$ qu'il ne reſtera plus qu'à intégrer & à diviſer par le Sinus total a, pour avoir conformément aux deux Théoremes précedens, la valeur $\frac{m s^{m+1}}{m+1 \times a^m} - m$ des abſciſſes DH, DY, &c. & celle $\frac{m}{a^m}\int s^{m-1} ds\sqrt{a^2 - s^2}$ des ordonnées GH & RY. C'eſt-à-dire que nommant x ces abſciſſes & y ces ordonnées, nous aurons les deux formules générales $x = \frac{m s^{m+1}}{m+1 \times a^m}$ & . . . . . .

$y = \frac{m}{a^m}\int s^{m-1} ds\sqrt{a^2 - s^2}$; pendant que $u = a^1 - m s^m$: Toutes les circonſtances de la gravicentrique ſeront donc énoncées en termes connus, par rapport aux Sinus s des latitudes. Figure 38.

11. La ſeconde intégrale peut ſouvent ne pas réuſſir. Il faudra alors avoir recours aux méthodes connues d'aproximation : mais on ſçait que l'intégration ſera toujours poſſible en termes exacts & finis, auſſi-tôt que l'expoſant m ſera un nombre poſitif pair, ou un nombre négatif impair, ſi l'on excepte l'unité : Ainſi dans tous ces cas la relation qu'il y a non-ſeulement des ordonnées aux abſciſſes de la gravicentrique ; mais encore aux longueurs de ſes différens arcs, ſera exprimée d'une maniere parfaite & entierement connue ; cette courbe ſera Géometrique ; & les Méridiens le ſeront par conſéquent auſſi.

12. Une proprieté très-remarquable qu'ont toutes ces gravicentriques & qu'il eſt très-facile de vérifier, c'eſt que toutes les parties comme GW de leurs tangentes ont un rapport conſtant avec leurs arcs correſpondants GD : les unes ſont aux autres comme m eſt à $m+1$. Nous pouvions avoir déja quelque notion des lignes courbes dont les arcs ont un rapport donné avec leurs tangentes, mais nos diverſes connoiſſances ſe rapprochent les unes des autres ; nous ſçavons maintenant que

Figure 38. ces mêmes courbes sont celles dont les arcs sont continuellement proportionels à une certaine puissance des Sinus des angles que font leurs tangentes avec leur axe.

II.

Examen de plusieurs cas particuliers, & premierement de celui dans lequel les accroissemens des degrés du Méridien sur le premier, sont proportionels aux quarrés des Sinus des latitudes.

13. Nous ne disons rien de l'hypothése dans laquelle les accroissemens des degrés par rapport au premier ou leurs diminutions suivent le rapport des Sinus des latitudes; nous avons déja montré dans la premiere Section * que la barocentrique est alors une cycloïde. Mais si les excès des degrés sur le premier sont comme les quarrés des Sinus s, nous aurons $m = 2$; & nos trois formules générales le réduiront à $u = \frac{s^2}{a}$, à $x = \frac{2s^3}{3a^2}$ & à $y = 2\int \frac{sds}{a^2}\sqrt{a^2 - s^2}$. Lorsqu'on intégre effectivement la derniere quantité, il vient $-\frac{2 \times \overline{a^2 - s^2}^{\frac{3}{2}}}{3a^2}$; mais il faut pour suppléer à ce qui y manque, y ajouter $\frac{2}{3}a$, comme on le reconnoît en supposant nul le Sinus s, comme il l'est au point D à l'origine de la gravicentrique. Ainsi nous avons $y = \frac{2}{3}a - \frac{2 \times \overline{a^2 - s^2}^{\frac{3}{2}}}{3a^2}$; ce qui nous met en état de tracer cette ligne courbe, & de découvrir si nous le voulons tous ses symptomes. Nous avons principalement intérêt de connoître sa longueur totale, de même que sa plus grande ordonnée FE & sa plus grande abscisse DF. Je rend le Sinus s de la latitude égal au Sinus total a, comme il l'est pour le point E; il vient a pour la longueur DE ou EL; $\frac{2}{3}a$ pour DF ou CE & la même quantité pour FE ou

Num. 25.

DC. S'il étoit question après cela de faire l'arc DG égal à DC, on auroit $u = \frac{s^2}{a} = \frac{2}{3}a$ & $s^2 = \frac{2}{3}a^2$, ce qui montre avec le secours des tables des Sinus que c'est par environ $54^d\ 44'$ de latitude, comme nous l'avions avancé ci-devant, * que le rayon GK est égal à AC, & que le degré du Méridien est exactement de la grandeur moyenne qui le rend égal aux degrés de l'Equateur.

Figure 38.

* Voyez Num. 24 Sec. I.

14. Les arcs GD ayant coutinuellement même rapport à l'arc total DE, que les quarrés des Sinus s des latitudes au quarré du Sinus total, les arcs GE seront continuellement proportionels aux quarrés des Sinus complemens des latitudes, puisque les quarrés des Sinus & de leurs Sinus de complement sont toujours égaux joints ensemble au quarré du Sinus total. Ces arcs GE sont égaux à $a - \frac{s^2}{a}$ ou à $\frac{a^2 - s^2}{a}$; & si l'on prolonge l'ordonnée HG jusqu'en Δ, & la tangente au point G jusqu'en Z, le triangle rectangle GΔZ fournira l'analogie suivante; le Sinus $\sqrt{a^2 - s^2}$ de l'angle Z est au Sinus total a, comme GΔ(=HΔ — HG) $= \frac{2 \times \overline{a^2 - s^2}^{\frac{3}{2}}}{3a^2}$ est à GZ; ce qui nous apprend que les tangentes GZ sont égales à $\frac{2}{3} \times \frac{a^2 - s^2}{a}$, & qu'ainsi elles sont toujours égales aux deux tiers des arcs correspondans GE. C'est encore là une propriété très-singuliere, qui sert à distinguer cette ligne courbe; & il en résulte que si l'on divise l'arc GD de maniere que Dω en soit le tiers, la longueur mixtiligne ZGω sera constante, en quelque endroit qu'on prenne le point G; elle sera toujours égale à DC, ou à EC, ou égale aux deux tiers de longueur DGE de la courbe entiere.

15. Non-seulement GZ est les $\frac{2}{3}$ de l'arc GE, l'autre portion GW de la tangente est égale à Gω ou aux

deux tiers de l'arc GD, conformement à la remarque générale * que nous avons faite plus haut. C'eſt ce qu'on reconnoît encore, en conſidérant que tout ce qui convient à la branche GE, convient auſſi à la branche GD, parce qu'elles ſont égales. Or il réſulte de-là que la gravicentrique que nous examinons, a encore cette propriété, que toutes ſes tangentes entieres ZW qui ſont interceptées entre les deux côtés de l'angle droit ECD, ſont égales entr'elles; elles ſont toutes égales à EC ou à CD, ou aux $\frac{2}{3}$ de toute la courbe EGD.

Num. 12.

Figure 38.

16. Il nous ſuffit actuellement de ſçavoir que EC & CD ſont les deux tiers de la longueur totale ED de la courbe ou les deux tiers de EL : nous en conclurons que CL eſt la moitié de DC & le tiers de ED ou de EL, & que les quatre lignes ſuivantes ſe ſurpaſſent de quantités égales, ou ſont en progreſſion arithmétique; le rayon AD du premier degré de latitude, le demi-axe proprement dit CB, le rayon de l'Equateur AC & le rayon BE du dernier degré de latitude. Si l'on diviſe donc DC par la moitié en O & qu'on prolonge AC juſqu'au point P, de maniere que CP ſoit égale à OC, on aura AD, AO, AC & AP pour la longueur de ces 4 lignes; propriété qui eſt particuliere au cas que nous examinons & qui n'eſt que ſenſiblement vraie dans le Sphéroïde elliptique, excepté lorſqu'il différe infiniment peu de la Sphere. Si enfin cette hypothéſe avoit effectivement lieu, & que des opérations faites en Europe & de celles que nous avons achevées aux environs de l'Equateur, on voulut déduire la Figure de la Terre, on voit évidemment qu'il n'y auroit par la différence qui ſe trouve entre la longueur du degré dans ces deux Régions, qu'à chercher l'excès du 90me ſur le premier, en ſe ſervant du rapport des quarrés des Sinus des latitudes; & ayant obtenu EL = ED = DP, il n'y auroit qu'à prendre les $\frac{2}{3}$ de cette quantité, pour avoir la différence entre le rayon du premier degré du Méri-

dien & le rayon de l'Equateur. Le tiers de la même quantité ou la moitié de DC, donneroit l'excès du rayon de l'Equateur sur le demi-axe proprement dit. Figure 38.

Examen de l'hypothése particuliere dans laquelle les accroissemens des degrés du Méridien sont proportionels aux cubes des Sinus des latitudes.

17. Supposé que les excès des degrés du Méridien ou leur défaut par rapport au premier soient proportionels aux cubes des Sinus des latitudes, on aura $m=3$, & nos trois formules générales se changeront en $u=\frac{s^3}{a^2}$, $x=\frac{3s^4}{4a^3}$ & $y=3\int\frac{s^2 ds\sqrt{a^2-s^2}}{a^3}=3\int\frac{ds\sqrt{a^2-s^2}}{4a}\ldots$ $-\frac{3s\times\overline{a^2-s^2}^{\frac{3}{2}}}{4a^3}$, qui conviennent à toutes les parties finies de la gravicentrique, à commencer à son origine D. Nous déterminerons comme ci-devant ces expressions à ne convenir qu'à la courbe entiere, en rendant $s=a$: il viendra $u=a$, $x=\frac{3}{4}a$, $y=3\int\frac{ds\sqrt{a^2-s^2}}{4a}$; ce qui nous apprend que EC est les $\frac{3}{4}$ de EL ou de la longueur ED de la gravicentrique; & à l'égard de DC, elle est égale à l'aire $\int ds\sqrt{a^2-s^2}$ d'un quart de cercle dont a seroit le rayon, divisée par $\frac{4}{3}a$; c'est-à-dire, que nommant q l'arc de ce quart de cercle, DC sera égale à $\frac{1}{2}aq$ divisée par $\frac{4}{3}a$, ou qu'elle sera égale aux trois huitiémes de l'arc q. En un mot les quantités ED ou EL, EC, DC & CL sont à très peu près comme ces quatre nombres, 56, 42, 33 & 14.

De l'hypothéſe dans laquelle l'accroiſſement des degrés eſt proportionel à la quatriéme puiſſance des Sinus des latitudes.

Figure 38. 18. Nous terminerons cette diſcuſſion des hypothéſes particulieres, en ſuppoſant que les excès des degrés du Méridien ſur le premier ſuivent le rapport des 4mes puiſſances des Sinus des latitudes. Dans ce cas la barocentrique ſera Géometrique, de même que le Méridien; nous aurons pour la premiere de ces courbes $u = \frac{s^4}{a^3}$ pour ſes arcs à commencer au point D, $x = \frac{4s^5}{5a^4}$ pour les abſciſſes DH & $y = \frac{8}{15}a - \frac{8\overline{\times a^2 - s^2}^{\frac{3}{2}}}{15a^2} \cdots\cdots$ $- \frac{4s^2\overline{\times a^2 - s^2}^{\frac{3}{2}}}{5a^4}$ pour les ordonnées HG; expreſſions qui ſe réduiſent à $u = a$; $x = \frac{4}{5}a$, & $y = \frac{8}{15}a$, lorſqu'on fait $s = a$, comme cela arrive à l'extrêmité E de la courbe.

19. Nous voyons donc que dans cette hypothéſe particuliere, EC eſt les $\frac{4}{5}$ de EL, ou de la longueur totale ED, que DC en eſt les $\frac{8}{15}$ & que CL en eſt le $\frac{1}{5}$; c'eſt-à-dire qu'attribuant 15 parties à ED ou à EL; EC ſera de 12, CD de 8, & CL de 3. Il ſuit de-là que ſi l'on tranſporte CL en DO, & DE ou EL en DP, les quatre lignes AD, AO, AC, AP qui ſont le rayon du premier degré de latitude, la longueur du demi-axe proprement dit, le rayon de l'Equateur, & la longueur du rayon du dernier degré de latitude, ne ſeront pas en progreſſion Arithmétique, comme dans la premiere des hypothéſes que nous venons d'examiner, mais qu'elles ſeront en progreſſion Arithmétique du ſecond ordre. Ce ſeront leurs différences qui ſuivront la progreſſion

progreſſion Arithmétique ſimple ; DO étant de 3 parties, OC de 5, & CP de 7. Figure 38.

20. Si l'on cherche par les méthodes ordinaires la longueur des tangentes GZ, on trouvera pour leur expreſſion $\frac{8a^4 + 4a\ s^2 - 12s^4}{15\ a^3}$; & ſi l'on fait attention que $\frac{s^4}{a^3}$ eſt la valeur de l'arc DG, on en conclura que les tangentes comme GZ ſont égales aux $\frac{8}{15}$ de la courbe entiere EGD moins les $\frac{3}{4}$ de l'arc DG, plus la quantité $\frac{4\ s^2}{15a^2}$. A l'égard de l'autre partie GW de la tangente, elle eſt les $\frac{4}{5}$ de ſon arc correſpondant GD ſelon la remarque du N. 12. Il n'y aura non plus aucune difficulté à déterminer le point de la ſurface de la Terre, où le degré de latitude eſt exactement de même étendue que les degrés de longitude pris ſur l'Equateur : il ne s'agira toujours pour cela, comme on le ſçait, que de faire l'arc DG de la gravicentrique égal à DC. L'expreſſion générale de DG eſt $\frac{s^4}{a^3}$ & celle de DC eſt $\frac{8}{15}\ a$. Ainſi on aura $s = a\sqrt{\sqrt{\frac{8}{15}}}$; ce qui nous apprend avec le ſecours des tables des Sinus, que le point requis eſt par $58^d\ 43'$ de latitude.

Détermination du rapport qu'il y a entre les deux axes de la Terre dans l'hypothéſe précédente.

21. Il ſeroit auſſi ennuyeux qu'inutile d'examiner un plus grand nombre de cas ; nous avons d'ailleurs de fortes raiſons pour nous arrêter à cette derniere hypothéſe, qui répond aſſez exactement aux changemens, autant que nous les connoiſſons, que ſouffrent les Méridiens dans leur courbure. Si en conſiderant les obſervations faites en France, on remarque qu'il n'y a pas une grande différence entre les degrés du Méridien déterminés dans toute l'étendue du Royaume, on conviendra qu'il

est assez indifférent lequel on préfere. Nous prendrons celui dont le milieu tombe par 49^d 23′ dont nous devons la mesure Astronomique à Messieurs de Maupertuis, Clairaut, Camus & le Monnier, & la mesure Géodesique à Messieurs de Thury & de la Caille : ce degré est de 57074 toises. D'un autre côté le voyage fait en Laponie nous apprend que le degré qui tombe sous le cercle Polaire ou qui est un peu moins avancé vers le Pole *, est de 57438 toises. Je ne doutois pas lorsque j'étois au Pérou que les Académiciens qui ont déterminé ce degré, n'eussent pris des précautions contre la contraction des métaux produite par le grand froid, qui devoit ôter à l'étalon de leur toise quelque chose de sa longueur. Ils gardoient en effet cette mesure dans un endroit où ils entretenoient par le moyen du feu le Thermométre de M. de Reaumur à 14 ou 15 degrés au-dessus du terme de la congélation, comme il est ordinairement à Paris aux mois d'Avril & de Mai. Il me paroît que dans toute leur opération, ils n'ont négligé que la seule réfraction Astronomique, qui rend l'amplitude de leur arc plus grand d'environ 1″, & ce qui réduit leur degré à 57422 toises.

22. Le Lecteur peut se souvenir que nous avons eu de notre côté égard à tout. Nous avons trouvé le premier degré du Méridien au niveau de la Mer de 56753 toises. Les deux autres dont nous venons de faire mention sont plus grands de 321 toises & de 669 : & si l'on se donne la peine d'examiner le rapport que suivent ces deux excès, on verra qu'ils sont sensiblement, comme les quarrés quarrés des Sinus des latitudes 49^d 23′ & 66^d 19′. Ils ne sont pas précisement dans ce rapport, ils sont à peu près comme ces Sinus élevés à la puissance $3\frac{10}{11}$: mais on peut sans doute en faveur de la facilité du calcul, & afin aussi de rendre Géometrique la gravicentrique, de même que la ligne courbe que

* La latitude du milieu de l'arc mesuré est 66 deg. 19 ou 20′.

forme le Méridien, confondre cette puissance fractionnaire avec la parfaite dont 4 est l'exposant. Figure 38.

23. Il suit de-là que le dernier degré de latitude doit être d'environ 57712 toises, en surpassant le premier de 959 toises. On peut aussi après cela chercher combien un diamétre surpasse l'autre. Employant, comme nous l'avons déja fait plusieurs fois, les longueurs même des degrés à la place des rayons auxquels ils sont proportionels, on aura AD par nos observations de 56753 toises, & ED ou EL étant de 959 toises, EC qui en est les $\frac{4}{5}$, sera de $767\frac{1}{5}$ toises; CL qui en est $\frac{1}{5}$, sera de $191\frac{4}{5}$ toises, & DC qui en est les $\frac{8}{15}$ sera de $511\frac{7}{15}$ toises. Or tout cela supposé, AO ou CB sera de $56944\frac{4}{5}$ toises, & CA de $57264\frac{7}{15}$ toises. On trouvera que le degré de l'Equateur est plus grand que le premier degré du Méridien dans le rapport de 112 à 111, & que le diamétre de l'Equateur est à l'axe proprement dit, comme 179 à 178. Ainsi la Terre, au lieu d'être exactement sphérique, à une 179me partie moins d'épaisseur dans le sens d'un Pole à l'autre. Nous aurons occasion de nous expliquer davantage sur la valeur de cette détermination.

III.

Autre solution du même Problême.

24. Au lieu de comparer les changemens des degrés du Méridien aux Sinus des latitudes, on peut les comparer aux latitudes mêmes ou à quelqu'unes de leurs puissances ou fonctions; & alors la gravicentrique, comme on peut s'en ressouvenir, se trouvera être une des lignes d'évolution du cercle.* Si l'on examine le rapport des excès 321 toises & 669 toises du 50me & du 67me degré sur le premier, on verra qu'ils ne sont ni comme les quarrés des latitudes ni comme leurs cubes, mais qu'ils

*Voyez N. 30. Sec. I.

ſuivent un rapport moyen quoiqu'un peu plus voiſin du premier, qui a preſque $2\frac{1}{2}$ pour expoſant: car lorſqu'on prend la différence des logarithmes des deux latitudes, il faut la multiplier par ce nombre pour la rendre égale à la différence des logarithmes de 321 & de 669. Ce rapport tenant du cube qui eſt la puiſſance parfaite immédiatement la plus haute, il faut ſe ſervir dans cette rencontre de la ſeconde ligne d'évolution; mais il eſt néceſſaire de le faire avec quelque modification, pour pouvoir en tempérant le rapport, le rapprocher de celui des quarrés. C'eſt ce que nous croyons devoir expliquer plus en détail, à cauſe de l'uſage qu'auront peut-être dans la ſuite ces ſortes de recherches; les ſeules lignes d'évolution du cercle ſuffiſant dans la pratique, comme nous avons déja eu le ſoin de l'inſinuer, pour repréſenter tous les rapports imaginables qu'on peut ſuppoſer entre les degrés du Méridien.

Figure 40. 25. Nous déſignons dans la Figure 40 le rayon du quart de cercle GHI par la lettre r, l'arc total IG par q, la longueur variable des arcs IP à commencer du point I, par z, & développant ces mêmes arcs, nous tracerons la premiere ligne d'évolution KMF, mais en ajoutant au fil qui ſert à faire le dévelopement, la partie conſtante $IK = f$. La reſſemblance des Secteurs PHp, & MPm nous donne enſuite cette analogie;

$$HP = r \,|\, Pp = dz \,\|\, PM = z + f \,|\, Mm = \frac{zdz + fdz}{r};$$

& ſi nous intégrons la valeur de Mm, nous aurons $\frac{\frac{1}{2}z^2 + fz}{r}$ pour celle des arcs variables finis KM de la premiere ligne d'évolution, & $\frac{\frac{1}{2}q^2 + fq}{r}$ pour la longueur totale KF. Nous développons après cela cette courbe, en commençant par le point K, mais nous ajoutons au fil la longueur conſtante $KD = h$; & la reſſemblance des Secteurs PHp; & NMn nous donnant cette au-

 Figure 40.

tre analogie, $HP = r \mid Pp = dz \mid\mid MN = MK + KD = \frac{\frac{1}{2}z^2 + fz}{r} + h \mid Nn = \frac{\frac{1}{2}z^2\,dz + fz\,dz + rh\,dz}{r}$, nous trouvons par l'intégration, $\frac{\frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{2}fz^2 + rhz}{r^2}$ pour la longueur des arcs variables DN de la seconde ligne d'évolution que nous destinons à servir de barocentrique au Méridien AOB. Nous nous arrêtons à cette ligne d'évolution, mais nous passerions à la troisiéme ou à la quatriéme, si les excès des degrés de latitude sur le premier étoient proportionels à une fonction des latitudes dans laquelle la quatriéme ou la cinquiéme puissance entrât.

26. Tout est indéterminé dans cette expression, excepté le rapport de r à z qui est connu pour chaque latitude; ainsi on doit regarder ces deux quantités, comme ne formant qu'une seule inconnue. Mais il y en a encore deux autres f & h, ce qui fait en tout trois indéterminées; & il faudroit par consequent avoir trois équations pour pouvoir les découvrir. On les aura ces trois équations, aussitôt qu'outre les trois degrés de latitude déja mesurés en trois climats différens, on en mesurera un quatriéme; & alors on pourra en prenant la ligne d'évolution DNE pour gravicentrique, se servir de l'expression générale $\frac{\frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{2}fz^2 + rhz}{r^2}$ de ses différens arcs. Dans l'état actuel des choses nous n'avons qu'à supposer nulle h ou KD, ou faire tomber le rayon CA de l'Equateur sur KI, l'expression des arcs de la courbe se réduira à $\frac{\frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{2}fz}{r^2}$, & nous aurons après cela assez de *données*, pour pouvoir déterminer les quantités r & f.

27. Connoissant la grandeur du degré du Méridien par $49^d\ 23'$ de latitude & la longueur de son rayon ON, l'excès de ce rayon sur celui AD du premier degré en A, nous fournira la longueur de l'arc DN; & si nous comparons cette longueur avec l'expression in-

Figure 40. determinée $\frac{\frac{1}{6}z^3 + \frac{1}{2}fz^2}{r^2}$, en introduisant aussi à la place de z sa valeur par rapport à r, nous aurons une premiere équation dans laquelle il n'y aura que les deux seules inconnues f & r. La mesure du degré du Méridien sous le cercle polaire, nous donnera de la même maniere une autre équation, qui ne contiendra que les mêmes inconnues. Ainsi il suffira d'employer les regles vulgaires de l'Algebre pour dégager les valeurs de r & de f; & aussi-tôt tout le reste sera connu, en passant de l'un à l'autre. Il est naturel dans de pareilles discussions de tâcher d'abréger le calcul; c'est pour cela que j'ai continué à employer à la place des rayons la longueur même des degrés. J'ai désigné généralement par e & E les excès des degrés mesurés en France & en Laponie sur le degré mesuré au Pérou, & ayant marqué en même tems par a, b & B le rapport du rayon & des deux diverses latitudes où on a pris les deux mesures en Europe, j'ai trouvé les formules. . . . . $r = \frac{b a^3 b^2 E - b a^3 B^2 e}{B^3 b^2 - B^2 b^3}$ & $f = \frac{2 a^2 B^3 e - 2 a^2 b^3 E}{b^2 B^3 - b^3 B^2}$, qui nous fournissent nos deux indéterminées en grandeurs connues.

28. Ces formules réduites en nombres nous apprenent que r ou le rayon HI du quart de cercle générateur est de 1366 toises, & que IK ou f est de 472. La longueur FK ou FE de la premiere ligne d'évolution se trouvera ensuite de 2430; la ligne EC de 1252; DC de 592; la longueur ED de la seconde ligne d'évolution égale à EL, de 1464 toises; & CL de 212. Or il résulte de tout cela que les degrés de l'Equateur dont la longueur est exprimée par AC sont de 57345 toises, que le dernier degré du Méridien représenté par EB, est de 58217, & que le rayon de l'Equateur est au demi-axe proprement dit à très-peu près comme 151 est à 150; de sorte que la Terre que nous ne trouvions applatie que d'une 179me partie, le seroit un peu plus,

selon cette seconde solution ; elle le seroit d'une 151me quoique nous n'employons que les mêmes élémens.

IV.

Troisieme solution du même Problême sur d'autres données, avec des remarques sur le choix qu'on peut faire entre ces différentes déterminations.

29. Mais nous sommes obligés d'avouer que, quoique ce dernier rapport soit déterminé avec plus de soin que le premier, puisque nous avons représenté tout à fait rigoureusement pour le chercher, les changemens que les observations donnent aux degrés du Méridien, nous n'oserions néanmoins assurer qu'il soit préferable à l'autre. Avant que d'en expliquer les raisons, j'exposerai ingénument ici & mes incertitudes & mes différentes tentatives. On verra par mon récit que je n'ai rien négligé dans mes recherches. Je n'ai pour le justifier, qu'à marquer les divers sentimens que j'ai adoptés & ensuite rejettés, à mesure que j'ai eu connoissance, en venant du Pérou, des grandes opérations entreprises en Europe par ordre du Roi. Il n'est pas surprenant qu'il reste des doutes sur cette matiere malgré tout ce que l'Académie a fait pour les dissiper, puisque comme nous l'avons déja vû, nous ne connoissons encore que trois points de la ligne courbe qui exprime par ses co-ordonnées la relation qu'il y a entre l'étendue des degrés du Méridien & leur distance à l'Equateur. Il est vrai que c'en est assez pour que nous ne puissions pas nous tromper sur la situation de la gravicentrique à l'égard des deux axes de notre globe & sur les limites que nous pouvons assigner à ses principales dimensions ; ce qui prouve invisiblement que la Terre est un sphéroïde considérablement applati. Mais

bornés que nous sommes à donner simplement l'exclusion à certaines figures, nous ne pouvons rien affirmer d'absolument positif, ainsi que nous en sommes convenus, sur la nature particuliere de la gravicentrique, ni sur celle du Méridien.

30. Je n'ai pû d'abord faire dépendre la Figure de la Terre que du seul degré que nous venions de mesurer & de celui qui coupe le cercle Polaire & dont on nous avoit marqué la grandeur. Je croyois par des raisons qui me paroissoient alors n'admettre aucune replique, que la mesure des degrés de France publiée en 1701, quoiqu'elle fût fondée sur la déposition de quarts de cercles ordinaires, pouvoit entrer en concurrence avec les déterminations fournies par des instrumens beaucoup plus grands, mais construits d'une façon particuliere. Cette ancienne mesure faisoit de 57292 toises le degré moyen entre Paris & Colioure : mais d'un autre côté j'étois retenu par plusieurs autres observations, dont j'avois pesé toutes les circonstances & qui rendoient le degré beaucoup plus petit : & je ne pouvois me résoudre à adopter un milieu entre des résultats qui différoient de plus de 230 toises. Prenant pour Elémens les seuls degrés du Pérou & de Laponie, & me conformant aux regles indiquées dans le second article de cette Section, * je trouvois que le 90me degré étoit de 57551 toises, & que les deux axes étoient comme 215 & 214; & ne sçachant pas si nous aurions jamais les éclaircissemens dont je sentois le besoin, je crus ne pas devoir différer à calculer la grandeur de tous les autres degrés terrestres. Je n'insere pas la table que je construisis alors, parce que je n'ai dû la regarder depuis, que comme une simple ébauche, quoique je n'y touchasse que très-peu, comme on le va voir, dans les premiers changemens que j'y fis.

* Voyez Num. 16.

31. Ce fut pendant mon passage par l'Isle de Saint Domingue que je me vis obligé de faire ces premiers changemens

changemens, lorſque j'appris que les Académiciens qui avoient fait le voyage du cercle Polaire, avoient entrepris à leur retour la meſure Aſtronomique du degré des environs de Paris & l'avoient trouvé de 57183 toiſes. Mes conjectures ſe confirmoient en partie, & je voyois outre cela que les différences entre les trois degrés que j'avois déſormais à comparer, étoient ſenſiblement proportionelles aux quarrés des Sinus des latitudes. Je mis en conſéquence à 772 toiſes l'excès du 90me de 57525 toiſes au lieu de 57551 toiſes; & je trouvois que le rapport qu'il y avoit entre les deux axes étoit exprimé par 223 & 222. Je réuſſiſſois de cette ſorte à repréſenter parfaitement la courbrue du Méridien en trois divers endroits, aux environs de l'Equateur, aux environs de Paris & vers le cercle Polaire: & j'eus peu de tems après un nouveau motif pour m'attacher encore davantage à cette détermination, lorſque je ſçû que M. Caſſini de Thury & M. l'Abbé de la Caille par des obſervations très-exactes, & qui ſont d'une autorité d'autant plus grande qu'elles ſont abſolument indépendantes des opérations de la Méridienne, avoient découvert que les degrés de longitude par 43d 32′ de latitude étoient de 41618 toiſes. Cette longueur ne différe que de 11 toiſes de celle 41607 que je trouvois par le calcul. Je ne pouvois pas manquer de m'applaudir de cette conformité; & je ne dû point être fâché d'avoir déja conſtruit la table ſuivante.

32. **TABLE**

De la longueur des degrés Terrestres, dans la supposition que les accroissemens des degrés du Méridien à l'égard du premier suivent le rapport des quarrés des Sinus des latitudes.

Latitudes.	Degrés du Méridien.	Degrés de grands cercles perpen. au Méridien.	Degrés des paralelles à l'Equateur.	Latitudes.	Degrés du Méridien.	Degrés de grands cercles perpen. au Méridien.	Degrés des paralelles à l'Equateur.
Degrés	Toises.	Toises.	Toises.	Degr.	Toises.	Toises.	Toises.
0	56753	57268	57268	46	57153	57401	39874
5	56759	57270	57052	47	57166	57405	39150
10	56776	57276	56405	48	57179	57410	38415
15	56805	57285	55333	49	57193	57414	37668
20	56843	57298	53843	50	57206	57419	36908
25	56888	57313	51944	54 d. 44'	57268	57440	33165
30	56946	57332	49652	55	57271	57441	32947
35	57007	57353	46981	60	57332	57461	28730
40	57072	57374	43951	65	57390	57480	24292
41	57085	57379	43305	70	57435	57495	19665
42	57099	57383	43643	75	57473	57508	14885
43	57112	57388	41971	80	57502	57518	9989
44	57125	57392	41285	85	57519	57523	5013
45	57139	57397	40586	90	57525	57525.	0

33. Le diamétre de l'Equateur se trouvoit de 6562391 toises & l'axe de 6532903 toises; de sorte que la Terre devoit être plus élevée à l'Equateur qu'aux Poles de 14744 toises ou de presque 6 $\frac{1}{2}$ lieues communes de France, pendant que son plus grand diamétre étoit d'environ 2869 de ces mêmes lieues que je faisois chacune de 2287 toises ou de la 25me partie du degré. Connoissant le diamétre de l'Equateur, il étoit facile de déterminer la circonférence de ce cercle, & il n'y avoit pas plus de difficulté à découvrir celle du Méridien.

Il n'y avoit, si on le vouloit, qu'à faire une somme de la longueur de tous les degrés de latitude ; ou pour trouver la même chose d'une maniere plus directe & aussi plus précise, puisqu'elle est fondée sur un théorême que nous aurons le soin de démontrer, il n'y avoit qu'à chercher tout d'un coup la circonférence d'un cercle dont le diamétre est de 6547647 toises, moyen proportionel Arithmétique entre les deux axes le plus grand & le plus petit.

34. Toutes ces recherches, étoient déja achevées, de même que d'autres dont j'aurai occasion de rendre compte, lorsque j'appris enfin qu'il y avoit eu de l'erreur dans la mesure Géodesique de M. Picard, & que le degré que j'avois supposé de 57183 toises, se réduisoit à 57074 toises. * Le

* L'erreur de M. Picard, car il est bien difficile de dire que ce n'en est pas une, n'a pû venir que de ce que ce sçavant Astronome s'est servi d'une toise trop courte d'environ une 1000me partie pour mesurer sa base. Cette mesure trop courte lui a donné une expression trop grande pour toutes les quantités qu'il a entrepris de déterminer. Il n'est gueres permis d'en douter, après que M. Cassini s'est donné la peine de mesurer cinq fois la même base, & qu'il a outre cela par trois nouveaux triangles cherché la distance de Brie à Montlhery, & trouvé qu'elle est réellement moins grande de 13 toises sur 13122 toises que lui attribuoit M. Picard. Le point qui nous importe actuellement le plus, c'est que toutes les opérations que nous comparons, ayent été rapportées précisement à la même mesure, la toise qui donne 36 pouces $8\frac{57}{100}$ l. pour la longueur du Pendule à secondes à Paris & avec laquelle j'ai trouvé que le pendule Equinoxial est au niveau de la Mer de 36 pouces $7\frac{7}{100}$ lig. Lorsque nous partîmes pour le Pérou nous portâmes avec nous une grande regle de fer qui avoit été confrontée scrupuleusement avec l'étalon de cette toise qui est attaché au bas de l'escalier du Grand-Châtelet, & nous laissâmes à l'Académie une autre regle qui y étoit parfaitement conforme. Les deux étoient égales à une troisiéme qui est entre les mains de M. de Mairan & qui lui a servi à faire ses expériences du Pendule, de même qu'elles étoient égales à un étalon qui appartient au sieur Langlois & sur lequel toutes ces toises furent faites. Celle que nous laissâmes comme en dépôt fût emportée par les Académiciens qui firent le voyage du cercle Polaire. Ainsi les opérations faites en Laponie & sous l'Equateur ont été exécutées avec des mesures parfaitement conformes : & quant aux opérations consommées en France, les regles qui y ont servi en dernier lieu, ont été comparées non-seulement avec l'étalon du Grand-Châtelet, mais avec celui du sieur Langlois par le moyen d'une regle qui subsiste encore & qui avoit servi de modéle à l'étalon même. La regle de fer que nous portâmes au Pérou, y est restée : mais les instrumens que

Lecteur, ſçait ſans doute, que lorſque Meſſieurs les Voyageurs au cercle Polaire ſe chargerent de déterminer aſtronomiquement l'amplitude de l'arc compris entre Paris & Amiens, il ne fut nullement queſtion pour eux de vérifier les triangles, ni même la baſe qui avoit ſervi de fondement à la meſure Géometrique. On a obligation à Meſſieurs Caſſini de cette derniere partie de la vérification qui a fait ſubir à la grandeur du degré des environs de Paris une diminution de plus de 100 toiſ. Il me fallut donc encore changer de ſentiment; mais je ne me trouvai pas ſimplement obligé cette fois-ci comme la premiere, de faire quelques legeres modifications à mes ſupputations. Il me fallut recourir à une nouvelle loi & tenter l'application de la ſolution générale pour

j'ai fait conſtruire à Quito pour l'expérience du Pendule & que j'ai comparés ſouvent avec cette même regle me donnent ici des réſultats qui s'accordent auſſi exactement qu'il eſt poſſible avec les déterminations de M. de Mairan : j'en ai déja fait l'épreuve pluſieurs fois. Tout contribue donc à nous confirmer l'identité parfaite, ſi je le puis dire, de nos meſures, leſquelles ne peuvent plus ſe perdre, malgré les accidens auxquels ſont expoſés les modéles qui les repréſentent; puiſque nous ſommes bien ſûrs qu'elles rendent le Pendule à Paris de 36 pou. $8\frac{57}{100}$ lig. & qu'elles doivent donner lorſqu'on ſe borne au réſultat que fourniſſent immédiatement les expériences, 36 pouces $8\frac{3}{5}$ lig. pour la longueur du Pendule par 45 degrés de latitude. Ces meſures ſeront continuellement invariables, à moins que la Terre ne ſouffre quelque variation dans la promptitude de ſes révolutions diurnes, ou qu'elle ne change de diſtance au Soleil dans la ſuite des ſiécles : mais ſi le cas arrivoit, on s'en apperceyroit aiſément par l'obſervation de diverſes autres apparences celeſtes.

Je ne parle ici du Pendule à ſecondes qui doit être de 36 pou. $8\frac{3}{5}$ l. ſur le quarante-cinquiéme parallele que pour avoir occaſion de marquer que c'eſt cette longueur qu'il faudroit naturellement employer ſi l'on vouloit introduire l'uſage d'une meſure univerſelle. Cette longueur eſt moyenne entre toutes les autres, elle ſeroit deux fois moins ſujette à changer que la plus courte, ſi le mouvement de la Terre ſouffroit les altérations que nous venons d'indiquer. La détermination en eſt auſſi plus facile, & moins dépendante des effets du grand chaud; effets que nous ne pouvons pas nous flatter de connoître encore aſſez au moins pour le cas dont il s'agit. Toutes ces raiſons nous obligeroient donc de donner la préférence au Pendule de 45 degrés de latitude, quand même il ne ſeroit pas néceſſaire que les Nations qui doivent adopter l'uſage de la même toiſe, puſſent recourir de tems en tems à l'expérience comme à la ſource, pour vérifier les meſures ou pour en juger au moins par comparaiſon lorſqu'il en eſt beſoin.

un cas tout différent. C'eſt celle dont j'ai déja parlé vers la fin de l'article II, laquelle m'a forcé de reconnoître que les excès des degrés ſur le premier ſont comme les 4mes puiſſances des Sinus des latitudes & qu'il faut mettre à une 179me partie la différence entre les deux axes. Plus j'ai eu de *données* ou d'élémens exacts à employer dans mes calculs, plus auſſi la détermination de la Figure de la Terre a reçû, pour ainſi dire, de traits qui ont contribué à la perfectionner. J'ai cependant ſenti qu'on auroit, peut-être, quelque repugnance, ſoit par des raiſons tirées de la Phyſique, ſoit par d'autres motifs, à introduire entre les changemens des degrés une progreſſion ſi différente de celle des quarrés ſimples. J'ai voulu voir ſi on ne pouvoit pas abſolument rétablir cette derniere, ou donner même derechef à la Terre la figure d'un Ellipſoïde parfait, en altérant un peu toutes les obſervations que nous ſommes obligés d'adopter.

35. Si l'on ſuppoſoit que les trois différens degrés qu'il s'agit de comparer, ſont affectés d'une égale erreur, il faudroit les changer chacun au moins de 69 toiſes; il faudroit diminuer de cette quantité les degrés meſurés au Pérou & au cercle Polaire, & augmenter le degré meſuré en France; & on trouveroit enſuite que les deux axes ſont comme 215 & 214. Mais je ne fais pas difficulté d'avouer que cette prétendue correction me paroît exceſſive. Je ne parle pas de l'extrême exactitude avec laquelle ont opéré les autres Obſervateurs, & je me diſpenſe auſſi de faire remarquer que ce ſeroit par un hazard bien malheureux que les trois erreurs ſe trouvaſſent préciſement dans le ſens qui leur fait produire le plus grand effet; mais celles dont il s'agit en ſuppoſeroient une de près de 220 toiſes ou près de 14″ ſur les trois degrés de la Méridienne de Quito, & il ne m'eſt pas permis de penſer que nous nous ſoyons ſi fort éloignés du but. Notre détermination différe aſſez conſidérablement de celle de Mrs les Officiers Eſpagnols, &

elle en différeroit encore beaucoup davantage.

36. L'inconvénient sera le même, ou plûtôt deviendra plus grand, lorsqu'on distribuera l'erreur de quelque autre maniere, comme lorsqu'on supposera qu'elle suit, par exemple, la raison inverse de l'amplitude des trois différens arcs de latitude qui ont été mesurés. Il paroît que c'est la distribution la plus naturelle qu'on en puisse faire, en regardant toutes les observations comme exécutées avec le même succès. Nous avons assez prouvé que l'erreur ne vient gueres des opérations Trigonométriques de la mesure Géodesique, & qu'il faut l'attribuer presque toute entiere aux petits défauts des observations Astronomiques. Or si toutes les observations que nous comparons ont été faites avec le même soin, comme on n'en peut pas douter, les petites erreurs dont elles seront affectées se subdiviseront d'autant plus, que les arcs mesurés seront plus grands. Il ne sera permis par cette raison d'ajouter que 16 ou 17 toises à la longueur du degré moyen déterminé en France, il ne faudra aussi retrancher que 43 ou 44 toises du degré de Quito, mais il faudroit en ôter 140 de la longueur du degré de Laponie. Au lieu que nous trouvions toujours auparavant la Terre plus applatie que ne l'a pensé M. Newton, on s'écarteroit actuellement dans l'autre sens de la détermination de ce grand homme : on auroit 251 & 250 pour le rapport entre les deux axes, & on conserveroit aux Méridiens, si on le vouloit, la courbure exacte d'une Ellipse. Tout ceci combiné avec les expériences faites sur la longueur du Pendule à secondes, satisferoit, peut-être, aux vûes de quelques Physiciens. Mais qu'on fasse attention que 140 toises forment ici une quantité trop considérable; pour qu'on puisse en disposer arbitrairement & sur de simples conjectures. On approuvera sans doute que nous ne nous prêtions pas à faire de semblables corrections par pur attache-

ment pour un certain ſyſtême, lorſqu'on ne doit ſe laiſſer prévenir par aucun, & lorſqu'on ſe propoſe au contraire de reconnoître celui auquel on doit donner la préférence. Il faut convenir enfin que tant qu'on regarde les obſervations comme exactes, c'eſt leur faire trop de violence que de ſuppoſer entre les augmentations des degrés le rapport ſimple des quarrés des Sinus : il faut abſolument avoir recours à quelqu'autre loi, ou renoncer à quelqu'une des obſervations.

37. Il ne nous reſte, ce me ſemble, après cela que de nous décider entre les deux réſultats que nous fourniſſent les deux ſolutions que nous avons données en premier lieu ; celle dans laquelle nous avons employé les quarrés quarrés des Sinus des latitudes pour regler les accroiſſemens des degrés, * l'autre dans laquelle nous nous ſommes ſervi pour gravicentrique d'une des lignes d'évolution du cercle. ** Ce choix devient très-facile, auſſi-tôt que nous avons égard à la grandeur du degré de longitude meſuré par $43^d\ 32'$ de latitude. Ce degré dans la ſeconde des deux ſolutions dont il s'agit, ſe trouve trop petit d'environ 80 toiſes ; ce qui ſuppoſeroit une erreur de près de 150 dans la meſure totale : au lieu que la premiere hypothéſe ne donne le degré trop grand que de 17 ou 18 toiſes, ce qu'on peut regarder comme un accord très-parfait. On nous objecteroit inutilement que l'autre erreur n'eſt pas exceſſive & qu'il a été facile de la commettre. Nous repondrions que puiſqu'il eſt tout auſſi poſſible qu'on ſe ſoit trompé en excès qu'en défaut, nous devons nous tenir rigoureuſement aux Obſervations ſans chercher à en éluder la force. C'eſt donc un avantage conſidérable dont jouit notre détermination de la Figure de la Terre & dont n'a pû jouir encore aucune autre, que de ſatisfaire en

* Voyez la fin du ſecond Article de cette préſente Section.
** Voyez le troiſiéme Article.

même tems à quatre diverſes conditions, ou de ſe trouver aſſujettie à quatre *données* ou quatre différentes meſures, celles des degrés du Méridien pris en trois divers climats, & outre cela la grandeur des degrés de longitude obtenue vers la partie la plus Méridionnale de la France. Lorſqu'on s'arrête à cette figure particuliere, le rapport entre les deux axes eſt exprimé par 179 & 178 comme je l'ai déja dit pluſieurs fois; le dernier degré de latitude ſe trouve de 57712 toiſes; & celui qui tombe par 58d 43′ de latitude & qui doit être égal aux degrés de longitude pris ſur l'Equateur, eſt de 57264 toiſes. Tous les autres auront la grandeur exprimée ci-après.

TABLE

38. TABLE

De la grandeur des degrés Terrestres, dans la supposition que les accroissemens des degrés du Méridien à l'égard du premier suivent le rapport des quarrés quarrés des Sinus des latitudes.

Latitudes.	Degrés du Méridien.	Degrés de grands cercles perpen. au Méridien.	Degrés des paralleles à l'Equateur.	Latitudes.	Degrés du Méridien.	Degrés de grands cercles perpen. au Méridien.	Degrés des paralleles à l'Equateur.
Degrés	Toises.	Toises.	Toises.	Degr.	Toises.	Toises.	Toises.
0	56753	57264	57264	46	57010	57449	39907
5	56753	57266	57048	47	57028	57457	39186
10	56754	57272	56402	48	57046	57465	38452
15	56757	57282	55330	49	57065	57473	37706
20	56766	57297	53841	50	57083	57481	36948
25	56784	57316	51946	55	57185	57523	32994
30	56813	57340	49658	58 d. 43'	57264	57553	29886
35	56856	57369	46994	60	57292	57564	28782
40	56917	57403	43973	65	57400	57605	24345
41	56930	57410	43328	70	57501	57640	19714
42	56945	57417	42669	75	57588	57670	14926
43	56961	57425	41998	80	57655	57693	10018
44	56977	57432	41313	85	57697	57707	5029
45	56993	57440	40616	90	57712	57712	00

39. Le diamétre de l'Equateur est de 6562026 toises & l'axe de 6525377. De sorte que la Terre est plus élevée à l'Equateur qu'aux Poles de 18324 toises. L'autre petite table qu'on va voir mettra en état de tracer à peu près la courbure entiere du Méridien. J'y ai fait entrer aussi un certain nombre de co-ordonnées de la gravicentrique ; ce qui pourra servir dans plusieurs recherches qu'on ne peut achever que lorsqu'on connoît les divers centres de tendance qu'a la pesanteur dans les différentes Régions. La Table marque les distances de chaque

point, comme G ou R (Fig. 38) au rayon AC de l'Equateur & à l'axe BE ; c'eſt la même choſe des points du quart AKB du Méridien.

Figure 38.

40. TABLE

Des Co-ordonnées des Méridiens terreſtres & de leur gravicentrique.

	Co-ordonnées des Mérid.		*Co-ordonnées de la grav.*	
Latitudes.	Diſtan. au rayon de l'Equateur.	Diſtances à l'axe.	Diſtan. au rayon de l'Equateur.	Diſtances à l'axe
Degr.	Toiſes.	Toiſes.	Toiſes.	Toiſes.
0	0	3281012	0	29306
15	841612	3170186	51	29055
30	1626254	2845188	1374	26149
45	2301256	2327125	7772	18110
60	2821393	1649087	21417	7792
75	3150158	855202	36969	1216
90	3262698	00	43965	00

V.

Diverſes recherches ſur les propriétés Géometriques de la Figure de la Terre, & premierement ſur la rectification des Méridiens.

41. La Figure de la Terre étant déterminée, nous ne pouvons pas nous diſpenſer de chercher quelques-unes de ſes propriétés ; mais nous interdiſant tout examen qui ne ſeroit que curieux, nous n'entreprendrons

que ceux qui peuvent être de quelque utilité pour perfectionner la Géographie ou l'Astronomie, & nous commencerons par la rectification des arcs du Méridien. Il suffit de jetter les yeux sur quelqu'une de nos Figures, comme sur la 40e, pour reconnoître que la question se réduit à chercher la longueur des arcs comme DT de la premiere ligne d'évolution DTL de la gravicentrique; car la nouvelle longueur que reçoivent les arcs du Méridien AOB, à cause du rayon AD du premier degré, est toujours connue. Cet excès de longueur de l'arc AO sur DT, est égal à l'arc de cercle que décriroit le point A par le passage de AD en OT, si l'autre extrêmité D ne changeoit pas de place. C'est ce qui est évident à l'égard des petits arcs *t*T & *o*O: car si l'on tire *tω* parallelement à TO, on aura *oω* pour le petit excès de *o*O sur T*t*, & on voit qu'on peut le considérer comme un petit arc de cercle dont *to* qui est égal à DA est le rayon. Or ce sera la même chose à l'égard des plus grands arcs formés des plus petits. Le quart entier AB du Méridien, par exemple, est égal à DL, plus la longueur du quart de cercle qui appartient à AD. Figure 40.

Rectification du Méridien lorsque les accroissemens des degrés du Méridien sont proportionels aux quarrés des Sinus des latitudes.

42. La question se réduisant à découvrir la longueur des arcs DT de la ligne DL, il n'est pas difficile de la résoudre. Nous formons d'abord un quart de cercle SZX (Fig. 41) dont le rayon est égal à la longueur de la gravicentrique. Embrassant comme nous le faisons d'abord, l'hypothése dans laquelle les changemens des degrés sont comme les quarrés des Sinus des latitudes, nous sçavons que les arcs de cette ligne courbe sont égaux aux quarrés des Sinus des latitudes Figure 40. & 41.

divisés par le Sinus total, & que sa longueur entiere est égale au Sinus total même. Si l'arc SV dans le quart de cercle de la Figure 41 représente donc une certaine latitude & VE son Sinus, & qu'après avoir conduit le Sinus de complement VF, nous abaissions du point F la perpendiculaire FT sur le rayon ZV, nous aurons ZT pour la longueur de l'arc correspondant de la gravicentrique; puisque l'analogie . . . . . .

Figure 40. & 41.

|| ZV | ZF | ZT, rend ZT égal à $\frac{\overline{ZF}^2}{ZV}$ ou au quarré du Sinus VE de la latitude, divisé par le Sinus total. Si l'arc *s v* désigne une autre latitude plus petite que la premiere d'une quantité infiniment petite *v* V, nous aurons par la même raison Z*t* pour la longueur de l'arc correspondant de la gravicentrique.

43. Il est facile de s'assurer que *t* M sera en même tems égale à la petite partie élémentaire correspondante de la ligne d'évolution, la petite partie marquée par *t* T, dans la Figure 40. Car le petit angle *v* Z V de la Figure 41 représente l'angle *o* N O de l'autre Figure; & Z*t* étant égale à *n* D & parconséquent à *n t*, le petit Secteur *t* Z M d'une Figure est parfaitement égal au petit Secteur *t n* T de l'autre. Nous n'avons donc qu'à chercher dans la Figure 41 la somme de toutes les parties successives *t* M pour avoir la longueur des arcs de la courbe DL de l'autre Figure, dans laquelle nous supposons que DNE représente la gravicentrique pour l'hypothése que nous adoptons actuellement.

44. Du point *f* j'abbaisse la petite perpendiculaire *f* L sur FT; & du point G la perpendiculaire GH sur le petit arc *v* V du quart de cercle. Il est évident que LF sera égale à HV, & il n'est gueres moins clair que *v* H sera égale à *t* M; car *v* V est à *v* H comme *v* Z est à Z*t*, à cause de la ressemblance des triangles *v* GV & Z*f v*, & de leurs triangles partiaux; & d'un autre part *v* V est aussi à *t* M comme *v* Z est à Z*t*. Si nous con-

fidérons après cela que lorsque la latitude augmente, la ligne tf qui devient TF augmente par une extrêmité de la petite quantité LF & diminue par l'autre de la petite quantité tM, nous aurons $LF - tM$ pour son accroissement entier, & si nous retranchons de HV qui est égale à LF la petite partie HK égale à $vH = tM$, il nous viendra KV pour ce même accroissement. Or il suit de-là que les accroissemens vV que reçoit la latitude Sv, surpassent continuellement les accroissemens KV de la ligne tf, des petits arcs vK qui sont doubles de vH ou de tM. En exprimant ceci à la maniere des infiniment petits, nous aurons $dSV - dTF = 2tM$. C'est la même chose dans tous les points du quart de cercle ou pour toutes les latitudes. Ainsi il est évident que pour obtenir la somme de tous les petits Elémens tM qui sont égaux aux tT de la Figure 40, nous n'avons qu'à retrancher les lignes comme TF de chaque arc correspondant SV de la latitude, & prendre la moitié de la différence : c'est-à-dire que les portions sensibles DT de la courbe DL de la Figure 40, sont continuellement égales à $\frac{1}{2}SV - \frac{1}{2}TF$ de la Figure 41. Figure 40. & 41.

45. Aussi-tôt que la longueur de l'arc DT (Fig. 40) est découverte, il ne reste plus qu'à l'augmenter de l'arc de latitude pris sur un cercle dont AD est le rayon, & on aura la longueur de l'arc AO du Méridien. Mais puisqu'il entre dans la longueur de ce dernier arc celle de deux arcs de cercles; celui qui a AD pour rayon & la moitié de l'arc SV de la Figure 41, nous pouvons trouver les deux à la fois; & il suffit pour cela de chercher la longueur de l'arc de latitude dans un cercle dont le rayon soit égal à AD augmenté de la moitié de SZ pris dans l'autre Figure. Cet arc total qui sera trop grand, doit être ensuite diminué de la moitié de TF qui est comme on le voit une quatriéme proportionelle au Sinus total, au Sinus de la latitude & à son Sinus de complement. On peut outre cela

remarquer aisément que le rayon que nous employons
Figure 40. & 41. $AD + \frac{1}{2}SZ$ est exactement dans cette hypothése le rayon moyen de la Terre, ou celui qui tient exactement le milieu entre le rayon de l'Equateur & la moitié de l'axe proprement dit.

46. Ainsi la vérité de ce Théoreme est parfaitement établie, que la longueur de quelque arc du Méridien que ce soit depuis l'Equateur, est égale à celle d'un arc du même nombre de degrés pris dans un cercle qui auroit pour rayon le rayon moyen de la Terre ; mais qu'il faut retrancher de ce dernier arc la moitié de la ligne FT trouvée dans un quart de cercle qui a pour rayon la longueur de la gravicentrique ou le triple de la différence entre les deux demis-axes terrestres, le plus grand & le plus petit. Il n'est pas moins évident que la ligne FT disparoît, lorsqu'il s'agit d'un arc de 90 degrés : & il suit de-là que la longueur du quart du Méridien est exactement égale au quart de cercle qui a pour rayon, le rayon moyen de la Terre, & que pour trouver la longueur entiere de la circonférence du Méridien, il n'y a qu'à la considerer comme si elle appartenoit à un cercle dont le diamétre fut exactement moyen proportionel Arithmétique entre le grand & le petit axe.

Solution du même Problême lorsque les accroissemens des degrés du Méridien par rapport au premier sont proportionels aux quarrés quarrés des Sinus des latitudes.

47. Il est un peu plus difficile de rectifier les arcs du Méridien dans le second cas ; nous nous contentons d'en indiquer la méthode. Il faut d'abord chercher la longueur de l'arc pour la latitude proposée dans un cercle dont le rayon ne soit pas moyen Arithmétique com-

me ci-devant entre le plus grand & le plus petit du Méridien, mais qui surpasse le plus petit de 21 quarantiémes de l'excès de l'un sur l'autre; & il n'y aura plus qu'à retrancher de cet arc la quantité $\frac{s^3\sqrt{a^2-s^2}}{4a^3}$, . . . $+\frac{3s\sqrt{a^2-s^2}}{8a}$, pour avoir l'arc requis. La lettre a désigne ici toujours l'excès du dernier degré de latitude sur le premier, & sert en même tems de Sinus total, pendant que s est le Sinus de la latitude. On peut remarquer que la quantité algébrique s'évanouit aussi lorsqu'il s'agit du quart du Méridien entier ou lorsque $s=a$; ce qui est cause que la circonférence entiere du Méridien est exactement égale à celle du cercle dont nous venons de parler.

De la longueur des degrés terrestres considerés comme degrés de grands cercles, dans des directions différentes du Méridien & premierement dans la direction perpendiculaire.

48. Nous passerons à une autre discussion qui peut avoir son utilité; nous déterminerons la longueur qu'ont tous les degrés terrestres différens de ceux de latitude. Il est évident qu'aussi-tôt que la Terre est applatie par les Poles, la longueur du degré doit changer, selon que le sens dans lequel on le considére participe plus de la direction de l'Equateur ou de celle du Méridien; quoiqu'on le regarde comme degré de grand cercle ou qu'on le suppose dans un plan vertical qui passe par le centre de la Terre. Afin de rendre cet examen plus facile, nous examinerons d'abord le degré qui est exactement perpendiculaire au Méridien, & qui doit differer le plus en longueur du degré de latitude.

42. Supposons donc que APB (Fig. 42.) soit une portion de la surface de la Terre comprise, entre deux Figure 42.

quarts de Méridiens AP & BP, & que DGE soit la gravicentrique du premier. Le rayon de la curvité de ce Méridien en K est KG; mais si nous examinons un arc KN perpendiculaire à la direction KM, il est sensible que comme les deux extrêmités K & N se trouveront dans deux Méridiens différens, les deux rayons entre lesquels il sera compris ne doivent se couper qu'à la rencontre des plans de deux Méridiens. Ainsi l'arc KN consideré à la maniere d'un arc de grand cercle, n'aura pas simplement KG pour rayon, mais KZ ou NZ qui se terminent à l'axe de la Terre, & qui étant plus longs que KG de toute la quantité GZ, nous font voir que le degré dans le sens perpendiculaire est plus grand dans le même rapport. C'est-à-dire pour nous énoncer plus clairement que GK représentant la longueur du degré de latitude en K, la ligne GZ représentera la quantité dont le degré terrestre qui est étendu dans le sens perpendiculaire sera plus long.

Figure 42.

49. La question de cette sorte est toute résolue: car nous sçavons que lorsque les accroissemens des degrés du Méridien sont proportionels aux quarrés des Sinus des latitudes, GZ est les $\frac{2}{3}$ de l'arc GE * & que cet arc qui est proportionel au quarré des Sinus complemens des latitudes & qui est égal à la différence des deux rayons GK & EP, représente l'excès du dernier degré de latitude en P sur le degré de latitude en K. Nous pouvons donc regarder ce Théorême comme démontré, que *les degrés terrestres étendus dans le sens perpendiculaire au Méridien & considerés comme degrés de grands cercles, surpassent les degrés correspondans du Méridien de quantités qui diminuent comme les quarrés des Sinus complemens des latitudes & qui sont égales aux $\frac{2}{3}$ de l'excès du dernier degré de latitude sur ces degrés correspondans du Méridien.* Notre table ** de la longueur des degrés attribue, par exemple, 57119 toises au degré, dont le milieu est par 43^d $32'$ de latitude & le 90me est plus

* Voyez Num. 14

** Voyez Num. 32.

plus grand de 406 toises. Les deux tiers de cette différence sont 271, & c'est donc cette quantité qu'il faut ajouter à la longueur du 44me degré pour avoir 57390 toises pour celle du degré dirigé d'Orient à l'Occident par la même latitude. Figure 42.

50. On peut aussi au lieu de comparer aux degrés du Méridien, ces degrés étendus dans le sens perpendiculaire, les comparer aux degrés de l'Equateur que nous sçavons être dans cette hypothése de 57268 toises; ce qui fournira un autre Théoreme. Les rayons KZ ou NZ de ces degrés perpendiculaires sont égaux à AD + DG + GZ, & ils surpassent le rayon AC de l'Equateur de l'excès de DGZ sur DC. Or nous avons vû que cet excès est égal à D ω qui est le tiers de l'arc DG * lequel étant continuellement proportionel au quarré du Sinus de la latitude, est égal à l'excès de KG sur AD. Il suit de-là que *la longueur des degrés perpendiculaires au Méridien augmente à mesure qu'on avance vers le Pole, de même que les degrés de latitude, mais qu'ils n'admettent entr'eux que le tiers de l'inégalité que souffrent les autres; leur excès sur le degré de l'Equateur étant seulement égal au tiers de celui de chaque degré correspondant du Méridien sur le premier.* Le 44me degré de latitude est par exemple, de 57119 toises, & il surpasse le premier de 366 toises: le tiers de cette différence est l'excès du degré perpendiculaire au Méridien sur le degré de l'Equateur; ce qui le rend de 57390 toises comme nous l'avons déja trouvé. * Voyez N. 14.

51. Le Problême est également résolu d'avance pour l'hypothése dans laquelle les accroissemens des degrés du Méridien sont proportionels aux quarrés quarrés des Sinus des latitudes, quoique nous ne puissions pas réduire la solution à des termes si simples. Nous avons déja trouvé ** que GZ étoit alors égale aux $\frac{8}{15}$ de la gravicentrique entiere EGD moins les $\frac{3}{4}$ de l'arc GD, plus la quantité $\frac{4\,s^3}{15\,a}$. Ainsi pour obtenir la quantité dont le ** N. 20.

Figure 42. degré pris perpendiculairement au Méridien comme sur un grand cercle est plus grand que le degré de latitude correspondant, nous n'avons qu'à prendre dans la Table du N. 38 les $\frac{8}{15}$ de l'excès du 90me degré du Méridien sur le premier, soustraire de cette quantité constante les $\frac{3}{4}$ de l'excès du degré de latitude correspondant sur le même premier degré, & ajouter au reste la quantité $\frac{452}{15a}$ qui est les $\frac{4}{15}$ d'une troisiéme proportionelle au Sinus total & au Sinus de la latitude, pendant que l'excès du 90me degré du Méridien sur le premier sert de Sinus total.

De la longueur des degrés de grands cercles situés obliquement par rapport au Méridien.

52. On doit remarquer au surplus que tout ceci n'est applicable qu'aux arcs KN qui n'ont pas une longueur excessive; car s'ils avoient plusieurs degrés de longueur, ils cesseroient d'être perpendiculaires aux Méridiens, & il leur arriveroit à peu près la même chose qu'à un arc KT qui seroit très-oblique. Les verticales ou rayons KZ & TO qui terminent ce dernier arc seroient alors dans différens plans, sans pouvoir se rencontrer; conformément au paradoxe que nous avons expliqué dans la troisiéme Section. * Les verticales NO & TO qui appartiennent au même Méridien, ne peuvent pas manquer de se couper, elles sont dans le même plan BPC; au lieu que KZ est dans le plan du Méridien AP; & si on conçoit un autre plan ZKT qui passe par cette derniere verticale KZ & par l'arc KT, il est évident que la verticale TO du point T se trouvera éloignée de ce plan par en bas de toute la petite quantité OQ & fera avec le même plan l'angle OTQ. Pour juger donc de la valeur de l'arc KT qui est oblique par rapport au Méridien, ou pour connoître l'angle au cen-

* Voyez Num. 15.

tre de la Terre qu'il soutient, il faut que nous projettions la verticale TO sur le plan KZT; nous en trouverons une autre TQR, qui quoique fictice servira de rayon; & ce sera l'angle KRT qu'il faudra que nous regardions comme l'angle au centre, ou comme l'angle soutenu par l'arc proposé KT. Figure 42.

53. On n'a qu'à faire passer pour cela par le point G un plan parallele à la partie NM de la surface de la Terre, & former le petit triangle GOV dont les trois côtés soient paralleles aux trois correspondans du grand triangle KNT: & abaissant du point O la petite perpendiculaire OQ sur GV, on aura le point Q auquel se rapporte le point O, lorsqu'on le projette sur le plan ZKT. Mais l'arc KT étant supposé d'une longueur déterminée, comme d'un degré, plus il fera un grand angle avec le Méridien KM, plus l'arc de différence en longitude TM ou KN augmentera; ces arcs de longitude croîtront comme le Sinus de l'angle de l'obliquité TKM; il est évident que le petit arc ou la petite ligne droite GO augmentera dans le même rapport. D'un autre côté GQ augmente aussi en même raison, eu égard à GO; car dans le petit triangle GOQ rectangle en Q, l'angle en O complement de l'angle G ou de l'angle TKN, est égal à l'angle de l'obliquité TKM. Il suit donc de-là en composant les deux raisons, que GQ augmente comme le quarré du Sinus de l'angle formé par l'arc KT & par le Méridien: & si l'on fait attention qu'il y a même rapport de RG à GQ que du rayon GK au degré du Méridien, on en conclura que l'excès GR du rayon de l'arc KT sur le rayon KG, croît comme le quarré du Sinus de l'obliquité de cet arc.

54. Lorsque KT fait donc un plus grand angle avec le Méridien, son rayon KR augmente & approche davantage d'être égal au rayon KZ qui est son terme de grandeur, & le degré est parconséquent aussi plus

Figure 42. long. Ainsi on a ce Théoreme, qui convient aux sphéroïdes applatis de tous les genres, que plus *l'arc* KT *fait un grand angle avec le Méridien, plus le degré étendu sur cet arc est grand, & que son excès sur le degré correspondant de latitude est comme le quarré du Sinus de l'obliquité de la direction.* Nous avons trouvé ci-dessus dans une de nos deux hypothéses que le degré perpendiculaire au Méridien par 43^{d} 32$'$ de latitude étoit de 57390 toises & qu'il surpassoit le degré du Méridien de 271 toises; mais si l'arc ne décline du Méridien que de 30 degrés, le quarré du Sinus de cette obliquité étant quatre fois plus petit que le quarré du Sinus total, l'excès du degré étendu sur KT ne sera que de 68 toises par rapport au degré du Méridien, & sa longueur ne sera donc que de 57187 toises.

De la longueur des degrés de petits cercles paralleles à l'Equateur.

55. La longueur des degrés de petits cercles doit être sujette à d'autres loix qu'il seroit trop long d'examiner: il suffit de chercher celles que suivent les degrés des paralleles à l'Equateur qui sont les seuls qu'il est important de connoître & qui sont les seuls aussi qui se trouvent dans des petits cercles parfaitement réguliers. On découvre ordinairement leur étendue par cette analogie; le Sinus total est au Sinus complement de la latitude, comme la longueur des degrés de grand cercle est à celle des degrés du parallele. Cette proportion est exacte dans l'hypothése de la sphéricité de la Terre; au lieu qu'elle n'est légitime dans le cas présent que lorsqu'on prend pour degrés de grand cercle ceux qui sont perpendiculaires au Méridien. Le parallele dont KN est une portion, a les lignes KS & NS pour rayons, & ces rayons n'ont effectivement le rapport dont il s'agit, qu'avec les seuls rayons KZ ou NZ qui appartien-

nent au degré du grand cercle, étendu le long de KN. Figure 41.
Mais enfin puisque nous avons le moyen de trouver la longueur de ces derniers, rien ne nous empêchera de découvrir les autres. Nous devons ajouter que comme les degrés perpendiculaires au Méridien souffrent peu de changement, puisque depuis l'Equateur jusqu'au Pole, ils ne sont gueres sujets qu'au tiers de l'inégalité que reçoivent les degrés de latitude, on peut souvent négliger leur différence, en s'arrêtant à leur quantité moyenne; ce qui permettra dans plusieurs rencontres de chercher la longueur des degrés des paralleles, comme si la Terre étoit exactement sphérique.

56. C'est néanmoins ce que nous ne croyons pouvoir avancer qu'avec quelque restriction; car il se peut faire qu'on soit obligé de traiter la chose plus en rigueur dans l'usage même le plus ordinaire qu'on en fait, nous voulons dire dans la pratique de la Marine. Il arrive presque toujours que la longueur des degrés des paralleles se déduit directement de celle des degrés de latitude; & comme ces derniers admettent un changement environ trois fois plus grand, il est à craindre que cette plus grande inégalité ne cause dans la réduction quelque erreur sensible. Quoique nos Pilotes s'assurent le mieux qu'ils peuvent de la quantité du chemin qu'ils font en se servant des mesures itineraires, ils assujetissent cependant toujours, aussi-tôt qu'ils le peuvent, toutes leurs déterminations à l'observation immédiate des latitudes; ce qui leur donne la valeur de leur sillage en parties du degré du Méridien, quoique presque toujours sous une autre forme. Or lorsqu'on cherche ensuite le changement en longitude à proportion du changement en latitude, & qu'on employe pour cela l'analogie ordinaire ou des pratiques qui la renferment implicitement, on proportione sans y penser la longueur du rayon SK du parallele à l'Equateur sur le rayon KG de la curvité du Méridien au point K; au lieu de la regler sur le

rayon KZ. On rend de cette ſorte le rayon du parallele trop court & les degrés de ce cercle trop petits ; ce qui fait que le même intervalle doit répondre à un trop grand nombre de degrés & de minutes, & que les Pilotes ſe trompent toujours en excès, lorſqu'ils réduiſent les lieues de longitude en degrés.

Figure 41.

57. Il eſt évident qu'ils commettent une erreur qui eſt une pareille partie de la quantité fournie par leurs opérations, que ZG l'eſt de ZK. L'erreur eſt plus grande, lorſqu'on navige dans la Zone Torride & aux environs des Tropiques, parce qu'il y a plus de différence entre le rayon AC qu'il faudroit alors employer & celui AD dont on ſe ſert effectivement. Si l'on jugeoit, par exemple, par la comparaiſon des latitudes & par la direction de la route, qu'on a avancé 300 lieues vers l'Orient ou vers l'Occident ſur le parallele de 20 degrés, on croiroit trompé qu'on ſeroit par les regles vulgaires, qu'on a changé de Méridiens de $15^d\ 58'$; mais il faudroit retrancher de ce progrès une cent-huitiéme partie ou environ $9'$, parce que ZG eſt la cent huitiéme partie de ZK. Je marque ci-après la partie qu'il faut ſouſtraire lorſque la réduction ſe fait par les autres latitudes. C'eſt aux Pilotes à voir s'ils doivent employer cette petite correction, qui eſt d'ailleurs établie ſur des fondemens bien certains, quoiqu'elle ſe fut trouvé un peu différente ſi je l'avois tirée de la Table du N. 32, au lieu que je l'ai déduite de la Table du N. 38.

Corrections pour la réduction des degrés de longitude.

Latitudes moyennes.	Corrections Soustractives.	Latitudes moyennes.	Corrections Soustractives.
0d	$\frac{1}{112}$	55d	$\frac{1}{170}$
10	$\frac{1}{111}$	60	$\frac{1}{212}$
20	$\frac{1}{108}$	65	$\frac{1}{280}$
30	$\frac{1}{105}$	70	$\frac{1}{414}$
40	$\frac{1}{118}$	75	$\frac{1}{663}$
45	$\frac{1}{128}$	80	$\frac{1}{1518}$
50	$\frac{1}{144}$	85	$\frac{1}{5770}$

De la construction des Tables loxodromiques & de celles des parties Méridionales ou des latitudes croissantes ou réduites.

58. On peut, en suivant à peu près la même méthode, calculer les corrections dont ont besoin les Tables loxodromiques ordinaires & celles des latitudes croissantes ou réduites. Des Sçavans zelés pour l'utilité du Public & pour l'avancement de la Navigation, à la tête desquels il faut sans difficulté mettre Edouard Wright qui est le vrai inventeur des Cartes réduites, se donnerent la peine vers le commencement de l'autre siécle, de mettre ces Tables entre les mains des Marins, pour l'hypothése de la Terre exactement sphérique. Il seroit inutile d'en calculer d'autres absolument nouvelles pour en grossir ce Livre; il vaut mieux par toutes sortes de raisons nous borner à chercher les petites corrections qu'exigent les anciennes Tables, depuis que nous som-

mes bien sûrs que la Terre est un sphéroïde considérablement applati.

59. L'usage de la Boussole introduit dans la Marine est cause que les Navires tracent sur la surface de la Mer des lignes courbes que l'on a été long-tems sans bien connoître. Ce sont les loxodromies, lesquelles se détournent continuellement de la ligne droite ou de la direction des grands cercles pour faire toujours exactement le même angle avec tous les Méridiens qu'elles rencontrent. Si l'on suit, par exemple, le Nord-Est, la loxodromie ou la route du Vaisseau fait successivement un angle de 45 degrés avec tous les Méridiens qu'elle coupe, en tenant une espece de milieu entre les autres loxodromies plus ou moins obliques. On peut comparer ces lignes à des logarithmiques spirales dont elles ne différent que parce que celles-ci sont tracées sur un plan, au lieu que les loxodromies sont décrites sur une surface courbe; de sorte que les logarithmiques spirales ne forment qu'un cas particulier de ces autres
Figure 42. courbes. L'arc KT (Fig. 42) peut représenter une petite portion d'une de ces lignes, qu'il est naturel de faire commencer à l'Equateur & qui ne se termine au Pole qu'après avoir fait une infinité de révolutions au tour de ce point. A mesure que le Vaisseau, qui décrit la loxodromie en suivant la route indiquée par la Boussole, s'éloigne de l'Equateur, il fait aussi du progrès en longitude; il passe successivement sur différens Méridiens. Il s'agit de trouver la relation qu'il y a entre ces deux progrès, entre le changement en latitude & le changement correspondant en longitude. Nous nous contenterons de chercher cette relation pour la loxodromie dont l'obliquité est de 45 degrés, parce qu'il est facile d'y rapporter toutes les autres; & qu'outre cela celle-ci a l'avantage de servir plus particulierement à la construction des Cartes réduites, comme on le montre ordinairement dans les traités de Marine, d'après

Edouard

Edouard Wright qui l'a découvert le premier.

60. Nous nommerons a le Sinus total, & nous indiquerons par s le Sinus variable des latitudes & par ds la différentielle de ces Sinus. Nous aurons en même tems $\frac{ads}{\sqrt{a^2-s^2}}$ pour le petit arc de cercle correspondant à l'accroissement ds du Sinus; & quelque soit la longueur absolue du petit arc KM du Méridien, il est certain que $\frac{ads}{\sqrt{a^2-s^2}}$ exprimera sa valeur angulaire si ds est le changement que reçoit le Sinus s de la latitude depuis K jusqu'en M. D'une autre part, la loxodromie ayant une obliquité de 45 degrés, tous les petits triangles, comme KMT rectangles en M, sont isoscelles, les petits côtés KM & MT sont égaux; mais MT vaut d'autant plus de scrupules de minute ou seconde, qu'il fait partie d'un plus petit cercle. Si nous voulions avoir sa valeur angulaire ou la grandeur de l'angle qu'il soutient, il faudroit dans l'hypothése de la Terre sphérique, faire cette analogie, le Sinus de complement $\sqrt{a^2-s^2}$ de la latitude est au Sinus total a comme $\frac{ads}{\sqrt{a^2-s^2}}$ valeur angulaire de KM est à $\frac{a^2ds}{a^2-s^2}$ qui est celle de MT ou de AB qui est la même, & qui est en même tems le petit progrès en longitude relatif au petit progrés KM en latitude. C'est donc $\frac{a^2ds}{a^2-s^2}$ qu'il faudroit intégrer pour trouver le changement sensible ou total en longitude qui répondroit à tout le progrès en latitude dont s est le Sinus, si la Terre étoit exactement ronde.

Figure 41.

61. Il n'est pas difficile de déduire de cette formule $\int\frac{a^2ds}{a^2-s^2}$ une regle très-simple dont la premiere origine n'est dûe qu'au hazard, mais que plusieurs Géometres ont établie depuis & démontrée d'une maniere exacte, principalement M. Halley. C'est que lorsqu'il s'agit de la loxodromie dont l'obliquité est de 45 degrés

& qu'on veut trouver l'arc de l'Equateur qui répond à
Figure 42. une de ses portions, interceptée entre deux paralleles déterminés, il n'y a qu'à chercher dans des tables de logarithmes qui ne contiennent que sept chiffres après la caractéristique, les logarithmes tangentes de la moitié de la distance des deux paralleles à un des Poles, & divisant l'excès d'un de ces logarithmes sur l'autre par le nombre constant 1263, on aura au quotient l'arc de l'Equateur ou la différence en longitude exprimée en minutes. Si l'on part, par exemple, de l'Equateur & qu'en suivant le NE on parvienne par 80 degrés de latitude, la différenee des deux tangentes logarithmiques, sera 10580482 & si on la divise par 1263, il viendra 8377′ ou 139^d 37′ pour le progrès en longitude. Ce résultat est conforme aux tables loxodromiques & à celles des parties méridionales ou latitudes croissantes qui sont entre les mains des Pilotes, mais qui ont été calculées par des méthodes très-différentes, incomparablement plus longues, quelquefois un peu trop hazardées, & qui étoient outre cela sujettes à cette extrême incommodité, qu'il falloit passer par le calcul de tous les degrés précedens, avant que de parvenir aux degrés suivans. La regle que nous venons de rapporter peut, comme nous l'avons dit, se déduire de la formule $\int \frac{a^2\, ds}{a^2 - s^2}$; mais il y a un moyen bien plus facile d'en démontrer la certitude. Il suffit de projetter la loxodromie sur un plan qui soit tangent au Pole, pendant que l'œil est placé dans le Pole opposé; on verra aisement que la ligne courbe qui résulte de cette projection est une logarithmique spirale. Les abscisses de cette derniere ligne feront en se coupant au Pole des angles égaux à ceux que font entr'eux les Méridiens; & les longueurs de ces abscisses seront égales ou proportionelles aux tangentes de la moitié des complemens des latitudes. Une autre proprieté des loxodromies dans

la Sphére, & que je crois qu'on n'a point encore remarquée, quoiqu'elle soit extrêmement simple, c'est que si on projette ces lignes non pas sur un plan parallele à l'Equateur, mais sur une surface cilindrique qui ait pour axe, l'axe même de la Terre & que l'œil reste toujours dans la même place, il résultera encore une logarithmique, mais une logarithmique ordinaire, qui aura pour axe ou pour asymptote la circonférence du cercle qui sert de base au cilindre & qui passe par l'œil. Figure 42.

62. On nous pardonnera sans doute volontiers cette digression, qui après tout n'en est pas une, puisque nous nous proposons de rapporter la loxodromie tracée sur les sphéroïdes, à cette même ligne courbe tracée sur la Sphére. La réduction que nous avons employée, en cherchant la valeur angulaire de MT ou de AB n'est pas exacte, aussi-tôt que la Terre n'est pas parfaitement sphérique. Nous avons vû plus haut N. 56 que dans l'état réel d'applatissement où se trouve notre globe, on se trompe en excès par la réduction ordinaire, dans le même rapport que KZ est plus grande que KG. Ainsi nous avons $\frac{KG}{KZ} \times \frac{a^2\,ds}{a^2 - s^2}$ pour la valeur exacte que nous cherchons, & si nous mettons KZ — ZG à la place de KG, nous la changerons en $\frac{KZ - ZG}{KZ} \times \frac{a^2\,ds}{a^2 - s^2}$ & en $\frac{a^2\,ds}{a^2 - s^2} - \frac{ZG}{KZ} \times \frac{a^2\,ds}{a^2 - s^2}$. Or il ne nous reste plus qu'à considérer après cela que, puisque le premier terme de cette expression générale marque toujours la différence en longitude pour l'hypothése de la Terre sphérique, il suffit d'intégrer le second terme, pour découvrir les corrections qu'il faut faire aux tables que nous avons déja & qui contiennent les résultats du premier terme.

63. Nous n'aurons comme il est évident pour nous servir de cette formule générale $\int \frac{ZG}{KZ} \times \frac{a^2\,ds}{a^2 - s^2} \ldots$

qu'à y introduire les valeurs particulieres de ZG & de KZ tirées des figures sphéroïdales que nous attribuerons à la Terre. Si l'on adoptoit l'hypothése dans laquelle les accroissemens des degrés du Méridien par rapport au premier sont proportionels aux quarrés des Sinus des latitudes, nous n'aurions qu'à désigner par a la longueur de la gravicentrique en la supposant égale au Sinus total; & désignant en même tems par b le rayon AD du premier degré de latitude, nous aurions $b + \frac{s^2}{a} = AD + DG$ pour la valeur de KG, & $\frac{2a^2 - 2s^2}{3a}$ pour celle de ZG. * Ainsi notre formule se changeroit en $\frac{2a^2 - 2s^2}{2a^2 + 3ab + s^2} \times \frac{ads}{a^2 - s^2} = \frac{2ads}{2a^2 + 3ab + s^2}$ dont l'intégration dépend de la rectification des arcs de cercle, mais dont on peut abreger le calcul par le moyen des séries. La quantité précédente deviendra $\frac{2ads}{2a+3b} - \frac{2s^2ds}{\overline{2a+3b}^2} + \frac{2s^4ds}{a \times \overline{2a+3b}^3} -$ &c. & en intégrant, on aura $\frac{2as}{2a+3b} - \frac{2s^3}{3 \times \overline{2a+3b}^2} + \frac{2s^5}{5a \times \overline{2a+3b}^3} -$ &c. On peut se contenter dans la pratique de se servir simplement de $\frac{2a}{2a+3b} \times s$. Il n'y aura qu'à évaluer s en minutes, en se souvenant que le Sinus total est égal à très-peu près à un arc de $57^d\ 18'$ ou de $3438'$, & quant à la fraction $\frac{2a}{2a+3b}$ ou $\frac{\frac{2}{3}a}{\frac{2}{3}a+b}$ par laquelle il faut toujours multiplier les Sinus s, il est facile de voir qu'elle marque le rapport qu'il y a entre la longueur du degré de l'Equateur, & son excès sur le premier degré de latitude. Cette fraction est le double de celle qui exprime la différence des deux axes. Dans l'hypothése présente, la différence des deux axes est de $\frac{1}{222}$; & la fraction $\frac{2a}{2a+3b}$ dont nous devons nous servir est $\frac{1}{111}$. Il suit de-là que dans les sphéroïdes plus ou moins applatis,

Figure 42.

* Voyez Num. 14. & 15.

mais du même genre, les corrections dont il s'agit sont proportionelles aux quantités de l'applatissement. Figure 42.

64. Nous supposerons pour ne pas laisser ceci sans quelque application ou sans quelque exemple, qu'en partant de l'Equateur & en singlant au N E, on continue la même route jusques par 80 degrés de latitude. Nous avons trouvé ci-devant que dans l'hypothése de la Terre sphérique, la différence en longitude seroit de 8377′. Mais le Sinus de 80 degrés, évalué en minutes étant de 3386′, si on le multiplie par $\frac{1}{111}$, il viendra $30'\frac{1}{2}$ qui sont donc à retrancher de 8377′, & on aura $8347\frac{1}{2}$ ou $139^{d}\,7\frac{1}{2}'$ pour la diff. en long. sur le sphéroide. J'ai calculé de cette maniere un assez grand nombre de correction, pour pouvoir en former une petite table, & on conviendra si on la consulte que la chose mérite qu'on y ait égard, principalement lorsqu'il s'agit de loxodromies qui font avec le Méridien des angles de plus de 45 degrés. Car les corrections ou différences sont proportionelles aux arcs même de longitude lorsque toutes les autres circonstances sont les mêmes; elles sont comme les tangentes des obliquités des directions, dans les routes plus ou moins obliques qui sont terminées par les mêmes paralleles.

65. Le calcul ne sera gueres plus difficile si l'on veut que les excès des degrés de latitude sur le premier soient comme les quatriémes puissances des Sinus. Nous avons vû que ZG est alors égale à $\frac{8a^4+4a^2s^2-12s^4}{15a^3}$, & .. $KG = AD + DG = b + \frac{s^4}{a^3}$. * La petite correction élémentaire $\frac{ZG}{KZ} \times \frac{a^2\,ds}{a^2-s^2}$, se réduira donc à . . . . . $\frac{8a^4\,ds + 12a^2s^2\,ds}{8a^4+15a^3b+4a^2s^2+3s^4}$; & si on l'intégre après l'avoir convertie en série, on aura pour ses deux premiers termes $\frac{8as}{8a+15b} + \frac{64a+180b}{3a\times 8a+15b^2} \times s^3$ auxquels on peut se borner. J'ai calculé par leur moyen les petites corrections *Num. 20.

dont il eſt queſtion, & j'ai reconnu que deux choſes contribuoient à les rendre un peu plus grandes que dans l'autre hypothéſe ; l'eſpece du ſphéroide, parce que l'applatiſſement eſt d'une 179me partie, & le genre même du ſphéroide qui avec le même degré d'applatiſſement produit ſur la longitude des diminutions un peu plus fortes.

66.

Corrections dont ont beſoin les tables ordinaires des latitudes croiſſantes.

Latitudes.	Hypothéſe du N. 32.	Hypothéſe du N. 38.	Latitudes.	Hypothéſe du N. 32.	Hypothéſe du N. 38.
	Corrections Souſtractives.	Corrections Souſtractives.		Corrections Souſtractives.	Corrections Souſtractives.
Degr.	Minutes.	Minutes.	Degr.	Minutes.	Minutes.
5	3	3	45	21	27
10	5	6	50	23	30
15	8	8	55	25	34
20	11	11	60	26	37
25	13	14	65	27	39
30	15	17	70	28	41
35	17	20	75	29	43
40	19	24	80	30	44
			85	31	45

SEPTIEME SECTION.

Détail des Expériences ou Observations sur la gravitation, avec des remarques sur les causes de la Figure de la Terre.

1. APrès avoir discuté tout ce qui a rapport à la Figure de la Terre considérée comme corps Géometrique, il nous reste avant que de terminer cet ouvrage à vérifier les faits qui peuvent nous procurer quelque legere connoissance sur la conformation intérieure de cette grande masse, considérée comme corps Physique. Nous n'entreprendrons point de nous élever jusqu'à une Théorie complette de la Figure de la Terre; parce que nous ne voulons rien donner s'il est possible à nos conjectures. Nous ne nous proposons en excluant tout ce qui est hypothétique que d'adopter les conséquences auxquelles on est conduit nécessairement par l'autorité des observations. Cependant les réflexions que nous ferons sur les expériences dont nous rendrons compte, répandront un nouveau jour sur tout ce sujet, & découvriront en même tems les motifs que nous avons eu de mettre des limites si étroites à nos recherches.

2. La premiere question qui se présente sur cette matiere, c'est de marquer quelle part peut avoir à l'applatissement de la Terre la pesanteur qui la comprime de tous les côtés, en poussant tous les graves vers certains points. Nous sçavons, depuis que M. Richer en fit la premiere remarque, que cette force n'est pas égale partout. * Elle est plus grande vers les Poles & plus petite vers l'Equateur : c'est ce qui s'accorde parfaitement

* En 1672 dans le voyage de Cayenne.

avec la Figure de la Terre qui paroît effectivement avoir cedé un peu à la plus grande preſſion vers les Poles, & s'être élevée au contraire un peu vers l'Equateur où la force comprimante étoit plus foible. Mais l'effet répond-il exactement à la cauſe dont on veut qu'il dépende? La différence dans la peſanteur eſt-elle portée aſſez loin pour qu'on puiſſe lui attribuer toute l'inégalité que nous avons vû qu'il y avoit entre les deux diamétres de notre Globe? Pour pouvoir répondre à cette queſtion, il faut déterminer par des expériences exactes combien la peſanteur eſt effectivement différente dans les différens climats. M. Richer nous en a fourni lui-même la méthode, & il nous ſuffit de pouſſer l'attention un peu plus loin à l'égard de quelqu'unes des circonſtances de cet examen. Puiſque c'eſt la peſanteur qui perpetue les balancemens des pendules auxquels nous imprimons un premier mouvement; il eſt évident que lorſque cette force eſt plus foible, le même pendule doit faire ſes oſcillations plus lentement, & que ſi on veut qu'elles ſoient toujours exactement de même durée, toujours par exemple d'une ſeconde de tems moyen, il faut accourcir ce pendule, afin que les arcs ſemblables deviennent un peu plus petits, & puiſſent être parcourus dans le même tems, malgré la diminution de la viteſſe. Ainſi nous avons deux moyens de reconnoître le changement que ſouffre la peſanteur, lorſqu'on paſſe d'une Region dans une autre; nous n'avons qu'à examiner combien un pendule de même longueur fait ſes oſcillations plus promptement ou plus lentement; ou bien nous n'avons qu'à chercher la longueur exacte du pendule dont les oſcillations ſont préciſement de la même durée comme d'une ſeconde de tems: les différences que nous trouverons dans la longueur de ce pendule nous marqueront les changemens même que reçoit la peſanteur d'un climat à l'autre.

I.

I.

Détail des expériences faites pour déterminer la longueur du Pendule à secondes.

3. C'est au Petit-Goave dans l'Isle de Saint Domingue que j'ai fait mes premieres expériences sur les pendules : elles ont été rapportées dans les Mémoires de l'Académie de 1735 & de 1736. On m'en a, dans quelques autres Livres, attribué d'autres, faites avant mon départ pour le Pérou ; mais je puis protester que je ne me suis jamais occupé de ces sortes d'expériences que pendant mon voyage & depuis mon retour. Ce n'est pas que je ne sentisse qu'il étoit très-important d'avoir en France un premier terme de comparaison ; mais outre que je n'avois pas les instrumens nécessaires & qu'il me manquoit du tems, je sçavois que nous trouverions tout ce que nous pouvions souhaiter, dans les expériences exactes auxquelles M. de Mairan travailloit alors. Qu'on ait souvent défiguré les miennes, en les rapportant ; je n'en suis nullement surpris ; on peut aisément se méprendre en transcrivant des nombres ; mais qu'on m'en ait attribué d'absolument supposées & de visiblement fausses ; c'est, je l'avoue, ce que je ne tenterai pas d'expliquer. Je crois après cela que le Public ne désaprouvera pas que je souhaite de rendre compte moi-même de mes propres observations. Je suis autorisé à faire cette demande par plus d'un trait de la même espece, que je méprise assez pour ne pas relever, mais auxquels je voudrois bien n'être pas exposé davantage.

4. L'instrument dont je me suis presque toujours servi & dont je me sers encore, est de la plus grande simplicité. Je fais le pendule toujours exactement de la même longueur, & je compare ses oscillations à celles

d'une Horloge que je regle sur le Ciel par des observations journalieres. Ce n'est donc pas à proprement parler par la différente longueur du pendule que je juge de l'intensité de la pesanteur à laquelle nous sommes sujets dans les différens climats, je n'en juge que par le plus ou le moins de promptitude des oscillations ou par le nombre que le pendule en fait en 24 heures. Mais l'un revient à l'autre : nous sçavons le rapport qu'il y a entre ces deux quantités, & il me paroît beaucoup plus aisé de répondre du nombre des oscillations, que d'appercevoir immédiatement quelques centiémes de ligne sur la longueur d'un pendule qu'on est sujet à ralonger ou à raccourcir.

5. Le petit poids de cuivre dont je me sers est formé de deux cones tronqués joints par leur plus grande base ; je le suspends par le moyen d'un fil de pite très-fin * à une pince dont l'autre extrêmité faite en tariere est propre à entrer dans les murs, & je donne toujours à ce fil la même longueur, en le mesurant avec une regle de fer que j'applique auprès, entre la pince & le haut du petit poids. J'avois remarqué toutes les difficultés qu'on trouvoit à mesurer la longueur du fil lorsqu'on la rendoit différente dans les diverses expériences, & lorsqu'il s'agissoit par le moyen d'un compas à verge ou autrement, de la rapporter à nos mesures ordinaires. J'avois vû d'autres instrumens plus compliqués qui ne faisoient pas cesser mes scrupules, quoiqu'ils diminuassent beaucoup le travail de l'Observateur. Il me paroissoit que j'évitois tous les inconvéniens en allant, comme je le faisois, directement au but. Il ne s'agissoit pour moi que de mesurer une bonne fois pour toutes

* La pite est une espece d'Aloès qui est très commun dans l'Amérique. La feuille qui en est très-épaisse & qui se termine en pointe fournit, lorsqu'on la macere, des fibres assez longues, très-fortes & assez déliées dont les Indiens font divers ouvrages. Je me suis assuré en formant des Hygrométres avec ces fibres, qu'elles ne changent pas sensiblement de longueur par les vicissitudes du tems.

la regle de fer dont je me servois, de même que l'axe du petit poids de cuivre.

6. Les Figures 43 & 44 représentent le tout. On voit en AB (Figure 43) la pince qui a 7 pouces de longueur, y compris la tariere par laquelle elle se termine par l'autre extrêmité. Le petit poids doublement conique est représenté par EP dont l'axe est d'un peu plus 10 lignes : & on voit à côté le haut & le bas de la regle de fer dont la longueur CF jointe au demi-axe du petit poids, fait 36 pouces $7\frac{1}{30}$ lig. au lieu de 36 pouces 7 lignes que je me proposois de donner au tout. Lorsque je veux mesurer le fil je mets l'arrête CD tout auprès, en la plaçant perpendiculairement à la longueur de la pince. Quelqu'un tient la regle de fer comme suspendue dans cette situation, & je regarde ensuite en bas si l'extrêmité FG touche exactement au bord du petit plan E. Le bord E m'offre un terme commode, & il suffit que la regle de fer ne soit sujette à aucun mouvement, de même que le petit poids, pour que je puisse examiner d'aussi près qu'il est nécessaire si les deux longueurs sont égales ; je puis me servir d'une loupe, m'aider d'une lumiere opposée ou de celle du jour, &c. Il m'est très-facile aussi, lorsque le fil est trop long ou trop court, de changer sa longueur par des degrés insensibles. Je l'attache toujours avec de la cire non pas au-dessus de la pince, mais en dehors à côté, après l'avoir fait passer sur une des deux branches ou machoires, & je ne fais qu'introduire un peu plus ou un peu moins de petits coins diversement épais entre le fil & le dessus de la pince, que je laisse entre-ouverte, & que je ne ferme par le moyen de la vis H, que lorsque je suis satisfait. Je prends bien garde encore, si le fil de pite conserve en haut toute sa souplesse, & si à force d'avoir été pressé par la pince, il n'a pas contracté quelque roideur qui nuise aux oscillations.

Figure 43.

Figure 43. 7. La distance du point de suspension au centre de gravité du petit poids se trouve après cela de 36 pou. $7\frac{1}{30}$ lig. Le centre d'oscillation seroit un peu plus bas, par la raison que la partie inferieure du poids reçoit plus de mouvement que la superieure; si ce n'est que la pesanteur du fil, quoique petite, n'est pas absolument à négliger. Elle fait que le centre d'oscillation s'éleve & se rapproche non-seulement de celui de figure du petit poids, mais passe un peu au-dessus. Eu égard à tout le pendule est de 36 pouces $7\frac{15}{1000}$ lig. de longueur; ce qu'il me suffit d'avoir bien examiné une fois, parce que le fil de pite dont je me sers est toujours à peu près de la même finesse: 10 toises de ce fil pesent 4 grains; au lieu que le petit poids de cuivre pese une once 5 gros & 2 grains. J'ai d'ailleurs eu le soin de m'assurer que ce petit poids ne contenoit point de souflure secrete qui nuisît à l'exactitude des résultats. Je l'ai renversé plusieurs fois, en réiterant mes expériences, pour voir si je trouverois toujours la même chose. J'ai la commodité de le suspendre par l'une ou l'autre extrêmité. Il est percé selon son axe, & j'ai un petit cilindre ou une broche pour remplir presque tout ce trou, & de plus un petit bouchon de cuivre que je mets de l'autre côté & qui est lui-même percé d'un trou très-fin, dans lequel j'introduis l'extrêmité du fil.

8. J'ai cru devoir me faire une loi de donner 2 pouces d'étendue aux premieres oscillations, que j'ai vû ensuite diminuer toujours sensiblement en progression Géometrique en tems égaux. Au sommet de Pichincha, 2434 toises au-dessus du niveau de la Mer, elles perdoient la moitié de leur amplitude en 22 ou 23 minutes: au lieu qu'au bord de la Mer il ne leur falloit que 14 ou 15 minutes pour faire la même perte. Enfin lorsqu'il s'agit de comparer leur durée à celles de l'Horloge qui est reglée sur le tems moyen ou dont au moins je connois la marche, j'appelle toujours à mon

ſecours l'uſage de deux ſens, l'ouïe & la vûe; car je fais toujours l'expérience à aſſez peu de diſtance de l'Horloge pour que j'en entende les battemens, pendant que je regarde les allées & les venues du petit poids doublement conique & que je les rapporte à une Echelle que je mets un peu plus haut derriere le fil. C'eſt je crois la meilleure façon de reconnoître ſi les deux mouvemens s'accordent. L'œil & l'oreille s'aident reciproquement, en partageant, pour ainſi-dire, le travail: & l'Obſervateur moins embaraſſé, réuſſit plus aiſément à donner ſon attention à tout. Figure 43.

9. Le ſynchroniſme exact ceſſe preſque toujours au bout d'un certain tems, & à la longue la différence va juſqu'à une oſcillation entiere. Alors les allées ou les venues ne s'accordent plus avec les battemens de l'Horloge, qui dénotent des ſecondes d'un nombre pair ou impair; mais elles ſe font avec des ſecondes d'une dénomination contraire. Je ſuis même en état de diſtinguer les fractions d'oſcillation lorſque la différence eſt moins conſidérable. La Figure 44 repréſente l'Echelle que je place en bas derriere le fil du pendule ſimple & qui partage en petites parties égales, non pas l'étendue de chaque balancement mais ſa durée. La ligne horiſontale OO marque l'étendue des plus grands, & les lignes comme RR qui ſont au-deſſous marquent l'étendue de ceux qui ſont déja diminués. La ligne verticale MN qui eſt exactement au milieu, répond au milieu de la durée de chacun; car la réſiſtance de l'air eſt ſi petite, que la différence qu'elle produit d'une demie oſcillation à l'autre n'eſt pas ſenſible. Je donne 1000 parties à MO, je fais les intervalles O1, O2, O3, O4 & O5, de 4 de ces mêmes parties, de 134, de 293, de 500 & de 742; & toute la durée de l'oſcillation ſe trouve enſuite diviſée en douziémes. Ainſi il ſuffit de remarquer en quel endroit répond le pendule d'expérience lorſque les battemens de l'Horloge ſe

font entendre, & on sçait exactement combien a gagné ou perdu le pendule.

10. Je crois qu'il n'est pas nécessaire d'insister davantage sur toutes ces choses. Il est tems de rapporter les expériences; & afin d'être plus court, je ne descendrai dans le détail des circonstances particulieres qu'à l'égard d'une seule. Je choisirai une de celles que je fis sur le sommet pierreux de Pichincha au mois d'Août 1737. La force de la pesanteur étoit non seulement plus foible dans ce poste, parce que nous étions presque sur l'Equateur; mais encore parce que nous étions à une très grande hauteur au-dessus de la surface de la Mer; deux causes considérables de ralentissement dans les oscillations, & qui devoient rendre le pendule à secondes le plus court qu'il sera jamais possible de l'observer. Mais ce qui me détermine encore plus à choisir cette expérience & à la proposer pour exemple, c'est que j'aurai occasion de rectifier ce qui en a été dit dans le Recueil imprimé à Madrid. (page 327.)

11. L'extrême rigueur du poste où nous nous trouvions ne nous permettoit pas de faire suivre à peu près à l'Horloge par des tentatives réiterées, le mouvement du Ciel. Nous étions fort heureux de réussir à en connoître l'état avec assez d'exactitude. Nous manquâmes souvent de hauteurs correspondantes, & il nous fallut avoir recours à la Trigonométrie sphérique pour déterminer l'heure des observations, qui étoient assez multipliées, mais qui ne se trouvoient pas faites à des distances égales du Méridien. Le 31 Août le pendule retardoit par jour de 5′ 6″ sur le tems moyen. Tout étant préparé pour l'expérience, je mis à 9 heures 38′ du matin le pendule simple d'accord avec l'Horloge. Mais il gagna 11 oscillations en 58′; il en gagna 15 en 1 heure 19′, & il se trouva en avoir gagné 21 à 11 heures 27½′.

12. Ainsi il en eut gagné à proportion 274 ou 275 pendant les 24 heures de la pendule; c'est-à-dire que

pendant que celle-ci faisoit 86400 battemens, & qu'elle en eut fait 86707, si elle eut été exactement reglée sur le tems moyen, le pendule d'expérience faisoit 86675 vibrations. Ce dernier alloit donc encore un peu trop lentement, il manquoit 32 oscillations qu'il n'en fit assez en 86707 secondes; & il étoit par conséquent un peu trop long. Pour sçavoir de combien il eut fallu le racourcir, il n'y a qu'à faire cette analogie; le quarré de 86707 est à celui de 86675, comme la longueur 36 pouces $7\frac{15}{1000}$ lignes du pendule d'expérience est à 36 pouces $6\frac{69}{100}$ lignes. Ou bien pour trouver la même chose d'une maniere plus simple & presque aussi exacte, il n'y a qu'à retrancher autant de centiémes de ligne de la longueur du pendule qu'il y a d'oscillations de différence sur le nombre fait en 24 heures. On trouve de cette sorte que le pendule qui bat les secondes de tems moyen sur l'Equateur & dans l'endroit accessible de la terre le plus élevé, est de 36 pouces $6\frac{69}{100}$ lig. Je fis dans le même poste d'autres expériences qui s'accorderent avec celle-ci aussi exactement qu'il étoit possible; de même que celles que fit D. Antonio de Ulloa, à qui je devois être ravi de prêter mes instrumens, & de procurer le plaisir de prendre part à une observation rare que l'occasion ne se présenteroit peut-être jamais de repéter. *

13. J'ai trouvé par les mêmes procédés & avec le secours des mêmes instrumens, la longueur du pendu-

* Il suffit de donner une des expériences de M. de Ulloa. Il la fit le 5 Septembre au soir, lorsque la marche un peu irréguliere de l'Horloge la faisoit retarder de 5′ 11″ par jour sur le tems moyen. Il commença à comparer les balancemens du pendule simple avec les battemens de l'Horloge à 4 heures $55\frac{1}{2}$′. Le pendule simple avoit gagné 6 oscillations à 5 heures $16\frac{1}{3}$′ il en avoit gagné 12 à 5 heures $47\frac{1}{5}$′ & 16 à 6 heures $7\frac{1}{6}$′. Ainsi il en eut gagné à proportion 280 ou 282 en 24 heures de l'Horloge. Et si on acheve le calcul en se ressouvenant que le pendule d'expérience étoit de 36 pouces $7\frac{15}{1000}$ lignes, lorsqu'on a égard à la distinction qu'il faut mettre entre le centre d'oscillation & celui de gravité, on trouvera par cette expérience que l'exacte longueur du pendule à secondes sur le sommet de Pichincha est de 36 pouces $\frac{715}{1000}$ lig.

le à Quito de 36 pouces 6 lignes & 82 ou 83 centiémes. C'eſt ce que j'ai vérifié en divers tems & dans toutes les ſaiſons de l'année ; aux tems de l'Aphélie & du Périhélie, aux environs des Equinoxes, & lorſque le Soleil ſe trouvoit dans les points intermédiaires : les réſultats extrêmes étoient 36 pouces 6.79 lig. & 36 pou. 6.85 lig. De ſorte qu'il ne m'eſt toujours venu de différences, que celles que j'ai pû attribuer aux erreurs inévitables des obſervations. Le haſard même a voulu que j'euſſe une démonſtration inconteſtable, qu'il ne falloit pas aſſigner d'autre cauſe à ces petites inégalités. Car j'ai trouvé ſouvent les différences en des ſens oppoſés, lorſque je me ſuis ſervi de divers inſtrumens. Je voulois voir ſi les révolutions diurnes de la Terre n'étoient pas ſujettes à quelque irrégularité ſenſible par nos changemens de diſtance au Soleil, comme on pourroit le ſoupçonner. Il eſt certain que pour peu qu'on ſuppoſe de variation dans la promptitude de nos révolutions diurnes d'une ſaiſon à l'autre, les graves doivent participer plus ou moins aux effets de la force centrifuge ; ils doivent faire plus ou moins d'effort pour s'éloigner du centre, & cet effort doit détruire une plus grande ou une moindre partie de leur tendance vers la Terre. C'eſt l'objet d'un examen auſſi important pour l'Aſtronomie que pour la Phyſique ; & s'il eſt un endroit au monde où l'on puiſſe s'en occuper avec plus d'apparence de ſuccès, c'eſt à Quito, où la température de l'air eſt toujours ſenſiblement la même. Si l'on y obſervoit donc d'un tems à l'autre quelque différence dans la longueur du pendule, on ne pourroit pas douter qu'elle ne fût un effet univerſel & coſmique, qui dépendît de quelque inégalité dans la force même de la peſanteur. Mais dès le 15 Septembre 1737 j'avertis Meſſieurs Godin & de la Condamine, afin qu'ils puſſent vérifier la choſe, s'ils le jugeoient à propos, que malgré mes tentatives, je ne remarquois rien que de conſtant dans la longueur

longueur du pendule à ſecondes : j'ai depuis toujours trouvé la même choſe en réiterant mes expériences dans mes ſéjours à la Ville, quoique j'employaſſe un pendule invariable dont je pouvois me promettre une grande préciſion. Cet inſtrument eſt décrit dans les Mémoires de 1735, * & je le fis raccomoder exprès à Quito pour cette vérification.

* Voyez la pag. 526. & ſuiv.

14. Lorſque je deſcendis vers la Mer du Sud en 1740, je portai avec moi toutes les pieces repréſentées dans la Figure 43, & je trouvai par pluſieurs réſultats qui ne différoient entr'eux que de 4 centiémes de ligne que le pendule à ſecondes étoit de 36 pou. $7\frac{7}{100}$ lig. Je n'étois éloigné de l'Equateur que de 14 à 15′, & j'étois à peine élevé de 40 toiſes au-deſſus du niveau de la Mer. Toutes ces circonſtances m'autoriſent à regarder cette détermination comme celle du vrai pendule Equinoxial. Enfin j'ai trouvé au petit Goave qui eſt par 18ᵈ 27′ de latitude Septentrionale la longueur du pendule de 36 pou. $7\frac{1}{4}$ lig., & il me vient $1\frac{75}{100}$ lig. pour la petite quantité dont il eſt plus long à Paris qu'à Quito. C'eſt ce qui m'eſt encore mieux confirmé par l'uſage d'un autre inſtrument que je fis faire à Quito avant mon départ de cette Ville, pour me tenir lieu de celui dont j'ai parlé, qui avoit été conſtruit à Saint Domingue & qui n'étoit pas aſſez portatif. Je n'ai fait donner au ſecond que 16 pouces de longueur, & j'ai fait placer ſa lentille horiſontalement, par des raiſons que j'aurai peut-être occaſion d'expliquer, dans quelque autre tems. Enfin je mets ici ſous les yeux des Lecteurs les réſultats de toutes mes expériences, en comprenant celles que je fis à Portobello, lorſque j'y paſſai pour aller au Pérou.

		Longueurs fournis par l'expérience.			
15.					
Sous l'Equateur à	2434 toiſ. de hauteur abſolue.	36	pou.	6.70	lig.
	1466 toiſ. de hauteur abſolue.	36	pou.	6.83	lig.
	Au niveau de la Mer.	36	pou.	7.07	lig.
A Portobello par 9 deg. 34′ de latitude.		36	pou.	7.16	lig.
Au Petit-Goave par 18 deg. 27′ de latitude.		36	pou.	7.33	lig.
A Paris.		36	pou.	8.58	lig.

Réduction qu'il faut faire aux longueurs du Pendule trouvées immédiatement par l'expérience.

16. Si tous les Pays dans lesquels on cherche la longueur du pendule jouissoient de la même température, & qu'outre cela la constitution de l'Atmosphére fût exactement la même par tout, on pourroit se dispenser de faire aucune réduction aux résultats fournis immédiatement par l'expérience. Mais non-seulement les divers degrés de la chaleur doivent apporter de la différence dans la longueur des mesures & en faire paroître dans la longueur du pendule, l'air qui est plus ou moins condensé dans chaque Région doit retarder inégalement la vitesse des oscillations, & obliger l'Observateur de racourcir ou d'allonger réellement le pendule pour le faire s'accorder avec la marche du Ciel. Ainsi il y a deux causes qui contribuent à faire trouver la longueur du pendule différente. La premiere ne change pas effectivement cette longueur, elle la fait seulement paroître différente, selon que les mesures dont on se sert sont diversement alterées par le froid ou par le chaud : mais l'autre y apporte réellement de l'inégalité, puisqu'elle produit à peu près le même effet que si la pesanteur devenoit réellement plus ou moins grande. On voit assez que c'est-là le sujet de deux nouveaux examens qui nous intéressent.

17. J'ai déja dit quelque chose des expériences que

j'ai faites au Pérou pour découvrir l'altération que peuvent souffrir les mesures par le chaud & par le froid. Il ne s'agit pas ici de ces changemens excessifs que produit la chaleur immédiate d'un Soleil ardent: car toutes les expériences sur la pesanteur se font dans des endroits retirés & fermés, où le degré du Thermométre est plus uniforme; & puisque nous avons constaté l'état de nos mesures pour la température de Quito qui ne différe pas de celle de Paris au milieu du Printems, nous n'avons qu'à y rapporter tous nos résultats. C'est-à-dire que sans toucher aux longueurs du pendule trouvées dans ces deux Villes, nous n'avons qu'à corriger toutes les autres en les augmentant ou en les diminuant, selon que les regles de métal dont nous nous sommes servis ont été allongées par le chaud ou accourcies par le froid. Le fer acquerroit $\frac{15}{100}$ lig. de nouvelle extension sur 6 pieds, lorsqu'on le transportoit de Quito au bord de la Mer. La regle qui me servoit de mesure dût changer à proportion de $\frac{75}{1000}$ lig. Ainsi il faut ajouter cette petite quantité à la longueur du pendule que m'ont fourni les expériences dans l'Isle de l'Inca. Il a dû arriver tout le contraire lorsque je suis allé de Quito m'établir sur le sommet de Pichincha: la regle de fer s'est accourcie d'environ $\frac{5}{100}$ de lig. Ainsi le pendule se trouvoit réellement plus court que nous ne le pensions, de cette petite quantité qu'il faut soustraire de la longueur que nous lui attribuions. J'ai toujours pû de la même maniere en consultant le Thermométre de M. de Reaumur, lorsqu'il m'a été permis d'en disposer, trouver les petites corrections que je devois employer: j'estimois que $\frac{2}{100}$ de lig. répondoient sur la longueur du pendule à 3 degrés du Thermométre. Lorsque je n'ai pas pû disposer de ce dernier instrument, j'ai tâché d'y suppléer par d'autres de métal que j'ai fait construire.

18. Il n'y a gueres plus de difficulté à trouver l'altération que cause à la longueur du pendule le Milieu dans

lequel on fait les expériences. Ce milieu quoique subtil ou dense a une certaine pesanteur; & celle du petit poids de cuivre dont est formé le pendule devoit en être un peu diminuée. Le petit poids ne tend à se précipiter vers la Terre qu'avec l'excès de sa pesanteur sur celle de l'air qui l'environne. Ainsi nos pendules sont agités par une force un peu moindre que si l'on pouvoit faire les expériences dans le vuide; & la longueur du pendule à secondes que nous trouvons immédiatement par nos tentatives, est donc un peu trop courte, dans la même proportion.

L'usage du Barométre nous met en état de découvrir le rapport qu'il y a entre la pesanteur du mercure & celle de l'air dans tous les endroits de l'Atmosphére qui sont accessibles. Nous voyons combien il faut monter ou descendre de pieds pour que le Mercure change de hauteur d'une ligne. C'en est assez pour qu'on puisse toujours marquer au juste la pesanteur spécifique de l'air par rapport à celle de tous les autres corps. J'ai trouvé de cette sorte qu'il ne falloit exprimer la premiere que par l'unité sur le sommet de Pichincha si l'on exprimoit celle du cuivre par 11000. Or il suit de-là que le petit poids de mon pendule simple perdoit sur cette montagne la 11000me partie de sa pesanteur. Cette diminution ou cette perte produisoit le même effet que si elle se fût faite réellement sur la force motrice même; & par une suite naturelle je trouvois toujours le pendule à secondes trop court d'une 11000me partie. Pour corriger le défaut il faut ajouter $\frac{4}{100}$ lig., & il est visible que l'équation doit être un peu plus forte dans tous les autres lieux qui sont plus bas, puisque l'air y est plus condensé, par le poids de la partie superieure de l'Atmosphére. C'est la premiere fois qu'on a égard à cette petite correction dans les expériences dont il s'agit actuellement; mais nous ne pouvons pas la négliger si nous voulons pousser les choses jusqu'à la plus grande

exactitude, & si d'un autre côté nous devons ajouter foi aux principes les plus certains de l'Hydrostatique.

20. Il reste encore, ce semble, un autre point de discussion. On peut soupçonner que l'air par la résistance qu'il fait aux corps qui le traversent diminue un peu la vitesse du pendule & augmente un peu la durée de chaque oscillation. Il est vrai que lorsque le petit poids descend, il a un peu moins de vitesse dans tous les points de l'arc qu'il décrit, que si le mouvement se faisoit dans le vuide. Ainsi la durée de chaque demi-oscillation descendante est certainement un peu augmentée; & il se peut faire que sur tout un jour ce petit excès multiplié plus de quatre-vingt mille fois, produise une quantité considérable. Il n'est pas difficile de s'assurer par les méthodes d'aproximation qui sont connues des Géometres, que cet excès est constant tant que l'étendue des oscillations diminue en progression géometrique, & qu'il dépend du rapport selon lequel se fait cette diminution. Il pourra en s'accumulant pendant 24 heures, former la valeur de 10 secondes & peut-être de 20. Mais en récompense les demi-oscillations ascendantes se font avec plus de promptitude, & leur durée diminue autant, que celle des autres est augmentée. Pour se convaincre d'une maniere bien simple qu'elles sont d'une durée plus courte, il n'y a qu'à considérer que si la résistance de l'air se trouvoit beaucoup plus grande, lorsque nous jettons un corps en haut, la vitesse de ce corps en seroit plûtôt éteinte, & que parconséquent ce corps s'éleveroit pendant moins de tems.

21. C'est la même chose du pendule lorsqu'il fait chaque demi-oscillation ascendante. Le petit poids continuellement contrarié par la résistance du milieu monte moins haut, & il a en chaque point de cette seconde partie de sa course une vitesse un peu plus grande que celle qu'il auroit dans le vuide s'il ne lui restoit que le même arc à parcourir. Nous disons de plus qu'il se

fait ſenſiblement une compenſation exacte à l'égard de la vibration entiere ; parce que les viteſſes ſont plus grandes dans les ſecondes demi - oſcillations, de la même quantité qu'elles étoient trop petites dans les premieres ; ce qui eſt vrai, quelque ſoit la loi que ſuit la réſiſtance du milieu, pourvû que la viteſſe ne ſoit alterée dans les deux cas que d'une partie extrêmement petite. Pour nous expliquer encore plus clairement ; le mobile conſideré au premier tiers ou au premier quart de l'arc qu'il décrit lorſqu'il deſcend, n'aura par exemple que 999 degrés de viteſſe au lieu de 1000 ; mais parvenu aux deux tiers ou trois quarts de l'autre arc qui ſera un peu plus court, il aura 1001 degrés de viteſſe au lieu de 1000 qui lui ſuffiroient dans le vuide pour monter juſqu'au point où il s'arrêtera. Il eſt d'ailleurs inconteſtable que la ſuppoſition que nous faiſons ne s'éloigne pas de la vérité & qu'elle doit même avoir ſouvent lieu. Or il ſuit de-là que les particules des deux arcs priſes conjointement, ſeront parcourues dans le même tems que ſi le pendule avoit exactement 1000 degrés de viteſſe dans l'une & dans l'autre. La différence ne ſera que d'environ une millioniéme partie, qui demeure toujours inſenſible malgré ſa répétition. Nous n'avons donc aucune nouvelle correction à faire ; & il nous ſuffit d'inſerer ici les longueurs du pendule telles que nous les avons déja réduites.

Longueurs réduites du Pendule à ſecondes, ou telles qu'elles ſeroient ſi les Pendules faiſoient leurs oſcillations dans le vuide.

22.

Sous l'Equateur à	2434 toiſ. de hauteur abſolue.	36	pou.	6.69	lig.
	1466 toiſ. de hauteur abſolue.	36	pou.	6.88	lig.
	Niveau de la Mer.	36	pou.	7.21	lig.
A Portobello par 9 deg. 34′ latitude Septentrionale.		36	pou.	7.30	lig.
Au Petit-Goave par 18 deg. 27′ latit. Septentrionale.		36	pou.	7.47	lig.
A Paris.		36	pou.	8.67	lig.

II.

Comparaiſon de la peſanteur & de la force centrifuge que contractent les graves par le mouvement de la Terre au tour de ſon axe, avec des remarques ſur les effets de ces deux forces.

23. Nous nous propoſons principalement de communiquer les faits que nous avons recueillis : cependant nous allons examiner le rapport qu'il y a entre la peſanteur & la force centrifuge & voir ſi cette derniere force eſt capable étant ſeule, de cauſer les différences que nous trouvons dans la premiere. Si la Terre étoit dans un parfait repos, comme le penſoient les Sectateurs de Ptolomée, nous éprouverions la peſanteur dans toute ſa force & les corps tomberoient tout à fait avec la velocité que leur imprime la cauſe primitive de leur chute : mais la Terre tournant en 24 heures avec une extrême rapidité ſur ſon propre centre, l'effort que font pour s'en éloigner tous les corps qui ſont tranſportés avec tout ce mouvement, eſt à retrancher de la peſanteur, comme nous avons déja eu occaſion de le dire ; puiſque ces deux forces ſont directement contraire l'une à l'autre, au moins ſur l'Equateur. C'eſt le fameux M. Hughuens qui a penſé le premier à chercher le rapport qu'il y a entre les deux. Maintenant que nous connoiſſons mieux tous les Elémens qui entrent dans cette détermination, il eſt à propos de la vérifier & de voir ſi elle n'admet pas quelque leger changement.

24. Nous avons fixé à 36 pou. $7\frac{21}{100}$ lig. ou à 439. 21 lignes la longueur du pendule Equinoxial qui feroit ſes oſcillations dans le vuide. Nous pouvons en inférer aiſément l'eſpace que parcourt un mobile dans la premiere ſeconde de ſa chute, lorſqu'il tombe verticale-

ment. Le double de cet espace est à la longueur du pendule comme le quarré de la circonférence du cercle est au quarré du diamétre, ce qui donne 15 pieds 0 pou. $7\frac{41}{100}$ lig. pour l'espace que parcourroient les graves sous l'Equateur dans la premiere seconde de leur chute, si l'air ne faisoit absolument aucun obstacle à leur mouvement. Nous pouvons donc regarder cet espace comme *l'exposant* ou comme l'expression de la pesanteur, non pas de la pesanteur primitive, mais de l'actuelle, qui a déja été diminuée par la force centrifuge, & qui est la seule que nous puissions saisir immédiatement par nos expériences. Mais pendant que nous représentons ainsi la pesanteur actuelle par l'effet qu'elle produit, il faut que nous prenions pour la force centrifuge le petit espace qu'elle feroit parcourir aux graves dans le même tems, supposé qu'ils n'en fussent pas empêchés par la pesanteur qui est plus forte. Les graves, au lieu de décrire l'Equateur par le mouvement diurne, en suivroient exactement la tangente, & ils s'éloigneroient par conséquent du centre, de la petite partie de la sécante comprise entre la tangente & le cercle. C'est ce petit espace qui doit servir ici d'expression à la force centrifuge, pendant qu'on représente la pesanteur actuelle Equinoxiale par 15 pieds 0 pou. $7\frac{41}{100}$ lignes.

25. La connoissance que nous avons des dimensions de la Terre, nous donne $1435\frac{53}{100}$ pieds pour l'arc parcouru dans une seconde de tems moyen, & nous donne en même tems $7\frac{537}{1000}$ lignes pour la petite partie de la sécante dont nous venons de parler, & qui est sensiblement égale au Sinus verse correspondant. Ainsi la pesanteur primitive avant qu'elle puisse faire parcourir aux graves le grand espace 15 pieds 0 pouces $7\frac{41}{100}$ lig. elle doit d'abord leur faire faire le petit espace $7\frac{537}{1000}$ lig. pour vaincre la force centrifuge, ou pour faire passer le grave de la tangente jusqu'au cercle d'où nous commençons à compter la chute. C'est-à-dire que nous n'avons

vons qu'à ajouter les deux quantités ensemble ou les deux effets partiaux, sçavoir la partie comprise entre la tangente & le cercle, & de plus l'espace que nous voyons réellement parcourir aux graves; & nous aurons 15 pieds 1 pouce $2\frac{95}{100}$ lignes ou 2174.95 lig. pour la pesanteur primitive, pendant que 2167.41 lig. représentent la pesanteur actuelle & 7.54 lignes la force centrifuge. Or on trouvera en comparant ces quantités, que la pesanteur primitive est à très-peu près à la force centrifuge comme $288\frac{17}{30}$ à 1, ce qui ne fait que confirmer la détermination de M. Hughuens, quoique ce Mathématicien la fondât sur les seules observations faites en Europe.

26. La chute entiere des graves dans une seconde seroit de 15 pieds 1 pou. $2\frac{95}{100}$ lig. si la pesanteur agissoit sans trouver d'opposition. La force centrifuge qui retranche 7.54 lignes de cet espace doit diminuer dans le même rapport la longueur du pendule à secondes; puisque les longueurs des pendules synchrones sont comme les gravités qui les agitent. Ainsi le pendule Equinoxial primitif, je veux dire le pendule qui battroit les secondes si rien ne suspendoit une petite partie de l'effet de la pesanteur, seroit de 36 pouces $8\frac{74}{100}$ lignes. C'est ce qu'on trouve par cette analogie; 2167.41 lig. est à 2174.95 lignes qui sont les deux chutes, comme 36 pouces $7\frac{21}{100}$ lignes est à 36 pouces $8\frac{74}{100}$ lignes. Si le pendule à secondes n'est donc effectivement que de 36 pou. $7\frac{21}{100}$ lignes; comme nous l'avons trouvé immédiatement par nos expériences après que nous les avons réduites, c'est parce que la force centrifuge oblige de l'accourcir de $1\frac{53}{100}$ ligne. Il seroit originairement de 36 pouces $8\frac{74}{100}$ lignes aux environs de l'Equateur & au niveau de la Mer si la terre n'étoit pas sujette à tourner au tour de son axe; & il faut regarder la petite quantité $1\frac{53}{100}$ ligne, comme l'effet particulier ou propre de la force centrifuge.

27. On peut de même comparer immédiatement la pesanteur qu'on éprouve à Paris avec la force centrifuge. Mais nous avons un moyen plus simple de trouver l'effet de cette derniere force pour tous les lieux de la Terre, parce que sa partie qui s'oppose à la pesanteur est proportionelle au quarré du Sinus complement de la latitude. La force centrifuge même est proportionelle aux rayons des cercles de révolutions ou aux rayons des paralleles. Plus le rayon du cercle que décrit un mobile dans le même tems est grand ou petit, plus aussi l'effort centrifuge absolu est grand ou petit selon le même rapport. Mais il faut remarquer outre cela que comme cet effort s'exerce sur le rayon même du parallele; il n'y en a qu'une partie qui tombe sur la direction de la pesanteur; ou qui y soit directement contraire. Au milieu de la Terre les directions des deux forces sont exactement opposées, & l'une de ces forces est entierement à retrancher de l'autre: mais ce n'est pas la même chose à quelque distance de l'Equateur; la force centrifuge se décompose, & la partie qu'il faut considérer, devient plus petite, dans le même rapport que le Sinus complement de la

TABLE

Des accourcissemens causés aux Pendules à secondes par la force centrifuge qui résulte du mouvement de la Terre.

	Latitudes. Degrés.	Raccourc. lig. & cent.
	0	1.53
	5	1.52
Porto-Bello.	9d 34′	1.48
	10	1.47
	15	1.42
St. Domingue.	18.27′	1.38
	20	1.34
	25	1.25
	30	1.14
	35	1.02
	40	0.90
	45	0.76
Paris.	48d 50′	0.67
	50	0.63
Londres.	51.31′	0.59
	55	0.51
	60	0.38
	65	0.27
Pello.	66.48′	0.24
	70	0.18
	75	0.10
	80	0.05
	85	0.01
	90	0.00

latitude eſt moindre que le Sinus total. Ainſi la force centrifuge, en tant qu'elle détruit une partie de la peſanteur, ſuit la raiſon compoſée du rayon de l'Equateur au rayon du parallele, & du Sinus total au Sinus complement de la latitude : & comme ces deux raiſons ſont ſenſiblement égales, la partie de la force centrifuge qui eſt réellement contraire à la peſanteur, va en diminuant de l'Equateur au Pole comme les quarrés des Sinus complemens des latitudes. C'eſt ſur ce principe que j'ai calculé la petite Table qu'on voit ci à côté, qui indique les petites quantités dont le pendule à ſecondes eſt accourci en chaque lieu, par l'effet du mouvement diurne de la Terre.

Que la force centrifuge produite par le mouvement de la Terre autour de ſon axe ne ſuffit pas pour produire les différences obſervées dans la peſanteur.

28. Il ne faut que jetter les yeux ſur la Table précédente & ſur les réſultats que nous avons trouvés par nos expériences du pendule, pour reconnoître que la force centrifuge n'eſt pas la ſeule cauſe qui contribue à rendre la peſanteur moindre vers l'Equateur que par les grandes latitudes. La longueur du pendule n'eſt diminuée ſelon la Table que de $\frac{15}{100}$ de ligne de plus à l'Equateur qu'au Petit-Goave par la force centrifuge ; au lieu que nous avons trouvé la différence réelle entre les longueurs du pendule de $\frac{26}{100}$ lig. La choſe eſt encore bien plus marquée lorſqu'on conſidére les longueurs qu'a le pendule à Paris & ſous l'Equateur. La force centrifuge qui accourcit le pendule à Paris de $\frac{67}{100}$ lig. l'accourcit à l'Equateur de $1\frac{53}{100}$ lig. Ainſi le pendule ne devroit être plus court à l'Equateur qu'à Paris que de $\frac{86}{100}$ lig. Cependant j'ai trouvé la différence réelle de $1\frac{26}{100}$ ligne : & il eſt certain qu'on ne peut

pas attribuer cette non-conformité au défaut des expériences. Car qu'on pese l'exactitude de tous les Elémens qui entrent dans cette détermination, qu'on les suppose chargés de quelque petite erreur, il sera toujours vrai de dire, malgré cela, que l'accourcissement du pendule sous l'Equateur est trop grand, pour qu'on puisse le regarder comme l'unique effet de la force centrifuge. Cette force ne produit qu'environ le $\frac{3}{5}$ de la diminution à laquelle la pesanteur est sujette. Ainsi il faut nécessairement que les deux autres cinquiémes viennent de plus loin ; & que la pesanteur primitive soit déja moindre, avant que d'avoir subi l'opposition de la force centrifuge qui la diminue encore.

29. Il a été un tems où l'on a pû croire que la pesanteur primitive vers l'Equateur étoit encore plus petite que nous ne la faisons. Les observations n'ont pas été faites dans tous les tems avec le même soin, & on en a quelquefois publié de bien grossieres. Pour nous, nous étions plusieurs Observateurs, nous avons souvent repeté nos expériences avec différens instrumens, les précautions que nous avons prises sont connues, & le travail que nous avons fait dans les lieux où nous nous sommes trouvés ensemble, sert comme de confirmation aux observations que nous avons faites séparement lorsque nous nous sommes trouvés seuls. Mais, quoique nous ayons exactement aprétié tout, le pendule Equinoxial se trouve plus court qu'à Paris d'environ une 300me partie, pendant que la force centrifuge ne peut l'accourcir que d'une 511me partie ou de la quantité dont elle est plus grande à l'Equateur qu'à Paris. On trouvera pareillement que le pendule sous le cercle Polaire ne devroit être plus long que sous l'Equateur que de $1\frac{39}{100}$ lig. & plus long qu'à Paris de $\frac{43}{100}$ lig. au lieu que les expériences immédiates faites dans le voyage du Nord ne permettent pas de douter que la différence ne soit beaucoup plus grande. Tout contribue donc à nous

montrer que les variétés de la pesanteur actuelle que nous indiquent les diverses longueurs du pendule, sont compliquées. Elles viennent d'un côté de la force centrifuge qui est différente, & outre cela de la différence qu'il y a dans la gravité primitive ou originaire qui est inégale dans les divers climats.

30. Au surplus il ne faut pas croire qu'on puisse s'empêcher d'admettre cette conséquence, en prétendant que nous ne connoissons pas assez exactement la loi que suivent les forces centrifuges rélatives sur la surface de notre Globe. Il est vrai que dans la rigueur Mathématique la figure particuliere de la Terre influe sur les forces centrifuges, & qu'on peut imaginer tel sphéroïde, à l'égard duquel la différence entre ces forces seroit considérablement plus grande & le seroit assez pour répondre à toute celle que nous observons dans les longueurs du pendule. Si on jette les yeux sur la premiere de toutes nos Figures, & si on se ressouvient que tous les points M, m, μ, &c. qui sont par la même latitude dans les Méridiens de même genre, se trouvent exactement sur une ligne droite MM2 qui est oblique par rapport à l'axe CD2, on reconnoîtra que tous ces points sont sujets à des forces centrifuges très-différentes, vû la différente grandeur des cercles qu'ils décrivent. Mais la Physique reconnoît des bornes bien plus étroites que la Géométrie : il n'est pas ici question d'une possibilité purement Métaphysique. On ne peut dans la réalité faire varier que très-peu le rapport entre les deux axes : ce changement ne peut se faire que dans un certain sens, & n'en apportera aucun de sensible dans la force centrifuge absolue qui est elle-même très-petite dans tous les climats par rapport à la pesanteur. Pour mieux en juger, on n'a qu'à voir combien il s'en faut peu que les rayons des paralleles ou les degrés de ces cercles, qui sont marqués dans les Tables des N N. 32 & 38 de la Sec. précéd. ne suivent le rapport des Sinus com-

plemens des latitudes. Quant à la décomposition que souffre la force absolue, lorsqu'elle se réduit à la relative qui s'oppose directement à la gravité, elle se fait toujours précisement & rigoureusement selon le rapport du Sinus total au Sinus complement de la latitude. Ainsi quelque hypothése qu'on embrasse sur la Figure de la Terre, pourvû qu'elle ne soit pas absolument démentie par les observations, la force centrifuge relative changera sensiblement comme les quarrés des Sinus complemens des latitudes; & elle sera toujours exprimée à quelques centiémes près par la petite Table du N. 27

31. On sera peut-être tenté de croire après cela que la diminution que nous remarquons dans la pesanteur originaire ou primitive, vient simplement de ce que les parties de la surface de la Terre sont plus élevées entre les Tropiques que vers les Poles; & de ce que la pesanteur primitive est plus petite à mesure que les distances au centre sont plus grandes. On s'imaginera que cette force est différente, plus ou moins loin du point central, mais qu'elle est exactement la même sur tous les différens rayons dans tous les points de chaque surface sphérique qui a le point de tendance pour centre. C'est la pensée qui se présentera sans doute: car nous introduisons naturellement par tout le plus d'égalité que nous pouvons. Mais il suffit d'examiner la chose avec un peu de soin pour reconnoître que la différence des directions en met ici entre les forces, & que la pesanteur est originairement moindre sur les rayons de l'Equateur que sur l'axe, quoiqu'à la même distance du centre.

32. Si la différence des directions n'en mettoit pas dans la pesanteur primitive même, la Terre seroit bien moins applatie vers les Poles qu'elle n'est effectivement; la différence entre ses axes comme nous le montrerons dans un instant ne seroit gueres que d'une 577me partie. Quoique cette masse ne forme pas un tout fluide, elle

eſt cependant ſujette à certains égards aux mêmes loix que ſi elle étoit toute pénetrée d'eau. L'Océan l'environne, & nous voyons que le tout eſt dans toutes les Régions renfermé ſous une même ſurface, ſi l'on excepte la hauteur des continens & ces inégalités que forment les montagnes qui ne ſont ici d'aucune conſidération. D'ailleurs, ſi les eaux de l'Océan ne ſont pour ainſi-dire, que ſuperficielles, ſi elles n'ont que très-peu de profondeur, cela ne doit rien faire contre l'application des loix de l'Hydroſtatique; par la même raiſon que le fond irrégulier d'un vaſe n'empêche pas que l'eau qu'il contient n'ait ſa ſurface de niveau. Il ſuit de-là que l'équilibre doit être exactement le même à l'égard de la Mer que ſi on pouvoit la concevoir partagée en colomnes verticales qui aboutiſſent au centre de la Terre. La colomne étendue le long du rayon de l'Equateur eſt plus longue que celle qui eſt étendue le long de l'axe. Ainſi voilà par en haut un excès de peſanteur, & nous devons l'exprimer par 1×288, ſi prenant 179 pour la longueur du rayon de l'Equateur & 1 pour l'excès de longueur d'une colomne ſur l'autre, nous nous reſſouvenons que la peſanteur primitive eſt environ 288 fois plus grande que la force centrifuge. Il faut multiplier l'excès 1 de longueur de la colomne par la peſanteur 288, & nous aurons le poids de toute la partie excedente de la colomne. Il ne nous reſte donc plus qu'à voir ſi la force centrifuge peut s'oppoſer efficacement à ce poids, & ſi elle eſt aſſez grande pour cela.

33. Cette ſeconde force n'eſt en haut que 1, & elle diminue le long du rayon proportionellement à la diſtance au centre où elle ſe réduit à rien. Par conſéquent ſa quantité moyenne n'eſt exprimée que par un demi qu'il faut multiplier par la longueur 179 du rayon, & on aura $\frac{1}{2} \times 179$ pour l'effort total qui tend à diminuer la peſanteur de la colomne & qui travaille à ſoutenir les 1×288 de l'excès du poids de l'une ſur l'autre. Mais

la force centrifuge, quoiqu'elle agiſſe ſur tous les points du rayon, eſt, comme on le voit, très-éloignée de pouvoir ſoutenir le poids excédent 1×288. Il faut donc, pour qu'il y ait équilibre, que la peſanteur ſouffre quelqu'autre diminution, & qu'elle ſoit originairement moindre vers l'Equateur que vers les Poles dans l'interieur même de la Terre.

34. Non-ſeulement la force centrifuge n'eſt pas aſſez grande, lorſqu'on n'y ajoute rien, pour maintenir l'inégalité qui ſubſiſte entre les deux axes, elle ne rendroit le diamétre de l'Equateur plus grand que l'autre, que d'une 577me partie, ſi les peſanteurs primitives qui s'exercent ſelon l'un & ſelon l'autre diamétre étoient exactement égales à égale diſtance du centre. Si nous prenons toujours l'unité pour l'excès du rayon de l'Equateur ſur le demi-axe, mais que nous regardions les longueurs de ce rayon & du demi-axe comme inconnues, & que nous déſignons par R la premiere, nous aurons $\frac{1}{2} \times R$ pour la ſomme des forces centrifuges de tous les points du rayon; nous multiplions pour cela, comme nous l'avons déja fait, la longueur du rayon par la valeur moyenne $\frac{1}{2}$ de la force centrifuge. D'un autre côté nous aurons $1 \times 288 \frac{17}{30}$ pour la peſanteur de la partie excédente du même rayon par en haut, & il faut remarquer que nous prenons ſa plus petite valeur; car puiſqu'on ſuppoſe que la peſanteur va en diminuant vers le haut, elle ſeroit plus grande un peu plus bas, au milieu de la partie excédente. Mais nous voulons bien négliger cette différence; d'autant plus qu'il n'importe que la gravité aille en augmentant ou en diminuant, parce qu'elle ne peut jamais aſſez varier dans un petit eſpace qui eſt à peine d'une 200 ou 300me partie du rayon.

35. Il ne nous reſte plus donc qu'à comparer $\frac{1}{2} \times R$ avec $1 \times 288 \frac{17}{30}$ & à rendre ces deux quantités égales. Nous ne conſidérons pas la peſanteur totale des deux colomnes; parce que dans le cas que nous examinons, on

on veut qu'elles soient égales, & qu'on prétend qu'il n'y a d'autre différence que celle qu'y met la force centrifuge. Mais de ce que le produit $\frac{1}{2} \times R$ est égal à $1 \times 288\frac{17}{30}$, il s'ensuivroit que R est égale à 577. Ainsi les deux axes seroient dans le rapport de 577 à 576; ce qui s'éloigne si fort de la vérité, qu'il faut absolument reconnoître qu'il y a quelqu'autre cause de différence dans la pesanteur. Tout ceci avoit pû être regardé comme probable, ou peut-être comme les suites d'une hypothése qui n'étoit prouvée que dans quelqu'unes de ses parties; mais ce ne sera plus désormais la même chose. Tout ce que nous venons d'établir est démontré, autant que le peuvent être des vérités de Physique.

Que la pesanteur primitive ne tend pas vers un point unique comme centre.

36. Nous pouvons faire un pas de plus qui nous fera découvrir une autre propriété très-singuliere de la pesanteur primitive. Nous n'avons parlé jusqu'à présent que de l'équilibre des colomnes qu'on peut concevoir depuis la surface de la Terre jusqu'à son centre; mais il est une autre loi qui ne doit pas moins être observée que la premiere. C'est que la direction de la pesanteur actuelle doit être exactement perpendiculaire à la surface de la Terre, afin que les fluides puissent en imiter la courbure, & rester stables; au lieu de couler vers un côté ou vers l'autre. Il faut remarquer que l'observation d'une de ces deux loix n'entraîne pas nécessairement celle de l'autre: & que ce seroit même quelquefois tout le contraire; ce seroit assez que l'une fût remplie pour que l'autre se trouvât violée; ce qui causeroit un boulversement continuel. L'équilibre dépend de la pesanteur des parties intérieures; au lieu que l'observation du second principe dépend uniquement de la pesanteur des parties superieures & du rapport qu'a en haut

cette pesanteur avec la force centrifuge. Ainsi l'équilibre peut subsister, & que les fils aplomb ne soient pas perpendiculaires à la surface extérieure. C'est ce qui arriveroit en particulier ici si la pesanteur primitive, inégale comme nous avons montré qu'elle l'est, n'avoit pour point de tendance qu'un centre unique. Je l'ai prouvé dans un Mémoire fait exprès en 1734, imprimé parmi ceux de l'Académie Royale des Sciences.

37. Je voyois que des Géometres d'ailleurs très-habiles se contentoient dans leurs spéculations sur la figure des Planetes, de faire attention à une seule des deux loix, sans avoir examiné préalablement si elles se concilioient dans les cas qu'ils discutoient. Ces Géometres pouvoient nous donner des solutions qui étoient exactes mais qui n'étoient pas légitimes, & qui n'étoient bonnes que par quelque espece de hasard. C'est ce qui m'invita à me tourner vers ce sujet, afin de distinguer les cas dans lesquels les deux loix sont compatibles. Je trouvai qu'elles sont nécessairement en contrarieté toutes les fois que les pesanteurs qu'on regarde comme primitives tendent vers un seul centre & qu'elles sont inégales sur leurs différentes directions. Ainsi ce seroit ici un de ces cas, si les pesanteurs primitives ne tendoient pas vers différens points; & il en naîtroit une foule d'inconvéniens ou de Phénomenes qui nous fraperoient, vû l'assez grande différence que nous trouvons entre la pesanteur primitive sur les rayons de l'Equateur & celle qui s'exerce sur les autres directions. La premiere des deux loix, travailleroit, comme on peut aisément s'en assurer par le calcul, à mettre un certain rapport entre les deux axes de la Terre, & la seconde tendroit à en introduire un autre. Elles ne pourroient pas manquer, comme causes méchaniques, puisque chacune agiroit à part par la nécessité Physique qui conviendroit à sa nature, de se donner réciproquement l'exclusion, en s'empêchant mutuellement d'être observée. Les Mers dont

la plus grande partie de la ſurface de notre Globe eſt couverte, ne pourroient prendre ni un parfait niveau, parce que l'équilibre entre les colomnes s'y oppoſeroit, ni obſerver l'équilibre entre les colomnes, parce que la ſurface, au lieu d'être de niveau, auroit une pente conſidérable; & l'inclinaiſon iroit même à pluſieurs minutes dans le milieu des Zones temperés. C'eſt de-là que naîtroit ce boulverſement dont nous avons parlé, & ce changement continuel d'état qui auroit même lieu à l'égard des liqueurs contenues dans les vaſes les plus étroits.

38. Mais l'inconvénient ceſſe abſolument ſi la peſanteur tend originairement vers divers centres & qu'elle ſoit égale dans tous les points de la même ſurface ſphérique qui environne chaque centre. Il ſuffit de ſuppoſer deux points centraux ſur l'axe à égale diſtance de chaque Pole: la peſanteur que nous regardons comme primitive ne le ſera plus abſolument, elle ſera *compoſée* elle-même; & elle ſe trouvera un peu moindre ſur les rayons de l'Equateur à cauſe de l'obliquité des directions des deux peſanteurs réellement primitives qui la formeront par leur compoſition. Au lieu de deux points centraux, on peut en ſuppoſer une infinité, & qu'il naiſſe à peu près le même effet: c'eſt ce que nous ne rapportons que pour ſervir d'exemples. Mais ce ſera encore la même choſe, & même ſans qu'il ſoit néceſſaire de mettre aucune reſtriction, ſi l'on ſuppoſe avec M. Newton que chaque grain de matiere eſt un point central par rapport à tous les autres.

39. Il eſt vrai que ſi chaque corpuſcule agiſſoit *en diſtance* & que la Terre ne tournât pas, la peſanteur que nous regardons comme primitive, celle qui réſulte de toutes les petites actions particulieres ſeroit égale de tous les côtés; & la Terre formeroit une Sphére parfaite. Mais auſſi-tôt que la Terre en tournant s'éleve vers l'Equateur, ſon changement de figure doit

mettre de la différence dans la pesanteur primitive même, ou dans l'action par laquelle chaque molécule est sollicitée par toutes les autres à descendre ; & il est démontré qu'alors la pesanteur qui tient lieu de primitive est moindre à la même distance du centre dans les rayons de l'Equateur. Ainsi il est plus facile à la force centrifuge d'achever de donner à la Terre tout le degré d'applatissement que nous avons trouvé qu'elle a : la pesanteur primitive devenue moindre & moindre d'une quantité sensible tout le long du rayon, s'oppose moins à l'élevation de toutes les parties de l'Equateur, & cette élevation doit donc être portée plus loin. D'un autre côté il y aura toujours un accord parfait entre les deux loix, celle de l'équilibre & celle du niveau de la surface : car il suffit pour que l'observation de l'une emporte celle de l'autre, que la gravité vers chaque point central, sans qu'il importe combien il y ait de ces points, soit parfaitement égale autour de chacun à une égale distance. Que le nombre des centres soit réellement infini comme nous croyons qu'on peut le supposer, la chose n'est pas démontrée en rigueur. La multitude des points qui forment ces lignes courbes que nous avons considérées & nommé gravicentriques, ne le prouve qu'à l'égard de la pesanteur actuelle, celle que nous n'éprouvons qu'aprés qu'elle a été alterée par la force centrifuge. Mais si la pesanteur originaire ou primitive ne tend pas aussi vers une infinité de centres, il est au moins désormais hors de doute qu'elle a plus d'un point de tendance ; & pourquoi n'en auroit-elle que 10 ou 12, plûtôt que 10000, ou 100000 ?

III.

Remarques sur la diminution que reçoit la pesanteur à différentes hauteurs au-dessus du niveau de la Mer.

40. Les expériences du pendule que nous avons faites à Quito & sur le sommet de Pichincha, nous aprennent que la pesanteur change aussi par les distances au centre de la Terre. Cette force va en diminuant à mesure qu'on s'éleve : j'ai trouvé à Quito le pendule plus court qu'au bord de la Mer de $\frac{33}{100}$ ligne ou d'une 1331me partie, & en montant sur le sommet de Pichincha le pendule s'est encore accourci de 19 centiémes de lig. & il s'est trouvé plus court d'une 845me partie qu'au bord de la Mer. On ne peut attribuer ces différences à la force centrifuge, qui étant plus grande en haut doit diminuer un peu davantage la pesanteur primitive. La force centrifuge n'est augmentée que d'une 1349me partie par la hauteur de la montagne; & comme elle n'est elle-même que la 289me partie de la pesanteur, il est clair que sa nouvelle augmentation ne répond gueres qu'à un millieme de ligne sur la longueur du pendule, & ne contribue en rien de sensible à la diminution de l'autre force.

41.* Si l'on compare l'accourcissement que reçoit le pendule & les hauteurs où ont été faites les expériences, on verra que les pesanteurs ne diminuent pas en raison inverse simple des distances au centre de la Terre, mais qu'elles suivent plûtôt la proportion des quarrés. Quito est élevé au-dessus de la surface de la Mer de 1466 toises ou d'une 2237me partie du rayon de la Terre, mais la pesanteur s'est trouvé moindre d'une partie beaucoup plus considérable & presque double; puisqu'elle s'est trouvé moindre d'une 1331me partie.

C'eſt ce qui n'eſt pas extrêmement éloigné du rapport inverſe des quarrés des diſtances : car on ſçait que les quarrés des quantités qui différent peu entr'elles, changent deux fois plus à proportion que ces quantités. Nous avons un ſecond exemple dans l'expérience faite ſur Pichincha. La hauteur abſolue de cette montagne qui eſt de 2434 toiſes eſt d'une 1348me partie du rayon de la Terre. La diminution du pendule ou de la peſanteur devoit donc ſe trouver d'une 674me partie pour ſuivre la raiſon doublée des diſtances ; mais elle n'a pas tout à fait été ſi grande, elle n'a été que d'une 845me partie.

42. Cette diminution que ſouffre la peſanteur à meſure que nous nous élevons au-deſſus du niveau de la Mer, eſt parfaitement conforme à ce que nous ſçavons d'ailleurs. Nous pouvons comparer à la peſanteur que nous expérimentons ici bas, celle qui retient la Lune dans ſon orbite ou qui l'oblige à décrire continuellement un cercle autour de nous. Ces deux forces ſont exactement en raiſon inverſe des quarrés des diſtances au centre de la Terre. Nous pouvons faire le même examen à l'égard des Planetes principales qui ont pluſieurs Satellites, ou à l'égard du Soleil vers lequel peſent toutes les Planetes principales ; & nous trouverons toujours la loi du quarré. Mais pourquoi nos expériences nous donnent-elles donc conſtamment un rapport qui n'y eſt pas tout à fait conforme ? Faut-il attribuer à quelque erreur de notre part cette différence ; où ſeroit-il vrai que dans le voiſinage des groſſes maſſes comme la Terre, la loi dont il s'agit ne fut obſervée que d'une maniere imparfaite ?

43. Nous nous trouverons peut-être en état de réſoudre cette difficulté, en remarquant que la Cordeliere ſur laquelle nous étions placés forme comme une eſpece de ſecond Sol, & que ce doit être à certains égards la même choſe, que ſi la ſurface de la Terre étoit portée à une plus grande hauteur, ou à une plus

grande diſtance du centre. Il y a bien lieu de croire que dans ce ſecond cas, la peſanteur ſeroit un peu plus grande : car il eſt naturel de penſer qu'elle dépend de la groſſeur des maſſes vers leſquelles ſe fait la tendance. Il y a donc deux diverſes attentions à avoir, lorſqu'il s'agit des expériences que j'ai rapportées ſur le pendule. Ces expériences ont été faites à une plus grande diſtance de la Terre : par conſéquent la peſanteur a dû ſe trouver un peu plus petite. Mais d'un autre côté, le groupe de montagnes ſur lequel eſt placé Quito & ſur lequel eſt élevé Pichincha & tous les autres ſommets auxquels il ſert comme de plinthe, doit produire à peu près le même effet que ſi la Terre en cet endroit, étoit plus groſſe ou d'un plus grand rayon. La peſanteur a donc dû augmenter. Ainſi il dépendoit d'une eſpece de haſard, ou pour parler plus philoſophiquement, il dépendoit de circonſtances que nous ne connoiſſons pas encore, que la peſanteur à Quito ſe trouvât égale à celle du bord de la Mer, ou qu'elle ſe trouvât plus petite ou plus grande.

44. Suppoſons que le cercle ADD (Figure 45) répréſente la circonférence de la Terre dont C eſt le centre, & que A *a* ſoit la quantité au-deſſus du niveau de la Mer dont eſt élevé Quito ſitué en *a*. Qu'on conçoive après cela une nouvelle couche ſphérique de matieres terreſtres, qui occupe tout l'intervalle compris entre les deux ſurfaces concentriques ADD, *add*; ou ce qui revient au même qu'on s'imagine que la Terre augmente de rayon, & que Quito ſans changer de place ſe trouve de niveau avec la Mer beaucoup plus haute. Il y a tout lieu de croire que la peſanteur ſe trouveroit enſuite plus grande à Quito qu'elle n'eſt actuellement en A ou en D, dans le rapport des rayons CA & C*a*. Il faut cependant ſuppoſer pour cela que toute la couche de Terre renfermée entre les deux ſurfaces concentriques eſt du même degré de denſité que tout le reſte. Figure 45.

car si la densité étoit différente, l'augmentation ne se
Figure 45. feroit plus dans le même rapport.

45. Je nomme r le rayon AC, & je désigne par Δ le degré de densité de la Terre, ou le quotient de sa quantité de matiere divisée par son volume. Ainsi j'aurai $r\Delta$ pour l'expression de la pesanteur dans tous les points A, D, &c. en supposant que la Terre s'y termine. Et si je nomme en même tems h la hauteur A a, qui est comme on le sçait très- petite par rapport au rayon, la pesanteur en a se trouvera moindre qu'elle n'est actuellement en A, dans le rapport du quarré de CA au quarré de Ca; ou ce qui revient au même, sa diminution se fera comme $2h$ par rapport à r. C'est-à-dire que pendant que la pesanteur est $r\Delta$ en A, elle sera $\overline{r - 2h} \times \Delta$ en a; & cela en supposant que la Terre n'a effectivement que CA pour rayon. Mais tout sera sujet à changer si on ajoute à notre Globe l'orbe A d D dont le degré de densité soit δ. Cet orbe ou cette nouvelle couche sphérique, si elle étoit de même densité que le reste, feroit augmenter la pesanteur à sa surface en même raison que le rayon de la Terre deviendroit plus grand; l'augmentation se feroit dans le rapport de r à $r + h$.

46. Ainsi l'orbe ajouté repareroit non-seulement la diminution $2h$ que souffre actuellement la pesanteur lorsqu'on s'éloigne de la Terre, en s'élevant de la hauteur A$a = h$; mais elle ajouteroit un nouveau degré à la pesanteur, égal à la moitié de la diminution, puisqu'elle feroit que la pesanteur qui est actuellement $r - 2h$ au point a, deviendroit $r + h$. Il suit de-là que la pesanteur que la couche sphérique est capable de produire à sa surface exterieure en a, est exprimée par $3h$ ou par trois fois son épaisseur : mais il faut la multiplier par la densité δ; parce que nous supposons que celle de l'orbe & celle du total de la Terre ne sont point égales.

47. Pour résumer ceci; la pesanteur en A lorsque la Terre n'a que le rayon CA $= r$ est exprimée par $r\Delta$,

&c

& en a à la hauteur h elle l'eſt par $\overline{r-2h}\times\Delta$. Mais ſi on ajoutoit à la Terre toute la couche ſphérique $\overline{AdD}$, la peſanteur ſeroit enſuite exprimée en a par $\overline{r-2h}\times\Delta+3h\delta$.

48. Tout ce qui nous reſte maintenant à remarquer c'eſt que la Cordeliere du Pérou, quelque groſſe qu'elle ſoit, ne doit pas produire le même effet que la couche ſphérique que nous venons de ſuppoſer. Si la baſe EE de la Cordeliere étoit exactement double de ſa hauteur, & que cette maſſe eût comme la forme d'un toit de maiſon d'une longueur indéfinie, dans ce cas la Cordeliere ne produiroit en a que le quart de l'effet de la couche ſphérique entiere, comme il eſt aſſez facile de le démontrer. Mais il y a bien des additions à faire, pour rendre plus exacte l'idée que nous donnons de la Cordeliere du Pérou. La baſe EE eſt 80 ou 100 fois plus grande que la hauteur Aa; ce qui augmente l'effet préciſement en même raiſon que l'angle en a eſt plus grand. Cet angle n'eſt que de 90 degrés, lorſque nous trouvons que l'effet n'eſt que le $\frac{1}{4}$ de celui que produiroit une couche ſphérique entiere; mais vû l'extrême largeur qu'a en bas la Cordeliere, l'angle en a eſt réellement de près de 170 degrés; ce qui double preſque l'effet. Outre cela la Cordeliere ne ſe termine pas à la hauteur de Quito par une ſimple arrête comme le faîte d'une maiſon; elle eſt au contraire encore fort large en cet endroit; elle a plus de 10 ou 12 lieues de largeur. On peut donc ſans riſque de ſe tromper, ſuppoſer que l'effet eſt auſſi grand qu'il eſt poſſible, lorſqu'il eſt produit par une chaîne de montagnes. Il eſt la moitié de celui que produiroit la couche ſphérique, ce qui nous donne $\frac{3}{2}h\delta$ pour ſon expreſſion. Et ſi on l'ajoute à la peſanteur $\overline{r-2h}\times\Delta$ que produit en a le Globe ADD, nous aurons $\overline{r-2h}\times\Delta+\frac{3}{2}r\delta$ pour la peſanteur à Quito, pendant que $r\Delta$ exprime celle qu'on

éprouve en bas au bord de la Mer.

49. La différence entre les deux est $2h\Delta - \frac{3}{2}h\delta$, qui nous fourniroit le sujet de diverses remarques assez curieuses. Si les matieres dont est formée la Cordeliere étoient plus compactes que celles qui composent le total de la Terre, & que leur densité fût à celle de l'intérieur comme 4 est à 3, la différence $2h\Delta - \frac{3}{2}h\delta$ deviendroit nulle, & la pesanteur à Quito seroit égale à celle qu'on éprouve au niveau de la Mer. Si la densité δ étoit encore plus grande, notre expression qui marque une diminution, changeroit de signe & indiqueroit une augmentation: De sorte que le pendule se trouveroit plus long à Quito qu'au bord de la Mer. Mais il s'en faut bien que les choses ne soient réellement dans cet état. La différence dans la longueur du pendule est assez considérable, pour nous faire voir que la densité des matieres dont est formée la Cordeliere, est beaucoup plus petite que celle du reste de notre Globe.

50. L'expérience nous a fait trouver une diminution d'une 1331me partie sur la longueur du pendule ou sur la pesanteur, lorsqu'on monte du bord de la Mer jusqu'à Quito. La fraction $\frac{1}{1331}$ répond donc à $2h\Delta - \frac{3}{2}h\delta$ comparée à $r\Delta$ qui exprime la pesanteur au bord de la Mer. C'est-à-dire que nous avons $\frac{1}{1331} = \frac{2h\Delta - \frac{3}{2}h\delta}{r\Delta}$

Et si à la place de $\frac{h}{r}$ nous mettons le rapport $\frac{1}{2237}$ que nous fournit la hauteur de Quito comparée au rayon de notre Globe, nous aurons $\frac{1}{1331} = \frac{1}{2237} \times \frac{2\Delta - \frac{3}{2}\delta}{\Delta}$; & nous en déduisons $\delta = \frac{850}{3993}\Delta$, ce qui nous apprend que la Cordeliere du Pérou, malgré toutes les matieres métalliques qu'elle contient, n'a pas le quart de la densité qu'a l'intérieur de la Terre.

51. Nous convenons que cette détermination peut se ressentir un peu des erreurs que nous avons pû com-

mettre dans le grand nombre d'Elémens que nous sommez obligés d'employer pour y parvenir. Cependant si on admet une fois que la pesanteur, lorsque les autres circonstances sont les mêmes, suit exactement le rapport direct des masses dans les corps qui servent de centre, il n'est pas possible de révoquer en doute que la Cordeliere du Pérou ne soit d'une densité considérablement moindre que celle du reste du Globe. Si l'on supposoit égales les deux densités Δ & δ, notre expression de la différence des pesanteurs à Quito & au bord de la Mer, deviendroit $\frac{h}{2r}\Delta$; ce qui donneroit la différence entre les longueurs du pendule quatre fois trop petite, ou comme les racines quarrées des distances au centre de la Terre, au lieu de la donner à peu près comme les quarrés. La pesanteur à Quito ne seroit moindre qu'au bord de la Mer que d'une 4474me partie, & le pendule ne seroit réellement plus court que de 9 ou 10 centiémes de ligne & en apparence de 2 ou 3, à cause de la différente constitution & temperature de l'air. La différence dans la longueur des pendules est certainement plus grande. Ainsi il faut convenir que la Terre est beaucoup plus compacte en bas qu'en haut, & dans l'interieur qu'à la surface. Car le sol de Quito est comme celui de tous les autres pays : il est mêlé de terre, de pierres & chargé tout au plus de quelques parties métalliques. C'est à une certaine profondeur que doit se faire le changement, & on ne peut pas douter qu'il ne soit très-considérable. Il paroît aussi, si nous osons porter quelque jugement, sur un sujet couvert pour nous d'une si grande obscurité, qu'il étoit beaucoup plus convenable d'augmenter la solidité de toutes les Planetes, afin de leur donner plus de force pour continuer leur mouvement dans les espaces célestes. Ces Physiciens qui supposoient au milieu de la Terre un grand vuide & qui vouloient que nous mar-

chassions sur une espece de croute extrêmement mince n'y pensoient pas assez. On peut faire à peu près la même objection contre la grande masse des eaux intérieures de Wodward. Mais continuons de nous borner aux faits, ou de nous renfermer dans les seules inductions immédiates qu'on en peut tirer. Ces inductions vont encore se trouver confirmées par les observations dont je vais rendre compte dans l'écrit suivant, auquel j'ai crû devoir laisser la forme que je lui avois d'abord donnée au Pérou, pour l'envoyer en France.

IV.

Mémoire sur les attractions & sur la maniere d'observer si les montagnes en sont capables. *

52. Il est bien difficile de ne pas recevoir les attractions comme un principe de fait ou d'expérience: les Cartésiens les plus rigides ne peuvent pas plus se dispenser, que tous les autres Philosophes de les admettre dans ce sens; tout ce qu'ils peuvent faire de plus, c'est de se reserver le droit de les expliquer & de faire attendre cette explication. La figure sphérique ou à peu près sphérique qu'ont toutes les Planetes, prouve que les mêmes loix s'observent inviolablement par tout à l'égard de la gravitation. Il faut encore nécessairement que pendant que toutes les Planetes circulent au tour du Soleil, il y ait une force, je ne dis pas qui les pousse ou qui les attire, mais qui les transporte à chaque instant vers cet Astre; autrement elles s'en éloigneroient bien-tôt, en allant se perdre sans retour vers les extrêmités du monde, par leur mouvement rectiligne. Rien n'empêche en donnant à cette force le nom *d'attraction*, de tâcher de lui assigner une cause Physique, en n'employant que les seuls principes de Méchanique connus de Des-

* Ce Mémoire fut lû à l'Académie des Sciences en Octobre 1739.

artes, & c'eſt à quoi ſans doute travaillerons encore ong-tems les Sectateurs de ce grand homme. Mais ſi par une énumeration exacte de tous les moyens, on ſe convainc à la fin de l'impoſſibilité de toute explication, il faudra bien commencer dès-lors à regarder ces ſortes de forces, comme un principe indépendant, ou comme un principe qui faiſant lui même partie du Méchaniſme, eſt du même ordre que les loix de la communication des mouvemens, & que celle de l'inertie.

53. On n'a garde de vouloir décider ici une queſtion dont l'extrême difficulté partage aujourd'hui les plus ſçavans Philoſophes. C'eſt aſſez d'indiquer, quoiqu'on l'ait déja fait ailleurs, * les moyens qui paroiſſent conduire le plus ſurement à la connoiſſance de la vérité dans cette matiere. On ne vient à bout en fait de Phyſique, de prouver la néceſſité d'un nouveau principe, qu'en démontrant l'inſuffiſance abſolue de tous les autres: on n'admet pluſieurs loix du mouvement, que parce qu'il eſt certain qu'une ſeule ou que même deux ne ſont pas aſſez fécondes, pour produire par leur combinaiſon cette admirable variété qui eſt répandue dans l'Univers, & qui nous frappe continuellement. Ainſi on ne réuſſit pas à établir les attractions, en ſoutenant que Deſcartes & ſes Sectateurs n'ont pas bien expliqué la plûpart des Phénomenes: on ne prouve rien davantage en montrant qu'on rend aiſément raiſon de tout avec le ſecours de ces ſortes de forces; & que c'eſt même aſſez que de les ſuppoſer pour ſe mettre en état de prévoir différentes ſingularités qu'on n'avoit point apperçûes, & qu'on a enſuite le plaiſir de vérifier, en ſuivant la Nature de plus près. Tout cela encore une fois ne ſuffit pas; car peut-être que quelque Cartéſien ſera plus heureux par la ſuite. Il faut donc faire voir, il faut prouver par un dénombrement exact que toute explication dans le même genre eſt impoſſible. Cette impoſſibilité

* Dans les Entretiens ſur la cauſe de l'inclinaiſon des orbites des Planetes.

démontrée une fois, & si on le veut à l'égard d'un seul fait, d'un seul Phénomene, comme la dureté des corps, leur gravité, ou le mouvement retrograde de quelques Cometes qui vont en sens directement contraire aux Planetes dans leur propre Région, la dispute sera terminée, du moins entre les Physiciens. Tous seront également obligés ensuite de convenir que les attractions sont un principe de Méchanique, ou un principe d'action dont la Nature se servoit à notre insçû. Il ne restera plus après cela que cette seule question de Métaphysique à discuter; de sçavoir si elles ne sont pas même antérieures, dans l'ordre des choses, aux loix du mouvement, & à celle de l'inertie que personne maintenant ne revoque en doute. *

54. En attendant que tout cela arrive, c'est contribuer à la perfection de la Physique que d'examiner plus particulierement les attractions comme un fait enseigné par l'expérience. Ce seroit faire beaucoup que de s'assurer si tous les corps y sont sujets. Il est certain qu'emportés qu'ils sont ici bas vers la Terre dont la masse est énorme, leur action mutuelle doit être souvent comme suspendue. Les montagnes les plus hautes ne sont extrêmement grosses que par rapport à nous: *ista magna credimus, quia parvi sumus*, s'écrioit un Ancien dans une rencontre à peu près semblable. Ce ne sont que des grains de sable placés de distance en distance sur la surface d'une boule d'un certain nombre de pieds de dia-

* Je crois avoir résolu cette question dans la nouvelle Edition des Entretiens que je viens de citer. L'inertie n'est qu'une des circonstances des loix générales des mouvemens, & ces loix sont, pour ainsi-dire, antérieures à l'institution de l'Univers. Mais quant aux attractions, elles ne peuvent constituer qu'une loi secondaire, puisque l'intensité de leur force dépend dans notre systême Solaire des diamétres des orbites planétaires & de la promptitude des révolutions. L'Univers matériel a deux paramétres; l'un détermine les dimensions; & l'autre les vitesses ou les tems. L'attraction, quant au degré de sa force, est reglée en général sur ces deux parametres: au lieu que les loix du mouvement en sont absolument indépendantes & sont donc d'un ordre supérieur. Voyez pag. 58. & 59 des Entr. sur l'inclin. des orb. des Plan.

métre : ainsi il n'y avoit pas lieu d'attendre qu'elles fussent capables d'une action sensible. Mais si j'ai pensé sur cela comme tous les autres, tant que j'ai été en Europe; j'avoue que j'ai crû devoir changer d'avis à la vûe des montagnes du Pérou dont le sommet se perd dans les nuës, & dont l'extrême hauteur est assez indiquée par la neige continuelle qui les couvre, malgré la chaleur ordinaire à la Zone Torride. Le Pere Acosta ne fait point difficulté d'assurer qu'elles sont par rapport aux Pyrenées, aux Alpes, &c. ce que sont ordinairement dans les Villes les Tours par rapport aux Maisons. Comparaison dont il n'y a rien à retrancher & qui est très-propre à faire sentir combien sont plus hautes ces montagnes que nous sommes actuellement obligés de parcourir & d'escalader, à cause de la situation de notre Méridienne dans la Cordeliere même. Il m'a paru que si tous les corps agissoient *en distance*, à proportion de la matiere qu'ils contiennent, & selon les autres loix qu'on sçait, de si grandes masses devoient produire un effet marqué. Je sçai bien qu'elles sont encore très-petites eu égard à toute la Terre; mais on peut s'approcher aussi de leur centre beaucoup davantage; on peut s'en approcher mille fois & deux mille fois plus, & s'il est vrai que l'attraction augmente non pas simplement en même raison que les distances diminuent, mais en raison réciproque de leurs quarrés, il doit se faire une espece de compensation.

55. C'est ce que je me contenterai de justifier par l'exemple d'une seule montagne, nommée *Chimboraço*, au pied de laquelle on est obligé de passer lorsqu'on vient du côté de la Mer par Guayaquil & qu'on veut pénétrer dans la partie la plus habitée de la Province de Quito, qui est renfermée entre les deux chaînes de montagnes dont la Cordeliere est ici formée, & qui sont éloignées l'une de l'autre de huit à neuf

lieues. Chimboraço doit avoir 3100, ou 3200 toises de hauteur au-dessus de la surface de la Mer,* & en a plus de 17 ou 18 cents au-dessus du sol de la Province. Nous sçavons exactement la hauteur par rapport les unes aux autres, de toutes les montagnes que nous avons vûes; mais n'ayant pû encore en comparer aucune au niveau de la Mer, nous ignorons leur hauteur absolue à toutes. Celle dont il s'agit, a des racines qui s'étendent fort loin & qui se confondent avec celles des autres montagnes, ce qui fait qu'il est assez difficile de déterminer la juste étendue de sa base; elle doit avoir plus de 10 ou 12 mille toises de diamétre. Mais lorsqu'on monte le plus qu'on peut & qu'on s'arrête à l'endroit où commence la neige qui rend inaccesible toute la partie superieure, qui a seule environ 850 toises de hauteur, la montagne a encore de diamétre plus de 3500 toises. Le haut, au lieu de se terminer en pointe, est arrondi & même assez plat, & m'a paru d'en bas avoir trois ou quatre cents toises de largeur. On peut juger de la grosseur de la masse par ces dimensions. Il faut sans doute n'avoir égard dans la recherche présente, qu'à sa hauteur au-dessus du sol, & non pas au-dessus de la surface de la Mer; mais malgré cela elle doit avoir encore plus de 20000000000 toises cubiques de solidité. Cette solidité n'est qu'environ la 7400000000me partie du Globe terrestre, & l'effet de l'attraction seroit encore absolument insensible, si l'on n'avoit égard qu'aux seules quantités de matieres. Mais comme on peut se placer à 17 ou 18 cents toises du centre de gravité de la montagne, ou qu'on peut se mettre à environ 19 cents fois moins de distance que du centre de la Terre, cette proximité doit augmenter l'effet environ 360000 fois, & le multiplier assez, pour qu'il ne soit plus qu'environ 2000 fois moindre, que celui que peut produire la gravitation, ou l'attraction causée par la masse en-

* J'ai depuis trouvé cette hauteur de 3217 toises.

tiere

tiere de la Terre. C'eſt ce qu'on trouve en n'employant qu'un calcul groſſier, & en mettant tout néanmoins ſur le plus bas pied. Or la montagne agiſſant comme 1, pendant que la Terre n'agit que comme 2000, la direction de la peſanteur doit être ſenſiblement détournée de la vraie verticale. Cette direction doit ſe détourner vers la montagne d'environ 1′43″. Un fil aplomb qui ſe dirigeroit exactement vers le centre de la Terre, ſi ſon poids n'étoit expoſé qu'à la ſeule action de la peſanteur, devroit donc s'incliner de cette même quantité, qui eſt, comme on le voit, très-conſidérable.

56. Mais comment la reconnoître cette inclinaiſon; car la direction de tous les graves doit y être également ſujette, & on doit manquer de terme de comparaiſon? Il ſeroit inutile d'avoir recours à la ſurface unie des liqueurs les plus peſantes, puiſque la peſanteur étant également alterée à leur égard, leur ſuperficie, au lieu d'être parfaitement de niveau, doit ſouffrir la même inclinaiſon. On voit donc aſſez que pour juger de la quantité de cette alteration, il ne ſert de rien de jetter la vûe autour de ſoi & qu'il faut néceſſairement aller chercher au loin une autre ligne verticale, qui ne ſoit ſujette à aucune action de la part de la montagne. Mais comment encore une fois comparer une verticale à l'autre; comment meſurer l'angle qu'elles font en ſe rencontrant vers le centre de la Terre, & cela avec une préciſion ſuffiſante? Si, pendant qu'on eſt ſur la montagne, on obſerve avec le quart de cercle la hauteur ou la dépreſſion d'un point éloigné & oppoſé, & que ſe tranſportant à ce point, on meſure la hauteur de l'endroit où l'on étoit d'abord, il eſt vrai que par la différence de ces deux hauteurs, on pourra juger de la ſituation reſpective des deux lignes verticales; mais outre qu'il faudra ſçavoir enſuite la diſtance d'un endroit à l'autre, il faudra ſuppoſer encore que le rayon viſuel eſt une ligne droite; & il eſt non-ſeulement certain qu'il

ne l'eſt pas, il eſt certain qu'il eſt ſujet à une courbure fort irréguliere par la réfraction. C'eſt cette courbure qu'il n'eſt pas aiſé & qu'il eſt peut-être impoſſible de demêler avec aſſez d'exactitude de l'effet de l'attraction. Il me paroît enfin qu'on ne peut pas ſe diſpenſer dans cette rencontre de chercher dans le Ciel un terme qui nous ſerve de regle. Mais par ce moyen nous vaincrons aiſément toute la difficulté; & ce qui nous paroiſſoit, il n'y a qu'un moment, comme impoſſible, deviendra tout d'un coup très-ſimple & très-facile à exécuter.

57. Il n'y aura qu'à ſe mettre au Nord ou au Sud d'une montagne, & à la moindre diſtance qu'il ſe pourra de ſon centre de gravité, & y obſerver la latitude. On ne pourra faire cette obſervation avec la derniere préciſion, qu'en ſe ſervant d'un quart de cercle ou de quelque autre inſtrument équivalent, dont le fil aplomb ſe détournera par en bas vers la montagne, & ce ſera la même choſe que ſi le Zénith s'en reculoit par en haut. On ſe tranſportera enſuite ſur la même ligne Eſt & Oueſt, juſqu'à une aſſez grande diſtance, pour qu'il n'y ait plus d'action à craindre: & ſi on obſerve la latitude dans ce ſecond endroit, avec le même ſoin & par les mêmes moyens que dans le premier, il eſt évident que toute la différence qu'on appercevra ſera dûe à l'attraction. Pour ſe mettre préciſement dans la ſeconde obſervation à l'Eſt ou à l'Oueſt du lieu de la premiere, il faudra obſerver l'azimuth du Soleil à ſon lever ou à ſon coucher, en comparant cet Aſtre à quelque point remarquable de l'horiſon. On ſera obligé pour cela de s'engager ſouvent dans des opérations qui ſuppoſeront la latitude connue; mais l'erreur qu'on pourra commettre dans cette ſuppoſition, ne ſçauroit jamais tirer à conſéquence, & il ſera toujours aiſé de faire enſorte que les deux ſtations ſoient ſi exactement ſur le même parallele à l'Equateur, qu'il n'y ait pas entr'elles une diſ-

férence ſur le Méridien de 3 ou 4 tierces. Ainſi la latitude ſe trouveroit préciſement la même dans les deux endroits, ſi la ligne verticale n'étoit point alterée dans le premier. Suppoſé d'un autre côté que ſans chercher la latitude, on obſerve ſimplement la hauteur méridienne d'une Etoile, la différence de ces deux hauteurs, indiquera également l'action à laquelle a été ſujette la ligne verticale. Il eſt évident que tous les Aſtres qui paſſeront au Méridien au-deſſus de la montagne, paroîtront plus bas dans la premiere Station; puiſque le fil aplomb ne pourra pas s'approcher par en bas de la montagne, ſans que le Zénith apparent ne s'en éloigne par en haut & ne s'éloigne en même tems de ces Aſtres. Ce ſera tout le contraire de ceux qui paſſeront au Méridien du côté oppoſé, ils paroîtront plus hauts dans la premiere Station que dans la ſeconde.

58. Au lieu de faire les Stations toutes deux au Nord ou toutes deux au Sud, on pourroit les faire l'une au Nord & l'autre au Sud, & exactement ſur la même Méridienne, & alors l'effet des attractions ſe doubleroit, & on en trouveroit par conſéquent la ſomme. La ligne verticale s'inclineroit dans deux divers ſens, dans les deux Stations; & les hauteurs des Etoiles qui ſeroient augmentées dans l'une, ſe trouveroient diminuées dans l'autre. L'effet Phyſique étant doublé, il deviendroit plus ſenſible, & il ſe refuſeroit plus difficilement aux recherches de l'Obſervateur. Lorſque les deux points de Stations ſeroient également éloignés du centre de la montagne, l'action ſeroit égale dans les deux, & il n'y auroit donc pour avoir chacune en particulier, qu'à prendre la moitié de la quantité fournie par la comparaiſon des obſervations. Dans les autres cas, le partage ſeroit un peu plus difficile : cependant il ſuffiroit, comme nous le démontrerons plus bas, de partager toujours la ſomme, proportionellement aux produits de la quantité dont chaque Station eſt plus Nord ou plus Sud que

le centre de gravité de la montagne par le cube de la distance de l'autre Station au même centre. On se trouveroit de cette sorte dans la nécessité de sçavoir la situation de chaque point de Station par rapport à la montagne : mais on est obligé aussi de connoître la distance d'un de ces points à l'autre, afin de conclure géometriquement la différence en latitude qu'il y a entr'eux. Il est évident que cette différence doit apporter seule du changement dans la hauteur de l'Etoile; & que ce ne sera qu'après qu'on y aura eu égard, qu'on pourra voir quel est le double effet de l'attraction. Pour obtenir aisément la différence en latitude des deux endroits, il suffiroit pour l'ordinaire de mesurer à l'Est ou à l'Ouest de la montagne une base dirigée à peu près Nord & Sud, & de former sur cette base deux triangles qui se terminassent aux deux points de Station.

59. Ce moyen de faire les deux observations de différens côtés de la même montagne afin de rendre l'effet des attractions plus sensible, me paroît d'un usage d'autant plus commode, qu'il dépend moins des circonstances des lieux. Mais on pourra quelques fois doubler également l'effet Physique des attractions, en faisant la premiere observation au Nord d'une montagne, & la seconde au Sud d'une autre. Si les deux points de Stations ne sont pas exactement sur la même ligne Est & Ouest, il n'y aura qu'à déterminer géometriquement leur différence en latitude, & en tenir compte dans la comparaison des hauteurs d'Etoiles.

60. Enfin ce n'est pas seulement par des observations faites au Nord ou au Sud, qu'on peut découvrir si les montagnes sont capables d'agir *en distance*; c'est aussi par des observations faites à l'Orient ou à l'Occident; avec cette seule différence qu'il ne sera plus question d'observer la latitude, ou de prendre des hauteurs méridiennes d'Etoiles & qu'il ne s'agira que de la détermination exacte de l'heure. Cette derniere méthode qui peut avoir

son utilité, ne paroîtroit souvent préférable aux précédentes, sans qu'elle exige toujours le concours de deux Observateurs. Supposons que le premier soit situé sur le côté Oriental d'une montagne, & le second sur le côté Occidental d'une autre montagne ou de la même: si chacun de ces Observateurs prend soin de regler une pendule par des hauteurs correspondantes, il est évident que toutes ces hauteurs étant alterées par l'attraction que souffre la ligne verticale, chaque pendule sera reglée comme si le Méridien n'étoit pas exactement vertical, & comme s'il s'étoit approché par en bas de la montagne, & éloigné par conséquent par en haut. Supposé outre cela que l'attraction soit d'une minute de degré & que les deux montagnes soient sur l'Equateur, la premiere Horloge marquera le midi 4 secondes de tems trop tôt & l'autre 4 secondes trop tard. Ainsi faisant abstraction de la différence des longitudes qu'on découvrira aisément en mesurant par la Trigonométrie la distance des deux Observateurs & en l'évaluant en degrés & minutes, il y auroit 8 secondes de tems de différence entre les deux pendules. Si les deux montagnes au lieu d'être placées aux environs de l'Equateur étoient par 60 degrés de latitude, chaque minute d'inclinaison que produiroit l'attraction dans la ligne verticale apparente, peut apporter 8″ de différence dans le midi, & il y en auroit donc 16 entre les deux Horloges. Enfin pour juger de la quantité de l'attraction, il n'y auroit qu'à sçavoir exactement la différence qu'il y auroit entre les deux Horloges; & il suffiroit toujours, pour la découvrir, de convenir d'un signal de feu ou de quelqu'autre signal dont on pût saisir l'instant; & remarquer de part & d'autre la minute & la seconde de son apparition.

61. Je reviens aux premiers moyens, parce qu'ils me paroissent plus simples; c'est-à-dire que je suppose qu'on se place toujours au Nord ou au Sud de la montagne.

& qu'on se borne aux observations de la latitude. Il est évident que si on ne prend dans chaque Station que la hauteur Méridienne d'une seule Etoile, il faudra connoître dans la derniere exactitude l'état du quart de cercle dont on se servira. On ne manque pas de méthodes pour vérifier cet instrument; mais il en est une qui est extrêmement avantageuse dans la rencontre présente, parce qu'en même tems qu'on travaillera à la vérification du quart de cercle, on travaillera aux observations mêmes qui doivent décider la question; & en abrégeant ainsi les opérations, on évitera les occasions de se tromper. C'est de prendre la hauteur Méridienne d'un égal nombre d'Etoiles vers le Nord & vers le Sud; & pourvû que l'état de l'instrument ne change point entre ces observations, il n'importe qu'il change d'un jour à l'autre. S'il fait paroître plus grande la hauteur des Etoiles qui sont d'un côté du Zénith, il produira le même effet à l'égard des autres qui seront de l'autre côté. Ainsi le changement n'influera que sur la somme des hauteurs ou des complemens des hauteurs; & il n'alterera en rien la différence de ces hauteurs prises de divers côtés. L'attraction au contraire qui ne changera rien dans la somme alterera seulement la différence, puisqu'en même tems qu'elle fera paroître plus hautes les Etoiles d'un côté, elle fera paroître plus basses celles qui seront du côté opposé. Il sera donc toujours facile de demêler ces deux différentes causes, sans qu'il soit jamais possible d'attribuer à l'une ce qui appartiendra à l'autre. Pour dégager enfin tout d'un coup l'effet de l'attraction, sans être obligé de connoître l'état du quart de cercle, ni les déclinaisons des Etoiles, il n'y aura simplement qu'à examiner si les différences des hauteurs Méridiennes prises vers le Nord ou vers le Sud, sont les mêmes dans les deux Stations, ou si elles sont sujettes à une seconde différence. Il faut seulement remarquer que les hauteurs étant augmentées d'un côté

pendant qu'elles sont diminuées de l'autre; c'est la moitié de cette seconde différence qui marque l'effet Physique de l'attraction, aussi-bien lorsque cet effet est simple que lorsqu'il est double. Dans ce dernier cas, il faudra partager ensuite l'effet total, selon le rapport que doivent avoir les effets particuliers.

62. Pour découvrir ce rapport, nous supposerons que MSN (Fig. 45) est une montagne dont C est le centre de gravité que nous confondons ici avec le centre d'attraction, & nous supposons pour une plus grande généralité, que les deux Stations A & B, au lieu de se faire exactement sur la Méridienne ED de la montagne, se font à quelque distance de cette ligne. Des points A & B, j'abaisse des perpendiculaires AD & BE sur la Méridienne, & je considere que les attractions en A & B, étant en raison inverse des quarrés des distances AC & BC, elles sont l'une à l'autre comme $\overline{BC}^2$ est à $\overline{AC}^2$; mais qu'il y a une déduction à faire, parce que ces forces agissent selon les directions mêmes AC & BC; & qu'on ne doit par les observations des hauteurs d'Etoiles, appercevoir que la seule partie qui s'exerce dans le sens du Méridien. Ainsi $\overline{BC}^2$ exprimant l'action entiere ou absolue en A, il nous faut faire cette analogie; $CA : CD :: \overline{BC}^2 : \frac{\overline{BC}^2 \times CD}{AC}$ pour avoir la partie de l'attraction dont il s'agit ici. Nous trouverons de la même maniere $\frac{\overline{AC}^2 \times CE}{BC}$ pour la partie de l'action qu'on ressent en B dans le sens du Méridien. Or ces deux forces relatives $\frac{\overline{BC}^2 \times CD}{AC}$ & $\frac{\overline{AC}^2 \times CE}{BC}$ sont en même raison que $\overline{BC}^3 \times CD$ & $\overline{AC}^3 \times CE$; c'est-à-dire qu'elles sont en chaque endroit comme le produit de la quantité dont cet endroit est plus Nord & plus Sud que le centre, par le cube de la distance de l'autre Station au même centre.

Figure 46.

C'eſt donc ſelon le rapport de ces deux produits qu'il
Figure 46. faut partager l'effet de l'attraction lorſqu'il eſt doublé. Il eſt également clair que lorſque les deux Stations ſe font toutes deux au Nord ou toutes deux au Sud de la même montagne, & que la ſeconde Station n'eſt pas aſſez éloignée pour que l'attraction ſoit inſenſible, on ne trouve pas alors par les obſervations la quantité abſolue de cette force; mais ſeulement la quantité dont elle eſt plus grande dans un endroit que dans l'autre. C'eſt-à-dire qu'au lieu de découvrir la force qui répond à $\overline{BC}^3 \times CD$, on ne trouve que celle qui eſt exprimée par $\overline{BC}^3 \times CD - \overline{AC}^3 \times CE$.

63. Il n'eſt pas néceſſaire, ce me ſemble, d'inſiſter davantage ſur tout ceci, ce que je viens de dire ſuffit, pour montrer qu'on peut toujours découvrir aiſément l'effet de l'attraction, s'il eſt vrai que cette force ait lieu. Mais le droit de M. Newton eſt tel, que c'eſt aſſez pour l'établir, qu'il ſoit juſtifié une ſeule fois; au lieu que l'obſervation peut manquer dix & vingt fois, ſans qu'on en puiſſe rien conclure contre les attractions. La plûpart des montagnes contiennent des concavités qui diminuent extrêmement leur maſſe; & indépendament de cela, il ſe peut faire que le Globe terreſtre ſoit 7 à 8 fois plus denſe à proportion que les montagnes qui le ſont le plus, & qui ſont entierement ſolides, & il pourroit même l'être 15 ou 16 fois & ne contenir que des matieres métalliques de l'eſpece de celles que nous connoiſſons. Le Pérou eſt vraiſemblablement, comme je l'ai déja dit, l'endroit du Monde où les montagnes ont le plus de hauteur, & cependant il n'y en a que très-peu où l'on puiſſe faire l'obſervation, avec quelque apparence de ſuccès. Il eſt vrai auſſi que preſque toutes ont été ſujettes à quelque eruption de flammes, & que c'eſt la plus forte raiſon d'excluſion. Quoique je n'aye

n'aye encore parcouru la Cordeliere que dans un espace d'environ 60 lieues, je compte déja 6 ou 7 Volcans, tous éteints actuellement, si on en excepte celui de *Macas* qui jette continuellement des torrens de fumée & de flammes, mais qui ne sont pas moins formés de pierres calcinées, & qui contiennent toujours sans doute des concavités considérables, ce qui n'est encore que trop prouvé par les fréquens tremblemens de terre qu'on ressent ici. Pichincha qui étant à la porte de Quito eût été si commode, & sur lequel j'ai passé à différentes fois près de trois mois pour d'autres observations, paroît s'être partagé par ses fréquentes eruptions en plusieurs pyramides ou sommets dont chacun n'est pas assez considérable. De tous ces Volcans éteints, celui qui offre une plus grande masse, est situé sur la chaîne du côté de l'Est & se nomme *Cotopaxi*. C'est un cone tronqué dont toute la partie d'en haut a été emportée; & on reconnoît aisément d'en bas que son sommet doit avoir la forme d'un grand bassin. Lorsque nos opérations nous ont conduit sur cette montagne, nous y avons trouvé des marques d'incendie auxquelles il n'est pas possible de se tromper : nous avons vû qu'elle étoit toute couverte de pierres noires & calcinées, aussi legeres que les pierres ponces, jusques à plusieurs pieds de profondeur. Ainsi quoiqu'elle ait de très-grandes dimensions & que sa partie continuellement couverte de neige ait seule plus de 600 toises de hauteur, il y a tout lieu de croire qu'elle n'a pas beaucoup de solidité, & qu'elle ne seroit capable que de très-peu d'effet par rapport à l'attraction.

Je suis outre cela monté exprès sur quelques autres montagnes, quoique nos triangles ne s'y terminassent pas. J'ai visité, par exemple, *Tongouragoua* qui est du même côté mais plus vers le Sud, & dont la figure réguliere ne pouvoit pas me faire soupçonner ce que j'ai appris depuis, que cette montagne fit de grands rava-

ges en 1640 & qu'elle les renouvella en 1645. Cette montagne dont toute la partie inférieure eſt couverte d'arbres & qui eſt ſituée dans un lieu tout à fait bas, s'éleve à une grande hauteur, & ſa forme conique eſt ſeulement un peu alterée au ſommet, où il y a cinq ouvertures dont la fumée ſort encore de tems en tems. Toutes les circonſtances contribuent à rendre cette montagne remarquable. Elle eſt un terme dont la poſition exacte peut être de quelque utilité pour la Géographie : toutes les eaux renfermées entre les deux chaînes de montagnes dans un eſpace d'environ 40 lieues auſſi-bien celles qui viennent du Nord que du Sud, ſe rendent à ſon pied. On les voit le cotoyer par le Septentrion ; & c'eſt en ſe reſſerrant dans un lit qui n'a pas cinq pas communs de largeur, quoiqu'elles ſoient en quantité très-conſidérable, qu'elles réuſſiſſent à ſe déboucher, & qu'après avoir formé différentes cataractes & un cours particulier de plus de 80 lieues depuis la montagne, elles vont ſe jetter dans la fameuſe riviere des Amazones, pour parvenir à l'Océan. On penſe ordinairement que pour paſſer du plus grand chaud au plus extrême froid, il faut parcourir tout l'intervalle qui ſepare la Zone torride des Zones froides ; au lieu qu'il ſuffit ici de monter mille ou douze cents toiſes. Les climats les plus contraires s'y donnent pour ainſi-dire la main ; pendant que le haut eſt toujours couvert de neige & que la neige y a en certains endroits plus de 100 pieds d'épaiſſeur, on trouve en bas des Jardins, & tous ces fruits qui ne viennent que dans les endroits les plus chauds ; les Bananes, les Canes à ſucre, &c. Enfin pour ne pas inſiſter davantage ſur des circonſtances étrangeres à l'examen que j'avois en vûe, je remarquai que toute la partie inférieure étoit commandée par d'autres éminences, qui étant trop voiſines pouvoient nuire par leur action particuliere. Je montai avec les plus grandes difficultés, en pénetrant les bois qui occupent tout l'intervalle compris

entre la neige & les endroits cultivés. Je me faisois préceder par des Indiens avec des hâches : car souvent il ne m'étoit pas possible de faire un pas autrement ; tous les passages étant fermés. Mais malgré une recherche opiniâtre continuée sept à huit jours, je ne trouvai point d'endroit assez commode, où on put établir un Observatoire & faire porter les instrumens nécessaires. C'est ce qui me fit renoncer au dessein que j'avois de doubler l'effet de l'attraction, par le moyen de cette montagne & de celle qui est située vis-à-vis sur la Cordeliere opposée & dont j'ai rapporté les dimensions au commencement de ce Mémoire. Je me bornai donc alors absolument à cette derniere, qui est découverte par le pied & que je connoissois déja assez, pour être bien sûr que je pourrois y faire les observations que je me proposois, pourvû que je me contentasse d'observer l'effet simple.

Examen des attractions sur Chimboraço.

65. Je ne montai pas seul sur cette montagne, comme sur la précedente. Il y avoit déja long-tems que j'avois communiqué mon dessein & toutes mes vûes à M. de la Condamine, & sur le point de les exécuter je ne pouvois pas manquer d'en parler à M. de Ulloa, celui des deux Lieutenans de Vaisseau qui a toujours assisté à nos observations à M. de la Condamine & à moi, depuis notre entrée sur les terres de S. M. Catholique. Ces Messieurs s'offrirent obligeamment à m'accompagner, non-seulement dans l'examen préparatoire, mais aussi dans le séjour qu'il falloit faire sur la montagne ; & comme je sçavois l'avantage qu'en recevroient les observations, je me hâtai d'accepter l'offre. J'avois toujours pensé que Chimboraço auroit à peu près les conditions que je demandois : je sçavois qu'il étoit d'un accès assez facile : on le voit de Quito ou plûtôt de Pi-

chincha dont il eſt éloigné d'environ 75000 toiſes, & j'avois déja meſuré ſa hauteur. On le voit de très-loin à la Mer, quoiqu'il ſoit plus de 40 lieues dans les terres. Je connoiſſois auſſi ſa figure, & je me ſouvenois d'avoir remarqué en paſſant à ſon pied, qu'il paroiſſoit entierement formé de bancs de rochers. Tout cela me déterminoit à m'en ſervir & nous partîmes pour nous y rendre de Riobamba, petite Ville qui eſt auprès, le 29 Novembre dernier. Dès le lendemain nous y montâmes : nous le fîmes à cheval ou à mule pendant environ deux heures & demie ; mais il nous fallut enſuite faire le chemin à pied : nous marchions ſur des éboulemens de terres & de pierres, quelques fois ſur des bancs de neige, & jamais marche ne fut plus penible que la nôtre. On en jugera aiſément, quand on ſçaura que nous fûmes plus de 10 heures ſur pieds, & que nous trouvant ſurpris par la nuit dans notre deſcente, nous courûmes riſque de coucher ſans abri dans des endroits que nous avions vûs le matin couverts de gelée. Enfin pour abréger un recit qu'on trouve peut-être déja trop long, nous nous établîmes le 4 Décembre au Sud de la montagne au bas du terme conſtant de la neige, 829 toiſes, il eſt vrai, plus bas que le ſommet, mais environ 2400 au-deſſus de la ſurface de la Mer & exactement 910 toiſes au-deſſus de l'endroit de Quito où j'ai toujours obſervé, & 344 toiſes au-deſſus de cet endroit de Pichincha où il y a une croix qu'on voit de toutes les parties de la Ville, & où je paſſai quelques jours au mois de Mars 1737, pour y examiner les réfractions Aſtronomiques. Je ne dis rien du froid & des autres incommodités que nous reſſentîmes ; la neige couvrit notre tente & toute la terre des environs à plus de 8 ou 9 cents toiſes au-deſſous de nous, & nous fit craindre de nous voir enſevelis ſous ſon poids : il nous falloit être ſans ceſſe en action pour évitter cet accident. Nous réuſſîmes au bout de quelques jours à regler une

pendule, & nous prîmes quelques hauteurs méridiennes d'Etoiles. M. de Ulloa en prit avec nous, lesquelles ont servi à confirmer les autres observations que nous avons faites depuis : mais sa santé ne fut pas assez forte ; il tomba malade, & fut enfin obligé de descendre le 15 Décembre.

66. Restant seuls M. de la Condamine & moi, nous continuâmes à observer la hauteur de dix Etoiles que nous avions choisies, quatre du côté du Sud & six du côté du Nord. Il observoit Acarnar, la seconde corne du Bélier, Aldebaran, Sirius & la seconde tête des Gemeaux ; & j'observois la queue de la Baleine, la premiere corne d'Ariès, Capella, Canopus & la premiere tête des ♊. Entre les observations que nous avons faites les premiers jours, nous sommes sûrs qu'il y en a plusieurs de bonnes ; mais comme nous n'en jugeons principalement que par celles des deux derniers jours, je me contenterai de rapporter celles-ci. Le quart de cercle porté différentes fois hors de la tente, peut avoir changé d'état d'un jour à l'autre ; mais nous avons eu grand soin que rien ne put le déranger pendant les observations de chaque nuit. Il faisoit paroître les objets trop hauts de 2′ 6″ le 14 Décembre. Voici ces hauteurs qui sont affectées de l'erreur de l'instrument & de la réfraction ; je mets celles des Etoiles les moins élevées les premieres. Nous avons toujours assisté M. de la Condamine & moi réciproquement aux observations l'un de l'autre : on trouvera ici le milieu entre nos deux estimes, qui ont souvent été les mêmes & qui n'ont jamais gueres differé que de 5 secondes.

67. *Hauteurs Méridiennes observées dans la premiere Station.*

Du côté du Nord.

	Le 14 Décemb.			Le 15 Décemb.		
Capella.	42d	50′	42½″	42d	50′	30″
Tête précéd. de ♊				56	6	5
Tête suiv. ♊	59	53	55	59	53	57½
Corne suiv. d'♈	66	18	15	66	18	50
Corne préced. d'♈	69	0	20	69	0	17½
Aldebaram.	72	33	42½	72	33	57½

Du côté du Sud.

Acarnar.	32	58	10	32	58	25
Canopus.	38	58	52½	38	58	55
Queue Baleine.	72	6	36½	72	6	35
Sirius.	75	9	12½	75	9	40

68. Nous observâmes la hauteur méridienne du Soleil trois fois. M. de la Condamine la trouva du bord inferieur le 15 Décembre de 67d 54′ 26″. Cette hauteur qui est corrigée de l'erreur de l'instrument, mais qui est affectée de la réfraction & de la parallaxe, donne 1d 29′ 53″ pour la latitude méridionale de l'endroit où nous étions. Je l'avois observée le 5 & le 12. Le 5 nous n'avions encore ni pendule reglée, ni méridienne tracée, & je trouvai 1d 30′ 16″. Le 12 j'observai la hauteur apparente du bord inferieur du Soleil de 68d 5′ 34″, ce qui donne 1d 30′ 6″.

69. J'avois aussi-tôt notre établissement sur Chimboraço, envoyé une tente à environ une lieue & demie à l'Ouest de nous dans un endroit nommé *l'Arénal*, pour servir à la seconde Station. Je sçavois bien qu'on ne pourroit pas la mettre exactement à l'Ouest; mais pour ne point perdre le tems en tentatives, j'avois donné ordre qu'on la mit le plus près de la direction con-

venable qu'il feroit poffible, & qu'on placât enfuite un
fignal à quelque diftance de la tente fur la même Mé- Figure 47.
ridienne. Nous obfervâmes de la premiere Station, en mettant le quart de cercle horifontalement, l'angle entre la tente & le fignal de 3d 40′ 24″. Dans la Figure 47, MSN repréfente *Chimboraço* dont C eft le centre. A eft le lieu de la premiere Station qui eft un peu à l'Oueft de la Méridienne CD; le point B marque le lieu de la feconde Station, & H le fignal placé au Sud fur la même Méridienne IBH; de forte que c'eft l'angle BAH que nous trouvâmes de 3d 40′ 24″. Le lieu B de la feconde Station étoit abaiffé de 2d 49′ 16″ au-deffous de l'horifon par rapport à la premiere. Nous déterminâmes auffi la direction AB d'une Station à l'autre, par deux différentes obfervations de l'azimuth du Soleil, lorfque cet Aftre le foir étoit près de l'horifon. Le 12 Décembre à 6 heures 7′ 22″ de tems vrai, fon bord Septentrional étoit plus Sud que le milieu de la tente B de 14d 52′ 45″; & à 6h 10′ 52″ qu'on voyoit encore le Soleil, nous trouvâmes la même dift. de 14d 49′ 50″. Il fuit de ces deux obfervations que la direction AB déclinoit de l'Occident vers le Sud de 8 deg. 7′ 31″, ou qu'elle faifoit un angle BAI de cette quantité avec la ligne Eft ou Oueft AI. Ainfi pour fçavoir combien l'endroit B deftiné à fervir de feconde Station, étoit éloigné du parallele ou de la ligne Eft & Oueft de la premiere, il n'y avoit qu'à mefurer actuellement l'intervalle BH compris entre la tente B & le fignal H, & faire cette analogie; la différence des tangentes des deux angles IAB & IAH eft à BH, comme la tangente de l'angle IAB eft à la quantité requife BI. Lorfque nous paffâmes à la feconde Station, nous mefurâmes avec foin la diftance BH & nous la trouvâmes de 232 toifes 2 pieds; mais cette diftance n'étoit pas exactement dirigée Nord & Sud; elle déclinoit du Septentrion vers l'Occident d'environ 1d 40′. J'ai eu égard à cette différence & le calcul m'a donné un peu

moins de 505 toiſes pour la quantité BI dont la ſeconde Station B eſt plus vers le Sud que la premiere A. Il eſt évident qu'on ne peut pas par cette méthode ſe tromper d'une ſeule toiſe ſur BI. Il eſt facile de découvrir auſſi par la réſolution du triangle BAH la diſtance d'une Station à l'autre; mais avec moins de préciſion, parce qu'il s'agit de conclure un aſſez grand côté, par le moyen d'un petit. On trouve la diſtance AB de 3570 toiſes. J'ai dû négliger ici la différence qu'il y a entre AI conſiderée, ou comme partie d'un grand cercle terreſtre, ou comme partie d'un petit cercle. Il ſuffit d'avoir égard à cette différence, lorſque les obſervations ſe font loin de l'Equateur, & lorſque AI eſt d'une longueur conſidérable.

Figure 47.

70. Enfin nous nous rendîmes le 16 Décembre à la ſeconde Station. Nous paſſions dans un endroit environ 174 toiſes plus bas, & nous nous imaginions qu'en nous éloignant de la montagne & de la neige, nos incommodités alloient ceſſer, & nous experimentâmes au contraire combien le vent les augmentoit, & combien entr'autres choſes, il contribuoit à rendre le froid inſuportable. Nous étions dans notre premiere Station à l'abri par une partie de la montagne, du vent qui vient preſque toujours de l'Eſt; au lieu que dans la ſeconde, nous le ſentions dans toute ſa force; il nous rempliſſoit les yeux de ſable, & il étoit continuellement ſur le point d'enlever notre tente. Le grand chemin paſſe auprès de ce lieu, & tous les jours les Cavaliers y ſont renverſés; on n'a auſſi que trop d'exemples de perſonnes qui y périſſent de froid, lorſqu'elles ont le malheur de s'y trouver engagées de nuit. Nous fûmes entierement occupés les premiers jours, du ſoin de nous mettre à couvert, de même que notre quart de cercle, & de regler notre pendule, en attendant que le Ciel nous permît de l'obſerver. Les vis même du pied du quart de cercle qui tournoient aiſément de jour, réſiſtoient à l'effort d'un

d'un levier pendant les obſervations, & il étoit néceſſaire de mettre du feu autour. Voici les obſervations que nous obtîmes à la fin.

Hauteurs Méridiennes obſervées dans la ſeconde Station.

Du côté du Nord.	Le 21 Décem.			Le 22 Décem.		
Capella.	42d	48′	40″	42d	48′	45″
Premiere tête ♊						
Tête ſuivante ♊				59	52	52½
Corne ſuivante d'♈	66	16	27½	66	16	45
Corne précéd. d'♈	68	58	35	68	58	40
Aldebaran.	72	32	0	72	32	5
Du côté du Sud.						
Acarnar.	32	57	27½	32	57	2½
Canopus.	38	57	50	38	58	10
Queue Baleine.	72	5	20	72	5	22½
Sirius.	75	8	32½	75	8	40

72. Mais ces obſervations ont été faites dans un endroit trop Sud de 505 toiſes qui valent 32″, ſi nous ſuppoſons que le degré eſt de même grandeur qu'en France, comme je crois que nous le devons faire, juſqu'à ce que nous ayons achevé les opérations qui nous ont conduit au Pérou. Ainſi il nous faut augmenter toutes les hauteurs des Etoiles obſervées vers le Nord de ces 32″, & diminuer de la même quantité les hauteurs des autres Etoiles, afin de les réduire toutes à la latitude de la premiere Station. Il y a encore une autre attention à faire. Les réfractions Aſtronomiques que j'avois obſervées à Quito moindres qu'au bord de la Mer, & qui s'étoient trouvées ſenſiblement plus petites ſur Pichincha qu'à Quito, ſe ſont encore trouvées conſidérablement moin-

dres sur Chimboraço, parce que l'endroit où nous étions est plus élevé que la croix de Pichincha de 344 toises, comme je l'ai déja dit. Le Soleil paroissant proche de l'horison & la pendule étant reglée, j'en ai profité pour examiner de nouveau cette matiere, & par des observations faites depuis 8 degrés de hauteur, jusqu'à plus d'un degré de dépression apparente au-dessous de l'horison, j'ai vérifié une troisiéme fois & à une élevation beaucoup plus grande au-dessus de la surface de la Mer, que les deux premieres, tout ce que j'avois avancé sur ce sujet dans le Mémoire que j'ai eu l'honneur d'envoyer à l'Académie. Or les réfractions ayant dû être plus grandes dans la seconde Station, & les Etoiles paroître plus élevées, il faut retrancher de leur hauteur l'excès de la réfraction, & il n'y a pour cela qu'à voir combien 174 toises produisent de différence, à proportion de celles que j'ai marquées pour 500 toises dans ma Table des réfractions pour Quito. Ayant égard à tout, les hauteurs rapportées ci-dessus se réduisent aux suivantes, lesquelles seroient donc parfaitement conformes à celles de la premiere Station, si celles-ci n'avoient souffert aucune altération par l'action de la montagne.

Du côté du Nord.	Le 21 Décem.			Le 22 Décem.		
Capella.	42d	49′	10″	42d	49′	15″
Premiere tête ♊						
Tête suivante ♊				59	53	23½
Corne suivante ♈	66	16	59	66	17	16
Corne précéden. ♈	68	59	6	68	59	11
Aldebaran.	72	32	31½	72	32	36½
Du côté du Sud.						
Acarnar.	32	56	53	32	56	28
Canopus.	38	57	16	38	57	36
Queue Baleine.	72	4	47½	72	4	50
Sirius.	75	8	0	75	8	7½

73. Ainsi il ne nous reste plus désormais qu'à comparer ces dernieres hauteurs avec celles que nous avons observées dans la premiere Station. Cette comparaison se peut faire de différentes manieres ; mais la plus naturelle, la plus simple & celle qui dispense d'en faire aucune autre, c'est de comparer les hauteurs moyennes de chaque Etoile dans les deux Stations. On verra qu'elles sont constamment plus petites dans la seconde, ce qui montre que le quart de cercle n'étoit pas parfaitement dans le même état. On remarquera aussi quelques irrégularités qui viennent sans doute des obstacles que nous avons eu à surmonter; car tout conspiroit, ce semble, à nous faire abondonner notre entreprise. De la part même des Etoiles, il ne laissoit pas aussi que de se trouver quelques difficultés. Canopus paroît toujours si grand, qu'on a de la peine à estimer assez exactement son centre pour y pointer; & la grande hauteur de Sirius produisoit une incommodité d'un autre genre.

Excès des hauteurs de la premiere Station sur celles de la seconde, après que ces dernieres ont été réduites.

Du côté du Nord.

Pour	Capella	1′ 24″
	Prem. tête ♊	
	Seco. tête ♊	
	Cor. suiv. ♈	1 25
	Cor. préc. ♈	1 10
	Aldebaran	1 6

Du côté du Sud.

Acarnar	1′ 37½″
Canopus	1 28
Queue Ba.	1 48
Sirius	1 22½

74. Les observations auxquelles de mon côté je defféreroïs le plus, ce sont celles de la queue de la Baleine & de la corne précédente du Belier. Mais je me suis précautionné même à mon égard contre toute partialité, & j'ai crû que dans une matiere aussi délicate, au lieu de me permettre un choix dans lequel je favorise-

rois, peut-être, un des partis, je devois plûtôt ne rejetter aucune des obſervations que j'ai faites dans les circonſtances convenables; & cela afin d'être comme entraîné dans la concluſion la plus légitime. Il me ſemble enfin qu'on ne peut pas s'empêcher de reconnoître que l'excès des hauteurs obſervées dans la premiere Station ſur celles que nous avons priſes dans la ſeconde & que j'ai réduites, eſt plus grand vers le Sud que vers le Nord; & comme la même choſe arrive, quelque combinaiſon qu'on faſſe, je ne crois pas qu'on puiſſe l'attribuer à quelque défaut des obſervations. Quelques-unes donnent un plus grand excès & d'autres un moindre; mais toutes enſemble doivent décider. Elles donnent environ 1′ 19″ pour l'excès moyen du côté du Nord, & 1′ 34″ pour celui du côté du Sud. La ſeconde différence eſt 15″; c'eſt au Lecteur à juger ſi une pareille quantité eſt ſuffiſamment conſtatée par les moyens que nous avons employés. Mon quart de cercle dont nous nous ſervions a environ deux pieds & demi de rayon; & il faut remarquer que les erreurs qui peuvent ſe trouver dans ſa graduation, ne tirent point à conſéquence ici; puiſqu'il ne s'agit pas des hauteurs mêmes, mais de leur différence. Suppoſé qu'on admette les 15″, ce ſera $7\frac{1}{2}$″ pour l'effet de l'attraction; & on en trouveroit beaucoup plus, en comparant la queue de la Baleine avec la premiere corne d'Ariès. Cependant ce n'eſt pas là encore l'effet complet ou abſolu: car ſi les attractions ont réellement lieu, la montagne devoit être capable de quelque action dans la ſeconde Station. Nous y étions à environ 4572 toiſes du centre de la montagne & au S. $61\frac{1}{2}$ deg. O. Dans la premiere Station nous étions à peu près au S. 16 deg. O. & à 1753 toiſes de diſtance. Avec ces données, on trouve que l'action rélative à laquelle nous étions expoſés dans l'endroit le plus voiſin, eſt à celle que nous devions éprouver dans l'autre, comme 1358 eſt à 100, ou à peu près comme $13\frac{7}{12}$ à 1. Or puiſque

nos obſervations n'ont dû nous donner que la ſimple différence des deux actions, il faut augmenter d'environ une treiziéme ou une quatorziéme partie, les $7\frac{1}{2}''$, pour avoir l'effet total.

75. Il faut avouer que cet effet eſt bien différent de celui auquel nous pouvions nous attendre. Mais nous ſçavons ſi peu qu'elle eſt la denſité de la Terre; & d'un autre côté celle des montagnes peut être ſi différente de celle que nous leur attribuons, qu'il n'y a lieu de s'étonner de rien. Nous avons remarqué auſſi ſur Chimboraço quelques pierres calcinées, & depuis que nous en ſommes deſcendus on m'a dit & on l'a auſſi confirmé à M. de la Condamine, que c'étoit une tradition aſſez établie, que cette montagne avoit été Volcan, avant l'entrée des Eſpagnols dans le Pays; & on nous a ajouté qu'on voyoit une de ſes bouches du côté du N N O. Peut-être trouveroit-on mieux de quoi ſe décider ſur une montagne moins groſſe & plus maſſive; mais malheureuſement c'eſt par des tentatives ſemblables à celles que nous venons de faire, qu'on peut s'en aſſurer, & je n'ai pas aſſez montré combien celle-ci nous avoit coûté de peines. Dans toute l'étendue de la Cordeliere que je connois, depuis Los Paſtos juſqu'au Sud de Riobamba, il n'y a gueres qu'une autre montagne nommée *Cayambour* qui eſt environ 33000 toiſes à l'E N E de Quito, ſur laquelle on puiſſe faire un autre eſſai. Elle eſt fort groſſe par ſon ſommet, ſa partie couverte de neige eſt extrêment haute; je n'ai point entendu dire juſqu'à préſent, quoique je m'en ſois informé, qu'elle ait été ſujette à aucune éruption, & on prétend au contraire qu'elle eſt riche en métaux; ce qui doit augmenter ſa maſſe. Au lieu d'attendre que les obſervations qu'elle me donnera, peut-être, occaſion de faire me procurent quelque connoiſſance de plus, j'ai cru que je devois me hâter de communiquer cet écrit. Il y a beaucoup d'apparence qu'on trouvera en France ou en Angleterre quelque

montagne d'une grosseur suffisante, principalement si l'on en double l'action ; & je serai ravi d'apprendre à mon retour que les essais qu'on aura faits ou confirment les miens ou qu'ils apportent de nouvelles lumieres. *A Riobamba au Pérou le 30 Décembre* 1738.

Additions au Mémoire précédent.

76. J'ai reconnu depuis, en visitant la Cordeliere dans un espace de plus de 160 lieues, qu'on ne pouvoit gueres y repéter avec quelque apparence de succès les observations faites sur Chimboraço. J'ai parcouru le pied de Cayambourc & j'ai escaladé exprès quelques autres montagnes comme Imbaboura ; mais le trop grand voisinage où elles sont toutes les unes des autres, & la direction qu'elles affectent, qui ne s'éloigne gueres du Méridien, sont ordinairement cause qu'elles ne laissent pas de vallées assez profondes entr'elles, où l'Observateur puisse se placer avatangeusement, pour ressentir une partie considérable de leur action. C'est ce qui m'a obligé de renoncer au Pérou à faire de nouvelles observations sur cette matiere, quelque envie que j'eusse de la vérifier derechef. Peut-être réussiroit-on mieux à chercher toujours dans les Pays de montagnes, non pas la quantité de l'attraction, mais son défaut, sur le bord de quelque canal extrêmement profond, formé par le lit particulier de quelque Riviere. On auroit l'avantage de pouvoir se camper dans des endroits bas & commodes ; au lieu qu'il faut affronter toutes les horreurs des Zones glacées, lorsqu'on veut faire l'expérience sur une montagne ; parce qu'il faut toujours se loger très-haut. J'ai trouvé une de ces Rivieres entre Pasto & Popayan, nommée Jouanambouc, renfermée entre des côtes extrêmement élevées ; & j'y eusse hasardé un nouvel essai, si je m'étois trouvé muni d'un quart de cercle.

77. Pour revenir aux observations faites sur Chim-

boraço, il paroît aſſez qu'on peut dire en ſe renfermant dans le fait ſimple, que les montagnes agiſſent *en diſtance*, mais que leur action eſt bien moins conſidérable que le promet la grandeur de leur volume. Chimboraço peut contenir quelques concavités, mais cependant on ne peut pas ſuppoſer qu'il ſoit creux comme Cotopaxi. Cette derniere montagne ouverte par en haut, forme comme une immenſe chaudiere, dont le pourtour doit avoir très-peu d'épaiſſeur. Ce pourtour peut ſe ſoutenir comme une muraille circulaire dont la ſtabilité conſiſte principalement dans l'aplomb. C'eſt auſſi ce qui a paru aſſez : car, les flammes ne diſcontinuant pas de ſortir par en haut, il s'eſt fait au mois de Décembre 1742 une nouvelle ouverture par le côté; ce qu'on ne peut pas attribuer à un nouvel effort de la part du feu, mais à l'éboulement des pierres & des terres de quelque endroit du pourtour qui étoit déja trop mince. Ce ne doit pas être la même choſe à l'égard de Chimboraço, vû le total de ſa forme exterieure, & l'endroit où eſt ſituée ſa bouche, s'il eſt vrai que cette montagne en ait une. C'eſt beaucoup que de ſuppoſer ſon volume diminué de moitié par les concavités qu'elle peut avoir, & il s'enſuivra que malgré ſes bancs de rochers vifs, elle ſera encore ſix ou ſept fois moins compacte que notre Globe. Après tout, il n'y a rien en cela qui repugne. Il ſuffiſoit que les matieres métalliques dont nous avons l'uſage, reſtaſſent enſevelies pour nous quelque centaine de toiſes plus bas dans les entrailles de la Terre, pour que nous n'en euſſions aucune connoiſſance. Ainſi nous ne devons pas abſolument juger de la denſité qu'a notre Planete dans ſon intérieur, par la denſité des corps que nous trouvons à ſa ſurface.

78. Tout ce que nous avons dit ci-devant de l'effet d'une couche ſphérique qui environne un Globe dont la denſité eſt plus grande, doit avoir ſon application ici. Le Globe ADD (Figure 45) repréſente l'eſpece de

noyau que contient la Terre ; & la couche sphérique ajoutée A d D qui est d'une moindre densité, & d'une densité 5 ou 6 fois moindre, forme le sol sur lequel nous marchons. Nous avons vû (N. 47) que si $r\Delta$ exprime la pesanteur en A à la distance $AC = r$ du centre C, on aura $\overline{r - 2h} \times \Delta + 3h\delta$ pour celle qui se fait ressentir en a à la distance extrêmement petite h du noyau : l'augmentation de cette force, lorsqu'on considere le point a, est donc $3h\delta - 2h\Delta$, qui se convertira en une quantité négative & qui deviendra réellement une diminution $-7h$, si l'on substitue à la place des densités Δ & δ leurs valeurs 5 & 1. Ainsi la pesanteur qui augmenteroit tout le long du rayon dans l'interieur de la Terre, à mesure que la distance au centre est plus grande, si la Terre étoit parfaitement homogène ou si les densités Δ & δ étoient égales, diminue au contraire au-dehors du noyau. Ceci doit être exactement vrai si le passage d'une densité à l'autre se fait brusquement. Dans l'autre cas, ou lorsque le changement est amené par des degrés insensibles, il n'y aura pas de fault dans la loi de la pesanteur ; mais cette force souffrira toujours un changement considérable. Elle n'augmentera en s'éloignant du centre que jusqu'à une certaine distance, & elle ira ensuite en diminuant vers la surface.

79. On réussira peut-être à faire des expériences sur ces particularités. Celles que nous avons faites par le moyen du pendule y ont déja rapport. Car si la pesanteur diminue à mesure qu'on s'éleve sur les montagnes, le premier terme de cette diminution n'est pas le niveau de la Mer, la diminution doit commencer plus bas, & celle qui se fait au-dessus de la surface n'est qu'une suite de l'autre, mais modifiée par d'autres circonstances. Si l'on peut jamais descendre jusqu'à une certaine profondeur, on découvrira encore selon toutes les apparences une autre singularité bien remarquable. C'est que le noyau qui a une certaine éllipticité doit être

être chargé vers chaque Pole d'une couche encore plus dense qui perde de son épaisseur en avançant vers l'Equateur, ou bien il doit être recouvert vers l'Equateur d'une Zone de matiere moins dense, mais néanmoins plus compacte que celle de la surface. D'une maniere ou d'autre, la matiere plus dense de l'interieur de la Terre doit s'approcher davantage de la superficie vers les Poles que vers l'Equateur, & il paroît qu'il faut distinguer au moins trois différens degrés de densité dans notre Planete, puisque le noyau que nous devons concevoir au-dedans, ne doit pas être homogène, mais qu'il doit être plus compacte vers les Poles, afin que la figure applatie du sphéroide que nous trouvons, se concilie avec l'inégalité que reçoit la pesanteur lorsqu'on change de latitude.

80. Le tems & les observations en apprendront davantage : cependant on ne pourra se flatter jamais que de mieux connoître les forces qui conspirent actuellement à conserver à la Terre sa figure & non pas celles qui la lui ont effectivement procurée. Tant qu'on n'a fait aucune évaluation un peu exacte de la densité des parties interieures de notre Globe, on n'a pas craint de supposer que le tout avoit été assez mol ou assez fluide pour changer de figure par la force centrifuge. On n'a pas fait attention que les parties solides se froissant les unes contre les autres & ne cedant pas avec assez de facilité, la Terre devoit s'arrêter à une forme très-éloignée de celle qui convenoit, & qu'il en pouvoit naître les plus grands inconvéniens. Les eaux pouvoient se dégager & venir occuper les parties de la surface destinées à l'habitation des hommes. La difficulté est encore bien plus grande lorsqu'on sçait que la Mer ne fait qu'une très-petite portion de la masse totale & que cette masse est au moins quatre ou cinq fois plus dense à proportion dans l'interieur. Convenons donc que le Méchanisme qui est établi, est bien suffisant pour entretenir les choses dans

l'état où nous les voyons, mais qu'il n'eût jamais pû seul les y porter. On n'ignore pas que les eaux par leur choc impétueux ne puissent degrader les terres, les charier & les transporter des régions les plus élevées, & les plus reculées jusques dans le bassin de l'Océan; souvent aussi les feux souterains soulevent le sol, & forment des montagnes dans le fond même de la Mer. La Terre par des changemens très-peu considérables, prend ainsi pour nous qui la voyons de très-près, des faces toutes différentes. Mais si elle avoit été originairement un assemblage confus de matieres entassées les unes sur les autres, & de matieres aussi denses que solides, nous ne connoissons aucune cause seconde qui eût été capable, nous ne disons pas simplement de mettre la distribution nécessaire entre les différentes densités, mais d'abattre les angles de ce tas informe & de donner au sphéroide la figure précise & réguliere que nous sçavons qu'il a.

Fin de la septiéme & derniere Section.

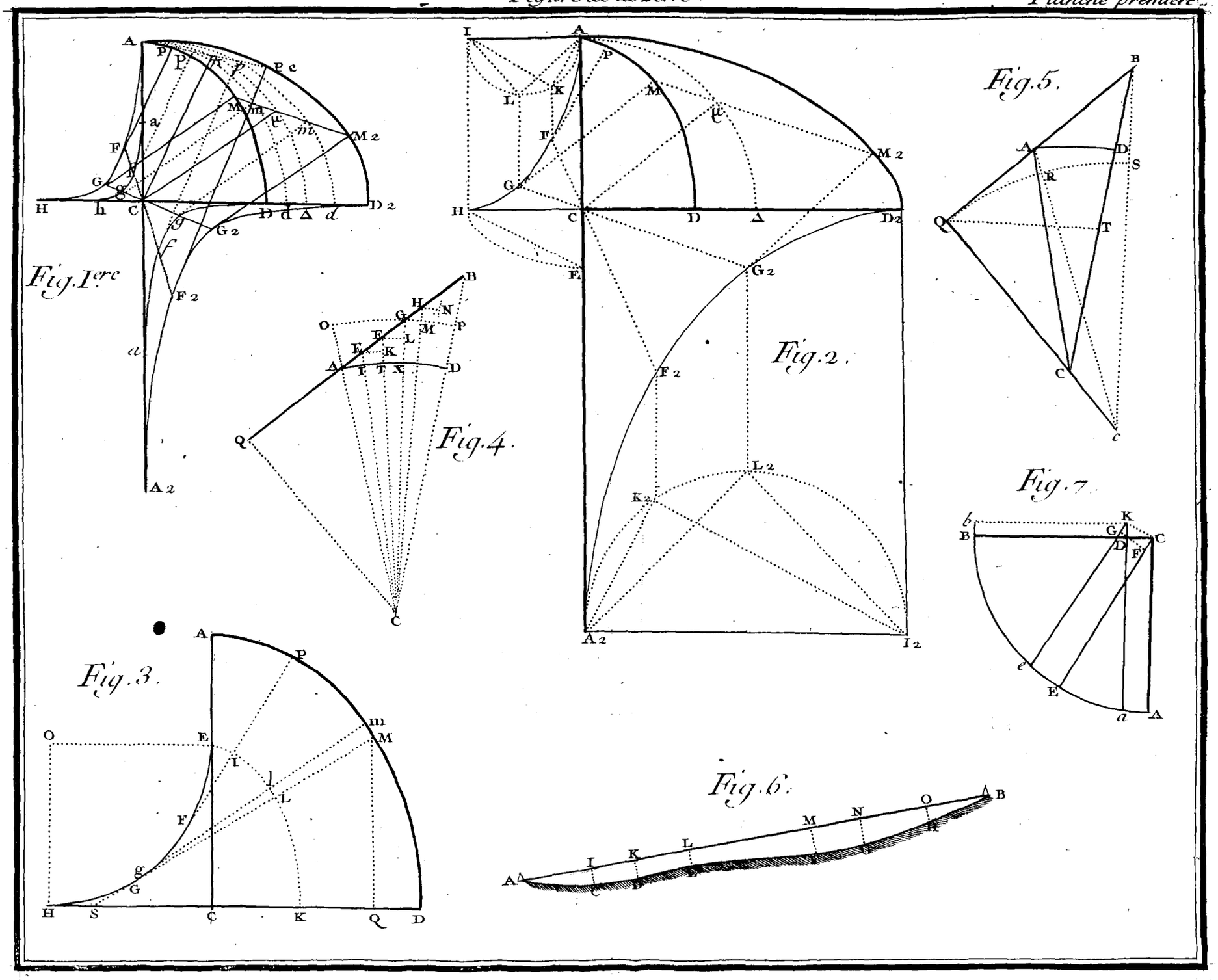
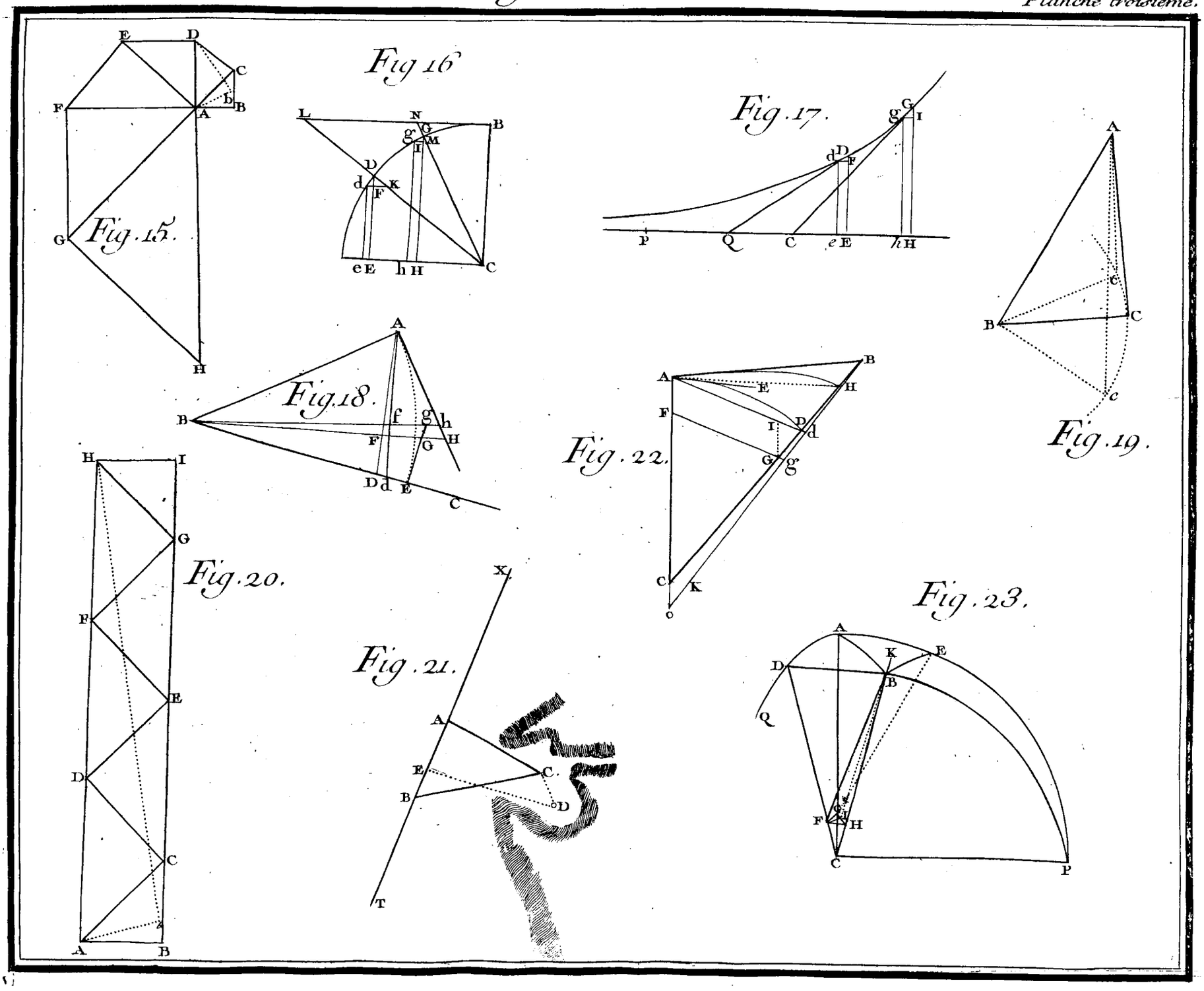


Fig. Ier.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.

Plate #2 follows Plate Part 1st order

Figure de la Terre.

Planche troisieme.



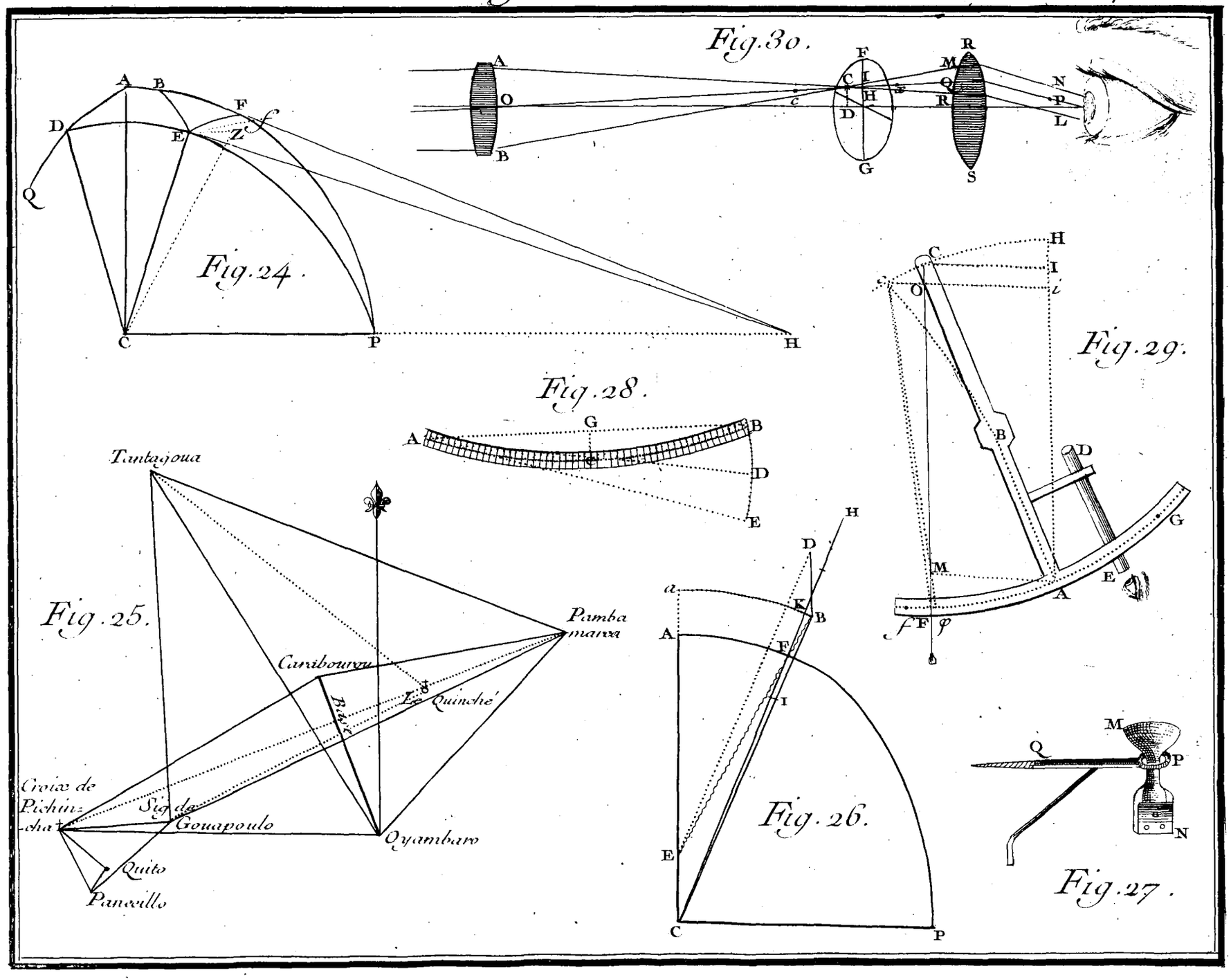


Fig. 30.
Fig. 24.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.
Tantajoua
Pamba marca
Caribourou
La Quinche'
Croix de Pichincha
Sig. de Gouapoulo
Quito
Panoillo
Oyambaro

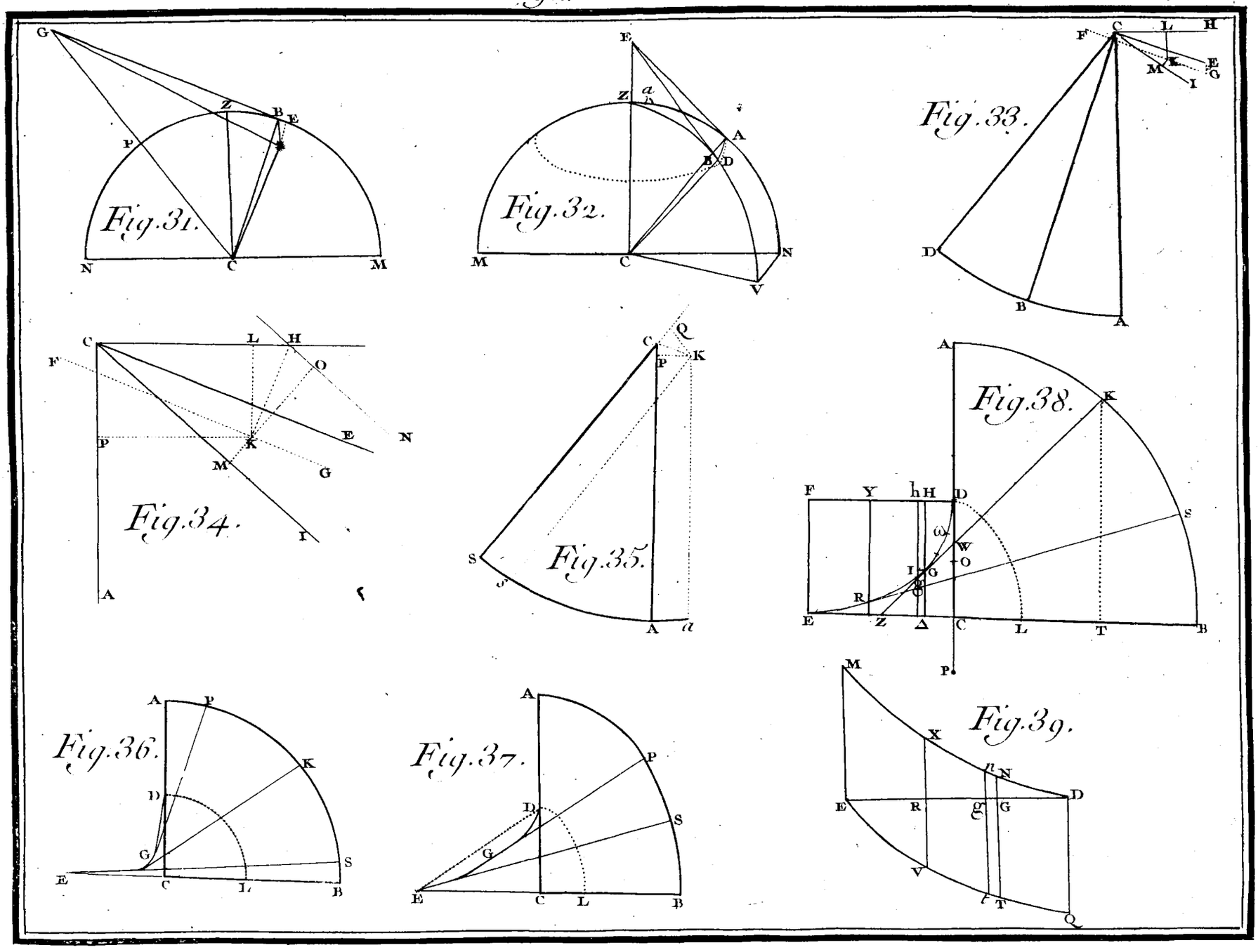


Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.

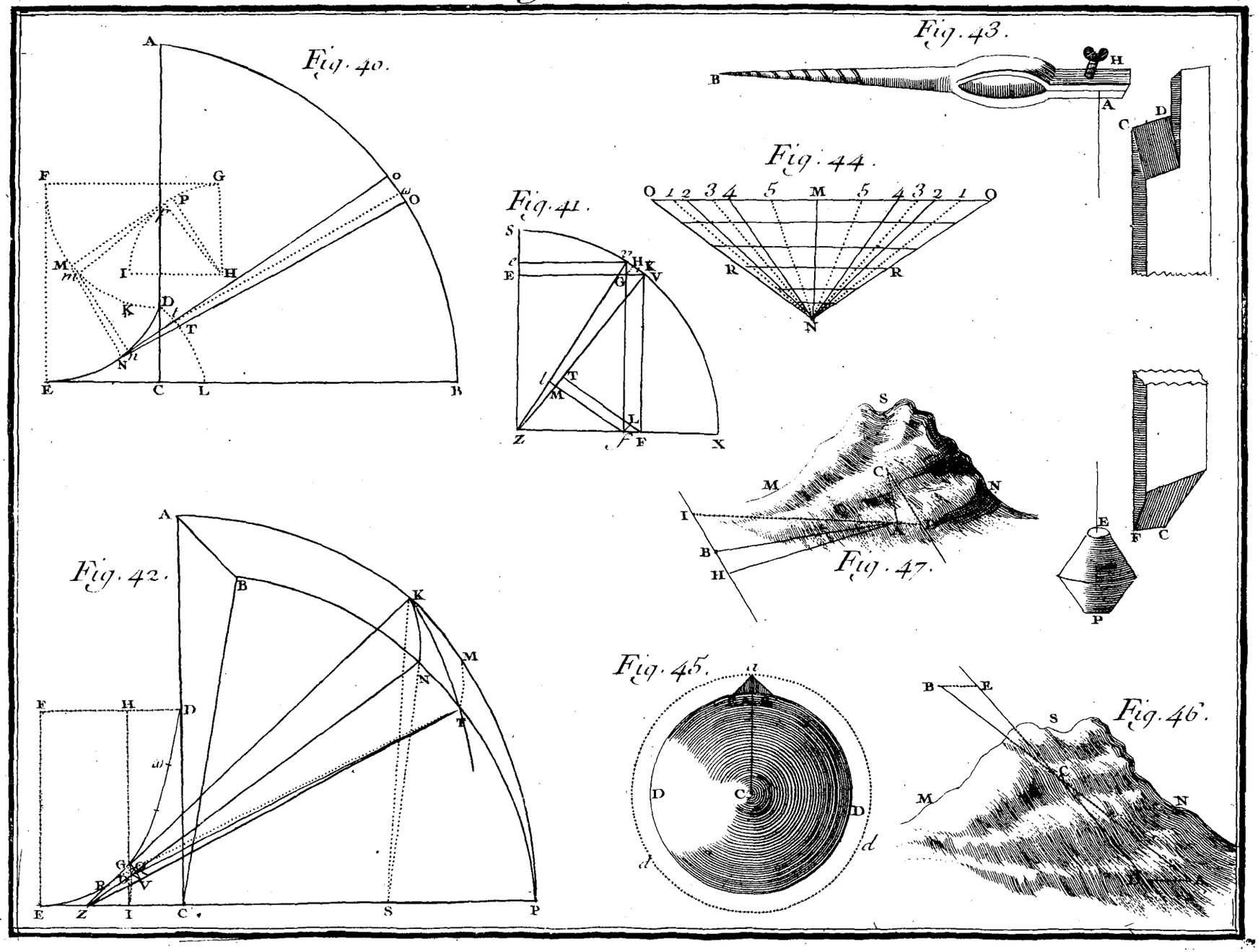
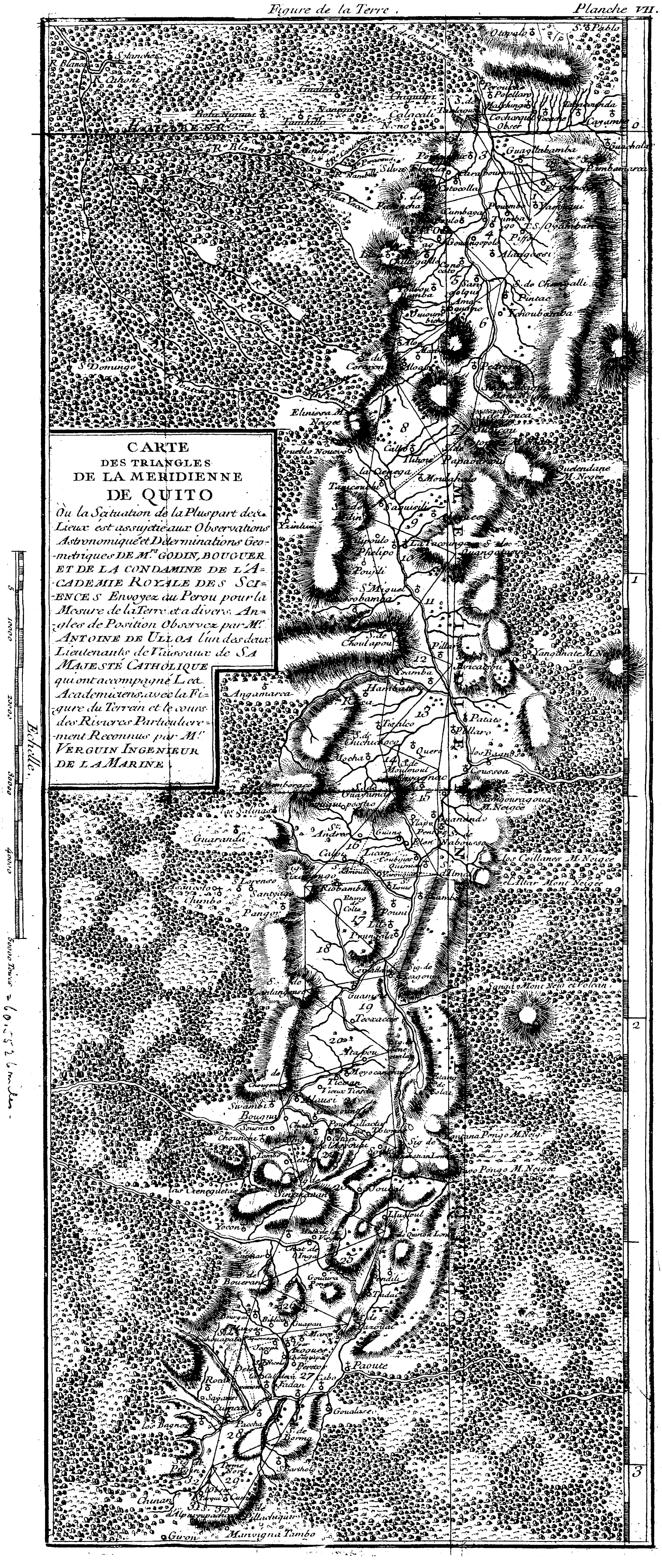


Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.


CARTE
DES TRIANGLES
DE LA MERIDIENNE
DE QUITO
Où la Situation de la Pluspart des Lieux est assujetie aux Observations Astronomique et Déterminations Geo-metriques DE M.rs GODIN, BOUGUER ET DE LA CONDAMINE DE L'A-CADEMIE ROYALE DES SCI-ENCES Envoyez au Perou pour la Mesure de la Terre et a divers An-gles de Position Observez par M.r ANTOINE DE ULLOA l'un des deux Lieutenants de Vaisseaux de SA MAJESTÉ CATHOLIQUE qui ont accompagné Les Academiciens, avec la Fi-gure du Terrain et le cours des Rivieres Particuliere-ment Reconnus par M.r VERGUIN INGENIEUR DE LA MARINE.
Echelle.
5
10000
20000
30000
40000
50000 Toises
0
1
2
3
Otavalo
S. Pablo
Cayambe
Guachala
Guayllabamba
Pintac
Riobamba
Guaranda
Angamarca
Alausi
Cuenca
Paoute
Girón
Manvigna Tambo
Quedendane M. Neigée
Yanguate M. Neigée
Tungouragoua M. Neigée
los Coillanes M. Neigée
el Altar Mont Neigée
Sangai Mont Neig et Volcan
Ganuana Pongo M. Neig.

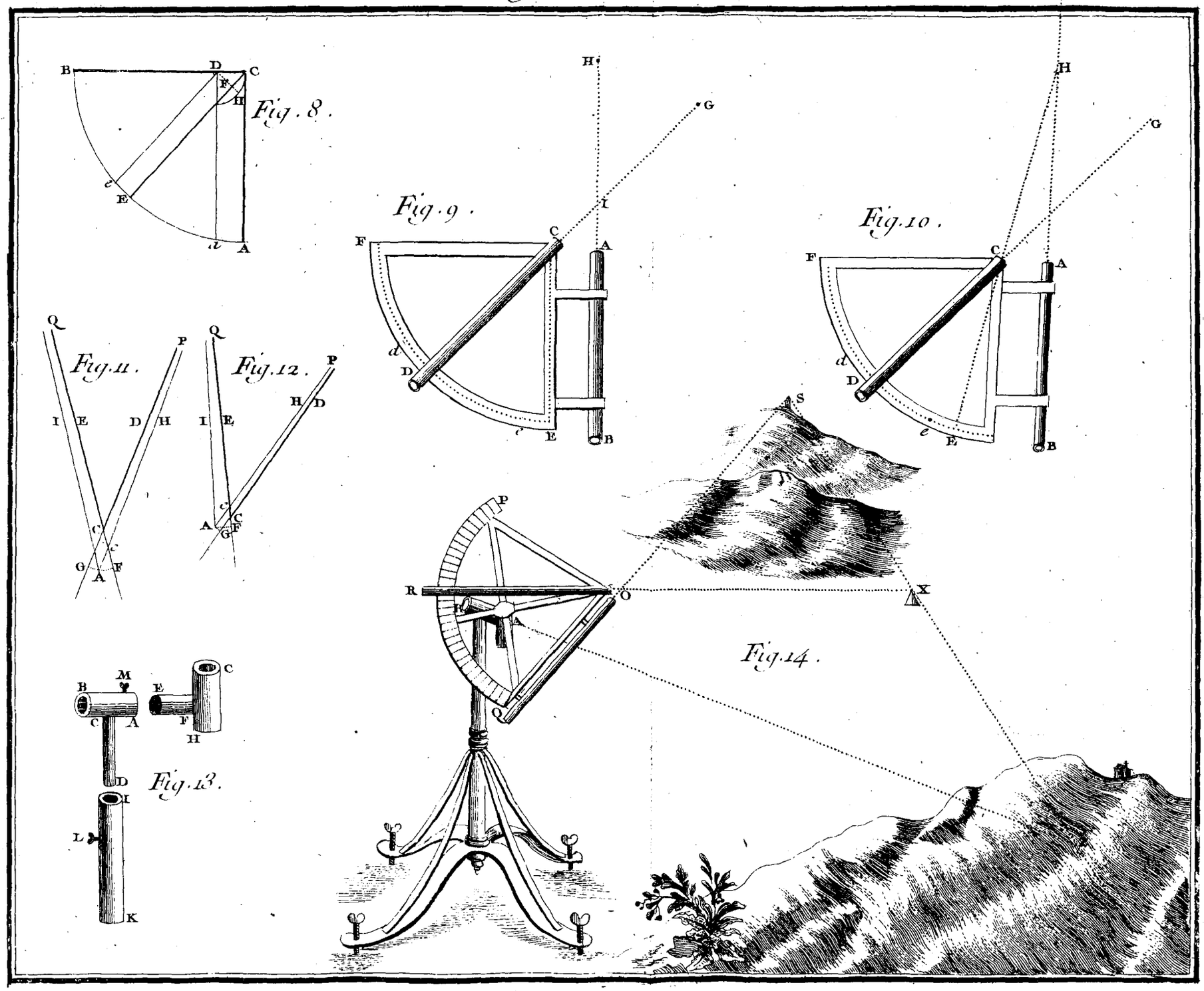


Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.

ERRATA.

PAge xli, ligne 24. *lisez* sont peut-être la plûpart de ces.

Page 25, ligne 18. *lisez* égal à IH.

Page 39, ligne 4. *lisez* de l'un ou de.

Page 44, ligne 4 de la note, *lisez* 6274 toises.

Page 53, ligne 9 *au lieu* de 798. *lisez* 789.

Page 59, *ôtez les deux points qui sont à la fin de la septiéme ligne & de la quatorziéme.*

Page 67, ligne 32. *lisez* donner la même attention à toutes.

Page 78, lig. 8. *lisez* on donnera.

Page 79, ligne 14. *lisez* fautes de détail.

Page 82, ligne 23 & 24. *lisez* puisqu'outre que la.

Page 84, ligne 13. *lisez* logistique.

Page 85, ligne 25. *au lieu* de additives ou positives, *lisez* positives ou négatives.

Page 89, ligne 6. *au lieu de* qui a, *lisez* & il a.

Page 94, ligne derniere, *lisez* le triangle.

Page 101, ligne 14. *lisez* nous ont été propres.

Page 106, ligne 2. *au lieu de* 43″ *lisez* 45″.

Page 112, *pour le premier angle du XXXI triangle, lisez* $16^d\ 31'\ 7''$.

Page 146, ligne 3. *lisez* $17^d\ 16'\ 54''$.

Page 162, ligne 8. *lisez* d'un pendule.

Page 164, ligne 31. *lisez* pour une autre.

Page 170, ligne 16. *lisez* sont poussés.

Page 178, ligne 5 & 6. *lisez* souffroit.

Page 188, ligne 30. *lisez* avantage plus d'un côté que de l'autre.

Page 189, ligne 8. *lisez* qu'on adapte.

Page 194 lig. prem. *lisez* rendroit.

Page 199, ligne 7. *lisez* plus facile aussi de.

Page 206, ligne 8. *lisez* depuis C.

Page 218, ligne 19. *lisez* cette regularité.
Page 220, dans la note *lisez* page 182.
Page 234, ligne 5 du parag. 11. *lisez* pouvoit.
Page 243, ligne 28. *au lieu de* 4″ 14″. *lisez* 4′ 14″, & ligne 32 *au lieu de* $\frac{1}{2}'$ *lisez* $\frac{1}{2}''$
Page 250, ligne 9. *lisez* le petit espace.
Page 252, ligne 9. *lisez* nous le devons.
Page 255, ligne 7. *effacez* Si.
Page 261, ligne 3. *effacez* comme je l'ai déja dit.
Page 268, *au lieu de la premiere date des observ.* 19 Novembre, *lisez* 29 Novembre, *& pour l'observ. suiv. du* 30, *lisez* + 0′ 49$\frac{1}{2}$″.
Page 282, ligne 17. *lisez* ou leur diminution.
Page 283, ligne 3. *effacez* — *m.*
Page 297, ligne 10. *lisez* 90me sur le premier, en faisant le 90me de.
Page 303, ligne 3. *lisez* de découvrir celui.
Page 360, ligne 26. *lisez* il adjouteroit, ligne 27. *lisez* puisqu'il.
Page 361, ligne 29. *lisez* est réellement aussi grand.
Page 375, ligne 8. *lisez* (Fig. 46.)
Page 377, ligne 3. *lisez* si on excepte.